FREIE UNIVERSITÄT BERLIN
Fachbereich Wirtschaftswissenschaft

Inaugural-Dissertation
zur Erlangung des akademischen Grades
eines Doktors der Wirtschaftswissenschaft

Steueroptimale internationale Kapitalanlageentscheidung eines deutschen Privatanlegers hinsichtlich Anlagekategorie und Verteilung der Einkünfte

von Robert Mieth, Dipl.-Kaufmann
geb. am 6.8.1980 in Pirna
Anschrift: Bautzner Str. 126 d, 01099 Dresden

Dresden, 31. Mai 2008

Erstgutachter: Prof. Dr. Eberhard Schult

Zweitgutachter: Prof. Dr. Kay Blaufus

Disputation am 19.11.2008

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis 1

Abkürzungsverzeichnis 7

Formelverzeichnis 9

1 Einleitung 12

2 Vorüberlegungen 14

2.1 Einflussfaktoren auf die Kapitalanlageentscheidung 14

2.2 Kategorisierung von Kapitaleinkünften 15

2.3 Analysemethode 18

2.3.1 Statische und dynamische Methoden der Investitionsrechnung 18

2.3.2 Berücksichtigung der Unsicherheit zukünftiger Zahlungsströme 21

2.3.2.1 Verwendung risikoangepasster Daten 21

2.3.2.1.1 Verwendung eines risikoangepassten Kalkulationszinssatzes 22

2.3.2.1.2 Verwendung risikoangepasster zukünftiger Zahlungsströme 23

2.3.2.2 Sensitivitätsanalyse 24

2.3.2.3 Risikoanalyse 25

2.3.2.4 Entscheidungsbaumverfahren 26

2.3.2.5 Optionspreistheoretische Ansätze 28

2.3.3 Berücksichtigung der Steuerbelastung 28

2.4 Analysemodell 30

2.4.1 Herleitung eines fiktiven Steuertarifs 30

2.4.2 Kapitalwert und Endvermögen mit Steuerbelastung 32

3 Steuerrechtlicher Rahmen der Kapitalanlage 34

3.1 Bedeutung steuerrechtlicher Bestimmungen im Rahmen dieser Arbeit 34

3.2 Steuerrechtlicher Rahmen der einzelnen Kapitaleinkunfts-kategorien 35

3.2.1 Fremdkapitalanlage 35

3.2.1.1 Besteuerung von Zinsen nach deutschem Steuerrecht 35

3.2.1.2 Besteuerung von Zinsen in internationalen Steuersystemen 37

3.2.1.3 Grenzüberschreitende Besteuerung von Zinseinkünften aus Sicht des deutschen Kapitalanlegers 39

3.2.2 Eigenkapitalanlage in eine Kapitalgesellschaft 40

3.2.2.1 Besteuerung von Dividendeneinkünften nach deutschem Steuerrecht 40

3.2.2.2 Besteuerung von Dividendeneinkünften in internationalen Steuersystemen ... 40
3.2.2.3 Grenzüberschreitende Besteuerung von Dividendeneinkünften ... 42
3.2.3 Eigenkapitalanlage in eine Personengesellschaft ... 43
3.2.3.1 Besteuerung von Einkünften aus der Anlage in eine Personengesellschaft nach deutschem Steuerrecht ... 43
3.2.3.2 Besteuerung von Einkünften aus der Anlage in eine Personengesellschaft in internationalen Steuersystemen ... 44
3.2.3.3 Grenzüberschreitende Besteuerung von Einkünften aus Personengesellschaften ... 45
3.2.4 Mezzaninkapitalanlage ... 47
3.2.4.1 Begriffsdefinition ... 47
3.2.4.2 Besteuerung von Einkünften aus Mezzaninkapital nach deutschem Steuerrecht ... 49
3.2.4.3 Besteuerung von Einkünften aus Mezzaninkapital in internationalen Steuersystemen ... 51
3.2.4.4 Grenzüberschreitende Besteuerung von Einkünften aus Mezzaninkapital ... 51

4 Steuerökonomische Analyse ... 52

4.1 Fremdkapitalanlage ... 52
4.1.1 Vorgehensweise und Definitionen ... 52
4.1.2 Exkurs: Der optimale Steuerbilanzgewinnpfad ... 57
4.1.3 Steueroptimale Fremdkapitalanlage ohne Berücksichtigung internationaler Besteuerungstatbestände ... 61
4.1.3.1 Analyse bei konstantem Steuersatz ... 61
4.1.3.2 Analyse bei progressivem Steuersatz ... 66
4.1.3.2.1 Die optimale Ausnutzung des Grundfreibetrages ... 66
4.1.3.2.2 Die optimale Stufenzinsanleihe im Progressionsbereich des fiktiven Steuertarifs für n = 2 ... 68
4.1.3.2.2.1 Analytische Herleitung ... 68
4.1.3.2.2.2 Quantifizierung der Abweichungen aus den getroffenen Vereinfachungen ... 74
4.1.3.2.2.3 Sensitivitätsanalyse ... 77
4.1.3.2.3 Die optimale Stufenzinsanleihe im Progressionsbereich des fiktiven Steuertarifs für n > 2 ... 83
4.1.3.2.3.1 Herleitung mittels Veranlagungssimulation ... 83
4.1.3.2.3.2 Sensitivitätsanalyse ... 86
4.1.3.2.4 Die optimale Stufenzinsanleihe im Proportionalbereich des fiktiven Steuertarifs für n = 2 ... 88
4.1.3.2.4.1 Analytische Herleitung ... 88
4.1.3.2.4.2 Fehleranalyse ... 93
4.1.3.2.5 Die optimale Stufenzinsanleihe im Proportionalbereich des fiktiven Steuertarifs für n > 2 ... 95
4.1.3.3 Das Optimum unter Berücksichtigung weiterer Einkünfte ... 98

4.1.3.4 Kritische Würdigung der Vorsteueräquivalenzprämisse ... 101
4.1.3.5 Zwischenfazit zur steueroptimalen Fremdkapitalanlage (ohne Berücksichtigung internationaler Besteuerungstatbestände) ... 104
4.1.4 Steueroptimale Fremdkapitalanlage mit Berücksichtigung internationaler Besteuerungstatbestände ... 109
4.1.4.1 Vorüberlegungen zur internationalen Fremdkapitalanlage ... 109
4.1.4.2 Einfluss der Tarifparameter auf das Optimum ... 110
4.1.4.2.1 Zu versteuernde Einkommen bis zum Grundfreibetrag ... 110
4.1.4.2.2 Zu versteuernde Einkommen im Progressionsbereich des fiktiven Steuertarifs ... 111
4.1.4.2.3 Zu versteuernde Einkommen im Proportionalbereich des fiktiven Steuertarifs ... 114
4.1.4.2.4 Zusammenfassend zum Einfluss der Tarifparameter ... 114
4.1.4.3 Anwendung auf bestimmte internationale Steuertarife ... 115
4.1.4.3.1 Proportionaler Steuertarif (Flat-Tax) ... 115
4.1.4.3.2 Linear-Progressiver Steuertarif ... 116
4.1.4.3.3 Stufenweise-Progressiver Steuertarif (Stufentarif) ... 116
4.1.4.4 Optimierung aus Sicht des deutschen Outbound-Investors ... 122
4.1.4.4.1 Anrechnungs- und Freistellungsverfahren bei der Besteuerung von Zinseinkünften ... 122
4.1.4.4.2 Berücksichtigung des zeitlichen Abstands von Quellenbesteuerung und Veranlagung ... 125
4.1.4.5 Die Besteuerung von Zinserträgen in Fremdwährungen ... 128
4.2 Eigenkapitalanlage in eine Kapitalgesellschaft ... 129
4.2.1 Vorüberlegungen und Definitionen ... 129
4.2.2 Nachteil aus der Abweichung vom optimalen Einkünftepfad ... 131
4.2.2.1 Analyse bei konstantem Steuersatz ... 131
4.2.2.1.1 Analyse mit gleich verteilten Eintrittswahrscheinlichkeiten möglicher Einkünftepfade ... 131
4.2.2.1.1.1 Zweiperiodiger Anlagezeitraum ... 131
4.2.2.1.1.2 Mehrperiodiger Anlagezeitraum ... 136
4.2.2.1.2 Analyse mit ungleich verteilten Eintrittswahrscheinlichkeiten möglicher Einkünftepfade ... 141
4.2.2.1.2.1 Zweiperiodiger Anlagezeitraum ... 141
4.2.2.1.2.2 Mehrperiodiger Anlagezeitraum ... 146
4.2.2.1.3 Zusammenfassung der Ergebnisse bei konstantem Steuersatz ... 149
4.2.2.2 Analyse bei progressivem Steuersatz ... 150
4.2.2.2.1 Analyse mit gleich verteilten Eintrittswahrscheinlichkeiten möglicher Einkünftepfade ... 151
4.2.2.2.1.1 Zweiperiodiger Anlagezeitraum ... 151
4.2.2.2.1.2 Mehrperiodiger Anlagezeitraum ... 157
4.2.2.2.2 Analyse mit ungleich verteilten Eintrittswahrscheinlichkeiten möglicher Einkünftepfade ... 159
4.2.2.2.2.1 Zweiperiodiger Anlagezeitraum ... 160

4.2.2.2.2.2 Mehrperiodiger Anlagezeitraum ... 162
4.2.2.2.3 Zusammenfassung der Ergebnisse bei progressivem Steuersatz ... 164
4.2.2.3 Diskussion der getroffenen Annahmen und vorgenommenen Vereinfachungen ... 166
4.2.3 Vor- bzw. Nachteil aufgrund des Dividendenbesteuerungs-systems ... 168
4.2.3.1 Einfluss der Besteuerung auf Unternehmensebene ... 168
4.2.3.2 Ableitung eines Ermäßigungsfaktors aus den Dividendenbesteuerungssystemen ... 170
4.2.3.3 Quantifizierung des Vor- bzw. Nachteils aus dem Dividendenbesteuerungssystem ... 173
4.2.3.3.1 Analyse bei konstantem Steuersatz ... 173
4.2.3.3.2 Analyse bei progressivem Steuersatz ... 174
4.2.4 Zusammenfassung der Vor- und Nachteile ... 175
4.2.4.1 Analyse bei konstantem Steuersatz ... 175
4.2.4.2 Analyse bei progressivem Steuersatz ... 179
4.2.5 Berücksichtigung der Unsicherheit zukünftiger Zahlungsströme über die Unsicherheit des Dividendenpfades hinaus ... 182
4.2.5.1 Grundsätzliche Überlegung ... 182
4.2.5.2 Auswirkungen auf die Ergebnisse zum Nachteil aus dem Dividendenpfad ... 184
4.2.5.3 Auswirkungen auf die Ergebnisse zum Vor- bzw. Nachteil aus dem Dividendenbesteuerungssystem ... 186
4.2.5.4 Auswirkungen auf den zusammengefassten Vor- bzw. Nachteil ... 186
4.2.5.4.1 Analyse bei konstantem Steuersatz ... 187
4.2.5.4.2 Analyse bei progressivem Steuersatz ... 188
4.2.5.5 Das Problem der Bestimmung der Sicherheitsäquivalente ... 190
4.2.6 Fazit zur steueroptimalen Eigenkapitalanlage in eine Kapitalgesellschaft ... 191
4.3 Eigenkapitalanlage in eine Personengesellschaft ... 195
4.3.1 Vorüberlegungen und Definitionen ... 195
4.3.2 Vorteil bzw. Nachteil aus der Abweichung vom Einkünftepfad der optimalen Fremdkapitalanlage ... 196
4.3.2.1 Analyse bei konstantem Steuersatz ... 196
4.3.2.1.1 Zweiperiodiger Anlagezeitraum ... 196
4.3.2.1.2 Mehrperiodiger Anlagezeitraum ... 201
4.3.2.1.2.1 Analyse mit konstanter Effektivverzinsung ... 202
4.3.2.1.2.2 Analyse mit variabler Effektivverzinsung ... 208
4.3.2.2 Analyse bei progressivem Steuersatz ... 214
4.3.2.2.1 Berücksichtigung von Verlusten im progressiven Steuertarif ... 214
4.3.2.2.2 Zweiperiodiger Anlagezeitraum ... 217
4.3.2.2.3 Mehrperiodiger Anlagezeitraum ... 222

4.3.3 Vorteil aus einem ermäßigten Steuersatz bei grenzüberschreitender Kapitalanlage 226
4.3.4 Vergleich mit der Eigenkapitalanlage in die Kapitalgesellschaft 231
4.4 Mezzaninkapitalanlage 233
5 Fazit 237
Literaturverzeichnis 248
Anhang 253

Abkürzungsverzeichnis

AfA	Absetzung für Abnutzung (Abschreibung)
AktG	Aktiengesetz
AO	Abgabenordnung
AStG	Außensteuergesetz
BFH	Bundesfinanzhof
BFuP	Betriebswirtschaftliche Forschung und Praxis
BMF	Bundesministerium der Finanzen
CAPM	Capital Asset Pricing Model
DBA	Doppelbesteuerungsabkommen
DStR	Deutsches Steuerrecht (Zeitschrift)
EDV	elektronische Datenverarbeitung
EStDV	Einkommensteuerdurchführungsverordnung
EStG	Einkommensteuergesetz
EStR	Einkommensteuerrichtlinie
EuGH	Europäischer Gerichtshof
FR	Finanzrundschau (Zeutschrift)
GE	Geldeinheit(en)
IDW	Institut der Wirtschaftsprüfer in Deutschland
IStR	Internationales Steuerrecht (Zeitschrift)
KESt	Kapitalertragsteuer
MA	Musterabkommen
OECD	Organisation for Economic Co-operation and Development (Organisation für wirtschaftliche Zusammenarbeit und Entwicklung)
OFD	Oberfinanzdirektion
Rn	Randnotiz

St&Stu	Steuer und Studium (Zeitschrift)
StuW	Steuer und Wirtschaft (Zeitschrift)
TGE	Tausend Geldeinheiten
VZ	Veranlagungszeitraum
WiStu	Wirtschaftswissenschaftliches Studium (Zeitschrift)
WPg	Die Wirtschaftsprüfung (Zeitschrift)
ZfB	Zeitschrift für Betriebswirtschaft
ZfbF	Schmalenbachs Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung

Formelverzeichnis

α	Ermäßigungsfaktor auf Dividendeneinkünfte
β	Konfidenzniveau
γ	Gewichtungsfaktor für die Wahrscheinlichkeit, tendenziell nivellierte Dividendenpfade zu realisieren
δ	Ermäßigungsfaktor auf Zinseinkünfte
ε_t	Sicherheitsfaktor im Zeitpunkt t
φ	Anrechnungsquote der geleisteten Körperschaftsteuer
$\tilde{r}_t$	mit bestimmten Eintrittswahrscheinlichkeiten gewichtete Eigenkapitalrendite im Zeitpunkt t
ΔEV	Endvermögensvorteil bzw. -nachteil
ΔEV^{max}	maximaler Endvermögensverlust
ΔKW	Kapitalwertvorteil des Zero-Bond
AHB	Anrechnungshöchstbetrag
A_{KSt}	Körperschaftsteuerbelastung
A_{St}	Steuerlast
AV	Anfangsvermögen
BG_t	Bemessungsgrundlage im Zeitpunkt t
BW_{St}	Barwert der Steuerzahlungen
CF_t	Cash-Flow (Einzahlung oder Auszahlung auf Grund des Investitionsprojektes) im Zeitpunkt t
E	konstantes Einkünfteniveau über alle Perioden
$E(\Delta EV(r_1))$	Erwartungswert des Endvermögensvorteils bzw. -nachteils in Abhängigkeit vom Nominalzinssatz (der Eigenkapitalrendite) im Zeitpunkt t

$E(n)_{app}$	approximierter Erwartungswert in Abhängigkeit von der Anlagedauer
E_i	im i-ten Jahr ausgewiesenen Einkommen
EV	Endvermögen
EV^{max}	maximales Endvermögen
EV_{St}	Endvermögen nach Steuern
f, i, j	Laufindizes
GF	Grundfreibetrag
GF^E	modifizierter Grundfreibetrag bei Vorliegen weiterer Einkünfte
G_t	Gewinn im Zeitpunkt *t*
KI	Konfidenzintervall
KW	Kapitalwert
KW_{St}	Kapitalwert nach Steuern
KW_{St}^{FG}	Nachsteuerkapitalwert der Festgeldanlage
KW_{St}^{ZB}	Nachsteuerkapitalwert des Zero-Bond
L	Lagrange-Variable
m	Mittelwert
n	Laufzeit
OG	obere Progressionsgrenze
OG^E	modifizierte obere Progressionsgrenze bei Vorliegen weiterer Einkünfte
p	Wahrscheinlichkeit
q_t	Abzinsungsfaktor ($q_t = 1 + r_t$) im Zeitpunkt t
r	Kalkulationszinssatz / Effektivverzinsung
r^{Em}	Kalkulationszinssatz des Emittenten
r_s	Kalkulationszinssatz nach Steuern

r_t	Nominalzinssatz (der Stufenzinsanleihe) im Zeitpunkt *t* / Eigenkapitalrendite im Zeitpunkt *t*
r_t^{rs}	Eigenkapitalrendite des risikoscheuen Investors im Zeitpunkt *t*
s	(Teil)- Steuersatz
s'_{0i}	auf t = 0 diskontierte Grenzsteuerbelastung
s'_t	Grenzsteuersatz im Zeitpunkt *t*
SÄ	Sicherheitsäquivalent
s^D	Steuersatz auf Dividendeneinkünfte
SG_i	Grenze der i-ten Stufe eines stufenweise progressiven Steuertarifs
s_i	Steuersatz auf zu versteuernde Einkommen über der Stufen *i*
s_{KSt}	Körperschaftsteuersatz
s^{max}	Spitzensteuersatz
s^{min}	Eingangssteuersatz
s_t	zeitpunktspezifischer (Teil-) Steuersatz
s_{ZB}	durchschnittlicher Steuersatz auf die Kapitaleinkünfte aus einem Zero-Bond
t	Zeitpunkt
t'_{0i}	Grenzsteuersatz
x_i	Klassenuntergrenze
z	Risikozuschlag
zvE^A	Gesamtbetrag der ausländischen zu versteuernden Einkommen
zvE^{I+A}	Gesamtbetrag der inländischen und ausländischen zu versteuernden Einkommen
zvE_t	zu versteuerndes Einkommen im Zeitpunkt t

1 Einleitung

Wenige andere Worte erfreuen sich in der Praxisliteratur zur Kapitalanlage solcher Beliebtheit wie das Adjektiv „steueroptimal“. Beim genaueren Studium der Quellen[1] wird allerdings schnell deutlich, dass dabei nicht steueroptimale, sondern bestenfalls steuerreduzierende Gestaltungen gemeint sind. Auf die Herleitung bzw. Nennung einer tatsächlich optimalen Kapitalanlagestrategie in Abhängigkeit von bestimmten Faktoren, wie bspw. dem Steuersatz des Anlegers oder dem Anlageland, wird dabei allerdings verzichtet.

Die Ursache hierfür liegt in der Komplexität der Fragestellung. Ein Blick auf den Kapitalmarkt und die breite Palette von Anlagemöglichkeiten sorgt für Verwirrung und kaum ein Anlageberater ist in der Lage, den Anleger über das vollständige Spektrum der Möglichkeiten zu informieren. „Exotische“ Anlageprodukte wie Top-Down-Optionsscheine oder Turbo-/Short-Zertifikate, um nur zwei von vielen zu nennen, sorgen darüber hinaus für zusätzliche Irritation. Wenn man nicht alle Anlageformen kennt, kann man dem jeweiligen Anleger auch keine in steuerlicher Hinsicht optimale Anlageform empfehlen. Unter den unbekannten Anlageformen könnte es schließlich immer noch eine geben, die besser ist. Die Benennung eines Optimums erscheint daher schwierig, wenn nicht unmöglich.

Es wird allerdings deutlich, dass der Kapitalmarkt zwar in de facto unendlich viele Anlageformen segmentiert ist, diese sich aber in eine überschaubare Anzahl von steuerökonomischen Kategorien einordnen lassen. Aktienanleihen stellen bspw. eine Abwandlung der klassischen Anleihe dar, wobei der Emittent bei Fälligkeit entweder den Nominalbetrag oder eine bestimmte Anzahl an Aktien dem Anleger zurückzahlen kann. Während der Laufzeit fallen Zinszahlungen an, am Ende ggf. ein Veräußerungsverlust. Dementsprechend kann man Aktienanleihen aufteilen und jeweils auf die Optimalitätsüberlegungen der steuerlichen Kategorie der Zinseinkünfte einerseits und der Veräußerungsgewinne und -verluste andererseits zurückführen.

Analog kann man mit dem o.g.. Turbo-/Short-Zertifikat verfahren. Dabei handelt es sich im Grunde genommen um die klassische Kauf- oder Verkaufsoption, bei der allerdings bei Erreichen bestimmter Werte des Basisobjekts die Option verfällt. Damit steigt die Volatilität dieses Produkts. Steuerrechtlich ergibt sich kein Unterschied zur klassischen Verkaufsoption und sie ist damit je nach Ausgestaltung und

[1] Vgl. bspw. Rosarius, Martin, Leibner (2004).

unterschiedlichen nationalen Steuersystemen entweder den Kapitalerträgen oder den Veräußerungsgewinnen bzw. -verlusten zuzuordnen.

Annahmegemäß lassen sich die am Markt angebotenen Anlageprodukte in bestimmten Kategorien zusammenfassen, die denselben Prinzipien der Besteuerung unterliegen. Wenn man nun für jede dieser Kategorien die optimale steuerliche Gestaltung abstrakt ermittelt und anschließend die Optima miteinander vergleicht, lässt sich eine belastbare Aussage über die steueroptimale Kapitalanlage treffen. Diese ist dann, da sich die am Markt befindlichen Anlageprodukte in die vorgenommene Kategorisierung einordnen lassen, mit kleineren und größeren Abwandlungen auf die jeweiligen Produkte übertragbar.

Eine Kapitalanlageentscheidung lediglich nach steuerökonomischen Gesichtspunkten zu treffen, ist wahrscheinlich nicht optimal. Risiko, Rendite und die sog. „weichen" Faktoren – wie das Vertrauen in den Berater oder den Emittenten – müssen zusätzlich berücksichtigt werden. Wenn man allerdings den internationalen Kapitalmarkt als näherungsweise vollkommenen Markt betrachtet und damit Arbitragefreiheit unterstellt, kann man annehmen, dass alle Anlagemöglichkeiten als Kombination aus Risiko und Rendite für den Anleger gleichwertig sind und lediglich die international verschiedenen und sich oft ändernden Steuersysteme sowie die individuellen Steuersätze für unterschiedliche Anleger für eine Wertigkeitsrangreihenfolge der Kapitalanlagemöglichkeiten sorgen.

Schenk und Brusch[2] stellen fest: *„Kapital geht zum besten Wirt. Bei gleichen oder sehr ähnlichen Marktbedingungen können die steuerlichen Rahmenbedingungen zur entscheidenden Größe werden."*

Nach einigen Vorüberlegungen zu Methode und Modell der Analyse sowie der Kategorisierung von Kapitaleinkünften im zweiten Kapitel dieser Arbeit soll im dritten Kapitel zunächst der steuerrechtliche Rahmen der nationalen und internationalen Besteuerung von Kapitaleinkünften dargestellt werden. Im vierten Kapitel – dem Hauptteil der Arbeit – wird ein Optimum der Kapitalanlagestrategie in Abhängigkeit von den Haupteinflussfaktoren pro Anlagekategorie ermittelt und diese anschließend miteinander verglichen. Die Gliederung des vierten Kapitels folgt der in Kapitel 2 vorgenommenen Kategorisierung von Kapitaleinkünften.

---

[2] Vgl. Schenk, Brusch (2005), S. 1255.

2 Vorüberlegungen

2.1 Einflussfaktoren auf die Kapitalanlageentscheidung

Die Kapitalanlageentscheidung des privaten Anlegers wird durch zahlreiche Faktoren beeinflusst. Zum einen sind es gut oder hinreichend gut quantifizierbare Größen wie Rendite, Risiko, Liquiditätsbedarf und Steuern. Zum anderen können auch die so genannten „weichen“ Faktoren eine Rolle spielen. Zu ihnen zählen u.a. subjektive Präferenzen des Anlegers für eine Anlagekategorie(z.B. die Festgeldanlage) oder ein Anlageland (z.B. die Schweiz) das Vertrauen des Anlegers in den Anlageberater oder den Emittenten und auch die subjektiven Erwartungen des Anlegers hinsichtlich der zukünftigen Entwicklung von Kapitalmärkten. In dieser Arbeit werden die „weichen“ Faktoren jedoch nicht betrachtet, da sie individuell und nur schwer intersubjektiv nachprüfbar sind.

Ebenso wird die Frage nach dem Liquiditätsbedarf des Anlegers nicht betrachtet, da es sich hierbei um eine zwar quantifizierbare, aber stark subjektive Größe handelt. Es wird dabei angenommen, dass der Anleger immer liquide ist und keine nicht optimalen Anlageformen wählt, um seinen Liquiditätsbedarf in einem bestimmten Zeitpunkt t zu decken.

Damit bleiben für diese Arbeit als entscheidende Einflussfaktoren auf die Kapitalanlage Rendite, Risiko und Steuern. Folgende Überlegung verdeutlicht den Einfluss der drei Faktoren auf die Kapitalanlage:

Der ökonomische Nutzen einer Kapitalanlage resultiert aus der Rendite und dem Risiko der gewählten Investition. Dabei sinkt der Nutzen mit sinkender Rendite und mit steigendem Risiko, letzteres annahmegemäß bei einem risikoscheuen Investor.[3] Der Kapitalanleger strebt demnach entweder bei gegebenem Risiko nach einer möglichst hohen Rendite oder bei gegebener Rendite nach einem möglichst geringen Risiko.

Auf den Wert der Kapitalanlage haben Steuern unter folgenden Gesichtspunkten Einfluss: Zum einen werden Steuern auf Kapitalerträge erhoben und reduzieren damit die Rendite der Anlage im Vergleich zur Anlage vor Steuern. Zum anderen beeinflussen Steuern das Risiko einer Investition, indem Gewinne und Verluste oft

[3] Vgl. Kruschwitz (2007), S. 325.

ungleich besteuert bzw. Gewinn- und Verlustminderungen durch die Wirtschaftssubjekte ungleich bewertet werden.

Folgt man der Arbitragetheorie[4], dann ist der Nutzen einer Kapitalanlage für alle Anlageformen gleich groß. Höheres Risiko wird durch höhere Rendite und umgekehrt ausgeglichen.[5] Ein Anleger bewertet alle ihm zur Verfügung stehenden Anlageformen gleich. Würde diese Annahme für den perfekten Finanzmarkt nicht zutreffen, gäbe es Arbitragemöglichkeiten, die so lange ausgenutzt würden, bis sich die Unterschiede über Preisänderungen der Anlageformen ausgeglichen hätten.

Wenn man diese Annahme überhaupt für internationale Finanzmärkte treffen kann, dann m.E. nur für Vorsteuerrenditen und -risiken. Durch kontinuierliche Gesetzesänderungen sind Steuersysteme zu unberechenbar und durch progressive Einkommensteuersätze hinsichtlich des Steuersubjekts zu individuell, um eine Nach-Steuer-Arbitragefreiheit in einem perfekten Kapitalmarkt anzunehmen.

Für die folgende Arbeit werden als Einflussfaktoren auf die steueroptimale Kapitalanlage die Rendite und das Risiko sowie das Steuersystem in Bezug auf den Anleger betrachtet, wobei von einer Vorsteueräquivalenz aller möglichen Kapitalanlagen ausgegangen wird.

2.2 Kategorisierung von Kapitaleinkünften

Der internationale Kapitalmarkt verfügt über nahezu unendlich viele Kapitalanlagemöglichkeiten und -produkte. Um analytisch ein Optimum ermitteln zu können, ist eine Kategorisierung unumgänglich.

Eine Orientierung an rein steuerrechtlichen Kategorisierungen – wie bspw. § 20 EStG – ist aus zwei Gründen für steuerökonomische Fragestellungen nicht zielführend: Zum einen ist sie zu detailliert und ausgelegt auf steuerrechtliche Angrenzungsfragen. Zum anderen sind steuerrechtliche Kategorisierungen von Kapitaleinkünften international verschieden.

International annähernd gleich sind dagegen die grundsätzlichen Besteuerungssystematiken bestimmter übergeordneter Kategorien von Kapitaleinkünften, wie bspw.

---

[4] Vgl. bspw. Spremann (1996), S. 562.

[5] … was den risikoscheuen Anleger voraussetzt. Diese Annahme wird aber von der Literatur überwiegend vertreten, siehe dazu bspw. Kruschwitz (2007), S. 398.

Dividenden, Zinsen oder Veräußerungsgewinne und -verluste. Diese Kategorien werden oft auch als Einkünfteboxen[6] bezeichnet.

Betrachtet man bspw. die Einkunftsbox der Dividendeneinkünfte, so werden Erträge aus Anteilen an einer Kapitalgesellschaft zum einen mit Unternehmenssteuern und zum anderen mit Einkommensteuer belastet. Je nach Dividendenbesteuerungssystem wird diese Doppelbesteuerung nun ganz, teilweise oder gar nicht vermieden. Auf alle Fälle ist die Menge der existierenden Dividendenbesteuerungssysteme überschaubar und damit analytisch greifbar. Die Einkunftsboxen stellen die erste Dimension der dieser Arbeit zu Grunde liegenden Kategorisierung dar, wobei unterteilt wird in Zinseinkünfte, Dividendeneinkünfte, gewerbliche und sonstige Einkünfte.

Die zweite Dimension ergibt sich aus dem Zuflussprinzip, dem die Besteuerung des privaten Kapitalanlegers folgt. Im Zusammenspiel von Zinseffekt aus aufgeschobener und Progressionseffekt aus kumulierter Steuerlast gibt es einen Gestaltungsspielraum des Steuerpflichtigen, der aus seinem Einfluss auf die Verteilung der Einkünfte, also auf den Einkünftepfad, resultiert. So hat der Anleger im Fremdkapital durchaus die Möglichkeit, auf den Zinspfad Einfluss zu nehmen und ggf. eine endfällige Verzinsung (Zero-Bond) oder eine steigende bzw. anderweitig variierende Verzinsung (Stufenzinsanleihe) zu vereinbaren. Der Anleger im Eigenkapital hat dagegen nicht die Möglichkeit, die Einkünfte in dem Maße zu planen.[7] Er kann daher auch keinen steuerlichen Vorteil aus dem Einhalten eines optimalen Einkünftepfades einplanen.

Entsprechend dieser zwei Dimensionen liegt der Arbeit folgende Kategorisierung der Möglichkeiten der Kapitalanlage zu Grunde:

[6] So bspw. im niederländischen Steuersystem, vgl. Müssener (2002), S. 536.

[7] Dabei wird von einem privaten Kapitalanleger als Minderheitsanteilseigner ausgegangenen, der keinerlei Einfluss auf die Geschäfts- bzw. die Bilanzpolitik des Unternehmens hat.

Tabelle 2.2-1) Kategorisierung von Kapitalanlagemöglichkeiten

Einkünftepfad / Einkunftsbox	... durch den Anleger beeinflussbar	... durch den Anleger nicht beeinflussbar
Zinseinkünfte	Fremdkapitalanlage	Mezzaninkapitalanlage
Dividendeneinkünfte		Eigenkapitalanlage in die Kapitalgesellschaft
gewerbliche Einkünfte		Eigenkapitalanlage in die Personengesellschaft
sonstige Einkünfte	Veräußerungsgewinne und -verluste	Erträge aus derivativen Finanzinstrumenten
	Erträge aus derivativen Finanzinstrumenten	

Damit folgt die Arbeit sechs übergeordneten Kapitalanlagekategorien – der Fremdkapitalanlage, der Mezzaninkapitalanlage, der Eigenkapitalanlage unterteilt in Kapital- und Personengesellschaft, der Erzielung von Veräußerungsgewinnen oder -verlusten und von Erträgen aus derivativen Finanzinstrumenten.

Die freien Zellen in Tabelle 2.2-1 verdeutlichen dabei, dass der private Anleger keinen Einfluss auf den Einkünftepfad im Rahmen der Eigenkapitalanlage hat.

Die folgende Analyse wird zeigen, dass bereits die Betrachtung der Zinseinkünfte, der Dividendeneinkünfte und der gewerblichen Einkünfte zahlreiche Fragestellungen und eine hohe Modellkomplexität nach sich zieht. Diese Arbeit soll sich daher auf diese drei genannten Anlagekategorien beschränken. Die sonstigen Einkünfte werden nicht in der Analyse betrachtet. Damit wird insbesondere die Annahme unterstellt, dass dem Anleger der Anlagebetrag am Ende der Laufzeit neben den Kapitaleinkünften in der ursprünglich investierten Höhe wieder ausgezahlt wird. Er realisiert keine Veräußerungsgewinne oder -verluste.

2.3 Analysemethode

2.3.1 Statische und dynamische Methoden der Investitionsrechnung

Die Arbeit geht davon aus, dass vor Steuern alle Kapitalanlagemöglichkeiten für den Anleger gleichwertig sind. Die Anlageform, die den Nutzen des Anlegers nach Steuern maximiert, stellt dann die steueroptimale Kapitalanlage dar. Um den Wert einer Kapitalanlage zu bestimmen, wird das Instrumentarium der Investitionsrechnungstheorie verwendet.

Dabei lassen sich die vorhandenen Methoden in statische und dynamische unterteilen. Kruschwitz[8] bspw. nennt als statische Methoden der Investitionsrechnung die Gewinnvergleichsrechnung, die Kostenvergleichsrechnung, die Renditevergleichsrechnung und die Amortisationsrechnung, kommt aber zu dem Fazit, dass statische Verfahren „*gravierende Mängel*“[9] aufweisen. Dazu zählt, dass die zeitliche Struktur von Ein- und Auszahlungen unberücksichtigt bleibt und dass es sich bei Investitionsobjekten nicht immer um Alternativen handelt. Die Wiederanlagealternative bei geringerem Anfangsinvestitionsbedarf wird durch statische Methoden nicht berücksichtigt.[10] Da es sich bei Kapitalanlagemöglichkeiten vermutlich in der Regel um Anlagedauern von mehr als einem Jahr mit unterschiedlichen Ein- und Auszahlungen handelt und im Hinblick auf die Zielstellung der Arbeit gerade die Vergleichbarkeit mit der Handlungsalternative wichtig ist, werden statische Methoden hier nicht verwendet.

Bei den klassischen dynamischen Methoden stehen üblicherweise[11] die Kapitalwertmethode, die Annuitätenmethode und die Methode der internen Zinssätze zur Verfügung.

„Der Kapitalwert ... einer Investition ist die Summe aller mit dem Kalkulationszinssatz auf den Zeitpunkt t = 0 diskontierten Investitionszahlungen“[12]

---

[8] Vgl. Kruschwitz (2005), S. 31.
[9] Vgl. ebenda, S. 43.
[10] Zu diesem Fazit zu den statischen Methoden der Investitionsrechnung kommen auch Perridon und Steiner [Vgl. Perridon, Steiner (2004), S. 57ff.]
[11] Vgl. z.B. Kruschwitz (2005), S. 44.
[12] Vgl. ebenda, S. 68.

Gleichung 2.3-1) $KW = \sum_{t=0}^{n} \frac{CF_t}{(1+r)^t}$

KW	Kapitalwert
CF	Cash-Flow (Einzahlung oder Auszahlung auf Grund des Investitionsprojektes)
r	Kalkulationszinssatz
n	Laufzeit
t	Zeitpunkt

Der Kalkulationszinssatz kann dabei auch periodenabhängig betrachtet werden. Die Kapitalwertmethode berücksichtigt sowohl die Höhe als auch die zeitliche Struktur der Ein- und Auszahlungen. Am perfekten Kapitalmarkt ist der Kapitalwert der Finanzanlage gleich Null.

Der Barwert einer Investition entspricht dem Kapitalwert ohne Berücksichtigung der Anfangsinvestition. Endwert und Endvermögen einer Investition korrespondieren mit den Konzepten von Kapital- und Barwert. Allerdings werden bei diesen Methoden die Cashflows der einzelnen Perioden auf den letzten betrachteten Zeitpunkt aufgezinst. Bei der hier betrachteten Kapitalanlage steht die Anlagedauer und damit der letzte betrachtete Zeitpunkt fest. Das in der Investitionsrechnung oft diskutierte Problem der Festlegung des Zeitpunktes, auf den aufgezinst wird, stellt sich demnach im Rahmen dieser Arbeit nicht. Das Endvermögen lässt sich schreiben als:

Gleichung 2.3-2) $EV = AV + \sum_{t=1}^{n} CF_t \cdot (1+r)^{n-t}$

EV	Endvermögen

Der Endwert ist das Endvermögen der Investition abzüglich des Endvermögens der Alternativinvestition und korrespondiert damit mit dem Kapitalwertkonzept.

Kapitalwert, Barwert, Endvermögen und Endwert führen bei gegebener Anfangsinvestition zur gleichen Rangreihenfolge der Investitionsalternativen. Kapitalwert und Barwert unterscheiden sich von Endwert und Endvermögen nur dadurch, dass auf den ersten und nicht auf den letzten betrachten Zeitpunkt ab- bzw. aufgezinst wird.

Da das Endvermögen im Gegensatz zum Barwert direkt aus einem vollständigen Finanzplan abgelesen werden kann, ergeben sich Vorteile bei der Analyse anhand elektronischer Datenverarbeitung. Deshalb wird im Rahmen dieser Arbeit überwiegen anhand des Endvermögens argumentiert.

Aus dem Endvermögen leitet sich über die Beziehung:

Gleichung 2.3-3) $$r = \sqrt[n]{\frac{EV}{AV}} - 1$$

… die Effektivverzinsung ab. Da dafür das Endvermögen ermittelt werden muss, wird hier als Vergleichskriterium gleich auf das Endvermögen bzw. den Kapitalwert abgestellt.

Der interne Zinsfuß lässt sich als der Zinssatz interpretieren, bei der der Kapitalwert einer Investition gleich Null ist.[13] Dabei ist *„die Rendite [gemeint ist der interne Zinsfuß; Anm. d. Autors] ... der am weitesten verbreitete Maßstab für die Vorteilhaftigkeit eines sicheren Zahlungsstroms“*.[14] Die Methode des internen Zinsfußes ist allerdings nur eingeschränkt verwendbar, wie folgendes Beispiel zeigt.

Tabelle 2.3-1) Beispiel zur Methode des internen Zinssatzes

	Zeitpunkt		
Projekt	0	1	2
A	-130,00	90,00	90,00
B	-75,00	55,00	55,00

Projekt A und B sind jeweils Annuitätendarlehen. Der interne Zinsfuß des Projekts A beträgt 24,73%, der von Projekt B 29,83%. Offensichtlich ist Projekt B von Vorteil. Wenn man allerdings den Kapitalwert (Kalkulationszinssatz = 6%) von A mit 35,01 und den von B mit 25,84 vergleicht, sieht man, dass eigentlich Investition A vorteilhaft ist. Die Methode des internen Zinsfußes ist nur dann mit ausreichender Wahrscheinlichkeit verlässlich anzuwenden, wenn:

1) die Investitionsauszahlungen annähernd gleich groß sind,
2) die zukünftigen Einzahlungen ebenfalls gleich groß sind und
3) die Laufzeiten in etwa übereinstimmen.[15]

Im Rahmen dieser Arbeit wird daher die Methode des internen Zinssatzes nicht angewendet. Kruschwitz[16] konstatiert: *„Der Kapitalwert führt uns in die richtige Richtung, der interne Zinssatz leitet uns bei Wahlentscheidungen in die Irre.“*

[13] Vgl. Frühwirth (1997), S. 43.
[14] Vgl. Biermann (1999), S. 31.
[15] Vgl. Kruschwitz (2004), S. 115.

Die Annuitätenmethode basiert auf der Kapitalwertmethode und ermittelt den Wert einer gleich bleibenden jährlichen Entnahme inklusive Zins und Tilgung, die auf Grund des Investitionsprojektes möglich ist. Da zur Berechnung der Annuität die Kenntnis des Kapitalwertes vorausgesetzt wird und dieser ebenso hier zielführend ist, wird gleich auf den Kapitalwert abgestellt.

2.3.2 Berücksichtigung der Unsicherheit zukünftiger Zahlungsströme

Um im Rahmen der Analyse dieser Arbeit sicherzustellen, dass vor Steuern alle dem Anleger zur Verfügung stehenden Kapitalanlagemöglichkeiten gleichwertig sind, muss im Modell berücksichtigt werden, dass je nach Anlageinstrument die zukünftigen Zahlungsströme mehr oder weniger sicher sind. So ist ein risikoscheuer Investor bspw. nur dann indifferent zwischen der Anlage ins Fremdkapital (Unsicherheit gleich Null) und ins Eigenkapital (Unsicherheit annahmegemäß größer als Null), wenn letztere ihm höhere Zuflüsse verspricht, welche die höhere Unsicherheit ausgleichen. Im Rahmen investitionstheoretischer Überlegungen existieren fünf Verfahren zur Berücksichtigung von Unsicherheit:[17]

- Verwendung risikoangepasster Daten (Kalkulationszinssätze oder Zahlungsströme)
- Sensitivitätsanalyse
- Risikoanalyse
- Entscheidungsbaumverfahren
- Optionspreistheoretische Modelle

Im Folgenden sollen diese Verfahren kurz vorgestellt und auf die Verwendbarkeit im Rahmen dieser Arbeit hin überprüft werden.

2.3.2.1 *Verwendung risikoangepasster Daten*

Im vorangegangenen Kapitel wurde der Kapitalwert als Vergleichkriterium im Rahmen dieser Arbeit definiert. Er ergibt sich mit[18]:

Gleichung 2.3-4) $$KW = \sum_{t=0}^{n} \frac{CF_t}{(1+r)^t}$$

---

[16] Vgl. ebenda, S. 109.
[17] Vgl. Götz (2006), S. 352 ff.
[18] Vgl. ebenda, S. 72.

Offensichtlich kann der Kapitalwert über die Korrektur der drei Variablen n, CF_t und r der ggf. existierenden Unsicherheit angepasst werden.

Die Laufzeit wird vor allem bei pauschalen Korrekturverfahren[19] angepasst. Auf die Vorstellung solcher Verfahren, die pauschale, nicht theoretisch fundierte Anpassungen der verwendeten Investitionsdaten vornehmen, soll hier verzichtet werden[20].

Im Folgenden soll die Anpassung des Kalkulationszinssatzes und der zukünftigen Zahlungsströme anhand theoretisch fundierter Modelle im Kontext der Fragestellung dieser Arbeit vorgestellt werden.

2.3.2.1.1 Verwendung eines risikoangepassten Kalkulationszinssatzes

Gleichung 2.3-1 zeigt, dass der Kapitalwert mit steigendem Kalkulationszins sinkt bzw. mit sinkendem Zins steigt. Damit kann je nach Risikoneigung des Investors Unsicherheit im Kapitalwert abgebildet werden, indem der Kalkulationszins erhöht (risikoscheuer Investor), verringert (risikofreudiger Investor) oder beibehalten (risikoneutraler Investor) wird. Abstrakt ergibt sich damit mit z als Risikozu- bzw. -abschlag die Gleichung zur Bestimmung des Kapitalwertes mit:

Gleichung 2.3-5) $$KW = \sum_{t=0}^{n} \frac{CF_t}{(1+r+z)^t}$$

Im einperiodigen Anlagezeitraum leitet bspw. Kruschwitz[21] diese Gleichung aus dem Capital Asset Pricing Model (CAPM)[22] von Sharpe, Lintner und Mossin ab. Die zukünftigen Ein- bzw. Auszahlungen in Gleichung 2.3-5 sind als Erwartungswerte zu interpretieren.

Im Mehrperiodenfall verneint Kruschwitz[23] eine uneingeschränkte Verwendbarkeit von Gleichung 2.3-5, da zum Einen das zu Grunde liegende CAPM in der theoretischen Herleitung auf einem Einperiodenmodell basiert und zum Anderen in Bezug auf den Risikozuschlag erhebliche Schätzprobleme für den Entscheidungsträger auftreten können. Es existieren zwar Annahmen und Modelle, mit denen das CAPM auf den Mehrperiodenfall übertragen werden kann[24], deren Berücksichtigung würde aber den Rahmen dieser Arbeit übersteigen und im Hinblick auf die Fragestellung

[19] Vgl. dazu bspw. Götz (2006), S. 352 f oder Blohm, Lüder, Schaefer (2005), S. 229 ff.
[20] Zur Kritik an diesen Verfahren vgl. Blohm, Lüder, Schaefer (2005), S. 231.
[21] Vgl. dazu bspw. Kruschwitz (2000), S. 5.
[22] Vgl. Sharpe (1964), Lintner (1965) und Mossin (1966).
[23] Vgl. Kruschwitz (2007), S. 409 f.
[24] Vgl. bspw. Fama (1977).

die Komplexität zu stark erhöhen. Gleichung 2.3-5 wird deshalb trotz der modelltheoretischen Schwäche[25] im Mehrperiodenfall verwendet, um die Ergebnisse dieser Arbeit im Hinblick auf unsichere zukünftige Zahlungsströme zu erweitern.

Die Schwierigkeit bei der Verwendung risikoangepasster Kalkulationszinssätze liegt in der Berücksichtigung des Steuersystems. Das in Literatur[26] und Praxis[27] vorherrschende Modell des Tax CAPM modifiziert den Risikozuschlag z anhand des deutschen Steuersystems mit einem pauschalen Einkommensteuersatz für alle Anleger. Analog zum CAPM ohne Berücksichtigung von Steuern ist auch das Tax CAPM nur unter sehr starken Restriktionen auf den Mehrperiodenfall übertragbar.[28]

Da der Fokus dieser Arbeit auf einem Anleger-spezifischen Einkommensteuersatz, abgebildet durch den fiktiven Einkommensteuertarif, liegt, kann vermutlich in der späteren Analyse nicht auf eine Modellierung mit Risikoanpassung des Kalkulationszinssatzes zurückgegriffen werden.

2.3.2.1.2 Verwendung risikoangepasster zukünftiger Zahlungsströme

Als Alternative zur eben beschriebenen Risikozuschlagsmethode kann auch die Risikoabschlagsmethode bzw. Sicherheitsäquivalentmethode angewandt werden. Dabei werden der Risikoneigung des Investors Rechnung tragende Äquivalente zu den unsicheren zukünftigen Zahlungsströmen mit einem sicheren Kalkulationszins diskontiert. Gleichung 2.3-1 ergibt sich entsprechend zu[29]:

Gleichung 2.3-6) $$KW = \sum_{t=0}^{n} \frac{SÄ_t}{(1+r)^t}$$

Das Sicherheitsäquivalent $SÄ$ wird dabei so gewählt, dass der Nutzen des Sicherheitsäquivalents dem Nutzen der Wahrscheinlichkeitsverteilung zukünftiger Ein- und Auszahlungen entspricht. *Inhaltlich lässt sich das Sicherheitsäquivalent als der*

[25] Neben den beiden erwähnten führt Kruschwitz [Kruschwitz (2000), S. 10 f.] noch weitere, durchaus berechtigte Einwände gegen das CAPM auf, die aber an dieser Stelle nicht weiter diskutiert werden sollen.
[26] Vgl. Brennan (1970) und Wiese (2004).
[27] Vgl. IDW S 1 (Standard zur Unternehmensbewertung des Instituts der Wirtschaftsprüfer in Deutschland) und Schmitt, Dausend (2006).
[28] Vgl. Wiese (2006).
[29] Vgl. Ballwieser (2004), S. 75; Dort wird der Barwert (Ertragswert) formelmäßig dargestellt. Hier beginnt die Summierung bei n = 0 und erfasst damit auch die Investitionsausgabe. Das Sicherheitsäquivalent im Zeitpunkt 0 ist gleich der Investitionsausgabe.

nutzenäquivalente Verkaufspreis einer Wahrscheinlichkeitsverteilung interpretieren.[30]

Die Risikoneigung des Anlegers wird durch die individuelle Nutzenfunktion definiert. Risikoscheue Anleger wählen Sicherheitsäquivalente, die kleiner, risikoneutrale Anleger Sicherheitsäquivalente, die gleich, und risikofreudige Anleger Sicherheitsäquivalente, die größer sind als der Erwartungswert der zukünftigen Zahlungen.

In der Literatur wird die Verwendung obiger Gleichung eher kritisch diskutiert. Ballwieser[31] weist bspw. auf das Problem der Aggregationsreihenfolge im Zeitablauf hin. Kürsten[32] zeigt, dass die Methode der Sicherheitsäquivalente im Grunde genommen lineare Risikonutzenfunktionen für alle Anleger, d.h. den risikoneutralen Anleger, unterstellt.

Im Rahmen dieser Arbeit müssen Sicherheitsäquivalente nicht genau ermittelt werden, da der Fokus auf der grundsätzlichen Auswirkung von Risikoüberlegungen auf die Wahl der Kapitalanlage liegt. Die Sicherheitsäquivalent- bzw. Risikoabschlagsmethode kann daher m.E. verwendet werden, zumal sie den rechentechnischen Vorteil gegenüber der Risikozuschlagsmethode in Bezug auf den Endvermögensvergleich besitzt.

2.3.2.2 Sensitivitätsanalyse

Eine Sensitivitätsanalyse beantwortet die Frage nach der Veränderung der Zielgröße bei Veränderung einer oder mehrerer, ggf. unsicherer Variablen. Bspw. kann die Frage beantwortet werden, inwieweit sich das Endvermögen einer Kapitalanlage verringert, wenn vom optimalen Pfad der Nominalzinsen abgewichen wird. Besondere Bedeutung gewinnt die Sensitivitätsanalyse bei der Bestimmung kritischer Werte für Variablen. So kann im beschriebenen Fall bspw. weiter gefragt werden, bis zu welcher Prozentpunktabweichung vom optimalen Nominalzinspfad ein Endvermögensnachteil von 1% des investierten Anfangsvermögens nicht überschritten wird und somit ggf. tolerierbar ist.

Götze konstatiert: „*Da Sensitivitätsanalysen zudem mit relativ geringem Aufwand durchgeführt werden können, erscheinen sie als Instrument der Investitionsrechnung unter Unsicherheit besonders wertvoll.*“ Kritisch merkt er an, dass Sensitivi-

[30] Vgl. Ballwieser (2004), S. 68.
[31] Vgl. ebenda, S. 71 ff.
[32] Vgl. Kürsten (2002), S. 137 ff.

tätsanalysen in der Regel nicht für alle denkbaren Variablen und auch nie vollständig, d.h. für alle denkbaren Ausprägungen aller Variablen, vorgenommen werden können.[33]

Gerade der letzte Punkt verdeutlicht, dass im Rahmen dieser Arbeit Sensitivitätsanalysen zwar eine unterstützende Funktion, aber keine grundlegende Bedeutung zur Modellbildung haben können. Lediglich, wenn der mathematisch noch zu bewältigende Rechenaufwand analytischer Modelle überschritten wird, muss zwangsläufig zu Lasten der allgemeinen Aussagekraft der Ergebnisse auf Sensitivitätsanalysen im Zusammenhang mit exemplarischen, vollständigen Finanzplänen zurückgegriffen werden.

2.3.2.3 Risikoanalyse

Im Rahmen der Risikoanalyse werden für bestimmte Variablen des Entscheidungsmodells Wahrscheinlichkeitsverteilungen ermittelt und anschließend anhand des Zusammenhangs zwischen Variable und Zielgröße Wahrscheinlichkeitsverteilungen für die Zielgröße bestimmt. Diese lassen dann Aussagen über Erwartungswerte, Konfidenzintervalle und andere statistische Merkmale der Zielgröße zu. Zusammenhänge zwischen Inputgrößen können mittels Korrelationskoeffizenten berücksichtigt werden.[34]

Folgende Überlegung verdeutlicht die Bedeutung risikoanalytischer Überlegungen im Rahmen dieser Arbeit. Annahmegemäß hat der Kapitalanleger keinen Einfluss auf die Dividendenzahlungen in jeder Periode, die ihm bei der Investition ins Eigenkapital einer Kapitalgesellschaft zufließen. Fest steht nur, dass der Vorsteuerkapitalwert gemäß der Vorsteueräquivalenzprämisse[35] gleich Null ist. Welcher der damit möglichen Dividendenpfade im Zeitablauf realisiert wird, ist vorab nicht bekannt. Das Endvermögen nach Steuern unterscheidet sich aber sowohl bei progressivem als auch bei konstantem Steuersatz je nach Dividendenpfad. Lässt sich für bestimmte Wahrscheinlichkeitsverteilungen von Dividendenpfaden die Wahrscheinlichkeitsverteilung des Endvermögens nach Steuern bestimmen, können Aussagen über den Erwartungswert des Endvermögens oder Konfidenzintervalle getroffen werden. Die Überlegung greift der Analyse in Kapitel 4.2.2 vor und verdeutlicht bereits, dass die

[33] Vgl. Götze (2006), S. 375.
[34] Vgl. Götze (2004), S. 376 ff.
[35] Siehe Kapitel 2.3.1.

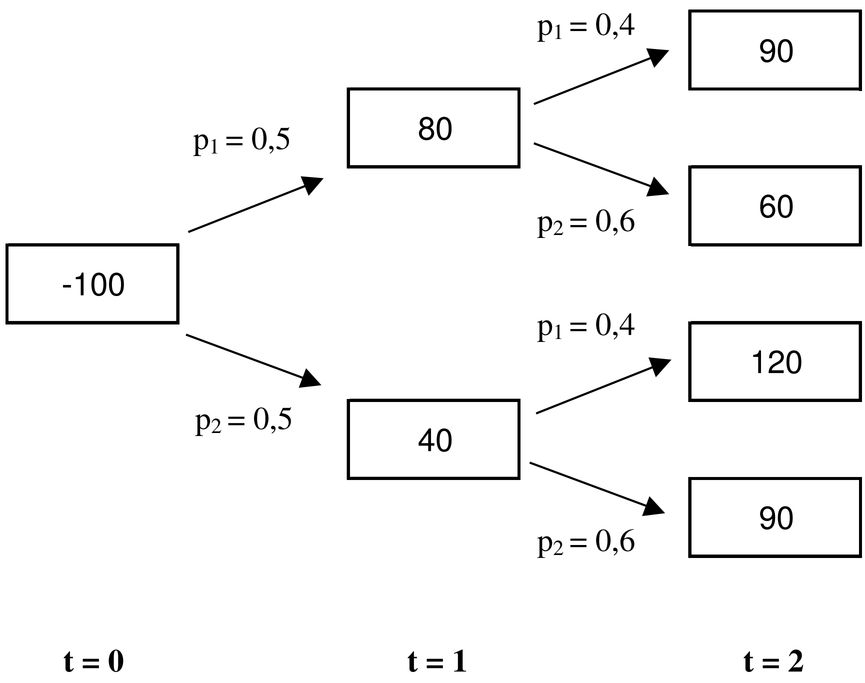
Risikoanalyse im Rahmen dieser Arbeit durchaus, wenn auch abgewandelt, verwendet wird.

Problematisch ist im Bezug auf die Risikoanalyse, dass die Auswertung der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zielgröße keine Entscheidungsregel für Investition liefert und dass die zu Grunde liegenden Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Variablen i.d.R. nicht exakt bestimmt werden können. Die Ausgangsdaten sind damit stark durch die getroffenen Annahmen determiniert.[36]

2.3.2.4 Entscheidungsbaumverfahren

Wie der Name bereits andeutet, handelt es sich beim Entscheidungsbaumverfahren um eine Methode zur Berücksichtigung der Unsicherheit, bei der von einem Startpunkt aus alle möglichen Handlungsalternativen und durch zufällige Ereignisse bedingten Handlungsmöglichkeiten und deren Wahrscheinlichkeiten sukzessive im Zeitablauf bestimmt werden. Jeder Endpunkt zu einem der folgenden Zeitpunkte stellt dabei einen neuen Ausgangspunkt für weitere Handlungsmöglichkeiten dar. Vereinfacht lässt sich ein Entscheidungsbaum wie folgt darstellen:

Abbildung 2.3-1) Beispiel für einen Entscheidungsbaum bei der Berücksichtigung von Unsicherheit im Rahmen von Investitionsentscheidungen[37]



[36] Vgl. Götze (2006), S. 382 f.
[37] Ein detaillierter Entscheidungsbaum findet sich bspw. bei Ballwieser [Vgl. Ballwieser (2004), S. 51].

Abbildung 2.3-1 zeigt drei Zeitpunkte, wobei in Zeitpunkt $t = 1$ und $t = 2$ jeweils zwei mögliche Umweltzustände eintreten können, die mit den Wahrscheinlichkeiten p_1 und p_2 beschrieben werden. Dieser Entscheidungsbaum lässt sich jetzt rekursiv bspw. über die Ermittlung der erwarteten Kapitalwerte der einzelnen Perioden bis auf den Zeitpunkt $t = 0$ zurückrechnen. Man erhält den Erwartungswert des Kapitalwertes des Investitionsobjektes. Diese Überlegung kann durch die weitere „Verästelung" des Entscheidungsbaumes in vertikaler und horizontaler Richtung sowie durch die Berücksichtigung von bedingten Wahrscheinlichkeiten verfeinert werden.

Folgende Überlegung verdeutlicht, dass das Entscheidungsbaumverfahren für diese Arbeit nur eingeschränkt relevant ist. Nehmen wir an, die Menge möglicher Eigenkapitalrenditen, die der Anleger bei Anlage ins Eigenkapital einer Kapitalgesellschaft erzielt, ist durch die Begrenzung auf eine Nachkommastelle endlich. Mit einer zu Grunde gelegten Effektivverzinsung der alternativen Fremdkapitalanlage von $r = 8\%$ kann der Anleger im Falle eines zweiperiodigen Anlagezeitraums am Ende der ersten Periode 167 mögliche Eigenkapitalrenditen (Dividenden) von $r_1 = 0\%$ bis $r_1 = 16{,}6\%$ erzielen. Am Ende von Periode 2 ergibt sich die Eigenkapitalrendite dann aus r_1 mit:

Gleichung 2.3-7) $$r_2 = \frac{(1+r)^2}{1+r_1} - 1$$

Die Eigenkapitalrendite r_2 kann dabei annahmegemäß nicht negativ werden.

Erhöht man die Genauigkeit der betrachteten Eigenkapitalrendite auf zwei Nachkommastellen, ergeben sich bereits 1.665 Möglichkeiten. Die Berücksichtigung einer dritten Periode erhöht dann die Anzahl der möglichen Dividendenpfade auf über 3 Millionen. Bereits der einfachste Fall mit 167 Möglichkeiten macht deutlich, dass das Entscheidungsbaumverfahren im Rahmen analytischer Überlegungen in dieser Arbeit nicht verwendet werden kann. Treffen allerdings die analytischen Überlegungen an ihre rechentechnisch sinnvollen Grenzen, wird auf das Entscheidungsbaumverfahren zurückgegriffen. Der Datenumfang wird dann durch die Begrenzung auf eine diskrete Anzahl möglicher Dividendenpfade reduziert. Der dadurch entstehende Fehler wird wiederum anhand von Sensitivitätsanalysen auf seine Auswirkungen auf die gewonnenen Ergebnisse hin untersucht.

2.3.2.5 Optionspreistheoretische Ansätze

Optionspreistheoretische Ansätze gehen davon aus, dass der Investor die Möglichkeit besitzt, Unsicherheit in der Zukunft durch Handlungsspielräume entgegenzuwirken. Derartige Handlungsspielräume sind bspw. die Möglichkeit, eine Produktionsmaschine vorzeitig zu verkaufen (Realoption) oder ein Wertpapier bei Eintreten bestimmter Kurswerte zu kaufen oder zu verkaufen (Finanzoption). Entscheidend ist, dass der Investor bzw. im Rahmen dieser Arbeit der Anleger im Laufe der Zeit noch mindestens einmal die Möglichkeit haben muss, auf bestimmte Umweltzustände durch Ausübung oder Verfallenlassen einer Option auf diese zu reagieren.

Beispiele für Modelle, mit denen solche Optionen bewertet werden können, sind das auf Cox, Ross und Rubinstein zurückgehende Binomialmodell[38] oder das nach seinen Entwicklern benannte Black/Scholes-Modell[39].

Im Rahmen dieser Arbeit kommt optionspreistheoretischen Ansätzen allerdings keine Bedeutung zu, da der Anleger keine Optierungsmöglichkeit im Zeitablauf hat. Wahlmöglichkeiten besitzt der Anleger im Rahmen dieser Arbeit nur in $t = 0$ durch die Wahl der Anlagekategorie und ggf. die Wahl des Einkünftepfades.

2.3.3 Berücksichtigung der Steuerbelastung

Zur Bestimmung steuerökonomischer Vor- bzw. Nachteile stehen grundsätzlich drei Vorgehensweisen zur Verfügung – die Rechtsnormendarstellung, die Veranlagungssimulation und die Teilsteuerrechnung.[40]

Die Rechtsnormendarstellung kann im Rahmen dieser Arbeit nur eine unterstützende Funktion haben, da rechtliche Normen immer nur den Rahmen, in denen sich der Steuerpflichtige bewegt bzw. bewegen kann, darstellen. Steuerökonomische Optima ergeben sich zwar im Sinne des Gesetzgebungsrahmens aus den Rechtsnormen, sie sind allerdings dort nicht explizit benannt.

Die Veranlagungssimulation liefert konkrete Steuerbelastung für bestimmte realisierte oder geplante steuerrechtliche Tatbestände. Grundsätzlich weist sie allerdings den Nachteil auf, dass sie konkrete Werte für konkrete Tatbestände liefert. Optimiert wird aber in der Regel über sehr viele Ausprägungen einer Variablen. Zwar ist es möglich, mit derzeitiger Rechentechnik sehr viele Fälle zu simulieren, eine Simula-

[38] Vgl. Cox, Ross, Rubinstein (1979).
[39] Vgl. Black, Scholes (1973).
[40] Vgl. Rose, G. (1973), S. 38ff.

tion aller denkbaren Fälle dürfte indes aber nicht möglich sein. Die Menge der zu simulierenden Fälle wird im Rahmen dieser Arbeit noch einmal potenziert, da verschiedene, im internationalen Vergleich vorkommende Steuertarife betrachtet werden. Im Gegensatz zur Teilsteuerrechnung liegt der Vorteil der Veranlagungssimulation in der Möglichkeit, nicht funktionale oder gebrochen funktionale Beziehungen zwischen Bemessungsgrundlage und Steuerlast berücksichtigen zu können.[41]

Die Teilsteuerrechnung[42] arbeitet mit Multiplikatoren – den sogenannten Teilsteuersätzen –, die mit abgrenzbaren Teilen der Bemessungsgrundlage multipliziert die Steuerbelastung ergeben.

Gleichung 2.3-8) $A_{St} = BG \cdot s$

A_{St}	Steuerlast
BG_t	Bemessungsgrundlage im Zeitpunkt t
s	(Teil-) Steuersatz

Die Teilsteuerrechnung besitzt im Vergleich zur Veranlagungssimulation den Vorteil, dass die Steuerbelastung formelmäßig darstellbar ist, mittels mathematischer Verfahren übersichtlich und sicher argumentiert und letztlich auch optimiert werden kann.

In dieser Arbeit wird grundsätzlich die Teilsteuerrechnung im Rahmen des im nächsten Kapitel dargestellten Modells verwendet. Dort, wo diese Vorgehensweise an ihre rechentechnischen Grenzen trifft, wird die Veranlagungssimulation zu Hilfe genommen. Die Rechtsnormendarstellung[43] besitzt lediglich unterstützende Funktion.

[41] Zu den Vor- und Nachteilen der Teilsteuerrechnung gegenüber der Veranlagungssimulation vgl. auch Scheffler, W. (1991).
[42] Die Methode der Teilsteuerrechnung geht zurück auf Rose, G. (1973).
[43] Vgl. Kapitel 3.

2.4 Analysemodell

2.4.1 Herleitung eines fiktiven Steuertarifs

Da eine mögliche Progression des Einkommensteuersatzes vermutlich einen wesentlichen Einfluss auf die optimale Kapitalanlageentscheidung haben wird, kann auf die Berücksichtigung eines progressiven Steuertarifs im Rahmen dieser Arbeit nicht verzichtet werden. An dieser Stelle ergibt sich folgendes Problem: Sowohl international als auch intertemporär[44] unterscheiden sich die Steuertarife, nach denen der Steuersatz auf die Kapitaleinkünfte ermittelt wird. Eine Optimierung über die tatsächlichen Steuertarife aller Länder ist ebenso unpraktikabel wie eine Optimierung über möglicherweise zukünftig existierenden Steuertarife.

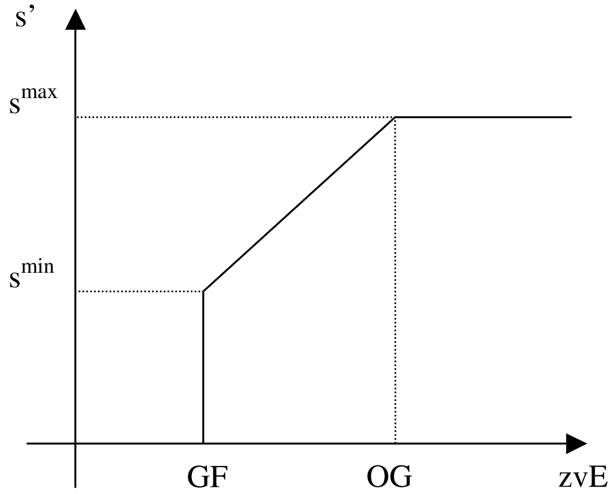
Eine Reduzierung der betrachteten Länder und die Verwendung deren tatsächlicher Steuertarife zu Analysezwecken ist aus zwei Gründen nicht sinnvoll. Zum einen wäre die Frage nach der steueroptimalen Kapitalanlage nach der Analyse immer noch nicht beantwortet, weil bestimmte Länder eben gar nicht betrachtet wurden. Zum anderen erhöht bereits die Berücksichtigung von mehr als einem Steuertarif, geschweige denn von zehn Steuertarifen, die Komplexität der Analyse derart, dass die Einflussfaktoren auf das Optimum nicht mehr überschaubar herausgearbeitet werden könnten.

Vor dem Hintergrund dieser Schwierigkeiten wird für diese Arbeit ein fiktiver progressiver Steuertarif entworfen, der durch so wenig wie möglich Variablen bestimmt sein soll.

Der fiktive Steuertarif wird mit dieser Zielstellung so definiert, dass der Grenzsteuersatz vom Eingangssteuersatz beim Grundfreibetrag auf den Spitzensteuersatz bei der oberen Progressionsgrenze linear ansteigt. Es ergibt sich die Funktion in Diagramm 2.4-1.

[44] Man denke an die zahlreichen Änderungen, die der deutsche Einkommensteuertarif im Laufe der Zeit erfahren hat.

Diagramm 2.4-1) Grenzsteuersatzkurve des fiktiven Steuertarifs



s'	Grenzsteuersatz
zvE	zu versteuerndes Einkommen
s^{min}	Eingangssteuersatz
s^{max}	Spitzensteuersatz
GF	Grundfreibetrag
OG	obere Progressionsgrenze

Da die Fläche unter der Grenzsteuersatzkurve der Steuerlast entspricht, lässt sich die Gleichung für die Steuerlast ermitteln. Man erhält:

Gleichung 2.4-1)

$$A_{St}[zvE] = \begin{cases} 0 & \text{für} \quad zvE \leq GF \\ \frac{(s^{\max} - s^{\min}) \cdot (zvE - GF)^2}{2 \cdot (OG - GF)} + s^{\min} \cdot (zvE - GF) & \text{für} \quad GF < zvE < OG \\ s^{\max}(zvE - GF) - \frac{(s^{\max} - s^{\min}) \cdot (OG - GF)}{2} & \text{für} \quad zvE \geq OG \end{cases}$$

Um die Gleichung übersichtlich zu halten, soll für die folgenden Analysen der Abstand zwischen Grundfreibetrag und oberer Progressionsgrenze $(OG - GF)$ als A und der Abstand zwischen Spitzensteuersatz und Eingangssteuersatz $(s^{\max} - s^{\min})$ als B bezeichnet werden. Die Steuerlastformel lautet dann umgeschrieben:

Gleichung 2.4-2)

$$A_{St}[zvE] = \begin{cases} 0 & \text{für} \quad zvE \leq GF \\ \frac{B \cdot (zvE - GF)^2}{2 \cdot A} + s^{\min} \cdot (zvE - GF) & \text{für} \quad GF < zvE < OG \\ s^{\max} \cdot (zvE - GF) - \frac{A \cdot B}{2} & \text{für} \quad zvE \geq OG \end{cases}$$

Definitionsgemäß ergibt sich als Ableitung von Gleichung 2.4-2 der Grenzsteuersatz mit:

Gleichung 2.4-3)

$$s'[zvE] = \begin{cases} 0 & \textit{für} \quad zvE \leq GF \\ \frac{B}{A} \cdot (zvE - GF) + s^{\min} & \textit{für} \quad GF < zvE < OG \\ s^{\max} & \textit{für} \quad zvE \geq OG \end{cases}$$

Damit steht ein Steuertarif zur Verfügung, der, ohne Kenntnis konkreter Steuertarife, lediglich die Kenntnis von vier Variablen erfordert – den Eingangssteuersatz, den Spitzensteuersatz, den Grundfreibetrag und die obere Progressionsgrenze.

2.4.2 Kapitalwert und Endvermögen mit Steuerbelastung

Aus Gleichung 2.3-1 und Gleichung 2.3-8 ergibt sich der Kapitalwert der betrachteten Kapitalanlage unter Sicherheit mit:

Gleichung 2.4-4) $$KW_{St} = \sum_{t=0}^{n} \frac{CF_t - BG_t \cdot s}{(1 + r \cdot (1 - s))^t}$$

KW_{St} Kapitalwert nach Steuern

BG_t Bemessungsgrundlage im Zeitpunkt t

Gleichung 2.4-4 gilt nur unter Sicherheit und nur, wenn der Zinssatz r und der Steuersatz s über alle Perioden konstant sind. Im Hinblick auf eine bei der Ermittlung der steueroptimalen Kapitalanlage vorgegebene Festgeldanlage als Alternativinvestition, kann ein konstanter Zinssatz durchaus gerechtfertigt sein. Von einem konstanten Steuersatz kann man aber bei progressiven Steuertarifen in der Regel nicht ausgehen. Gleichung 2.4-4 muss bei nicht-konstanten Abzinsungsfaktoren erweitert werden zu:

Gleichung 2.4-5) $$KW_{St} = \sum_{t=0}^{n} \frac{CF_t - BG_t \cdot s_t}{\prod_{j=1}^{t} \left(1 + r \cdot (1 - s_j)\right)}$$

s_t zeitpunktspezifischer (Teil-) Steuersatz

j Laufindex

Dabei stellt der Steuersatz in Periode *t* einen Durchschnittssteuersatz dar, wenn der Kapitalanleger keine weiteren Einkünfte außer den hier betrachteten bezieht und einen Differenzsteuersatz, wenn er zusätzlich weitere Einkünfte bspw. aus nichtselbständiger Arbeit bezieht.

In Anlehnung an die Steuerlastfunktion kann man Gleichung 2.4-5 auch umformulieren zu:

Gleichung 2.4-6) $$KW_{St} = -AV + \sum_{t=1}^{n} \frac{CF_t - A_{St}[zvE_t]}{\prod_{j=1}^{t}\left(1 + r \cdot \left(1 - s_j\right)\right)}$$

$A_{St}[zvE_t]$	Steuerlast auf das zu versteuernde Einkommen im Zeitpunkt t
AV	Anfangsvermögen

Entsprechend ergibt sich das Endvermögen mit:

Gleichung 2.4-7) $$EV_{St} = AV + \sum_{t=1}^{n}\left(\left(CF_t - A_{St}[zvE_t]\right) \cdot \prod_{j=t+1}^{n}\left(1 + r \cdot \left(1 - s_j\right)\right)\right)$$

EV_{St}	Endvermögen nach Steuern

Für $t = n$ wird dabei der Aufzinsungsfaktor gleich 1 gesetzt. Es erfolgt keine Aufzinsung, da man bereits am letzten betrachteten Zeitpunkt angekommen ist. Die Steuerlast in Gleichung 2.4-6 und Gleichung 2.4-7 wird durch Gleichung 2.4-2, den fiktiven Steuertarif, definiert.

Die Anlage mit dem maximalen Kapitalwert bzw. dem maximalen Endvermögen nach Steuern unter der Nebenbedingung, dass die betrachteten Anlageformen vor Steuern identische Kapitalwerte und Endvermögen aufweisen, stellt die steueroptimale Kapitalanlage dar. Über die internationalen Ausprägungen der vier Tarifvariablen bzw. die Modifikation der Gleichungen um internationale Besteuerungsbesonderheiten, bspw. einer Quellensteuer auf Kapitalerträge im Anlageland, wird dann die internationale steueroptimale Kapitalanlage ermittelt.

3 Steuerrechtlicher Rahmen der Kapitalanlage

3.1 Bedeutung steuerrechtlicher Bestimmungen im Rahmen dieser Arbeit

Die vorliegende Arbeit hat einen steuerökonomischen Fokus, d.h. Zielsetzung ist die Analyse von Steuerwirkungen und die Ausarbeitung von Steuergestaltungen. Die möglichst vollständige Darstellung der nationalen und internationalen steuerrechtlichen Normen ist nicht Gegenstand dieser Arbeit. Dennoch ist die Kenntnis des Steuerrechts Grundlage der Analyse.[45]

In zweierlei Hinsicht werden steuerrechtliche Bestimmungen im Rahmen dieser Arbeit verwendet:

Zum einen dienen sie notwendigerweise der Modellbildung. Betrachtet man sich bspw. die steuerökonomische Basisformel mit:

Gleichung 3.1-1) $A_{St} = BG \cdot s$

A_{St}	Steuerlast
BG	Bemessungsgrundlage
s	Steuersatz

so kann diese nur formuliert werden, wenn im Steuerrecht impliziert ist, dass sich die Steuerlast als Produkt aus Bemessungsgrundlage und Steuersatz ergibt.[46] Dabei muss es sich nicht zwingend um das geltende Steuerrecht des aktuellen Veranlagungszeitraumes handeln. Es können auch prospektive bzw. retrospektive steuerökonomische Analysen vorgenommen werden, wobei dann jeweils zukünftig wahrscheinliches bzw. vergangenes Steuerrecht der Modellbildung zu Grunde liegt. Die Kenntnis und Darstellung der für die Modellbildung notwendigen steuerrechtlichen Vorschriften ist für die Analyse in jedem Fall erforderlich.

Der andere Aspekt des Einflusses steuerrechtlicher Regelungen innerhalb der Analyse ist die Festlegung eines Gestaltungsspielraumes. Für die ökonomische Analyse ist dieser nicht zwingend erforderlich, er legt aber fest, welche darüber gewonnenen Handlungsempfehlungen steuerrechtlich auch zulässig und damit in der Praxis auch anwendbar sind.

[45] Vgl. auch Schult (2002), S. 4.
[46] Im deutschen Steuerrecht ist das in § 32 a I EStG der Fall.

Sowohl die modellbildenden steuerrechtlichen als auch die den Gestaltungsspielraum einschränkenden Bestimmungen für die steueroptimale internationale Kapitalanlage aus Sicht eines privaten Investors sollen im Folgenden dargestellt werden. Dabei werden die deutschen steuerrechtlichen Bestimmungen konkret zitiert. Die internationalen Bestimmungen zur Besteuerung von Kapitaleinkünften werden nur systematisch erfasst, d.h. es werden Besteuerungssysteme dargestellt und keine Rechtsnormen genannt, da das bei der Menge der möglichen Anlageländer zweifellos zu umfangreich werden würde.

3.2 Steuerrechtlicher Rahmen der einzelnen Kapitaleinkunftskategorien

3.2.1 Fremdkapitalanlage

3.2.1.1 Besteuerung von Zinsen nach deutschem Steuerrecht

Als Zinsen werden im Rahmen dieser Arbeit die Entgelte für die zeitlich begrenzte Überlassung von Kapital an ein (nicht eigenes) Unternehmen bezeichnet, wobei sowohl die Entgelte als auch die Rückzahlung des eingesetzten Kapitals sicher sind.[47]

Im deutschen Steuerrecht fallen Zinsen unter § 20 Abs.1 Nr. 7 EStG bzw. in erweiterter Hinsicht unter § 20 Abs.1 Nr. 5 bis 8 EStG, den so genannten Zinsen aus Geldforderungen. Können Zinsen allerdings den Einkünften aus Land- und Forstwirtschaft (§ 13 EStG), aus Gewerbebetrieb (§ 15 EStG), aus selbständiger Arbeit (18 EStG) oder aus Vermietung und Verpachtung (§21 EStG) zugeordnet werden, sind die jeweiligen Einkunftsarten der Zuordnung zu den Einkünften aus Kapitalvermögen vorrangig (Subsidiaritätsprinzip). Beim Zinsbegriff dieses Kapitels wird von einer Zuordnung zu § 20 Abs.1 Nr. 7 EStG ausgegangen. Darunter fallen[48]:

- Zinsen aus Darlehen, Anleihen und Guthaben bei Sparkassen, Banken und anderen Kreditinstituten,
- Zinsen i.S. des § 236 AO (Steuererstattungszinsen)[49],
- Zinsen für Enteignungsentschädigungen[50],

[47] Zur Definition siehe auch Kapitel 4.1.1.
[48] Vgl. Rick, Gierschmann, Gunsenheimer, Martin, Schneider (2005), S. 695.
[49] Vgl. BFH vom 8.4.1986.
[50] Vgl. BFH vom 22.4.1980.

- Zinsen auf ein zugunsten des Steuerpflichtigen angelegtes Sperrkonto[51],
- Verzugszinsen[52],
- Zinsen aus Pfandbriefen, Schuldverschreibungen, Obligationen und ähnlichen Papieren (festverzinsliche Wertpapiere)
- Sparbriefe, die von Kreditinstituten oder vom Bund ausgegeben werden. (sowohl normal verzinsliche als auch ab- bzw. aufgezinste, insbes. Bundesschatzbrief Typ A und B).

Der erweiterte Zinsbegriff umfasst zusätzlich[53]:

- Zinsen aus Hypotheken und Grundschulden, Renten aus Rentenschulden (§ 20 Abs.1 Nr. 5 EStG),
- Zinsen aus Sparanteilen, die in bestimmten Versicherungsbeiträgen enthalten sind (§ 20 Abs.1 Nr. 6 EStG),
- Diskontbeträge (§ 20 I Nr. 8 EStG).

Zinsen gehören zu den Kapitaleinkünften, welche wiederum gem. § 2 Abs.2 Nr. 2 EStG zu den Überschusseinkünften zählen. Dementsprechend gilt gem. § 4 Abs.3 EStG i.V.m. § 11 I EStG das Zuflussprinzip, d.h. der Steuerpflichtige ermittelt seinen Gewinn als den Überschuss der Einnahmen über die Ausgaben, wobei eine Vereinnahmung im Moment des Zuflusses der Einkünfte angenommen wird. Entscheidend für den Zuflussmoment ist die Erlangung der wirtschaftlichen Verfügungsmacht, die in H 11 EStR geregelt ist.

Aufwendungen, die mit den Zinseinkünften unmittelbar zusammenhängen, können als Werbungskosten abgezogen werden. Dabei können, im Gegensatz zur älteren Rechtsprechung, nach aktueller Rechtsprechung[54] die Werbungskosten die Einnahmen übersteigen, solange langfristig ein Überschuss erwartet werden kann[55]. Liegen keine Werbungskosten vor oder können keine Werbungskosten nachgewiesen werden, wird ein Werbungskostenpauschbetrag i.H.v. 51 EUR gem. § 9a Nr. 2 EStG angerechnet.

[51] Vgl. BFH vom 23.4.1980.
[52] Vgl. BFH vom 29.9.1981.
[53] Vgl. Rick, Gierschmann, Gunsenheimer, Martin, Schneider (2005), S. 693 ff.
[54] Vgl. BFH vom 21.7.1981.
[55] Vgl. Rick, Gierschmann, Gunsenheimer, Martin, Schneider (2005), S. 703.

Darüber hinaus wird gem. § 20 Abs.4 EStG der sog. Sparerfreibetrag i.H.v. 1.370 EUR[56] von den Einkünften aus Kapitalvermögen abgezogen.

Sowohl Werbungskostenpauschbetrag als auch Sparerfreibetrag verdoppeln sich bei zusammen veranlagten Ehegatten. Der Werbungskostenpauschbetrag kann nur einheitlich in Anspruch genommen werden, der Sparerfreibetrag kann zwischen den Ehegatten aufgeteilt werden.

De facto ergibt sich damit ein gesamter Freibetrag bei den Einkünften aus Kapitalvermögen, hier bei den Zinseinkünften, von 1.421 EUR.

Der Steuersatz auf die so ermittelte Bemessungsgrundlage ergibt sich implizit aus der Tarifformel des § 32 a Abs.1 EStG.

Auf die o.g. Zinseinkünfte wird, solange es sich um inländische Einkünfte handelt, je nach Kapitaleinkunftsart eine Quellensteuer, die sog. Kapitalertragsteuer (KESt), im Sinne einer Vorauszahlung erhoben. Die Steuerlast beträgt gem. § 43a EStG i.V.m. § 43a EStG 20% bis 30%[57] bzw. 25% bis 42,85% vom Kapitalertrag, wenn der Schuldner der Kapitalerträge die Steuer übernimmt. Die geleistete KESt wird im Zuge der Veranlagung zur Einkommensteuer mit der tatsächlichen Steuer auf die Kapitalerträge verrechnet bzw. erstattet.

Im Zuge der Unternehmensteuerreform 2008 wird ab dem 1. Januar 2009 in Deutschland ein einheitlicher Abgeltungssteuersatz auf Kapitaleinkünfte von 25% erhoben.[58] Ungeachtet dessen kann der Steuerpflichtige aber auch im Rahmen seiner Einkommensteuererklärung auf Veranlagung seiner Kapitaleinkünfte optieren.

3.2.1.2 Besteuerung von Zinsen in internationalen Steuersystemen

International können sich die Zinsbesteuerungssysteme in dreierlei Hinsicht unterscheiden: der Bemessungsgrundlage, dem Steuersatz bzw. dem Steuertarif und der Vorauszahlung auf die Steuer im Sinne einer Quellensteuer.

[56] Ab VZ 2007 beträgt der Sparerfreibetrag 750 EUR.
[57] Bei Tafelgeschäften werden 35% auf den Kapitalertrag erhoben.
[58] Vgl. Bundestag (2007) und Bundesrat (2007).

Die Steuerbemessungsgrundlage ist bis auf wenige Ausnahmen[59] im internationalen Vergleich einheitlich geregelt als Zinsbetrag abzüglich ggf. existierender Freibeträge bei Kapitaleinkünften.

Im Hinblick auf die Quellensteuer und die Steuerveranlagung kann man vier Typen von Zinsbesteuerungssystemen feststellen[60]:

Tabelle 3.2-1) Vier Typen internationaler Zinsbesteuerungssysteme

Internationale Zinsbesteuerungssysteme			
mit Quellensteuer		ohne Quellensteuer (nur Veranlagung)	
mit Abgeltungswirkung	ohne Abgeltungswirkung (mit Veranlagung)	mit Kontrollmitteilungen	ohne Kontrollmitteilungen
bspw. Finnland, Schweden und Österreich	bspw. Deutschland, Großbritannien und Spanien	bspw. Dänemark und Niederlande	bspw. Luxemburg
Typ 1	Typ 2	Typ 3	Typ 4

Hier sind exemplarisch Länder der Europäischen Union als Vertreter der einzelnen Besteuerungstypen dargestellt.

Der überwiegende Teil der Länder (hier in der Europäischen Union) erhebt eine Quellensteuer auf Kapitalerträge mit Abgeltungswirkung in Form eines konstanten Steuersatzes. Der zweite und dritte Typ der Zinsbesteuerungssysteme stellt entweder durch eine Quellensteuer oder durch Kontrollmitteilungen die Besteuerung der Zinsen sicher. Beim vierten Typ hingegen wird auf die Steuerehrlichkeit des Kapitalanlegers vertraut.

Während Typ 1 der Besteuerungssysteme in der Regel den Vorteil niedrigerer Steuersätze aufweist, kann im Vergleich zu Typ 3 und 4 bei Zinsperioden, die kleiner als der Veranlagungszeitraum sind, ein Zinsnachteil aus der vorgezogenen Steuerzahlung auftreten.

Einige Länder (bspw. Finnland und Schweden) verfügen über ein sogenanntes duales Einkommensteuersystem, bei dem Arbeits- und Kapitaleinkünfte unterschiedlich

---

[59] In einigen Ländern (bspw. in den Niederlanden, vgl. Müssener (2002), S.539) wird anstelle der tatsächlichen Zinsen eine fiktive Verzinsung des privaten Vermögens, darunter auch Spareinlagen, der Besteuerung zu Grund gelegt.

[60] Vgl. Schratzenstaller (2002); S. 18 ff.

besteuert werden, letztere dabei in der Regel mit einem konstanten Steuersatz. Eine Ausprägung dieser Aufhebung der einheitlichen Besteuerung aller Einkunftskategorien ist auch das sogenannte Schedulensystem (bspw. in den Niederlanden), wo als Erweiterung des dualen Einkommensteuersystems die Arbeitseinkünfte noch einmal in selbständige und unselbständige unterteilt und unterschiedlich besteuert werden.

3.2.1.3 Grenzüberschreitende Besteuerung von Zinseinkünften aus Sicht des deutschen Kapitalanlegers

Gem. Art. 11 Abs. 1 OECD-MA[61] liegt das Besteuerungsrecht für Zinseinkünfte beim Wohnsitzstaat des Kapitalanlegers. Davon abweichend darf jedoch gem. Abs. 2 durch den Quellenstaat eine Quellensteuer erhoben werden, die allerdings 10% des Bruttobetrags der Zinsen nicht übersteigen darf. Diese Möglichkeit wird aber von mehr als der Hälfte der deutschen DBA nicht eingeräumt.[62] Wird eine höhere Quellensteuer erhoben, kann durch den Kapitalanleger bei der Finanzbehörde des Quellenstaates ein fristgebundener Antrag auf Erstattung der überschüssigen Quellensteuer gestellt werden[63].

Im Gegensatz zum vorangegangenen Absatz liegt das Besteuerungsrecht für Zinsen dann ausschließlich beim Quellenstaat, wenn die Zinsen und die zu Grunde liegende Forderung direkt einer im Quellenstaat belegenen Betriebsstätte des Steuerpflichtigen zuzurechnen sind. Ist das der Fall, werden die Zinseinkünfte wie Unternehmensgewinne im Sinne des Art. 7 OECD-MA behandelt.

Im Falle nicht betriebsstättenbezogener Zinsen liegt das Besteuerungsrecht beim Wohnsitzstaat. Dieser muss gem. Art. 23 B OECD-MA allerdings die im Quellenstaat gezahlte Quellensteuer auf die eigene erhobene Steuer anrechnen, höchstens jedoch in Höhe der eigenen Steuer auf die Zinseinkünfte. Dabei gilt allerdings die in § 68a EStDV geregelte, so genannte Per-Country-Limitation, d.h. über die deutsche Steuerlast hinausgehende Steuern auf Zinseinkünfte in einem Anlageland können nicht mit nicht ausgenutzten Anrechnungshöchstbeträgen aus einem anderen Land verrechnet werden[64].

---

[61] Siehe BMF Schreiben vom 18.2.2004. Im Rahmen dieser Arbeit soll das OECD-MA (Stand: 28.1.2003) als Referenz verwendet werden. Abweichungen von der hier vorgestellten Situation der grenzüberschreitenden Besteuerung von Kapitaleinkünften durch einzelne DBA sind darüber hinaus möglich.
[62] Vgl. Reith (2004), S. 217 oder auch Grotherr, Herfort, Strunk (2003), S. 541.
[63] Siehe auch Bächle, Ott, Rupp (2005), S. 144.
[64] Vgl. Baumann (2001), S. 12 f.

3.2.2 Eigenkapitalanlage in eine Kapitalgesellschaft

3.2.2.1 Besteuerung von Dividendeneinkünften nach deutschem Steuerrecht

Dividenden sind Gewinnanteile, die auf Aktien als Anteile am gezeichneten Kapital einer Kapitalgesellschaft entfallen. Unter den Dividendenbegriff dieser Arbeit fallen auch Gewinnanteile aus Genussrechten sowie Sachbezüge. Einkünfte aus einer stillen Beteiligung werden im Gegensatz zum OECD-MA nicht als Dividende aufgefasst[65], sondern der Kategorie der Einkünfte aus Mezzaninkapital in Kapitel 3.2.4 zugeordnet.

Die Besteuerung von Dividenden erfolgt im deutschen Steuersystem gem. § 20 Abs. 1 Nr. 1 EStG, dabei bleiben aber gem. § 3 Nr. 40 EStG 50%[66] der Dividendeneinkünfte steuerfrei. Entsprechend sind gem. § 3 c EStG auch nur 50% der in diesem Zusammenhang angefallenen Werbungskosten steuerlich abzugsfähig. Der Sparerfreibetrag ist vom Halbeinkünfteverfahren nicht betroffen, d.h. er wird in unverminderter Höhe von den steuerpflichtigen Kapitaleinkünften abgezogen. Bezogen auf den Gesamtbetrag der Kapitaleinkünfte erhöht sich damit die Entlastungswirkung dieses Freibetrages.

Wie bei den Zinseinkünften gilt für Dividenden auf im Privatvermögen gehaltene Aktien das Zuflussprinzip. Im Hinblick auf die Kapitalertragsteuer, den Werbungskostenpauschbetrag und den Steuersatz sei auf die Ausführungen in Kapitel 3.2.1.1 zu den Zinseinkünften verwiesen.

3.2.2.2 Besteuerung von Dividendeneinkünften in internationalen Steuersystemen

Da der Gewinnanteil, der auf eine Aktie entfällt, bereits mit Körperschaftsteuer belastet wurde, erfolgt durch die erneute Besteuerung der Dividende mit Einkommensteuer eine Doppelbesteuerung, die den Anleger im Eigenkapital einer Kapitalgesellschaft gegenüber dem Anleger im Eigenkapital einer Personengesellschaft benachteiligt. Um das zu vermeiden bzw. abzuschwächen, existieren international unterschiedliche Systeme der Unternehmensbesteuerung, die auf Gesellschafts- bzw. Gesellschafterebene die Doppelbesteuerung mehr oder weniger mindern. Da im

[65] Zur Problematik der Zuordnung der Einkünfte aus einer stillen Beteiligung zu Art. 10 OECD-MA siehe bspw. Reith (2004), S. 219 oder Grotherr, Herfort, Strunk (2003), S. 537 f.
[66] Ab dem 1.1.2009 im Zuge der Unternehmensteuerreform 2008 nur noch 40%; siehe Fn. 146.

Rahmen dieser Arbeit das Augenmerk auf dem privaten Kapitalanleger liegt, soll im Folgenden nur die Gesellschafterebene betrachtet werden. Jacobs systematisiert die in der EU vorkommenden Körperschaftsteuersysteme im Hinblick auf die Anteilseignerebene wie folgt:

Tabelle 3.2-2) Körperschaftsteuersysteme in der EU (Stand: 1.7.2001) nach Jacobs[67]; auszugsweise ohne Gesellschaftsebene

Systeme der Körperschaftsteuer				
klassisches System	Doppelbesteuerung mildernde Systeme		Doppelbesteuerung vermeidende Systeme	
	Begünstigte Besteuerung von Dividenden	Teilanrechnung der Körperschaftsteuer	Dividenden-freistellung	Vollanrechnung der Körperschaftsteuer
Irland	Deutschland, Großbritannien, Österreich	Portugal, Spanien	Finnland, Frankreich, Italien	Griechenland

Im klassischen System erfolgt keine Milderung oder Vermeidung der Doppelbesteuerung. Unternehmensgewinne werden mit Unternehmensteuer und die verbleibenden Ausschüttungen mit Einkommensteuer belastet.

Bei der begünstigten Besteuerung bzw. der Freistellung von Dividenden werden diese mit einem im Vergleich zu anderen Einkunftsarten niedrigeren Steuersatz bzw. gar nicht besteuert. Das System der begünstigten Besteuerung von Dividenden entspricht der derzeitigen steuerrechtlichen Regelung in Deutschland und wird auch als Shareholder Relief Verfahren bezeichnet. Die Freistellung von Dividenden führt dazu, dass der Unternehmensgewinn nur mit Körperschaftsteuer belastet wird.

Im Zuge der Teil- bzw. Vollanrechnung wird die auf dem ausgeschütteten, anteiligen Gewinn lastende Körperschaftsteuer teilweise bzw. vollständig auf die zu zahlende Einkommensteuer angerechnet. Letztlich lastet dann auf dem Unternehmensgewinn aus Anteilseignersicht nur noch die Einkommensteuer.

Auf Gesellschaftsebene kann durch einen ermäßigten Steuersatz auf ausgeschüttete Gewinne oder durch die Abzugsfähigkeit der Dividenden als Betriebsausgabe die Doppelbesteuerung vermindert bzw. vermieden werden.

Neben verschiedenen Steuersätzen unterscheiden sich Körperschaftsteuersysteme international insbesondere durch unterschiedliche Definitionen der Bemessungs-

[67] Vgl. Jacobs (2002), S. 117.

grundlage, d.h. unterschiedliche, nationale Gewinnermittlungsvorschriften. Dieses Problem kann durch die Beobachtung international vorkommender effektiver Körperschaftsteuersätze[68] bzw. die Ableitung derer aus typisierten Besteuerungsregelungen, bspw. Abschreibungsvorschriften gelöst werden. Die Unterschiede in der Bemessungsgrundlage sollen im Rahmen dieser Arbeit allerdings nicht betrachtet werden.

3.2.2.3 Grenzüberschreitende Besteuerung von Dividendeneinkünften

Grundsätzlich liegt das Besteuerungsrecht für Dividenden bei grenzüberschreitenden Investitionen gem. Art. 10 Abs. 1 OECD-MA beim Ansässigkeitsstaat des Investors. Dem Quellenstaat wird allerdings durch Art. 10 Abs. 2 OECD-MA ein, wenn auch beschränktes, Quellenbesteuerungsrecht eingeräumt. Für private Kapitalanleger gilt das Anrechnungsverfahren, d.h. die im Ausland gezahlte Quellensteuer kann auf die inländische Einkommensteuer auf Dividendeneinkünfte angerechnet werden[69].

Während die sogenannten Shareholder Relief Verfahren und die Dividendenfreistellung inländische und ausländische Investoren gleich behandeln, sind teilweise und vollständige Anrechnungssysteme vom Grundsatz her isolationistischer Systematik, da die Anrechnungsguthaben der Körperschaftsteuer i.d.R. nur Inländern, die in inländische Kapitalgesellschaften investieren, gewährt werden. Erträge aus ausländischen Investitionen im Inland und Erträge aus Outbound-Investitionen von Inländern führen demnach nicht zu einer Anrechnung der Körperschaftsteuer. Man befindet sich dann de facto im klassischen System.

Der EuGH hat diese isolationistische Sichtweise von Anrechnungsverfahren allerdings im sogenannten „Meilicke"-Urteil verworfen.[70] Demnach müssen EU-Staaten mit Anrechnungsverfahren Steuerpflichtigen auch dann eine Anrechnung von Körperschaftsteuer auf die Einkommensteuer auf Dividenden gewähren, wenn diese dem Anleger aus einem anderen EU-Staat zugeflossen sind.

[68] Zur Ermittlung der sogenannten effektiven Steuerbelastung der Unternehmen im internationalen Vergleich existieren verschiedene Modelle. Siehe dazu bspw. King, Fullerton (1984) oder Devereux, Griffith (2003).

[69] Im Gegensatz dazu gilt bei sogenannten Schachteldividenden (Beteiligungsverhältnis zwischen Kapitalgesellschaften mit einer Beteiligungsquote von i.d.R. mindestens 25%) die Freistellungsmethode. Siehe dazu Reith (2004), S. 291.

[70] Vgl. EuGH-Urteil vom 6.3.2007 C - 292/04.

Ob diese, auf der Kapitalverkehrsfreiheit innerhalb der Europäischen Union aufbauende, Entscheidung auch auf Dividenden aus Drittstaaten übertragbar ist, bleibt fraglich. Während die Finanzverwaltung dieses ablehnt, werden in der Literatur auch befürwortende Auffassungen vertreten.

3.2.3 Eigenkapitalanlage in eine Personengesellschaft

3.2.3.1 Besteuerung von Einkünften aus der Anlage in eine Personengesellschaft nach deutschem Steuerrecht

Mit der Beteiligung an einer Personengesellschaft gelangt der Anleger in den Status des Gesellschafters und haftet damit persönlich für Verluste der Gesellschaft. Die Annahme einer unbeschränkten Haftung des Anlegers, bspw. in der Gesellschafterposition bei einer GbR, OHG oder als Komplementär einer KG, widerspricht der Annahme des privaten Investors im Rahmen dieser Arbeit, der kein unternehmerisches Risiko über seine Anlage hinaus tragen will. Denkbar wäre allerdings die Beteiligung als Kommanditist einer KG.

Bei einer Personengesellschaft ist nicht diese, sondern bei den Personensteuern jeder Gesellschafter Steuersubjekt. Die Gesellschafter erzielen Einkünfte aus Gewerbebetrieb gem. § 15 Abs. 1 Nr. 2 EStG bzw. im Rahmen einer Partnerschaftsgesellschaft Einkünfte aus selbstständiger Arbeit gem. § 18 EStG.

Um in den Bereich des § 15 Abs. 1 Nr. 2 EStG zu fallen, muss der Anleger Mitunternehmer der Gesellschaft sein. Kennzeichnend für den Mitunternehmer ist das Tragen von Unternehmerinitiative und -risiko.[71]

Für das Vorliegen von Mitunternehmerinitiative muss der Anleger grundsätzlich ein Widerspruchsrecht gegen außergewöhnliche Maßnahmen der Geschäftsführung (§ 164 HGB), ein Stimmrecht in grundlegenden Fragen, insbesondere der Gewinnfeststellung, (§§ 161 Abs. 2 und 119 HGB) und ein Überwachungsrecht (§ 166 HGB) haben. *Ob sie* [die Mitunternehmerinitiative; Anm. d. Autors] *tatsächlich entfaltet wird, ist dagegen ohne Bedeutung.*[72] Der private Anleger dieser Arbeit will annahmegemäß keinerlei Unternehmerinitiative entfalten. Solange er jedoch nicht faktisch vom Stimm- und Widerspruchsrecht ausgeschlossen ist, gilt er in der

---

[71] Vgl. BFH Urteil vom 30.6.2005, IV R 40/03.
[72] Vgl. Zenthöfer, Schulze zur Wiesche (2007), S. 461.

Position des Kommanditisten einer KG als Mitunternehmer und versteuert seine Einkünfte nach § 15 Abs. 1 Nr. 2 EStG.

Mitunternehmerrisiko liegt bereits dann vor, wenn der Anleger seinen Vermögenseinsatz bei Anlage in das Unternehmen riskiert.[73] Das ist in der Stellung des Kommanditisten einer KG der Fall.

Neben der Beteiligung als Kommanditist einer KG ist die atypisch stille Beteiligung ein Anlageinstrument, mit dem der Anleger im Rahmen der über ihn getroffenen Annahmen in das Eigenkapital einer Personengesellschaft investieren kann. Bei einer stillen Gesellschaft tritt der Gesellschafter nur im Innenverhältnis der Gesellschaft und nicht gegenüber Dritten auf. Der atypische Gesellschafter unterscheidet sich vom stillen dadurch, dass er neben der Beteiligung am Gewinn und Verlust auch an den stillen Reserven und dem Geschäftswert des Unternehmens beteiligt ist.

Die Folge einer Qualifizierung der Einkünfte des Anlegers aus der Gesellschaft als gewerbliche Einkünfte gem. § 15 Abs. 1 Nr. 2 EStG ist die Einkommen- und ggf. Gewerbesteuerpflicht. Eine Gewerbesteuerpflicht liegt dabei allerdings nur dann vor, wenn die Gesellschaft als solche auch gewerbesteuerpflichtig ist[74].

Im Gegensatz zur Beteiligung an einer Kapitalgesellschaft können dem Anleger jetzt auch Verluste als Anteile am Gesellschaftsverlust erwachsen. Diese sind gem. § 10 d Abs. 2 EStG, soweit nicht in den vorangegangenen Veranlagungszeitraum zurückgetragen, bis zu 1 Mio. EUR voll und darüber zu 60% vom Gesamtbetrag der Einkünfte abzuziehen. Ein dann noch verbleibender Verlust wird auf folgende Veranlagungszeiträume vorgetragen. Für bestimmte Einkünfte, bspw. aus gewerblicher Tierzucht gem. § 15 Abs. 4 EStG, gelten besondere Verlustausgleichsbestimmungen.

3.2.3.2 Besteuerung von Einkünften aus der Anlage in eine Personengesellschaft in internationalen Steuersystemen

In vielen Staaten sind Personengesellschaften keine gebräuchliche Rechtsform[75], sie werden wie Kapitalgesellschaften behandelt. International stehen sich damit das Transparenz- und das Trennungsprinzip bei der Besteuerung von Personengesell-

[73] Vgl. ebenda, S. 460.
[74] Die rein vermögensverwaltende Personengesellschaft ist das beispielsweise nicht.
[75] Vgl. Schild, Ehrlermann in Grotherr (2003), S. 1389 ff.

schaften gegenüber.[76] Während beim Transparenzprinzip die Besteuerung auf die Ebene der Gesellschafter zurück greift und die Gesellschaft nicht als eigenständiges Steuersubjekt aufgefasst wird, erfolgt beim Trennungsprinzip die Besteuerung analog zur Besteuerung von Kapitalgesellschaften nach deutschem Recht. Dabei wird die Gesellschaft als eigenständiges Steuersubjekt aufgefasst.

Das Transparenzprinzip wird vor allem im europäischen und nordamerikanischen, das Trennungsprinzip im südamerikanischen Raum angewandt.[77] Die Besteuerungsfolgen im Transparenzprinzip entsprechen den im vorangegangenen Kapitel zur Besteuerung deutscher Personengesellschaften beschriebenen. Bei Trennungsprinzip erfolgt im internationalen Vergleich die Besteuerung der Personengesellschaft als Kapitalgesellschaft. Es gelten damit die beschriebenen Besteuerungsmerkmale des Kapitels 3.2.2.2, insbesondere die hinsichtlich der Körperschaftsteuersysteme.

3.2.3.3 Grenzüberschreitende Besteuerung von Einkünften aus Personengesellschaften

Unternehmensgewinne werden in Art. 7 OECD-MA geregelt und unterliegen der Besteuerung im Sitzstaat des Unternehmens bzw. der Betriebsstätte. Es gilt die Freistellungsmethode, d.h. dem Ansässigkeitsstaat des Gesellschafters steht im Grunde genommen kein Besteuerungsrecht zu. Das im vorangegangenen Kapitel beschriebene Transparenzprinzip sorgt allerdings dafür, dass die Gesellschaft kein Steuersubjekt ist und somit im Wege der beschränkten Steuerpflicht im Sitzstaat des Unternehmens auf die Gesellschafter zurückgegriffen werden muss.

In Deutschland wird eine ausländische Gesellschaft unabhängig des im Sitzstaat angewendeten Rechts mittels eines sogenannten Typenvergleichs als Personen- oder Kapitalgesellschaft anhand der Struktur der Gesellschaft qualifiziert. Diese Vorgehensweise basiert auf dem sogenannten „Venezuela Urteil“[78] und wird nach wie vor angewendet[79]. Diese von der Verfahrensweise im Sitzstaat unabhängige Typisierung führt zu vier denkbaren Szenarien hinsichtlich der Qualifizierung in Personen- bzw. Kapitalgesellschaft im Inland bzw. im Ausland, die sich wie folgt in ihren steuerlichen Auswirkungen unterscheiden:

---

[76] Vgl. Gündisch (2004), S. 4 f. und 72 ff.
[77] Vgl. Jacobs (2002), S. 580 ff.
[78] Vgl. RFH vom 12.2.1930, VI A 899/27, RStBl. 1930, Seite 444.
[79] Vgl. bspw. BFH vom 19.3.1996, BStBl. 1996 II, Seite 312.

Tabelle 3.2-3) Gesellschaftsrechtliche Qualifikation von im Ausland ansässigen Unternehmen und die damit verbundenen Besteuerungsfolgen für den deutschen Kapitalanleger (Gesellschafter)

	Qualifikation in Deutschland als Personengesellschaft	Qualifikation in Deutschland als Kapitalgesellschaft
Qualifikation im Ausland als Personengesellschaft	**Fall 1)** Die Gesellschafter sind im Zuge der beschränkten Steuerpflicht im Quellenstaat mit den Einkünften aus der Personengesellschaft steuerpflichtig. Das Besteuerungsrecht liegt gem. Art. 7 Abs. 1 OECD-MA beim Quellenstaat. Der Wohnsitzstaat stellt die Einkünfte frei.	**Fall 2)** Die Gesellschafter sind im Zuge der beschränkten Steuerpflicht im Quellenstaat mit den Einkünften aus der Personengesellschaft steuerpflichtig. Deutschland qualifiziert aber die Einkünfte als Dividenden und behält sich damit gem. Art. 10 OECD-MA das Besteuerungsrecht vor.
Qualifikation im Ausland als Kapitalgesellschaft	**Fall 3)** Gem. Art. 10 Abs. 2 OECD-MA kann der Quellenstaat eine (i.d.R. recht niedrige) Quellensteuer auf die Dividenden erheben. Deutschland stellt die Einkünfte gem. Art. 7 Abs. 1 OECD-MA frei.	**Fall 4)** siehe dazu Kapitel 3.2.2.3

Tabelle 3.2-3 verdeutlich, dass in den Fällen 1 und 4 die reguläre Besteuerung der Personen- bzw. Kapitalgesellschaft ohne Mehr- oder Minderbesteuerung erfolgt. Im Fall 2 unterliegen die Einkünfte des Anlegers einer Doppelbesteuerung, die ggf. gem. § 34 c EStG durch das darin festgelegte Anrechnungsverfahren gemildert, aber nicht vermieden werden kann. Im Fall 3 kommt es zu einer Minderbesteuerung der Einkünfte aus der Personengesellschaft.

Fall 2 und 3 sind vom Steuerausschuss der OECD bereits diskutiert worden und sollen dahingehend ausgelegt werde, dass der Wohnsitzstaat des Gesellschafters der Qualifizierung im Sitzstaat des Unternehmens folgt.[80]

3.2.4 Mezzaninkapitalanlage

3.2.4.1 Begriffsdefinition

Als Mezzaninkapital bezeichnet man eine Form der Unternehmensfinanzierung, die eine Kategorie zwischen Eigen- und Fremdkapital darstellt und der damit eigenständige Bedeutung im Rahmen dieser Arbeit zukommt. Wenn man von den zahlreichen am Markt vorkommenden Ausprägungsformen abstrahiert, lassen sich fünf Grundstrukturen mezzaniner Finanzierungsinstrumente herausarbeiten – stille Beteiligungen, partiarische Darlehen, Wandel- bzw. Optionsanleihen, Genussrechte und Nachrangdarlehen.

Im Rahmen einer stillen Beteiligung leistet der Investor eine Einlage und partizipiert am Unternehmenszweck, er tritt allerdings nach außen gegenüber Dritten nicht als Gesellschafter auf. Der stille Gesellschafter ist als Gegenleistung für seine Kapitalüberlassung am Gewinn und Verlust beteiligt. Je nach Einflussmöglichkeit und Anteil am Unternehmenswert unterscheidet man zwischen typischem und atypischem stillen Gesellschafter[81].

Im Gegensatz zur stillen Beteiligung partizipiert der Geber eines partiarischen Darlehens nicht am Unternehmenszweck und ist regelmäßig nur am Gewinn, nicht aber am Verlust der Gesellschaft beteiligt.

Wandel- und Optionsanleihen zählen zu den in § 221 AktG geregelten Wandelschuldverschreibungen. Bei einer Wandelanleihe wird dem Anleger meist neben laufenden Zinszahlungen am Ende der Anlagedauer das Recht eingeräumt, seinen Rückzahlungsanspruch gegen eine bestimmte Anzahl Unternehmensanteile einzutauschen. Im Gegensatz dazu erhält der Anleger bei einer Optionsanleihe am Ende der Laufzeit neben dem Rückzahlungsanspruch das Recht, Unternehmensanteile zu bestimmten vorher festgelegten Modalitäten zu erwerben.

Von einem Genussrecht spricht man, wenn ein Unternehmen einem Nichtgesellschafter – regelmäßig gegen Gewährung von Kapital oder zur Abgeltung von sons-

[80] Vgl. Schild, Ehrlermann in Grotherr (2003), S. 1396 f.
[81] Vgl. Werner (2007), S. 97 f.

tigen Ansprüchen – keine mitgliedschaftlichen, sondern reine Vermögensrechte einräumt, wie sie sonst nur im Verhältnis zu Gesellschaftern bestehen.[82]

Das Nachrangdarlehen unterscheidet sich vom klassischen Darlehen im Fremdkapital einer Gesellschaft dadurch, dass der Darlehensgeber im Falle der Liquidation des Unternehmens mit seinen Forderungen hinter den Rang bestimmter oder aller Forderungen gegen das Unternehmen zurücktritt.[83]

Die hier kurz vorgestellten fünf Kategorien weisen Unterschiede in rechtlichen Rahmenbedingungen, formalen Anforderungen, Haftungs- und Bilanzierungsfragen sowie in der Dauer der Anlage auf, auf die hier nicht näher eingegangen werden soll. Für die Analyse dieser Arbeit sind die Fragen nach den Besteuerungsfolgen, der Vorherbestimmbarkeit des Einkünftepfades und der Verlustpartizipation wesentlich.

Laufende Verluste können dem Anleger nur im Rahmen der stillen Beteiligung und bei der Wahrnehmung eines Genussrechts entstehen. Das partiarische Darlehen und Wandelanleihen sehen regelmäßig keine Verlustpartizipation vor. Im Zusammenhang mit Nachrangdarlehen und Optionsanleihen können am Ende der Anlagedauer Verlust im Zusammenhang mit dem Wertverlust des Darlehens bzw. der Option auftreten, die in dieser Arbeit aber nicht betrachtet werden.

Den Einkünftepfad kann der Anleger im Rahmen der Wandelschuldverschreibungen und des Nachrangdarlehens vorher bestimmen. Bei allen anderen Anlagekategorien ist der Einkünftepfad für den Anleger eine Zufallsvariable.

Die angesprochenen Unterscheidungsmerkmale lassen sich wie folgt im Vergleich zur Eigen- und Fremdkapitalanlage systematisieren:

---

[82] Vgl. Werner (2007), S. 79.
[83] Vgl. ebenda, S. 116.

Tabelle 3.2-4) Systematisierung von Mezzaninkapitalanlageformen anhand der für die Arbeit relevanten Unterscheidungsmerkmale

	Partition an laufenden Verlusten	keine Partition an laufenden Verlusten
Einkünftepfad vorab bestimmbar		- Wandelschuldverschreibungen - Nachrangdarlehen
Einkünftepfad nicht vorab bestimmbar	- stille Beteiligung - Genussrecht	- partiarisches Darlehen

3.2.4.2 Besteuerung von Einkünften aus Mezzaninkapital nach deutschem Steuerrecht

Im Rahmen der Analyse dieser Arbeit wird Tabelle 3.2-4 dadurch interessant, dass bspw. Einkünfte aus partiarischen Darlehen nicht wie Dividendeneinkünfte, sondern wie Zinseinkünfte besteuert werden, obwohl sie gem. der vorgenommenen Systematisierung wie Dividendeneinkünfte einen nicht vorher bestimmbaren Einkünftepfad und keine Partition an laufenden Verlusten aufweisen. Ebenso werden Einkünfte aus einer (typisch) stillen Beteiligung nicht wie gewerbliche Einkünfte, sondern wie Zinseinkünfte besteuert. Die Kategorien des Mezzaninkapitals lassen sich zwar anhand der Merkmale Verlustpartizipation und Bestimmbarkeit des Einkünftepfades einer der drei bereits diskutierten Kategorien (Fremdkapitalanlage, Eigenkapitalanlage in die Kapital- und Eigenkapitalanlage in die Personengesellschaft) zuordnen, deren Besteuerungsregelungen folgen sie allerdings nicht. Im Folgenden soll die Besteuerung der fünf Kategorien nach deutschem Steuerrecht in ihren Grundzügen beschrieben werden.

Im Rahmen der stillen Beteiligung unterscheidet das deutsche Steuerrecht zwischen typisch und atypisch stiller Beteiligung. Im Gegensatz zum typisch stillen Gesellschafter ist der atypisch stille Gesellschafter nicht nur am Gewinn und Verlust, sondern auch an den stillen Reserven des Unternehmens beteiligt.[84] Während die Ein-

[84] Für eine detaillierte Gegenüberstellung der typisch und der atypisch stillen Beteiligung siehe bspw. Zenthöfer, Schulze zur Wiesche (2007), S. 777.

künfte des Anlegers aus einer stillen Beteiligung als Kapitaleinkünfte gem. § 20 Abs. 1 Nr. 4 EStG besteuert werden, erzielt der atypisch stille Gesellschafter Einkünfte aus Gewerbebetrieb gem. § 15 Abs. 1 Nr. 2 EStG. Die typisch stille Beteiligung wird damit im Gegensatz zur Gruppierung in Tabelle 3.2-4 analog zu den Zinseinkünften bei der Anlage ins Fremdkapital besteuert.

Die Besteuerung von Zinsen aus partiarischen Darlehen erfolgt analog zur Besteuerung von Einkünften aus einer typisch stillen Beteiligung.

Die laufenden Einkünfte einer Wandelschuldverschreibung stellen Zinseinkünfte dar und werden gem. § 20 Abs. 1 Nr. 7 EStG versteuert. Die Wandlung einer Wandelanleihe ist ebenso wie die Ausübung der Option bei einer Optionsanleihe steuerneutral, es resultiert daraus keine Steuerpflicht.[85]

Einkünfte aus Genussrechten fallen unter § 20 Abs. 1 Nr. 7 EStG und werden analog zu Zinseinkünften besteuert. Wird dem Inhaber des Genussrechts eine Beteiligung am Liquidationserlös der Gesellschaft eingeräumt, „*liegen aktienähnliche Beteiligungsrechte vor. Die Bezüge fallen dann unter § 20 Abs. 1 Nr. 1* EStG."[86]

Nachrangdarlehen unterscheiden sich in der Besteuerung aus Sicht des Darlehensgebers nicht von klassischen Darlehen. Die Besteuerung der Zinszahlungen erfolgt gem. § 20 Abs. 1 Nr. 7 EStG. Aus Sicht des Darlehensnehmers ist vor allem die Frage nach der handels- und steuerrechtlichen Bilanzierung entscheidend. Im Hinblick auf die Fragestellung der Arbeit soll darauf aber hier nicht eingegangen werden[87].

Deutlich wird, dass die Besteuerung der für die Fragestellung der Arbeit interessanten mezzaninen Kapitalanlageformen im Wesentlichen analog zur Besteuerung von Zinseinkünften erfolgt und somit der Fremdkapitalkategorie zuzuordnen wäre. Die Gruppierung nach Verlustpartizipation und Bestimmbarkeit des Einkünftepfades in Tabelle 3.2-4 zeigt aber, abgesehen von Nachrangdarlehen und Wandelschuldverschreibungen, dass bei der steuerökonomischen Analyse mezzaniner Anlageformen nicht einfach die Ergebnisse der Analyse der Anlage ins Fremdkapital übernommen werden können.

[85] Vgl. Werner (2007), S. 137 f.
[86] Vgl. Zenthöfer, Schulze zur Wiesche (2007), S. 762.
[87] Siehe dazu bspw. Werner (2007), S. 122 ff.

3.2.4.3 Besteuerung von Einkünften aus Mezzaninkapital in internationalen Steuersystemen

Grundsätzlich bestehen zwei Möglichkeiten, mezzanine Finanzierungsinstrumente steuerlich zu behandeln. Zum einen können deren Einkünfte analog zu Einkünften aus Eigenkapitalanlagen, zum anderen analog zu Einkünften aus Fremdkapitalanlagen besteuert werden. In Deutschland erfolgt die Besteuerung überwiegend gemäß der Besteuerung von Fremdkapitalanlagen. Je nach Einordnung gelangt man zu den internationalen Besonderheiten der Besteuerung von Fremd- oder Eigenkapital. Dahingehend sei auf die entsprechenden Kapitel 3.2.2.2 und 3.2.3.2 verwiesen.

3.2.4.4 Grenzüberschreitende Besteuerung von Einkünften aus Mezzaninkapital

Einkünfte aus Mezzaninkapital werden abkommensrechtlich entweder gem. Art. 10 OECD-MA wie Dividenden oder gem. Art. 11 OECD-MA wie Zinsen behandelt. Zur ersten Kategorie zählen Einkünfte aus einer typisch stillen Beteiligung[88] und aus Genussrechten, zur zweiten Kategorie zählen die Einkünfte aus partiarischen Darlehen, aus Nachrangdarlehen und aus Wandelschuldverschreibungen. Einkünfte aus atypisch stillen Beteiligungen werden von Art. 7 OECD-MA erfasst[89].

Die Zuordnung der Einkünfte aus Mezzaninkapital zu unterschiedlichen Artikeln des OECD-MA führt zu unterschiedlichen Besteuerungsfolgen für den Kapitalanleger. Während Art. 7 i.V.m. Art. 23 a OECD-MA die Freistellungsmethode vorsieht und damit das Steuerniveau des Quellenstaates einschlägig ist, greift bei Art. 10[90] und Art. 11 i.V.m. Art. 23 b OECD-MA das Anrechnungsverfahren, wodurch letztlich das Steuerniveau des Wohnsitzlandes realisiert wird.

Auf ein Problem bei der grenzüberschreitenden Besteuerung von Einkünften aus atypisch stillen Beteiligungen weist Strunk[91] am Beispiel eines deutschen Anteilseigners und Mezzanininvestors in einer US-amerikanischen Aktiengesellschaft hin: Im Falle einer deutschen Outbound-Investition in Form einer atypisch stillen Beteiligung kann es je nach Ausgestaltung des konkreten DBA zu einer Minder- bzw. Keinmalbesteuerung kommen. Aus deutscher Sicht sind Einkünfte aus einer atypisch stillen Beteiligung den Einkünften aus Gewerbebetrieb und damit abkom-

[88] Siehe Fn. 65.
[89] Siehe dazu auch Kapitel 3.2.3.3.
[90] ... unter der Annahme, dass keine Schachtelbeteiligung vorliegt.
[91] Vgl. Grotherr, Herfort, Strunk (2003), S. 538.

mensrechtlich Art. 7 OECD-MA zuzuordnen. Deutschland stellt die Einkünfte frei. Das OECD-MA ordnet aber Einkünfte aus einer stillen Beteiligung – ob nun typisch oder atypisch – Art. 10 OECD-MA zu. Dem Quellenstaat wird damit lediglich ein Besteuerungsrecht in Form einer Quellensteuer eingeräumt.

4 Steuerökonomische Analyse

4.1 Fremdkapitalanlage

4.1.1 Vorgehensweise und Definitionen

Als Fremdkapital bezeichnet man Kapital, das einem Unternehmen von unternehmensexternen Personen zeitlich begrenzt zur Verfügung gestellt wird.[92] Demnach ist die Fremdkapitalanlage die zeitlich begrenzte Überlassung von Kapital an ein (nicht eigenes) Unternehmen bzw. in genereller Betrachtung an einen Dritten. Zinsen sind die Entgelte für diese Kapitalüberlassung zur Nutzung.[93]

In dieser Arbeit wird davon ausgegangen, dass sowohl das eingesetzte Kapital als auch die Entgelte dafür sicher sind. Von der Unsicherheit hinsichtlich der Solvenz des Emittenten wird abstrahiert.

Entsprechend der vorgenommenen Systematisierung der Kapitalanlageentscheidung in Tabelle 2.3-1 wird die Fremdkapitalanlage von zwei Merkmalen definiert. Zum einen werden die Erträge aus der Fremdkapitalanlage entsprechend der Einkunftsbox „Zinseinkünfte" besteuert. D.h., dass diese typischerweise der normalen Einkommensteuer mit einer Quellensteuer als Vorsteuer oder aber einer Quellensteuer mit Abgeltungswirkung unterliegen. Zum anderen kann der Anleger den Zinspfad frei wählen.

Aus letzterem Punkt ergibt sich ein Spektrum von Stufenzinsanleihen, das dem Anleger zur Wahl steht, mit konkret festgelegten Nominalzinssätzen r für jede Periode t bis zum letzten Zeitpunkt der Anlagedauer n. Der Anleger kann entscheiden, ob alle Zinsen gleichverteilt über die Zeit wie bei der klassischen Festgeldanlage mit $r_1 = r_2 = ... = r_n$ oder bspw. alle Zinsen endfällig wie beim Zero-Bond mit $r_1 = r_2 = ... = r_{n-1} = 0$ gutgeschrieben werden. Denkbar ist auch jede Zwischenform bzw. spiegelbildliche Zinsverteilung mit einer Vorverlagerung der Zinsen im Ver-

[92] Vgl. Beatge, Kirsch, Thiele (2003), S. 3.
[93] Eine solche Definition von Zinsen findet sich bspw. in Art. 11 des OECD MA.

gleich zur Festgeldanlage. Im Rahmen der Arbeit wird daher von einem Spektrum an für den Anleger denkbaren Stufenzinsanleihen ausgegangen.

Definiert wird dieses Spektrum durch die zentrale Annahme, dass vor Steuern alle Kapitalanlagearten gleichwertig sind. Als Vergleichbarkeitskriterium wird der Kapitalwert verwendet. Der Kapitalwert einer beliebigen Stufenzinsanleihe ergibt sich mit:

Gleichung 4.1-1) $$KW = -AV + \frac{AV \cdot \prod_{t=1}^{n} (1 + r_t)}{(1+r)^n}$$

KW	Kapitalwert
AV	Anfangsvermögen
t	Zeitpunkt
r	Zinssatz der alternativen Festgeldanlage
r_t	Zinssatz der Stufenzinsanleihe im Zeitpunkt t
n	Laufzeit

Da der Kapitalwert der Festgeldanlage vor Steuern per Definition gleich Null ist, ergibt sich als Definitionsgleichung für das Spektrum der Stufenzinsanleihen:

Gleichung 4.1-2) $$(1+r)^n = \prod_{t=1}^{n} (1 + r_t)$$

Jede Stufenzinsanleihe, welche die Bedingung von Gleichung 4.1-2 erfüllt, steht dem Anleger damit im Rahmen der folgenden Analyse zur Verfügung. Der Zinsverteilungspfad, der den Nutzen des Anlegers nach Steuern maximiert, stellt die steueroptimale Fremdkapitalanlage dar.

Annahmegemäß strebt der Anleger im Rahmen dieser Arbeit danach, sein Endvermögen am Ende der Anlagedauer zu maximieren. Anlagedauer, Anlagebetrag, die vier Tarifkonstanten und der Zinssatz der vorsteueräquivalenten Festgeldanlage sind exogen vorgegeben. Der Anleger kann den Zinssatz in jeder Periode frei gemäß der eben genannten Definitionsgleichung bestimmen. Damit ergibt sich die Zielfunktion des Optimierungsproblems mit:

Gleichung 4.1-3) $$EV[r_t] = \max(!)$$

EV Endvermögen

Das Endvermögen einer beliebigen Anlagedauer n ergibt sich gem. Gleichung 2.4-7 mit:

Gleichung 4.1-4) $$EV_{St} = AV + \sum_{t=1}^{n}\left(\left(CF_t - A_{St}[zvE_t] \right) \cdot \prod_{j=t+1}^{n} \left(1 + r \cdot (1 - s_j)\right) \right)$$

EV_{St}	Endvermögen nach Steuern
CF_t	Cashflow im Zeitpunkt t
A_{St}	Steuerlast
zvE_t	zu versteuerndes Einkommen im Zeitpunkt t
j	Laufindex

Im Rahmen der Fremdkapitalanlage kann die Gleichung aber noch vereinfacht werden. Dem Anleger fließen während der Anlagedauer keine Cashflows zu. Der Zufluss der Zinsen und Zinseszinsen im Sinne eines Cashflows zum Anleger erfolgt in der letzten Periode. Im Gegensatz dazu findet die Gutschrift der Zinsen zu Besteuerungszwecken bereits in vorangegangenen Perioden statt. Aber auch die Steuerlast, die in jeder Periode zu zahlen ist, muss nicht explizit aufgezinst werden, da sie das zu versteuernde Einkommen der Folgeperiode mindert und damit Zins- und Zinseszinseffekte bereits berücksichtigt sind. Anders wäre das, wenn der Anleger die Steuern aus einer anderen Quelle als der Kapitalanlage zahlt. Da dann aber die Vergleichbarkeit nicht mehr gewährleistet wäre, werden die Steuern im Rahmen dieser Analyse aus der Kapitalanlage heraus gezahlt. Das Aufzinsen der zu versteuernden Einkommen und der Steuerlast ist damit im Rahmen der Fremdkapitalanlage formelmäßig nicht notwendig. Gleichung 4.1-4 vereinfacht sich (vorerst) zu:

Gleichung 4.1-5) $$EV[r_t] = AV + \sum_{t=1}^{n} zvE_t - \sum_{t=1}^{n} A_{St}[zvE_t]$$

Äquivalent dazu kann das Endvermögen auch beschrieben werden mit:

Gleichung 4.1-6) $$EV[r_t] = AV \cdot \prod_{t=1}^{n}(1 + r_t) - \sum_{t=1}^{n}\left(A_{St}[zvE_t] \cdot \prod_{i=t+1}^{n}(1 + r_i) \right)$$

Der erste Summand fingiert, dass gar keine Besteuerung der Stufenzinsanleihe stattfindet. Der zweite Summand korrigiert dann das Endvermögen um die jeweils auf den letzten betrachteten Zeitpunkt aufgezinsten Steuerlasten. Im Gegensatz zu Gleichung 4.1-5 kann jetzt auf ein Aufzinsen der Steuerlast nicht mehr verzichtet werden, da der erste Summand die fehlende Verzinsung der Steuerbeträge nicht mehr implizit berücksichtigt.

Auf den ersten Blick unübersichtlicher, wird sich diese Form des Endvermögens als wesentlich überschaubarer als die in Gleichung 4.1-5 erweisen. Aus Gleichung 4.1-2 und Gleichung 4.1-6 lässt sich das Optimierungsproblem nun formal mittels einer Lagrange-Funktion darstellen als:

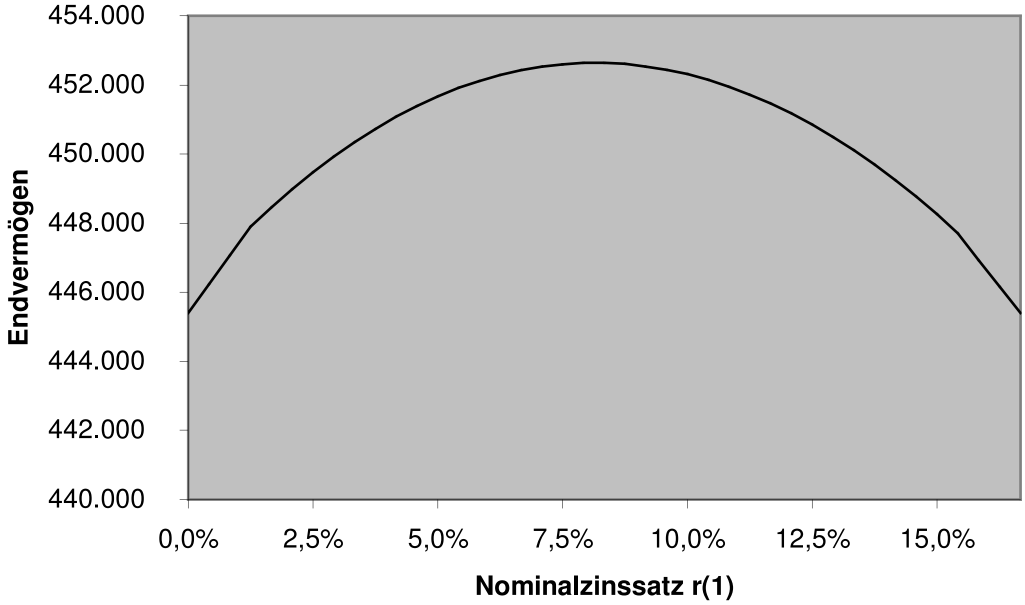
Gleichung 4.1-7)
$$L[r_t;\lambda] = AV \cdot \prod_{t=1}^{n}(1+r_t) - \sum\left(A_{St}[zvE_t] \cdot \prod_{i=t+1}^{n}(1+r_i)\right) + \lambda \cdot \left((1+r)^n - \prod_{t=1}^{n}(1+r_t)\right)$$

Wenn man L nach den Nominalzinssätzen der einzelnen Perioden und nach λ ableitet und das sich so ergebende Gleichungssystem löst, erhält man den Zinsverteilungspfad aus dem Spektrum möglicher Stufenzinsanleihen, der das Endvermögen des Anlegers nach Steuern maximiert. Man erhält die steueroptimale Fremdkapitalanlagestrategie.

Folgendes Beispiel belegt, dass ein Optimum zumindest mit den angenommenen Tarifvariablen existiert: Es gelte ein fiktiver Steuertarif mit $GF = 5.000$, $OG = 60.000$, $s^{\min} = 15\%$ und $s^{\max} = 50\%$. Der Emittent gewährt dem Anleger, der 400.000 EUR über zwei Jahre anlegen will, jede Stufenzinsanleihe, die eine Vorsteuereffektivverzinsung von 8% aufweist.[94] Der Zinssatz der zweiten Periode r_2 ist bei einer zweiperiodigen Anlagedauer über die Vorsteueräquivalenzbedingung durch r_1 definiert. Aus Gleichung 4.1-6 ergibt sich damit folgende Darstellung:

[94] Zur Rechtfertigung dieser Annahme siehe Kapitel 4.1.3.4.

Diagramm 4.1-1) Endvermögen in Abhängigkeit von r_1 für $n = 2$ und $r = 8\%$ im fiktiven Einkommensteuertarif mit $GF = 5.000$, $OG = 60.000$, $s^{\min} = 15\%$ und $s^{\max} = 50\%$



Im Beispiel liegt die optimale Stufenzinsanleihe bei $r_1 = 8{,}13\%$ und $r_2 = 7{,}87\%$.

Um dieses Optimum unabhängig von konkreten Beispielen herleiten zu können, wird wie folgt vorgegangen:

Nach einem Exkurs zum optimalen Steuerbilanzgewinnpfad soll die optimale Kapitalanlage in einem ersten Schritt ohne Berücksichtigung internationaler Besteuerungstatbestände untersucht werden. Dazu wird anfangs von einem konstanten Steuersatz ausgegangen. Anschließend wird das Optimum im Hauptteil dieses Abschnitts bei progressiven Durchschnittssteuersätzen ermittelt. Dabei gliedert sich die Untersuchung sowohl im 2-Perioden- als auch im Mehr-Perioden-Modell in die drei Tarifbereiche des fiktiven Steuertarifs – Grundfreibetrag, Progressions- und Proportionalbereich. Anschließend werden die Ergebnisse noch für den Fall, dass weitere Einkünfte als die betrachteten Zinsen vorliegen, modifiziert.

In einem zweiten Schritt werden die gewonnenen Ergebnisse auf die Frage nach der steueroptimalen internationalen Kapitalanlage untersucht, wobei insbesondere der Einfluss der Tarifvariablen und die Auswirkungen von Anrechnungsverfahren und internationalen Quellensteuern auf Kapitalerträge auf das Optimum untersucht werden.

4.1.2 Exkurs: Der optimale Steuerbilanzgewinnpfad

Die Frage nach dem steueroptimalen Einkünftepfad bei progressiven Einkommensteuertarifen ist schon lange Gegenstand der betriebswirtschaftlichen Literatur. Dabei wird insbesondere die Frage nach dem optimalen Steuerbilanzgewinnpfad behandelt, d.h. es werden die Einkünfte aus Gewerbebetrieb bzw. selbstständiger Arbeit optimal im Zeitablauf verteilt. Da eine offensichtliche Ähnlichkeit mit der Frage nach der Verteilung der Einkünfte aus Kapitalvermögen besteht, sollen hier exkursartig die Literaturmeinungen zum optimalen Steuerbilanzgewinnpfad wiedergegeben werden, um deren Haupteffekte herauszuarbeiten und hinsichtlich der Anwendbarkeit auf die Fragestellung dieser Arbeit zu beurteilen. Es wird sich zeigen, dass die bisherigen Modelle zum optimalen Steuerbilanzgewinnpfad für die Frage nach dem optimalen Zinspfad zu kurz greifen.

Einer der ersten Ansätze zur optimalen Verteilung des Steuerbilanzgewinns im progressiven deutschen Einkommensteuertarif stammt von Voigt[95]. Er schlägt im Hinblick auf die Progressionswirkung im Zeitablauf schwankender Gewinne eine Nivellierung vor, d.h. eine soweit durch Wahlrechte ermöglichte Gleichverteilung der Steuerbilanzgewinne.[96] Der **Progressionseffekt** wirkt sich auch auf die hier betrachtete steueroptimale Kapitalanlage aus. So führt bspw. bei progressivem Steuersatz ein zur Festgeldanlage vor Steuern äquivalenter Zero-Bond nach Steuern auf Grund der kumulierten Zinsen zu einem höheren Grenzsteuersatz beim Anleger und damit zu einer höheren Steuerlast. Der Progressionseffekt führt zu einer Gleichverteilung der Einkünfte im Sinne steueroptimaler Gestaltung.

Heigl[97] zeigt, dass das Vogt'sche Konzept der Nivellierung nicht allgemeingültig angewandt werden kann. Er geht dabei von der Maximierung des Kapitalwertes nach Steuern als Zielfunktion aus. Dieser ergibt sich lt. Heigl[98] mit:

[95] Vgl. Vogt (1941).
[96] Vgl. ebenda, S. 13.
[97] Vgl. Heigl (1970).
[98] Vgl. ebenda, S. 113.

Gleichung 4.1-8) $$KW = \sum_{t=1}^{n} \frac{G_t - A_{St,t}}{q^t} \rightarrow \max!$$

KW	Kapitalwert[99]
G_t	Gewinn im Zeitpunkt t
q	Abzinsungsfaktor mit $q = 1 + r$

Die Steuerlast entwickelt sich gem. einer progressiven Tarifformel. Eine Kumulation der steuerlichen Bemessungsgrundlage im Zeitablauf ist damit nachteilig. Man gelangt unter diesem Aspekt zur Bemessungsgrundlagennivellierung als Handlungsempfehlung. Gleichung 4.1-8 verdeutlicht aber auch, dass eine Verschiebung der Steuerlast im Zeitablauf nach hinten durch die Abzinsung eine den Kapitalwert erhöhende Wirkung hat. Es existiert neben dem Progressionseffekt auch ein diesem entgegenwirkender **Zinseffekt**. Heigl kommt zu keiner Optimalitätsbedingung, zeigt aber anhand von Beispielen, dass je nach Ausprägung der Steuertarifformel und des Abzinsungsfaktors entweder die Gewinnnivellierung oder die maximale Vorverlagerung der Einkünfte optimal sein kann. Der Abzinsungsfaktor wird mit Verweis auf die externe Alternativanlage als konstant und nach Steuern angenommen.

Parallel zu Heigl entwickelte Marettek[100] ein weiteres Entscheidungsmodell, das ebenfalls Zins- und Progressionseffekt berücksichtigt, aber auf einer Minimierung der Steuerlast als Zielfunktion beruht. Diese ergibt sich demnach[101] formal mit:

Gleichung 4.1-9) $$BW = \sum_{t=1}^{n} \frac{A_{St,t}}{q^t} \rightarrow \min!$$

BW	Barwert der Steuerzahlungen

Das zu versteuernde Einkommen definiert Marettek als Gewinn[102] abzüglich einer steuerpolitischen Manövriermasse (bspw. AfA). Marettek weist anhand eines Beispiels[103] nach, dass die Gewinnnivellierung ebenso wie die maximale Vorverlagerung steuerlicher Bemessungsgrundlagen nicht die optimale Verteilung der Periodensteuerbemessungsgrundlagen ist.

---

99 … wobei in den Definitionen dieser Arbeit eigentlich der Barwert gemeint ist, da die Investitionsauszahlung, bspw. die Gründungsauszahlung für das Unternehmen, vernachlässigt wird.
100 Vgl. Marettek (1970) und Marettek (1971).
101 Vgl. Marettek (1970), S. 28.
102 Im Sinn eines Bruttoperiodengewinns abzüglich nicht verlagerbarer Aufwendungen.
103 Vgl. Marettek (1970), S. 26.

Im Gegensatz zu Heigl entwickelt Marettek entwickeln ein allgemeingültiges Entscheidungsmodell. Darauf aufbauend formuliert Siegel[104] eine Optimalitätsbedingung wie folgt: „*Die Aufteilung eines n-jährigen Gesamteinkommens G_n ergibt dann die minimale Steuerbarwertsumme, wenn die Grenzbelastung t'_{0i} des im i-ten Jahr ausgewiesenen Einkommens E_i in allen Jahren gleich ist. … Wäre die Grenzbelastung in einem Jahre i niedriger (höher) als in den übrigen Jahren, so könnte die Steuerbarwertsumme gesenkt werden, indem die Einkommensbeträge ins i-te (aus dem i-ten) Jahr verlagert werden und zwar so lange bis die Grenzbelastung in allen Jahren gleich ist.*“ Formal ergibt sich die optimale Verteilung des Gesamteinkommens wenn gilt:

Gleichung 4.1-10) $$\frac{s'_t}{q^t} = s'_{oi} = konst$$

s'_t	Grenzsteuerbelastung in Periode t
s'_{oi}	auf $t = 0$ diskontierte Grenzsteuerbelastung

Entscheidend im Hinblick auf diese Arbeit sind zwei Prämissen, von denen Siegel ausgeht:

1) Zum einen ist die Summe der Periodengewinne vorgegeben. Variiert, d.h. optimal auf die Perioden verteilt, werden lediglich die zu versteuernden Einkommen über die steuerliche Manövriermasse und nicht die Gewinne als solche.

2) Zum anderen geht Siegel von einem konstanten Abzinsungsfaktor aus[105], der eine ggf. günstigere Verwendung frei werdender liquider Mittel bei Steuerverschiebung nicht berücksichtigt.

Die zweite Prämisse lässt Siegel in einem späteren Aufsatz[106] fallen und formuliert die Marettek'sche Zielfunktion als[107]:

Gleichung 4.1-11) $$BW = \sum_{t=1}^{n} \frac{A_{St,t}}{\prod_{i=1}^{t} q_i} \rightarrow \min!$$

[104] Vgl. Siegel (1972), S. 67 f.
[105] Vgl. ebenda S. 80.
[106] Vgl. Siegel (1973).
[107] Vgl. ebenda S. 269.

Die Optimalitätsbedingung von Siegel in Gleichung 4.1-10 berücksichtigt allerdings die Progressionswirkung auf die Zinsen, d.h. auf den Abzinsungsfaktor nicht. Diesen **Zinsprogressionseffekt** berücksichtigend formulieren Dedner, Günther und Rünger[108] die Optimalitätsbedingung neu als:

Gleichung 4.1-12) $$s'_{t+1} = \frac{1+r}{1+r \cdot s'_t} \cdot s'_t$$

Der Zinsprogressionseffekt wirkt sich im Hinblick auf den optimalen Steuerbilanzgewinnpfad analog zum Progressionseffekt in Richtung der Gewinnnivellierung aus.

Würde man die Optimalitätsbedingung für den Steuerbilanzgewinn von Dedner, Günther und Rünger auf das im vorangegangenen Kapitel genannte Problem der optimalen Stufenzinsanleihe übertragen, könnte man folgendes Beispiel einer vermeintlich optimalen Stufenzinsanleihe (mit einem fiktiven Einkommensteuertarif mit $s^{\min} = 15\%$, $s^{\max} = 50\%$, $GF = 5.000$, $OG = 60.000$ und einer vorgegebenen Verzinsung der vorsteueräquivalenten Festgeldanlage von 8%) konstruieren.

Tabelle 4.1-1) Vollständiger Finanzplan einer Stufenzinsanleihe bei einer Anlage von 400.000 EUR über 3 Jahre mit Zinsverteilung entsprechend Gleichung 4.1-12

Zeitpunkt	0	1	2	3
Zinssatz		7,85%	8,01%	8,14%
Zinsen		31.409	34.068	36.796
Steuern		6.181	7.049	7.986
Kontostand	400.000	425.229	452.248	481.058
Grenzsteuersatz		31,81%	33,50%	35,23%

Dass es sich hierbei nicht um das Optimum handelt, wird deutlich, wenn man den Finanzplan mit der vorsteueräquivalenten Festgeldanlage mit $r_1 = r_2 = r_3 = 8\%$ rechnet. Diese generiert ein Endvermögen nach Steuern von 481.068 GE. Die in Tabelle 4.1-1 gezeigte Stufenzinsanleihe stellt scheinbar nicht das Optimum dar. Im Gegensatz zum optimalen Steuerbilanzgewinnpfad muss die Bildungsvorschrift für die optimale Zinsverteilung also anders lauten.

Der Grund dafür ist, dass im Falle der Fremdkapitalanlage eine Verschiebung der steuerlichen Bemessungsgrundlage unabhängig von den eigentlichen Einnahmeüberschüssen nicht möglich ist. Je höher die vorsteueräquivalent auf spätere Perio-

[108] Vgl. Dedner, Günther, Rünger (1980), S. 171 Gleichung (15); Die Gleichung wurde hier analog zu Siegel [vgl. Siegel (1980), S. 269] der Übersichtlichkeit halber umgestellt.

den verschobenen Nominalzinsen sind, desto höher ist der Zinsverlust auf Grund der Steuerlast der Vorperioden. Die Implikation dieses **Zinseszinseffektes** ist demnach eine maximale Vorverlagerung der Nominalzinsen auf die erste Periode, also im Sinne eines inversen Zero-Bonds mit Auszahlung am Ende der dritten Periode. Da bei einer zu starken Vorverlagerung aber wieder Progressions- und Zinsprogressionseffekt greifen, sorgt der Zinseszinseffekt für eine weitere Tendenz in Richtung der Einkünftenivellierung.

Bei der Frage nach der optimalen Fremdkapitalanlage existiert neben dem hier exkursartig aufgeführten Progressions-, Zins- und Zinsprogressionseffekt ein vierter Einflussfaktor auf das Optimum, ein **Zinseszinseffekt** auf Grund der Zinsverschiebung. Dieser wirkt in dieselbe Richtung wie Progressions- und Zinsprogressionseffekt, d.h. in Richtung einer Einkünftenivellierung.

Wie demnach die optimale Stufenzinsanleihe tatsächlich ausgestaltet ist und welchen Einfluss unterschiedliche Vorsteuereffektivverzinsungen und Tarifvariablen des fiktiven Steuertarifs haben, wird im Folgenden näher untersucht.

4.1.3 Steueroptimale Fremdkapitalanlage ohne Berücksichtigung internationaler Besteuerungstatbestände

4.1.3.1 Analyse bei konstantem Steuersatz

In einem ersten Schritt der Analyse wird angenommen, dass Zinsen mit einem konstanten Steuersatz s besteuert werden.

Damit fallen Progressionseffekt und Zinsprogressionseffekt des vorangegangenen Kapitels nicht mehr an, da es keine Steuersatzprogression gibt. Es bleiben als das Optimum bestimmende Effekte der Zinseffekt und der Zinseszinseffekt bei der Verschiebung von Nominalzinsen. Der Zinseffekt führt zu einer maximalen Aufschiebung der Zinsen. Der Zinseszinseffekt beschreibt die Reduzierung von Zinseszinsvolumen durch die Verschiebung der Zinsen auf spätere Zeitpunkte, wobei diese Reduzierung zwar vorsteueräquivalent ausgeglichen wird, durch die Besteuerung in den späteren Perioden dieser Ausgleich nach Steuern aber nicht vollständig erfolgt. Dieser Effekt tritt ein, solange Zinsen zumindest teilweise auf die $(n-1)$-te Periode bzw. frühere Perioden verschoben werden. Bei vollständiger Verschiebung aller Zinsen auf die letzte Periode wird auch nach Steuern der Zinseszinsverlust auf Grund der Zinsverschiebung durch die Vorsteueräquivalenzprämisse ausgeglichen.

Bei einer maximalen Aufschiebung der Zinsen sorgt der Zinseszinseffekt demnach nicht für einen Nachteil und für eine Tendenz zur Vorverlagerung. Damit kann vorab die Hypothese aufgestellt werden, dass bei konstantem Steuersatz die maximale Aufschiebung der Zinsen optimal ist.

Aus dem gesamten Spektrum der Stufenzinsanleihen werden zwei Spezialformen herausgegriffen – die Festgeldanlage und der Zero-Bond. Bei der Festgeldanlage sind die Nominalzinsen gleich verteilt, beim Zero-Bond sind alle Zinsen endfällig.

Betrachtet wird zuerst ein Beispiel: Ein Anleger möchte 400.000 GE drei Jahre lang anlegen. Seine Hausbank gewährt ihm dafür eine feste Nominalverzinsung von 8%. Die Zinsen werden mit einem konstanten Steuersatz von 42% besteuert. Es ergibt sich folgender vollständiger Finanzplan:

Tabelle 4.1-2) Vollständiger Finanzplan einer Festgeldanlage (AV = 400 TGE; n = 3 Jahre; r = 8% und s = 42%)

Zeitpunkt	0	1	2	3
Zinssatz		8,00%	8,00%	8,00%
ohne Steuern				
Zinsen		32.000,00	34.560,00	37.324,80
Kontostand	400.000,00	432.000,00	466.560,00	503.884,80
mit Steuern				
Zinsen		32.000,00	33.484,80	35.038,49
Steuern		13.440,00	14.063,62	14.716,17
Kontostand	400.000,00	418.560,00	437.981,18	458.303,51

Für den vorsteueräquivalenten Zero-Bond ergibt sich folgende Zahlungsreihe:

Tabelle 4.1-3) Zahlungsreihe des zu Tabelle 4.1-2 äquivalenten Zero-Bonds

Zeitpunkt	0	1	2	3
Zinssatz		0,00%	0,00%	25,9712%
ohne Steuern				
Zinsen		0,00	0,00	103.884,80
Kontostand	400.000,00	400.000,00	400.000,00	503.884,80
mit Steuern				
Zinsen		0,00	0,00	103.884,80
Steuern		0,00	0,00	43.631,62
Kontostand	400.000,00	400.000,00	400.000,00	460.253,18

Das Beispiel bestärkt die intuitive Vermutung: Die maximale Verschiebung des Zinsaufkommens, also der Zero-Bond, führt zum höheren Nachsteuerendvermögen.

Jetzt stellen sich zwei Fragen: Gilt die oben getroffene Feststellung der Vorteilhaftigkeit des Zero-Bonds generell oder nur für das Beispiel? Was passiert bei nichtkonstanten Steuersätzen auf Zinseinkünfte? Für die zweite Frage sei auf die folgenden Kapitel verwiesen. Die erste Frage lässt sich mittels Kapitalwertvergleich beantworten.

Der Kapitalwert der Festgeldanlage ist vor Steuern und nach Steuern per Definition gleich Null. Der Kapitalwert des Zero-Bonds ergibt sich mit:

Gleichung 4.1-13) $$KW_s^{ZB} = -AV + \frac{EV - (EV - AV) \cdot s}{(1 + r_s)^n}$$

KW_s^{ZB}	Nachsteuerkapitalwert des Zero-Bonds
r_s	Kalkulationszinssatz nach Steuern

Anhand der Formel wird deutlich, dass die Besteuerung in zweierlei Hinsicht greift: Zum einen wird am Ende der Laufzeit die Differenz zwischen Rückzahlungsbetrag und Nennwert mit einem Steuersatz s auf Kapitaleinkünfte besteuert. Zum anderen reduziert sich der Kalkulationszinssatz r um den Faktor $(1-s)$ auf den Nachsteuerkalkulationszinssatz r_s.

Um die Vorsteuerindifferenz zwischen Festgeld und Zero-Bond zu gewährleisten, muss gelten: $EV = AV \cdot (1+r)^n$. Unter dieser Voraussetzung und mit Kenntnis des Festgeld-Kapitalwerts nach Steuern ($KW_s^{FG} = 0$) kann man den Kapitalwertvorteil des Zero-Bonds, der aus der Berücksichtigung von Steuern resultiert, wie folgt darstellen:

Gleichung 4.1-14) $$\Delta KW = KW_s^{ZB} - KW_s^{FG}$$

KW_s^{FG}	Nachsteuerkapitalwert der Festgeldanlage
ΔKW	Kapitalwertvorteil des Zero-Bond

Nach Einsetzen der o.g. Kapitalwert, Umformen und Vereinfachen[109] erhält man:

Gleichung 4.1-15) $$\frac{\Delta KW}{AV} = \frac{1 + (1-s) \cdot \sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} \cdot r^k}{1 + \sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} \cdot r^k \cdot (1-s)^k} - 1$$

[109] Siehe Anhang 1.

Man erkennt, dass sich der Zähler vom Nenner des Quotienten nur in der Art und Weise der Berücksichtigung des Steuerterms $(1-s)$ unterscheidet. Einmal wird die Steuerbelastung als konstanter Faktor (Endfälligkeit der Steuern beim Zero-Bond) und einmal als exponentieller Faktor (jährliche Besteuerung der Festgeldzinsen) berücksichtigt.

$(\Delta KW / AV)$ ist die Kapitalwertdifferenz nach Steuern zwischen Zero-Bond und Festgeldanlage, gemessen als Anteil am Nennwert der beiden Anlageformen, der per Definition gleich ist. Es handelt sich also um einen relativen Faktor mit folgenden drei möglichen Ausprägungen:

1) $(\Delta KW / AV) > 0$ Zero-Bond ist vorteilhaft gegenüber dem Festgeld.

2) $(\Delta KW / AV) = 0$ Beide Anlageformen sind gleichwertig.

3) $(\Delta KW / AV) < 0$ Festgeld ist vorteilhaft gegenüber dem Zero-Bond.

Zur Verdeutlichung des Vorzeichens von $(\Delta KW / AV)$ wird der Zähler vom Nenner des Quotienten in Gleichung 4.1-15 subtrahiert. Dabei wird von der Hypothese ausgegangen, dass $(\Delta KW / AV)$ immer größer als Null, also der Zero-Bond unter Berücksichtigung von Steuern immer vorteilhaft ist und damit der Zähler größer als der Nenner ist. Es ergibt sich:

Gleichung 4.1-16)

$$\begin{aligned} 0 < & \binom{n}{2} \cdot r^2 \cdot (1-s) + \ldots + \binom{n}{n-1} \cdot r^{n-1} \cdot (1-s) + \binom{n}{n} \cdot r^n \cdot (1-s) \\ & - \binom{n}{2} \cdot r^2 \cdot (1-s)^2 - \ldots - \binom{n}{n-1} \cdot r^{n-1} \cdot (1-s)^{n-1} - \binom{n}{n} \cdot r^n \cdot (1-s)^n \end{aligned}$$

$(1-s)^n$ ist immer kleiner als $(1-s)$, wenn gilt, dass $n \in N$, $n > 1$ und $0\% < s < 100\%$. Und wenn $(1-s)^n$ kleiner ist als $(1-s)$, dann ist im Hinblick auf Gleichung 4.1-15 die Kapitalinvestition in Form eines Zero-Bonds immer besser als die in Form einer Festgeldanlage.[110] Wenn man dagegen eine Laufzeit von nur einem Jahr unterstellt oder wenn der Steuersatz 0% oder 100% beträgt, sind beide Alternativen auch nach Steuern indifferent. Das ist plausibel, da bei s = 0% der Barwert nach Steuern dem vor Steuern entspricht und bei s = 100% alle Zinsein-

[110] Zu diesem Ergebnis kommen auch Schult und Freyer [vgl. Schult, Freyer (1999)].

künfte dem Fiskus zufließen. Bei einer Laufzeit von einem Jahr entsprechen sich beide Anlageformen unter der Annahme jährlicher Zinsen ohnehin.

Die Funktion des relativen Kapitalwertvorteils über dem durchschnittlichen Steuersatz ist konkav mit Nullstellen bei s = 0% und s = 100%.

Mit Steuersätzen zwischen 0% und 100% und Laufzeiten über einem Jahr ist damit der Zero-Bond das Optimum im Bezug auf die Entscheidung zwischen Zero-Bond und Festgeldanlage, wenn man von konstanten Steuersätzen ausgeht.

Die steuerökonomisch optimale internationale Kapitalanlage wäre – unter der Prämisse international zwar verschiedener, aber konstanter Steuersätze – dort, wo das Steuersatzniveau am geringsten ist.

Die getroffenen Feststellungen beschränken sich auf den Kapitalanleger, der den Zero-Bond im Privatvermögen hält. Da gilt das Zuflussprinzip. Ein Zero-Bond eines Gläubigers im bilanzierungspflichtigen Betriebsvermögen werden n.h.M. zum Ausgabebetrag aktiviert und die Forderung dann jährlich um den entsprechenden Zinsbetrag erhöht.[111] Alternativ kann der Zero-Bond auch zum Rückzahlungsbetrag aktiviert und ein Disagio in Höhe der darin enthaltenen Zinsforderung passiviert werden. Letzteres wird dann jährlich Zinsen und Zinseszinsen entsprechend erfolgswirksam abgeschrieben[112]. Damit entspricht der Zero-Bond der im Betriebsvermögen gehaltenen Festgeldanlage.

Die Annahme eines konstanten Steuersatzes lässt sich, da es keine Steuertarife mit tatsächlich konstanten Steuersätzen gibt[113], unter zwei möglichen Voraussetzungen rechtfertigen:

1) Es existiert eine Kapitalertragsteuer mit Abgeltungswirkung unabhängig vom Einkommensteuertarif, die über einen konstanten Steuersatz verfügt. Darüber hinaus darf kein Freibetrag für Einkünfte aus Kapitalvermögen existieren.

2) Der Steuerpflichtige realisiert neben den Kapitaleinkünften schon Einkünfte, die zu einer Veranlagung im Proportionalbereich eines Steuertarifs führen. Die Analyse der optimalen Verteilung der Kapitaleinkünfte stellt dann eine

[111] Vgl. bspw. Coenenberg (2003), S. 166; Zehner (1988), S. 179 ff.
[112] Vgl. Baetge, Kirsch, Thiele (2003), S. 350 f.
[113] Zumindest ein Grundfreibetrag existiert immer, was zu einem progressivem Steuersatz führt, selbst wenn über den Rest des Tarifs der Grenzsteuersatz konstant ist.

Differenzbetrachtung dar. Einschlägig ist der Differenzsteuersatz[114] und der ist im Proportionalbereich eines Steuertarifs konstant.

Kapitaleinkünfte, die so hoch sind, dass der Durchschnittssteuersatz annähernd dem konstanten Grenzsteuersatz des Proportionalbereichs entspricht, rechtfertigen die Annahme eines konstanten Steuersatzes im Rahmen dieser Analyse nicht, da bei einer Verteilung der Einkünfte zumindest in einer Periode so wenig Zinsen auftreten können, dass diese Bedingung nicht mehr erfüllt ist.

In den folgenden Kapiteln stellt sich die Frage nach der steueroptimalen Stufenzinsanleihe, wenn die beiden eben genannten Bedingungen für die Annahme eines konstanten Steuersatzes nicht mehr erfüllt sind.

4.1.3.2 Analyse bei progressivem Steuersatz

4.1.3.2.1 Die optimale Ausnutzung des Grundfreibetrages

Im ersten Bereich des fiktiven Steuertarifs findet keine Besteuerung der Zinsen statt. Dieser Bereich erstreckt sich von einem zu versteuernden Einkommen – den Zinsen – von Null bis zum Grundfreibetrag.

Das Endvermögen ergibt sich in diesem Fall aus Gleichung 4.1-6 mit $A_{St}\left[zvE_t\right]=0$ vereinfacht zu:

Gleichung 4.1-17) $$EV\left[r_t\right]=AV\cdot\prod_{t=1}^{n}\left(1+r_t\right)$$

Da die Vorsteueräquivalenz gelten muss, entspricht dieses Endvermögen dem der entsprechenden Festgeldanlage mit:

Gleichung 4.1-18) $$EV\left[r_t\right]=AV\cdot\left(1+r\right)^n$$

Das bedeutet, dass die Verteilung der Nominalzinsen nicht von Bedeutung ist. Es wird mit jeder Form der Stufenzinsanleihe exakt dasselbe Endvermögen realisiert. Das ist allerdings nur solang der Fall, wie gilt $zvE_t \leq GF$.

Im Rahmen der steueroptimalen Kapitalanlage stellt sich daher lediglich die Frage nach der optimalen Ausnutzung des Grundfreibetrages. Die Nominalzinsen sollen also so verteilt werden, dass in jeder Periode genau der Grundfreibetrag ausgenutzt

[114] Vgl. Schult (2002), S. 66 ff.

wird. Es muss dann gelten $zvE_t = GF$. Damit ergibt sich folgendes Gleichungssystem ...

Gleichung 4.1-19) $GF = AV \cdot r_1$

Gleichung 4.1-20) $GF = AV \cdot (1 + r_1) \cdot r_2$

Gleichung 4.1-21) $GF = AV \cdot (1 + r_1) \cdot (1 + r_2) \cdot r_3$

Gleichung 4.1-22) $GF = AV \cdot (1 + r_1) \cdot (1 + r_2) \cdot \ldots \cdot (1 + r_{n-1}) \cdot r_n$

…, das sukzessiv gelöst werden kann durch …

Gleichung 4.1-23) $r_1 = \frac{GF}{AV}$

Gleichung 4.1-24) $r_2 = \frac{r_1}{(1 + r_1)}$

Gleichung 4.1-25) $r_3 = \frac{r_2}{(1 + r_2)}$

Gleichung 4.1-26) $r_n = \frac{r_{n-1}}{(1 + r_{n-1})}$

Daraus ergeben sich die Nominalzinsen der Stufenzinsanleihe, die in jeder Periode gerade den Grundfreibetrag ausnutzt, mit:

Gleichung 4.1-27) $r_t = \frac{GF}{AV + (t-1) \cdot GF}$

Das entsprechende Endvermögen ergibt sich mit:

Gleichung 4.1-28) $EV = AV + n \cdot GF$

Dazu ein Beispiel: Eine Bank bietet dem Anleger über drei Jahre eine Effektivverzinsung von 5%. Im Anlageland des dort steuerpflichtigen Anlegers existiert ein Freibetrag auf Kapitaleinkünfte von 7.000 GE. Über die Vorsteueräquivalenz und unter Beachtung von Gleichung 4.1-27 ergibt sich folgende Bedingung:

Gleichung 4.1-29)

$$(1 + 5\%)^3 = \left(1 + \frac{7.000}{AV}\right) \cdot \left(1 + \frac{7.000}{AV + 7.000}\right) \cdot \left(1 + \frac{7.000}{AV + 2 \cdot 7.000}\right)$$

Man erhält den maximalen Betrag, der steuerfrei angelegt werden kann, mit 133.227 EUR. Damit ergibt sich die Stufenzinsanleihe, die den Grundfreibetrag optimal ausnutzt, mit $r_1 = 5{,}25\%$, $r_2 = 4{,}99\%$ und $r_3 = 4{,}75\%$. Der Anleger erhält nach drei Jahren ein Endvermögen von 154.211[115]

Eine andere Stufenzinsanleihe bspw. die Festgeldanlage hätte mit einem Anfangsvermögen von 133.227 EUR im dritten Jahr einen Zinsertrag von 7.344 EUR generiert. Dieser liegt über dem hier angenommenen Freibetrag und hätte eine Steuerbelastung im dritten Jahr bewirkt. Damit wäre das Endvermögen der Festgeldanlage um die Steuerlast auf 344 EUR geringer als das der oben genannten Stufenzinsanleihe.

Am Ende dieses Kapitels kann man sagen, dass es genau eine Stufenzinsanleihe mit fallenden Nominalzinsen gibt, die den Grundfreibetrag in jeder Anlageperiode optimal ausnutzt. Diese Anleihe wird definiert durch Gleichung 4.1-27.

4.1.3.2.2 Die optimale Stufenzinsanleihe im Progressionsbereich des fiktiven Steuertarifs für n = 2

4.1.3.2.2.1 Analytische Herleitung

Eine Optimierung für $n = 1$ erübrigt sich, da die Nebenbedingung dann mit $1 + r = 1 + r_1$ bereits die einzige mögliche Lösung mit $r_1 = r$ vorgibt. Die Lösung ist trivial, da bei nur einer Periode eine Verteilung der Zinsen gar nicht möglich ist. Festgeldanlage, Zero-Bond und alle anderen Stufenzinsanleihen stellen unter der Nebenbedingung ein und dieselbe Anlageform dar.

Daher soll der optimale Zinsverteilungspfad als erstes für einen Anlagezeitraum von 2 Jahren ermittelt werden, bevor alternative Vorgehensweisen zur Ermittlung des optimalen Zinsverteilungspfades für mehr als 2 Perioden gesucht werden. Folgende Annahmen werden dabei in diesem Kapitel vorerst getroffen:

1) Die zu versteuernden Einkommen befinden sich im Bereich zwischen dem Grundfreibetrag und der oberen Progressionsgrenze. Betrachtet wird also der Progressionsbereich des Steuertarifs.

2) Es gilt der fiktive Steuertarif aus Kapitel 2.4.1.

[115] Eine geringfügige Differenz zum tatsächlich optimalen Endvermögen von 154.226 EUR resultiert aus der Rundung bei den Stufenzinssätzen auf volle 1/100-Prozent.

3) Der Kapitalanleger bezieht keine weiteren Einkünfte außer denen aus der betrachteten Kapitalanlage.

Aus Gleichung 4.1-5 ergibt sich die Zielfunktion des Optimierungsproblems für $n = 2$ mit:

Gleichung 4.1-30) $$EV = AV \cdot (1+r)^2 - A_{St}[zvE_1] \cdot (1+r_2) - A_{St}[zvE_2]$$

Als Steuerlastfunktion wird jetzt der zweite Teil der Funktion des fiktiven Steuertarifs in Gleichung 2.4-1 eingesetzt. Man erhält:

Gleichung 4.1-31)
$$\begin{aligned} EV = {} & AV \cdot (1+r)^2 \\ & -\left(\frac{B \cdot (AV \cdot r_1 - GF)^2}{2A} + s^{\min} \cdot (AV \cdot r_1 - GF)\right) \cdot (1+r_2) \\ & -\frac{B \cdot ((AV \cdot (1+r_1) - A_{St}[zvE_1]) \cdot r_2 - GF)^2}{2A} \\ & - s^{\min} \cdot ((AV \cdot (1+r_1) - A_{St}[zvE_1]) \cdot r_2 - GF) \end{aligned}$$

Gleichung 4.1-31 zeigt, dass sich bereits bei einem Anlagezeitraum von 2 Jahren ein Steuerkaskadeneffekt einstellt, d.h. die Steuerlast in $t = 2$ reduziert sich um die Steuerlast auf die verzinste Steuerlast aus $t = 1$. Dieser Effekt, der sich bei längeren Planungszeiträumen noch potenziert, sorgt dafür, dass im betrachteten Fall die Zielfunktion auf eine Gleichung vierten Grades hinaus läuft.

Dieses Problem lässt sich entweder durch eine Auswertung der abgeleiteten Zielfunktion mittels EDV-gestützter Programmierung handhaben oder man trifft die Vereinfachung, dass der Kaskadeneffekt der Steuerlasten in den einzelnen Perioden vernachlässigt werden kann. Getragen wird diese Vereinfachung von der Hypothese, dass die Auswirkung der Steuerlast der vorangegangenen innerhalb der Steuerlast der betrachteten Periode auf das Endvermögen im Hinblick auf die Problemstellung vernachlässigbar ist.

Einen Anhaltspunkt für diese Hypothese liefert uns die Ableitung des Endvermögens nach $A_{St}[zvE_1]$ in Gleichung 4.1-31. Man erhält:

Gleichung 4.1-32)

$$\frac{\partial EV}{\partial A_{St}[zvE_1]} = \frac{B}{A} \cdot ((AV \cdot (1+r_1) - A_{St}[zvE_1]) \cdot r_2 - GF) \cdot r_2 + s^{\min} \cdot r_2$$

Da der Steigungsparameter des Progressionsbereichs B/A (ausgeschrieben $\left(s^{\max} - s^{\min}\right)/\left(OG - GF\right)$) stets relativ klein ist und in allen Summanden mit r_2 multipliziert wird, ist der Einfluss von $A_{St}\left[zvE_1\right]$ auf das Endvermögen ebenfalls relativ klein. Das stärkt die Hypothese.

Daher wird im Folgenden der Steuerkaskadeneffekt vernachlässigt. Wie man in Gleichung 4.1-31 sieht, bedeutet das nicht, dass auf die Steuerlasten an sich verzichtet wird. Lediglich die Reduzierung der Steuerlasten um die Zinsen auf vorangegangene Steuerlasten wird ausgeblendet.

Im Rahmen der Optimierung wird ein so ermittelter Nominalzins der ersten Periode vermutlich überschätzt. Da es dann nicht mehr zu einer Progressionsersparnis durch die Steuerlast der vorangegangenen Periode kommt, steigt der Progressionseffekt und die Tendenz geht hin zu einer Einkünftenivellierung bzw. sogar zu fallenden Nominalzinssätzen. Im Anschluss an die Analyse wird der Fehler aus der getroffenen Vereinfachung durch Gegenüberstellung der ermittelten Ergebnisse und der Ergebnisse aus einer softwaremäßigen Ermittlung des Optimums quantifiziert.[116]

Gleichung 4.1-31 ergibt sich nun reduziert zu:

Gleichung 4.1-33)

$$EV = AV \cdot (1+r)^2 - \left(\frac{B \cdot \left(AV \cdot r_1 - GF\right)^2}{2A} + s^{\min} \cdot \left(AV \cdot r_1 - GF\right) \right) \cdot (1+r_2)$$
$$- \frac{B \cdot \left(AV \cdot (1+r_1) \cdot r_2 - GF\right)^2}{2A} - s^{\min} \cdot \left(AV \cdot (1+r_1) \cdot r_2 - GF\right)$$

Gemäß der Vorsteueräquivalenz gilt:

Gleichung 4.1-34) $$r_2 = \frac{(1+r)^2}{1+r_1} - 1$$

Gleichung 4.1-34 in Gleichung 4.1-33) eingesetzt, umgeformt und nach r_1 abgeleitet ergibt[117]:

[116] Siehe Kapitel 4.1.3.2.2.2.
[117] Zu den Rechenschritten im Einzelnen siehe Anhang 2.

Gleichung 4.1-35)

$$\frac{\partial EV}{\partial r_1} = \left(\frac{-2B \cdot AV^2 \cdot r_1 + 2B \cdot AV \cdot GF}{2A} - s^{\min} \cdot AV \right) \cdot \frac{(1+r)^2}{1+r_1}$$
$$+ \left(\frac{B \cdot AV^2 \cdot r_1^{\ 2} - 2B \cdot AV \cdot r_1 \cdot GF + B \cdot GF^2}{2A} + s^{\min} \cdot (AV \cdot r_1 - GF) \right) \cdot \frac{(1+r)^2}{(1+r_1)^2}$$
$$+ \frac{2B \cdot AV^2 \cdot (1+r)^2 - 2B \cdot AV^2 \cdot (1+r_1) - 2B \cdot AV \cdot GF}{2A} + s^{\min} \cdot AV$$

Nach Nullsetzen, Umformen und Vereinfachen erhält man[118]:

Gleichung 4.1-36)

$$0 = r_1^{\ 3} + r_1^{\ 2} \cdot \left(-0{,}5(1+r)^2 - s^{\min} \cdot \frac{1}{AV} \cdot \frac{A}{B} + \frac{GF}{AV} + 3 \right)$$
$$+ r_1 \cdot \left(-(1+r)^2 - 2s^{\min} \cdot \frac{1}{AV} \cdot \frac{A}{B} + 2\frac{GF}{AV} + 3 \right)$$
$$+ (1+r)^2 \cdot \left(-\frac{GF}{AV} + s^{\min} \cdot \frac{1}{AV} \cdot \frac{A}{B} - 0{,}5\frac{GF^2}{AV^2} + s^{\min} \cdot \frac{GF}{AV^2} \cdot \frac{A}{B} - 1 \right)$$
$$- s^{\min} \cdot \frac{1}{AV} \cdot \frac{A}{B} + 1 + \frac{GF}{AV}$$

Die analytische Lösung dieser Gleichung dritten Grades ist zwar prinzipiell möglich, bspw. mit Hilfe der Cardanischen Formeln[119], an dieser Stelle würde aber die dadurch deutlich erhöhte Komplexität nicht mehr im sinnvollen Verhältnis zum Aussagegehalt der Formeln stehen. Es lässt sich zeigen, dass sich der Koeffizient hinter $r_1^{\ 2}$ bei verschiedenen plausiblen Ausprägungen der Parameter zwischen 2 und 2,5 und der Koeffizient hinter r_1 zwischen 3,5 und 4,5 bewegt. Damit wird deutlich, dass die Gleichgewichtsbedingung in Gleichung 4.1-26 nur noch unwesentlich vom ersten Summanden r^3 abhängt, der mit Zinssätzen zwischen 0% und 20% Ausprägungen zwischen 0 und 0,008 annehmen kann. Daher wird eine zweite Vereinfachung im Rahmen dieses Kapitels vorgenommen und in obiger Gleichung der erste Summand gleich Null gesetzt.[120] Man erhält dann umgestellt und in quadratische Normalform gebracht:

---

[118] Zu den Rechenschritten im Einzelnen siehe Anhang 3.

[119] Siehe dazu bspw. Bronstein, Semendjajew (1987), S. 131 f.

[120] Damit wird, um überhaupt zu verwendbaren und belastbaren analytischen Ergebnissen zu gelangen, die kubische Gleichung als eine quasi quadratische Gleichung aufgefasst. Zur Quantifizierung der daraus resultierenden (wie sich zeigen wird marginalen) Abweichungen vom Optimum siehe Kapitel 4.1.3.2.2.2.

Gleichung 4.1-37)

$$0 = r_1^{\;2} + r_1 \cdot \left(2 + \frac{3}{0{,}5(1+r)^2 + s^{\min} \cdot \frac{1}{AV} \cdot \frac{A}{B} - \frac{GF}{AV} - 3} \right)$$
$$+1 + (1+r)^2 \cdot \left(\frac{GF - s^{\min} \cdot \frac{A}{B} + 0{,}5\frac{GF^2}{AV} - s^{\min} \cdot \frac{GF}{AV} \cdot \frac{A}{B} + 0{,}5AV + \frac{2AV}{(1+r)^2}}{0{,}5(1+r)^2 \cdot AV + s^{\min} \cdot \frac{A}{B} - GF - 3AV} \right)$$

Diese Gleichung lässt sich lösen durch ...

Gleichung 4.1-38) $\quad r_1 = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$, wobei

Gleichung 4.1-39) $\quad p = 2 + \frac{3}{0{,}5(1+r)^2 + s^{\min} \cdot \frac{1}{AV} \cdot \frac{A}{B} - \frac{GF}{AV} - 3}$ und

Gleichung 4.1-40)

$$q = 1 + (1+r)^2 \cdot \left(\frac{GF - s^{\min} \cdot \frac{A}{B} + 0{,}5\frac{GF^2}{AV} - s^{\min} \cdot \frac{GF}{AV} \cdot \frac{A}{B} + 0{,}5AV + \frac{2AV}{(1+r)^2}}{0{,}5(1+r)^2 \cdot AV + s^{\min} \cdot \frac{A}{B} - GF - 3AV} \right).$$

Mit den üblichen Ausprägungen der hier verwendeten Parameter kommt als Lösung für r_1 nur in Betracht:

Gleichung 4.1-41) $\quad r_1 = -\frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

Und damit als Lösung für r_2:

Gleichung 4.1-42) $\quad r_2 = \frac{(1+r)^2}{1 - \frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}} - 1$

Eine nach diesen beiden Gleichungen gestaltete Stufenzinsanleihe stellt unter den getroffenen Annahmen im zweiperiodigen Anlagezeitraum die steueroptimale Fremdkapitalanlage dar. Das optimale Endvermögen ergibt sich dann nach Einsetzen gemäß Gleichung 4.1-31.

Dazu ein Beispiel: Es gelte ein fiktiver Steuertarif mit einem Grundfreibetrag von 5.000 GE, einer oberen Progressionsgrenze von 60.000 GE, einem Eingangssteuersatz von 15% und einem Spitzensteuersatz von 50%. Der Emittent gewährt dem Anleger eine Effektivverzinsung vor Steuern von 8% auf dessen gewünschten Anlagebetrag von 400.000 GE über 2 Jahre.

Gemäß Gleichung 4.1-41 und Gleichung 4.1-42 sollte der Kapitalanleger mit dem Emittenten eine Stufenzinsanleihe vereinbaren mit $r_1 = 8{,}16\%$ und $r_1 = 7{,}84\%$. Der Emittent ist indifferent zur Festgeldanlage mit 8%, da gilt $1{,}08^2 \approx 1{,}0816 \cdot 1{,}0784$.[121] Das Endvermögen, das der Anleger dann nach Steuern realisiert, beläuft sich gem. Gleichung 4.1-31 auf rund 452.640 GE.

Mittels Tabellenverarbeitungsprogrammen[122] lässt sich das Optimum im zweiperiodigen Anlagezeitraum hinreichend exakt ermitteln. Es ergibt sich folgender vollständiger Finanzplan:

Tabelle 4.1-4) Vollständiger Finanzplan der optimalen Stufenzinsanleihe bei einer Anlage von 400.000 EUR über 2 Jahre (Effektivverzinsung vor Steuern = 8%)[123]

Zeitpunkt	0	1	2
Zinssatz		8,13%	7,87%
ohne Steuern			
Zinsen		32.520,00	34.040,00
Kontostand	400.000,00	432.520,00	466.560,00
mit Steuern			
Zinsen		32.520,00	33.525,47
Steuern		6.537,75	6.867,87
Kontostand	400.000,00	425.982,25	452.639,84

Jegliche Variation des Zinssatzes r_1 und damit über die Vorsteueräquivalenz entsprechend r_2 führt zu einem geringeren Endvermögen.

[121] Diese Annahme wird in Kapitel 4.1.3.4 genauer untersucht.

[122] Bspw. Microsoft Excel©; ein Berechnungsschema in MS Excel Schreibweise ist in Anhang 7 dargestellt.

[123] Die Tabelle wurde mit exakten Nachkommastellen berechnet.

Das Beispiel führt zu zwei Hypothesen:

1) Das exakte Ergebnis im vollständigen Finanzplan weicht vom aus den hergeleiteten Formeln ermittelten Ergebnis, was die Zinssätze anbelangt, nur leicht und was das Endvermögen anbelangt fast nicht ab. Der Fehler aus den vorgenommenen Vereinfachungen ist vermutlich vernachlässigbar.

2) Die Gleichverteilung der Zinsen im vollständigen Finanzplan führt mit $r_1 = 8\%$ und $r_2 = 8\%$ zu einem Endvermögen von 452.638,10 GE und weicht damit nur marginal vom Endvermögen der optimalen Stufenzinsanleihe ab. Vermutlich erfährt der Anleger durch die Vereinbarung gleichverteilter Nominalzinsen (die klassische Festgeldanlage) im Progressionsbereich keine spürbare Minderung des Endvermögens nach 2 Jahren.

Diese zwei Hypothesen sollen in den folgenden zwei Kapiteln auf ihre Allgemeingültigkeit hin untersucht werden.

4.1.3.2.2.2 Quantifizierung der Abweichungen aus den getroffenen Vereinfachungen

Im vorangegangenen Kapitel wurden zwei Vereinfachungen getroffen: Zum einen wurde der Steuerkaskadeneffekt, d.h. die Zinseszinssteuerlastreduzierung in $t = 2$ aus verzinsten der Steuerlast in $t = 1$, in Gleichung 4.1-31 vernachlässigt. Zu beachten ist allerdings, dass dieser Steuerkaskadeneffekt bei der Ermittlung des Endvermögens in Gleichung 4.1-31 mit eingesetzten optimalen Zinssätzen nicht vernachlässigt wird. Zum anderen wurde die sich aus der Optimierung ergebende Gleichung dritten Grades als Gleichung zweiten Grades aufgefasst und der kubische Term in Gleichung 4.1-36 vernachlässigt.

Aus den getroffenen Vereinfachungen resultiert vermutlich ein Fehler bei der Ermittlung der optimalen Zinssätze und damit bei der Ermittlung des optimalen Endvermögens.

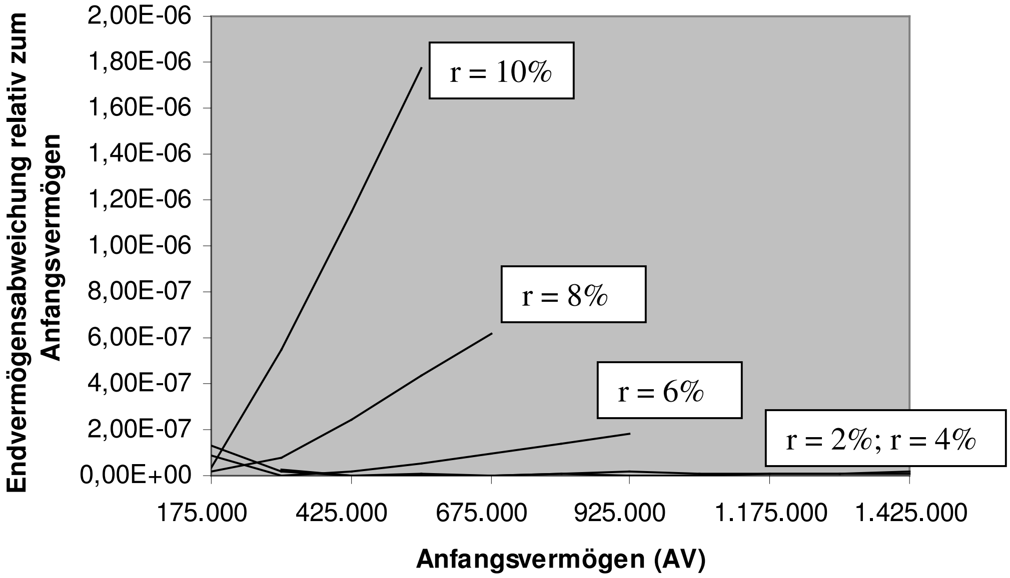
Um den Fehler zu quantifizieren, werden mit Hilfe eines Tabellenverarbeitungsprogramms ermittelte, tatsächlich optimale Endvermögen[124] für bestimmte Parameterausprägungen den hier formelmäßig errechneten gegenübergestellt. Dabei wird die so ermittelte Abweichung in Abhängigkeit vom Anfangsvermögen und dem vorgegebenen Effektivzinssatz für drei exemplarische Steuertarife (mit geringer, mittlerer

[124] Siehe Anhang 7.

und starker Progression) untersucht. Da sich die Analyse auf den Progressionsbereich des Steuertarifs beschränkt, ist auch der Bereich möglicher Anfangsvermögen je nach Effektivzinssatz beschränkt.

Es ergibt sich folgende Darstellung:

Diagramm 4.1-2) Abweichung zwischen tatsächlichem und analytisch ermitteltem optimalen EV in $t = 2$ in Abhängigkeit von AV und r bei mittlerer Steuersatzprogression ($s^{\min} = 15\%; s^{\max} = 50\%;$ $GF = 5.000;\ OG = 60.000$)[125]



Die maximale, in dem hier verwendeten fiktiven Steuertarif ermittelte Abweichung beträgt bei einem Effektivzinssatz von 10% und einem Anfangsvermögen von 550.000 EUR, das bei diesem Effektivzinssatz den Progressionsbereich annähernd maximal ausnutzt, 0,002% bzw. 0,98 EUR. Bei allen anderen Effektivzinssätzen und Anfangsvermögen, die zu versteuernde Einkommen im Progressionsbereich generieren, liegt die Abweichung zwischen dem hier analytisch ermittelten optimalen Endvermögen und dem tatsächlichen darunter.

Bei dem hier verwendeten fiktiven Steuertarif bestätigt sich die Hypothese. Der Fehler aus den vorgenommenen zwei Vereinfachungen ist vernachlässigbar.

Zur abschließenden Einschätzung, ob die ermittelten Gleichungen für die weitere Analyse verwendet werden können, wird die in Diagramm 4.1-2 durchgeführte Fehleranalyse mit zwei weiteren Ausprägungen des fiktiven Steuertarifs, zum einen mit

[125] Detaillierte Wertetabelle siehe Anhang 4.

flacherer, zum anderen mit steilerer Progression vorgenommen. Dabei wurden folgende maximale Abweichungen festgestellt[126]:

Tabelle 4.1-5) Maximale Abweichungen in GE zwischen tatsächlichem und analytisch ermitteltem optimalen EV in $t = 2$ in Abhängigkeit von AV und r bei flacher und steiler Steuersatzprogression

	flache Progression		**steile Progression**	
s(min)	**15%**		**15%**	
s(max)	**30%**		**70%**	
GF	**5.000**		**5.000**	
OG	**60.000**		**60.000**	
r	**max. Abw. abs.**	**max. Abw. rel.**	**max. Abw. abs.**	**max. Abw. rel.**
2%	0,54	2,16E-06	0,06	2,40E-07
4%	1,54	1,18E-05	0,05	3,47E-08
6%	0,41	3,42E-06	0,26	2,75E-07
8%	24,14	2,01E-04	0,75	1,04E-06

Die relative maximale Abweichung wurde bezogen auf das entsprechende Anfangsvermögen angegeben. Die Abweichungen stellen die maximalen Abweichungen im Progressionsbereich dar. Als minimales (maximales) Anfangsvermögen wurde analog zu Diagramm 4.1-2 jeweils das Anfangsvermögen gewählt, dessen resultierendes zu versteuerndes Einkommen den Progressionsbereich eröffnet (gerade verlässt).

Bei schwacher Progression ergeben sich im hier verwendeten Beispiel Abweichungen zwischen 0 und 20,63 GE. Zum überwiegenden Teil liegen die Abweichungen unter 0,10 GE. Bei starker Progression ergibt die Analyse Abweichungen zwischen 0 und 1,59 GE, ebenfalls mit einem deutlich überwiegenden Teil der Abweichungen zwischen 0 und 0,10 GE.[127]

Im Gegensatz zur mittleren und starken Progression führt die Fehleranalyse bei schwacher Steuersatzprogression zu einem Problem: Der Wurzelausdruck in Gleichung 4.1-41 kann negativ werden. Das ist tendenziell der Fall, wenn das Anfangsvermögen so gewählt wird, dass die zu versteuernden Einkommen nahe dem Grundfreibetrag und die Effektivzinssätze relativ hoch sind. Das Problem verschlimmert sich, je geringer die Differenz zwischen Eingangs- und Spitzensteuersatz

[126] Zu den Ergebnissen der Analyse im Detail siehe Anhang 5 (schwache Progression) und Anhang 6 (starke Progression).
[127] Siehe Anhang 5 und 6.

und je höher der Eingangssteuersatz ist. Ursächlich hierfür ist, dass die eigentlich kubische Gleichung 4.1-36 durch Weglassen des kubischen Terms wie eine quasi quadratische gelöst wird. Eigentlich müssten andere Rechenverfahren zum analytischen Lösen kubischer Gleichungen hier verwendet werden, bspw. die bereits angesprochene Lösung mittels der Cardanischen Formeln. Das würde aber den Rahmen dieser Arbeit und die sinnvolle Komplexität der daraus resultierenden Ergebnisse übersteigen.

Man muss also die Einschränkung hinsichtlich der hergeleiteten Gleichungen treffen, dass diese bei sehr flacher Progression und hohen Effektivzinssätzen[128] sowie geringen Anfangsvermögen[129] nicht reelle Ergebnisse liefern können oder dass die erhaltenen Ergebnisse nicht plausibel sind, d.h. negative Nominalzinssätze auftreten. In beiden Fällen ist die Ermittlung des Optimums mittels beispielhafter Berechnungen über Tabellenkalkulationsprogramme unabdingbar. Die Fehleranalyse verdeutlicht aber, dass die Menge der dafür in Betracht kommenden Kombinationen der Parameter klein ist.

Nach der Fehleranalyse dieses Kapitels lässt sich sagen, dass die festgestellten Abweichungen zwischen dem optimalen Endvermögen aus den abgeleiteten Formeln und dem mittels Tabellenkalkulation ermittelten optimalen Endvermögen vernachlässigbar sind, abgesehen von einer kleinen Kombination von Parametern bei schwacher Progression, hohen Effektivzinssätzen und zu versteuernden Einkommen in der Nähe des Grundfreibetrages.

4.1.3.2.2.3 Sensitivitätsanalyse

Nachdem die optimale Stufenzinsanleihe für den zweiperiodigen Anlagezeitraum ermittelt und die Lösung auf ihre Gültigkeit hin überprüft wurde, sollen nun zwei Fragen beantwortet werden:

1) Wie groß ist der Endvermögensverlust bei einer Abweichung vom Optimum in den Nominalzinssätzen?

[128] … in den Tabellen von Anhang 5 bei 8% und 10%. Bei Effektivzinssätzen von 6% und darunter liegt bei dem hier verwendeten fiktiven Steuertarif das Problem unterhalb des Progressionsbereichs. Da dort aber eine andere Lösung greift, ist es insofern kein Problem im Kontext dieses Kapitels.

[129] … hier unter den in der Tabelle beim flachen Steuertarif mit r = 8% und r = 10% aufgeführten Anfangsvermögen.

2) Ist der Endvermögensverlust aus der Vereinbarung einer Stufenzinsanleihe mit gleich bleibenden Nominalzinssätzen gegenüber der optimalen Stufenzinsanleihe vernachlässigbar? (Hypothese zwei des Kapitels 4.1.3.2.2.1)

Formal lässt sich das erste Problem darstellen als:

Gleichung 4.1-43) $\Delta EV(r_1;r_2) = EV(r_1^{\times};r_2^{\times}) - EV(r_1;r_2)$

Dabei stellen die mit Sternchen versehenen Nominalzinssätze die ermittelten optimalen Zinssätze dar. Die Zinssätze r_1 und r_2 sind beliebige Zinssätze in den Grenzen $0 \leq r_1;r_2 \leq (1+r)^2$ unter Beachtung der Vorsteueräquivalenz. Zur weiteren Analyse sei vereinfachend auf die verkürzte Gleichung für das Endvermögen in Gleichung 4.1-33 zurückgegriffen. Aus Gleichung 4.1-33 und Gleichung 4.1-43 ergibt sich:

Gleichung 4.1-44)

$$\begin{aligned}\Delta EV[r_1;r_2] = &-\left(\frac{B\cdot(AV\cdot r_1^{\times}-GF)^2}{2A}+s^{\min}\cdot(AV\cdot r_1^{\times}-GF)\right)\cdot(1+r_2^{\times})\\&-\frac{B\cdot\left(AV^2\cdot(1+r_1^{\times})^2\cdot r_2^{\times 2}-2AV\cdot(1+r_1^{\times})\cdot r_2^{\times}\cdot GF\right)}{2A}-s^{\min}\cdot AV\cdot(1+r_1^{\times})\cdot r_2^{\times}\\&+\left(\frac{B\cdot(AV\cdot r_1-GF)^2}{2A}+s^{\min}\cdot(AV\cdot r_1-GF)\right)\cdot(1+r_2)\\&+\frac{B\cdot\left(AV^2\cdot(1+r_1)^2\cdot r_2^2-2AV\cdot(1+r_1)\cdot r_2\cdot GF\right)}{2A}+s^{\min}\cdot AV\cdot(1+r_1)\cdot r_2\end{aligned}$$

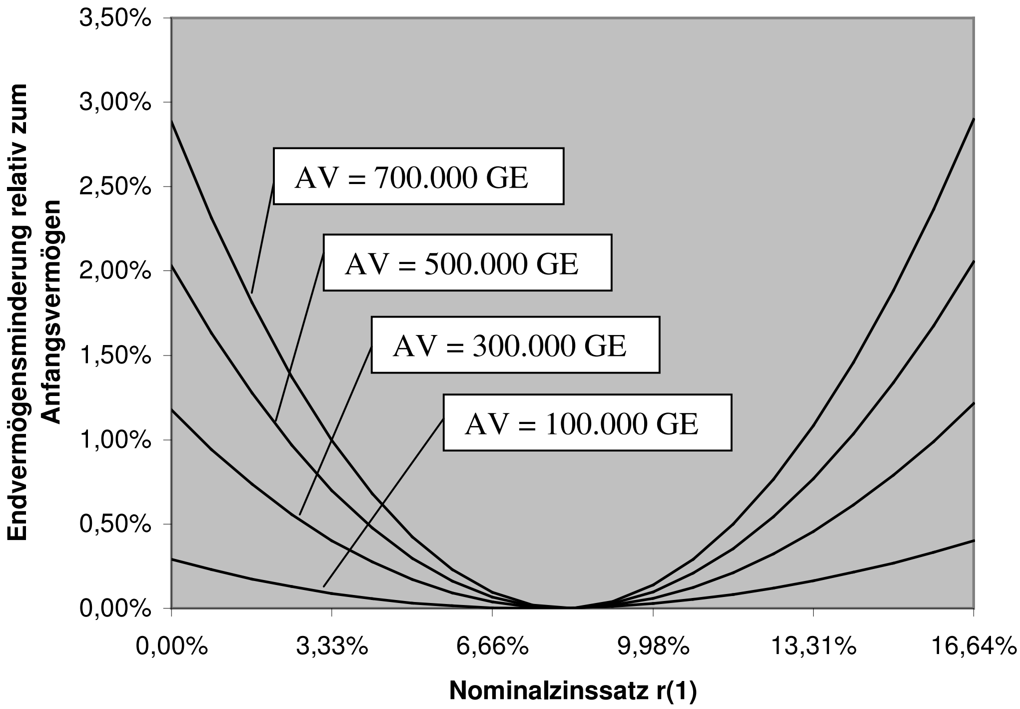
Ersetzt man den Zinssatz r_2 mit der Vorsteueräquivalenzbedingung, so ergibt sich:

Gleichung 4.1-45)

$$\begin{aligned}\frac{\Delta EV[r_1]}{AV} = &-\left(\frac{B\cdot(AV\cdot r_1^{\times}-GF)^2}{2A\cdot AV}+s^{\min}\cdot\left(r_1^{\times}-\frac{GF}{AV}\right)\right)\cdot\left(\frac{(1+r)^2}{1+r_1^{\times}}\right)\\&-\frac{B\cdot\left(-2AV\cdot(1+r)^2\cdot r_1^{\times}+AV\cdot(1+r_1^{\times})^2+2r_1^{\times}\cdot GF\right)}{2A}+s^{\min}\cdot r_1^{\times}\\&+\left(\frac{B\cdot(AV\cdot r_1-GF)^2}{2A\cdot AV}+s^{\min}\cdot\left(r_1-\frac{GF}{AV}\right)\right)\cdot\left(\frac{(1+r)^2}{1+r_1^{\times}}\right)\\&+\frac{B\cdot\left(-2AV\cdot(1+r)^2\cdot r_1+AV\cdot(1+r_1)^2+2r_1\cdot GF\right)}{2A}-s^{\min}\cdot r_1\end{aligned}$$

Damit lässt sich der Endvermögensverlust, der aus der Verfehlung der optimalen Nominalzinssätze herrührt, in Abhängigkeit von den Parametern quantifizieren. Mit vorgegebenem Wert für den Effektivzinssatz ergibt sich:

Diagramm 4.1-3) Endvermögensverlust aus der Verfehlung der optimalen Nominalzinssätze ($r = 8\%; s^{\min} = 15\%; s^{\max} = 50\%; GF = 5.000$ $OG = 60.000$)



Ceteris paribus steigt der Fehler, je weiter man sich vom optimalen Zinssatz r_1 (hier zwischen 7,68% bei AV = 100.000 GE und 8,15% bei AV = 700.000 GE) entfernt. Gleichermaßen, hier aber nicht dargestellt, steigt der Endvermögensverlust mit steigendem vorgegebenem Effektivzinssatz r.

Bei 700.000 GE liegt der maximale Fehler bei 2,9% des Anfangsvermögens, also bei 20.300 GE. Dieser tritt bei der Realisierung des Zero-Bonds anstelle der optimalen Stufenzinsanleihe ein. Es wird deutlich, dass der Fehler wesentlich ist und eine Berücksichtigung der Frage nach der Zinsverteilung im Rahmen der Steuerplanung lohnt.

Jetzt stellt sich Frage zwei vom Anfang dieses Kapitels: Wie groß ist der zu erwartende Endvermögensverlust, wenn man anstelle der optimalen Stufenzinsanleihe eine Stufenzinsanleihe mit gleich verteilten Nominalzinssätzen vereinbart, also die klassische Festgeldanlage realisiert?

Der formale Ansatz zur Beantwortung lautet:

Gleichung 4.1-46) $\Delta EV = EV^{\times} - EV(r)$

Das optimale Endvermögen ist abhängig von den bereits bekannten Parametern. Damit ist auch der Endvermögensverlust abhängig von den Tarifvariablen, dem Effektivzinssatz und dem Anfangsvermögen. Der Endvermögensverlust ergibt sich aus Gleichung 4.1-31 und Gleichung 4.1-46 mit:

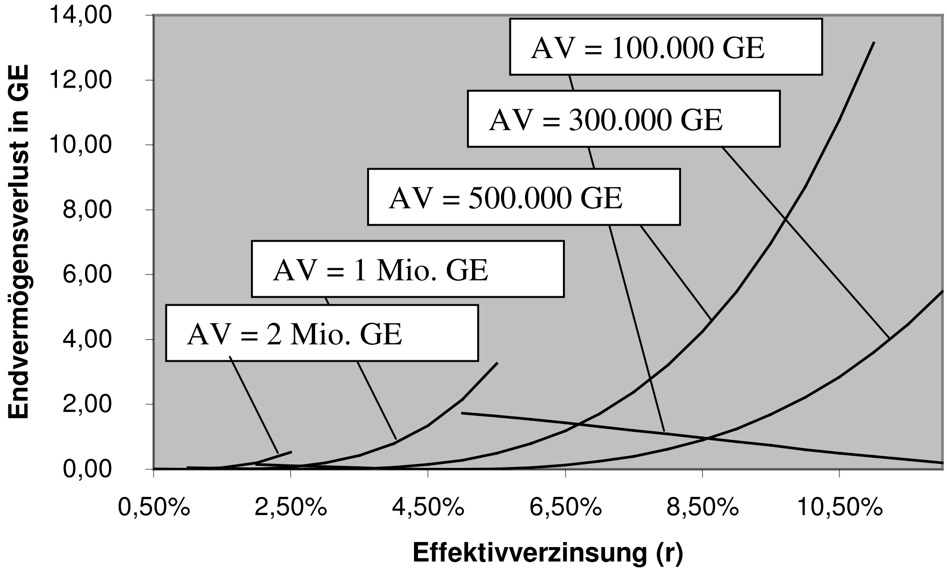
Gleichung 4.1-47)

$$\begin{aligned}
\Delta EV = &-\left(\frac{B\cdot\left(AV\cdot r_1^{\times}-GF\right)^2}{2A}+s^{\min}\cdot\left(AV\cdot r_1^{\times}-GF\right)\right)\cdot\left(1+r_2^{\times}\right)\\
&-\frac{B\cdot\left(AV\cdot\left(1+r_1^{\times}\right)\cdot r_2^{\times}-GF\right)^2}{2A}-s^{\min}\cdot\left(AV\cdot\left(1+r_1^{\times}\right)\cdot r_2^{\times}-GF\right)\\
&+\left(\frac{B\cdot\left(AV\cdot r-GF\right)^2}{2A}+s^{\min}\cdot\left(AV\cdot r-GF\right)\right)\cdot\left(1+r\right)\\
&+\frac{B\cdot\left(AV\cdot\left(1+r\right)\cdot r-GF\right)^2}{2A}+s^{\min}\cdot\left(AV\cdot\left(1+r\right)\cdot r-GF\right)
\end{aligned}$$

Damit ist der Endvermögensverlust nur noch von den Parametern des Steuertarifs, dem Anfangsvermögen und dem Effektivzinssatz r abhängig. Die optimalen Nominalzinssätze $r_1^{\times}$ und $r_2^{\times}$ ergeben sich gem. Gleichung 4.1-39 bis Gleichung 4.1-42 ebenfalls aus diesen Parametern und sind damit keine Variablen dieser Gleichung.

Der Endvermögensverlust lässt sich nun in Abhängigkeit vom Anfangsvermögen und dem Effektivzinssatz für gegebene Tarifvariablen grafisch veranschaulichen.

Diagramm 4.1-4) Endvermögensverlust aus der Vereinbarung konstanter Nominalzinssätze (Festgeldanlage) in Abhängigkeit von r und AV ($s^{\min} = 15\%$; $s^{\max} = 50\%$; $GF = 5.000$; $OG = 60.000$)



In Diagramm 4.1-4 wird deutlich, dass für bestimmte Anfangsvermögen nur bestimmte Effektivverzinsungen zulässig sind. So führen bei einem Anfangsvermögen von 500 TGE Effektivverzinsungen unter 1% und über 11,5% zu zu versteuernden Einkommen (Zinsen), die außerhalb des Progressionsbereichs liegen. Die Analyse dieses Kapitels beschränkt sich aber auf den Progressionsbereich des fiktiven Steuertarifs.

Bei einem Anfangsvermögen von 300.000 GE und einer Effektivverzinsung von 8% ergeben sich die optimalen Nominalzinssätze gem. Gleichung 4.1-41 und Gleichung 4.1-42 mit $r_1 = 8{,}13\%$ und $r_2 = 7{,}86\%$. Die optimale Stufenzinsanleihe generiert nach 2 Jahren ein Endvermögen von 341.161,91 GE. Die Stufenzinsanleihe mit konstanten Nominalzinssätzen $r_1 = r_2 = 8\%$ führt zu einem Endvermögen von 341.161,21. Der Endvermögensverlust, hätte man die Festgeldanlage anstatt der optimalen Stufenzinsanleihe gewählt, würde 0,60 GE betragen und ist offensichtlich vernachlässigbar. Analog ergeben sich die anderen in Diagramm 4.1-4 eingetragenen Punkte.

Mit steigenden Effektivverzinsungen steigt die maximale Abweichung. Bei sehr niedrigen Anfangsvermögen und sehr hohen Effektivverzinsungen führt die Vernachlässigung des Steuerkaskadeneffektes zu einer Verzerrung der Ergebnisse, die sich auf die Steigung der Kurve im Diagramm, nicht aber auf die maximale Abweichung auswirkt.

Die maximale Abweichung für die betrachteten Anfangsvermögen mit den hier gewählten Tarifvariablen beträgt 13,15 GE bei einem Anfangsvermögen von 500.000 GE und einer Effektivverzinsung von 11%. Diese maximale Abweichung soll nun noch für unterschiedlich starke Progressionen untersucht werden.

Dabei kann die Hypothese aufgestellt werden, dass mit sehr flacher und sehr steiler Progression der Endvermögensverlust größer ist als mit mittlerer Progression und dass dieser mit weiterer Entfernung von einer mittleren Progression zunimmt.

Bei sehr steiler Progression wird die Gleichverteilung der zu versteuernden Einkommen zunehmend optimal. Konstante Nominalzinssätze implizieren aber steigende zu versteuernde Einkommen. Bei steiler Steuersatzprogression wird daher die Festgeldanlage mit steiler werdender Progression zunehmend nachteilig.

Bei flacher Progression ist die Aufschiebung der Zinseinkünfte zunehmend optimal. Analog der eben gewählten Vorgehensweise erhält man für andere Progressionen:

Tabelle 4.1-6) Maximaler Endvermögensverlust bei Vereinbarung einer Stufenzinsanleihe mit konstanten anstelle von optimalen Nominalzinssätzen in Abhängigkeit von der Steuersatzprogression ($GF = 5.000$; $OG = 60.000$)

s(min)	s(max)	max. EV-Verlust in GE
15%	30%	4,96
15%	40%	8,91
15%	50%	13,15
15%	60%	17,39
15%	70%	21,63

Tabelle 4.1-6 verdeutlicht, dass mit steigender Progression der Endvermögensverlust bei Vereinbarung einer Festgeldanlage anstelle der optimalen Stufenzinsanleihe steigt. Selbst bei sehr hoher Progression ist der Endvermögensverlust gering.

Der Effekt, dass der Endvermögensverlust auch mit sinkender Progression steigt, kann mit den hier hergeleiteten Formeln nicht gezeigt werden. Ursächlich dafür sind die getroffenen Vereinfachungen[130]. In der hier vorgenommenen Berechnung führt ein maximaler Steuersatz unter 27% nicht mehr zu sinnvollen Ergebnissen. Wenn

[130] Siehe dazu Kapitel 4.1.3.2.2.2.

ein Steuertarif eine Progression aufweist – was in diesem Kapitel angenommen wird – so kann man allerdings davon ausgehen, dass diese nicht so flach ist.

Nach den Analysen dieses Kapitels kann man sagen, dass sich auch die Hypothese zwei des Kapitels 4.1.3.2.2.1 bestätigt hat. Die Vereinbarung einer Stufenzinsanleihe mit konstanten Nominalzinsen führt im Progressionsbereich des fiktiven Steuertarifs im Vergleich zur optimalen Stufenzinsanleihe nicht zu wesentlichen Endvermögenseinbußen im zweiperiodigen Anlagezeitraum.[131]

Bei sehr flacher Progression muss das Ergebnis allerdings eingeschränkt werden. Die Vereinbarung einer Festgeldanlage kann dann unter Umständen steuerlich wesentlich von Nachteil sein.

4.1.3.2.3 Die optimale Stufenzinsanleihe im Progressionsbereich des fiktiven Steuertarifs für n > 2

4.1.3.2.3.1 Herleitung mittels Veranlagungssimulation

Bei einem Anlagezeitraum von mehr als zwei Perioden stößt die analytische Herangehensweise zur Ermittlung der steueroptimalen Fremdkapitalanlage an ihre Grenzen. Die Optimierung der Lagrange-Funktion in Gleichung 4.1-7 führt zu einem nicht-linearen Gleichungssystem. Eine analytische Lösung mittels mathematischer Verfahren[132] würde die Grenzen dieser Arbeit bei Weitem übersteigen. Aus diesem Grunde soll hier auf Lösungsverfahren mittels elektronischer Datenverarbeitung zurückgegriffen werden.

Eine Möglichkeit bietet in diesem Zusammenhang Microsoft Excel Solver©[133]. Für eine Kapitalanlage von 500.000 GE über 10 Jahre bei einem Effektivzinssatz von 8% kann bei gegebenem fiktiven Steuertarif ($s^{\min} = 15\%$; $s^{\max} = 50\%$; $GF = 5.000$; $OG = 60.000$) ein vollständiger Finanzplan in MS Excel© aufgestellt werden.

---

[131] Bei einer Analyse des optimalen Steuerbilanzgewinnpfades (siehe Kapitel 4.1.2) für kleine und mittlere Unternehmen gelangen Lück und Schult [vgl. Lück, Schult (2003)] zu einem ähnlichen Ergebnis, wobei dort die Verteilung der zu versteuernden Einkommen und nicht wie hier der Nominalzinsen und auch ein größerer Zeitraum betrachtet wird.

[132] Zu den Möglichkeiten der Lösung nichtlinearer Gleichungssysteme siehe bspw. Bronstein, Semendjajew (1987), S. 747 ff.

[133] Microsoft Excel Solver© verwendet den nichtlinearen Optimierungscode GRG2 (Generalized Reduced Gradient), der von Leon Lasdon, University of Texas in Austin, und Allan Waren, Cleveland State University, entwickelt wurde.

Tabelle 4.1-7) Vollständiger Finanzplan mit $AV = 500.000$, $r = 8\%$, $n = 10$, $s^{\min} = 15\%$, $s^{\max} = 50\%$, $GF = 5.000$ und $OG = 60.000$ in Tabellenkalkulationsformat

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		**Vollständiger Finanzplan**				**Vorsteueräquivalenz als Nebenbedingung**		
2	**t**	**r(t)**	**zvE(t)**	**Ast(t)**	**EV(t)**	**(1+r)^10**	**(1+r(1)) x (1+r(2)) x ...**	**Differenz**
3	1	9,43%	47.173	11.985	535.188	1,0800	1,0943	-0,0143
4	2	9,05%	48.430	12.516	571.102	1,1664	1,1934	-0,0270
5	3	8,70%	49.669	13.049	607.722	1,2597	1,2972	-0,0374
6	4	8,37%	50.844	13.564	645.002	1,3605	1,4057	-0,0452
7	5	8,06%	52.008	14.082	682.928	1,4693	1,5190	-0,0497
8	6	7,78%	53.118	14.585	721.461	1,5869	1,6372	-0,0503
9	7	7,51%	54.206	15.085	760.582	1,7138	1,7602	-0,0464
10	8	7,27%	55.279	15.585	800.275	1,8509	1,8881	-0,0372
11	9	7,04%	56.341	16.088	840.528	1,9990	2,0210	-0,0220
12	10	6,82%	57.343	16.569	881.302	2,1589	2,1589	0,0000

Mittels Microsoft Excel Solver© kann man nun Zelle E12 mit den Zellen B3 bis B12 als Variablen maximieren unter der Nebenbedingung, dass Zelle H12 gleich Null sein muss.

Man erhält die in Tabelle 4.1-7 dargestellte Stufenzinsanleihe. Das Problem dieser Lösung ist, dass mit ihr nicht mehr analytisch argumentiert werden kann. Gerade im internationalen Bereich sind Fragen nach dem Einfluss der Tarifvariablen auf das Optimum von Bedeutung. Diese können mittels der hier verwendeten Simulation nur beispielhaft beantwortet werden. Zur Analyse des Einflusses der Tarifvariablen in Kapitel 4.1.4.1 wird daher auf die hergeleiteten Gleichungen des zweiperiodigen Anlagezeitraums zurückgegriffen.

Jede vorsteueräquivalente Variation der Zinssätze in Tabelle 4.1-7 führt zu einem geringeren Endvermögen. Es wird deutlich, dass es sich hier, wie auch schon im zweiperiodigen Anlagezeitraum, um eine fallende Kurve der Nominalzinsen handelt. Für unterschiedliche Anlagebeträge und -zeiträume sowie Effektivverzinsungen erhält man unterschiedliche Stufenzinsanleihen. Für einen fünfperiodigen Anlagezeitraum erhält man folgende optimale Stufenzinsanleihen:

Tabelle 4.1-8) Optimale Stufenzinsanleihen im fünfperiodigen Anlagezeitraum mit $s^{\min} = 15\%$, $s^{\max} = 50\%$, $GF = 5.000$ und $OG = 60.000$

r	t	AV = 300.000	AV = 500.000	AV = 700.000	AV = 1 Mio.	AV = 2 Mio.
2%	1	1,84%	1,97%	2,01%	2,02%	2,03%
2%	2	1,93%	1,99%	2,00%	2,01%	2,02%
2%	3	2,00%	2,01%	2,00%	2,00%	2,00%
2%	4	2,09%	2,01%	2,00%	1,99%	1,98%
2%	5	2,14%	2,02%	1,99%	1,98%	1,97%
		AV = 200.000	AV = 500.000	AV = 700.000	AV = 1 Mio.	AV = 1,3 Mio.
4%	1	3,73%	4,08%	4,13%	4,14%	4,14%
4%	2	3,90%	4,07%	4,06%	4,07%	4,07%
4%	3	4,02%	4,02%	4,00%	4,00%	4,00%
4%	4	4,13%	3,94%	3,93%	3,93%	3,93%
4%	5	4,23%	3,90%	3,89%	3,86%	3,86%
		AV = 150.000	AV = 300.000	AV = 500.000	AV = 650.000	AV = 800.000
6%	1	5,63%	6,17%	6,31%	6,32%	6,33%
6%	2	5,87%	6,14%	6,14%	6,15%	6,16%
6%	3	6,04%	6,03%	5,99%	5,99%	5,99%
6%	4	6,18%	5,87%	5,85%	5,84%	5,84%
6%	5	6,28%	5,80%	5,71%	5,69%	5,69%
		AV = 100.000	AV = 300.000	AV = 400.000	AV = 500.000	AV = 600.000
8%	1	6,93%	8,49%	8,60%	8,59%	8,60%
8%	2	7,67%	8,27%	8,27%	8,28%	8,27%
8%	3	8,15%	7,96%	7,98%	7,98%	7,98%
8%	4	8,50%	7,76%	7,70%	7,71%	7,70%
8%	5	8,76%	7,52%	7,45%	7,45%	7,45%
		AV = 70.000	AV = 200.000	AV = 300.000	AV = 400.000	AV = 450.000
10%	1	7,45%	10,96%	10,96%	10,96%	10,96%
10%	2	9,02%	10,43%	10,43%	10,43%	10,43%
10%	3	10,38%	9,96%	9,96%	9,96%	9,96%
10%	4	11,44%	9,53%	9,53%	9,53%	9,53%
10%	5	11,77%	9,13%	9,13%	9,13%	9,13%

Deutlich wird, dass die optimalen Stufenzinsanleihen bei geringen Anfangsvermögen steigende Nominalzinsen und bei mittleren und hohen Anfangsvermögen fallende Nominalzinsen aufweisen.

Die Bandbreite der Anfangsvermögen wurde, wie bereits in den vorangegangenen Kapiteln, so gewählt, dass der Progressionsbereich des fiktiven Steuertarifs einschlägig ist. Das ist bei der beschriebenen Vorgehensweise eigentlich nicht notwendig, da der gesamte fiktive Steuertarif in Tabelle 4.1-7 berücksichtigt und somit die optimale Stufenzinsanleihe generell ermittelt werden kann. Im Hinblick auf die Überschrift dieses Kapitels soll die Analyse im Progressionsbereich aber vorerst genügen.

4.1.3.2.3.2 Sensitivitätsanalyse

Die Frage nach dem Fehler bei einer Abweichung vom Optimum braucht an dieser Stelle nicht noch einmal gesondert analysiert werden. Dazu wird auf die Analyse in Kapitel 4.1.3.2.2.3 verwiesen. Wenn die Abweichung im zweiperiodigen Anlagezeitraum wesentlich werden kann und damit eine Behandlung der Frage nach der optimalen Stufenzinsanleihe durchaus lohnt, so tut sie das erst recht bei Anlagezeiträumen von mehr als 2 Perioden, da hier Zinseffekt, Progressionseffekt, Zinsprogressionseffekt und Zinseszinseffekt noch mehr zur Geltung kommen.

Allerdings führen eben diese vier Effekte dazu, dass die Frage nach der Festgeldanlage als Alternative zur optimalen Stufenzinsanleihe nicht mehr ohne weiteres beantwortet werden kann. Kapitel 4.1.3.2.2.3 hat bereits gezeigt, dass sich im zweiperiodigen Anlagezeitraum bis auf Fälle bei sehr flacher Progression, die optimale Stufenzinsanleihe im Endvermögen nur unwesentlich von der Festgeldanlage unterscheidet. Um zu untersuchen, ob dies auch bei Anlagezeiträumen mit $n > 2$ der Falle ist, werden die Endvermögen der in Tabelle 4.1-8 ermittelten optimalen Stufenzinsanleihen im fünfperiodigen Anlagezeitraum den Endvermögen der korrespondierenden Festgeldanlagen für die unterschiedlichen Effektivzinssätze und Anfangsvermögen gegenüber gestellt. Es ergibt sich:

Tabelle 4.1-9) Vorteil der Endvermögen der optimalen Stufenzinsanleihen im fünfperiodigen Anlagezeitraum (vgl. Tabelle 4.1-8) im Vergleich zu den korrespondierenden Festgeldanlagen

r	2%				
AV	300.000	500.000	700.000	1 Mio.	2 Mio.
Endvermögen	330.238	547.375	763.952	1.087.769	2.158.148
Endvermögen Festgeld	330.236	547.374	763.951	1.087.769	2.158.143
Vorteil opt. Stufenanleihe	1,66	0,44	0,25	0,84	4,47
r	**4%**				
AV	200.000	500.000	700.000	1 Mio.	1,3 Mio.
Endvermögen	240.184	590.423	820.874	1.162.059	1.497.945
Endvermögen Festgeld	240.182	590.421	820.867	1.162.043	1.497.915
Vorteil opt. Stufenanleihe	2,05	2,01	6,70	16,74	29,94
r	**6%**				
AV	150.000	300.000	500.000	650.000	800.000
Endvermögen	196.060	384.948	631.582	812.732	990.681
Endvermögen Festgeld	196.058	384.944	631.561	812.693	990.619
Vorteil opt. Stufenanleihe	2,10	3,53	20,57	39,21	61,87
r	**8%**				
AV	100.000	300.000	400.000	500.000	600.000
Endvermögen	142.915	412.105	542.411	669.948	794.786
Endvermögen Festgeld	142.908	412.084	542.363	669.867	794.668
Vorteil opt. Stufenanleihe	7,29	21,76	47,84	80,42	118,73
r	**10%**				
AV	70.000	200.000	300.000	400.000	450.000
Endvermögen	109.492	298.704	438.651	573.914	639.848
Endvermögen Festgeld	109.470	298.685	438.581	573.778	639.673
Vorteil opt. Stufenanleihe	22,00	19,27	69,72	135,96	174,68

Aus Tabelle 4.1-9 kann tendenziell Folgendes geschlussfolgert werden: Mit steigender Effektivverzinsung und steigenden Anfangsvermögen nimmt der Vorteil der optimalen Stufenzinsanleihe bzw. der Endvermögensverlust[134] bei Realisation der Festgeldanlage zu. Selbes gilt auch für größer werdende Anlagezeiträume. Auf eine Dokumentation dieser letzten Feststellung wird hier allerdings verzichtet.

Um den größtmöglichen Vorteil der optimalen Stufenzinsanleihe zu ermitteln, muss demnach der maximal mögliche Anlagezeitraum und -betrag mit der maximal möglichen Effektivverzinsung gewählt werden.

Eine derart extreme Fallgestaltung wäre bspw. Folgende: Annahmegemäß möchte der Kapitalanleger über 30 Jahre bei einer Effektivverzinsung von 10% einen Betrag von 110.000 GE[135] anlegen.

[134] Es handelt sich hier in der Tabelle um den absoluten Endvermögensverlust. Die getroffene Feststellung gilt aber, was hier nicht gezeigt wurde, auch für den Endvermögensverlust relativ zum Anfangsvermögen.

[135] Der Betrag wurde so gewählt, dass die optimale Stufenzinsanleihe den Progressionsbereich in etwa (Rundung auf volle 5.000 GE) maximal ausnutzt.

Die optimale Stufenzinsanleihe ergibt sich mit:

Tabelle 4.1-10) Optimale Stufenzinsanleihe mit $AV = 110.000$, $r = 10\%$ und $n = 30$ ($s^{\min} = 15\%$; $s^{\max} = 50\%$; $GF = 5.000$; $OG = 60.000$)

t	r(t)	t	r(t)	t	r(t)	t	r(t)
1	19,37%	9	11,89%	17	8,38%	25	6,45%
2	18,12%	10	11,30%	18	8,07%	26	6,27%
3	16,94%	11	10,77%	19	7,79%	27	6,09%
4	15,87%	12	10,28%	20	7,53%	28	5,93%
5	14,90%	13	9,84%	21	7,29%	29	5,78%
6	14,03%	14	9,43%	22	7,06%	30	5,63%
7	13,24%	15	9,05%	23	6,84%		
8	12,53%	16	8,70%	24	6,64%		

Diese Stufenzinsanleihe generiert ein Endvermögen am Ende des 30. Jahres von 1.052.309 GE. Die Festgeldanlage über 30 Jahre zu 10% führt dagegen nur zu einem Endvermögen von 1.031.443 GE. Der Anleger muss bei der Vereinbarung der Festgeldanlage einen Endvermögensverlust im 30. Jahr von 20.866 GE bzw. diskontiert mit 10% auf $t = 0$ von 1.196 GE in Kauf nehmen. Auf den ersten Blick erheblich erscheint der diskontierte Wert dann doch eher geringfügig. Die Frage, ob 1.196 GE unwesentlich sind, kann an dieser Stelle nicht mehr ohne Weiteres beantwortet werden. M.E. sind sie das. An dieser Stelle kommt es aber auf die Einschätzung des Anlegers an.

Nichtsdestotrotz steht am Ende dieses Kapitels m.E. das Fazit, dass die Vereinbarung einer Stufenzinsanleihe mit konstanten Nominalzinssätzen gegenüber der optimalen Stufenzinsanleihe nur einen unwesentlichen Endvermögensverlust nach sich zieht.

4.1.3.2.4 <u>Die optimale Stufenzinsanleihe im Proportionalbereich des fiktiven Steuertarifs für n = 2</u>

4.1.3.2.4.1 Analytische Herleitung

Der Ansatz dieses Abschnittes erfolgt in einem ersten Schritt analog dem in Kapitel 4.1.3.2.3 für den Progressionsbereich des fiktiven Steuertarifs für den zweiperiodigen Anlagezeitraum. Zielfunktion ist wie schon in Gleichung 4.1-30 das Endvermögen am Ende der zweiten Periode mit:

Gleichung 4.1-48) $$EV = AV \cdot (1+r)^2 - A_{St}[zvE_1] \cdot (1+r_2) - A_{St}[zvE_2]$$

Die Steuerlast wird nun aber durch den dritten Teil der Funktion des fiktiven Steuertarifs gekennzeichnet. Man erhält:

Gleichung 4.1-49)

$$EV = AV \cdot (1+r)^2 - \left(s^{\max} \cdot (AV \cdot r_1 - GF) - \frac{A \cdot B}{2} \right) \cdot (1+r_2)$$
$$- s^{\max} \cdot \left(\left(AV \cdot (1+r_1) - s^{\max} \cdot (AV \cdot r_1 - GF) + \frac{A \cdot B}{2} \right) \cdot r_2 - GF \right) + \frac{A \cdot B}{2}$$

Auf Grund der beherrschbaren Komplexität wird jetzt, im Gegensatz zum Kapitel über den Progressionsbereich, der Steuerkaskadeneffekt nicht vernachlässigt. Der Nominalzinssatz r_2 wird vorsteueräquivalent ersetzt. Daraus folgt:

Gleichung 4.1-50)

$$EV = AV \cdot (1+r)^2 - \left(s^{\max} \cdot (AV \cdot r_1 - GF) - \frac{A \cdot B}{2} \right) \cdot \frac{(1+r)^2}{1+r_1}$$
$$- s^{\max} \cdot \left(\left(AV \cdot (1+r_1) - s^{\max} \cdot (AV \cdot r_1 - GF) + \frac{A \cdot B}{2} \right) \cdot \left(\frac{(1+r)^2}{1+r_1} - 1 \right) - GF \right) + \frac{A \cdot B}{2}$$

Gleichung 4.1-50 ist von den bekannten Parametern und nur noch von einer Variable abhängig. Die Ableitung des Endvermögens nach dem Nominalzinssatz r_1 ergibt:

Gleichung 4.1-51)

$$\frac{\partial EV}{\partial r_1} = -2 s^{\max} \cdot AV \cdot \frac{(1+r)^2}{1+r_1} + \left(s^{\max} \cdot (AV \cdot r_1 - GF) - \frac{A \cdot B}{2} \right) \cdot \frac{(1+r)^2}{(1+r_1)^2}$$
$$+ \left(s^{\max} \cdot AV \cdot (1+r_1) - s^{\max\,2} \cdot (AV \cdot r_1 - GF) + s^{\max} \cdot \frac{A \cdot B}{2} \right) \cdot \frac{(1+r)^2}{(1+r_1)^2}$$
$$+ s^{\max\,2} \cdot AV \cdot \frac{(1+r)^2}{1+r_1}$$

Diese Ableitung ist genau dann Null, wenn r_1 Null ist. D.h., wir erhalten als Ergebnis eine Stufenzinsanleihe mit $r_1 = 0\%$ und $r_2 = (1+r)^2 - 1$. Das Ergebnis überrascht im Hinblick auf Kapitel 4.1.3.1 nicht. Setzt man als Steuerlastfunktion den dritten Teil der Funktion des fiktiven Steuertarifs ein, erhält man eben diesen konstanten Steuersatz.

Das Problem ist, dass man r_1 nicht auf Null absenken kann, ohne bereits vorher wieder in den Progressionsbereich einzutreten. Die hier gezeigte Lösung fingiert einen Proportionalbereich über alle zu versteuernden Einkommen. Das ist annahmegemäß ja gerade nicht der Fall. D.h., die gefundene Stufenzinsanleihe ist im fiktiven

Steuertarif nicht optimal. Der Proportionalbereich kann also nicht isoliert betrachtet werden.

Ein anderer, eher intuitiver Ansatz soll daher an dieser Stelle die Frage nach der optimalen Stufenzinsanleihe über den Progressionsbereich hinaus beantworten:

Für die Herleitung einer optimalen Stufenzinsanleihe im Proportionalbereich wird auf das Ergebnis des Kapitels 4.1.3.1 zur optimalen Verteilung der Zinsen bei konstantem Steuertarif zurückgegriffen. Demnach ist es bei konstantem Steuersatz immer optimal den Zero-Bond, d.h. hier bei $r_1 = 0\%$, zu realisieren.

Vor diesem Hintergrund wird der dritte Teil der Tarifformel des fiktiven Steuertarifs, die Formel für den Proportionalbereich, umgeschrieben zu:

Gleichung 4.1-52) $$A_{St}[zvE] = s^{\max} \cdot zvE - s^{\max} \cdot GF - \frac{A \cdot B}{2}$$

Es ergibt sich der Durchschnittssteuersatz mit:

Gleichung 4.1-53) $$\bar{s} = s^{\max} - \frac{s^{\max} \cdot GF + \frac{A \cdot B}{2}}{zvE}$$

Mit steigendem zu versteuernden Einkommen ist der Durchschnittssteuersatz zunehmend konstant. Mit $zvE \to \infty$ geht $\bar{s} \to s^{\max}$ und damit die optimale Stufenzinsanleihe gegen den Zero-Bond.

Damit sind zwei Punkte der optimalen Stufenzinsanleihe bekannt: Bei dem Anfangsvermögen, das gerade den Proportionalbereich für die Besteuerung eröffnet, gilt, da bei einem stufenlosen Steuertarif dieses Anfangsvermögen auch den letzten Punkt des Progressionsbereichs kennzeichnet, noch die Lösung für r_1 und r_2 des Kapitels zum Progressionsbereich. Bei einem Anfangsvermögen von unendlich[136] ist $r_1 = 0\%$ und $r_2 = (1 + r)^2 - 1$.

Analog zum Quotienten in Gleichung 4.1-53 geht r_1 im Proportionalbereich mit steigendem Anfangsvermögen gegen Null. Startpunkt für r_1 ist der optimale Zins der ersten Periode für eine Stufenzinsanleihe, die den Progressionsbereich gerade noch ausnutzt, d.h. die im Progressionsbereich maximal mögliche, optimale Stufen-

136 … rein theoretisch natürlich, weil sich in diesem Falle jegliche Gedanken über die Kapitalanlage erübrigt hätten. Unendlich viel Geld verzinst wäre immer noch unendlich viel Geld. Jeder Zinssatz wäre dann de facto null.

zinsanleihe. Dieser Zins sei hier bezeichnet mit $r^{\times}$. Das korrespondierende Anfangsvermögen wird bezeichnet mit $AV^{\times}$. Eine Stufenzinsanleihe nutzt dann den Progressionsbereich maximal aus, wenn gilt:

Gleichung 4.1-54) $\max[zvE_1; zvE_2] = OG$

Damit ist $r^{\times}$, der Startwert für r_1 im Proportionalbereich. Mit den in diesem Kapitel bislang diskutierten Merkmalen der optimalen Stufenzinsanleihe im Proportionalbereich kann man eine (intuitive) Bildungsformel für r_1 aufstellen.

Gleichung 4.1-55) $r_1 = \frac{AV^{\times}}{AV} \cdot r^{\times}$

Die Bildungsvorschrift für r_1 in Gleichung 4.1-55 ist eher intuitiv. Sie ist nicht aus den bekannten Gleichungen hergeleitet worden. Für diese Gleichung sprechen allerdings zwei Punkte: Zum einen ergibt sich für den Beginn des Proportionalbereichs, also bei $AV = AV^{\times}$, dass $r_1 = r^{\times}$. Zum anderen nähert sich r_1 mit $AV \to \infty$ Null an, was der zweiten bekannten Eigenschaft von r_1 im Proportionalbereich entspricht.

Jetzt stellt sich noch die Frage, wie sich $r^{\times}$ und $AV^{\times}$ ermitteln lassen.

Analytisch kann man die Annahme treffen, dass sich Gleichung 4.1-54 vereinfacht zu:

Gleichung 4.1-56) $zvE_1 = OG$

Damit ergibt sich r_1 über die Beziehung:

Gleichung 4.1-57) $r_1 = \frac{OG}{AV}$

Zur weiteren Analyse wird in die bereits hergeleiteten Gleichungen des Kapitels 4.1.3.2.2.1 für den optimalen Nominalzinssatz r_1 die Bedingung in Gleichung 4.1-57 eingesetzt. Man erhält ...

Gleichung 4.1-58) $r^{\times} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$, wobei …

Gleichung 4.1-59) $p = 2 + \frac{3}{0{,}5(1+r)^2 + s^{\min} \cdot \frac{r^{\times}}{OG} \cdot \frac{A}{B} - \frac{GF \cdot r^{\times}}{OG} - 3}$ und …

Gleichung 4.1-60)

$$q = 1 + (1+r)^2 \cdot \left(\frac{GF - s^{\min} \cdot \dfrac{A}{B} + 0{,}5 \dfrac{GF^2 \cdot r^{\times}}{OG} - s^{\min} \cdot \dfrac{GF \cdot r^{\times}}{OG} \cdot \dfrac{A}{B} + \dfrac{0{,}5OG}{r^{\times}} + \dfrac{2OG}{(1+r)^2 \cdot r^{\times}}}{0{,}5(1+r)^2 \cdot \dfrac{OG}{r^{\times}} + s^{\min} \cdot \dfrac{A}{B} - GF - 3\dfrac{OG}{r^{\times}}} \right)$$

Die Gleichungen für p und q in Gleichung 4.1-58 eingesetzt und nach $r^{\times}$ umgestellt, ergeben den gesuchten Startwert für r_1 im Proportionalbereich. Auf das Umstellen dieser Gleichung soll hier verzichtet werden. Die Ermittlung von $r^{\times}$ kann auch der Einfachheit halber mittels Tabellenkalkulationsprogrammen[137] und den dort vorhandenen Zielwertfunktionen erfolgen, wobei dann exakter Weise auch wieder auf die Bedingung in Gleichung 4.1-54 zurückgegriffen werden kann. Gleichung 4.1-55 liefert nun den optimalen Wert für r_1 der Stufenzinsanleihe im Proportionalbereich. Der Nominalzinssatz r_2 ermittelt sich aus der Vorsteueräquivalenzgleichung mit:

Gleichung 4.1-61) $$r_2 = \frac{(1+r)^2}{1+r_1} - 1$$

Dazu ein Beispiel: Ein Steuerpflichtiger ($s^{\min} = 15\%$; $s^{\max} = 50\%$; $GF = 5.000$; $OG = 60.000$) kann 2 Mio. GE über 2 Jahre zu einem Effektivzinssatz von 8% anlegen. Es stellt sich die Frage, welche Stufenzinsanleihe er mit dem Emittenten vereinbaren soll. Über Gleichung 4.1-58 bzw. mittels der Tabellenkalkulation des Anhang 7 ergibt sich, dass die optimale Stufenzinsanleihe, die den Progressionsbereich gerade noch betrifft, für $r = 8\%$ bei einem Anlagevermögen von 722.000 GE[138] realisiert wird und die optimalen Zinssätze $r_1 = 8{,}15\%$ und $r_2 = 7{,}85\%$ aufweist. Damit ist $r^{\times} = 8{,}15\%$ und $AV^{\times} = 722.000$ GE. Aus Gleichung 4.1-55 ergibt sich nun für die Stufenzinsanleihe bei einem Anfangsvermögen von 2 Mio. GE ein optimaler Zinssatz r_1 von 2,94%. Entsprechend wäre r_2 gleich 13,31%. Mit dieser Stufenzinsanleihe würde ein Endvermögen von 2.189.496 GE nach zwei Jahren erzielt werden.

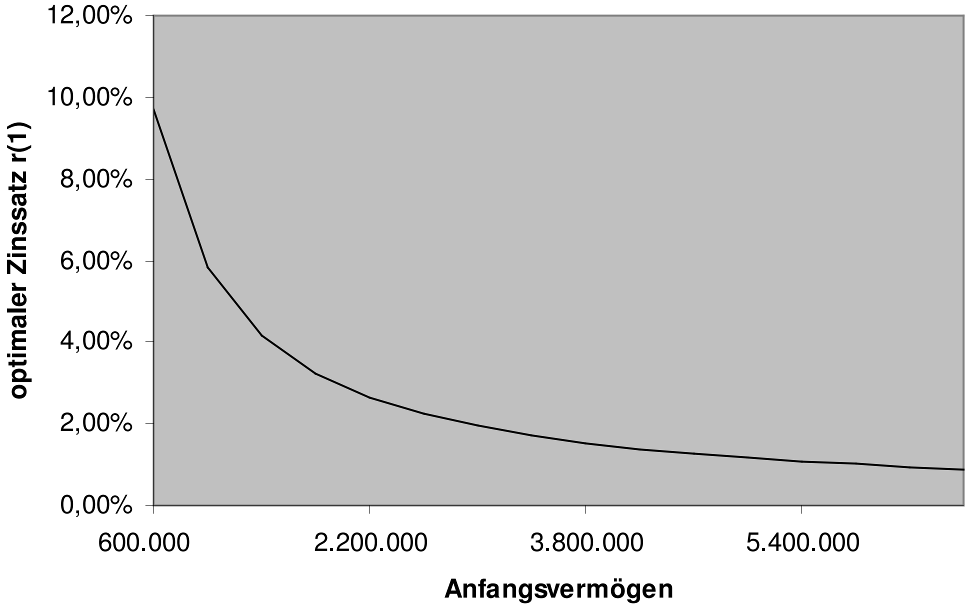
---

137 Ein solcher Algorithmus wird beispielhaft in Anhang 7 dargestellt.

138 Betrag wurde auf volle TGE gerundet.

Auf den ersten Blick nicht unbedingt intuitiv ist die Tatsache, dass der optimale Nominalzinssatz r_1 bei bestimmten Anfangsvermögen für alle Effektivverzinsungen[139] gleich ist und sich auf folgender Kurve bewegt:

Diagramm 4.1-5) Optimaler Zinssatz r_1 in Abhängigkeit vom Anfangsvermögen AV ($s^{\min} = 15\%$; $s^{\max} = 50\%$; $GF = 5.000$; $OG = 60.000$)



Zu beachten ist bei dieser Darstellung lediglich, dass bei unterschiedlichen Effektivverzinsungen an unterschiedlichen Punkten der obigen Kurve begonnen wird. Bspw. ist für $r = 2\%$ $AV^{\times} \approx 2.970.000$ GE, d.h. Anfangsvermögen unter 2.970 TGE fallen gar nicht unter den Proportionalbereich und damit nicht unter die Fragestellung dieses Kapitels.

4.1.3.2.4.2 Fehleranalyse

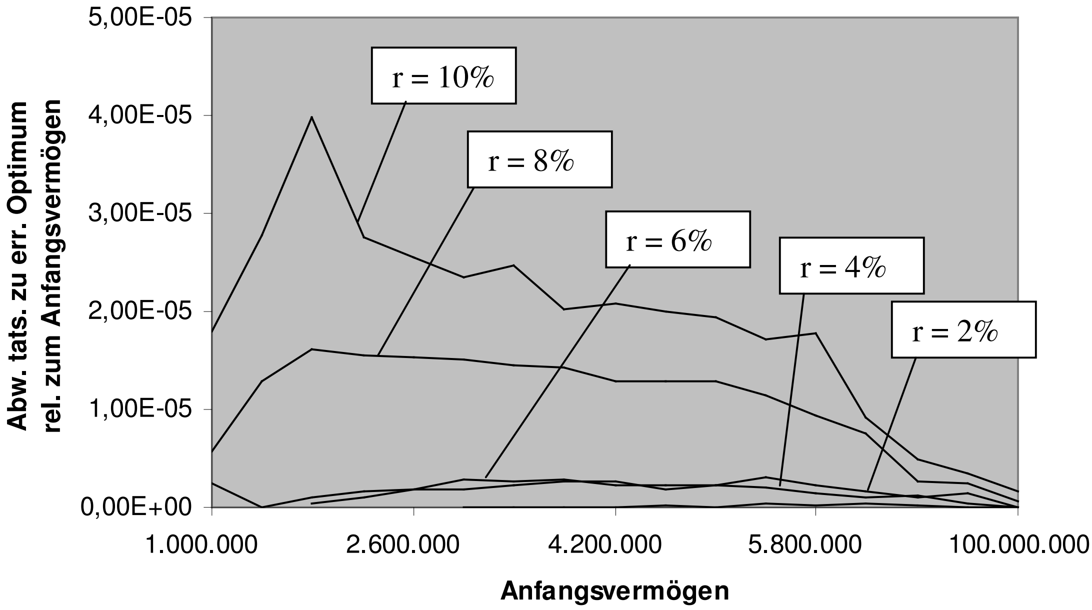
Rechnet man das eben genannte Beispiel mittels der in Anhang 7 dargestellten Tabellenkalkulation nach, so erhält man die optimale Stufenzinsanleihe für die Anlage von 2 Mio. GE mit $r_1 = 2{,}78\%$ und $r_2 = 13{,}49\%$. Dabei wird ein Endvermögen von 2.189.527 GE erzielt. Die intuitive Bildungsvorschrift führt offensichtlich zu einer (wenn auch leichten) Verfehlung des tatsächlichen Optimums, die sich in einem Endvermögensverlust von 31 GE ausdrückt. Dieser ist in diesem Beispiel zweifellos unwesentlich. Das Endvermögen der Festgeldanlage mit $r_1 = 8\%$ und $r_2 = 8\%$ hätte

[139] Die Effektivverzinsung ist bei gegebenen Steuertarifparametern die einzige Variable für die Bestimmung von $r^{\times}$ und $AV^{\times}$.

ein Endvermögen von 2.187.925 GE erzielt. Die Bildungsvorschrift nähert sich dem tatsächlich optimalen Wert hier im Beispiel besser an als die Gleichverteilung der Nominalzinssätze.

Jetzt stellt sich die Frage, ob diese Abweichung immer vernachlässigbar ist oder ob bestimmte Ausprägungen der Parameter zu signifikanten Abweichungen führen. Dazu werden analog zu Kapitel 4.1.3.2.2.2 die Abweichungen in Abhängigkeit vom Anfangsvermögen und bestimmten diskreten Ausprägungen der Effektivverzinsung grafisch dargestellt. Es ergibt sich folgende Abbildung:

Diagramm 4.1-6) Abweichung zwischen tatsächlich optimalem Endvermögen und Endvermögen der ermittelten Stufenzinsanleihe relativ zum Anfangsvermögen ($s^{min} = 15\%$; $s^{max} = 50\%$; $GF = 5.000$; $OG = 60.000$)[140]



In Diagramm 4.1-6 lassen sich für den hier verwendeten fiktiven Steuertarif drei Dinge ablesen:

1) Die Abweichung zwischen der tatsächlich optimalen Stufenzinsanleihe und der, mit der hier verwendeten Bildungsvorschrift ermittelten Stufenzinsanleihe ist unwesentlich. Bei dem hier angenommenen Parametern für r und AV sowie für den fiktiven Steuertarif ergibt sich eine maximale absolute Abweichung von 172 GE und eine maximale relative Abweichung von ca. 0,004% ($3,98 \cdot 10^5 \%$).

[140] Zur Veranschaulichung wurde die Ordinate des Diagramms im letzten Teil gestaucht. Zur Ermittlung der im Diagramm abgetragenen Werte siehe Anhang 8.

2) Erwartungsgemäß nimmt die Abweichung mit steigendem Anfangsvermögen ab, da r_1 sowohl über die Bildungsvorschrift ermittelt als auch tatsächlich mit $AV \to \infty$ gegen ein und denselben Wert, gegen Null, geht.

3) Mit steigender Effektivverzinsung nimmt die Abweichung zu.

Die unregelmäßigen Kurvenverläufe sind auf die Verwendung diskreter Zinssätze bei der Ermittlung der Werte[141] und auf Verwendung gerundeter Werte für $r^{\times}$ und $AV^{\times}$ zurückzuführen. Entscheidend sind an dieser Stelle aber der tendenzielle Kurvenverlauf und die Feststellung, dass die Abweichung als unwesentlich eingestuft werden kann.

Für steigende Spitzensteuersätze, d.h. für Steuertarife mit steilerer Progression, sinkt die Abweichung sowohl relativ als auch absolut. Für sinkende Spitzensteuersätze steigt die Abweichung. Es gelten allerdings sowohl bei hohen als auch bei geringen Spitzensteuersätzen die getroffenen Feststellungen.

4.1.3.2.5 <u>Die optimale Stufenzinsanleihe im Proportionalbereich des fiktiven Steuertarifs für n > 2</u>

Die Frage nach Anlagezeiträumen über mehr als zwei Perioden wirft das gleiche Problem wie Kapitel 4.1.3.2.3 auf. Analytisch sind die optimalen Nominalzinssätze nicht mehr mit vertretbarem Aufwand ermittelbar.

An dieser Stelle kann man sich der optimalen Stufenzinsanleihe daher über zwei mögliche Wege nähern.

Wenn man, wie in Kapitel 4.1.3.2.3 für optimale Stufenzinsanleihen generell beschrieben, die optimale Stufenzinsanleihe im Progressionsbereich mit dem höchsten Anfangsvermögen ermittelt hat, kann man daraus analog zum vorangegangenen Kapitel die optimale Stufenzinsanleihe im Proportionalbereich mit der Bildungsvorschrift ableiten. Diese ergibt sich mit:

Gleichung 4.1-62) $$r_t = \frac{AV^{\times}}{AV} \cdot r_t^{\times} \quad \text{für} \quad 1 \le t \le (n-1)$$

$AV^{\times}$ würde sich wieder ergeben über die Bedingung:

Gleichung 4.1-63) $$\max\left[zvE_t\right] = OG$$

[141] Siehe dazu Anhang 8 und die darin verwendeten Werte aus Anhang 7.

Der Nominalzinssatz der letzten Periode ergibt sich dann als Residuum über die Bedingung der Vorsteueräquivalenz mit:

Gleichung 4.1-64) $$r_n = \frac{(1+r)^n}{\prod_{t=1}^{n-1}(1+r_t)} - 1$$

Für diese erste Möglichkeit der Ermittlung des Optimums sei folgendes Beispiel gegeben: Es sollen 2 Mio. GE über 10 Jahre bei einem Effektivzinssatz von 8% angelegt werden. Analog zu Tabelle 4.1-7 lässt sich folgende optimale Stufenzinsanleihe ermitteln, die den Progressionsbereich im letzten Jahr der Anlage maximal ausnutzt:

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
r(t)	9,45%	9,05%	8,69%	8,36%	8,06%	7,78%	7,51%	7,27%	7,04%	6,82%

Diese r_t sind in der Schreibweise dieses Kapitels die $r_t^{\times}$. $AV^{\times}$ ist das Anfangsvermögen, das dieser Stufenzinsanleihe zu Grunde liegt mit $AV = 525.000$ GE. Damit ergeben sich gem. Gleichung 4.1-62 die optimalen Nominalzinssätze der Perioden 1 bis 9 mit:

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9
r(t)*	9,45%	9,05%	8,69%	8,36%	8,06%	7,78%	7,51%	7,27%	7,04%
r(t)	2,48%	2,38%	2,28%	2,20%	2,12%	2,04%	1,97%	1,91%	1,85%

Der Zinssatz in Periode 10 ergibt sich gem. Gleichung 4.1-64 mit $r_{10} = 78{,}51\%$. Diese Stufenzinsanleihe generiert ein Endvermögen von 3.225.881 GE. Der vorsteueräquivalente Zero-Bond mit $r_1 = r_2 = ... = r_9 = 0\%$ und $r_{10} = 115{,}89\%$ würde ein Endvermögen von 3.171.050 GE (Delta zur optimalen Stufenzinsanleihe in Höhe von 54.831 GE), die vorsteueräquivalente Festgeldanlage mit $r_1 = r_2 = ... = r_{10} = 8\%$ ein Endvermögen von 3.106.063 GE generieren (Delta zur optimalen Stufenzinsanleihe in Höhe von 119.818 GE). Selbst diskontiert[142] wären das noch Endvermögensverluste von 25.397 GE bzw. 55.499 GE.

Kapitel 4.1.3.2.2.3 hat bereits die Hypothese bekräftigt, dass die optimale Stufenzinsanleihe im Progressionsbereich ein nur unwesentlich höheres Endvermögen als die Festgeldanlage generiert. Das ist hier, wenn man 10 Perioden betrachtet, offensichtlich nicht der Fall.

[142] Mit 8% über 10 Jahre

Da die Lösung dieses Kapitels für die Perioden 1 bis 9 aber auf den Ergebnissen der Kapitel zum Progressionsbereich aufbaut, ist anzunehmen, dass das optimale Endvermögen im Beispiel nur unwesentlich geringer ausfallen würde, wenn den Nominalzinssätzen der Perioden 1 bis 9 eine Festgeldanlage mit $zvE_{10} = OG$ zu Grunde gelegt würde. Es ergibt sich damit eine Stufenzinsanleihe in Form von:

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
r(t)	2,55%	2,55%	2,55%	2,55%	2,55%	2,55%	2,55%	2,55%	2,55%	72,15%

Diese Stufenzinsanleihe generiert ein Endvermögen von 3.216.912 GE, was einem diskontierten Endvermögensverlust von 4.154 GE im Vergleich zur optimalen Stufenzinsanleihe entspricht. Dieser ist zwar nicht mehr generell unwesentlich, aber er fällt deutlich geringer als bei der Realisation von Zero-Bond und Festgeldanlage aus. Als vereinfachte Bildungsvorschrift für eine annähernd optimale Stufenzinsanleihe kommt diese Lösung daher ebenfalls in Betracht.

Die bis zu dieser Stelle des Kapitels vorgestellte Lösung zur Ermittlung der optimalen Stufenzinsanleihe beruht, wie bereits Kapitel 4.1.3.2.4.1, auf einer eher intuitiven Bildungsvorschrift. Das Ergebnis muss nicht zwingend optimal sein, wenn auch der Fehler vermutlich vernachlässigbar ist (siehe Kapitel 4.1.3.2.4.2).

Der zweite Weg zur Ermittlung der optimalen Stufenzinsanleihe ist die generelle Verwendung des Microsoft Excel Solvers© zur Ermittlung der Nominalzinssätze. Analog zu Kapitel 4.1.3.2.3.1 erhält man für das oben genannte Beispiel die tatsächlich optimale Stufenzinsanleihe mit:

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
r(t)	1,75%	1,74%	1,73%	1,71%	1,70%	1,69%	1,68%	1,67%	1,66%	85,47%

Das dazugehörige Endvermögen beträgt 3.229.608 GE. Die mit der intuitiven Bildungsvorschrift ermittelte Stufenzinsanleihe sorgt offensichtlich für einen diskontierten Endvermögensverlust im Vergleich zur tatsächlich optimalen Stufenzinsanleihe von 1.726 GE. Der Fehler erscheint vernachlässigbar.

Zum Abschluss dieses Kapitels stellt sich die Frage, warum nicht gleich auf die Lösung mittels Microsoft Excel Solver© zurückgegriffen werden sollte, wo doch auch die Lösung mit der Bildungsvorschrift die so ermittelte maximale optimale Stufenzinsanleihe im Progressionsbereich benötigt?

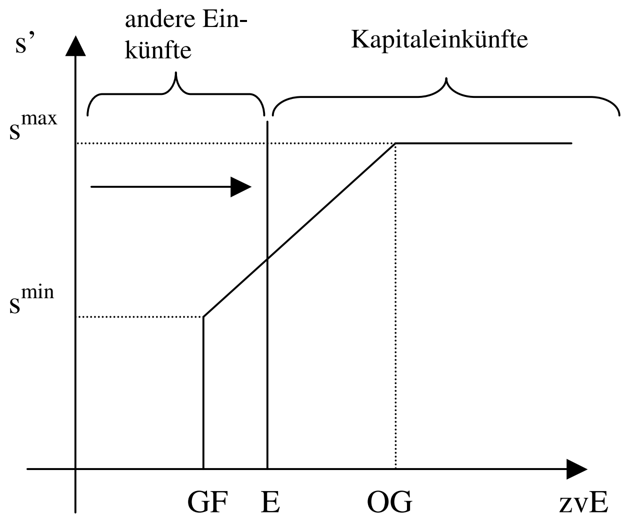
Der Vorteil der ersten Lösung dieses Kapitels besteht darin, dass, wenn für eine bestimmte Effektivverzinsung und gegebene Steuertarifparameter einmal die maximale Stufenzinsanleihe im Progressionsbereich ermittelt ist, analytisch für alle weiteren Stufenzinsanleihen mit unterschiedlichen Anfangsvermögen größer als $AV^{\times}$ argumentiert werden kann, während bei der Lösung ausschließlich mittels elektronischer Datenverarbeitung die optimale Stufenzinsanleihe immer wieder neu berechnet werden müsste und keine analytische Argumentation möglich ist. Letztere ist aber gerade im Hinblick auf den Vergleich mit anderen Kapitalanlagearten im Verlauf dieser Arbeit entscheidend.

4.1.3.3 Das Optimum unter Berücksichtigung weiterer Einkünfte

Die Annahme, dass der Kapitalanleger keinerlei Einkünfte außer den hier betrachteten Kapitaleinkünften bezieht, ist sehr restriktiv und ohne Zweifel in der Realität so gut wie nie der Fall. Viel wahrscheinlicher ist, dass der private Kapitalanleger nebenbei noch andere Einkünfte, bspw. aus nichtselbständiger Arbeit, erwirtschaftet und diese auch versteuern muss.

Nimmt man über die betrachteten Perioden konstante andere Einkünfte an, so lassen sich die Ergebnisse der vorangegangenen Kapitel recht unkompliziert anpassen. Dazu müssen die Parameter des fiktiven Steuertarifs modifiziert werden. Dem liegt die Überlegung zu Grunde, dass die weiteren Einkünfte den fiktiven Steuertarif für die Kapitaleinkünfte lediglich in Form einer Rechtsverschiebung der Abszisse beeinflussen. Im bereits bekannten Diagramm 2.4-1 eingetragen, ergibt sich folgende Darstellung:

Diagramm 4.1-7) Grenzsteuersatzkurve des fiktiven Steuertarifs bei vorliegen anderer Einkünfte neben den Kapitaleinkünften



In Diagramm 4.1-7 kennzeichnet E die Höhe der anderen Einkünfte, die annahmegemäß über alle Perioden konstant ist. Für die Kapitaleinkünfte ist demnach nur der Teil rechts neben E einschlägig. Die Parameter des fiktiven Steuertarifs lassen sich demzufolge wie folgt abwandeln:

Tabelle 4.1-11) Abwandlung der Parameter des fiktiven Steuertarifs bei Vorliegen weiterer Einkünfte

Parameter	**Parameter bei Vorliegen weiterer Einkünfte (Einkünfteniveau über alle Perioden = E)**
GF	$GF^{E} = \begin{cases} GF - E & \text{für} \quad E \leq GF \\ 0 & \text{für} \quad E > GF \end{cases}$
OG	$OG^{E} = \begin{cases} OG - E & \text{für} \quad E \leq OG \\ 0 & \text{für} \quad E > OG \end{cases}$
$s^{\min}$	$s^{\min E} = \begin{cases} s^{\min} & \text{für} \quad E \leq GF \\ \dfrac{\left(s^{\max} - s^{\min}\right) \cdot \left(E - GF\right)}{OG - GF} + s^{\min} & \text{für} \quad GF < E \leq OG \\ s^{\max} & \text{für} \quad E > OG \end{cases}$
$s^{\max}$	$s^{\max E} = s^{\max}$

Der Veranschaulichung soll folgendes Beispiel dienen: Es gelte der bereits öfter verwendete fiktive Steuertarif mit einem Grundfreibetrag von 5.000 GE, einer oberen Progressionsgrenze von 60.000 GE, einem Eingangssteuersatz von 15% und einem Spitzensteuersatz von 50%. Der Kapitalanleger A bezieht nach Abzug von Werbungskosten jährliche Einkünfte aus nichtselbständiger Arbeit von 30.000 GE. Anlegen A möchte 250.000 GE über 2 Jahre anlegen. Seine Bank gewährt ihm eine Effektivverzinsung von 8%. Für A stellt sich nun die Frage nach der optimalen Stufenzinsanleihe.

Zuerst werden die Tarifparameter modifiziert. Man erhält: $GF = 0$ GE, $OG = 30.000$ GE, $s^{\min} = 30{,}9\%$ und $s^{\max} = 50\%$. Aus Gleichung 4.1-41 und Gleichung 4.1-42 ergeben sich nun die beiden Nominalzinssätze für die optimale Stufenzinsanleihe mit $r_1 = 8{,}23\%$ und $r_2 = 7{,}77\%$. Im Gegensatz dazu hätten sich ohne die weiteren Einkünfte, d.h. mit den alten Parametern, die Zinssätze mit $r_1 = 8{,}11\%$ und $r_2 = 7{,}89\%$ ergeben.

Die hier ermittelten Nominalzinssätze sind mit der bereits in Kapitel 4.1.3.2.2.2 diskutierten Ungenauigkeit behaftet, die aus den Vereinfachungen bei der Herleitung der Formel resultiert. Aus der Tabellenkalkulation ergeben sich bei vorliegen anderen Einkünfte in diesem Beispiel die Zinssätze $r_1 = 8{,}13\%$ und $r_2 = 7{,}87\%$.

Der Zinssatz r_1 lässt sich nun als Funktion der anderen Einkünfte darstellen – zum einen mittels der hergeleiteten Formeln und zum anderen mittels Tabellenkalkulation (siehe Anhang 7). Es ergibt sich folgendes Diagramm:

Diagramm 4.1-8) Optimaler Nominalzinssatz r_1 mittels hergeleiteter Formeln und EDV berechnet ($r = 8\%$; $AV = 250.000$ GE; $s^{\min} = 15\%$; $s^{\max} = 50\%$; $GF = 5.000$; $OG = 60.000$)

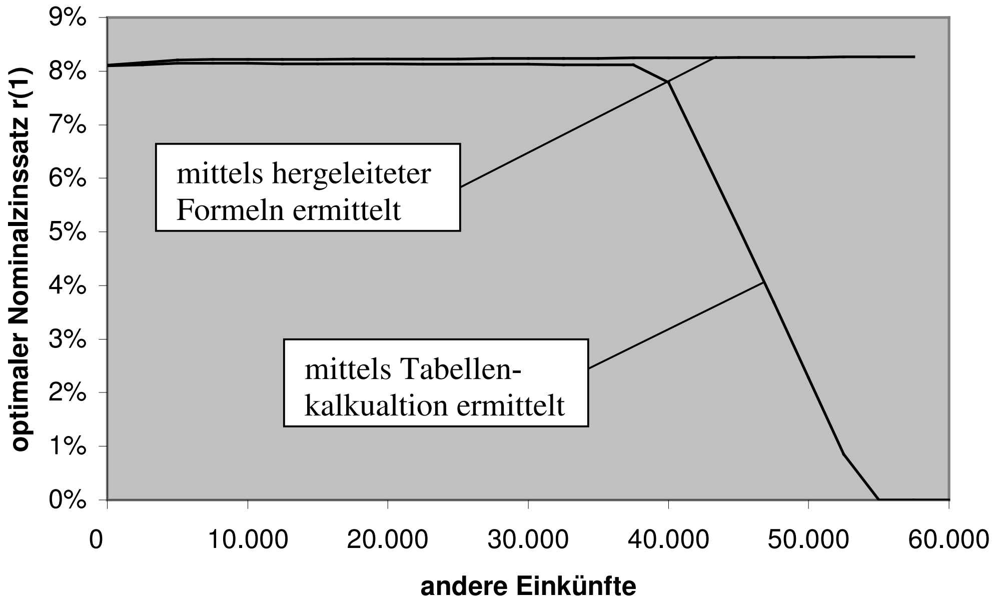


Diagramm 4.1-8 verdeutlicht drei Dinge:

1) Der Unterschied zwischen den über die hergeleiteten Formeln und den über die Tabellenkalkulation ermittelten optimalen Zinssätzen ist bis zu einem bestimmten Einkommen vernachlässigbar.

2) Da die anderen Einkünfte (E) steigen, sinkt gem. der obigen Tabelle die obere Progressionsgrenze, die für die Kapitaleinkünfte einschlägig ist. Damit treten ab einem bestimmten Wert für E (hier ca. 38.000 GE) zu versteuernde Einkommen auf, die über dieser neuen oberen Progressionsgrenze liegen. Man gelangt zu den Ergebnissen für den Progressionsbereich des Kapitels 4.1.3.2.4.1. Der Nominalzinssatz r_1 wird kleiner. Mit steigenden anderen

Einkünften bis hin zu $E = OG$ nähert man sich dem Ergebnis bei konstantem Steuersatz[143] an, d.h. $r_1 = 0\%$.

3) Für den Fall des Punktes 2 sind die über die hergeleiteten Formeln ermittelten Werte für r_1 nicht mehr aussagekräftig, da dafür ausschließlich der zweite Teil der Funktion des fiktiven Steuertarifs verwendet wurde. Der Grenzwert dieser Funktion mit $OG \to 0$, hier der Fall für $E \to 60.000$ GE ist nicht mehr definiert. Deshalb können die hergeleiteten Formeln nur sinnvoll verwendet werden, solange $\max[zvE_t] \leq OG^E$ bzw. im Hinblick auf Tabelle 4.1-11 $\max[zvE_t] \leq (OG - E)$ gilt, d.h. hier im Beispiel bei anderen Einkünften von weniger als 38.000 GE pro Jahr.

Solange die Bedingung des letzten Punktes eingehalten wird, kann an den Ergebnissen der vorangegangenen Kapitel festgehalten werden. Es müssen lediglich die Parameter des fiktiven Steuertarifs modifiziert werden.

4.1.3.4 Kritische Würdigung der Vorsteueräquivalenzprämisse

Diese Arbeit betrachtet und vergleicht Kapitalanlageformen vor und nach Steuern. Zentrale Annahme ist dabei, dass vor Steuern alle Kapitalanlageformen gleichwertig sind, d.h. den gleichen Kapitalwert aufweisen. Unter dieser Maßgabe steht dem Kapitalanleger ins Fremdkapital ein Spektrum von Stufenzinsanleihen zur Verfügung, das die bereits genannte Bedingung erfüllt:

Gleichung 4.1-65) $$(1+r)^n = \prod_{t=1}^{n}(1+r_t)$$

In theoretischer Hinsicht und im Hinblick auf die Zielsetzung dieser Arbeit, den Einfluss von Steuern auf die Anlageentscheidung eines privaten Kapitalanlegers zu untersuchen, ist diese Annahme notwendig, um überhaupt einen Referenzpunkt des Vergleichs zu haben.

Darüber hinaus muss man sich aber auch die Frage stellen, ob dieses Optimierungskalkül unter Einbeziehung der Kalküle des Emittenten überhaupt vorgenommen werden kann. Ist also die im Laufe dieses Kapitels vor allem in den Beispielen vertretene Lesart richtig, dass ein Emittent, der einem Kapitalanleger eine Festgeldan-

[143] Siehe Kapitel 4.1.3.1.

lage mit einer bestimmten Effektivverzinsung anbietet, diesem auch jede Stufenzinsanleihe gewährt, welche die gleiche Effektivverzinsung aufweist?

Vom Emittenten muss man annehmen, dass er dem Anleger die Stufenzinsanleihe nur dann gewährt, wenn er sich dadurch nicht schlechter stellt als im Falle der Festgeldanlage.

Ohne Steuern ist der Emittent in der Tat indifferent zwischen allen Stufenzinsanleihen des Spektrums, die er dem Anleger anbietet, solange sein Kalkulationszinssatz gleich dem Effektivzinssatz ist. Dabei wird vom Kapitalwert als Entscheidungsmodell für den Emittenten ausgegangen. Dieser ergibt sich wie bereits für den Anleger mit:

Gleichung 4.1-66) $$KW = AV - \frac{EV}{\left(1 + r^{Em}\right)^n}$$

r^{Em} Kalkulationszinssatz des Emittenten

Das Endvermögen lässt sich gem. der oben genannten Vorsteueräquivalenzbedingung für alle Stufenzinsanleihen des Spektrums schreiben als $EV = AV \cdot (1 + r)^n$. Damit ergibt sich der Kapitalwert mit:

Gleichung 4.1-67) $$KW = AV - \frac{AV \cdot (1 + r)^n}{\left(1 + r^{Em}\right)^n}$$

Ist der Kalkulationszinssatz des Emittenten höher (niedriger) als der Effektivzinssatz, so ist dessen Kapitalwert größer (kleiner) als Null. Unterstellt man den homo oeconomicus, so kann man davon ausgehen, dass der Emittent nur Projekte mit einem positiven Kapitalwert realisiert, d.h. die dem Anleger angebotene Effektivverzinsung wird immer kleiner als sein Kalkulationszinssatz sein.

Da die Steuerzahlungen aus der Anlage heraus erfolgen[144], kann der Kapitalwert des Emittenten dargestellt werden als:

Gleichung 4.1-68) $$KW = AV - \sum_{t=1}^{n} \frac{A_{St,t}}{\left(1 + r^{Em}\right)^t} - \frac{EV}{\left(1 + r^{Em}\right)^n}$$

Das Endvermögen der Kapitalanlage ergibt sich gem. Gleichung 4.1-6 mit:

Gleichung 4.1-69) $$EV[r_t] = AV \cdot \prod_{t=1}^{n} (1 + r_t) - \sum_{t=1}^{n} \left(A_{St}[zvE_t] \cdot \prod_{i=t+1}^{n} (1 + r_i) \right)$$

[144] Anderweitig wäre keine Vergleichbarkeit mit anderen Kapitalanlageformen mehr gegeben.

Für den zweiperiodigen Anlagezeitraum ergibt sich nun die Kapitalwertformel für den Emittenten der Stufenzinsanleihe mit:

Gleichung 4.1-70) $$KW = AV - \frac{A_{St,1}}{\left(1 + r^{Em}\right)} - \frac{AV \cdot \left(1 + r\right)^2}{\left(1 + r^{Em}\right)^2} + \frac{A_{St,1} \cdot \left(1 + r_2\right)}{\left(1 + r^{Em}\right)^2}$$

Dem Vorteil aus der positiven Differenz zwischen r^{Em} und r steht nun der Nachteil aus der Steuerzahlung gegenüber, die sich erst eine Periode später in Form einer Endvermögensminderung auswirkt.

Für den Kapitalwert der Festgeldanlage gilt $r_2 = r_1 = r$, für eine beliebige Stufenzinsanleihe gilt $r_2 = (1 + r)^2 / (1 + r_1) - 1$. Zwei Bedingungen müssen jetzt erfüllt sein:

1) Der Kapitalwert der Festgeldanlage muss größer als Null sein.
2) Der Kapitalwert der möglichen Stufenzinsanleihe muss größer oder gleich dem der vom Emittenten zu einem bestimmten Effektivzinssatz angebotenen Festgeldanlage sein.

Aus Gleichung 4.1-70 ergeben sich folgende Feststellungen:

Zum einen ist der Kapitalwert der Festgeldanlage immer dann größer Null, wenn der Kalkulationszinssatz des Emittenten größer als die Effektivverzinsung ist. Damit ist Bedingung 1 erfüllt.

Zum anderen ist die Bedingung $KW[r] \geq KW[r_1, r_2]$ gemäß der oben stehenden Formeln nur dann erfüllt, wenn gilt:

Gleichung 4.1-71) $$\frac{A_{St,1}[r]}{A_{St,1}[r_1]} \geq \frac{r^{Em} - r_2}{r^{Em} - r}$$

Setzt man den einfachsten denkbaren Steuertarif mit $A_{St} = s \cdot BG$ ein, ergibt sich aus obiger Gleichung:

Gleichung 4.1-72) $$\frac{r \cdot \left(r^{Em} - r\right)}{\left(r^{Em} - r_2\right)} \geq r_1$$

Diese Relation ist erfüllt, solange gilt $r_2 \geq r$ bzw. $r_1 \leq r$. Demzufolge bietet der Emittent dem Anleger gar nicht das ganze mögliche Portfolio an Stufenzinsanleihen an, das die Vorsteueräquivalenzbedingung erfüllt, sondern nur Anleihen mit gleichbleibenden oder steigenden Nominalzinssätzen. Die vorangegangenen Kapitel haben aber gezeigt, dass durchaus auch fallende Nominalzinssätze optimal sind. Da allerdings das Fazit der vorangegangenen Kapitel im Hinblick auf die praktische Anwendung der Ergebnisse auf eine Gleichverteilung der Nominalzinsen im Progressionsbereich und eine mit steigendem Zinsaufkommen zunehmend endfällige Zinsgutschrift im Proportionalbereich hinausläuft, kann man die Annahme der Vorsteueräquivalenz treffen.

Will man die Ergebnisse weiter im Hinblick auf die tatsächliche Anlagesituation präzisieren, so müssten noch folgende Punkte beachtet werden:

1) Der Emittent kennt den persönlichen Steuersatz des Anlegers nicht und muss demnach anders (bspw. überschlägig) kalkulieren, solange die Steuerzahlungen aus der Kapitalanlage heraus getätigt werden.
2) Die Steuerzahlung erfolgt unter Umständen gar nicht oder nicht in voller Höhe (bei Vorliegen einer Kapitalertragsteuer) aus dem angelegten Vermögen heraus.
3) Ist das der Fall, muss der Anleger die Mittel für die Steuerzahlung aus einer anderen Quelle bezahlen, was wiederum im Optimierungskalkül sowohl den Kalkulationszinssatz als auch ggf. den durchschnittlichen Steuersatz betreffend berücksichtigt werden muss.

Diese weiteren Fragestellungen im Hinblick auf die tatsächliche Kapitalanlagesituation sollen an dieser Stelle nicht behandelt werden. Durch entsprechende Modellanpassungen ließen sich diese aber durchaus in die Überlegung integrieren.

Wichtig ist für die theoretische Überlegung an dieser Stelle, dass die Annahme der Vorsteueräquivalenz begründbar ist.

4.1.3.5 Zwischenfazit zur steueroptimalen Fremdkapitalanlage (ohne Berücksichtigung internationaler Besteuerungstatbestände)

An dieser Stelle sollen die bislang ermittelten Ergebnisse des Kapitels zur steueroptimalen Fremdkapitalanlage zusammengefasst werden.

Es wurde gezeigt, dass im Falle eines konstanten Einkommensteuersatzes die maximale Verlagerung der Zinseinkünfte im Zeitablauf nach hinten, d.h. die Realisierung eines Zero-Bonds, steueroptimal ist.

Für nicht konstante Steuersätze, wie sie auf Grund von Freibeträgen und progressiven Steuertarifen auftreten, kann diese Lösung allerdings nicht übernommen werden. Exkursartig wurde dargestellt, dass die Lösungen aus der Theorie des optimalen Steuerbilanzgewinnpfades auf die Kapitalanlage nicht übertragbar sind.

Aus einem Spektrum von für den Anleger für bestimmte Effektivverzinsungen, Anlagezeiträume und Anfangsvermögen zur Verfügung stehenden Stufenzinsanleihen mit vorsteueräquivalenten Endvermögen lässt sich die Stufenzinsanleihe ermitteln, die nach Steuern das Endvermögen des Anlegers maximiert. Vier Effekte haben Einfluss auf die Verteilung der Nominalzinssätze bei dieser optimalen Stufenzinsanleihe:

Tabelle 4.1-12) Zusammenfassung der vier Effekte mit Einfluss auf die Nominalzinsverteilung bei der optimalen Stufenzinsanleihe

Effekt	**Beschreibung**	**Implikation**
Progressionseffekt	Kumulierte Zinsen führen auf Grund des progressiven Einkommensteuertarifs zu höheren Grenzsteuersätzen als die Gleichverteilung der Zinsen.	Zinsen möglichst gleich verteilen
Zinseffekt	Steuern, die später bezahlt werden, führen im Vergleich zu eher bezahlten Steuern zu einer Zinsersparnis.	Zinsen möglichst spät, am besten alle in der letzten Anlageperiode, anfallen lassen
Zinsprogressionseffekt	Allerdings führen auch die Zinsen aus der Steuerstundung zu einer Erhöhung des Grenzsteuersatzes.	tendenziell Gleichverteilung der Zinsen
Zinseszinseffekt	Ein Aufschieben von Zinsen führt bei der Kapitalanlage zu einer Reduzierung des Zinseszinsvolumens, die zwar vor Steuern durch barwertäquivalent höhere Zinsen der Folgeperiode ausgeglichen wird, nach Steuern dieser Ausgleich aber nicht vollständig erfolgt.	tendenziell Gleichverteilung der Zinsen

Zur Ermittlung der optimalen Stufenzinsanleihe wurde das Endvermögen in Abhängigkeit von den vier Parametern des fiktiven Steuertarifs, von der Effektivverzinsung, dem Anfangsvermögen und den Nominalzinssätzen der einzelnen Perioden formuliert und nach den Nominalzinssätzen abgeleitet.

Die Optimierung im zweiperiodigen Anlagezeitraum ergab für den progressiven Einkommensteuertarifs folgende Nominalzinssätze der optimalen Stufenzinsanleihe:

Tabelle 4.1-13) Bildungsvorschriften für die optimale Stufenzinsanleihe in Abhängigkeit von der Effektivverzinsung und den Tarifparametern für den zweiperiodigen Anlagezeitraum

<table>
<tr><th>Bereich</th><th>optimale Nominalzinssätze</th></tr>
<tr><td>Grundfreibetrag
$zvE \leq GF$</td><td>Grundsätzlich können innerhalb des Grundfreibetrages die Zinsen beliebig verteilt werden. Mit zunehmendem Anfangsvermögen wird die Zahl der Stufenzinsanleihen, die in allen Perioden noch in den Bereich des Grundfreibetrages fällt, aber geringer. Bei einem bestimmten maximalen Anfangsvermögen im Bereich des Grundfreibetrages $AV^{\times}$ existiert nur noch eine mögliche optimale (d.h. steuerfreie) Stufenzinsanleihe mit:
$r_1 = \frac{GF}{AV}$ und $r_2 = \frac{GF}{AV + GF}$
$AV^{\times}$ ermittelt sich über die Vorsteueräquivalenzbedingung und ergibt sich nach einigen Umformungen mit:
$$AV^{\times} = -\frac{GF \cdot \left(3 - (1+r)^2\right)}{2 - 2(1+r)^2} + \sqrt{\left(\frac{GF \cdot \left(3 - (1+r)^2\right)}{2 - 2(1+r)^2}\right)^2 - \frac{2GF^2}{1 - (1+r)^2}}$$</td></tr>
<tr><td>Progressions-
bereich
$GF \leq zvE \leq OG$</td><td>$r_1 = -\frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ und $r_2 = \frac{(1+r)^2}{1 - \frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}} - 1$ mit
$p = 2 + \frac{3}{0{,}5(1+r)^2 + s^{\min} \cdot \frac{1}{AV} \cdot \frac{A}{B} - \frac{GF}{AV} - 3}$ und</td></tr>
</table>

	$q = 1 + (1+r)^2 \cdot \left(\frac{GF - s^{\min} \cdot \frac{A}{B} + 0{,}5 \frac{GF^2}{AV} - s^{\min} \cdot \frac{GF}{AV} \cdot \frac{A}{B} + 0{,}5AV + \frac{2AV}{(1+r)^2}}{0{,}5(1+r)^2 \cdot AV + s^{\min} \cdot \frac{A}{B} - GF - 3AV} \right)$ → siehe dazu noch Anmerkung 1
Proportional-bereich $zvE \geq OG$	$r_1 = \frac{AV^\times}{AV} \cdot r_1^\times$ und $r_2 = \frac{(1+r)^n}{(1+r_1)} - 1$ $AV^\times$ und $r_1^\times$ sind Anfangsvermögen und Nominalzinssatz der ersten Periode der optimalen Stufenzinsanleihe, die den Progressionsbereich gerade noch ausnutzt, d.h. für sie gilt $zvE_2 = OG$. Sie lassen sich aus letzt genannter Beziehung und den beiden Gleichungen des Progressionsbereichs ermitteln. → siehe dazu noch Anmerkung 2

Zu den hier zusammengefassten Ergebnissen des zweiperiodigen Anlagezeitraums sind noch zwei Anmerkungen zu treffen:

1) Bei der Herleitung der Formeln des Progressionsbereichs mussten zwei mathematische Vereinfachungen getroffen werden. Der Fehler aus diesen Vereinfachungen ist, wie in Kapitel 4.1.3.2.2.2 beispielhaft gezeigt wurde, beinahe immer unwesentlich. Lediglich bei Steuertarifen mit sehr flacher Progression ($s^{\max} - s^{\min} < 15\%$), vor allem in Kombination mit zu versteuernden Einkommen knapp über dem Grundfreibetrag, können stark verzerrte Werte auftreten bzw. liefern die hergeleiteten Formeln gar kein Ergebnis. In solchen Fällen ist eine Optimierung mittels elektronischer Datenverarbeitung unumgänglich.

2) Die Bildungsvorschrift für die optimalen Nominalzinssätze im Proportionalbereich ist eher intuitiv. Sie wurde nicht direkt aus dem Optimierungskalkül $EV[r_t] \rightarrow \max$ abgeleitet. Daraus resultiert ein Fehler, der aber wie in Kapitel 4.1.3.2.4.2 gezeigt wurde, unwesentlich ist.

Für Anlagezeiträume von mehr als zwei Perioden ergeben sich aus den vorstehenden Kapiteln folgende Ergebnisse:

Tabelle 4.1-14) Bildungsvorschriften für die optimale Stufenzinsanleihe in Abhängigkeit von der Effektivverzinsung und den Tarifparametern für Anlagezeiträume von mehr als zwei Perioden

Bereich	**optimale Nominalzinssätze**
Grundfreibetrag	(vgl. Tabelle 4.1-13, zweiperiodiger Anlagezeitraum) $r_t = \frac{GF}{AV + (t-1) \cdot GF}$ $AV^{\times}$ ermittelt sich über die Vorsteueräquivalenzbedingung: $(1+r)^n = \left(1+\frac{GF}{AV^{\times}}\right) \cdot \left(1+\frac{GF}{AV^{\times}+GF}\right) \cdot \ldots \cdot \left(1+\frac{GF}{AV^{\times}+(n-1) \cdot GF}\right)$
Progressions-bereich	Die mathematische Komplexität macht eine analytische Lösung des Optimierungsproblems mit vertretbarem Aufwand unmöglich. Beispielhaft lässt sich die optimale Stufenzinsanleihe allerdings recht unproblematisch mittels elektronischer Datenverarbeitung (bspw. Microsoft Excel Solver©) ermitteln. Kapitel 4.1.3.2.5 hat allerdings gezeigt, dass sich die optimale Stufenzinsanleihe im Endvermögen nur unwesentlich vom Endvermögen einer Stufenzinsanleihe mit gleich verteilten Nominalzinssätzen (Festgeldanlage) unterscheidet. Die (annähernd) optimale Stufenzinsanleihe kann deshalb auch vereinfacht gebildet werden mit: $r_1 = r_2 = \ldots = r_n = r$
Proportional-bereich	(vgl. Tabelle 4.1-13, zweiperiodiger Anlagezeitraum) $r_t = \frac{AV^{\times}}{AV} \cdot r_t^{\times}$ für $1 \leq t \leq (n-1)$; $r_n = \frac{(1+r)^n}{\prod_{t=1}^{n-1}(1+r_t)} - 1$ Im Gegensatz zum zweiperiodigen Anlagezeitraum können die Werte für $AV^{\times}$ und $r_t^{\times}$ nur mittels elektronischer Datenverarbeitung ermittelt werden. Um im Verlauf dieser Arbeit weiter analytisch argumentieren zu können, kann aber auf folgende Vereinfachung in Anlehnung an die Ergebnisse des Progressionsbereichs zurückgegriffen werden:

	$r_1 = r_2 = ... = r_{n-1} = r^{\times}$, so dass $zvE_n = OG$ D.h., es wird bis zum $(n-1)$-ten Zinssatz eine Gleichverteilung unterstellt, die der im Progressionsbereich maximal möglichen optimalen Stufenzinsanleihe folgt.

Die Tabellen stellen die Lösungen für den Fall dar, dass außer den hier betrachteten Kapitaleinkünften keine weiteren Einkünfte vorliegen. Gezeigt wurde, dass durch Modifikation der Tarifparameter[145] die Bildungsvorschriften für die optimalen Stufenzinsanleihen jedoch auch angewendet werden können, wenn (hier annahmegemäß jährlich gleich bleibende) über die Kapitaleinkünfte hinaus gehende Einkünfte des Anlegers vorliegen. Zu beachten sind dabei die in Kapitel 4.1.3.3 beschriebenen Einschränkungen.

4.1.4 Steueroptimale Fremdkapitalanlage mit Berücksichtigung internationaler Besteuerungstatbestände

4.1.4.1 Vorüberlegungen zur internationalen Fremdkapitalanlage

Die vorangegangenen Kapitel haben sich auf die Formulierung einer steueroptimalen Stufenzinsanleihe in allgemeiner Form konzentriert, d.h. unabhängig vom Anlageland. Um die erlangten Ergebnisse den tatsächlichen Gegebenheiten der internationalen Kapitalanlage anzupassen, wird im Folgenden versucht, die Abhängigkeit des Optimums vom Anlageland herauszuarbeiten. Für die Analyse ergeben sich damit folgende weitere Einflussfaktoren:

1) Im internationalen Vergleich unterscheiden sich die vier betrachteten Tarifparameter Eingangs- und Spitzensteuersatz, Grundfreibetrag und obere Progressionsgrenze. Damit unterscheiden sich die gem. der hergeleiteten Formeln ermittelten optimalen Stufenzinsanleihen und die entsprechenden erreichbaren Endvermögen.

2) In der vorstehenden Analyse wird von einem linear-progressiven Einkommensteuertarif ausgegangen. Tatsächlich sind die internationalen Steuersysteme aber von unterschiedlichen Typen von Tariffunktionen geprägt. Stufentarife und sog. Flat-Tax-Tarife sind deutlich häufiger anzutreffen als linear-

[145] Zu den Modifikationen siehe Tabelle 4.1-11 in Kapitel 4.1.3.3.

progressive Tarife. Die Ermittlung des Optimums muss demnach die möglichen unterschiedlichen Tariftypen berücksichtigen.

3) Der deutsche Investor befindet sich bei einer Kapitalanlage im Ausland im steuerrechtlichen Bereich der Doppelbesteuerungsabkommen (DBA). Zusätzlich zu den international verschiedenen Tarifparametern und -typen sind demnach noch die Bestimmungen durch geltende DBA zu beachten, dabei insbesondere die Bedeutung verschiedener Verfahren zur Vermeidung und Milderung der Doppelbesteuerung im Rahmen der Kapitalanlage.

4) Kapitalerträge werden im internationalen Bereich oft in Fremdwährung erzielt. Die Besteuerung knüpft allerdings an umgerechnete Euro-Beträge an, woraus ggf. für den Anleger ein Vorteil oder Nachteil entstehen kann, der in das Optimierungskalkül mit einzubeziehen ist.

Die Gliederung der folgenden Kapitel orientiert sich in gleicher Reihenfolge an diesen vier Punkten, wodurch die bereits ermittelten Optimalitätsbedingungen angepasst.

4.1.4.2 Einfluss der Tarifparameter auf das Optimum

Da für Anlagezeiträume von mehr als zwei Perioden keine analytische Bildungsformel ermittelt werden konnte, wird zur Bestimmung des Einflusses der Tarifparameter auf die in den Kapiteln 4.1.3.2.1, 4.1.3.2.2.1 und 4.1.3.2.4.1 ermittelten Gleichungen für den zweiperiodigen Anlagezeitraum zurückgegriffen. Die Analyse erfolgt dabei analog zu den vorangegangenen Kapiteln in den drei Stufen des fiktiven Steuertarifs (Grundfreibetrags-, Progressions- und Proportionalbereich).

4.1.4.2.1 Zu versteuernde Einkommen bis zum Grundfreibetrag

In Kapitel 4.1.3.2.1 ergab sich das optimale Endvermögen der Stufenzinsanleihe, die den Grundfreibetrag in allen Perioden maximal ausnutzt, mit:

Gleichung 4.1-73) $EV = AV + n \cdot GF$

Man gelangt schnell zu den zwei trivialen Ergebnissen, dass mit steigendem Grundfreibetrag und steigendem Anfangsvermögen das optimale Endvermögen steigt. Die übrigen Tarifvariablen haben keinen Einfluss.

Die Nominalzinsen dieser optimalen Stufenzinsanleihe ergaben sich durch:

Gleichung 4.1-74) $$r_t = \frac{GF}{AV + (t-1) \cdot GF}$$

Deutlich wird, dass es sich um eine fallende Zinskurve handelt. Mit steigendem t werden die Nominalzinsen kleiner. Die Zinskurve ist konkav. Mit steigender Relation GF / AV nimmt die Konkavität der Zinskurve zu, d.h. sie fällt zu Beginn zunehmend stärker.

4.1.4.2.2 Zu versteuernde Einkommen im Progressionsbereich des fiktiven Steuertarifs

In Kapitel 4.1.3.2.2.1 wurde eine analytische Bildungsformel für die optimale Stufenzinsanleihe im zweiperiodigen Anlagezeitraum ermittelt. Es ergaben sich die beiden Nominalzinssätze mit:

Gleichung 4.1-75) $$r_1 = -\frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$ und

Gleichung 4.1-76) $$r_2 = \frac{(1+r)^2}{1 - \frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}} - 1 .$$

Die verwendeten Parameter p und q werden beschrieben durch:

Gleichung 4.1-77) $$p = 2 + \frac{3}{0{,}5(1+r)^2 + s^{\min} \cdot \frac{1}{AV} \cdot \frac{A}{B} - \frac{GF}{AV} - 3}$$ und

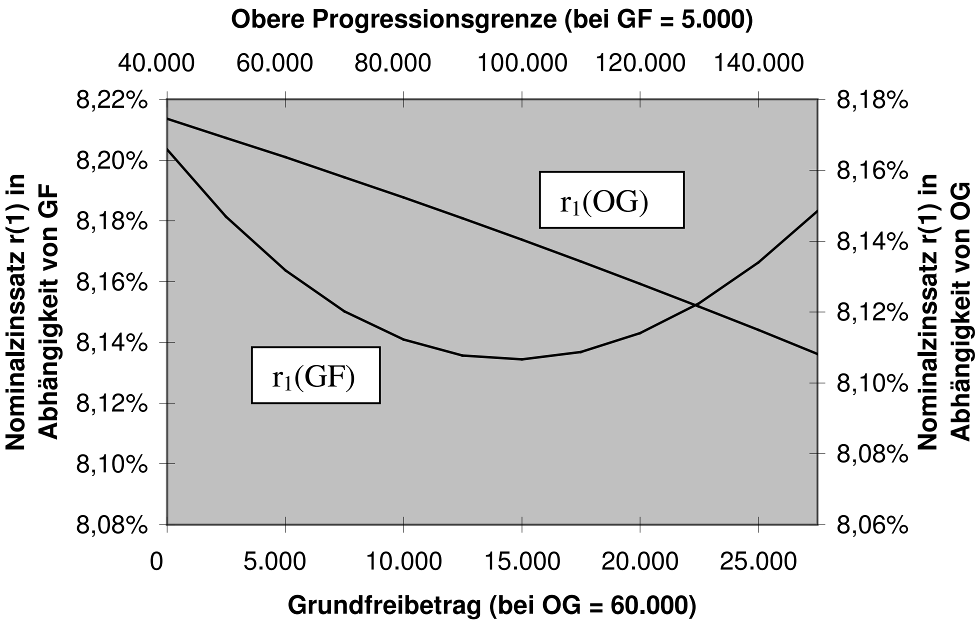
Gleichung 4.1-78)

$$q = 1 + (1+r)^2 \cdot \left(\frac{GF - s^{\min} \cdot \frac{A}{B} + 0{,}5\frac{GF^2}{AV} - s^{\min} \cdot \frac{GF}{AV} \cdot \frac{A}{B} + 0{,}5AV + \frac{2AV}{(1+r)^2}}{0{,}5(1+r)^2 \cdot AV + s^{\min} \cdot \frac{A}{B} - GF - 3AV} \right) .$$

Ohne auf die Gleichung näher einzugehen, lässt sich der Zusammenhang zwischen den Tarifvariablen und dem Endvermögen intuitiv ermitteln. Mit steigenden Steuersätzen $s^{\min}$ und $s^{\max}$ wird, alle anderen Parameter konstant haltend, das optimale Endvermögen kleiner. Mit steigendem GF, OG, AV und r wird das optimale Endvermögen größer.

Viel interessanter und nicht auf den ersten Blick zu beantworten ist die Frage nach dem Einfluss der Tarifparameter auf die optimalen Nominalzinssätze. Die analytische Ableitung von Gleichung 4.1-75 und Gleichung 4.1-76 ist auf Grund der Komplexität nicht mit vertretbarem Aufwand zu ermitteln, daher werden im folgenden die oben stehenden Gleichungen soweit wie möglich grafisch diskutiert.

Diagramm 4.1-9) Optimaler Nominalzinssatz r_1 in Abhängigkeit von Grundfreibetrag bzw. oberer Progressionsgrenze ($AV = 400.000$; $r = 8\%$; $s^{\min} = 15\%$; $s^{\max} = 50\%$)



Der erste im Diagramm 4.1-9 dargestellte Zusammenhang ist $r_1(GF)$. Alle anderen Parameter, auch OG, werden dabei konstant gehalten. Der Zusammenhang ist hyperbolisch. Mit steigendem Grundfreibetrag fällt r_1 anfänglich, d.h. die Nominalzinskurve der Stufenzinsanleihe wird flacher und nähert sich der Festgeldanlage an, und steigt, im Diagramm dargestellt, ab ca. 15.000 GE wieder an. Die Bandbreite der r_1 zeigt allerdings, dass unabhängig von der Ausprägung des Grundfreibetrags die Nominalzinskurve fällt und dass die Abweichung zur Festgeldanlage mit $r_1 = r = 8\%$ eher unwesentlich ist.

Der zweite Zusammenhang ist $r_1(OG)$. Je höher die obere Progressionsgrenze angesetzt wird, umso geringer ist r_1. Die Nominalzinskurve wird flacher, ist aber nach wie vor fallend. Auch hier ist der Abstand zu den Festgeldnominalzinsen eher unwesentlich.

Mit weiter steigenden Grundfreibeträgen und weiter sinkenden oberen Progressionsgrenzen müssten die beiden Kurven eigentlich wieder abfallen und gegen $r_1 = 0\%$ gehen, da ohne Progression zunehmend das Ergebnis der Analyse bei konstantem Steuersatz erzielt wird. Auf Grund der in Kapitel 4.1.3.2.2.2 diskutierten Schwächen der analytischen Lösung weichen die Ergebnisse der Formeln in den Grenzbereichen von GF und OG jedoch stark von den tatsächlich optimalen Nominalzinssätzen ab bzw. liefern gar keine verwertbaren Ergebnisse. Daher musste hier im Diagramm auf die Darstellung sehr hoher Grundfreibeträge und sehr niedriger oberer Progressionsgrenzen verzichtet werden.

Diagramm 4.1-10) Optimaler Nominalzinssatz r_1 in Abhängigkeit von Ein gangs- bzw. Spitzensteuersatz ($AV = 400.000$; $r = 8\%$; $GF = 5.000$; $OG = 60.000$)

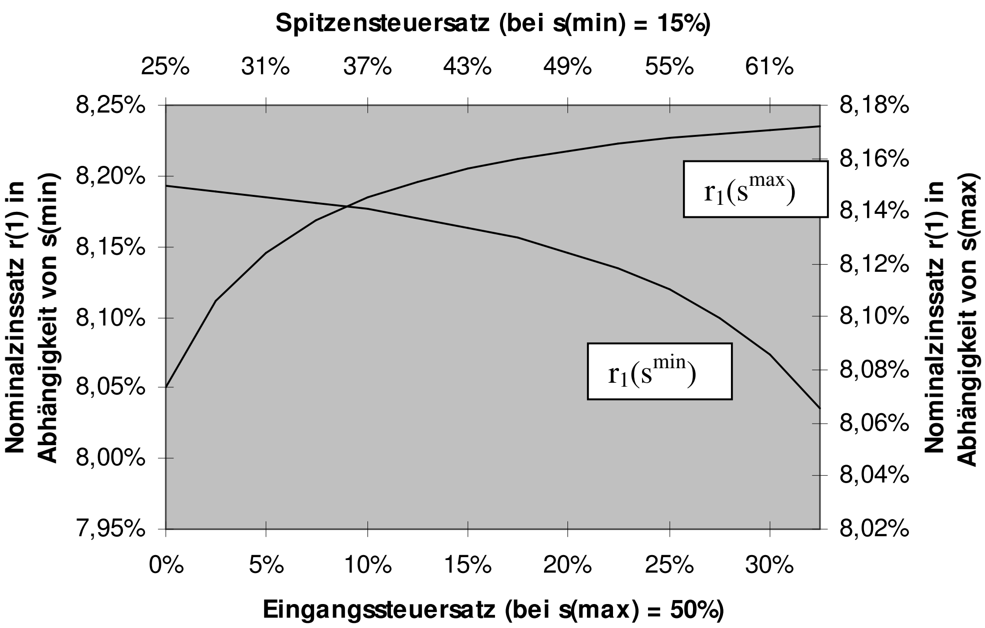


Diagramm 4.1-10 verdeutlicht, dass mit steigendem Eingangssteuersatz die Nominalzinskurve der optimalen Stufenzinsanleihe flacher wird, nach wie vor aber fällt. Mit steigendem Spitzensteuersatz steigt r_1, die Nominalzinskurve wird steiler. Deutlich wird auch hier, dass keine untolerierbaren Abweichungen von der Nominalzinskurve der Festgeldanlage auftreten.

Auch im Hinblick auf die beiden Steuersätze gelten die getroffenen Einschränkungen wie bei Grundfreibetrag und oberer Progressionsgrenze.

Zu beachten ist darüber hinaus, dass in der vorgenommenen Analyse die jeweils verbleibenden Parameter konstant mit beispielhaften Werten angenommen wurden. Damit werden eventuelle Abhängigkeiten der Parameter untereinander nicht berücksichtigt.

4.1.4.2.3 Zu versteuernde Einkommen im Proportionalbereich des fiktiven Steuertarifs

Der Einfluss der vier Tarifparameter auf das Endvermögen der optimalen Stufenzinsanleihe im Proportionalbereich des fiktiven Steuertarifs soll hier nicht betrachtet werden. Es gelten in dieser Hinsicht analog die bereits im vorangegangenen Kapitel kurz dargestellten Zusammenhänge.

In Kapitel 4.1.3.2.4.1 wurde dargestellt, dass sich die Lösung der optimalen Nominalzinssätze im Proportionalbereich im Grunde genommen aus der Lösung im Progressionsbereich (für $0 \le t \le (n-1)$) und aus der Lösung bei konstantem Steuersatz (für $t = n$) zusammensetzt. Aus diesem Grund kann für alle Perioden außer der letzten auf die Ergebnisse des vorangegangenen Kapitels verwiesen werden.

In der letzten Periode werden schließlich alle im Hinblick auf die Vorsteueräquivalenzprämisse noch nicht verteilten Einkünfte erzielt. Definitionsgemäß gilt im Rahmen dieses Kapitels $zvE_t > OG$. Der Nominalzinssatz der letzten Periode ergibt sich mit:

Gleichung 4.1-79) $$r_n = \frac{(1+r)^n}{\prod_{t=1}^{n-1}(1+r_t)} - 1$$

Deutlich wird, dass dieser Zinssatz nicht mehr von den Tarifparametern abhängig ist, sondern nur noch von der Effektivverzinsung r. Mit steigender Effektivverzinsung steigt der Nominalzinssatz der letzten Periode. Die Lösung ist trivial.

4.1.4.2.4 Zusammenfassend zum Einfluss der Tarifparameter

Anhand der vorgenommenen Analyse kann man sagen, dass Änderungen in den vier Tarifparametern des fiktiven Steuertarifs, bspw. durch die Betrachtung unterschiedlicher Länder, die Steuerlast und damit das optimale Endvermögen beeinflussen. Von einer wesentlichen Änderung der Verteilung der optimalen Nominalzinsen kann allerdings nicht gesprochen werden.

Nach wie vor kann von der Gleichverteilung der Nominalzinsen als optimale Zinsverteilung ausgegangen werden.

4.1.4.3 Anwendung auf bestimmte internationale Steuertarife

Im Folgenden soll die optimale Stufenzinsanleihe in bestimmten Typen möglicher Steuertarife untersucht werden. Betrachtet werden dabei proportionale, linear-progressive und stufenweise-progressive Steuertarife.

4.1.4.3.1 Proportionaler Steuertarif (Flat-Tax)

Flache Steuertarife sind durch einen über alle zu versteuernden Einkünfte konstanten Steuersatz gekennzeichnet. Ggf. wird die Steuerlast noch durch einen Grundfreibetrag reduziert. Die Steuertarifformel ergibt sich im proportionalen Tarif mit:

Gleichung 4.1-80) $$A_{St}\left[zvE\right]=\begin{cases}0 & \text{für} \quad zvE \leq GF \\ s\cdot\left(zvE-GF\right) & \text{für} \quad zvE > GF\end{cases}$$

Gleichung 4.1-80 ergibt sich aus Gleichung 2.4-2 des Kapitels 2.4.1 mit $s^{\min}=s^{\max}=s$ und $OG=GF$. Der Grenzsteuersatz ist konstant mit einer Sprungstelle beim Grundfreibetrag. Der durchschnittliche Steuersatz steigt mit steigenden zu versteuernden Einkommen mit abnehmender Wachstumsrate.

Unter diesen Typ der betrachteten Steuertarife fallen Länder mit sog. Flat-Tax (bspw. Estland, Ungarn oder Finnland), sondern auch solche mit einem nur bei Kapitaleinkünften konstanten Steuersatz (bspw. Deutschland ab dem 1.1.2009[146]). Der ggf. existierende Freibetrag auf Kapitaleinkünfte, analog zum Sparerfreibetrag in Deutschland, wirkt sich wie der Grundfreibetrag aus.

In Kapitel 4.1.3.1 wurde dargestellt, dass bei konstantem Steuersatz das maximale Endvermögen dann erreicht wird, wenn zu versteuernde Einkünfte möglichst weit nach hinten im Zeitablauf, günstiger Weise alle in die letzte Periode verschoben werden. Kapitel 4.1.3.2.1 hat die optimale Zinsverteilung im Bereich des Grundfreibetrages diskutiert. Damit ergibt sich die Bildungsvorschrift für die optimale Stufenzinsanleihe wie folgt: Die Nominalzinsen sind in allen Perioden abgesehen von der letzten so zu verteilen, dass der Grundfreibetrag gerade ausgenutzt wird. In der letzten Periode ist der gem. der Vorsteueräquivalenzbedingung verbleibende nomi-

[146] Im Zuge der Unternehmensteuerreform 2008 wird ab dem 1.1.2009 eine Abgeltungssteuer von 25% auf bestimmte Kapitaleinkünfte, u.a. Zinsen, erhoben; vgl. Bundestag (2007) und Bundesrat (2007).

nale Zinssatz anzusetzen. Ist dieser negativ, sind die Nominalzinssätze der Vorperioden zu reduzieren. Mathematisch ergibt sich diese Bildungsformel wie folgt:

Gleichung 4.1-81)
$$r_t = \begin{cases} \dfrac{GF}{AV + (t-1)\cdot GF} & \text{für} \quad 0 \le t < n \\ \dfrac{(1+r)^n}{\prod_{i=1}^{i=n-1}(1+r_i)} & \text{für} \quad t = n \end{cases}$$

4.1.4.3.2 Linear-Progressiver Steuertarif

Die Bildungsformel für die optimale Stufenzinsanleihe im zweiperiodigen Anlagezeitraum im linear-progressiven Steuertarif ist die bereits in Gleichung 4.1-38, Gleichung 4.1-39 und Gleichung 4.1-40 des Kapitels 4.1.3.2.2.1 aufgeführte, da die Analyse der vorangegangenen Kapitel einem fiktiven Steuertarif folgt und dieser bereits einen linear-progressiven Steuertarif darstellt.

Im internationalen Vergleich ist ein solcher Steuertarif nur in Deutschland anzutreffen.[147] Linear-progressive Steuertarife können auch innerhalb des Progressionsbereiches in Bereiche unterschiedlicher Progressionsstärke unterteilt sein. Im deutschen Steuertarif unterliegt bspw. der untere Progressionsbereich einer stärkeren linearen Progression als der obere.

Im Folgenden soll davon ausgegangen werden, dass die getroffenen Ergebnisse der vereinfachten Bildungsvorschrift für die steueroptimale Stufenzinsanleihe auch im mehrstufig-linear-progressivem Steuertarif gelten. D.h. im Progressionsbereich sind die Nominalzinssätze gleich zu verteilen, im Proportionalbereich gem. der intuitiv ermittelten Bildungsvorschrift aus Tabelle 4.1-14 gleich bis zur Periode $t = n - 1$.

4.1.4.3.3 Stufenweise-Progressiver Steuertarif (Stufentarif)

Der stufenweise-progressive Steuertarif, im Folgenden auch Stufentarif genannt, ist eine Kombination aus linear-progressivem und proportionalem Steuertarif. Dementsprechend sind auch die Ergebnisse für den linear-progressiven und den proportionalen Steuertarif kombiniert auf den Stufentarif anzuwenden.

Ein Stufentarif ist dadurch gekennzeichnet, dass für unterschiedliche Bereiche des zu versteuernden Einkommens unterschiedliche, mit steigenden Einkommen stei-

[147] Auf Kapitaleinkünfte gilt dieser Steuertarif in Deutschland ab dem 1.1.2009 nur noch im Falle der Optimierung auf eine Veranlagung. Regelmäßig gilt dann ein konstanter Steuersatz auf Kapitaleinkünfte; vlg. Bundestag (2007) und Bundesrat (2007).

gende Grenzsteuersätze gelten. Allgemein lässt er sich formelmäßig wie folgt darstellen:

Gleichung 4.1-82) $$A_{St}[zvE] = (zvE - SG_i) \cdot s_i + \sum_{f=1}^{f=i} (SG_f - SG_{f-1}) \cdot s_f$$

SG_i	Grenze der i-ten Stufe
s_i	Steuersatz auf zu versteuernde Einkommen über der Stufe i
i	Stufenzählindex
f	Laufindex

Die Analyse hat gezeigt, dass im linear-progressivem Einkommensteuertarif die Nominalzinsen der steueroptimalen Stufenzinsanleihe im Progressionsbereich leicht fallend verteilt sind und die zu versteuernden Einkommen leicht steigend.[148] Der Zinseffekt, der als einziger der vier herausgearbeiteten Effekte[149] in Richtung einer Aufschiebung der Zinseinkünfte wirkt, tritt demnach deutlich hinter den Progressions-, den Zinsprogressions- und den Zinseszinseffekt zurück. Daher ist anzunehmen, dass im Rahmen eines Stufentarifs die Nominalzinsen zumindest so verteilt sind, dass die Stufengrenzen der Stufe, die bei Gleichverteilung der Zinseinkünfte einschlägig wäre, im Rahmen der steueroptimalen Stufenzinsanleihe nicht über bzw. unterschritten werden. Der Wechsel in eine andere Tarifstufe von einer Periode zur nächsten würde vermutlich einen Progressionsnachteil mit sich bringen, der nicht durch einen Zinsvorteil ausgeglichen werden könnte.

Geht man davon aus, dass alle Zinseinkünfte der optimalen Stufenzinsanleihe einer Stufe des Steuertarifs zuzuordnen sind, kann im zweiten Gedankenschritt auf das Ergebnis des Kapitels 4.1.3.1 zurückgegriffen werden. Der Steuersatz innerhalb einer Stufe ist konstant, d.h. innerhalb einer Stufe ist die Verlagerung der Einkünfte möglichst weit nach hinten im Zeitablauf steueroptimal, ohne allerdings dabei die obere Stufengrenze zu überschreiten, da dann der Progressionseffekt wieder greift.

Ohne diese mathematisch beweisen zu können, gelangt man an dieser Stelle allein durch Ableitung der Ergebnisse der vorangegangenen Kapitel zu folgender vorläufigen Hypothese über die Bildungsvorschrift der steueroptimalen Stufenzinsanleihe im Stufentarif: Die Nominalzinsen sind so zu verteilen, dass angefangen mit der

[148] Siehe dazu beispielhaft Tabelle 4.1-8.
[149] Siehe Kapitel 4.1.2.

letzten Anlageperiode und dann immer in der jeweils vorangegangenen die obere Progressionsgrenze gerade ausgenutzt wird, solange bis die Vorsteueräquivalenzbedingung erfüllt ist. Zwischen den Perioden, in denen die obere Progressionsgrenze gerade erreicht wird (am Ende des Anlagezeitraums) und den Perioden, in denen die untere Progressionsgrenze gerade ausgenutzt wird (am Anfang des Anlagezeitraums) gibt es eine Periode genau zwischen den beiden Extremen, die ein zu versteuerndes Einkommen mit $SG_{i-1} \leq zvE \leq SG_i$ aufweist. Ist in allen Anlageperioden die obere Progressionsgrenze erreicht und trotzdem die Vorsteueräquivalenzbedingung noch nicht erfüllt, ist die gesamte Bildungsvorschrift mit Bezug auf die nächst höhere Progressionsstufe anzuwenden. Wird die Vorsteueräquivalenzbedingung trotz Verteilung der Nominalzinsen gem. zu versteuernder Einkommen an der unteren Stufengrenze überschritten, so ist die Bildungsvorschrift mit Bezug auf die darunter gelegene Stufe anzuwenden.

Dieses aus den vorangegangenen Analysen intuitiv abgeleitete Ergebnis kann beispielhaft mittels elektronischer Datenverarbeitung überprüft werden. Dabei wird auf Microsoft Excel Solver® zurückgegriffen[150]. Folgendes Beispiel wird dabei untersucht: Die alternative Festgeldanlage besitzt eine Effektivverzinsung von 8%. Der betrachtete Steuerpflichtige möchte 500.000 EUR über 10 Jahre anlegen. Es gilt folgender Steuertarif:

Tabelle 4.1-15) Beispiel eines Stufentarifs

Tarifstufe	zvE von (EUR)	bis (EUR)	Steuersatz
1	0	5.000	0%
2	5.001	23.333	10%
3	23.334	41.667	23,33%
4	41.668	60.000	36,67%
5	60.001	∞	50%

Folgender vollständiger Finanzplan wurde mittels Microsoft Excel Solver® optimiert und stellt die steueroptimale Stufenzinsanleihe für den Anleger dar:

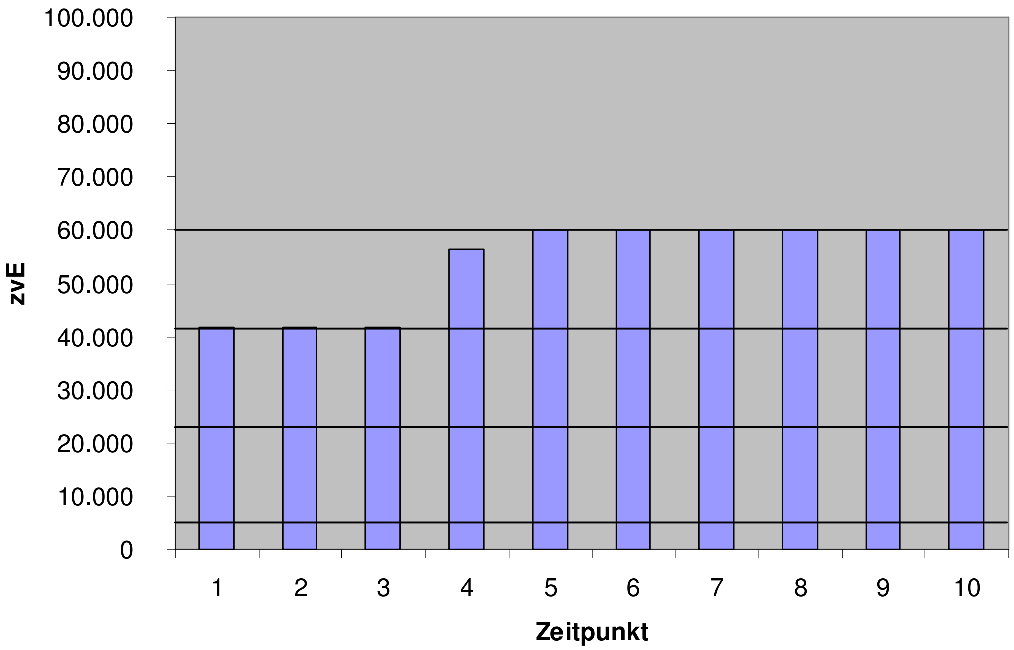
[150] Analog zur Vorgehensweise in Kapitel 4.1.3.2.3.1.

Tabelle 4.1-16) Vollständiger Finanzplan der steueroptimalen Stufenzinsanleihe im Stufentarif des Beispiels ($r = 8\%$; $AV = 500.000$ EUR)

t	r(t)	zvE(t)	Ast(t)	EV(t)
1	8,34%	41.705	6.125	535.580
2	7,78%	41.688	6.119	571.149
3	7,30%	41.667	6.111	606.704
4	9,31%	56.473	11.540	651.638
5	9,20%	59.981	12.826	698.792
6	8,59%	60.019	12.843	745.968
7	8,04%	59.999	12.833	793.134
8	7,57%	60.010	12.838	840.305
9	7,14%	59.981	12.826	887.460
10	6,76%	60.008	12.837	934.631

Grafisch dargestellt ergibt sich die Stufenzinsanleihe wie folgt:

Diagramm 4.1-11) Steueroptimale Stufenzinsanleihe im Stufentarif ($r = 8\%$; $AV = 500.000$ EUR)



Die waagerechten Linien im Diagramm veranschaulichen die Stufengrenzen des im Beispiel gewählten Steuertarifs.

Diagramm 4.1-11 zeigt, dass die beschriebene Bildungsvorschrift im Beispiel gilt. Die steueroptimalen Nominalzinssätze sind so zu wählen, dass Stufe vier im Zeitablauf von hinten nach vorn „aufgefüllt“ wird.

Auch für Anlagevermögen von 300.000 EUR, 400.000 EUR und 600.000 EUR gelangt man im Beispiel zum Ergebnis, dass die beschriebene Bildungsvorschrift gilt.[151] Mathematisch mit vertretbarem Aufwand im Rahmen dieser Arbeit herleitbar ist die Bildungsvorschrift allerdings nicht.

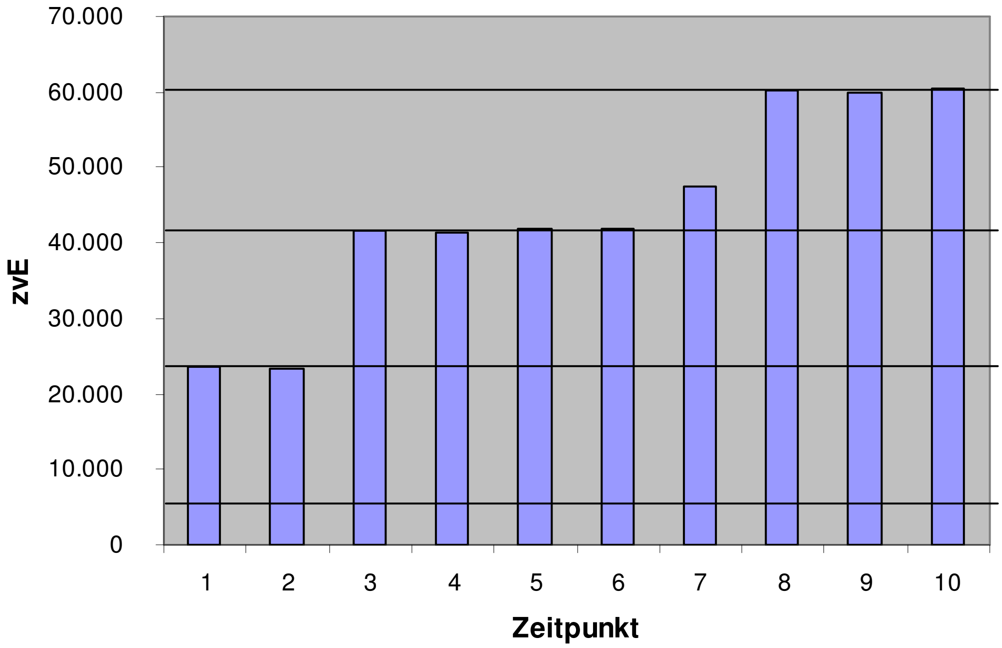
Hundsdoerfer[152] diskutiert die optimale Verteilung von zu versteuerndn Einkommen im Stufentarif im Rahmen der Frage nach dem optimalen Steuerbilanzpfad. Er bezeichnet die Bildungsvorschrift für den optimalen Steuerbilanzgewinnpfad, die der oben genannten für den optimalen Kapitaleinkünftepfad entspricht, als Regularität[153]. Diese resultiert daraus, dass der Zinseffekt (Effekt 2 in Kapitel 4.1.2) nicht ausreicht, um den Progressionseffekt (Effekte 1 und 3) auszugleichen[154], d.h. im Rahmen des optimalen Einkünftepfades in die nächst höhere Stufe zu „springen“. Nur bei hohen Kalkulationszinsen, langen Planungszeiträumen (was für den Zinseffekt spricht) und geringer Progression zwischen den Stufen des Steuertarifs (was gegen den Progressionseffekt spricht) können Irregularitäten auftreten.

Bei der Kapitalanlage existiert darüber hinaus noch ein vierter Effekt, der in Kapitel 4.1.2 so genannte Zinseszinseffekt. Dieser wirkt in die gleiche Richtung wie der Progressionseffekt, d.h. hin zu einer Einkünftenivellierung. Im Rahmen der Kapitalanlage ist es demnach im Vergleich zur Frage nach der optimalen Steuerbilanzgewinnverteilung noch unwahrscheinlicher, dass Irregularitäten auftreten. Die oben genannte Bildungsvorschrift für die steueroptimale Stufenzinsanleihe gilt damit tendenziell nicht mehr für hohe Effektivverzinsungen und Planungszeiträume sowie niedrige Progression.

Es stellt sich daher nun die Frage, ab welcher Effektivverzinsung im Beispiel der Tabelle 4.1-16 nicht mehr von der beschriebenen Bildungsformel als optimaler Stufenzinsanleihe ausgegangen werden kann. Das Anfangsvermögen muss dabei, um im Rahmen des gewählten Steuertarifs zu bleiben, entsprechend reduziert werden. Ab einer Effektivverzinsung von ca. 50% wurden mittels Microsoft Excel Solver® optimale Stufenzinsanleihen ermittelt, die nicht der beschriebenen Bildungsvorschrift entsprechen. Diagramm 4.1-12 veranschaulicht eine solche.

[151] Zu den Diagrammen für diese dann resultierenden vollständigen Finanzpläne siehe Anhang 9.
[152] Vgl. Hundsdoerfer (2000), S. 21 ff.
[153] Ebenda S. 22.
[154] Ebenda S. 23.

Diagramm 4.1-12) Steueroptimale Stufenzinsanleihe im Stufentarif ($r = 50\%$; $AV = 10.000$ EUR)



Die optimale Stufenzinsanleihe des Beispiels „springt" in ihren zu versteuernden Einkommen zweimal, einmal nach $t = 2$ und nach $t = 6$, wobei in $t = 7$ ein Zwischenwert des zu versteuernden Einkommens optimal ist. Die Bildungsvorschrift gibt allerdings nur eine Sprungstelle mit einem Zwischenwertzeitpunkt vor. Deutlich wird aber, dass dieser Effekt der Hundsdoerfer'schen Irregularität im Rahmen der Kapitalanlage nur bei (eigentlich unrealistisch) hoher Effektivverzinsung auftritt. Im Hinblick auf das Beispiel müsste noch untersucht werden, inwieweit sich niedrigere Progressionen im verwendeten Tarif auswirken würden. Bei analoger Vorgehensweise, die hier nicht dargestellt werden soll, konnte festgestellt werden, dass bei darüber hinaus gleich bleibenden Parametern des Beispiels erst bei Steuersatzänderungen von Stufe zu Stufe unter 1,6% bzw. bei Gesamtprogressionen B mit $B = s^{max} - s^{min}$ von unter 5% Irregularitäten auftreten. Diese Werte sind für Stufentarife mehr als unwahrscheinlich. Es kann also durchaus von der Gültigkeit der obigen Bildungsvorschrift ausgegangen werden.

4.1.4.4 Optimierung aus Sicht des deutschen Outbound-Investors

In Kapitel 3.2.1.3 wurde der steuerrechtliche Rahmen der grenzüberschreitenden Kapitalanlage eines deutschen Steuerpflichtigen anhand des aktuellen OECD-MA dargestellt. Dabei wurden im Hinblick auf Zinseinkünfte zwei, m.E. für die steuerökonomische Analyse wichtige Besteuerungstatbestände herausgearbeitet:

Zum einen erfolgt die Vermeidung der Doppelbesteuerung der Zinsen durch Quellen- und Wohnsitzstaat im Rahmen des Anrechnungsverfahrens bzw. bei Einschlägigkeit des Betriebsstättenvorbehalts durch das Freistellungsverfahren.

Zum anderen wird im Quellenstaat eine Quellensteuer auf die Zinseinkünfte erhoben. Die Steuerveranlagung unter Anrechnung der gezahlten Quellensteuer (ohne Vorliegen einer Betriebsstätte) erfolgt im Ansässigkeitsstaat i.d.R. später. Aus dieser zeitlichen Differenz kann sich u.U. ein Effekt auf das ermittelte Optimum der Fremdkapitalanlage ergeben.

Beide Aspekte werden im Folgenden untersucht.

4.1.4.4.1 Anrechnungs- und Freistellungsverfahren bei der Besteuerung von Zinseinkünften

Im Rahmen des Anrechnungsverfahrens wird die im Quellenstaat gezahlte Quellensteuer auf die Steuerbelastung der Zinseinkünfte im Wohnsitzland angerechnet. Vom Grundsatz her führt das Anrechnungsverfahren zu einer vollständigen Neutralisierung der ausländischen Steuerlast. Die Zinseinkünfte des Steuerpflichtigen unterliegen der Höhe nach immer der tariflichen Steuerbelastung nach deutschem Steuerrecht. Das Anrechnungsverfahren ist damit kapitalexportneutral.[155] Durchbrochen wird die Kapitalexportneutralität durch die Begrenzung der Anrechnung auf einen Anrechnungshöchstbetrag. Dieser ergibt sich bspw. gem. § 34c EStG nach folgender Gleichung[156]:

[155] Vgl. bspw. Hugh, Bradford (1990), S. 27 f. oder Reith (2004), S. 279.
[156] Vgl. Fischer, Kleineidam, Warneke (2005), S. 151.

Gleichung 4.1-83) $$AHB = A_{St}\left(zvE^{I+A}\right)\cdot\frac{zvE^{A}}{zvE^{I+A}}$$

AHB	Anrechnungshöchstbetrag
zvE^{I+A}	Gesamtbetrag der inländischen und ausländischen zu versteuernden Einkommen
zvE^{A}	Gesamtbetrag der ausländischen zu versteuernden Einkommen

Damit unterliegen Zinseinkünfte eines deutschen Kapitalanlegers im Ausland der Höhe nach stets zumindest der deutschen Steuer, solange der Quellensteuersatz im Quellenland niedriger ist als der Durchschnittssteuersatz in Deutschland. Das führt dazu, dass der deutsche Steuerpflichtige, solange die eben genannte Bedingung gilt, in Bezug auf die Steuerlast indifferent ist zwischen der Anlage in Deutschland und im Ausland (Kapitalexportneutralität). Die zinspfadoptimale Anlage in Deutschland ist immer zumindest eine von vielen optimalen Anlagestrategien. Die Unsicherheit bezüglich der eigenen zukünftigen durchschnittlichen Steuersätze sorgt beim Anleger dafür, dass er nicht sicher sein kann, in Zukunft eventuell den Anrechnungshöchstbetrag in der Höhe der ausländischen Steuer zu überschreiten. Ist das der Fall, ist die Anlage in Deutschland optimal.[157] Unter Berücksichtigung dieser Unsicherheit in Bezug auf den Durchschnittsteuersatz ist damit generell die Anlage in Deutschland optimal. Das Steuerniveau auf Zinseinkünfte im Ausland ist nicht relevant.

Zwar wird das Anrechnungsverfahren zur Vermeidung internationaler Doppelbesteuerung von Zinseinkünften in der Literatur durchaus kontrovers diskutiert[158], von der internationalen Praktikabilität und Relevanz dürfte allerdings ausgegangen werden. Eine Änderung hin zum Freistellungsverfahren wie bspw. bei Unternehmensgewinnen ist daher eher unwahrscheinlich. In dreierlei Hinsicht ist die Freistellungsmethode dennoch relevant für die Beurteilung der steueroptimalen internationalen Anlage ins Fremdkapital:

[157] … unter Beachtung der bereits diskutierten optimalen Verteilung der Zinseinkünfte.
[158] Kritisch wird das Anrechnungsverfahren bspw. von Gaddum [Vgl. Gaddum, J.W. in: Vogel (1985), S. 8.] betrachtet.

1) Art. 11 Abs. 4 OECD-MA regelt i.V.m. Art. 7 und Art. 23 Abs. 1 den sogenannten Betriebsstättenvorbehalt. Ist eine ausländische Betriebsstätte rechtlicher Gläubiger der Kapitalerträge, so gilt die Freistellungsmethode, d.h. die ausländischen Zinseinkünfte unterliegen nicht der deutschen Besteuerung.

2) Der Steuerpflichtige kann seinen Wohnsitz verlegen, um in den Genuss von Steuervorteilen in anderen Ländern zu gelangen. Er realisiert damit die Freistellung seiner Kapitaleinkünfte von der deutschen Besteuerung. Die Besteuerung im Sinne der erweiterten beschränkten Steuerpflicht erfolgt gem. § 2 I Nr. 1 AStG nur dann, wenn der Steuerpflichtige seinen Wohnsitz in sog. Niedrigsteuerländer verlegt.

3) Zwar gem. § 42 AO missbräuchliche, aber in der internationalen Realität höchstwahrscheinlich oft ungesühnte Gestaltungen grenzüberschreitender Kapitalanlage können zu einer faktischen Realisierung der Freistellungsmethode auch ohne Betriebsstättenvorbehalt und Wohnsitzverlegung führen.

Unter den o.g. Punkt 1 fallen Kapitalanlagen, die der Steuerpflichtige über eine eigene oder direkt assoziierte Betriebsstätte vornimmt. Bei der Frage nach der Zurechnung der Kapitaleinkünfte zur Betriebsstätte (aktive Einkünfte) oder zum Privatbereich des Anlegers (passive Einkünfte) treten regelmäßig Abgrenzungsschwierigkeiten auf. „*Jedenfalls ist die Unterscheidung* [zwischen aktiven und passiven Einkünften zur Anwendung von Freistellungs- bzw. Anrechnungsverfahren; Anm. d. Autors] *von der Steuerverwaltung nur mit Schwierigkeiten nachzuvollziehen und durch innovative Techniken der Steuerplanung relativ leicht zu umgehen. In jedem Fall bleibt der Bereich der Gewinnabgrenzung offen.*[159]

Punkt 3 lässt sich an dieser Stelle mit einem einfachen Beispiel darstellen: Der Inländer A legt Geld steuerökonomisch vorteilhaft im Ausland als Kuponanleihe an, verkauft aber sowohl die Kuponforderung als auch die Kapitalforderung an den Ausländer B. B ist damit wirtschaftlicher Zinsgläubiger und Zinssteuerpflichtiger. Kurz vor Ende der Laufzeit der Anlage kauft A die Kapitalanlage wieder von B mit einem Aufpreis – der vermutlich annähernd den Nachsteuerzinsen entspricht – zurück. Da ggf. die Spekulationsfrist überschritten ist, entsteht für B keine Steuer-

[159] Vgl. Selling (2000), S 231.

pflicht. Somit hat A die steuergünstige Verzinsung im Ausland realisiert und vermutlich entsteht dabei auch für B ein Vorteil.[160]

Die Zinsinformationsrichtlinie der EU[161] greift an dieser Stelle nicht, da bei entsprechender Gestaltung nicht immer der Zinsempfänger auch wirklich der ökonomische Nutznießer der Anlage ist. Der Missbrauchsparagraf 42 der Abgabenordnung ist zwar hier im Beispiel offensichtlich einschlägig, eine effektive Durchsetzung ist allerdings äußerst fraglich, da der Zusammenhang zwischen A und B im internationalen Bereich wohl kaum hergestellt werden dürfte.

Denkbar sind auch Gestaltungen, bei denen ein Inländer bspw. bei einer inländischen Bank ein Sichtguthaben hält, wobei die Bank in gleicher Höhe über eine ausländische Betriebsstätte Kapital anlegt.[162]

Kann der Steuerpflichtige aus einem der drei genannten Gründe die Freistellungsmethode im Rahmen der internationalen Fremdkapitalanlage in Anspruch nehmen, gilt für ihn das Optimierungskalkül der vorangegangenen Kapitel.

4.1.4.4.2 Berücksichtigung des zeitlichen Abstands von Quellenbesteuerung und Veranlagung

Im Folgenden soll untersucht werden, ob sich durch das Auseinanderfallen der Steuerzahlung aus der Quellensteuer im Anlageland und der tatsächlichen Steuer (unter Anrechnung der Quellensteuer) in Deutschland ein Effekt auf die formulierten Optimalitätsbedingungen ableiten lässt. Dabei soll von folgenden Annahmen ausgegangen werden:

- Die Quellenbesteuerung erfolgt zeitgleich mit der Zinsgutschrift am Ende jeder Zinsperiode.
- Die deutsche Einkommensteuer wird unter Anrechnung der ausländischen Quellensteuer genau am Ende der darauf folgenden Periode fällig.
- Beide Steuern werden aus der Kapitalanlage heraus gezahlt und bewirken eine Verminderung zukünftigen Zinsvolumens.
- Der Anrechnungshöchstbetrag soll nie überschritten werden.

[160] Vgl. Maarten, J.E. in: Vogel (1985), S. 34.
[161] Siehe Richtlinie 2003/48 des Rates der Europäischen Gemeinschaft vom 3. Juni 2003.
[162] Vgl. Maarten J.E. in Vogel (1985), S. 32.

- Die eine Periode nach der letzten Anlageperiode anfallende deutsche Steuerzahlung wird aus Vergleichbarkeitsgründen um eine Periode mit einem pauschalierten Nachsteuerkalkulationszinssatz diskontiert und dem Endvermögen zugerechnet.

Zur Verdeutlichung der Problematik soll auf das aus Kapitel 4.1.3.2.2.1 bekannte Beispiel einer optimalen Stufenzinsanleihe zurückgegriffen werden.

Tabelle 4.1-17) Vollständiger Finanzplan der optimalen Stufenzinsanleihe ($AV = 400.000$; $r = 8\%$; $GF = 5.000$; $OG = 60.000$; $s^{\min} = 15\%$; $s^{\max} = 50\%$)

Zeitpunkt	0	1	2
Zinssatz		8,13%	7,87%
Zinsen		32.520	33.525
Steuern		-6.538	-6.868
Kontostand	400.000	425.982	452.640

Jetzt wird das Beispiel wie folgt erweitert: Der Anleger legt sein Geld im Ausland an und muss dort eine Quellensteuer von 10% auf die Kapitalerträge entrichten. Darüber hinaus gelten die oben getroffenen Annahmen. Die Stufenzinsanleihe in Tabelle 4.1-17 ergibt sich nun wie folgt:

Tabelle 4.1-18) Vollständiger Finanzplan einer Stufenzinsanleihe mit Quellensteuer ($AV = 400.000$, $r = 8\%$, $GF = 5.000$, $OG = 60.000$, $s^{q} = 10\%$, $s^{\min} = 15\%$ und $s^{\max} = 50\%$)

Zeitpunkt	0	1	2	3
Zinssatz		8,13%	7,87%	
Zinsen		32.520	33.784	
Quellensteuer (10%)		-3.252	-3.378	
dt. Einkommensteuer			-3.286	-3.575
Steuern GESAMT		-3.252	-6.664	-3.575
diskontiert (6%)				-3.373
Kontostand	400.000	429.268	459.766	456.393

Deutlich wird, dass sich das Endvermögen in $t = 3$, das eigentlich das Endvermögen in $t = 2$ mit abgezinster Steuerlast in $t = 3$ darstellt, steigt. Dieses Ergebnis ist erst einmal nicht sonderlich verwunderlich, da es sich bei dem gewählten Modell um eine Steuerstundung handelt. Das erhöht das Zinsvolumen in $t = 2$ und damit das Endvermögen.

Die Frage ist, ob die in Tabelle 4.1-17 dargestellte optimale Stufenzinsanleihe in dem Modell der Tabelle 4.1-18 immer noch optimal ist. Durch Variation des Nominalzinssatzes in $t = 1$ oder durch Lösung des Optimierungsproblems mittels Microsoft Excel Solver® lässt sich schnell zeigen, dass folgende Stufenzinsanleihe das Endvermögen im Beispiel maximiert.

Tabelle 4.1-19) Vollständiger Finanzplan der optimalen Stufenzinsanleihe mit Quellensteuer ($AV = 400.000$; $r = 8\%$; $GF = 5.000$; $OG = 60.000$; $s^q = 10\%$; $s^{\min} = 15\%$; $s^{\max} = 50\%$)

Zeitpunkt	0	1	2	3
Zinssatz		8,03%	7,97%	
Zinsen		32.106	34.198	
Quellensteuer (10%)		-3.211	-3.420	
dt. Einkommensteuer			-3.193	-3.673
Steuern GESAMT		-3.211	-6.613	-3.673
diskontiert (6%)				-3.465
Kontostand	400.000	428.895	456.481	453.016

Die optimale Nominalzinskurve wird flacher. Ursächlich hierfür ist die zeitlich versetzte und damit „nur" diskontiert wirksame Steuerprogression des deutschen Steuertarifs[163]. Mit einem Kalkulationszinssatz in $t = 3$ von $r = 8\%$, dem theoretisch höchst möglichen Kalkulationszinssatz ist die optimale Nominalzinskurve sogar leicht steigend. Mit sinkendem Kalkulationszinssatz, d.h. steigendem pauschalen Steuersatz in $t = 3$, fällt die Kurve wieder und wird zunehmend steiler. Mit Kalkulationszinssätzen unter 4% ist r_1 dann sogar größer als im Beispiel der optimalen Stufenzinsanleihe ohne Quellensteuer. Mit $r = 0\%$, was unterstellt, dass der Anleger in der dritten Periode sein Geld nirgendwo verzinslich anlegen kann, ist $r_1 = 8{,}3\%$.

Hier im Beispiel wird deutlich, dass durch die Einführung einer Quellensteuer und einer nachgelagerten Steuerveranlagung mit Anrechnungsverfahren nicht von einer wesentlichen Abweichung vom Ergebnis der optimalen Stufenzinsanleihe ausgegangen werden kann.

Ob das für andere Beispiele und vor allem für längere Anlagezeiträume auch so ist, soll an dieser Stelle nicht untersucht werden. Vermutet wird aber, dass auch da die gewonnenen Ergebnisse der letzten Kapitel verwendet werden können, weil es sich jeweils nur modellbedingt um eine einperiodige Verschiebung des eigentlichen Effektes handelt.

[163] Hier simuliert durch den fiktiven Steuertarif mit den angegebenen Parametern.

4.1.4.5 Die Besteuerung von Zinserträgen in Fremdwährungen

Bei der Besteuerung von Zinserträgen in ausländischer Währung werden diese zum Devisengeldkurs des Zuflusstages umgerechnet[164], was dazu führt, dass aus den ursprünglich sicheren Zuflüssen aus der Kapitalanlage unsichere werden. Die in diesem Zusammenhang in der Literatur angesprochene Problematik[165] der Qualifikation der Fremd- bzw. Doppelwährungsanleihen als Finanzinnovation gem. § 20 II S. 1 Nr. 4c EStG oder als klassischer Zinsertrag gem. § 20 I Nr. 7 EStG spielt eher eine untergeordnete Rolle, zumal von Finanzverwaltung[166] und Literatur[167] mittlerweile einhellig der zweiten Klassifikation zugestimmt wird.

Entscheidender im Rahmen der Fragestellung dieses Kapitels ist, dass von der Grundannahme der Planbarkeit des Einkünftepfades dann nicht mehr ohne weiteres ausgegangen werden kann.

Wieder soll auf das bereits im vorangegangenen Kapitel beschriebene Beispiel einer optimalen Stufenzinsanleihe im zweiperiodigen Anlagezeitraum zurückgegriffen werden. Hier wird allerdings angenommen, dass die Anlage in US-Dollar erfolgt, die Zinsen zum 31. Dezember eines jeden Jahres gutgeschrieben werden und jeweils in 2005 und 2006 zufließen. Das Beispiel ergibt sich dann analog Tabelle 4.1-17 zu:

Tabelle 4.1-20) Vollständiger Finanzplan der optimalen Stufenzinsanleihe in Fremdwährung ($AV = 400.000$ USD; $r = 8\%$; $GF = 5.000$ EUR; $OG = 60.000$ EUR; $s^{\min} = 15\%$; $s^{\max} = 50\%$)

Zeitpunkt		2005	2006
Zinssatz		7,64%	8,36%
Zinsen (in USD)		30.563	35.550
1 EUR = … USD (zum Jahresende)		1,1804	1,3151
Zinsen (in EUR)		25.892	27.032
Steuern (in EUR)		-4.523	-4.849
Steuern (in USD)		-5.339	-6.377
Kontostand (in USD)	400.000	425.225	454.398

Die Stufenzinsanleihe in Tabelle 4.1-20 ist bereits so gewählt, dass die Nominalzinsverteilung das Endvermögen in 2006 maximieren. Deutlich wird, dass sich (erwartungsgemäß) die Nominalzinsverteilung von der im ursprünglichen Beispiel unterscheidet. Hätte sich der Wechselkurs von Dollar zu Euro gerade umgekehrt ent-

[164] Vgl. BMF Schreiben vom 26.10.1992, BStBl I 1992, S. 693 ff.
[165] Vgl. bspw. Haisch (2003).
[166] Vgl. OFD Kiel vom 7.3.2002.
[167] Vgl. bspw. Beckerath, Hans-Jochem von, in: Kirchhof (2003) § 20 Rn. 414.

wickelt (2005: 1,3151; 2006:1,1804) würde man zu optimalen Nominalzinssätzen von $r_1 = 8{,}6\%$ und $r_2 = 7{,}4\%$ gelangen.

Ursächlich für dieses Ergebnis ist, dass zur Erzielung des maximalen Endvermögens der optimale Einkünftepfad im Sinne von zu versteuernden Einkommen in Euro realisiert werden muss. Durch den exogen vorgegebenen Wechselkurs ist dieser aber weder mit den Nominalzinsen fest verknüpft, noch lässt er sich darüber durch den Kapitalanleger beeinflussen.

Lediglich die Annahme, dass die Wechselkursentwicklung keine so deutlichen Trends zeigt, wie die Dollar-Euro-Entwicklung der letzten Jahre, rechtfertigt an dieser Stelle noch den Rückgriff auf die hergeleiteten und diskutierten Ergebnisse. Bei konstantem Wechselkurs gelten diese aber, unabhängig vom Umrechnungsniveau, unverändert.

4.2 Eigenkapitalanlage in eine Kapitalgesellschaft

4.2.1 Vorüberlegungen und Definitionen

Nachdem in den vorangegangenen Kapiteln die Anlage ins Fremdkapital unter steuerökonomischen Gesichtspunkten analysiert und optimiert wurde, soll nun das ermittelte Optimum mit der Anlage ins Eigenkapital, vorerst in das einer Kapitalgesellschaft, verglichen werden.

Nach wie vor wird von der Vorsteueräquivalenzprämisse ausgegangen, d.h. der Anleger ist vor Berücksichtigung von Steuern indifferent zwischen Fremd- und Eigenkapitalanlage. Im Unterschied zur Fremdkapitalanlage kann der Anleger aber jetzt den Einkünftepfad nicht mehr selbst bestimmen, da er die Nominalzinssätze bzw. jetzt die Eigenkapitalrenditen nicht mehr ex ante festlegen kann. Im Unterschied zur Eigenkapitalanlage in eine Personengesellschaft realisiert der Anleger jetzt aber in keiner Periode eine negative Eigenkapitalrendite.

Um die Vergleichbarkeit mit der Fremdkapitalanlage gewährleisten zu können, werden folgende Annahmen getroffen:

1) Der Anleger reinvestiert die bezogenen Dividenden im Zeitpunkt t sofort wieder in Aktien des gleichen Unternehmens. Das impliziert auch die Annahme, dass Unternehmensaktien beliebig teilbar sind.

2) Die Investitionsausgabe (Nennbetrag der gekauften Aktien) wird am Ende der Anlagedauer in gleicher Höhe zurückgezahlt. D.h., der Kurs der Unternehmensaktie in $t = 0$ ist identisch mit dem Kurs in $t = n$.

Ob das Unternehmen thesauriert oder nicht, ist für die Untersuchung nicht relevant, da von Eigenkapitalrenditen aus Sicht des Anlegers ausgegangen wird.

Anstelle der Nominalzinssätze werden im Rahmen dieses Kapitels Eigenkapitalrenditen verwendet. Diese ergeben sich mit :

Gleichung 4.2-1) $$r = \frac{Dividende}{Eigenkapitalanteil}$$

Auf Grund der getroffenen Annahmen unterscheiden sich Nominalzinssatz im Fremdkapital und Eigenkapitalrendite im Eigenkapital der Kapitalgesellschaft allerdings nicht.

Der Kapitalanleger realisiert nun über die Dividende auf seine Kapitalanteile einen bestimmten Dividendenpfad und damit vor Berücksichtigung von Steuern ein Endvermögen entsprechend der von der Stufenzinsanleihe bekannten Gleichung mit :

Gleichung 4.2-2) $$EV = AV \cdot \prod_{t=1}^{n} (1 + r_t)$$

EV	Endvermögen
AV	Nennbetrag der Aktien in $t = 0$ (analog zur Investitionsausgabe im Rahmen der Fremdkapitalanlage)
r_t	Eigenkapitalrendite im Zeitpunkt t
n	Laufzeit
t	Zeitpunkt

Welchen Dividendenpfad der Anleger dabei realisiert, kann er nicht beeinflussen. Die Menge aller möglichen Dividendenpfade ergibt sich aus der Vorsteueräquivalenzbedingung mit:

Gleichung 4.2-3) $$(1 + r)^n = \prod_{t=1}^{n} (1 + r_t)$$

r	Effektivverzinsung

Die Eigenkapitalanlage unterscheidet sich von der Fremdkapitalanlage ggf. im Bezug auf den Einkünftepfad, den Steuersatz und die Berücksichtigung des Risikos der

Anlage im Rahmen der Vorsteueräquivalenzprämisse. Letzteres wird nicht bereits durch die Abweichung im Einkünftepfad berücksichtigt. Im Folgenden werden die drei Aspekte zunächst einzeln analysiert und mit den Ergebnissen der vorangegangenen Kapitel verglichen.

4.2.2 Nachteil aus der Abweichung vom optimalen Einkünftepfad

Zu Beginn werden in diesem Kapitel drei Annahmen getroffen: Der Steuersatz auf die Dividendeneinkünfte ist konstant, die Eintrittswahrscheinlichkeiten aller möglicher Dividendenpfade ist gleich verteilt und die Anlagedauer beträgt nur zwei Jahre. Damit beginnend werden dann diese drei Annahmen nach und nach fallen gelassen.

4.2.2.1 Analyse bei konstantem Steuersatz

4.2.2.1.1 Analyse mit gleich verteilten Eintrittswahrscheinlichkeiten möglicher Einkünftepfade

4.2.2.1.1.1 Zweiperiodiger Anlagezeitraum

Das Endvermögen eines beliebigen Dividendenpfades im zweiperiodigen Anlagezeitraum ergibt sich mit :

Gleichung 4.2-4) $$EV = AV \cdot \left(1 + r_1 \cdot (1 - s)\right) \cdot \left(1 + r_2 \cdot (1 - s)\right)$$

s konstanter Steuersatz

Wie bereits in Kapitel 4.1.3.1 analysiert wurde, ergibt sich das maximale Endvermögen bei Realisierung des maximal aufgeschobenen bzw. maximal vorverlegten Dividendeneinkünften mit:

Gleichung 4.2-5) $$EV = AV \cdot \left(1 + r_2 \cdot (1 - s)\right)$$

Die Eigenkapitalrendite r_2 ergibt sich aus der Vorsteueräquivalenzbedingung und man erhält ein Endvermögen von:

Gleichung 4.2-6) $$EV^{\max} = AV \cdot \left(1 + \left((1 + r)^2 - 1\right) \cdot (1 - s)\right)$$

Der Endvermögensnachteil ΔEV aus der Realisierung eines beliebigen Dividendenpfades lässt sich aus Gleichung 4.2-5 und Gleichung 4.2-6 ermitteln mit:

Gleichung 4.2-7) $$\Delta EV = EV^{\max} - EV$$ bzw. eingesetzt …

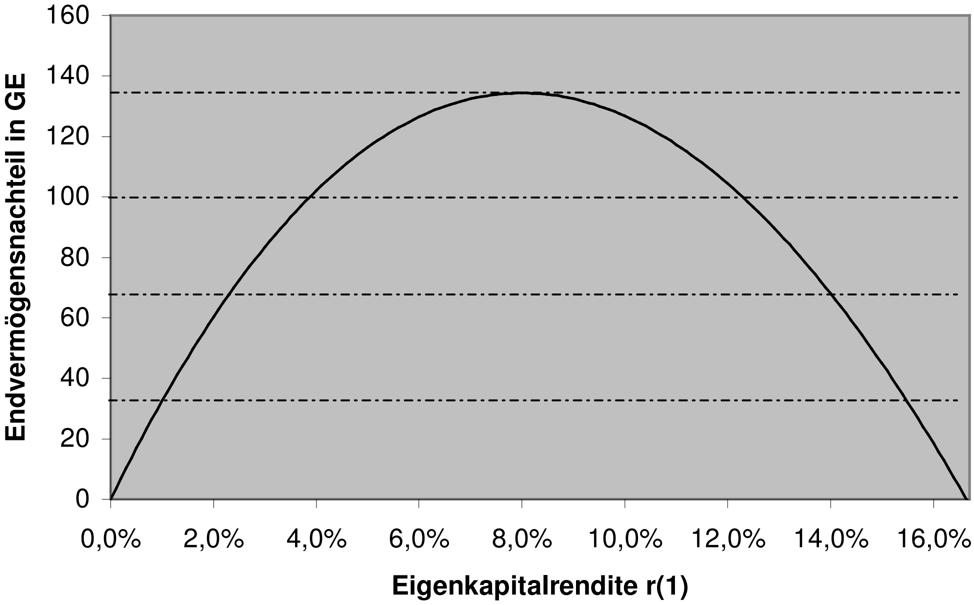
Gleichung 4.2-8)
$$\Delta EV = AV \cdot \left(1 + \left((1+r)^2 - 1\right) \cdot (1-s)\right) - AV \cdot \left(1 + r_1 \cdot (1-s)\right) \cdot \left(1 + r_2 \cdot (1-s)\right)$$

Ersetzt man r_2 entsprechend der Vorsteueräquivalenzbedingung, so erhält man den Endvermögensnachteil in Abhängigkeit von r_1:

Gleichung 4.2-9)
$$\Delta EV(r_1) = AV \cdot \left(1 + \left((1+r)^2 - 1\right) \cdot (1-s)\right) - AV \cdot \left(1 + r_1 \cdot (1-s)\right) \cdot \left(1 + \left(\frac{(1+r)^2}{1+r_1} - 1\right) \cdot (1-s)\right)$$

Es handelt sich bei $\Delta EV(r_1)$ um eine quadratische Funktion, die sich wie folgt darstellen lässt:

Diagramm 4.2-1) Endvermögensnachteil ΔEV in Abhängigkeit von der Eigenkapitalrendite r_1 bei konstantem Steuersatz ($AV = 100.000$; $s = 30\%$; $r = 8\%$; $n = 2$)



Da dieses Kapitel den Endvermögensnachteil quantifizieren soll, wurde in Diagramm 4.2-1 der Endvermögensnachteil in vier gleich große Klassen, dargestellt durch horizontale Linien, unterteilt. Bereits beim Betrachten des Diagramms wird deutlich, dass Klassen mit höheren Endvermögensnachteilen in mehr Fällen realisiert werden als Klassen mit niedrigeren Endvermögensnachteilen.

Mit Kenntnis der Funktionsgleichung in Gleichung 4.2-9 kann nun mit statistischen Methoden ein Erwartungswert der Endvermögensnachteile und Konfidenzintervalle für bestimmte Eintrittswahrscheinlichkeiten angegeben werden.

Die Funktion in Gleichung 4.2-9 kann in Kenntnis der Grundstruktur einer quadratischen Funktion mit $\Delta EV(r_1) = \left(-(r_1 - a)^2 + b\right) \cdot c$ und der drei Punkte $(0\%;0)$, $\left((1+r)^2 - 1;0\right)$ und $\left(\sim 8\%; \Delta EV^{\max}\right)$ approximativ dargestellt werden durch:

Gleichung 4.2-10) $$\Delta EV(r_1) = \frac{\Delta EV^{\max}}{r^2 + r^3} \cdot \left(-r_1^2 + r_1 \cdot \left((1+r)^2 - 1\right)\right)$$

Der maximale Endvermögensverlust $\Delta EV^{\max}$ ist nicht von r_1 und damit nicht vom Dividendenpfad abhängig und ergibt sich aus $EV(r_1 = 0) - EV(r_1 = r)$ mit:

Gleichung 4.2-11) $$\Delta EV^{\max} = AV\left(\left(1 + \left((1+r)^2 - 1\right) \cdot (1-s)\right) - \left(1 + r \cdot (1-s)\right)^2\right)$$

Um die Häufigkeit der Endvermögensverluste zu ermitteln, wird die Umkehrfunktion von Gleichung 4.2-10 gebildet. Man erhält:

Gleichung 4.2-12) $$r_1 = -\sqrt{\frac{-\Delta EV \cdot \left(r^2 + r^3\right)}{\Delta EV^{\max}} + \left(\frac{(1+r)^2 - 1}{2}\right)^2} + \frac{(1+r)^2 - 1}{2}$$

Da die möglicherweise eintretenden Eigenkapitalrenditen r_1 gleich verteilt sind, kann Gleichung 4.2-12 bei Normierung auf 100% als statistische Verteilungsfunktion[168] $F(\Delta EV)$ der Endvermögensverluste interpretiert werden. Die Normierung behebt dabei gleichzeitig den Fehler, dass die Umkehrfunktion nur für eine Hälfte der ursprünglich quadratischen Funktion gebildet werden kann. Die Verteilungsfunktion ergibt sich mit:

Gleichung 4.2-13)

$$F(\Delta EV) = -\frac{1}{r} \cdot \sqrt{\frac{-\Delta EV \cdot \left(r^2 + r^3\right)}{\Delta EV^{\max}} + \left(\frac{(1+r)^2 - 1}{2}\right)^2} + \frac{(1+r)^2 - 1}{2r}$$

Die Dichtefunktion $f(\Delta EV)$ ergibt sich aus dem Zusammenhang $F'(\Delta EV) = f(\Delta EV)$ mit:

[168] Zur Begriffsdefinition vgl. bspw. Bamberg, Baur, Krapp (2007), S. 104.

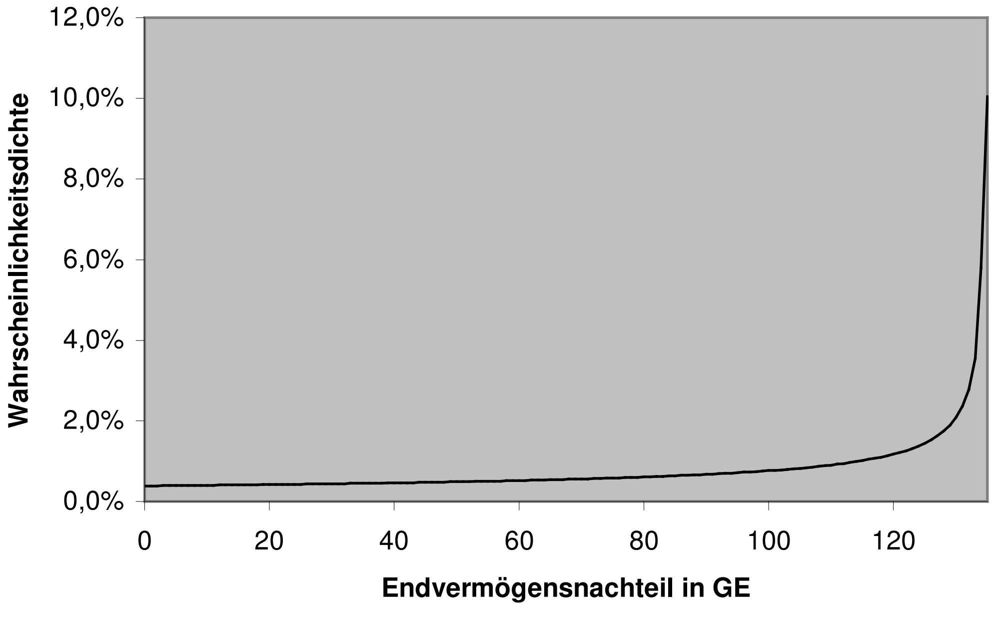
Gleichung 4.2-14)

$$f(\Delta EV)=\frac{r+r^2}{2\Delta EV^{\max}\cdot\sqrt{\frac{-\Delta EV\cdot\left(r^2+r^3\right)}{\Delta EV^{\max}}+\left(\frac{(1+r)^2-1}{2}\right)^2}}$$

Zu beachten ist, dass Gleichung 4.2-14 die Dichtefunktion einer stetigen Zufallsvariablen darstellt. Hier sind die Endvermögensverluste durch die Beschränkung auf eine bestimmte Anzahl Nachkommastellen, in Deutschland bspw. auf Cent-Genauigkeit, aber diskret. Die daraus resultierende Unschärfe kann allerdings vernachlässigt werden, da sich die Wahrscheinlichkeitsfunktion einer diskreten Zufallsvariable mit steigender Anzahl der Merkmalsrealisationen der Dichtefunktion einer stetigen Zufallsvariable annähert. Die Anzahl der Merkmalsausprägungen steigt im hier betrachteten Modell mit der Anzahl der zur Berechnung der Endvermögensverluste herangezogenen Nachkommastellen in den Eigenkapitalrenditen. Bereits die Berücksichtigung von zwei Nachkommastellen in den Eigenkapitalrenditen führt zu 1.665 verschiedenen Endvermögensverlusten im betrachteten Beispiel. Damit kann de facto von einer Stetigkeit der Zufallsvariablen ausgegangen werden.

Grafisch kann die Dichtefunktion wie folgt dargestellt werden:

Diagramm 4.2-2) Wahrscheinlichkeitsdichte $f(\Delta EV)$ der Endvermögensverluste des Beispiels in Diagramm 4.2-1



Es bestätigt sich die bereits in Diagramm 4.2-1 getroffene Hypothese, dass hohe Endvermögensverluste häufiger vorkommen als niedrige.

Zur Ermittlung des Erwartungswertes der Endvermögensnachteile wird auf Gleichung 4.2-10 zurückgegriffen. Unter Zuhilfenahme des Mittelwertsatzes der Integralrechnung[169] ergibt sich der Mittelwert m einer stetigen Funktion aus:

Gleichung 4.2-15) $$m = \frac{1}{b-a} \cdot \int_a^b f(x)dx$$

Mit der minimalen Ausprägung der Eigenkapitalrendite r_1 von $a = 0$ und der maximalen Ausprägung von $b = (1+r)^2 - 1$ ergibt sich damit der Mittelwert der Endvermögensnachteile aus Gleichung 4.2-10 und Gleichung 4.2-15 mit:

Gleichung 4.2-16) $$m = \frac{\Delta EV^{\max} \cdot \left((1+r)^2 - 1\right)^2}{6\left(r^2 + r^3\right)}$$

Hier im Beispiel beträgt der Mittelwert 89,73 GE und liegt damit in der oberen Hälfte möglicher Endvermögensnachteile. Der Mittelwert entspricht hier im Modell dem Erwartungswert der möglichen Endvermögensnachteile $E(\Delta EV(r_1))$. Durch Variation des Parameters r in Gleichung 4.2-16 kann gezeigt werden, dass der Erwartungswert der Endvermögensnachteile immer annähernd 67% des maximal möglichen Endvermögensnachteils beträgt[170].

Das einseitig unten begrenzte Konfidenzintervall zum Konfidenzniveau $\beta = 0{,}75$ $KI^{0,75}$ ergibt sich aus der Verteilungsfunktion in Gleichung 4.2-13. Es stellt das Endvermögen dar, dass einen Wert der Verteilungsfunktion von $1-\beta$ generiert[171] und beantwortet die Frage, welcher Endvermögensverlust in 75% der Fälle mindestens realisiert wird. Mit $F(\Delta EV) = (1-\beta) = 0{,}25$ ergibt sich aus Gleichung 4.2-13:

Gleichung 4.2-17) $$KI^{0,75} = \Delta EV^{\max} \cdot \frac{-0{,}0625r^2 + 0{,}25r \cdot \left((1+r)^2 - 1\right)}{r^2 + r^3}$$

Der maximale Endvermögensverlust ist neben der Effektivverzinsung abhängig vom Steuersatz und vom Anfangsvermögen. Ohne an Aussagekraft zu verlieren, kann das

[169] Vlg. Bosch (1998), S. 483.
[170] Siehe dazu Anhang 10; Unschärfe +/- 1%.
[171] Vgl. Rinne (2003), S. 189.

Konfidenzintervall auch relativ zum maximalen Endvermögensverlust angegeben werden:

Gleichung 4.2-18) $$\frac{KI^{0,75}}{\Delta EV^{\max}} = \frac{-0{,}0625r^2 + 0{,}25r \cdot \left((1+r)^2 - 1\right)}{r^2 + r^3}$$

Es lässt sich zeigen, dass für alle Anfangsvermögen und alle Steuersätze mit $0\% < s < 100\%$ das Konfidenzintervall zum Konfidenzniveau 75% immer annähernd 42% beträgt[172]. Im Bespiel bedeutet dies, dass in 75% der Fälle ein Endvermögensnachteil von 56 GE oder mehr realisiert wird. Auf die Herleitung weiterer Konfidenzintervalle soll an dieser Stelle verzichtet werden.

Damit ergeben sich bei konstantem Steuersatz und bei konstanten Eintrittwahrscheinlichkeiten der möglichen Dividendenpfade im zweiperiodigen Anlagezeitraum drei Ergebnisse:

1) Die Wahrscheinlichkeit, im Vergleich zur Fremdkapitalanlage hohe Endvermögensverluste in Bezug auf den maximalen Endvermögensverlust zu realisieren, ist höher als niedrige Endvermögensverluste zu realisieren. (siehe Diagramm 4.2-2)

2) Der Erwartungswert des Endvermögensverlustes beträgt 67% des maximalen Endvermögensverlustes. Dieser lässt sich unabhängig vom Dividendenpfad in Kenntnis von AV, r und s ermitteln.

3) In 75% der Fälle möglicher Dividendenpfade werden Endvermögensverluste von mindestens 42% des maximalen Endvermögensverlustes realisiert.

4.2.2.1.1.2 Mehrperiodiger Anlagezeitraum

Im Gegensatz zum vorangegangenen Kapitel ist der Endvermögensverlust nun von mehr als einer Eigenkapitalrendite abhängig. Die Anzahl der Variablen beträgt nun $n-1$. Die entsprechende Gleichung ergibt sich mit:

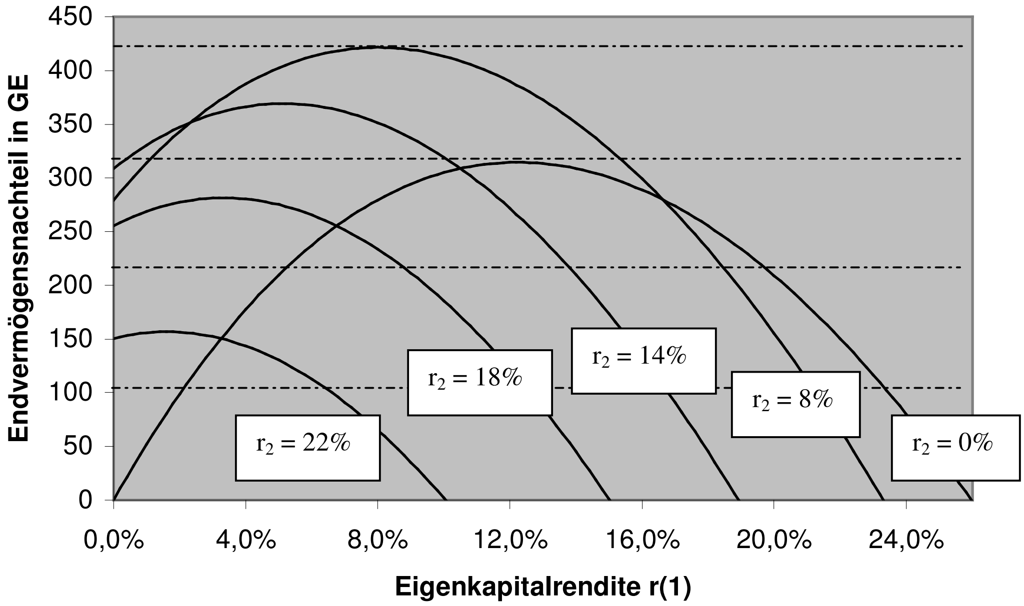
Gleichung 4.2-19) $$\begin{aligned}\Delta EV &= AV \cdot \left(1 + \left((1+r)^n - 1\right) \cdot (1-s)\right) \\ &\quad - AV \cdot \left(1 + r_1 \cdot (1-s)\right) \cdot \ldots \cdot \left(1 + r_n \cdot (1-s)\right)\end{aligned}$$

[172] Siehe dazu Anhang 11; Unschärfe +/- 2%; Für Steuersätze von 0% und 100% ist der maximale Endvermögensverlust nicht definiert.

Ließe sich zeigen, dass $F(\Delta EV)$ vergleichbar mit der Verteilungsfunktion des zweiperiodigen Anlagezeitraums ist, könnten die Ergebnisse des vorangegangenen Kapitels übernommen werden. Folgende Überlegung zeigt allerdings bereits, dass das nicht ohne weiteres bzw. ohne Einschränkungen möglich ist.

Im dreiperiodigen Anlagezeitraum ergibt sich Diagramm 4.2-1 des vorangegangenen Kapitels mit:

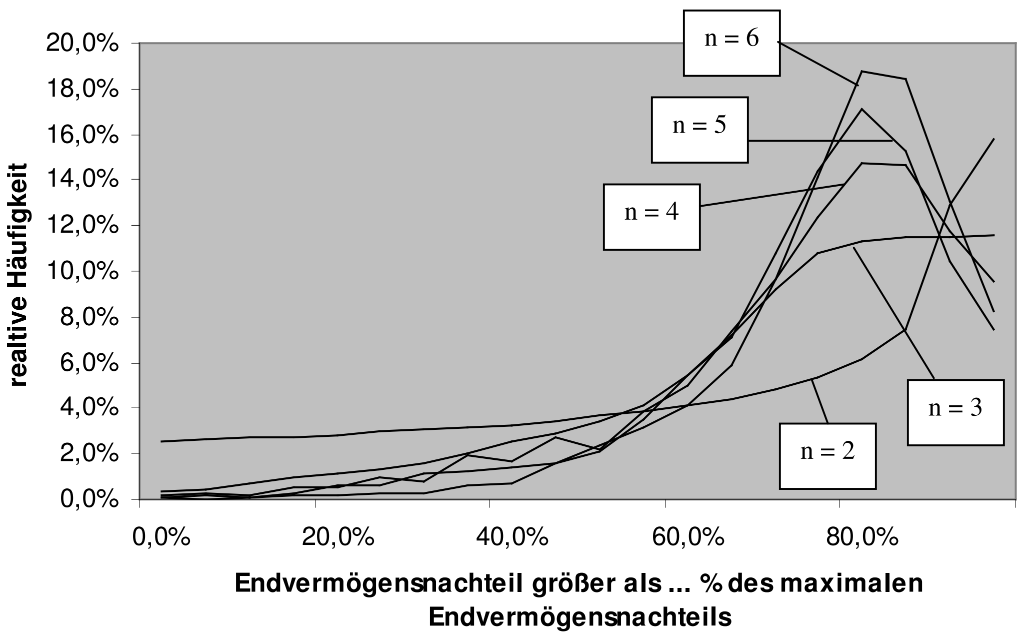
Diagramm 4.2-3) Endvermögensnachteil ΔEV in Abhängigkeit von der Eigenkapitalrendite r_1 und r_2 bei konstantem Steuersatz ($AV = 100.000$; $s = 30\%$; $r = 8\%$; $n = 3$)



Deutlich wird zum einen, dass die maximale Abweichung steigt, zum anderen, dass die Anzahl der Dividendenpfade, deren Endvermögensverlust einer der oberen Klassen zuzuordnen ist, sinkt. Ersteres resultiert aus der Verstärkung des Zinseffektes. Letzteres hat seine Ursache in der Beschränkung auf ausschließlich positive Eigenkapitalrenditen. Je höher hier im Diagramm die Rendite r_2 gewählt wird, umso weniger Ausprägung können r_1 und damit implizit auch r_3 annehmen. Die beschriebenen Kurven werden durch die Vorsteueräquivalenzbedingung links „abgeschnitten“. Hinzu kommt, dass bei der Mehrzahl der Ausprägungen von r_2 die obere Klasse der Endvermögensverluste gar nicht erreicht wird. Es kommt zu einer Konzentration auf die dritte und zweite Klasse. Die Dichtefunktion verlagert ihr Maximum vermutlich nach links.

Um das zu untersuchen, sollen in einem ersten Schritt die diskreten Verteilungsfunktionen des Beispiels im zwei- bis sechsperiodigen Anlagezeitraum gegenübergestellt werden.[173] Zur Gewährleistung der Vergleichbarkeit werden sowohl auf der Abszisse als auch auf der Ordinate relative Werte abgetragen, d.h. der Endvermögensverlust im Verhältnis zum maximalen Endvermögensverlust und die Häufigkeit im Verhältnis zur Anzahl der möglichen Dividendenpfade (relative Häufigkeit).

Diagramm 4.2-4) Trendlinien der Häufigkeitsverteilungen des Endvermögensnachteils relativ zum maximalen Endvermögensnachteil ($AV = 100.000$; $s = 30\%$; $r = 8\%$)[174]



In Diagramm 4.2-4 bestätigt sich die getroffene Vermutung. Das Maximum der Verteilungsfunktion rückt mit steigender Anlagedauer nach links und stabilisiert sich im Bereich zwischen 80% und 85% des maximalen Endvermögensnachteils. Die Streuung wird geringer und damit die maximale relative Häufigkeit größer. Eine Variierung des Steuersatzes und des Anlagevermögens ändert die relativen Häufigkeiten nicht[175].

Die Formulierung eines funktionellen Zusammenhangs, bspw. in Form einer Normalverteilung, der die Kurven in Diagramm 4.2-4 in Abhängigkeit von der Anlagedauer wiedergibt, wäre zwar möglich, aber nicht sonderlich sinnvoll, da es sich

[173] Zur Berechnung der diskreten Werte möglicher Endvermögensnachteile am Beispiel des dreiperiodigen Anlagezeitraums siehe Anhang 12. Die Werte für den zwei-, vier-, fünf- und sechsperiodigen Anlagezeitraum wurden analog ermittelt.

[174] Hier im Diagramm sind die Trendlinien (gleitender Durchschnitt über 3 Größenklassen) abgetragen. Für die zu Grunde liegenden Häufigkeitsverteilungen siehe Anhang 13.

[175] Dieses Ergebnis lässt sich durch Veränderung der Parameter im Berechnungsschema des Anhangs 12 gewinnen. Auf eine grafische Darstellung soll hier jedoch verzichtet werden.

hierbei im Gegensatz zu den Betrachtungen des vorangegangenen Kapitels auf Grund der Klassifizierung[176] nicht um stetige Zusammenhänge handelt. Nichtsdestotrotz sollen analog zum vorangegangenen Kapitel Aussagen über Erwartungswert und Konfidenzintervall getroffen werden.

Der Erwartungswert einer diskreten Zufallsvariablen ergibt sich mit[177]:

Gleichung 4.2-20) $$E(x) = \sum_i x_i f(x_i)$$

Dabei stellt x_i die Klassenuntergrenze und $f(x_i)$ die Häufigkeit der Klasse dar. Damit können anhand der vorliegenden Werte[178] die Erwartungswerte der Endvermögensnachteile relativ zum maximalen Endvermögensnachteil gemessen werden.

Tabelle 4.2-1) Erwartungswerte der Endvermögensnachteile gemessen am maximalen Endvermögensnachteil

n	2	3	4	5	6
E(x)	63,89%	71,12%	73,32%	73,92%	76,73%

Man erkennt, wenn auch auf Grund der Klassifizierung verzerrt, den Erwartungswert des zweiperiodigen Anlagezeitraums des vorangegangenen Kapitels wieder. Da s und AV auf die Erwartungswerte in Tabelle 4.2-1 keinen Einfluss haben, kann aus den dargestellten Kombinationen aus Anlagedauer und Erwartungswert approximativ ein funktioneller Zusammenhang abgeleitet werden.

Gleichung 4.2-21) $$E(n)_{app} = \frac{-0{,}42}{n} + 0{,}84$$

Mit $n \to \infty$ konvergiert der Erwartungswert vermutlich gegen 84%, was auch dem grafisch gewonnenen Ergebnis aus Diagramm 4.2-4 entspricht. Der Fehler aus der Approximation in Tabelle 4.1-11 ergibt sich wie folgt:

Tabelle 4.2-2) Differenz zwischen dem mittels Gleichung 4.2-21 approximativ ermittelten Erwartungswert und dem Erwartungswerten aus Tabelle 4.2-1

n	2	3	4	5	6
E(x)	63,89%	71,12%	73,32%	73,92%	76,73%
E(x) approx.	63,00%	70,00%	73,50%	75,60%	77,00%
Delta	0,89%	1,12%	-0,18%	-1,68%	-0,27%

[176] Siehe Fußnote 174.
[177] Vgl. Bamberg, Baur, Krapp (2007), S. 120.
[178] Zum Berechnungsschema siehe Anhang 12, zu den konkreten Werten siehe Anhang 14.

Das Maß an Genauigkeit, dargestellt in Tabelle 4.2-2, soll für die weitere Untersuchung genügen.

Da bei einer diskreten Verteilungsfunktion (Treppenfunktion) mehrere Wahrscheinlichkeitswerte einem Merkmalswert zugeordnet werden können, bezeichnet das einseitig unten begrenzte Konfidenzintervall zum Konfidenzniveau $\beta = 0{,}75$ $KI^{0,75}$ nicht den dazu gehörigen Merkmalswert, sondern die Untergrenze der entsprechenden Klasse.[179] Man erhält folgende Konfidenzintervalle[180]:

Tabelle 4.2-3) Konfidenzintervalle zum Konfidenzniveau $\beta = 0{,}75$

n	2	3	4	5	6
KI (0,75)	40,0%	60,0%	65,0%	65,0%	70,0%

Der Wert für $KI^{0,75}$ des vorangegangenen Kapitels für den zweiperiodigen Anlagezeitraum zeigt sich auch in Tabelle 4.2-3, abgesehen von einer leichten Verzerrung auf Grund der verwendeten diskreten Verteilungsfunktion. Analog zum Erwartungswert kann eine approximative Bestimmungsformel für $KI^{0,75}$ aufgestellt werden, die aber auf Grund des oben beschriebenen Zuordnungsproblems von Konfidenzniveau und Merkmalsausprägung bei diskreten Verteilungen eine höhere Ungenauigkeit aufweist als die Approximation des Erwartungswertes.

Gleichung 4.2-22) $$KI^{0,75}{}_{app} = \frac{-0{,}78}{n} + 0{,}81$$

Analog zu den drei Ergebnissen des vorangegangenen Kapitels für den zweiperiodigen Anlagezeitraum gelangt man bei konstantem Steuersatz und bei konstanten Eintrittwahrscheinlichkeiten der möglichen Dividendenpfade im mehrperiodigen Anlagezeitraum zu folgenden Resultaten:

1) Die Wahrscheinlichkeit, im Vergleich zur Fremdkapitalanlage hohe Endvermögensverluste in Bezug auf den maximalen Endvermögensverlust zu realisieren, ist höher, als niedrige Endvermögensverluste zu realisieren und erhöht sich mit steigender Anlagedauer.

2) Der Erwartungswert des Endvermögensverlustes steigt von 67% des maximalen Endvermögensverlustes bei $n = 2$ auf approximativ 84% bei $n \to \infty$. Für beliebige Anlagezeiträume lässt sich der Erwartungswert anhand

[179] Vgl. Fahrmeir, Künstler, Pigeot, Tutz (2007); S. 65 f.

[180] Siehe dazu Anhang 15.

Gleichung 4.2-21 ermitteln. Der maximale Endvermögensverlust berechnet sich auch im mehrperiodigen Anlagezeitraum unabhängig vom Dividendenpfad in Kenntnis von AV und s.

3) In 75% der Fälle möglicher Dividendenpfade werden Endvermögensverluste von mindestens 42% des maximalen Endvermögensverlustes bei $n = 2$ bis hin zu approximativ 81% bei $n \to \infty$ realisiert. Für beliebige Anlagezeiträume lässt sich das Konfidenzintervall zum Konfidenzniveau $\alpha = 0{,}75$ anhand Gleichung 4.2-22 ermitteln.

4.2.2.1.2 Analyse mit ungleich verteilten Eintrittswahrscheinlichkeiten möglicher Einkünftepfade

Bislang wurde davon ausgegangen, dass alle möglichen Dividendenpfade aus Sicht des Kapitalanlegers die gleiche Eintrittswahrscheinlichkeit haben. Das setzt aber Zufälligkeit bei der Ausschüttungspolitik des Unternehmens voraus. Empirische Studien über die Ausschüttungspolitik belegen aber, dass dem nicht so ist, sondern tendenziell ein Hang zur Ausschüttungsnivellierung besteht, d.h. eine Konstanz der ausgeschütteten Dividenden angestrebt wird.[181] Von einem solchen Trend hin zur Nivellierung, hier ausgedrückt durch konstante Eigenkapitalrenditen beim Anleger, soll im Folgenden zunächst im zweiperiodigen und anschließend im mehrperiodigen Anlagezeitraum ausgegangen werden.

4.2.2.1.2.1 Zweiperiodiger Anlagezeitraum

In Kapitel 4.2.2.1.1.1 wurde angenommen, dass die Eintrittswahrscheinlichkeiten der möglichen Ausprägungen von r_1 und damit implizit über die Vorsteueräquivalenzbedingung auch von r_2 gleich sind. Das ist jetzt nicht mehr der Fall. Ausprägungen, die weiter entfernt sind von $r = r_1 = r_2$, kommen nun relativ gesehen seltener vor. Die Abszisse in Diagramm 4.2-1 wird an den Rändern gestaucht, die Funktion in Gleichung 4.2-10 wird „bauchiger“. Die Vermutung liegt auf der Hand, dass sich damit die Ergebnisse der vorangegangenen Kapitel hin zu höheren Abweichungen vom optimalen Endvermögen verschieben.

Ausgangspunkt ist die in Gleichung 4.2-10 des Kapitels 4.2.2.1.1.1 verwendete und an die Annahmen dieses Kapitels angepasste Formel:

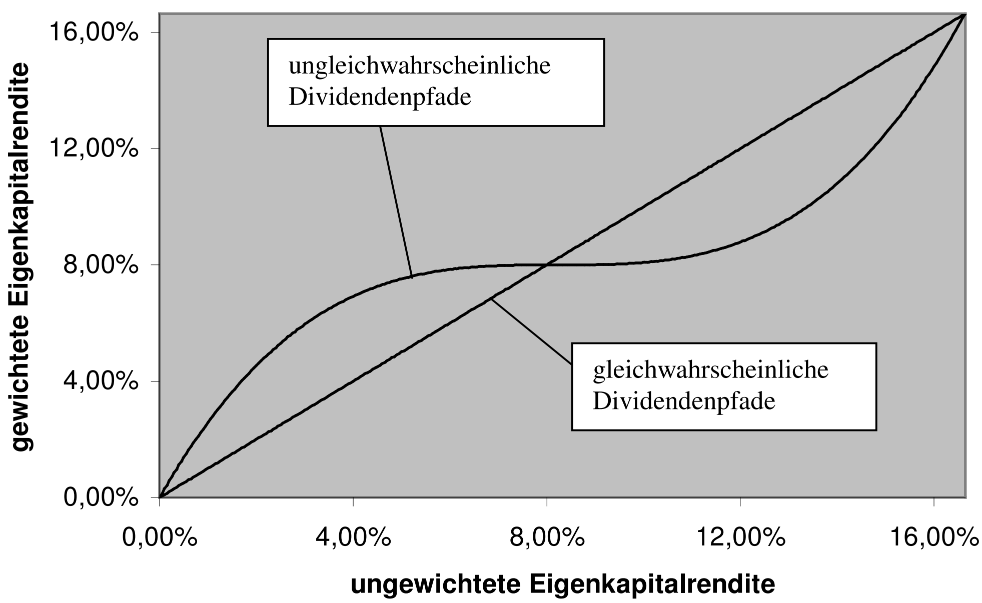
---

[181] Vgl. bspw. König (1991), S. 1149 ff.

Gleichung 4.2-23) $$\Delta EV(r_1) = \frac{\Delta EV^{\max}}{r^2 + r^3} \cdot \left(-\tilde{r}_1^{\,2} + \tilde{r}_1 \cdot \left((1+r)^2 - 1\right)\right)$$

Gleichung 4.2-23 unterscheidet sich von Gleichung 4.2-10 nur dadurch, dass jetzt die Eigenkapitalrendite r_1 mit bestimmten Eintrittswahrscheinlichkeiten gewichtet und als $\tilde{r}_1$ notiert wird. Auch für $\tilde{r}_1$ und $\tilde{r}_2$ gilt die Vorsteueräquivalenzprämisse in Form von $(1+r)^2 = (1+\tilde{r}_1)\cdot(1+\tilde{r}_2)$. Der Zusammenhang zwischen $\tilde{r}_1$ und r_1 lässt sich grafisch wie folgt darstellen:

Diagramm 4.2-5) Zusammenhang zwischen ungewichteter und gewichteter Eigenkapitalrendite



Die Kurve im Diagramm kann formelmäßig abgebildet werden mit[182]:

Gleichung 4.2-24) $$\tilde{r}_1 = \frac{\left(r_1 - \frac{3r+4r^2+r^3}{3+3r}\right)^3 + \left(\frac{3r+4r^2+r^3}{3+3r}\right)^3 + \gamma \cdot r_1}{r^2 - \frac{3r^2+4r^3+r^4}{1+r} + 3\left(\frac{3r+4r^2+r^3}{3+3r}\right)^2 + \gamma}$$

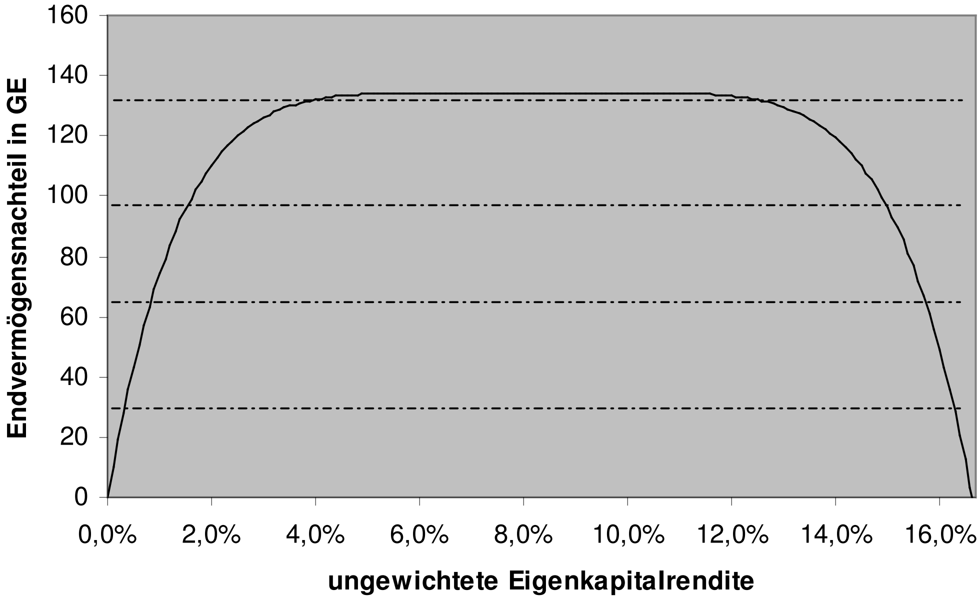
Dabei stellt Gamma den Gewichtungsparameter mit $\gamma \geq 0$ dar. Ist $\gamma = 0$, erfolgt die hier maximal zulässige Gewichtung. Mit $\gamma \to \infty$ geht $\tilde{r}_1 \to r_1$ und die Gewichtung wird zunehmend geringer. Die hier verwendete Gewichtungsfunktion erfüllt zwei Anforderungen: Zum einen werden mittlere Ausprägungen von r_1 stärker bewertet als Ausprägungen abseits der Mitte. Zum anderen ist die Summe der Wahrschein-

[182] Zur Herleitung der Formel siehe Anhang 16.

lichkeiten der gewichteten Dividendenpfade gleich der Summe der Wahrscheinlichkeiten bei gleich wahrscheinlichen Dividendenpfaden.

Mit Kenntnis der Gewichtungsfunktion in Gleichung 4.2-24 können die Ergebnisse der Kapitel mit gleich verteilten Eintrittswahrscheinlichkeiten der Dividendenpfade recht schnell auf den Fall ungleich verteilter Eintrittswahrscheinlichkeiten übertragen werden. Diagramm 4.2-1 ergibt sich jetzt wie folgt:

Diagramm 4.2-6) Endvermögensnachteil ΔEV in Abhängigkeit von der ungewichteten Eigenkapitalrendite r_1 bei konstantem Steuersatz ($AV = 100.000$; $s = 30\%$; $r = 8\%$; $n = 2$; $\gamma = 0$)



Man erkennt bereits im Diagramm deutlich, dass es einen Trend hin zu hohen Endvermögensnachteilen gibt. Gem. des Mittelwertsatzes[183] ...

Gleichung 4.2-25) $$m = \frac{1}{b-a} \cdot \int_a^b f(x)dx$$

... ergibt sich der Erwartungswert des Endvermögensverlustes jetzt mit[184]:

[183] Siehe Fußnote 169.
[184] Zur Herleitung der Gleichung siehe Anhang 17.

Gleichung 4.2-26)

$$m = \begin{pmatrix} \frac{1}{7}\left(2r + r^2\right)^6 - \left(2r + r^2\right)^5 \cdot a + 3\left(2r + r^2\right)^4 \cdot a^2 + 3\left(2r + r^2\right)^2 \cdot a^4 + 2\left(2r + r^2\right)^2 \cdot a^2 \cdot \gamma \\ + \frac{1}{3}\left(2r + r^2\right)^2 \cdot \gamma^2 + \frac{2}{5}\left(2r + r^2\right)^4 \cdot \gamma - \frac{9}{2}\left(2r + r^2\right)^3 \cdot a^3 - \frac{3}{2}\left(2r + r^2\right)^3 \cdot a \cdot \gamma \end{pmatrix} \cdot k$$
$$+ \left(\frac{1}{4}\left(2r + r^2\right)^3 - \left(2r + r^2\right)^2 \cdot a + \frac{3}{2}\left(2r + r^2\right) \cdot a^2 + \frac{1}{2}\gamma \cdot \left(2r + r^2\right) \right) \cdot l$$

Die verwendeten Parameter sind:

Gleichung 4.2-27) $a = \dfrac{3r + 4r^2 + r^3}{3 + 3r}$,

Gleichung 4.2-28) $k = \dfrac{-\Delta EV^{\max}}{\left(r^2 + r^3\right) \cdot \left(r^2 - 3r \cdot a + 3a^2 + \gamma\right)^2}$,

Gleichung 4.2-29) $l = \dfrac{\left((1+r)^2 - 1\right) \cdot \Delta EV^{\max}}{\left(r^2 + r^3\right) \cdot \left(r^2 - 3r \cdot a + 3a^2 + \gamma\right)}$ und

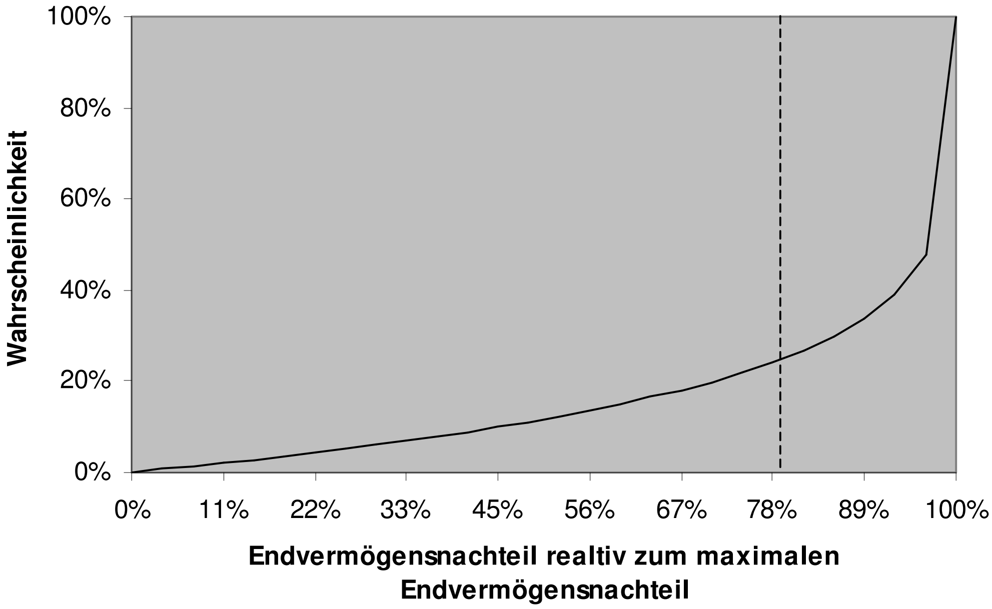
Gleichung 4.2-30) $\Delta EV^{\max} = AV \cdot \left(\left(1 + \left((1+r)^2 - 1\right) \cdot (1-s)\right) - \left(1 + r \cdot (1-s)\right)^2\right)$

Der Erwartungswert des Endvermögensverlustes ist somit nur vom Steuersatz s, dem Anfangsvermögen AV und der Effektivverzinsung r sowie, im Gegensatz zu Kapitel 4.2.2.1.1.1, von dem Gewichtungsmaß γ abhängig. Mit $\gamma \to \infty$, d.h. zunehmend gleich wahrscheinlichen Dividendenpfaden, geht der Erwartungswert in Gleichung 4.2-26 gegen den in Gleichung 4.2-16, im verwendeten Beispiel mit $AV = 100.000$, $s = 30\%$ und $r = 8\%$ gegen die bereits ermittelten 89,73 GE.

Die in Diagramm 4.2-6 verwendete maximale Gewichtung mittlerer Dividendenpfadausprägungen im Rahmen der verwendeten Gewichtungsfunktion mit $\gamma = 0$ führt zu einem erwarteten Endvermögensverlust von 115,26 GE, d.h. von 86% des maximalen Endvermögensverlustes.

Um das einseitig unten begrenzte Konfidenzintervall zum Konfidenzniveau $\beta = 0{,}75$ $KI^{0{,}75}$ zu bestimmen, muss die Verteilungsfunktion bekannt sein. Diese würde sich analog zu Kapitel 4.2.2.1.1.1 ergeben, indem man Gleichung 4.2-24 in Gleichung 4.2-23 einsetzt, die Umkehrfunktion bildet und normiert. Die Umkehrfunktion ist dabei aber nicht mit vertretbarem Aufwand analytisch zu bilden. Alternativ kann die Umkehrfunktion in einer diskreten Anzahl von Punkten mittels elektronischer Datenverarbeitung, bspw. Microsoft Excel Solver©, bestimmt werden. Man erhält folgende grafische Darstellung der Verteilungsfunktion.

Diagramm 4.2-7) Verteilungsfunktion $F(\Delta EV)$ der Endvermögensverluste bei ungleich verteilten Wahrscheinlichkeiten der Dividendenpfade ($AV = 100.000$; $s = 30\%$; $r = 8\%$; $n = 2$; $\gamma = 0$)



Die schraffierte Linie markiert das Konfidenzintervall zum Konfidenzniveau $\beta = 0{,}75$. Es ergibt sich $KI^{0,75}$ mit rund 80%. D.h., in 75% der Fälle werden Endvermögensverluste von mindestens 80% des maximalen Endvermögensverlustes realisiert.

Damit kommt man bei konstantem Steuersatz und zu mittleren Ausprägungen hin gewichteten Eintrittwahrscheinlichkeiten der möglichen Dividendenpfade im zweiperiodigen Anlagezeitraum zu folgenden Ergebnissen:

1) Sind Dividendenpfade mittlerer Ausprägung (bspw. bei einer Tendenz hin zu konstanten Dividenden) wahrscheinlicher als ungleichmäßige Dividendenpfade, so steigt die Anzahl der Fälle, in denen relativ hohe Endvermögensverluste bezogen auf den maximalen Endvermögensverlust realisiert werden.

2) Der Erwartungswert des Endvermögensverlustes lässt sich mit Gleichung 4.2-26 ermitteln. Dabei wird eine Gewichtungsfunktion dritten Grades mit γ als Gewichtungsmaß verwendet, wobei bei $\gamma = 0$ die maximale und bei $\gamma \to \infty$ keine Gewichtung erfolgt. Bei maximaler Gewichtung

($\gamma = 0$), d.h., bei der hier verwendeten Gewichtungsfunktion größten Wahrscheinlichkeit von Dividendenpfaden im mittleren Bereich, ergibt sich ein erwarteter Endvermögensverlust von 86% des maximalen Endvermögensverlustes. Dieser sinkt mit steigendem Gewichtungsmaß γ auf den bekannten Wert von 67% bei gleich verteilten Wahrscheinlichkeiten der Dividendenpfade.

3) Bei maximaler Gewichtung wird in 75% der Fälle ein Endvermögensverlust von rund 80% erzielt. Dieses Konfidenzintervall zum Konfidenzniveau $\beta = 0{,}75$ sinkt mit $\gamma \to \infty$ auf den bereits in Kapitel 4.2.2.1.1.1 ermittelten Wert von 42%.

4.2.2.1.2.2 Mehrperiodiger Anlagezeitraum

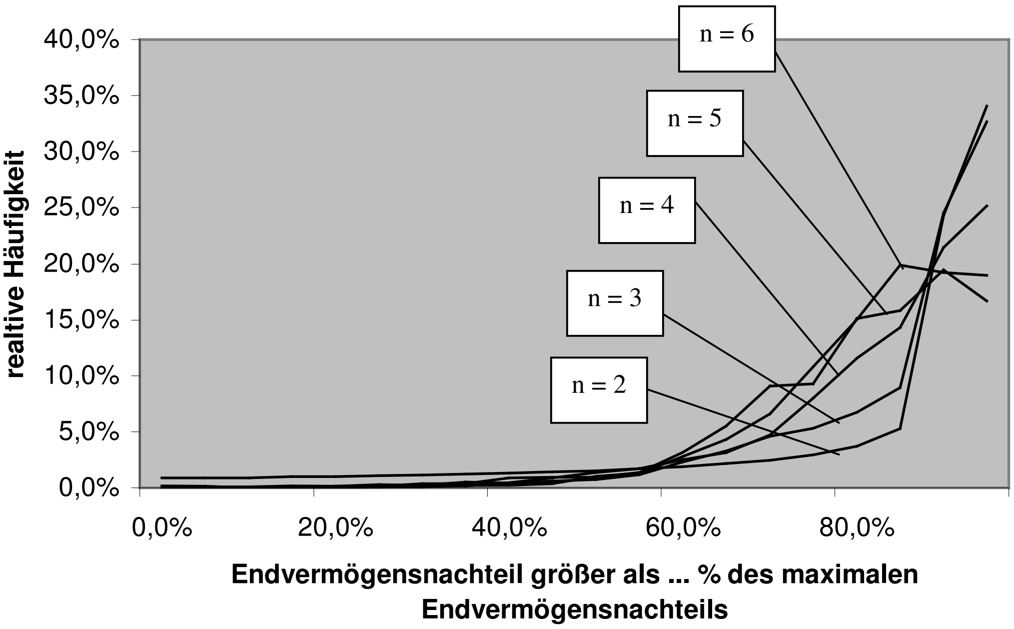
Die Analyse des Endvermögensverlustes im mehrperiodigen Anlagezeitraum bei ungleich verteilten Wahrscheinlichkeiten möglicher Dividendenpfade ergibt sich implizit aus der Vorgehensweise des Kapitels 4.2.2.1.1.2 und den Ergebnissen des vorangegangenen Kapitels 4.2.2.1.2.1. Es ist anzunehmen, dass nun Erwartungswert und Konfidenzintervall des Endvermögensverlustes über denen des Kapitels 4.2.2.1.1.2 liegen. Die Gewichtungsfunktion im mehrperiodigen Anlagezeitraum lautet:

Gleichung 4.2-31)

$$\tilde{r}_t(r_t) = \frac{\left(r_t - \frac{r^2 - \left(\left(1+r\right)^n - 1\right)^2}{3r - 3\cdot\left(\left(1+r\right)^n - 1\right)}\right)^3 + \left(\frac{r^2 - \left(\left(1+r\right)^n - 1\right)^2}{3r - 3\left(\left(1+r\right)^n - 1\right)}\right)^3 + \gamma \cdot r_t}{r^2 - 3r \cdot \frac{r^2 - \left(\left(1+r\right)^n - 1\right)^2}{3r - 3\left(\left(1+r\right)^n - 1\right)} + 3\left(\frac{r^2 - \left(\left(1+r\right)^n - 1\right)^2}{3r - 3\left(\left(1+r\right)^n - 1\right)}\right)^2 + \gamma}$$

Damit ergibt sich Diagramm 4.2-4 analog zur Vorgehensweise des Kapitels 4.2.2.1.1.2 mit:

Diagramm 4.2-8) Trendlinien der Häufigkeitsverteilungen des Endvermögensnachteils relativ zum maximalen Endvermögensnachteil bei ungleich wahrscheinlichen Dividendenpfaden ($AV = 100.000$; $s = 30\%$, $r = 8\%$ und $\gamma = 0$)[185]



Die Erwartungswerte der einzelnen Kurven ergeben sich analog zu Tabelle 4.1-11 wie folgt:

Tabelle 4.2-4) Erwartungswerte der Endvermögensnachteile gemessen am maximalen Endvermögensnachteil mit ungleich wahrscheinlichen Dividendenpfaden ($\gamma = 0$)

n	2	3	4	5	6
E(x)	82,05%	86,14%	83,77%	80,76%	82,32%

Dass der im vorangegangenen Kapitel ermittelte Erwartungswert des Endvermögensverlustes von 86% des maximalen Endvermögensverlustes im zweiperiodigen Anlagezeitraum hier in der Tabelle für $n = 2$ um 4 Prozentpunkte verfehlt wird, liegt an der Klassifizierung des Endvermögensverlustes.[186] Diese Abweichung soll für die weitere Argumentation in Kauf genommen werden. Der richtige Wert ist allerdings der im vorangegangenen Kapitel ermittelte.

Es lässt sich Folgendes feststellen: Bei geringen Anlagedauern sorgt die Gewichtung dafür, dass der Erwartungswert des Endvermögensverlustes steigt. Das Ergebnis überrascht im Hinblick auf das Ergebnis des vorangegangenen Kapitels nicht. Mit

[185] Hier im Diagramm sind die Trendlinien (gleitender Durchschnitt über 3 Größenklassen) abgetragen. Für die zu Grunde liegenden Häufigkeitsverteilungen siehe Anhang 18.

[186] Siehe Anhang 18.

steigender Anlagedauer nähert sich der Erwartungswert des Endvermögensverlustes scheinbar dem bei gleich verteilten Wahrscheinlichkeiten der Dividendenpfade an. Die Erklärung hierfür kann Diagramm 4.2-3 entnommen werden. Werden dort im dreiperiodigen Anlagezeitraum gewichtete, also bauchige Kurven anstatt der vorhandenen eingesetzt, sieht man, dass dies auch zu einer Häufung der Fälle in unteren Bereichen möglicher Endvermögensverluste führt. Zwar steigen innerhalb jeder in Diagramm 4.2-3 abgebildeten Kurve bei Gewichtung die Ausprägungen mit relativ hohen Endvermögensverlusten, die Niveaus der einzelnen Kurven und damit auch die der niedrigen bleiben davon aber unberührt. Dieser Effekt wird stärker, je höher die Anlagedauer ist.

Ohne dies mehr als grafisch beweisen zu können, soll davon ausgegangen werden, dass mit $n \to \infty$ der Erwartungswert des Endvermögensverlustes bei gewichteten (ungleich wahrscheinlichen) Dividendenpfaden dem bei ungewichteten (gleich wahrscheinlichen) Dividendenpfaden entspricht.

Die Gewichtungsfunktion ist so konstruiert, dass mit $\gamma = 0$ die maximale Gewichtung und mit $\gamma \to \infty$ die minimale Gewichtung realisiert wird, wobei näherungsweise gilt, dass die Ergebnisse für $\gamma = 0{,}1$ bereits $\gamma \to \infty$ entsprechen.

In Kenntnis der Zusammenhänge der letzten beiden Absätze kann damit die Faustformel für den Endvermögensverlust relativ zum maximalen Endvermögensverlust in Gleichung 4.2-21 für den mehrperiodigen Anlagezeitraum bei ungleich verteilten Wahrscheinlichkeiten der Dividendenpfade modifiziert werden zu:

Gleichung 4.2-32) $$\frac{E(n)_{app}}{\Delta EV^{\max}} = \frac{-0{,}42}{n + \dfrac{0{,}01}{\gamma + 0{,}000001}} + 0{,}84$$

Deutlich wird, auch im Hinblick auf Tabelle 4.2-4, dass mit zunehmender Gewichtung, d.h. mit $\gamma \to 0$, die Anzahl der Perioden immer weniger Einfluss auf den Endvermögensverlust relativ zum maximalen Endvermögensverlust haben. Der maximale Endvermögensverlust ist gem. ...

Gleichung 4.2-33) $$\Delta EV^{\max} = AV\Big(\big(1 + \big((1+r)^n - 1\big)\cdot(1-s)\big) - \big(1 + r\cdot(1-s)\big)^n\Big)$$

... allerdings doch von n abhängig. Damit ist der erwartete absolute Endvermögensverlust gem. Gleichung 4.2-32 und Gleichung 4.2-33 von n, AV, s und dem Gewichtungsmaß γ abhängig, aber nicht von den Ausprägungen des Dividendenpfades.

Analog zu Tabelle 4.2-3 ergeben sich die Konfidenzintervalle zum Konfidenzniveau $\alpha = 0{,}75$ mit[187]:

Tabelle 4.2-5) Konfidenzintervalle zum Konfidenzniveau $\beta = 0{,}75$ bei ungleich wahrscheinlichen Dividendenpfaden ($\gamma = 0$)

n	2	3	4	5	6
KI (0,75)	80,0%	80,0%	80,0%	75,0%	80,0%

Für $n = 2$ ergibt sich der bereits im vorangegangenen Kapitel ermittelte Wert für das Konfidenzintervall. Wie schon beim Erwartungswert wird deutlich, dass zum einen durch die Gewichtung mittlerer Ausprägungen von Dividendenpfaden das Konfidenzintervall bei geringen Anlagedauern im Vergleich zum Fall mit gleich wahrscheinlichen Dividendenpfaden steigt. Zum anderen aber werden mit steigender Anlagedauer die Ergebnisse bei gleich wahrscheinlichen Dividendenpfaden zunehmend realisiert.

Mit $\gamma = 0$, der maximalen Gewichtung, lässt sich hier eine Konstanz des Konfidenzintervalls beim in Kapitel 4.2.2.1.1.2 ermittelten Wert für hohe Anlagedauern von rund 80% feststellen. Damit kann die Faustformel des Kapitels 4.2.2.1.1.2 in Gleichung 4.2-22 modifiziert werden zu:

Gleichung 4.2-34)
$$\frac{KI^{0,75}{}_{app}}{\Delta EV^{\max}} = \frac{-0{,}78}{n + \dfrac{0{,}01}{\gamma + 0{,}000001}} + 0{,}81$$

4.2.2.1.3 Zusammenfassung der Ergebnisse bei konstantem Steuersatz

Die Ergebnisse der Analyse des Nachteils aus der Abweichung vom optimalen Einkünftepfad bei der Anlage ins Eigenkapital einer Kapitalgesellschaft im Vergleich zur Anlage ins Fremdkapital bei konstantem Steuersatz lassen sich mit den zwei ermittelten Formeln zusammenfassen.

Gleichung 4.2-35)
$$\frac{\Delta EV_{app}}{\Delta EV^{\max}} = \frac{-0{,}42}{n + \dfrac{0{,}01}{\gamma + 0{,}000001}} + 0{,}84$$

[187] Zur Ermittlung der Werte siehe Anhang 19.

Gleichung 4.2-36) $$\frac{KI^{0,75}{}_{app}}{\Delta EV^{\max}} = \frac{-0,78}{n + \frac{0,01}{\gamma + 0,000001}} + 0,81$$

Eingesetzt ergeben sich dabei folgende approximative Werte:

Tabelle 4.2-6) Erwartungswert des Endvermögensverlustes und Konfidenzintervalls zum Konfidenzniveau $\beta = 0,75$ bei konstantem Steuersatz

<table>
<tr><th></th><th></th><th>$n = 2$</th><th>$n = 5$</th><th>$n \to \infty$</th></tr>
<tr><td rowspan="2">mit gleich wahrscheinlichen Dividendenpfaden ($\gamma = 1$)</td><td>$\frac{\Delta EV_{app}}{\Delta EV^{\max}} =$</td><td>63%</td><td>76%</td><td>84%</td></tr>
<tr><td>$\frac{KI^{0,75}{}_{app}}{\Delta EV^{\max}} =$</td><td>42%</td><td>65%</td><td>81%</td></tr>
<tr><td rowspan="2">mit ungleich wahrscheinlichen Dividendenpfaden ($\gamma = 0$)</td><td>$\frac{\Delta EV_{app}}{\Delta EV^{\max}} =$</td><td colspan="3">84%</td></tr>
<tr><td>$\frac{KI^{0,75}{}_{app}}{\Delta EV^{\max}} =$</td><td colspan="3">81%</td></tr>
</table>

Der maximale Endvermögensverlust $\Delta EV^{\max}$ ergibt sich mit:

Gleichung 4.2-37) $$\Delta EV^{\max} = AV\left(\left(1 + \left((1+r)^n - 1\right) \cdot (1-s)\right) - \left(1 + r \cdot (1-s)\right)^n\right)$$

Zu den Annahmen und Vereinfachungen, die den beschriebenen Ergebnissen zu Grunde liegen, sei auf Kapitel 4.2.2.3 verwiesen.

4.2.2.2 Analyse bei progressivem Steuersatz

Die Analyse bei progressivem Steuersatz erfolgt in der gleichen Vorgehensweise wie die vorangegangene Analyse bei konstantem Steuersatz. Es soll der fiktive Steuertarif in Gleichung 2.4-2 des Kapitels 2.4.1 gelten. Als optimaler Pfad der Nominalzinsen im Rahmen der Fremdkapitalanlage wird auf das vereinfachte Ergebnis des Kapitels 4.1.3.2.3.2 zurückgegriffen. Optimal ist für die weiteren Analysezwecke damit die Stufenzinsanleihe mit konstanten Nominalzinsen $r_1 = r_2 = ... = r_n = r$. Der daraus resultierende Fehler soll im Hinblick auf dessen Unwesentlichkeit[188] vernachlässigt werden.

[188] Siehe dazu bspw. Kapitel 4.1.3.2.2.2.

4.2.2.2.1 Analyse mit gleich verteilten Eintrittswahrscheinlichkeiten möglicher Einkünftepfade

4.2.2.2.1.1 Zweiperiodiger Anlagezeitraum

Bereits in Kapitel 4.1.3.2.2.3 wurde der Endvermögensverlust aus der Verfehlung der optimalen Nominalzinssätze im Rahmen der Sensitivitätsanalyse dargestellt. Mit der vereinfachten optimalen Stufenzinsanleihe mit $r_1 = r_2 = ... = r_n = r$ ergibt sich nun das optimale Endvermögen mit:

Gleichung 4.2-38) $$EV^{\max} = AV \cdot (1 + r \cdot (1 - s_1)) \cdot (1 + r \cdot (1 - s_2))$$

Der Steuersatz s ist eine Funktion des zu versteuernden Einkommens mit:

Gleichung 4.2-39)

$$s[zvE] = \begin{cases} 0 & \text{für} \quad zvE \leq GF \\ \dfrac{B \cdot (zvE - GF)^2}{2A \cdot zvE} + \dfrac{s^{\min} \cdot (zvE - GF)}{zvE} & \text{für} \quad GF < zvE < OG \\ \dfrac{s^{\max} \cdot (zvE - GF)}{zvE} - \dfrac{A \cdot B}{2zvE} & \text{für} \quad zvE \geq OG \end{cases}$$

Die zu versteuernden Einkommen der beiden Perioden ergeben sich mit:

Gleichung 4.2-40) $zvE_1 = AV \cdot r$ und ...

Gleichung 4.2-41) $zvE_2 = AV \cdot (1 + r \cdot (1 - s_1)) \cdot r$

Generell ergibt sich das Endvermögen mit ...

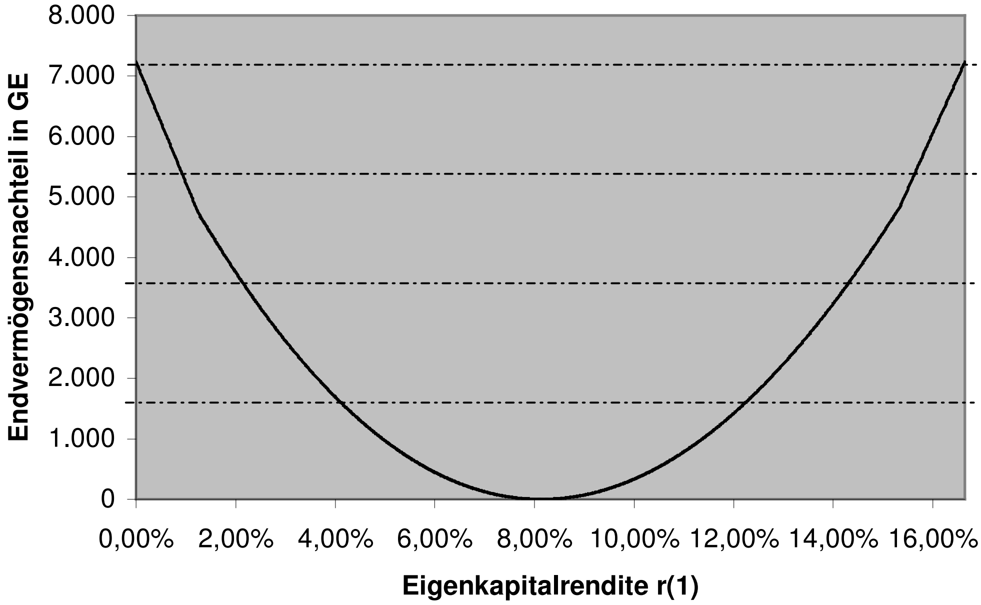
Gleichung 4.2-42) $$EV = AV \cdot (1 + r_1 \cdot (1 - s_1)) \cdot (1 + r_2 \cdot (1 - s_2))$$

... und somit der Endvermögensverlust mit:

Gleichung 4.2-43) $$\Delta EV = AV \cdot \begin{pmatrix} (1 + r \cdot (1 - s_1)) \cdot (1 + r \cdot (1 - s_2)) \\ -(1 + r_1 \cdot (1 - s_1)) \cdot (1 + r_2 \cdot (1 - s_2)) \end{pmatrix}$$

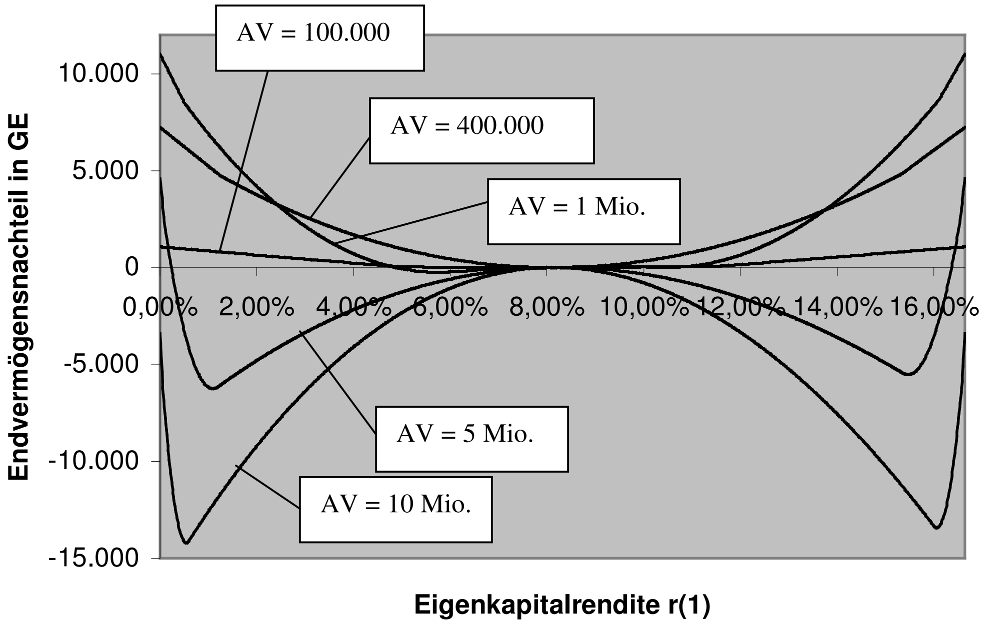
Aus Gleichung 4.2-43 und der Vorsteueräquivalenzbedingung sowie aus Gleichung 4.2-39, Gleichung 4.2-40 und Gleichung 4.2-41 ergibt sich damit der Endvermögensverlust in Abhängigkeit vom Nominalzinssatz r_1 von der Effektivverzinsung r, vom Anfangsvermögen AV und den Tarifparametern $s^{\min}$, $s^{\max}$, OG und GF wie folgt:

Diagramm 4.2-9) Endvermögensnachteil ΔEV in Abhängigkeit von der Eigenkapitalrendite r_1 bei progressivem Steuersatz ($AV = 400.000$; $r = 8\%$; $n = 2$; $s^{\min} = 15\%$; $s^{\max} = 50\%$; $GF = 5.000$; $OG = 60.000$)



Offensichtlich handelt es sich dem Grunde nach um die gespiegelte Kurve des Kapitels mit konstantem Steuersatz. Zu beachten ist hierbei allerdings, dass der Kurvenverlauf stark von Anfangsvermögen und dem damit zusammenhängenden Veranlagungsbereich im fiktiven Steuertarif abhängig ist. Nähert man sich zu versteuernden Einkommen um und unter dem Grundfreibetrag bei der optimalen Stufenzinsanleihe, so wird die Kurve zunehmend keilförmiger und flacher. Befinden sich die zu versteuernden Einkommen so weit im Proportionalbereich, dass von einem quasi konstanten Durchschnittssteuersatz gesprochen werden kann, nähert man sich den Ergebnissen der Kapitel bei konstantem Steuersatz. Die Kurve wird dabei zunehmend flacher und stellt sich schließlich spiegelbildlich dar. Aus dem Endvermögensnachteil aus der Abweichung von gleich verteilten Nominalzinsen wird mehr und mehr ein Endvermögensvorteil. Das folgende Diagramm veranschaulicht die Abhängigkeit der Kurve von AV:

Diagramm 4.2-10) Endvermögensnachteil ΔEV in Abhängigkeit von der Eigenkapitalrendite r_1 und vom Anfangsvermögen AV bei progressivem Steuersatz ($r = 8\%$; $n = 2$; $s^{\min} = 15\%$; $s^{\max} = 50\%$; $GF = 5.000$; $OG = 60.000$)



Für die weitere Untersuchung soll bei den Tarifparametern $s^{\min} = 15\%$, $s^{\max} = 50\%$, $GF = 5.000$ und $OG = 60.000$ von der Gültigkeit eines Kurvenverlaufs analog zu Diagramm 4.2-9 bis zu Anfangsvermögen von 1 Mio. GE ausgegangen werden. Bei Anfangsvermögen darüber hinaus wird auf die Ergebnisse des vorangegangenen Kapitels verwiesen, wobei Dividendenpfade in den Randbereichen $r_1 \approx 0\%$ und $r_1 \approx (1+r)^2 - 1$ genauer untersucht werden müssten.

Der im Folgenden verwendete Kurvenverlauf in Diagramm 4.2-9 stellt eine quadratische Funktion dar, von der drei Punkte mit $(0\%; \Delta EV^{\max})$, $(r;0)$ und $((1+r)^2 - 1; \Delta EV^{\max})$ bekannt sind. Damit kann der Zusammenhang in Kenntnis der Grundstruktur einer solchen quadratischen Gleichung approximativ dargestellt werden. Man erhält ähnlich zu Gleichung 4.2-10:

Gleichung 4.2-44) $$\Delta EV(r_1) = \frac{\Delta EV^{\max}}{r^2 + r^3} \cdot \left(r_1^2 - r_1 \cdot \left((1+r)^2 - 1\right)\right) + \Delta EV^{\max}$$

Das optimale Endvermögen wird maximal dann verfehlt, wenn die Nominalzinsen maximal aufgeschoben werden, also wenn ein Zero-Bond realisiert wird. Der maximale Endvermögensverlust ergibt sich daher unabhängig von der Ausprägung des Dividendenpfades mit:

Gleichung 4.2-45) $$\Delta EV^{\max} = AV \cdot \begin{pmatrix} (1 + r \cdot (1 - s_1)) \cdot (1 + r \cdot (1 - s_2)) \\ - \left(1 + \left((1+r)^2 - 1\right) \cdot (1 - s_{ZB})\right) \end{pmatrix}$$

Diagramm 4.2-9 lässt bereits vermuten, dass bei progressivem Steuersatz genau die spiegelbildlichen Ergebnisse am Ende der Analyse stehen wie bei konstantem Steuersatz, d.h. geringe Endvermögensverluste werden häufiger realisiert als hohe Endvermögensverluste in Bezug auf den maximalen Endvermögensverlust. Dementsprechend sind Erwartungswert und Konfidenzintervall eher niedrig.

Der Erwartungswert der Endvermögensnachteile ergibt sich wieder aus dem Mittelwertsatz mit ...

Gleichung 4.2-46) $$m = \frac{1}{b-a} \cdot \int_a^b f(x)dx$$ und

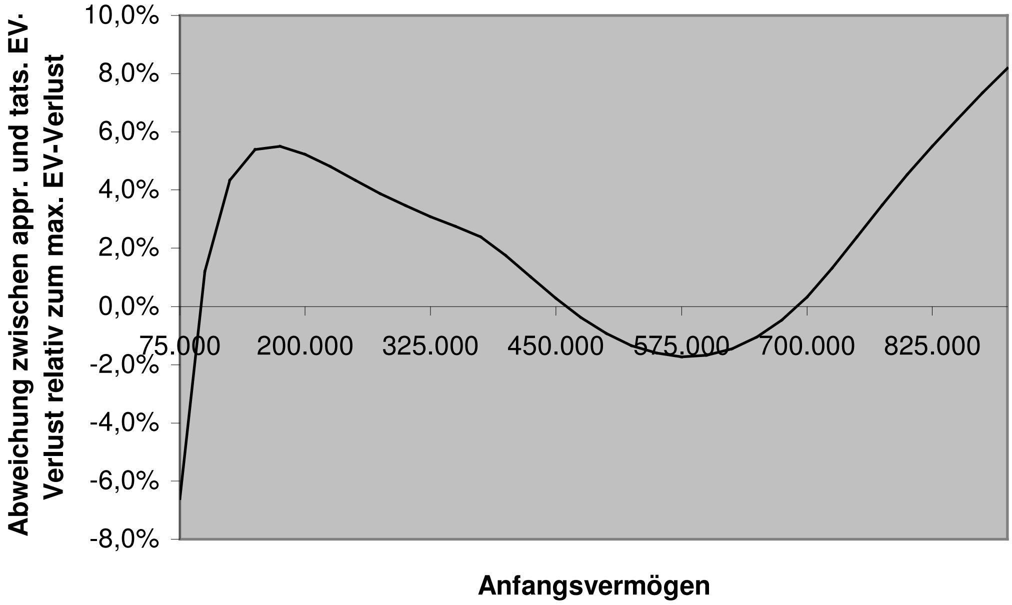
Gleichung 4.2-44 zu:

Gleichung 4.2-47) $$m = \frac{-\Delta EV^{\max} \cdot \left((1+r)^2 - 1\right)^2}{6\left(r^2 + r^3\right)} + \Delta EV^{\max}$$

Mit einem maximalen Endvermögensverlust gem. Gleichung 4.2-45 von rund 7.233 GE[189] ergibt sich im Beispiel des Diagramm 4.2-9 ein Erwartungswert des Endvermögensverlustes von rund 2.404 GE bzw. 33% des maximalen Endvermögensverlustes. Rechnet man mit der in Anhang 12 beschriebenen Systematik die Endvermögensnachteile mittels eines Tabellenverarbeitungsprogramms nach, erhält man jedoch einen erwarteten Endvermögensverlust von rund 2.280 GE bzw. 32% des maximalen Endvermögensverlustes. Diese Abweichung resultiert aus der Approximation des Zusammenhangs in Diagramm 4.2-9 durch Gleichung 4.2-44. Letztere berücksichtigt nicht die im Diagramm ersichtlichen „Knicke", die aus dem Grundfreibetrag resultieren. Die Abweichungen zwischen approximativ ermitteltem und tatsächlichem Erwartungswert (Mittelwert) der Endvermögensverluste ergibt sich wie folgt:

[189] Die Steuersätze ergeben sich dabei aus Gleichung 4.2-39 gerundet mit $s_1 = 19{,}90\%$, $s_2 = 20{,}68\%$ und $s_{ZB} = 31{,}78\%$.

Diagramm 4.2-11) Abweichung zwischen approximativ ermitteltem und tatsächlichem Endvermögensnachteil ΔEV relativ zum maximalen Endvermögensverlust in Abhängigkeit vom Anfangsvermögen AV ($r = 8\%$; $n = 2$; $s^{\min} = 15\%$; $s^{\max} = 50\%$; $GF = 5.000$; $OG = 60.000$)



Das Diagramm zeigt deutlich, dass mit hinreichender Genauigkeit nur Anfangsvermögen von ca. 100 TGE und 800 TGE im Hinblick auf den mit Gleichung 4.2-47 ermittelten erwarteten Endvermögensverlust betrachtet werden können. Mit hinreichender Genauigkeit können bei einer Effektivverzinsung von $r = 8\%$ nur Anfangsvermögen zwischen ca. 400 TGE und 700 TGE betrachtet werden. Je weiter die Anfangsvermögen zu versteuernde Einkommen im Bereich des Grundfreibetrages bzw. im Proportionalbereich generieren, desto weniger exakt ist die Approximation und desto größer ist die Abweichung zwischen approximiertem und tatsächlichem Erwartungswert des Endvermögensverlustes.

Für die weitere Analyse soll in den beschriebenen Grenzen zwischen 100 TGE und 800 TGE, d.h. im Bereich der Einschlägigkeit des Progressionsbereichs, von einem erwarteten Endvermögensverlust von 33% des maximalen Endvermögensverlustes[190] ausgegangen werden. Im Vergleich dazu beträgt dieser Erwartungswert bei konstantem Steuersatz 67%.

[190] Dieser ergibt sich aus Gleichung 4.2-39 und Gleichung 4.2-45.

Die Verteilungsfunktion ergibt sich aus Gleichung 4.2-44 analog zu Gleichung 4.2-13 in Kapitel 4.2.2.1.1.1 mit:

Gleichung 4.2-48)

$$F(\Delta EV) = \frac{1}{r} \cdot \sqrt{\frac{-\left(\Delta EV^{\max} - \Delta EV\right) \cdot \left(r^2 + r^3\right)}{\Delta EV^{\max}} + \left(\frac{(1+r)^2 - 1}{2}\right)^2} - \frac{(1+r)^2 - 1}{2r} + 1$$

Das Konfidenzintervall zum Konfidenzniveau $\beta = 0{,}75$ lässt sich damit formelmäßig ermitteln.

Gleichung 4.2-49) $$\frac{KI^{0,75}}{\Delta EV^{\max}} = \frac{0{,}5625 r^2 - 0{,}75 r \cdot \left((1+r)^2 - 1\right)}{r^2 + r^3} + 1$$

Man erhält mit $r = 8\%$ und einem maximalen Endvermögensverlust von 7.233 GE ein Konfidenzintervall $KI^{0,75}$ von 553 GE bzw. ein Konfidenzintervall relativ zum Endvermögensverlust von 7,6%. D.h., in 75% aller Fälle wird ein Endvermögensverlust von mindestens 7,6% des maximalen Endvermögensverlustes erzielt. Das analoge Konfidenzintervall bei konstantem Steuersatz beträgt dagegen 42%.

Durch „Abzählen" der Merkmalsausprägungen kann man das Konfidenzintervall auch über die Tabellenkalkulation in Anhang 12 ermitteln. Dabei erhält man ein Konfidenzintervall bei progressivem Steuersatz von 442 GE bzw. relativ zum maximalen Endvermögensverlust von 6,1%. Der Fehler resultiert wie auch beim Erwartungswert aus der Approximationsfunktion. Im Rahmen der bereits beim Erwartungswert diskutierten Ausprägungen des Anfangsvermögens bewegt sich der Fehler aber im für die weitere Analyse tolerierbaren Rahmen.

Damit ergeben sich bei progressivem Steuersatz, der durch den fiktiven Steuertarif generiert wird, und bei konstanten Eintrittswahrscheinlichkeiten der möglichen Dividendenpfade im zweiperiodigen Anlagezeitraum folgende Ergebnisse:

1) Im Gegensatz zum Fall bei konstantem Steuersatz werden bei progressivem Steuersatz überwiegend relativ niedrige Endvermögensverluste im Vergleich zum maximalen Endvermögensverlust erzielt.

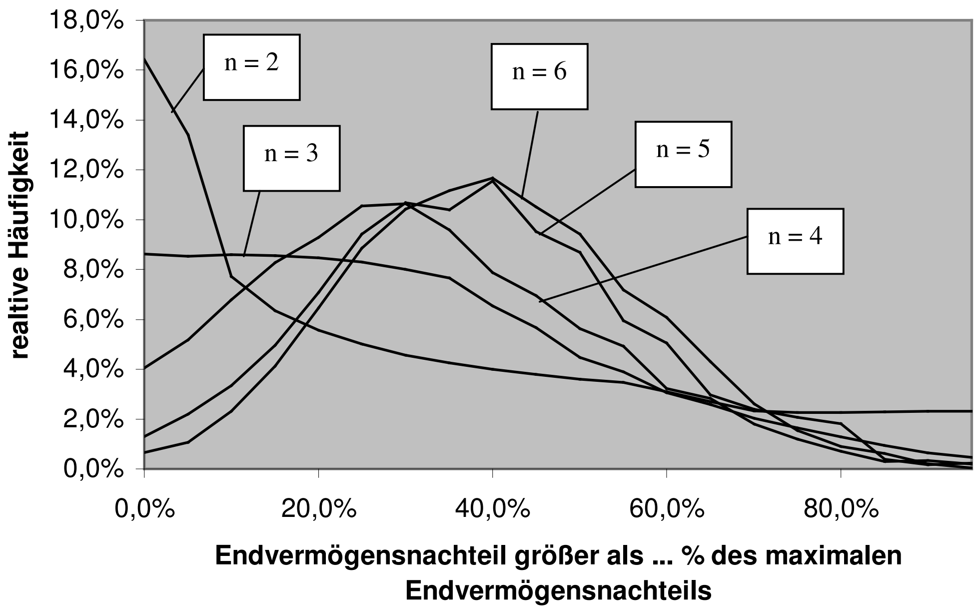
2) Der Erwartungswert des Endvermögensverlustes beträgt 33% des maximalen Endvermögensverlustes. Dieser lässt sich unabhängig vom Dividendenpfad in Kenntnis von AV, r und den Parametern des fiktiven Steuertarifs ermitteln.

3) In 75% der Fälle möglicher Dividendenpfade werden Endvermögensverluste von mindestens 7,6% des maximalen Endvermögensverlustes realisiert.

4.2.2.2.1.2 Mehrperiodiger Anlagezeitraum

Die Analyse dieses Kapitels erfolgt, analog zu Kapitel 4.2.2.1.1.2 bei konstantem Steuersatz, nun bei einem progressiven Steuersatz, der aus dem fiktiven Steuertarif resultiert. Nach wie vor sind die Wahrscheinlichkeiten für das Eintreten der möglichen Dividendenpfade gleich verteilt. Das Diagramm 4.2-4 des Kapitels bei konstantem Steuersatz ergibt sich nun, wie bereits vermutet, annähernd um eine Senkrechte bei 60% gespiegelt mit:

Diagramm 4.2-12) Trendlinien der Häufigkeitsverteilungen des Endvermögensnachteils relativ zum maximalen Endvermögensnachteil ($AV = 100.000$; $s^{\min} = 15\%$; $s^{\max} = 50\%$; $GF = 5.000$; $OG = 60.000$; $r = 8\%$)[191]



Die Erwartungswerte der einzelnen Kurven erhält man mit:

Tabelle 4.2-7) Erwartungswerte der Endvermögensnachteile gemessen am maximalen Endvermögensnachteil

n	2	3	4	5	6
E(x)	29,26%	29,83%	32,28%	38,64%	40,38%

[191] Hier im Diagramm sind die Trendlinien (gleitender Durchschnitt über 3 Größenklassen) abgetragen. Für die zu Grunde liegenden Häufigkeitsverteilungen siehe Anhang 20.

Den im vorangegangenen Kapitel ermittelten Erwartungswert von 33% des maximalen Endvermögensverlustes erkennt man hier wieder, abgesehen von einer Differenz, die aus der Klassifizierung und der Verwendung einer endlichen Anzahl von Dividendenpfaden resultiert.

Aus dem bereits in Diagramm 4.2-3 beschriebenen Effekt heraus nivelliert sich mit steigender Anlagedauer die Funktion des Endvermögensverlustes über der Eigenkapitalrendite zunehmend und sorgt dafür, dass der Erwartungswert des Endvermögensverlustes steigt.

Diagramm 4.2-7 lässt vermuten, dass der erwartete Endvermögensverlust gegen ca. 43% des maximalen Endvermögensverlustes konvergiert. Mit dieser Annahme und den ermittelten Werten aus Tabelle 4.2-7, die sich bei Variierung der verwendeten Parameter des fiktiven Steuertarifs nicht signifikant verändern, lässt sich eine Faustformel für den erwarteten Endvermögensverlust bei progressivem Steuersatz wie folgt ableiten:

Gleichung 4.2-50) $$E(n)_{app} = \frac{\arctan(0{,}9n-4)}{20} + 0{,}35$$

Diese Funktion besitzt zwei entscheidende Eigenschaften: Zum einen werden die Erwartungswerte für $n = 2$ bis $n = 6$ den ermittelten gut angenähert. Zum anderen konvergiert die Funktion mit $n \to \infty$ gegen den wahrscheinlichen Grenzwert von 43%.

Analog zu Tabelle 4.2-3 des Kapitels 4.2.2.1.1.2 ergeben sich nun die Konfidenzintervalle zum Konfidenzniveau $\beta = 0{,}75$ mit[192]:

Tabelle 4.2-8) Konfidenzintervalle zum Konfidenzniveau $\beta = 0{,}75$

n	2	3	4	5	6
KI (0,75)	5,0%	10,0%	20,0%	25,0%	30,0%

Der Wert für $n = 2$ entspricht, abgesehen von der Ungenauigkeit, die aus der Klassifizierung resultiert, dem des vorangegangenen Kapitels. Deutlich wird darüber hinaus, dass erwartungsgemäß die Konfidenzintervalle im Vergleich zum Kapitel bei konstantem Steuersatz relativ niedrig sind. D.h., in drei Viertel der Fälle möglicher Dividendenpfade werden nur relativ niedrige Endvermögensverluste gemessen am maximalen Endvermögensverlust realisiert.

[192] Siehe dazu Anhang 21.

Im Gegensatz zur vorangegangenen Analyse kann aus Tabelle 4.2-8 kein wirklich sinnvoller funktionaler Zusammenhang zwischen der Anlagedauer und dem Konfidenzintervall abgeleitet werden, da sich kein Grenzwert mit größer werdenden n abzeichnet. Die Ergebnisse der Tabelle sollen daher an dieser Stelle genügen.

Analog zu den Ergebnissen der vorangegangenen Kapitel gelangt man bei progressivem Steuersatz und bei konstanten Eintrittwahrscheinlichkeiten der möglichen Dividendenpfade im mehrperiodigen Anlagezeitraum zu folgenden Resultaten:

1) Gemessen am maximalen Endvermögensverlust treten niedrige Endvermögensverluste im Vergleich mit der Fremdkapitalanlage häufiger auf als hohe Endvermögensverluste. Je höher die Anlagedauer, desto größer wird allerdings die Menge relativ hoher Endvermögensverluste.

2) Der Erwartungswert des Endvermögensverlustes steigt von 30% des maximalen Endvermögensverlustes bei $n = 2$ auf approximativ 43% bei $n \to \infty$. Für beliebige Anlagezeiträume lässt sich der Erwartungswert anhand Gleichung 4.2-50 ermitteln. Der maximale Endvermögensverlust berechnet sich auch im mehrperiodigen Anlagezeitraum unabhängig vom Dividendenpfad in Kenntnis von AV und den Parametern des fiktiven Steuertarifs.

3) In 75% der Fälle möglicher Dividendenpfade werden Endvermögensverluste von mindestens 5% des maximalen Endvermögensverlustes bei $n = 2$ bis hin zu 30% bei $n = 6$ realisiert. Ein Grenzwert, gegen den das Konfidenzintervall mit steigenden n strebt, ließ sich im Rahmen der hier betrachteten Anlagedauer nicht identifizieren.

4.2.2.2.2 Analyse mit ungleich verteilten Eintrittswahrscheinlichkeiten möglicher Einkünftepfade

Analog zu Kapitel 4.2.2.1.2 erfolgt die Analyse des vorstehenden Kapitels nun mit gleichem Vorgehen allerdings unter der Annahme, dass mittlere Ausprägungen von Dividendenpfaden (Extremfall $r = r_t$) wahrscheinlicher sind als Ausprägungen am Rand des Spektrums (bspw. die vollständige Endfälligkeit von Eigenkapitalrenditen).

4.2.2.2.2.1 Zweiperiodiger Anlagezeitraum

Ausgangspunkt ist die approximative Funktion zur Bestimmung des Endvermögensnachteils in Gleichung 4.2-44:

Gleichung 4.2-51) $$\Delta EV(r_1) = \frac{\Delta EV^{\max}}{r^2 + r^3} \cdot \left(\tilde{r}_1^{\,2} - \tilde{r}_1 \cdot \left((1+r)^2 - 1\right)\right) + \Delta EV^{\max}$$

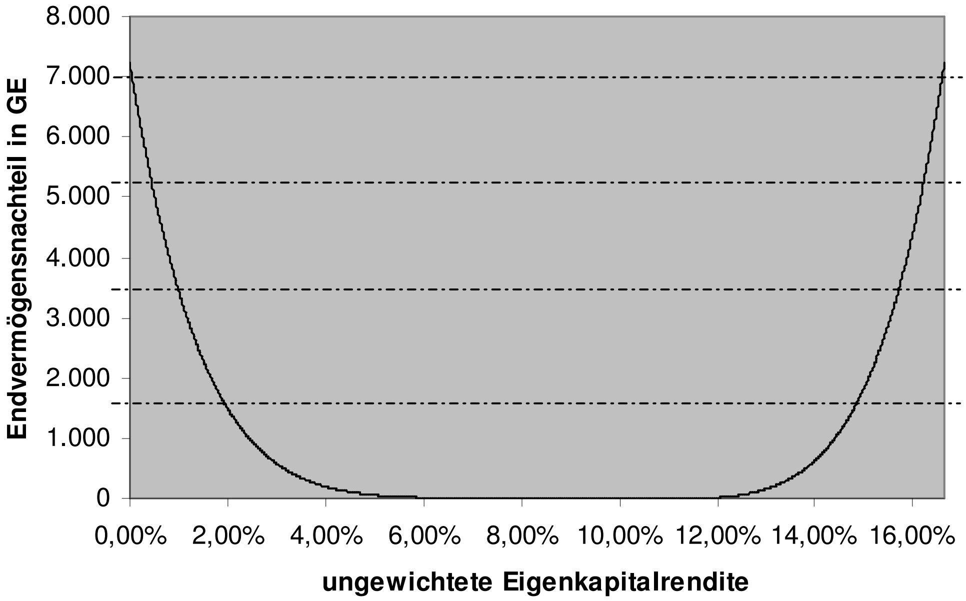
Dabei werden die Eigenkapitalrenditen $\tilde{r}_1$ und $\tilde{r}_2$ als gewichtete Eigenkapitalrenditen r_1 und r_2 mit der bereits bekannten Gewichtungsfunktion ...

Gleichung 4.2-52)

$$\tilde{r}_1(r_1) = \frac{\left(r_1 - \frac{r^2 - \left((1+r)^n - 1\right)^2}{3r - 3\left((1+r)^n - 1\right)}\right)^3 + \left(\frac{r^2 - \left((1+r)^n - 1\right)^2}{3r - 3\left((1+r)^n - 1\right)}\right)^3 + \gamma \cdot r_1}{r^2 - 3r \cdot \frac{r^2 - \left((1+r)^n - 1\right)^2}{3r - 3\left((1+r)^n - 1\right)} + 3\left(\frac{r^2 - \left((1+r)^n - 1\right)^2}{3r - 3\left((1+r)^n - 1\right)}\right)^2 + \gamma}$$

… verwendet. Damit ergibt sich nun die grafische Darstellung des Endvermögensnachteils bei maximaler Gewichtung wie folgt:

Diagramm 4.2-13) Endvermögensnachteil ΔEV in Abhängigkeit von der ungewichteten Eigenkapitalrendite r_1 bei progressivem Steuersatz ($AV = 400.000$; $s^{\min} = 15\%$; $s^{\max} = 50\%$; $GF = 5.000$; $OG = 60.000$; $r = 8\%$; $n = 2$)



Deutlich wird, dass es jetzt noch weniger Dividendenpfade gibt, bei denen relativ hohe Endvermögensnachteile realisiert werden, als im Falle gleich wahrscheinlicher Dividendenpfade. Erwarteter Endvermögensnachteil und Konfidenzintervall dürften niedriger ausfallen.

Über den Mittelwertsatz[193] ergibt sich nun der erwartete Endvermögensverlust gemessen am maximalen Endvermögensverlust mit[194]:

Gleichung 4.2-53)

$$m = \begin{pmatrix} \frac{1}{7}\left(2r + r^2\right)^6 - \left(2r + r^2\right)^5 \cdot a + 3\left(2r + r^2\right)^4 \cdot a^2 + 3\left(2r + r^2\right)^2 \cdot a^4 + 2\left(2r + r^2\right)^2 \cdot a^2 \gamma \\ + \frac{1}{3}\left(2r + r^2\right)^2 \cdot \gamma^2 + \frac{2}{5}\left(2r + r^2\right)^4 \cdot \gamma - \frac{9}{2}\left(2r + r^2\right)^3 a^3 - \frac{3}{2}\left(2r + r^2\right)^3 \cdot a \cdot \gamma \end{pmatrix} \cdot k$$
$$+ \left(\frac{1}{4}\left(2r + r^2\right)^3 - \left(2r + r^2\right)^2 \cdot a + \frac{3}{2}\left(2r + r^2\right) \cdot a^2 + \frac{1}{2}\gamma \cdot \left(2r + r^2\right) \right) \cdot l + \Delta EV^{\max}$$

Die verwendeten Parameter sind:

Gleichung 4.2-54) $$a = \frac{3r + 4r^2 + r^3}{3 + 3r}$$

Gleichung 4.2-55) $$k = \frac{\Delta EV^{\max}}{\left(r^2 + r^3\right) \cdot \left(r^2 - 3r \cdot a + 3a^2 + \gamma\right)^2}$$

Gleichung 4.2-56) $$l = -\frac{\left((1 + r)^2 - 1\right) \cdot \Delta EV^{\max}}{\left(r^2 + r^3\right) \cdot \left(r^2 - 3r \cdot a + 3a^2 + \gamma\right)}$$

Der maximale Endvermögensverlust ergibt sich analog Gleichung 4.2-45. Für das Beispiel in Diagramm 4.2-13 mit maximaler Gewichtung, d.h. $\gamma = 0$, erhält man einen erwarteten Endvermögensverlust von rund 1.030 GE bzw. 14% des maximalen Endvermögensverlustes. Dieser liegt, wie vermutet, unter dem erwarteten Endvermögensverlust bei gleich wahrscheinlichen Dividendenpfaden. Mit abnehmender Gewichtung, d.h. mit $\gamma \to \infty$, geht der erwartete Endvermögensverlust gegen den bereits bei gleich wahrscheinlichen Dividendenpfaden ermittelten.

Die Verteilungsfunktion kann analog zu Kapitel 4.2.2.1.2.1 nur mittels elektronischer Datenverarbeitung punktuell ermittelt und ausgewertet werden, bspw. mittels Microsoft Excel Solver©. In Kenntnis der Verteilungsfunktion kann nun der Wert des Endvermögensnachteils ermittelt werden, der einen Verteilungswert von $1 - \beta$,

[193] Siehe Fußnote 169.
[194] Ermittlung der Formel analog zu Anhang 17.

d.h. von 25% generiert. Hier im Beispiel erhält man ein Konfidenzintervall von rund 13 GE bzw. 0,2%. Das bedeutet, dass in 75% der Fälle möglicher Dividendenpfade Endvermögensnachteile von mindestens 0,2% realisiert werden. Darin kommt der mehr als deutliche Trend hin zu niedrigen Endvermögensnachteilen zum Ausdruck.

Damit ergeben sich bei progressivem Steuersatz und zu mittleren Ausprägungen hin gewichteten Eintrittwahrscheinlichkeiten der möglichen Dividendenpfade im zweiperiodigen Anlagezeitraum folgende Ergebnisse:

1) Sind Dividendenpfade mittlerer Ausprägung (bspw. bei Tendenz hin zu konstanten Dividenden) wahrscheinlicher als ungleichmäßige Dividendenpfade, so steigt die Anzahl der Fälle, in denen relativ niedrige Endvermögensverluste bezogen auf den maximalen Endvermögensverlust realisiert werden.

2) Der Erwartungswert des Endvermögensverlustes lässt sich mit Gleichung 4.2-53 ermitteln. Bei maximaler Gewichtung ($\gamma = 0$), d.h. bei der im Rahmen der verwendeten Gewichtungsfunktion größten Wahrscheinlichkeit von Dividendenpfaden im mittleren Bereich, ergibt sich ein erwarteter Endvermögensverlust von 14% des maximalen Endvermögensverlustes. Dieser steigt mit steigendem Gewichtungsmaß γ auf den bekannten Wert von 30% bei gleich verteilten Wahrscheinlichkeiten der Dividendenpfade.

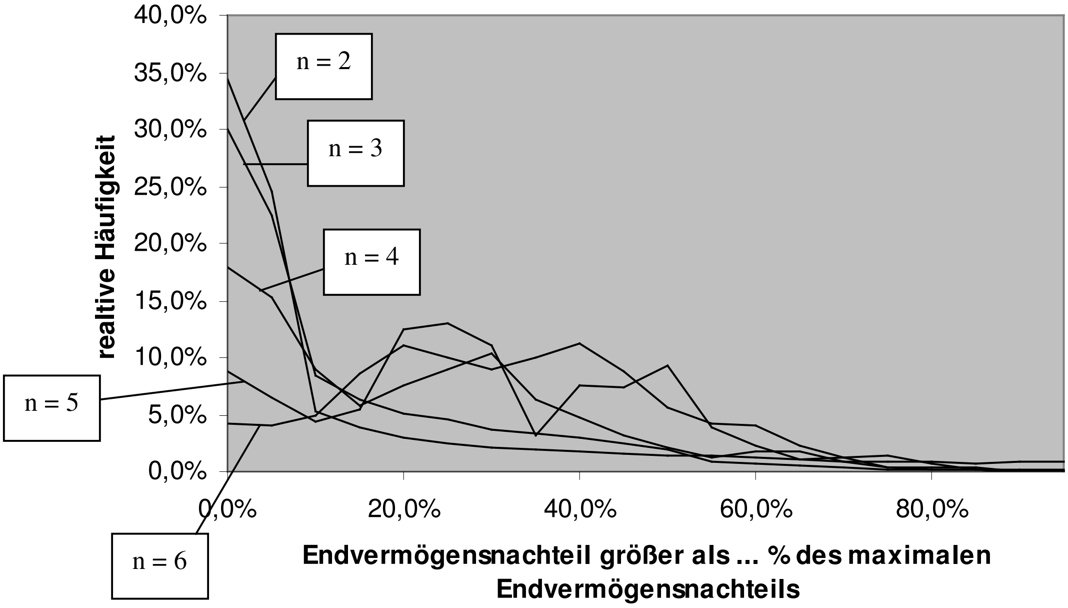
3) Bei maximaler Gewichtung wird in 75% der Fälle ein Endvermögensverlust von mindestens 0,2% erzielt. Dieses Konfidenzintervall zum Konfidenzniveau $\alpha = 0{,}75$ steigt mit $\gamma \to \infty$ auf den bereits im vorangegangenen Kapitel ermittelten Wert von 5%.

4.2.2.2.2.2 Mehrperiodiger Anlagezeitraum

Analog zu Kapitel 4.2.2.1.2.2 ergibt sich die Analyse bei progressivem Steuersatz, mehrperiodiger Anlagedauer und ungleich wahrscheinlichen Dividendenpfaden, indem die Analyse des Kapitels 4.2.2.1.1.2 mit der bereits bekannten Gewichtungsfunktion in Gleichung 4.2-31 und mit dem fiktiven Steuertarif aus Gleichung 4.2-39 zur Ermittlung des Steuersatzes wiederholt wird.

Diagramm 4.2-12 ergibt sich jetzt deutlich ungleichmäßiger mit:

Diagramm 4.2-14) Trendlinien der Häufigkeitsverteilungen des Endvermögensnachteils relativ zum maximalen Endvermögensnachteil bei ungleich wahrscheinlichen Dividendenpfaden ($AV = 100.000$; $s^{min} = 15\%$, $s^{max} = 50\%$, $GF = 5.000$, $OG = 60.000$; $\gamma = 0$ und $r = 8\%$)[195]



Die Verwendung des fiktiven Steuertarifs und der Gewichtungsfunktion verstärken die Problematik, dass im Rahmen von Tabellenkalkulationsprogrammen[196] vor allem mit steigender Anlagedauer (Exponentialeffekt) nur diskrete, recht große Intervalle von Eigenkapitalrenditen berücksichtigt werden können und nie das ganze Spektrum.

Diagramm 4.2-14 verdeutlich aber den Trend zu niedrigen Endvermögensverlusten, der bereits im vorangegangenen Kapitel im zweiperiodigen Anlagezeitraum deutlich geworden ist. Vermutlich wird mit steigender Anlagedauer ein erwarteter Endvermögensverlust zwischen 30% und 40% realisiert. Im Beispiel des Diagramms ergeben sich konkret folgende Mittelwerte:

Tabelle 4.2-9) Erwartungswerte der Endvermögensnachteile gemessen am maximalen Endvermögensnachteil

n	2	3	4	5	6
E(x)	12,14%	11,69%	19,84%	29,47%	32,08%

Vermutlich konvergiert der Erwartungswert gegen 35%. Nimmt man diesen Wert an, so lässt sich aus der vorstehenden Tabelle und eine approximative Funktion des

[195] Hier im Diagramm sind die Trendlinien (gleitender Durchschnitt über 3 Größenklassen) abgetragen. Für die zu Grunde liegenden Häufigkeitsverteilungen siehe Anhang 22.
[196] Siehe dazu bspw. Anhang 12.

erwarteten Endvermögensverlustes in Abhängigkeit der Anlagedauer ableiten. Dabei wird das Gewichtungsmaß γ so berücksichtigt, dass mit $\gamma = 0$ (maximale Gewichtung) die Werte dieses Kapitels und mit $\gamma = 1$ (annähernd für $\gamma \to \infty$, minimale Gewichtung) die Ergebnisse des Kapitels 4.2.2.2.1.2 approximiert werden. Es ergibt sich:

Gleichung 4.2-57) $$E(n)_{app} = \frac{\arctan(0{,}9n - 4)}{20 - \frac{0{,}9}{\gamma + 0{,}1}} + 0{,}35 - \frac{0{,}013}{\gamma + 0{,}1}$$

Analog zu Tabelle 4.2-8 ohne Gewichtung ergeben sich nun die Konfidenzintervalle zum Konfidenzniveau $\beta = 0{,}75$ bei $\gamma = 0$ mit[197]:

Tabelle 4.2-10) Konfidenzintervalle zum Konfidenzniveau $\beta = 0{,}75$ ($\gamma = 0$)

n	2	3	4	5	6
KI (0,75)	0,0%	0,0%	5,0%	20,0%	20,0%

Da bereits im Kapitel mit gleich wahrscheinlichen Dividendenpfaden kein sinnvoller funktionaler Zusammenhang zwischen $KI^{0,75}$ und n formuliert werden konnte, soll auch an dieser Stelle darauf verzichtet werden.

4.2.2.2.3 Zusammenfassung der Ergebnisse bei progressivem Steuersatz

Der erwartete Endvermögensverlust aus der Abweichung vom optimalen Einkünftepfad bei der Anlage ins Eigenkapital einer Kapitalgesellschaft im Vergleich zur Anlage ins Fremdkapital bei progressivem Steuersatz lässt sich relativ zum maximal möglichen Endvermögensverlust mit folgender Formel approximativ darstellen:

Gleichung 4.2-58) $$\frac{\overline{\Delta EV}_{app}}{\Delta EV^{\max}} = \frac{\arctan(0{,}9n - 4)}{20 - \frac{0{,}9}{\gamma + 0{,}1}} + 0{,}35 - \frac{0{,}013}{\gamma + 0{,}1}$$

Im Gegensatz zur Analyse bei konstantem Steuersatz lässt sich eine solche Approximationsfunktion für das Konfidenzintervall zum Konfidenzniveau $\alpha = 0{,}75$ nicht aufstellen. Es sei an dieser Stelle auf die in den Kapiteln mittels Tabellenkalkulationsprogrammen ermittelten Werte verwiesen.

[197] Siehe dazu Anhang 23.

Es ergeben sich damit die approximativen Werte für den erwarteten Endvermögensverlust und die diskret ermittelten Werte für die Konfidenzintervalle analog zu Tabelle 4.1-1 mit:

Tabelle 4.2-11) Erwartungswert des Endvermögensverlustes und Konfidenzintervall zum Konfidenzniveau $\beta = 0{,}75$ bei progressivem Steuersatz

		$n = 2$	$n = 5$	$n \to \infty$
mit gleich wahrscheinlichen Dividendenpfaden ($\gamma = 1$)	$\frac{\Delta EV_{app}}{\Delta EV^{\max}} =$	28%	36%	42%
	$\frac{KI^{0,75}}{\Delta EV^{\max}} =$	5%	25%	(30%)
mit ungleich wahrscheinlichen Dividendenpfaden ($\gamma = 0$)	$\frac{\Delta EV_{app}}{\Delta EV^{\max}} =$	12%	26%	36%
	$\frac{KI^{0,75}}{\Delta EV^{\max}} =$	~ 0%	20%	(20%)

Für das Konfidenzintervall ließ sich kein Grenzwert mit $n \to \infty$ identifizieren, daher sind hier in Klammern die Werte für $n = 6$, den höchsten mittels Tabellenkalkulation analysierten Anlagezeitraum, eingetragen.

Der maximale Endvermögensverlust im zweiperiodigen Anlagezeitraum $\Delta EV^{\max}$ ergibt sich mit:

Gleichung 4.2-59)
$$\Delta EV^{\max} = AV \cdot \begin{pmatrix} (1 + r \cdot (1 - s_1)) \cdot (1 + r \cdot (1 - s_2)) \\ - \left(1 + \left((1 + r)^2 - 1\right) \cdot (1 - s_3)\right) \end{pmatrix}$$

Die dabei einzusetzenden durchschnittlichen Steuersätze ergeben sich aus dem fiktiven Steuertarif mit:

Gleichung 4.2-60)

$$s[zvE] = \begin{cases} 0 & \textit{für} \quad zvE \leq GF \\ \frac{B \cdot (zvE - GF)^2}{2A \cdot zvE} + \frac{s^{\min} \cdot (zvE - GF)}{zvE} & \textit{für} \quad GF < zvE < OG \\ \frac{s^{\max} \cdot (zvE - GF)}{zvE} - \frac{A \cdot B}{2zvE} & \textit{für} \quad zvE \geq OG \end{cases}$$

Dabei sind wiederum folgende zu versteuernde Einkommen zu verwenden:

Gleichung 4.2-61) $zvE_1 = AV \cdot r$

Gleichung 4.2-62) $zvE_2 = AV \cdot (1 + r \cdot (1 - s_1)) \cdot r$

Gleichung 4.2-63) $zvE_{ZB} = AV \cdot ((1 + r)^2 - 1)$

Gleichung 4.2-59 bis Gleichung 4.2-63 können analog auch für den mehrperiodigen Anlagezeitraum aufgestellt werden.

Zu den Annahmen und Vereinfachungen, die den beschriebenen Ergebnissen zu Grunde liegen, sei auf das folgende Kapitel verwiesen.

4.2.2.3 Diskussion der getroffenen Annahmen und vorgenommenen Vereinfachungen

Im Rahmen der vorstehenden Analyse des Nachteils aus der Abweichung vom optimalen Einkünftepfad im Rahmen der Eigenkapitalanlage in eine Kapitalgesellschaft wurden bestimmte Annahmen und Vereinfachungen getroffen, die zu einer Verfehlung des tatsächlichen Ergebnisses führen können. Im Folgenden sollen diese Annahmen und Vereinfachungen kurz diskutiert werden.

1) Die Analyse bei progressivem Steuersatz geht davon aus, dass der Anleger keine weiteren Einkünfte als die aus Kapitalvermögen, welche wiederum nur aus der betrachteten Kapitalanlage resultieren, bezieht. Diese Modelleinschränkung kann in zweierlei Hinsicht abgeschwächt werden. Zum einen können analog zu Kapitel 4.1.3.3 im Zeitablauf konstante andere Einkünfte, bspw. aus nichtselbständiger Arbeit, durch eine Modifikation der Funktion des fiktiven Steuertarifs im Sinne einer Rechtsverschiebung der Ordinate berücksichtigt werden. Zum anderen kann bei anderen Einkünften über der oberen Progressionsgrenze auf eine Differenzsteuersatzbetrachtung zurückgegriffen werden. Auf den Einkünften aus der Kapitalanlage lastet dann der konstante Differenzsteuersatz von $s^{\max}$.

2) Das zentrale Ergebnis der Analyse ist die Approximationsfunktion für den erwarteten Endvermögensverlust. Diese basiert auf mittels Microsoft Excel©[198] anhand einer diskreten Anzahl von Dividendenpfaden ermittelten Mittelwerten von Endvermögensverlusten. Im zweiperiodigen Anlagezeit-

[198] Zum grundsätzlichen Berechnungsschema der Tabellenkalkulation siehe Anhang 12.

raum entsprechen die Ergebnisse annähernd denen der jeweils vorangegangenen analytischen Untersuchung. Abweichungen zwischen den analytischen und den programmmäßig ermittelten Ergebnissen resultieren aus der Verwendung diskreter Klassen von Endvermögensverlusten bei der Auswertung der Daten aus der Tabellenverarbeitung. Im drei- bis sechsperiodigen Anlagezeitraum liegen der Approximationsfunktion nur die Werte aus der Tabellenkalkulation zu Grunde. Eine analytische Untersuchung ist im mehr als zweiperiodigen Anlagezeitraum nicht mit vertretbarem mathematischem Aufwand durchführbar. Der zur Bestimmung der Approximationsfunktion darüber hinaus notwenige Grenzwert mit $n \to \infty$ wird anhand grafischer Darstellungen geschätzt. Die recht gute Übereinstimmung zwischen analytischer und programmmäßiger Vorgehensweise im zweiperiodigen Anlagezeitraum und die grafischen Auswertungen der Ergebnisse der Tabellenkalkulation lassen allerdings die Annahme zu, dass die approximative Gleichung zur Bestimmung des erwarteten Endvermögensverlustes den tatsächlichen erwarteten Endvermögensverlust mit für die weitere Analyse hinreichend guter Genauigkeit widerspiegelt.

3) Die Gewichtungsfunktion in Gleichung 4.2-24 ist nicht empirisch. Ob Unternehmen tatsächlich eher konstante Dividendenpfade anstreben und damit mittlere Ausprägungen von Dividendenpfaden wahrscheinlicher sind als ungleichmäßige, wird im Rahmen dieser Arbeit nicht analysiert und diskutiert. Als Gewichtungsmaß wird γ gewählt, wobei gelten muss: $\gamma \geq 0$. Mit $\gamma = 0$ wird die im Rahmen der verwendeten Gewichtungsfunktion maximale Gewichtung erzielt. Diagramm 4.2-6 verdeutlicht, dass durchaus auch noch stärkere Gewichtungen denkbar wären. Diese können jedoch nicht mit der verwendeten Gewichtungsfunktion abgebildet werden.

4) Der progressive Charakter des durchschnittlichen Steuersatzes im fiktiven Steuertarif wird bei hohen zu versteuernden Einkommen zunehmend schwächer. Bei sehr hohen zu versteuernden Einkommen kann de facto von einem konstanten durchschnittlichen Steuersatz ausgegangen werden. Es gelten die Ergebnisse des entsprechenden Kapitels. Beim Übergang von progressivem zu de facto konstantem durchschnittlichen Steuersatz existiert eine „Grauzone“ in der ggf. weder die Ergebnisse bei progressivem noch bei konstantem Steuersatz sinnvoll angewendet werden können. Kapitel 4.2.2.2.1.1 begrenzt

dabei die Aussagefähigkeit der Analyse mit den Tarifparametern $s^{\min} = 15\%$, $s^{\max} = 50\%$, $GF = 5.000$ und $OG = 60.000$ auf Anfangsvermögen von bis zu 1 Mio. GE. Für die genannte „Grauzone“ kann nur fallweise mittels elektronischer Datenverarbeitung argumentiert werden, bspw. anhand des Schemas in Anhang 12.

4.2.3 Vor- bzw. Nachteil aufgrund des Dividendenbesteuerungssystems

Im vorangegangenen Kapitel wurde der Nachteil analysiert, der dem Anleger aus der Abweichung vom optimalen Einkünftepfad im Rahmen der Eigenkapitalanlage in eine Kapitalgesellschaft im Vergleich zur Fremdkapitalanlage erwächst.

Jetzt soll der Vor- bzw. Nachteil aus den international unterschiedlichen Dividendenbesteuerungssystemen diskutiert und quantifiziert werden. Dabei wird kurz erläutert, warum die Besteuerung auf Unternehmensebenen im Rahmen dieser Fragestellung ausgeblendet werden kann. Anschließend werden aus den bereits in Kapitel 3.2.2.1 beschriebenen Besteuerungssystemen sog. Ermäßigungsfaktoren auf den Steuersatz abgeleitet. Abschließend wird der Vor- bzw. Nachteil aus der Dividendenbesteuerung quantifiziert.

Im Rahmen der Analyse dieses Kapitels wird vorerst angenommen, dass der Anleger im Eigenkapital den gleichen Einkünftepfad wie der Anleger im Fremdkapital, also den optimalen Einkünftepfad, realisiert. Der Nachteil aus der Abweichung vom Einkünftepfad wird damit vorerst ausgeblendet.

Eine Synthese des Nachteils aus dem Einkünftepfad und einem ggf. bestehenden Vorteil aus dem Dividendenbesteuerungssystem zur abschließenden Beurteilung der Vor- oder Nachteiligkeit der Anlage ins Eigenkapital einer Kapitalgesellschaft erfolgt anschleißend in Kapitel 4.2.4.

4.2.3.1 Einfluss der Besteuerung auf Unternehmensebene

Im internationalen Vergleich differieren die Steuerbelastungen für den Kapitalanleger nicht nur durch verschiedene persönliche Einkommensteuersätze, sondern auch durch unterschiedliche Steuerbelastungen für die Kapitalgesellschaft. Insbesondere bei Letztgenannter kann nicht ausschließlich auf die Unterschiede in den Körperschaftsteuersätzen abgestellt werden, sondern es müssen effektive Steuerbelastungen verglichen werden, die sowohl aus Unterschieden im Steuersatz als auch in der Bemessungsgrundlage herrühren.[199] Dabei ist der Vergleich im Hinblick auf die Bemessungsgrundlage besonders komplex, da diese von Land zu Land durch eine Vielzahl nationaler steuerlicher Rechnungslegungsvorschriften stark variieren.

Es stellt sich die Frage, ob im Hinblick auf die Fragestellung dieser Arbeit überhaupt auf die Besteuerung auf Unternehmensebene eingegangen werden muss oder ob diese für die Entscheidung des Kapitalanlegers irrelevant ist und damit ausgeblendet werden kann.

Zunächst soll folgende Hypothese aufgestellt werden: Unterschiedliche Körperschaftsteuersätze sorgen bei vollständigem Finanzmarkt lediglich dafür, dass die von höheren Steuersätzen betroffenen Unternehmen eine höhere Vorsteuerrendite erwirtschaften müssen, um in den Anlagepräferenzen der Vielzahl internationaler Anleger nicht nachrangig zu werden. Aus Sicht des Anlegers, d.h. im Vergleich der Nach(unternehmen)steuerrenditen, sind alle Anlagemöglichkeiten gleichwertig.

Folgendes Beispiel soll diese erste Überlegung verdeutlichen: Der Anleger A hat die Wahl zwischen zwei Unternehmen U1 und U2 in zwei unterschiedlichen Ländern. Beide erwirtschaften eine Vorsteuerrendite von 10%. A möchte 100 TGE anlegen. In Land 1 gilt ein Körperschaftsteuersatz von 20%, in Land 2 von 25%. Wenn man annimmt, dass alle weiteren Faktoren konstant für beide Anlagealternativen sind, ist A im Hinblick auf den Vorsteuerertrag von jeweils 10 TGE aus der Anlage indifferent zwischen einer Eigenkapitalanlage in U1 und U2. Nach Unternehmenssteuern ergibt sich allerdings aus U1 für A ein Ertrag von 8 TGE, aus U2 von 7,5 TGE. A wird die Anlage in U1 wählen und nicht mit Verweis auf die Vorsteuerrendite nach wie vor indifferent sein. Um überhaupt noch Eigenkapital aufnehmen zu können, muss das Unternehmen 2 seine Vorsteuerrendite erhöhen (und zwar auf 10,67 %) oder seinen Standort in Land 1 verlegen, um überhaupt noch am Markt bestehen zu können. Nach kurzer Zeit hat A wieder die Wahl zwischen gleichen Dividenden von 8 TGE.

Das beschriebene Beispiel ist solange plausibel, wie die Annahme getroffen wird, dass der Anlagebetrag AV einen Anteil am Eigenkapital darstellt. Auf diesen wird dann über die Eigenkapitalrendite die Dividende, d.h. der Kapitalertrag ermittelt. Bei Kauf von Unternehmensaktien ist es aber i.d.R. so, dass der Anlagebetrag AV den Preis für einen bestimmten Eigenkapitalanteil darstellt. Der Preis für eine Aktie

[199] Vgl. dazu bspw. Jacobs (2002), S. 141 ff.

muss nicht zwingend dem Anteil am Eigenkapital entsprechen, sondern er ergibt sich aus Angebot und Nachfrage am Wertpapiermarkt. Das oben beschriebene Beispiel ergibt sich dann wie folgt:

Da Unternehmen 1 bei gleicher Vorsteuerrendite wie Unternehmen 2 in Land 1 eine höhere Nachsteuerrendite erwirtschaften kann, steigt die Nachfrage nach Aktien von U 1. Damit steigt der Preis für die Aktien. Der Anleger erhält jetzt bspw. für seinen Anlagebetrag von 100 TGE nicht mehr 100 TGE Eigenkapitalanteile, sondern nur noch 93.750 GE. Der Kapitalertrag errechnet sich nun anhand dieses Eigenkapitalanteils und beträgt jetzt vor Personensteuern 75 TGE. Bezogen auf den Anlagebetrag von 100 TGE, der nach wie vor in beiden Unternehmen gleich ist, ist A somit wieder indifferent, ohne dass Unternehmen 2 seine Vorsteuerrendite steigern müsste.

Während das erste Beispiel davon ausgeht, dass das Gleichgewicht am Aktienmarkt angebotsseitig durch die Veränderung der Vorsteuerrendite hergestellt wird, erfolgt dies in Beispiel 2 nachfrageseitig über den Preis der Eigenkapitalanteile. Beide Beispiele führen aber dazu, dass die Nachsteuerrenditen gleich sind. Demnach hat die Höhe der effektiven Körperschaftsteuerbelastung zwar Einfluss auf die absolute Höhe nicht aber auf den internationalen Vergleich der Kapitalerträge.

Vor dem Hintergrund dieser Überlegung erscheint es für diese Arbeit legitim, auf die Einbeziehung von Unternehmenssteuern in das Modell zu verzichten.

4.2.3.2 Ableitung eines Ermäßigungsfaktors aus den Dividendenbesteuerungssystemen

In Kapitel 3.2.2.1 wurden fünf Typen international vorkommender Dividendenbesteuerungssysteme dargestellt – das klassische System, die begünstigte Besteuerung von Dividenden, das Teil- und das Vollanrechnungssystem sowie die Dividendenfreistellung.

Im klassischen System erfolgt keine Vermeidung oder Milderung der Doppelbesteuerung im Körperschaftsteuersystem. Die Steuerlast ergibt sich gem. der steuerökonomischen Basisformel mit:

Gleichung 4.2-64) $A_{St} = zvE \cdot s$

A_{St}	Einkommensteuerbelastung
zvE	zu versteuerndes Einkommen (Dividende)
s	persönlicher Einkommensteuersatz des Kapitalanlegers

Bezieht der Kapitalanleger nur Dividenden, so ist s als Durchschnittssteuersatz bei vorliegen weiterer Einkünfte als Differenzsteuersatz aufzufassen.

Bei der begünstigten Besteuerung von Dividenden wird entweder das zu versteuernde Einkommen oder der Steuersatz mit einem Ermäßigungsfaktor multipliziert. Man erhält:

Gleichung 4.2-65) $A_{St} = \alpha \cdot zvE \cdot s$ bzw.

Gleichung 4.2-66) $A_{St} = zvE \cdot \alpha \cdot s$

α	Ermäßigungsfaktor

Der Unterschied zwischen Gleichung 4.2-65 und Gleichung 4.2-66 ist in dieser Schreibweise noch rein formeller Natur und hat keine analytischen Auswirkungen. Im Zusammenhang mit progressiven Steuertarifen kann es aber je nach Ausgestaltung der Ermäßigung durchaus Unterschiede in den beiden Steuerbelastungen geben. Deutlich wird, dass mit $\alpha = 100\%$ keine Steuerreduzierung erfolgt und die Gleichung dem klassischen System entspricht. Mit $\alpha = 0\%$ befindet man sich im System der Dividendenfreistellung und damit der maximalen Ermäßigung.

Auch das vollständige und teilweise Anrechnungsverfahren kann auf die Schreibweise mit einem Ermäßigungsfaktor anhand folgender Überlegung reduziert werden:

Die Steuerlast im Anrechnungsverfahren ergibt sich mit:

Gleichung 4.2-67) $A_{St} = zvE \cdot s - \varphi \cdot A_{St,KSt}$

$A_{St,KSt}$	Körperschaftsteuerbelastung
φ	Anrechnungsquote der geleisteten Körperschaftsteuer

Dabei kann die geleistete Körperschaftsteuer voll ($\varphi = 100\%$), teilweise ($0\% < \varphi < 100\%$) oder gar nicht ($\varphi = 0\%$) angerechnet werden. In letzterem Fall ergibt sich wieder die Gleichung des klassischen Systems.

Die Körperschaftsteuerlast ergibt sich mit:

Gleichung 4.2-68) $$A_{St,KSt} = zvE_{KSt} \cdot s_{KSt}$$

zvE_{KSt}	…	der Körperschaftsteuer zu Grunde liegendes zu versteuerndes Einkommen
s_{KSt}	…	Körperschaftsteuersatz

Zwischen zvE und zvE_{KSt} gilt der Zusammenhang:

Gleichung 4.2-69) $$zvE = zvE_{KSt} \cdot \left(1 - s_{KSt}\right)$$

Damit ergibt sich Gleichung 4.2-67 zu:

Gleichung 4.2-70) $$A_{St} = zvE \cdot \left(s - \frac{\varphi \cdot s_{KSt}}{1 - s_{KSt}} \right)$$

Gleichung 4.2-70 kann umgeschrieben werden zu:

Gleichung 4.2-71) $$A_{St} = zvE \cdot \alpha \cdot s$$

Damit erhält man die bekannte Gleichung aus dem System begünstigter Dividendenbesteuerung, wobei sich der Ermäßigungsfaktor jetzt ergibt mit:

Gleichung 4.2-72) $$\alpha = 1 - \frac{\varphi \cdot s_{KSt}}{s \cdot \left(1 - s_{KSt}\right)}$$

Wenn mit $\varphi = 0\%$ keine Anrechnung der geleisteten Körperschaftsteuer erfolgt ist $\alpha = 100\%$ und es gilt, wie erwartet, das klassische System. Mit steigendem φ wird α kleiner. Ob das über- oder unterproportional erfolgt, hängt von den Ausprägungen von Einkommen- und Körperschaftsteuersatz ab. Daher ist nicht α zwangsläufig gleich Null, wenn $\varphi = 100\%$. Rein rechentechnisch könnte es sogar zu einem Wert für α mit negativem Vorzeichen kommen. Es würde also aufgrund der Anrechnung der Körperschaftsteuer ein Guthaben an den Kapitalanleger ausgezahlt. Letzteres wird aber vermutlich in allen denkbaren Fällen durch eine Begrenzung der Erstattung auf den Steuerbetrag verhindert.

Damit kann die Steuerbelastung aller denkbaren Dividendenbesteuerungssysteme mit Gleichung 4.2-65 dargestellt werden. Der durchschnittliche Steuersatz auf die Dividendeneinkünfte ergibt sich mit:

Gleichung 4.2-73) $s^D = \alpha \cdot s$

s^D Steuersatz auf Dividendeneinkünfte

Der Faktor α stellt dabei den (indirekten) Ermäßigungsfaktor dar.

4.2.3.3 Quantifizierung des Vor- bzw. Nachteils aus dem Dividendenbesteuerungssystem

Wie bereits beschrieben, wird an dieser Stelle zur Analyse des Vor- bzw. Nachteils aus dem Dividendenbesteuerungssystems davon ausgegangenen, dass sowohl Fremd- als auch Eigenkapitalanlage den optimalen Einkünftepfad realisieren. D.h., die Unsicherheit im Rahmen der Eigenkapitalanlage wird dahingehend vorerst ausgeblendet.

4.2.3.3.1 Analyse bei konstantem Steuersatz

In einem ersten Schritt soll der Vor- oder Nachteil im System mit konstantem Steuersatz auf Dividenden- und Zinseinkünfte betrachtet werden. Generell ergibt sich das (optimale) Endvermögen bei konstantem Steuersatz mit:

Gleichung 4.2-74) $EV = AV \cdot \left(1 + \left((1+r)^n - 1\right) \cdot (1-s)\right)$

Der Vor- oder Nachteil der Anlage ins Eigenkapital aus dem Dividendenbesteuerungssystem ergibt sich mit:

Gleichung 4.2-75) $\Delta EV = AV \cdot \left((1+r)^n - 1\right) \cdot s \cdot (1-\alpha)$

Dabei wird in Gleichung 4.2-75 davon ausgegangen, dass die Zinsen zum regulären Steuersatz versteuert werden und α immer ein Ermäßigungs- und kein Erhöhungsfaktor ist, d.h. $0\% < \alpha < 100\%$. Es handelt sich damit immer um einen Vorteil aus dem Dividendenbesteuerungssystem. Unterliegen allerdings auch die Zinseinkünfte einem Ermäßigungsfaktor, bspw. (indirekt) durch einen konstanten Abgeltungssteuersatz, muss Gleichung 4.2-75 modifiziert werden zu:

Gleichung 4.2-76) $\Delta EV = AV \cdot \left((1+r)^n - 1\right) \cdot s \cdot (\delta - \alpha)$

δ Ermäßigungsfaktor auf Zinseinkünfte

Es wird deutlich, dass der Vorteil aus der ermäßigten Besteuerung von Dividenden mit steigenden Werten für das Anfangsvermögen, die Effektivverzinsung, die Anlagedauer, den Steuersatz und mit größer werdender Differenz zwischen δ und α steigt, wobei $\delta > \alpha$ (stärkere Ermäßigung bei Dividendeneinkünften) gilt. Ist $\delta < \alpha$, d.h. werden Zinseinkünfte steuerlich stärker privilegiert als Dividendeneinkünfte, so handelt es sich um einen Nachteil des Dividendenbesteuerungssystems.

4.2.3.3.2 Analyse bei progressivem Steuersatz

Bei progressivem Steuersatz wird, wie bereits in den vorangegangenen Kapiteln, von einem annähernd optimalen Einkünftepfad mit $r_1 = r_2 = \ldots = r_n = r$ als Optimum ausgegangen. Unterstellt wird der fiktive Steuertarif und zu versteuernde Einkommen zwischen Grundfreibetrag und oberer Progressionsgrenze.

Das Endvermögen ergibt sich mit:

Gleichung 4.2-77) $$EV = AV \cdot \prod_{i=1}^{n} \left(1 + r \cdot \left(1 - s_i\right)\right)$$

Der Steuersatz stellt den durchschnittlichen Steuersatz auf die Kapitaleinkünfte dar. Liegen darüber hinaus andere Einkünfte vor, handelt es sich um den Differenzsteuersatz. Er ergibt sich aus dem fiktiven Steuertarif mit:

Gleichung 4.2-78)

$$s[zvE] = \begin{cases} 0 & \text{für} \quad zvE \leq GF \\ \dfrac{B \cdot (zvE - GF)^2}{2A \cdot zvE} + \dfrac{s^{\min} \cdot (zvE - GF)}{zvE} & \text{für} \quad GF < zvE < OG \\ \dfrac{s^{\max} \cdot (zvE - GF)}{zvE} - \dfrac{A \cdot B}{2zvE} & \text{für} \quad zvE \geq OG \end{cases}$$

Die zu versteuernden Einkommen der einzelnen Perioden ergeben sich interdependent mit:

Gleichung 4.2-79) $$zvE_t = \left(AV + \sum_{i=1}^{t-1} zvE_i \cdot \left(1 - s_i\right)\right) \cdot r$$

Aus Gleichung 4.2-77 ergibt sich der Endvermögensvorteil bzw. -nachteil analog zu Gleichung 4.2-76 mit:

Gleichung 4.2-80) $$\Delta EV = AV \cdot \left(\prod_{i=1}^{n} \left(1 + r \cdot (1 - \delta \cdot s_i)\right) - \prod_{i=1}^{n} \left(1 + r \cdot (1 - \alpha \cdot s_i)\right) \right)$$

Die Gleichung verdeutlicht, dass die Analyse bei progressivem Steuersatz unter den getroffenen Annahmen zu analogen Schlussfolgerungen wie die Analyse bei konstantem Steuersatz im Kapitel zuvor führt.

Die Notation von Gleichung 4.2-80 stellt das System mit ermäßigtem Steuersatz dar. In Kapitel 4.2.3.2 wurde allerdings gezeigt, dass damit auch das System mit ermäßigter Bemessungsgrundlage abgebildet wird. Solange Dividenden und Zinsen beide entweder in dem einen oder dem anderen System besteuert werden, insofern es überhaupt eine Ermäßigung auf Zinsen gibt, sind die Ergebnisse des vorangegangenen Kapitels analog bei progressivem Steuersatz zutreffend. Werden jedoch Zinsen und Dividenden in unterschiedlichen Systemen, d.h. auf der einen Seite mit ermäßigtem Steuersatz, auf der anderen Seite mit ermäßigter Bemessungsgrundlage besteuert, kann es dazu führen, dass sich in Gleichung 4.2-80 die Differenz aus den Ermäßigungsfaktoren und dem Endvermögensvorteil nicht immer proportional verhalten. Davon wird im Folgenden allerdings nicht ausgegangen.

4.2.4 Zusammenfassung der Vor- und Nachteile

4.2.4.1 Analyse bei konstantem Steuersatz

Bei progressivem Steuersatz ergab die Analyse in Kapitel 4.2.2.1 einen (approximierten) erwarteten Nachteil aus der Verfehlung des optimalen Einkünftepfades im Rahmen der Eigenkapitalanlage in eine Kapitalgesellschaft von:

Gleichung 4.2-81) $$\Delta EV_1 = \Delta EV^{\max} \cdot \left(\frac{-0{,}42\left(\gamma + 10^{-6}\right)}{n \cdot \left(\gamma + 10^{-6}\right) + 0{,}01} + 0{,}84 \right)$$

Dabei ermittelt sich der maximal mögliche Endvermögensverlust mit:

Gleichung 4.2-82) $$\Delta EV^{\max} = AV \begin{pmatrix} \left(1 + \left((1+r)^n - 1\right) \cdot (1 - s \cdot \alpha)\right) \\ -\left(1 + r \cdot (1 - s \cdot \alpha)\right)^n \end{pmatrix}$$

Wichtig ist, dass sich der maximale Endvermögensverlust jetzt aus dem ermäßigten Steuersatz $s \cdot \alpha$ ergibt. Diesem Endvermögensverlust wird nun der Endvermögensvorteil aus der vorangegangenen Analyse gegenübergestellt mit:

Gleichung 4.2-83) $$\Delta EV_2 = AV \cdot \left((1+r)^n - 1\right) \cdot s \cdot (\delta - \alpha)$$

Die Differenz aus Gleichung 4.2-83 und Gleichung 4.2-81 ergibt den Gesamtvorteil (positives Vorzeichen) bzw. -nachteil (negatives Vorzeichen) der Eigenkapitalanlage in eine Kapitalgesellschaft innerhalb der Prämissen dieser Arbeit. Man erhält:

Gleichung 4.2-84) $$\Delta EV = AV \cdot \left(\begin{array}{l} \left((1+r)^n - 1\right) \cdot s \cdot (\delta - \alpha) \\ - \left(\begin{array}{l} \left(1 + \left((1+r)^n - 1\right) \cdot (1 - s \cdot \alpha)\right) \\ - \left(1 + r \cdot (1 - s \cdot \alpha)\right)^n \end{array} \right) \\ \cdot \left(\frac{-0{,}42\left(\gamma + 10^{-6}\right)}{n \cdot \left(\gamma + 10^{-6}\right) + 0{,}01} + 0{,}84 \right) \end{array} \right)$$

Gleichung 4.2-84 lässt sich gedanklich in drei Terme zerlegen zu:

Gleichung 4.2-85) $$\Delta EV = AV \cdot (A - B \cdot C)$$

Term A stellt den Vorteil aus dem Dividendenbesteuerungssystem dar, Term B den maximalen Endvermögensverlust (bei ermäßigtem Steuersatz) und Term C den erwarteten Endvermögensverlust relativ zum absoluten Endvermögensverlust.

Ein Beispiel soll die Gleichung untermauern: Ein Kapitalanleger A hat die Wahl zwischen einer fünfjährigen Anlage in das Eigenkapital bzw. in das Fremdkapital einer Kapitalgesellschaft jeweils zu einer Effektivverzinsung von 8%. Die Kapitalgesellschaft verfolgt keinerlei explizite Ausschüttungspolitik, d.h. $\gamma = 1$.[200] Die Zinsen unterliegen einem konstanten Steuersatz von 40%, Dividenden nur dem halben Steuersatz von 20%. A will 400.000 GE anlegen und fragt sich, was für ihn optimal sei. Andere Anlagemöglichkeiten hat Anleger A in der Welt dieses Beispiels nicht. Aus der Verfehlung des optimalen Einkünftepfades ergibt sich für A ein Erwartungswert des Endvermögensverlustes von 3.568 GE. Aus der ermäßigten Dividendenbesteuerung allerdings ein Vorteil von 37.546 GE. Zusammengefasst erzielt A damit bei Anlage ins Eigenkapital der Kapitalgesellschaft ein um 33.978 GE höheres Endvermögen als bei der Anlage ins Fremdkapital. A wird hier im Beispiel die Eigenkapitalanlage wählen. Von einer generellen Vorteilhaftigkeit der Eigenkapitalanlage kann aber nicht gesprochen werden, da bspw. bei nur 10%-iger Steuersatzermäßigung bei Dividenden und einer siebenjährigen Anlagedauer die Eigenkapitalanlage einen Endvermögensnachteil von 1.013 GE generiert.

---

[200] …stellvertretend für $\gamma = \infty$, siehe dazu auch Kapitel 4.2.2.1.2.2.

Jetzt stellt sich die Frage, ob Bandbreiten der Parameter in Gleichung 4.2-84 angegeben werden können, in denen entweder die Eigen- oder die Fremdkapitalanlage vorteilhaft sind.

Mit steigendem Anfangsvermögen AV steigt der Vor- bzw. Nachteil der Eigenkapitalanlage. Ob es sich um einen Vorteil oder einen Nachteil gegenüber der Fremdkapitalanlage handelt, ergibt sich nicht aus dem Anfangsvermögen.

Das Gewichtungsmaß für die Wahrscheinlichkeit mittlerer Dividendenpfade γ bestimmt den Nachteil aus dem Dividendenpfad. Dabei darf γ nicht kleiner als Null sein. Der Nachteil aus der Verfehlung des optimalen Einkünftepfades wird mit steigendem Wert für γ (d.h. mit abnehmender, konstanter Ausschüttungspolitik durch das Unternehmen) kleiner, konvergiert aber gegen einen bestimmten Grenzwert. Damit wird mit steigendem Gewichtungsmaß der Vorteil der Eigenkapitalanlage größer.

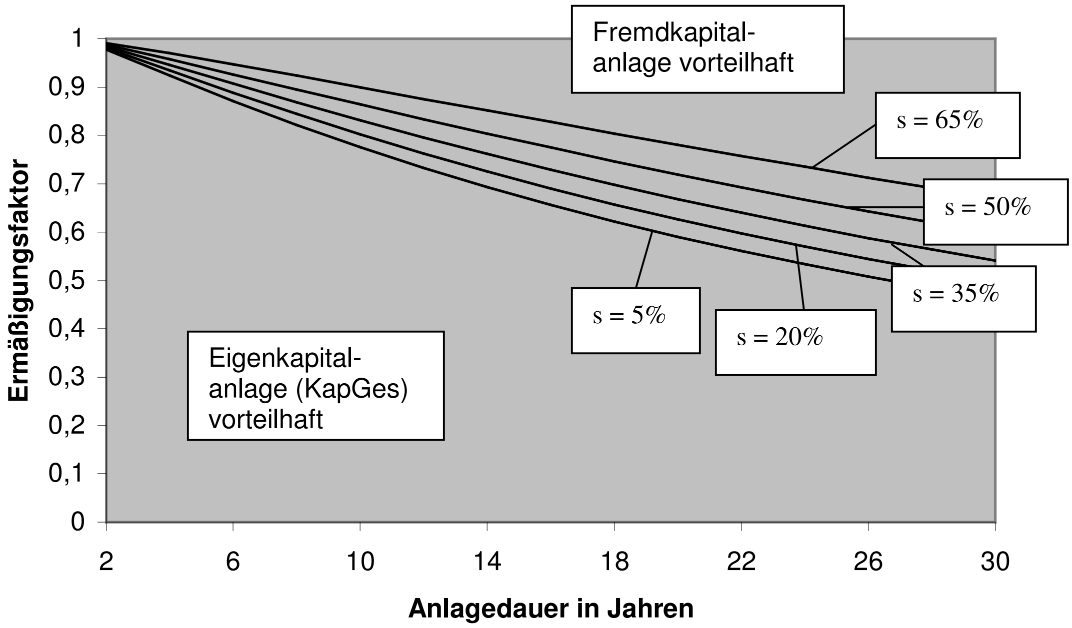
Die Auswirkung der Anlagedauer n auf die Vorteilhaftigkeit ist nicht generell zu beantworten. Mit beispielhaften Werten lässt sich zeigen, dass die Vorteilhaftigkeit der Eigenkapitalanlage zunächst mit steigender Anlagedauer steigt, dann aber wieder fällt und sich schließlich mit hohen Anlagedauern sogar in einen Nachteil wandelt.

In Bezug auf den Steuersatz s ist die Wirkung dagegen einheitlich. Mit steigendem Steuersatz steigt der Vorteil der Eigenkapitalanlage. Ebenso mit steigender Differenz der Ermäßigungsfaktoren $(\delta - \alpha)$.

Zur Veranschaulichung der Zusammenhänge zwischen den Parametern in Bezug auf die Vorteilhaftigkeit der Eigenkapitalanlage und zur Identifikation von Vorteilhaftigkeitsbereichen dienen Indifferenzkurven. Diese kennzeichnen Punkte als Kombination bestimmter Parameter, in denen sich Vor- und Nachteil gerade aufheben und der Anleger indifferent zwischen den beiden Anlagekategorien ist.

Es ergibt sich ohne Gewichtung mittlerer Dividendenpfade ($\gamma = 1$) und ohne eine ermäßigte Besteuerung auf Zinseinkünfte ($\delta = 1$) folgende Darstellung:

Diagramm 4.2-15) Indifferenzlinie des Endvermögensvergleichs zwischen Eigen- und Fremdkapitalanlage der Parameter n, s und α ($\gamma = 1$; $\delta = 1$)



Das Diagramm verdeutlicht, dass eine generelle Aussage über die Vorteilhaftigkeit der Eigenkapitalanlage in eine Kapitalgesellschaft gegenüber der Fremdkapitalanlage bei konstantem Steuersatz und den Prämissen dieser Arbeit nicht getroffen werden kann. Geht man allerdings von „üblichen“ Parametern in Bezug auf die Anlagedauer und die Differenz der Ermäßigungsfaktoren aus, so kann man tendenziell von einer Vorteilhaftigkeit der Eigenkapitalanlage sprechen. Bei großen Anlagezeiträumen, niedrigen Steuersätzen und hohen Ermäßigungsfaktoren, d.h. geringer Ermäßigung, wird die Fremdkapitalanlage zunehmend vorteilhaft.

Das Anfangsvermögen hat auf die Lage der Indifferenzlinien keinen Einfluss, allerdings könnten diese durch den Gewichtungsparameter γ in ihrer Lage verschoben werden. Die Darstellung von Diagramm 4.2-9 mit $\gamma = 0$ (auf die hier verzichtet werden soll), würde zeigen, dass sich die Lage der Indifferenzkurven mit zunehmend konstanter Ausschüttungspolitik nicht wesentlich verändern würde. Dieses Ergebnis hat zwei Gründe:

1) Zum einen nähern sich, wie bereits in Kapitel 4.2.2.1.3 dargestellt wurde, schon im fünfperiodigen Anlagezeitraum die Nachteile aus dem Einkünftepfad mit und ohne Gewichtung stark an.

2) Zum anderen ist der Term in Gleichung 4.2-84, welcher γ enthält, im Vergleich zu den anderen Termen eher von untergeordneter Bedeutung, was das Vorzeichen des Endvermögensvorteils anbelangt.

4.2.4.2 Analyse bei progressivem Steuersatz

Kapitel 4.2.2.2.3 ergab einen approximierten Erwartungswert des Endvermögensverlustes aus der Abweichung vom optimalen Einkünftepfad im Rahmen der Eigenkapitalanlage von:

Gleichung 4.2-86)
$$\Delta EV_{app} = \Delta EV^{\max} \cdot \left(\frac{\arctan(0{,}9 \cdot n - 4) \cdot (\gamma + 0{,}1)}{20(\gamma + 0{,}1) - 0{,}9} - \frac{0{,}013}{\gamma + 0{,}1} + 0{,}35 \right)$$

Dabei ermittelt sich der maximale Endvermögensverlust mit:

Gleichung 4.2-87)
$$\Delta EV^{\max} = AV \cdot \left(\begin{array}{l} \prod_{i=1}^{n} (1 + r \cdot (1 - s_i \cdot \alpha)) \\ - \left(1 + \left((1+r)^n - 1\right) \cdot (1 - s_{ZB} \cdot \alpha)\right) \end{array} \right)$$

Die Steuersätze ergeben sich aus dem fiktiven Steuertarif gem. Gleichung 4.2-39 und den zu Grunde liegenden zu versteuernden Einkommen gem. Gleichung 4.2-79. Der Steuersatz s_{ZB} ist der sich aus dem fiktiven Steuertarif ergebende, durchschnittliche Steuersatz in der letzten Periode auf eine Anlage mit vollständig endfälligen Zinsen (Zero-Bond).

Der Vorteil aus dem Dividendenbesteuerungssystem wurde in Kapitel 4.2.3.3.2 bestimmt mit:

Gleichung 4.2-88)
$$\Delta EV = AV \cdot \left(\prod_{i=1}^{n} (1 + r \cdot (1 - \delta \cdot s_i)) - \prod_{i=1}^{n} (1 + r \cdot (1 - \alpha \cdot s_i)) \right)$$

Analog zum Kapitel bei konstantem Steuersatz kennzeichnet die Differenz aus Gleichung 4.2-88 und Gleichung 4.2-59 den gesamten Vor- bzw. Nachteil der Eigenkapitalanlage in eine Kapitalgesellschaft gegenüber der Fremdkapitalanlage bei konstantem Steuersatz. Man erhält:

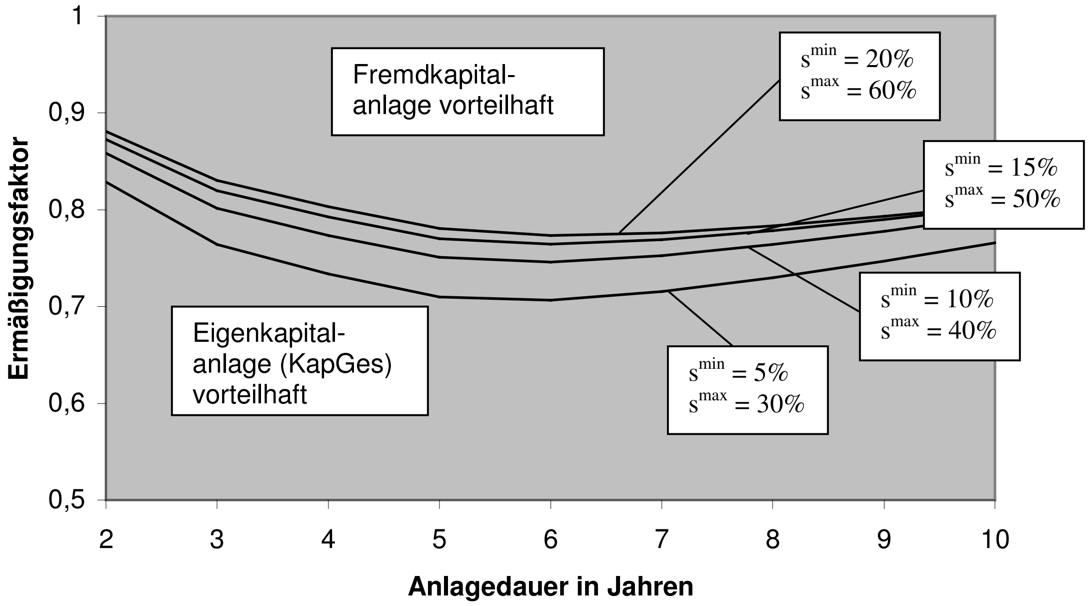
Gleichung 4.2-89) $$\Delta EV = AV \cdot \begin{pmatrix} \left(\prod_{i=1}^{n} (1 + r \cdot (1 - \delta \cdot s_i)) - \prod_{i=1}^{n} (1 + r \cdot (1 - \alpha \cdot s_i)) \right) \\ - \begin{pmatrix} \prod_{i=1}^{n} (1 + r \cdot (1 - s_i \cdot \alpha)) \\ - \left(1 + \left((1 + r)^n - 1\right) \cdot (1 - s_{ZB} \cdot \alpha)\right) \end{pmatrix} \\ \cdot \left(\frac{\arctan(0{,}9n - 4) \cdot (\gamma + 0{,}1)}{20(\gamma + 0{,}1) - 0{,}9} - \frac{0{,}013}{\gamma + 0{,}1} + 0{,}35 \right) \end{pmatrix}$$

Zur Veranschaulichung dient das Beispiel aus dem vorangegangenen Kapitel, allerdings jetzt mit progressivem Steuersatz gem. dem fiktiven Steuertarif ($s^{\min} = 15\%$, $s^{\max} = 50\%$, $GF = 5.000$ und $OG = 60.000$). Der ermäßigte Steuersatz beträgt 50% des sich aus dem fiktiven Steuertarif ergebenden durchschnittlichen Steuersatzes auf die Dividendeneinkünfte, d.h. auch hier ist $\alpha = 50\%$. Anleger A realisiert nun einen Vorteil aus dem Dividendenbesteuerungssystem von 22.090 GE. Dem gegenüber steht allerdings ein Nachteil aus einer möglichen Verfehlung des Dividendenpfades von 6.374 GE. Es verbleibt ein Nettovorteil der Eigenkapitalanlage in eine Kapitalgesellschaft von 15.716 GE. Anleger A wird sich unter den Prämissen der Analyse für diese Anlage entscheiden.

Die in Kapitel 4.2.4.1 getroffenen Schlussfolgerungen hinsichtlich der Auswirkungen höherer oder niedriger Parameter auf den Endvermögensvorteil bzw. -nachteil gelten hier bei progressivem Steuersatz aufgrund der grundsätzlichen Ähnlichkeit von Gleichung 4.2-84 und Gleichung 4.2-89 analog.

Auch im Falle progressiver Steuersätze auf die Kapitaleinkünfte lassen sich Indifferenzkurven bestimmen. Man erhält eine Diagramm 4.2-9 ähnlich Darstellung:

Diagramm 4.2-16) Indifferenzlinie des Endvermögensvergleichs zwischen Eigen- und Fremdkapitalanlage der Parameter n und α sowie der Tarifparameter des fiktiven Steuertarifs s^{min} und s^{max} ($\gamma = 1$; $\delta = 1$; $GF = 5.000$; $OG = 60.000$; $AV = 400.000$)



Auf eine Darstellung von Anlagezeiträumen über 10 Jahren wurde an dieser Stelle verzichtet. In Analogie zu unterschiedlichen, konstanten Steuersätzen im Diagramm des vorangegangenen Kapitels wurden hier unterschiedliche Kombinationen von Eingangs- und Spitzensteuersatz untersucht. Dabei wurde ausgehend von $s^{min} = 5\%$ und $s^{max} = 30\%$ sowohl das Steuersatzniveau als auch die Progression erhöht.

Ab einer Anlagedauer von 6 Jahren steigen die Kurven in Diagramm 4.2-16 im Gegensatz zu Diagramm 4.2-9 wieder an. Ursächlich hierfür ist die schwächer werdende Progression des Steuersatzes, da die zu versteuernden Einkommen zunehmend im Proportionalbereich versteuert werden. Während der Vorteil aus dem Dividendenbesteuerungssystem auch bei einem zunehmend konstanten Steuersatz existiert, wird der Nachteil aus der Verfehlung des optimalen Einkünftepfades relativ zum Endvermögen mit zunehmender Anlagedauer zunehmend kleiner, wenn ein zunehmend konstanter Steuersatz unterstellt wird.

Dieser Effekt in Diagramm 4.2-16 ist modellkonsistent, da auch in Kapitel 4.2.2 der alternative Zero-Bond zu versteuernde Einkommen im Proportionalbereich des fiktiven Steuertarifs generiert. Wichtig ist für die Analyse lediglich, dass der optimale Einkünftepfad zu versteuernde Einkommen im Progressionsbereich des Tarifs aufweist. Diagramm 4.2-16 macht deutlich, dass die Eigenkapitalanlage in eine Kapitalgesellschaft unter den hier getroffenen Prämissen immer vorteilhaft ist, solange die Ermäßigungsfaktoren nicht über 70% festgelegt werden. Eine generelle Aussage hinsichtlich der Vorteilhaftigkeit von Eigen- oder Fremdkapitalanlage kann aber auch bei progressivem Steuersatz nicht getroffen werden.

Durch andere Anfangsvermögen und Effektivverzinsungen ändert sich an den gewonnenen Ergebnissen im Wesentlichen nichts. Lediglich bei sehr hohen Anfangsvermögen und Effektivverzinsungen kann im Grunde genommen nicht mehr von einem progressiven Steuersatz gesprochen werden (abnehmende Progression im Proportionalbereich). Es gelten damit zunehmend die Ergebnisse des vorangegangenen Kapitels. Da aber auch dieses einen klaren Schwerpunkt bei der Eigenkapitalanlage ergab, kann man grundsätzlich von einer generellen Vorteilhaftigkeit der Eigenkapitalanlage in eine Kapitalgesellschaft im Vergleich zur Fremdkapitalanlage unter Vorbehalt der diskutierten Bandbreiten der verwendeten Parameter sprechen.

4.2.5 Berücksichtigung der Unsicherheit zukünftiger Zahlungsströme über die Unsicherheit des Dividendenpfades hinaus

4.2.5.1 Grundsätzliche Überlegung

Im Rahmen der Fragestellung dieser Arbeit sieht sich der Kapitalanleger mit Unsicherheit in zweierlei Hinsicht konfrontiert:

Zum einen besteht Unsicherheit über die Verteilung der Einkünfte im Zeitablauf zumindest bei der Eigenkapitalanlage. Der Anleger weiß zwar, dass der Vorsteuerkapitalwert seiner Eigenkapitalanlage dem der Fremdkapitalanlage entspricht, den genauen Pfad der Einkünfte, also die Verteilung der Dividenden und die daraus möglicherweise resultierenden Folgen für den Nachsteuerkapitalwert bzw. das Nachsteuerendvermögen kennt er nicht. Diese Form des Risikos wurde bereits in den vorangegangenen Kapiteln diskutiert und analysiert.

Der zweite Aspekt bei der Berücksichtigung von Unsicherheit im Rahmen dieser Arbeit ist die Frage nach der Risikoneigung des Investors. Eigenkapitalzahlungsströme sind i.d.R. unsicher. Ein risikoneutraler Investor nimmt diese Unsicherheit in Kauf. Analytisch ergibt sich für die hier untersuchte Fragestellung die bereits bekannte Formulierung der Vorsteueräquivalenzprämisse mit:

Gleichung 4.2-90) $(1+r)^n = \prod_{t=1}^{n}(1+r_t)$

r_t	Eigenkapitalrendite im Zeitpunkt t
r	Effektivverzinsung der Fremdkapitalanlage

Man kann demnach festhalten, dass die bereits gewonnenen Ergebnisse für den risikoneutralen Investor gelten.

Die Literaturmeinung geht indes in den Fragen der Investitionsentscheidungen oft von einem risikoscheuen Investor aus. Dieser ist dadurch gekennzeichnet, dass er für die Unsicherheit zukünftiger Zahlungsströme, hier ist die Unsicherheit hinsichtlich des Vorsteuerkapitalwertes und nicht die Unsicherheit des Einkünftepfades gemeint, eine bestimmte Entschädigung, d.h. einen Aufschlag auf die Einkünfte einfordert, um indifferent zur sicheren Anlage zu sein. Wie bereits in Kapitel 2.3.2.1.2 vorgestellt wurde, kann dem im Rahmen der Investitionsrechnung durch Abschläge auf die Einkünfte oder durch Zuschläge zu den Kalkulationszinssätzen Rechnung getragen werden.

Hier soll die Sicherheitsabschlags- bzw. Sicherheitsäquivalentmethode[201] zur Analyse herangezogen werden. Dabei wird der Sicherheitsabschlag auf die Dividende mit dem Faktor ε mit $0 < \varepsilon < 1$ berücksichtigt. Die Vorsteueräquivalenzprämisse ergibt sich nun mit:

Gleichung 4.2-91) $(1+r)^n = \prod_{t=1}^{n}\left(1+\varepsilon_t \cdot r_t^{rs}\right)$

ε_t	Sicherheitsfaktor im Zeitpunkt t
r_t^{rs}	Eigenkapitalrendite des risikoscheuen Investors im Zeitpunkt t

Der Zusammenhang zwischen der Eigenkapitalrendite des risikoneutralen Investors r_t und der des risikoscheuen Investors r_t^{rs} kann formuliert werden mit:

Gleichung 4.2-92) $r_t^{rs} = \frac{1}{\varepsilon} \cdot r_t$

[201] Siehe dazu Kapitel 2.3.2.1.2.

Mit $0 < \varepsilon < 1$ ist damit $r_t < r_t^{rs}$. Um einen bestimmten Sicherheitsabschlag des risikoscheuen Investors bei gleich bleibender Effektivverzinsung zu kompensieren, muss die nunmehr äquivalente Eigenkapitalanlage höhere Dividenden, d.h. höhere Eigenkapitalrenditen r_t generieren. Der Besteuerung unterliegen die tatsächlichen Eigenkapitalrenditen r_t und nicht die Sicherheitsäquivalente $\varepsilon \cdot r_t$. Das führt wiederum zu Effekten im Hinblick auf die vorgenommenen Analysen, was im Folgenden noch näher betrachtet werden soll.

Neben dem risikoneutralen und dem risikoscheuen Investor existiert noch die Möglichkeit eines risikofreudigen Investors. Dieser nimmt die Unsicherheit zukünftiger Zahlungsströme nicht nur in Kauf, sondern ist in Anbetracht derer auch bereit, auf Einkünfte zu verzichten. Das führt im Hinblick auf Gleichung 4.2-91 zu $\varepsilon > 1$. Von einem risikofreudigen Investitionskalkül des Anlegers soll aber an dieser Stelle nicht ausgegangen werden.

4.2.5.2 Auswirkungen auf die Ergebnisse zum Nachteil aus dem Dividendenpfad

Als Ergebnis des Kapitels 4.2.2 stand für den erwarteten (approximierten) Endvermögensverlust im Falle eines konstanten Steuersatzes Gleichung 4.2-35 umgeschrieben mit:

Gleichung 4.2-93) $$\Delta EV_{app} = \Delta EV^{\max} \cdot \left(\frac{-0{,}42\left(\gamma + 10^{-6}\right)}{n \cdot \left(\gamma + 10^{-6}\right) + 0{,}01} + 0{,}84 \right)$$

Deutlich wird, dass der Klammerausdruck nicht von ggf. höheren Eigenkapitalrenditen des risikoscheuen Investors abhängig ist und damit keine Anpassungen der Ergebnisse in dieser Hinsicht notwendig sind. Der maximale Endvermögensverlust ergibt sich gem. Gleichung 4.2-82 mit:

Gleichung 4.2-94) $$\Delta EV^{\max} = AV \cdot \begin{pmatrix} \left(1 + \left((1+r)^n - 1\right) \cdot (1 - s \cdot \alpha)\right) \\ - \left(1 + r \cdot (1 - s \cdot \alpha)\right)^n \end{pmatrix}$$

Anhand Gleichung 4.2-92 wird nun die Eigenkapitalrendite des risikoneutralen Investors in die (höhere) des risikoscheuen Investors transformiert. Man erhält:

Gleichung 4.2-95) $$\Delta EV^{\max} = AV \cdot \left(\begin{array}{l} \left(1 + \left(\left(1 + \frac{r}{\varepsilon}\right)^n - 1\right) \cdot (1 - s \cdot \alpha)\right) \\ - \left(1 + \frac{r}{\varepsilon} \cdot (1 - s \cdot \alpha)\right)^n \end{array} \right)$$

Mit $AV > 0$, $r > 0$ und $0 < s < 100\%$ ist für $0 < \varepsilon < 1$ der maximale Nachteil aus der Abweichung vom optimalen Einkünftepfad und damit auch der erwartete Endvermögensverlust für den risikoscheuen Investor größer als für den risikoneutralen Investor. Der Unterschied der Nachteile für die beiden Investorentypen steigt mit sinkendem ε.

Die Ergebnisse bei progressivem Steuersatz sind analog zu denen bei konstantem Steuersatz. Der Nachteil ergibt sich dann gem. Gleichung 4.2-58 des Kapitels 4.2.2.2.3 mit:

Gleichung 4.2-96) $$\Delta EV_{app} = \Delta EV^{\max} \cdot \left(\frac{\arctan(0{,}9n - 4) \cdot (\gamma + 0{,}1)}{20(\gamma + 0{,}1) - 0{,}9} + 0{,}35 - \frac{0{,}013}{\gamma + 0{,}1} \right)$$

Auch hier ist nur der maximale Endvermögensverlust vom Sicherheitsabschlag des risikoscheuen Investors betroffen. Er ergibt sich gem. Gleichung 4.2-59 mit:

Gleichung 4.2-97) $$\Delta EV^{\max} = AV \cdot \left(\begin{array}{l} \prod_{i=1}^{n} \left(1 + \frac{r}{\varepsilon} \cdot (1 - s_i \cdot \alpha)\right) \\ - \left(1 + \left(\left(1 + \frac{r}{\varepsilon}\right)^2 - 1\right) \cdot (1 - s_{ZB} \cdot \alpha)\right) \end{array} \right)$$

Die Auswirkungen des Sicherheitsabschlags ε sind analog zum Fall bei konstantem Steuersatz.

Der Endvermögensnachteil der Eigenkapitalanlage in eine Kapitalgesellschaft aus der Abweichung vom optimalen Steuersatz ist damit sowohl bei konstantem als auch bei progressivem Steuersatz für den risikoscheuen Investor größer als für den risikoneutralen. Wie bereits beschrieben wurde, steigt der Unterschied der Nachteile für die beiden Investorentypen mit steigender Risikoaversion des Anlegers.

4.2.5.3 Auswirkungen auf die Ergebnisse zum Vor- bzw. Nachteil aus dem Dividendenbesteuerungssystem

In Kapitel 4.2.3.3.1 wurde bei konstantem Steuersatz der Vor- bzw. Nachteil aus dem Dividendenbesteuerungssystem beschrieben mit:

Gleichung 4.2-98) $$\Delta EV = AV \cdot \left((1+r)^n - 1\right) \cdot s \cdot (\delta - \alpha)$$

Unter Berücksichtigung eines Risikoabschlags (nur im Eigenkapitalteil der Gleichung) ergibt sich nun:

Gleichung 4.2-99) $$\Delta EV = AV \cdot \left(\left((1+r)^n - 1\right) \cdot s \cdot \delta - \left(\left(1 + \frac{r}{\varepsilon}\right)^n - 1 \right) \cdot s \cdot \alpha \right)$$

Bei Konstanz der anderen Parameter sinkt der Vorteil mit sinkendem Risikoabschlag für $0 < \varepsilon < 1$. Der Vorteil ist damit für den risikoscheuen Investor kleiner als für den risikoneutralen. Grund hierfür ist, dass der risikoscheue Investor höhere Eigenkapitalrenditen versteuern muss als der risikoneutrale Investor. Der Vorteil bzw. Nachteil aus dem Dividendenbesteuerungssystem ist damit jetzt kombiniert mit dem Nachteil der Eigenkapitalanlage aus der Risikoaversion des Investors.

Analog ergab Kapitel 4.2.3.3.2 für den Fall eines progressiven Steuersatzes einen Vor- bzw. Nachteil mit:

Gleichung 4.2-100) $$\Delta EV = AV \cdot \left(\prod_{i=1}^{n} \left(1 + r \cdot (1 - \delta \cdot s_i)\right) - \prod_{i=1}^{n} \left(1 + r \cdot (1 - \alpha \cdot s_i)\right) \right)$$

Dieser stellt sich nun wie folgt dar:

Gleichung 4.2-101) $$\Delta EV = AV \cdot \left(\prod_{i=1}^{n} \left(1 + r \cdot (1 - \delta \cdot s_i)\right) - \prod_{i=1}^{n} \left(1 + \frac{r}{\varepsilon} \cdot (1 - \alpha \cdot s_i)\right) \right)$$

Es gelten die gleichen Schlussfolgerungen wie für den Fall eines konstanten Steuersatzes.

4.2.5.4 Auswirkungen auf den zusammengefassten Vor- bzw. Nachteil

Die beiden vorangegangenen Kapitel haben gezeigt, dass für den risikoscheuen Anleger im Vergleich zum risikoneutralen Anleger der Nachteil aus der Abweichung vom optimalen Einkünftepfad steigt und der Vor- bzw. Nachteil aus dem Dividendenbesteuerungssystem sinkt. Alle Effekte werden größer mit steigender Risikoaversion. Damit führt eine zunehmende Risikoaversion vermutlich zunehmend zu einem geringeren Gesamtvorteil der Eigenkapitalanlage bzw. tendenziell zu einer zunehmenden Vorteilhaftigkeit der Fremdkapitalanlage.

Jetzt stellt sich die Frage nach der Auswirkung eines Risikoabschlags ε auf den Gesamtvorteil bzw. -nachteil der Eigenkapitalanlage in eine Kapitalgesellschaft.

4.2.5.4.1 Analyse bei konstantem Steuersatz

Kapitel 4.2.4.1 hatte den Gesamteffekt quantifiziert mit:

Gleichung 4.2-102)
$$\Delta EV = AV \cdot \left(\begin{array}{l} \left((1+r)^n - 1\right) \cdot s \cdot (\delta - \alpha) \\ - \left(\begin{array}{l} \left(1 + \left((1+r)^n - 1\right) \cdot (1 - s \cdot \alpha)\right) \\ - (1 + r \cdot (1 - s \cdot \alpha))^n \end{array} \right) \\ \cdot \left(\dfrac{-0{,}42 \cdot \left(\gamma + 10^{-6}\right)}{n \cdot \left(\gamma + 10^{-6}\right) + 0{,}01} + 0{,}84 \right) \end{array} \right)$$

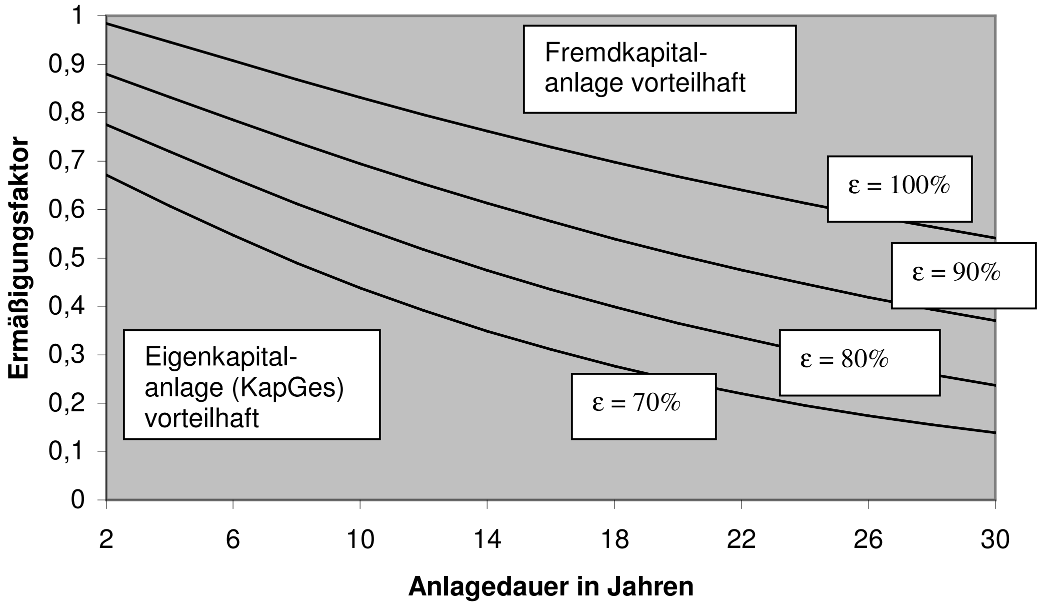
In Kenntnis der Ergebnisse der vorangegangenen Kapitel ergibt sich dieser Gesamtvorteil bzw. -nachteil der Eigenkapitalanlage nun mit:

Gleichung 4.2-103)
$$\Delta EV = AV \cdot \left(\begin{array}{l} \left((1+r)^n - 1\right) \cdot s \cdot \delta - \left(\left(1 + \dfrac{r}{\varepsilon}\right)^n - 1 \right) \cdot s \cdot \alpha \\ - \left(\begin{array}{l} \left(1 + \left(\left(1 + \dfrac{r}{\varepsilon}\right)^n - 1 \right) \cdot (1 - s \cdot \alpha) \right) \\ - \left(1 + \dfrac{r}{\varepsilon} \cdot (1 - s \cdot \alpha) \right)^n \end{array} \right) \\ \cdot \left(\dfrac{-0{,}42\left(\gamma + 10^{-6}\right)}{n \cdot \left(\gamma + 10^{-6}\right) + 0{,}01} + 0{,}84 \right) \end{array} \right)$$

Wenn angenommen wird, dass Anleger A im Beispiel des Kapitels 4.2.4.1 risikoscheu ist und der Risikoabschlag $\varepsilon = 80\%$ beträgt, ergibt sich für ihn ein Vorteil der Eigenkapitalanlage von 20.481 GE. Wäre A risikoneutral würde der Vorteil 33.978 GE betragen, wie im benannten Beispiel gezeigt wurde. Der Vorteil sinkt erwartungsgemäß.

Diagramm 4.2-9 ergibt sich nun für einen Steuersatz von $s = 35\%$ und verschiedene Ausprägungen des Risikofaktors wie folgt:

Diagramm 4.2-17) Indifferenzlinien des Endvermögensvergleichs zwischen Eigen- und Fremdkapitalanlage der Parameter n und α mit unterschiedlichen Risikofaktoren ε ($s = 35\%$; $\gamma = 1$; $\delta = 1$)



Die Indifferenzkurve für $\varepsilon = 100\%$ ist bereits aus Diagramm 4.2-9 bekannt. Diagramm 4.2-17 verdeutlicht, dass die Verringerung des Risikofaktors, also die Erhöhung der Risikoaversion, zu einer Verschiebung der Indifferenzkurve nach unten führt. Die Fremdkapitalanlage wird zunehmend vorteilhaft.

4.2.5.4.2 Analyse bei progressivem Steuersatz

In Kapitel 4.2.4.2 wurde der Gesamtvorteil bzw. -nachteil der Eigenkapitalanlage mit folgender Gleichung beschrieben:

Gleichung 4.2-104)

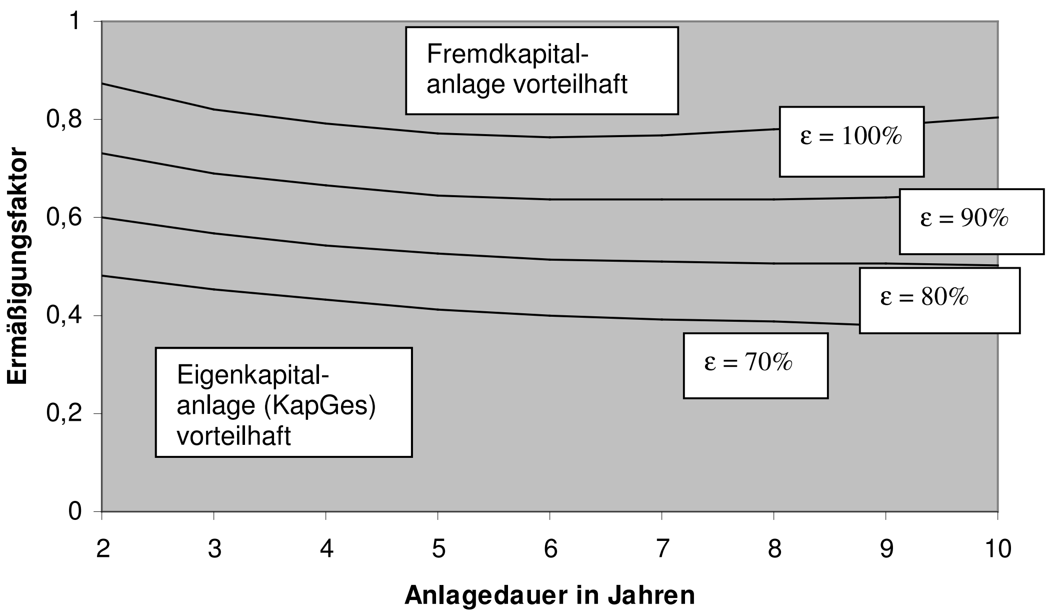
$$\Delta EV = AV \cdot \left(\begin{array}{l} \left(\prod_{i=1}^{n} \left(1 + r \cdot \left(1 - \delta \cdot s_i\right)\right) - \prod_{i=1}^{n} \left(1 + r \cdot \left(1 - \alpha \cdot s_i\right)\right) \right) \\ - \left(\begin{array}{l} \prod_{i=1}^{n} \left(1 + r \cdot \left(1 - s_i \cdot \alpha\right)\right) \\ - \left(1 + \left((1+r)^2 - 1\right) \cdot \left(1 - s_{ZB} \cdot \alpha\right)\right) \end{array} \right) \\ \cdot \left(\frac{\arctan(0{,}9n - 4) \cdot (\gamma + 0{,}1)}{20(\gamma + 0{,}1) - 0{,}9} - \frac{0{,}013}{\gamma + 0{,}1} + 0{,}35 \right) \end{array} \right)$$

Unter der Annahme eines risikoscheuen Investors ergibt sich dieser nun zu:

Gleichung 4.2-105) $$\Delta EV = AV \cdot \left(\begin{array}{l} \left(\prod_{i=1}^{n} \left(1 + r \cdot (1 - \delta \cdot s_i)\right) - \prod_{i=1}^{n} \left(1 + \frac{r}{\varepsilon} \cdot (1 - \alpha \cdot s_i)\right) \right) \\ - \left(\begin{array}{l} \prod_{i=1}^{n} \left(1 + \frac{r}{\varepsilon} \cdot (1 - s_i \cdot \alpha)\right) \\ - \left(1 + \left(\left(1 + \frac{r}{\varepsilon}\right)^2 - 1 \right) \cdot (1 - s_{ZB} \cdot \alpha)\right) \end{array} \right) \\ \cdot \left(\frac{\arctan(0{,}9n - 4) \cdot (\gamma + 0{,}1)}{20(\gamma + 0{,}1) - 0{,}9} - \frac{0{,}013}{\gamma + 0{,}1} + 0{,}35 \right) \end{array} \right)$$

Es soll an dieser Stelle wieder Anleger A beispielhaft betrachtet werden. Mit einer Risikoaversion, die durch $\varepsilon = 80\%$ beschrieben werden soll, ergibt sich nun ein Vorteil der Eigenkapitalanlage von 4.304 GE. Im risikoneutralen Fall ergab sich ein Vorteil von 17.724 GE. Erwartungsgemäß sinkt die Vorteilhaftigkeit der Eigenkapitalanlage.

Diagramm 4.2-18) Indifferenzlinien des Endvermögensvergleichs zwischen Eigen- und Fremdkapitalanlage der Parameter n und α mit unterschiedlichen Risikoneigungen ε ($\gamma = 1$; $\delta = 1$; $s^{\min} = 15\%$; $s^{\max} = 50\%$; $GF = 5.000$; $OG = 60.000$; $AV = 400.000$)



Die Schlussfolgerungen aus Diagramm 4.2-18 entsprechen denen des vorangegangenen Kapitels. Höhere Risikoaversion führt zu einer Verringerung des Vorteils der Eigenkapitalanlage bzw. sogar in vielen Fällen zu einer Nachteiligkeit dieser. Die

Einführung des Risikofaktors ε führt zu einer Verschiebung der bereits aus Diagramm 4.2-16 bekannten Kurve nach unten.

4.2.5.5 Das Problem der Bestimmung der Sicherheitsäquivalente

Zur Berücksichtigung der Risikoneigung des Anlegers wurde im Rahmen der Vorsteueräquivalenzprämisse ein Risikofaktor ε eingeführt. Die grundlegende Annahme der Arbeit ergibt sich damit zu:

Gleichung 4.2-106) $$(1+r)^n = \prod_{t=1}^{n}\left(1+\varepsilon_t \cdot r_t^{rs}\right)$$

Dass risikoscheue Investoren eine „Entschädigung“ für die Unsicherheit zukünftiger Zahlungsströme fordern, ist plausibel. Fraglich ist an dieser Stelle, wie hoch diese „Entschädigung“ ist. Lässt sich der Risikofaktor ε quantifizieren? In den vorangegangenen Kapiteln wurden bestimmte Ausprägungen dieses Parameters verwendet. Sind diese repräsentativ für den typischen Anleger?

In Kapitel 2.3.2.1.2 wurde das Sicherheitsäquivalent so definiert, dass dessen Nutzen dem Nutzen der Wahrscheinlichkeitsverteilung zukünftiger Ein- und Auszahlungen entspricht. Bei der Verwendung von Sicherheitsäquivalenten ist demnach die Kenntnis einer bestimmten Nutzenfunktion Voraussetzung. Aus zwei Gründen ist diese Nutzenfunktion hier nicht bestimmbar:

1) Betrachtet wird nicht der bestimmte Anleger, sondern der Privatanleger im Allgemeinen. Da diese Gruppe nicht konkret definierbar ist, lässt sich für sie auch keine Aussage über deren Nutzenfunktion treffen. Lediglich allgemeine Tendenzaussagen können getroffen werden, bspw. dass der Anleger risikoscheu ist.

2) Selbst ein konkreter Anleger hätte Schwierigkeiten, seine persönliche Nutzenfunktion aufzustellen. Dazu wäre zunächst notwendig, dass seine Nutzenerwägungen im Zeitablauf konstant sind, d.h. er bei Investitionsentscheidungen immer die gleiche Nutzenfunktion zu Grunde legt. Das wird er m.E. nicht tun.

Man kommt also zu dem Schluss, dass im Rahmen dieser Arbeit die Sicherheitsäquivalente bzw. der Sicherheitsfaktor ε nicht konkret bestimmt werden können. Die Analyse des vorangegangenen Kapitels weist damit lediglich Tendenzcharakter auf. Wenn man für den risikoneutralen Anleger bestimmt hat, ob Fremd- oder Eigenkapitalanlage vorteilhaft ist, lässt die Analyse für den risikoscheuen Investor aber Aussagen darüber zu, ob und wie schnell sich mit steigender Risikoaversion die Vorteilhaftigkeitsüberlegungen ändern.

In der Praxis wird anstelle der Sicherheitsäquivalentmethode die Risikozuschlagsmethode[202] verwendet. Der Vorteil besteht dabei in der Möglichkeit der Schätzung der Unsicherheitsparameter, bspw. des Beta-Faktors im CAPM anhand von Vergangenheitsdaten.[203] Ob eine solche vergangenheitsorientierte Schätzung sinnvoll ist oder ob dadurch nicht vielmehr Scheingenauigkeiten bei der Beurteilung von Investitionsalternativen erzeugt werden, sei an dieser Stelle dahingestellt. Da dieser Arbeit per Definition keine Vergangenheitsdaten oder anderweitige Daten zur Schätzung des Risikozuschlags auf den Kalkulationszinssatz zur Verfügung stehen, bleibt es bei dem beschriebenen Tendenzcharakter der Analyse.

4.2.6 Fazit zur steueroptimalen Eigenkapitalanlage in eine Kapitalgesellschaft

In Kapitel 4.2 wurde die steueroptimale Eigenkapitalanlage in eine Kapitalgesellschaft gesucht. Von einer Optimierung kann man dabei insofern sprechen, als dass die vor- bzw. nachteilige Abweichung vom Optimum der Fremdkapitalanlage im Hinblick auf den Einkünftepfad und das Dividendenbesteuerungssystem bestimmt wurde. Es lässt sich am Ende dieses Kapitels die Frage beantworten, ob die optimale Fremdkapitalanlage oder aber die Eigenkapitalanlage in eine Kapitalgesellschaft mit bestimmten Parameterausprägungen für den privaten Kapitalanleger vorteilhaft ist. Die betrachteten Parameter sind dabei:

[202] Siehe dazu Kapitel 2.3.2.1.1.
[203] Vlg. Ballwieser (2004), S. 92.

Tabelle 4.2-12) Parameter der Bestimmung der Vorteilhaftigkeit der Eigenkapitalanlage in eine Kapitalgesellschaft im Vergleich zur Fremdkapitalanlage

Formelzeichen	Beschreibung	mögliche Parameterausprägungen
AV	Anfangsvermögen	$AV \geq 0$ GE
r	Effektivverzinsung	$r \geq 0$
s	konstanter Durchschnitts- bzw. Differenzsteuersatz	$0 < s < 100\%$
n	Laufzeit	$n > 1$
δ	Ermäßigungsfaktor auf Zinseinkünfte	$0 \leq \delta \leq 100\%$ $\delta = 100\%$, keine Ermäßigung $\delta = 0$, maximale Ermäßigung
α	Ermäßigungsfaktor auf Dividendeneinkünfte	$0 \leq \alpha \leq 100\%$ $\alpha = 100\%$, keine Ermäßigung $\alpha = 0$, maximale Ermäßigung
ε	Risikofaktor (zur Messung der Risikoaversion des Anlegers)	$\varepsilon > 0$ $0 < \varepsilon < 1$, risikoscheuer Anleger $\varepsilon = 1$, risikoneutraler Anleger $\varepsilon > 1$, risikofreudiger Anleger
γ	Gewichtungsfaktor (zur Messung der auf konstante Dividendenrendite ausgerichteten Ausschüttungspolitik des Unternehmens)	$\gamma \geq 0$ $\gamma = 0$, maximale Gewichtung konstanter Dividendenrendite $\gamma \to \infty$ bzw. appr. $\gamma = 1$, keine Gewichtung mittlerer Dividendenpfade

s^{min}	Eingangssteuersatz	$0 < s^{\min} < 100\%$ $s^{\min} \leq s^{\max}$
s^{max}	Spitzensteuersatz	$0 < s^{\max} < 100\%$ $s^{\max} \geq s^{\min}$
GF	Grundfreibetrag	$GF \geq 0\,\mathrm{GE}$ $GF \leq OG$
OG	obere Progressionsgrenze	$OG \geq 0\,\mathrm{GE}$ $OG \geq GF$

Bei konstantem Steuersatz kann der Vor- bzw. Nachteil der Eigenkapitalanlage in eine Kapitalgesellschaft im Vergleich zur optimalen Fremdkapitalanlage, der Stufenzinsanleihe mit maximal aufgeschobenen Zinseinkünften, wie folgt berechnet werden:

Gleichung 4.2-107)
$$\Delta EV = AV \cdot \left(\begin{array}{l} \left(\left(1+r\right)^n - 1\right)\cdot s\cdot\delta - \left(\left(1+\frac{r}{\varepsilon}\right)^n - 1\right)\cdot s\cdot\alpha \\ - \left(\begin{array}{l} \left(1 + \left(\left(1+\frac{r}{\varepsilon}\right)^n - 1\right)\cdot\left(1 - s\cdot\alpha\right)\right) \\ - \left(1 + \frac{r}{\varepsilon}\cdot\left(1 - s\cdot\alpha\right)\right)^n \end{array} \right) \\ \cdot \left(\frac{-0{,}42\left(\gamma + 10^{-6}\right)}{n\cdot\left(\gamma+10^{-6}\right)+0{,}01} + 0{,}84 \right) \end{array} \right)$$

Einige ausgewählte von vielen sich daraus ableitenden Indifferenzkurven wurden in Diagramm 4.2-9 und Diagramm 4.2-17 dargestellt. Diese dienen zur Identifikation von Vorteilhaftigkeitsbereichen und zur Bestimmung des Optimums. Dabei veranschaulicht Diagramm 4.2-9, dass bei konstantem Steuersatz in der überwiegenden Mehrzahl der Parameterausprägungen die Eigenkapitalanlage in eine Kapitalgesellschaft aus Sicht des privaten Investors der optimalen Fremdkapitalanlage vorzuziehen ist und damit das Optimum darstellt. Insbesondere bei steigender Risikoaversion wird die Fremdkapitalanlage aber zunehmend vorteilhaft, wie Diagramm 4.2-17 veranschaulicht.

Der Vor- bzw. Nachteil bei progressivem Steuersatz ergibt sich mit:

Gleichung 4.2-108)

$$\Delta EV = AV \cdot \left(\begin{array}{l} \left(\prod_{i=1}^{n} \left(1 + r \cdot (1 - \delta \cdot s_i)\right) - \prod_{i=1}^{n} \left(1 + \frac{r}{\varepsilon} \cdot (1 - \alpha \cdot s_i)\right) \right) \\ - \left(\begin{array}{l} \prod_{i=1}^{n} \left(1 + \frac{r}{\varepsilon} \cdot (1 - s_i \cdot \alpha)\right) \\ - \left(1 + \left(\left(1 + \frac{r}{\varepsilon}\right)^2 - 1 \right) \cdot (1 - s_{ZB} \cdot \alpha)\right) \end{array} \right) \\ \cdot \left(\frac{\arctan(0{,}9n - 4) \cdot (\gamma + 0{,}1)}{20(\gamma + 0{,}1) - 0{,}9} - \frac{0{,}013}{\gamma + 0{,}1} + 0{,}35 \right) \end{array} \right)$$

Die Steuersätze s_i und s_{ZB} ergeben sich dabei aus dem fiktiven Steuertarif gem. Gleichung 4.2-39. In Gleichung 4.2-16 und Diagramm 4.2-18 sind beispielhafte Indifferenzkurven zur Bestimmung der Vor- oder Nachteiligkeit der Eigenkapitalanlage in eine Kapitalgesellschaft dargestellt.

4.3 Eigenkapitalanlage in eine Personengesellschaft

4.3.1 Vorüberlegungen und Definitionen

Die Analyse der Eigenkapitalanlage in eine Personengesellschaft erfolgt mit den folgenden Annahmen, die bereits bei der Analyse der Eigenkapitalanlage in eine Kapitalgesellschaft getroffen wurden:

1) Vor Steuern sind alle Kapitalanlageformen und damit auch alle Anlagemöglichkeiten in Personengesellschaften gleichwertig.
2) Auch im Rahmen der Personengesellschaft hat der private Anleger keinen Einfluss auf den Einkünftepfad.
3) Einkünfte aus der Gesellschaft reinvestiert der Anleger sofort wieder in Gesellschaftsanteile des gleichen Unternehmens, wobei davon ausgegangen werden muss, dass diese beliebig teilbar sind.

Analog zu den Nominalzinsen der Fremdkapitalanlage werden im Rahmen der Anlage in eine Personengesellschaft Eigenkapitalrenditen verwendet. Diese ergeben sich wie folgt:

Gleichung 4.3-1) $$r = \frac{Gewinnanteil}{Eigenkapitalanteil}$$

Der Unterschied zur Anlage in eine Kapitalgesellschaft besteht nun darin, dass der Anleger in einer Personengesellschaft auch laufende Verluste realisieren kann. Diese werden im Rahmen der Vorsteueräquivalenzprämisse durch entsprechend höhere Renditen in anderen Perioden ausgeglichen.

Wie in Kapitel 3.2.3.1 beschrieben wurde, werden Verluste im deutschen Steuerrecht gem. § 10 d Abs. 2 EStG mit vorangegangenen oder zukünftigen Verlusten verrechnet. Vorerst soll aber davon ausgegangen werden, dass Verluste sofort zu einer Gutschrift durch den Fiskus führen. Um die Vergleichbarkeit mit der Fremdkapitalanlage zu gewährleisten, wird im Hinblick auf den o.g. Punkt 3 darüber hinaus auch davon ausgegangen, dass der Anleger auftretende Verluste abzüglich der Steuergutschrift mittels seines Eigenkapitalanteils ausgleicht. Verluste in einem Jahr führen demnach zu einem niedrigeren Eigenkapitalanteil in der Folgeperiode.

Welche Auswirkung negative Renditen auf das Nachsteuerendvermögen im Vergleich zur Anlage ins Eigenkapital einer Kapitalgesellschaft haben, soll im Folgenden untersucht werden.

4.3.2 Vorteil bzw. Nachteil aus der Abweichung vom Einkünftepfad der optimalen Fremdkapitalanlage

4.3.2.1 Analyse bei konstantem Steuersatz

4.3.2.1.1 Zweiperiodiger Anlagezeitraum

Das Endvermögen eines beliebigen Renditepfades ergibt sich mit:

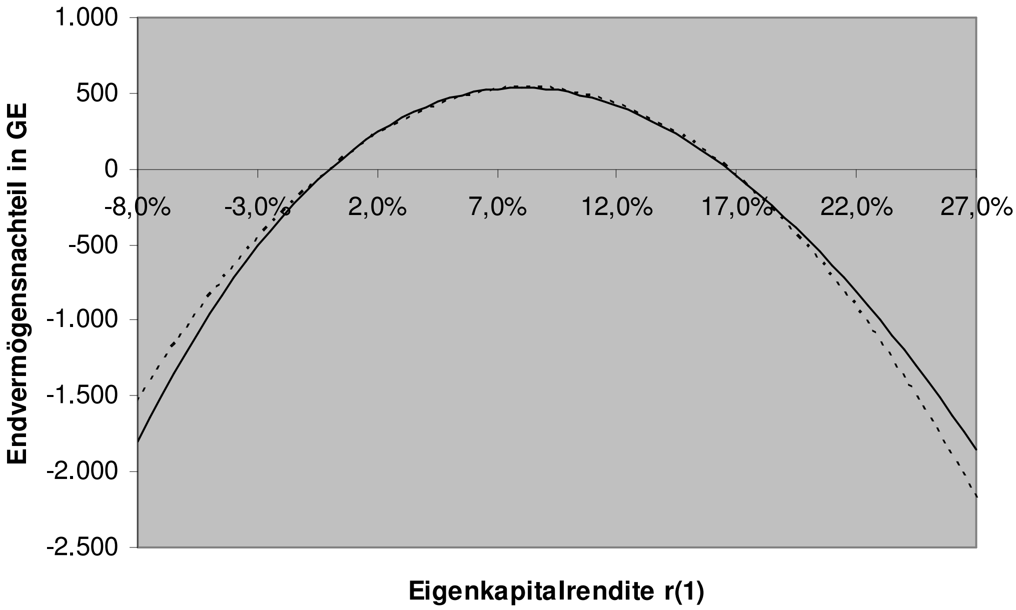
Gleichung 4.3-2)
$$EV = AV \cdot \prod_{i=1}^{n} \left(1 + r_i \cdot (1-s)\right)$$

Im Rahmen der Eigenkapitalanlage in die Kapitalgesellschaft konnte anhand dieser Gleichung der Endvermögensverlust im zweiperiodigen Anlagezeitraum in Diagramm 4.2-1 dargestellt werden. Formelmäßig ergibt sich der Endvermögensverlust mit:

Gleichung 4.3-3)
$$\begin{aligned}\Delta EV(r_1) &= AV \cdot \left(1 + \left((1+r)^2 - 1\right) \cdot (1-s)\right) \\ &\quad - AV \cdot \left(1 + r_1 \cdot (1-s)\right) \cdot \left(1 + \left(\frac{(1+r)^2}{1+r_1} - 1\right) \cdot (1-s)\right)\end{aligned}$$

Geht man von der Beschränkung der Verlustmöglichkeit auf die geleistete Einlage aus, ergibt sich nunmehr eine Bandbreite von $-100\% \leq r_1 \leq \infty$. Da diese Bandbreite recht hoch erscheint, soll im Folgenden der Endvermögensverlust mit $-r \leq r_1 \leq (1+r)^2/(1-r)-1$ dargestellt werden.

Diagramm 4.3-1) Endvermögensnachteil ΔEV in Abhängigkeit von der Eigenkapitalrendite r_1 bei konstantem Steuersatz ($AV = 400.000$; $s = 30\%$; $r = 8\%$; $n = 2$)



Gleichung 4.3-3 wird durch die durchgezogene Linie in dem erwähnten Intervall repräsentiert. Im Intervall $0 \leq r_1 \leq (1+r)^2 - 1$ erkennt man erwartungsgemäß die bereits aus Diagramm 4.2-1 bekannte Kurve wieder. Die schraffierte Linie kennzeichnet die in Kapitel 4.2.2.1.1.1 verwendete Approximationsfunktion für den Endvermögensnachteil. Deutlich wird, dass diese zwar im dort verwendeten Intervall hinreichend genau den Endvermögensverlust wiedergibt, jetzt aber deutliche Ungenauigkeiten hervorbringt. Ursächlich hierfür ist die mit breiter werdendem Intervall zunehmende „Schiefe“ der quadratischen Funktion, die bei der Approximation nicht berücksichtigt wurde und auch hier mit vertretbarem mathematischen Aufwand nicht berücksichtigt werden kann.

Diagramm 4.3-1 verdeutlicht, dass die optimale Stufenzinsanleihe der Fremdkapitalanlage mit zunehmender Bandbreite der Eigenkapitalrenditen, d.h. mit zunehmender Verlustmöglichkeit, in anteilig immer weniger Fällen vorteilhaft ist. Dies ist sie nur im aus der Fremdkapitalanlage bekannten Bereich der Renditen. Außerhalb des Bereichs ist sie nachteilig. Damit sinkt vermutlich der Erwartungswert des Endvermögensverlustes aus der Abweichung vom optimalen Einkünftepfad und wird mit größer werdender Bandbreite der Eigenkapitalrenditen zunehmend zu einem Endvermögensgewinn gegenüber der optimalen Fremdkapitalanlage, d.h. zu einem Vorteil. Ursächlich hierfür ist, dass im Rahmen der Eigenkapitalanlage in eine Personengesellschaft mehr als die im Rahmen der Fremdkapitalanlage maximal aufschiebbaren Zinsen auf die letzte Periode verlagert werden können bzw. hier zufällig verlagert werden.

Um das zu überprüfen, soll der Erwartungswert des Endvermögensunterschiedes im Vergleich zur optimalen Fremdkapitalanlage aus Gleichung 4.3-3 ermittelt werden. Ausgangspunkt ist wie bereits in Kapitel 4.2.2.1.1.1 der Mittelwertsatz der Integralrechnung[204] mit:

Gleichung 4.3-4) $$m = \frac{1}{b-a} \cdot \int_a^b f(x)dx$$

Da keine Approximationsfunktion gebildet werden konnte, ergibt sich der Erwartungswert nun aus Gleichung 4.3-3 und Gleichung 4.2-15 deutlich komplizierter mit[205]:

Gleichung 4.3-5)

$$m = \frac{(s^2 - s) \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(1+r_{1,2})^2 + (1+r)^2 \cdot \ln(1+r_{1,2}) - (2+2r+r^2) \cdot (1+r_{1,2}) \\ -\frac{1}{2}(1+r_{1,1})^2 - (1+r)^2 \cdot \ln(1+r_{1,1}) + (2+2r+r^2) \cdot (1+r_{1,1}) \end{pmatrix}}{r_{1,2} - r_{1,1}}$$

Die beiden Variablen $r_{1,1}$ und $r_{1,2}$ kennzeichnen die linke und die rechte Grenze der Bandbreite möglicher Eigenkapitalrenditen in der ersten Periode. Die Eigenkapitalrenditen der zweiten Periode ergeben sich aus der Vorsteueräquivalenzbedingung.

Zur Veranschaulichung von Gleichung 4.3-5 soll auf das Beispiel der Kapitel zur Kapitalgesellschaft zurückgegriffen werden. Dabei steht Anleger A eine Anlage mit einer Effektivverzinsung von $r = 8\%$ zur Verfügung, in die er 400.000 GE über 2 Jahre investieren will. Der persönliche Einkommensteuersatz von A beträgt 30%. A geht davon aus, dass die Bandbreite der Eigenkapitalrenditen der ersten Periode von $r_{1,1} = -r$ und $r_{1,2} = (1+r)^2/(1-r) - 1$ begrenzt wird (Intervall analog zu Diagramm 4.3-1). Der erwartete Endvermögensnachteil im Vergleich zur optimalen Fremdkapitalanlage beträgt -244 GE, es handelt sich also um einen erwarteten Vorteil.

[204] Vlg. Bosch (1998), S. 483.
[205] Zur Herleitung siehe Anhang 24.

Der Erwartungswert des Endvermögensnachteils bzw. -vorteils ist neben der Effektivverzinsung und dem Steuersatz in erster Linie abhängig von der unterstellten Bandbreite möglicher Eigenkapitalrenditen. Wenn man annimmt, dass die minimale Eigenkapitalrendite in der zweiten Periode nicht kleiner ist als die der ersten Periode, ergibt sich die obere Bandbreitengrenze der Eigenkapitalrenditen der ersten Periode aus der unteren Bandbreitengrenze mit:

Gleichung 4.3-6) $$r_{1,2} = \frac{(1+r)^2}{(1+r_{1,1})} - 1$$

Damit wird die Bandbreite nur noch durch die untere Bandbreitengrenze definiert und man erhält den Zusammenhang zwischen der Bandbreite und dem erwarteten Endvermögensnachteil bzw. -vorteil grafisch mit:

Diagramm 4.3-2) Erwarteter Endvermögensnachteil ΔEV in Abhängigkeit von der Bandbreite möglicher Eigenkapitalrenditen bei unterschiedlichen Steuersätzen ($AV = 400.000$; $r = 8\%$; $n = 2$)

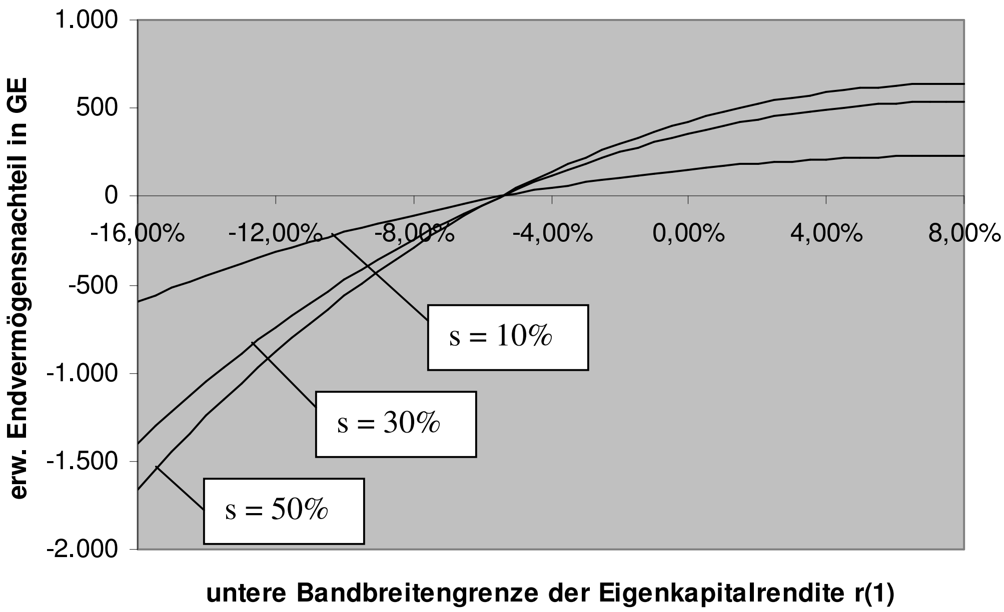


Diagramm 4.3-2 verdeutlicht drei Dinge:

1) Je schmaler die Bandbreite um die Effektivverzinsung r gefasst wird, umso höher ist der erwartete Endvermögensnachteil der Eigenkapitalanlage in die Personengesellschaft. Je breiter die Bandbreite gewählt bzw. eingeschätzt wird, umso geringer ist dieser Nachteil. Er wandelt sich mit breiter werdender Bandbreite sogar in einen Vorteil, der mit zunehmender Breite größer wird.

2) Mit $s = 30\%$ und $r_{1,1} = 0\%$ (also mit der Bandbreite der Kapitalgesellschaftsanlage) erhält man den bereits in Kapitel 4.2.2.1.1.1 ermittelten erwarteten Endvermögensnachteil von 358 GE bzw. von 67% des maximal möglichen Endvermögensnachteils von 538 GE.

3) Es gibt eine Indifferenzbandbreite $r_{1,1}^{ind}$, unabhängig vom Steuersatz, bei der die Eigenkapitalanlage in eine Personengesellschaft gerade gleichwertig mit der optimalen Fremdkapitalanlage im Hinblick auf den Einkünftepfad ist. Diese ergibt sich hier durch Nullsetzen von Gleichung 4.3-5.

Ein analytisches Nullsetzen von Gleichung 4.3-5 im Hinblick auf den angesprochenen Punkt 3 erweist sich als äußerst komplex. Bekannt ist allerdings, dass der Steuersatz keinen Einfluss auf die Indifferenzbandbreite hat und diese somit nur noch von der Effektivverzinsung abhängig ist. Zwischen $r_{1,1}^{ind}$ und r kann über die Verwendung exemplarischer Werte ein allgemeingültiger Zusammenhang mit folgender Approximationsfunktion hergestellt werden:

Gleichung 4.3-7) $$r_{1,1}^{ind,app} = -0{,}3183 \cdot \arctan(2{,}05 \cdot r)$$

Ist $r_{1,1}$ größer als $r_{1,1}^{ind}$, d.h. ist die Bandbreite kleiner als die Indifferenzbandbreite, ist die Kapitalanlage in eine Personengesellschaft im Vergleich zur optimalen Fremdkapitalanlage im Hinblick auf den Einkünftepfad nachteilig. Ist $r_{1,1}$ kleiner als $r_{1,1}^{ind}$, ist sie vorteilhaft.

Der erwartete Endvermögensverlust relativ zum maximalen Endvermögensverlust (definiert durch Gleichung 4.2-11 und Gleichung 4.2-16 in Kapitel 4.2.2.1.1.1) war, abgesehen von sehr hohen Effektivverzinsungen ($r > 50\%$), unabhängig von dieser. Dieselbe Unabhängigkeit der Ergebnisse von der Effektivverzinsung konnte auch im mehrperiodigen Anlagezeitraum bei der Eigenkapitalanlage in die Kapitalgesellschaft anhand der verwendeten Tabellenkalkulationen festgestellt werden.

Jetzt ist das Ergebnis, wie man durch eine Variation der Parameter in Gleichung 4.3-5 feststellen kann, aber nicht mehr unabhängig von der Effektivverzinsung r. Ursächlich hierfür ist die zunehmende Schiefe und Stauchung entlang der Ordinate der Funktion in Diagramm 4.3-1. Die Abszisse teilt sich in drei Bereiche – $(r_u;0)$, $(0;(1+r)^2-1)$ und $((1+r)^2-1;(1+r)^2/(1+r_u)-1)$. Der erste und der dritte Bereich weisen Endvermögensvorteile der Eigenkapitalanlage in eine Personengesellschaft, der zweite Bereich dagegen einen Endvermögensnachteil auf. Während der erste Bereich mit steigender Effektivverzinsung konstant bleibt, dehnen sich die anderen beiden Bereiche aus. Steigende Effektivverzinsungen führen darüber hinaus auch zu einem höheren Maximum der Funktion in Diagramm 4.3-1. Zusammengefasst führt eine steigende Effektivverzinsung zu einer stärkeren Gewichtung des zweiten Bereichs und damit zu einer Erhöhung des erwarteten Endvermögensnachteils bzw. Verringerung des Endvermögensvorteils. Mit $r_u = 0\%$ (Eigenkapitalanlage in die Kapitalgesellschaft) hat die Effektivverzinsung, abgesehen von einer unwesentlichen Schiefe der Funktion, die durch die Approximationsfunktion ausgeklammert wird, keinen Einfluss auf den Erwartungswert des Endvermögensnachteils.

Damit sind die untere Verlustbandbreitengrenze und die Effektivverzinsung im Hinblick auf den erwarteten Endvermögensverlust relativ zum maximalen Endvermögensverlust wesentliche Einflussfaktoren. Keinen Einfluss haben das Anfangsvermögen und der konstante Steuersatz.

4.3.2.1.2 Mehrperiodiger Anlagezeitraum

Im mehrperiodigen Anlagezeitraum ergibt sich der Endvermögensverlust eines beliebigen Renditepfades im Vergleich zur optimalen Fremdkapitalanlage mit:

Gleichung 4.3-8)
$$\begin{aligned}\Delta EV = AV \cdot \left(1 + \left((1+r)^n - 1\right) \cdot (1-s)\right) \\ - AV \cdot \left(1 + r_1 \cdot (1-s)\right) \cdot \ldots \cdot \left(1 + r_n \cdot (1-s)\right)\end{aligned}$$

Die mögliche Bandbreite der Eigenkapitalrenditen soll wie im vorangegangenen Kapitel so definiert sein, dass eine bestimmte untere Eigenkapitalrendite r_u in keiner Periode unterschritten wird.

Neben der unteren Verlustbandbreitengrenze und der Effektivverzinsung kommt im Gegensatz zum vorangegangenen Kapitel im mehrperiodigen Anlagezeitraum die Anlagedauer als dritter Einflussfaktor auf den Endvermögensverlust relativ zum maximalen Endvermögensverlust hinzu. Um den Einfluss der Variablen herauszuarbeiten, soll zunächst die Effektivverzinsung mit $r = 8\%$ als konstant angenommen werden.

4.3.2.1.2.1 Analyse mit konstanter Effektivverzinsung

Auf die grafische Darstellung von Diagramm 4.3-3 soll hier verzichtet werden, da diese sich analog zu Diagramm 4.2-3 des Kapitels 4.2.2.1.1.2 ergibt. In diesem Fall wird das Diagramm allerdings je nach Bandbreite auf der Ordinate verlängert oder verkürzt. Wie in Kapitel 4.2.2.1.1.2 ist auch hier der funktionelle Zusammenhang zwischen dem Endvermögensverlust und der Eigenkapitalrendite drei- und mehrdimensional. Die analytische Beantwortung der Frage nach dem Erwartungswert des Endvermögensverlustes ist m.E. daher nicht möglich.

Aus diesem Grund soll mittels der bereits verwendeten Tabellenkalkulation eine Aussage über den erwarteten Endvermögensverlust getroffen werden. Dabei wird der Erwartungswert für bestimmte Anlagedauern ermittelt und anschließend approximativ ein Zusammenhang zwischen der Anlagedauer und dem erwarteten Endvermögensverlust aufgestellt.

Im Vergleich zur Analyse der Eigenkapitalanlage in eine Kapitalgesellschaft kommt jetzt allerdings mit der möglichen Verlustbandbreite eine weitere Dimension hinzu, sodass sich der erwartete Endvermögensverlust aus Anlagedauer und unterer Grenze der Eigenkapitalrendite ergibt.

Die Veranlagungssimulation[206] ergibt für den zwei- bis sechsperiodigen Anlagezeitraum und bestimmte durch die untere Bandbreitengrenze definierte Verlustbandbreiten folgende Werte analog zu Tabelle 4.2-1 des Kapitels 4.2.2.1.1.2:

[206] Zur Tabellenkalkulation siehe Anhang 12.

Tabelle 4.3-1) Erwartungswerte der Endvermögensnachteile gemessen am maximalen Endvermögensnachteil für unterschiedliche untere Verlustbandbreitengrenzen ($r = 8\%$)

erwarteter End-vermögensverlust		Anlagedauer n				
		2	3	4	5	6
untere Verlustbandbreitengrenze r(u)	-24%	-610%	-454%	-375%	-361%	-376%
	-20%	-415%	-303%	-242%	-228%	-240%
	-16%	-259%	-184%	-140%	-129%	-134%
	-12%	-138%	-90%	-57%	-51%	-53%
	-8%	-45%	-18%	3%	8%	7%
	-4%	22%	35%	47%	51%	50%
	0%	67%	71%	77%	79%	79%

Der Tabellenkalkulation, mit der diese Werte ermittelt wurden, wurden ein Anlagevermögen $AV = 400.000$ GE, eine Effektivverzinsung $r = 8\%$ und ein Steuersatz $s = 30\%$ zu Grunde gelegt. Abgesehen von Abweichungen, die sich aus der Verwendung diskreter Schritte zwischen den Eigenkapitalrenditen ergeben, führt eine Änderung von Anfangsvermögen und Steuersatz wie bereits in Kapitel 4.2.2.1.1.2 nicht zu einer Änderung der ermittelten Werte. Die Auswirkungen einer Veränderung in der Effektivverzinsung werden im nächsten Kapitel diskutiert.

Zur Plausibilisierung der in Tabelle 4.3-1 dargestellten Werte aus der Tabellenverarbeitung soll die Spalte für $n = 2$ mit Gleichung 4.3-5 des vorangegangenen Kapitels und die Zeile für $r_u = 0\%$ mit den Ergebnissen des Kapitels 4.2.2.1.1.2, der Eigenkapitalanlage in die Kapitalgesellschaft, verglichen werden. Man erhält:

Tabelle 4.3-2) Analytische versus EDV-ermittelte Erwartungswerte der Endvermögensnachteile gemessen am maximalen Endvermögensnachteil für $n = 2$

untere Verlustband-breitengrenze	-24%	-20%	-16%	-12%	-8%	-4%	0%
erwarteter End-vermögensverlust (Tabellenverarbeitung)	-610%	-415%	-259%	-138%	-45%	22%	67%
erwarteter End-vermögensverlust (analytisch)	-610%	-415%	-259%	-138%	-45%	22%	67%
Differenz	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%

Tabelle 4.3-3) Vergleich der Erwartungswerte der Endvermögensnachteile gemessen am maximalen Endvermögensnachteil der Kapitel 4.3.2.1.2.1 (Personengesellschaft mit $r_u = 0\%$) und 4.2.2.1.1.2 (Kapitelgesellschaft)

Anlagedauer	2	3	4	5	6
erwarteter End-vermögensverlust (PersGes mit r(u)=0%)	67%	71%	77%	79%	79%
erwarteter End-vermögensverlust (KapGes)	64%	71%	73%	74%	77%
Differenz	-3%	0%	-4%	-5%	-2%

Während Tabelle 4.3-2 die Konsistenz zwischen der Analyse im zwei- und im mehrperiodigen Anlagezeitraum im Rahmen der Eigenkapitalanlage in die Personengesellschaft untermauert, treten bei Tabelle 4.3-3 Abweichungen zwischen den Ergebnissen der Tabellenkalkulationen der Analysekapitel für die Kapital- und die Personengesellschaft auf. Da im Rahmen der Personengesellschaft mit der unteren Verlustbandbreitengrenze eine weitere Dimension berücksichtigt wurde, musste die diskrete Schrittzahl der Eigenkapitalrenditen im Rahmen der Tabellenkalkulation größer gewählt werden. Aus dieser rechentechnischen Vereinfachung und aus der Klassifizierung der Ergebnisse in Kapitel 4.2.2.1.1.2 resultieren Ungenauigkeiten. Die Abweichungen in Tabelle 4.3-3 sollen für die weitere Analyse als vernachlässigbar eingestuft werden. Im Folgenden werden damit die Werte aus Tabelle 4.3-1 zu Grunde gelegt. Diese ergeben sich grafisch mit:

Diagramm 4.3-3) Erwarteter Endvermögensnachteil ΔEV relativ zum maximalen Endvermögensnachteil in Abhängigkeit von der Bandbreite möglicher Eigenkapitalrenditen und unterschiedlichen Laufzeiten ($r = 8\%$)

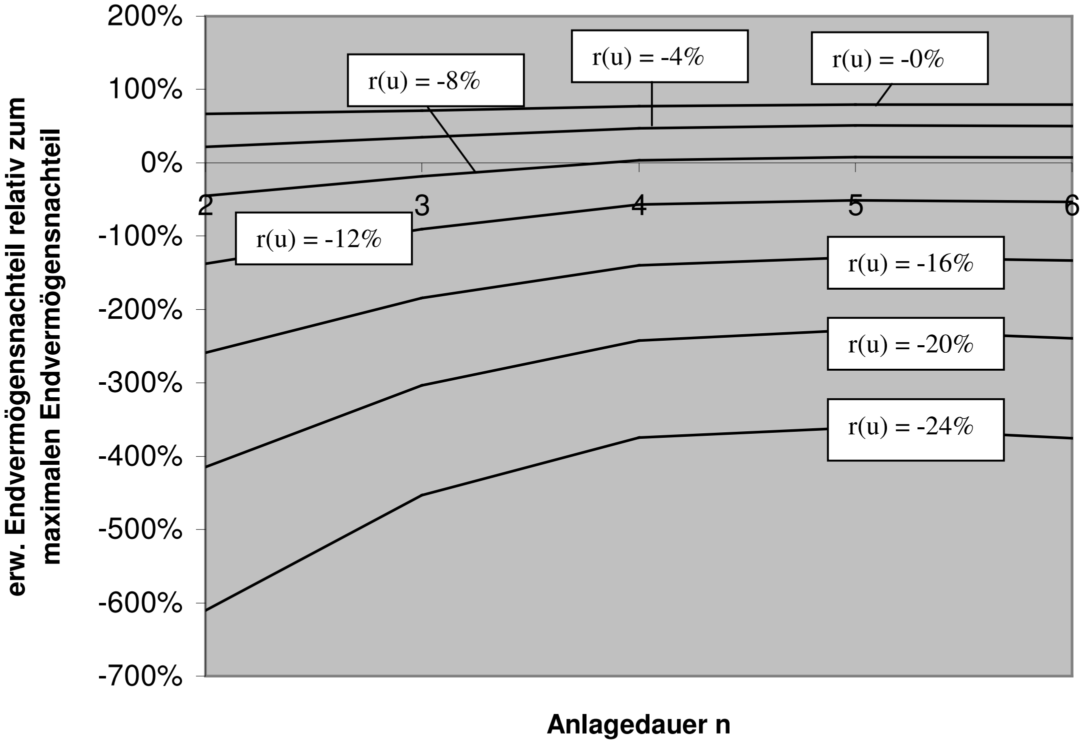


Diagramm 4.3-3 verdeutlicht drei Dinge:

1) Die Kurve für $r_u = 0\%$ kennzeichnet bis auf die diskutierten Abweichungen die bekannten Werte aus Kapitel 4.2.2.1.1.2.
2) Die Kurven für andere untere Verlustbandbreitengrenzen weisen abgesehen vom Niveau auf der Ordinate einen ähnlichen Kurvenverlauf auf.
3) Je niedriger die untere Verlustbandbreitengrenze gewählt wird, desto geringer wird der Nachteil aus der Verfehlung des Einkünftepfades der steueroptimalen Fremdkapitalanlage. Dieser Nachteil wandelt sich mit zunehmend niedrigerer unterer Bandbreitengrenze in einen Vorteil gegenüber der optimalen Fremdkapitalanlage.

Für $r_u = 0\%$ wurde in Gleichung 4.2-21 des Kapitels 4.2.2.1.1.2 bereits eine Approximationsfunktion für den erwarteten, relativen Endvermögensverlust hergeleitet. Diese ergab sich mit:

Gleichung 4.3-9) $$E(n)_{app} = \frac{-0{,}42}{n} + 0{,}84$$

In Kenntnis der Werte aus Tabelle 4.3-1 kann diese Approximationsfunktion jetzt um die untere Verlustbandbreitengrenze erweitert werden. Man erhält:

Gleichung 4.3-10) $$E(n, r_u)_{app} = \frac{-110(r_u - 0{,}02)^2 - 0{,}42}{n} - 34(r_u - 0{,}05)^2 + 0{,}925$$

bzw. umgestellt:

Gleichung 4.3-11) $$E(n, r_u)_{app} = -r_u^{\,2} \cdot \left(\frac{110}{n} + 34\right) + r_u \cdot \left(\frac{4{,}4}{n} + 3{,}4\right) - \frac{0{,}464}{n} + 0{,}84$$

Diese Approximationsfunktion gibt die Werte aus Tabelle 4.3-1 mit hinreichender Genauigkeit für diese Analyse anhand eines formelmäßigen Zusammenhangs zwischen dem erwarteten Endvermögensvorteil bzw. -nachteil, der Anlagedauer und der unteren Verlustbandbreitengrenze wider. Aus der Approximation resultiert ein Fehler, der in der folgenden Tabelle quantifiziert wird.

Tabelle 4.3-4) Abweichung zwischen dem Erwartungswert der Endvermögensnachteile relativ zum maximalen Endvermögensnachteil anhand der Approximationsfunktion und der Erwartungswerte laut Tabelle 4.3-1

Abweichung in den erwarteten End-vermögensverlusten		Anlagedauer n				
		2	3	4	5	6
untere Verlustbandbreitengrenze r(u)	-24%	-24%	2%	15%	-10%	-51%
	-20%	-8%	8%	22%	7%	-24%
	-16%	-3%	6%	17%	8%	-10%
	-12%	-3%	1%	13%	6%	-4%
	-8%	-4%	-2%	6%	3%	-2%
	-4%	-2%	-3%	3%	2%	-1%
	0%	6%	3%	5%	4%	3%

Die hohen Abweichungen bei niedrigen unteren Verlustbandbreitegrenzen resultieren im Wesentlichen daraus, dass der Erwartungswert relativ zum maximalen Endvermögensnachteil angegeben wurde. Je höher die Verlustmöglichkeit ist, desto mehr tritt allerdings dieser maximale Endvermögensnachteil im Vergleich zum maximalen Endvermögensvorteil in den Hintergrund.[207] Um diesen Effekt auszuklammern, soll im Folgenden die Abweichung zwischen Tabellenkalkulation und Appro-

[207] Siehe dazu Diagramm 4.3-1.

ximation des Erwartungswertes nicht mehr relativ zum maximalen Endvermögensverlust mit:

Gleichung 4.3-12) $$\Delta EV^{\max} = AV \cdot \left(\left(1+\left((1+r)^n - 1\right)\cdot(1-s)\right) - \left(1+r\cdot(1-s)\right)^n\right),$$

sondern relativ zur Spannweite zwischen maximalem Endvermögensverlust und maximalem Endvermögensvorteil dargestellt werden. Diese ergibt sich mit:

Gleichung 4.3-13) $$\Delta EV^{\max,\min} = AV \cdot \left(\begin{array}{l} \left(1+r_u\cdot(1-s)\right)^{n-1}\cdot\left(1+\left(\dfrac{(1+r)^n}{(1+r_u)^{n-1}}\right)-1\right)\cdot(1-s) \\ -\left(1+r\cdot(1-s)\right)^n \end{array}\right)$$

Tabelle 4.3-4 ergibt sich nun wie folgt:

Tabelle 4.3-5) Abweichung zwischen dem Erwartungswert der Endvermögensnachteile relativ zur maximalen Endvermögensspannweite anhand der Approximationsfunktion und der Erwartungswerte laut Tabelle 4.3-1 ($AV = 400.000$ GE; $r = 8\%$)

Abweichung in den erwarteten Endvermögensverlusten		Anlagedauer n				
		2	3	4	5	6
untere Verlustbandbreitengrenze r(u)	-24%	-1%	0%	1%	-1%	-3%
	-20%	-1%	1%	1%	0%	-2%
	-16%	0%	1%	2%	1%	-1%
	-12%	0%	0%	2%	1%	-1%
	-8%	-1%	-1%	1%	1%	-1%
	-4%	-1%	-1%	1%	1%	0%
	0%	6%	3%	5%	4%	3%

Tabelle 4.3-5 zeigt, dass die Approximationsfunktion durchaus mit hinreichender Genauigkeit verwendbar ist. Lediglich der Fall einer unteren Verlustbandbreitengrenze $r_u = 0\%$ weist signifikante Abweichungen auf. Eine Verringerung dieser Abweichung durch Modifikation der Approximationsfunktion wäre allerdings nicht ohne eine Erhöhung der Abweichungen bei Verlustuntergrenzen mit $r_u < 0\%$ möglich. Da die Analyse dieses Kapitels ohnehin die Möglichkeit einer Verlustrealisation explizit annimmt, kommt der Fall $r_u = 0\%$ nicht in Betracht.

Zusammenfassend kann man daher festhalten, dass die Approximationsfunktion in Gleichung 4.3-11 mit hinreichender Genauigkeit den Endvermögensvorteil bzw. -nachteil der Eigenkapitalanlage in eine Personengesellschaft im Vergleich zur optimalen Fremdkapitalanlage bei einer Effektivverzinsung von 8% im Rahmen der betrachteten Anlagedauern widerspiegelt.

Analog zum zweiperiodigen Anlagezeitraum existieren auch im mehrperiodigen Fall Indifferenzverlustbandbreiten, bei denen der Erwartungswert des Endvermögensnachteils gegenüber der optimalen Fremdkapitalanlage gerade gleich Null ist. Aus der verwendeten Tabellenkalkulation ergeben sich diese mit:

Tabelle 4.3-6) Indifferenzverlustbandbreiten im mehrperiodigen Anlagezeitraum ($r = 8\%$)

Anlagedauer	2	3	4	5	6
Indifferenz-bandbreite	-5,46%	-6,79%	-8,27%	-8,64%	-8,56%

Analog zu den vorangegangenen Kapiteln soll eine Approximationsfunktion gebildet werden, welche die Werte aus Tabelle 4.3-6 mit möglichst hoher Annäherung wiedergibt. Diese ergibt sich mit:

Gleichung 4.3-14) $$r_u^{ind} = -0{,}2 \cdot \arctan(n+1) + 0{,}195$$

Werden untere Verlustbandbreitemöglichkeiten größer als die Indifferenzbandbreite gewählt, ist die Eigenkapitalanlage in eine Personengesellschaft gegenüber der optimalen Fremdkapitalanlage von Nachteil, anderweitig von Vorteil.

4.3.2.1.2.2 Analyse mit variabler Effektivverzinsung

Analog zum vorangegangenen Kapitel soll nun der erwartete Endvermögensvorteil bzw. -nachteil relativ zum maximalen Endvermögensvorteil der Kapitalanlage ins Eigenkapital einer Personengesellschaft im Vergleich zur Anlage ins Fremdkapital ermittelt werden, jetzt allerdings mit variablen Effektivverzinsungen. Bestimmungsparameter für den Erwartungswert sind nun die Anlagedauer, die untere Verlustbandbreitengrenze und die Effektivverzinsung. Beispielhaft sei die untere Verlustbandbreitengrenze mit $r_u = -2\%$, $r_u = -8\%$ und $r_u = -24\%$ in den folgenden Tabellen dargestellt.

Tabelle 4.3-7) Erwartungswerte der Endvermögensnachteile gemessen am maximalen Endvermögensnachteil für unterschiedliche Effektivverzinsungen ($r_u = -2\%$)

erwarteter Endvermögensverlust		Anlagedauer n				
		2	3	4	5	6
Effektivverzinsung	2%	-36%	-37%	5%	15%	15%
	4%	24%	30%	46%	51%	54%
	8%	47%	54%	65%	66%	66%
	10%	51%	59%	67%	69%	69%
	15%	56%	64%	71%	72%	71%
	20%	59%	67%	72%	73%	72%
	30%	61%	69%	73%	74%	73%
	40%	62%	70%	73%	74%	72%
	50%	63%	70%	73%	73%	71%

Tabelle 4.3-8) Erwartungswerte der Endvermögensnachteile gemessen am maximalen Endvermögensnachteil für unterschiedliche Effektivverzinsungen ($r_u = -8\%$)

erwarteter Endvermögensverlust		Anlagedauer n				
		2	3	4	5	6
Effektivverzinsung	2%	-806%	-670%	-514%	-466%	-460%
	4%	-226%	-171%	-117%	-103%	-103%
	8%	-45%	-18%	3%	8%	7%
	10%	-18%	5%	21%	25%	25%
	15%	14%	32%	42%	45%	44%
	20%	28%	43%	51%	53%	51%
	30%	41%	54%	60%	60%	58%
	40%	47%	58%	63%	63%	60%
	50%	50%	61%	65%	64%	61%

Tabelle 4.3-9) Erwartungswerte der Endvermögensnachteile gemessen am maximalen Endvermögensnachteil für unterschiedliche Effektivverzinsungen ($r_u = -24\%$)

erwarteter Endvermögensverlust		Anlagedauer n				
		2	3	4	5	6
Effektivverzinsung	2%	-7377%	-5745%	-4832%	-4621%	-4680%
	4%	-2070%	-1595%	-1328%	-1278%	-1313%
	8%	-610%	-454%	-375%	-361%	-376%
	10%	-414%	-300%	-245%	-236%	-250%
	15%	-202%	-134%	-105%	-101%	-113%
	20%	-117%	-68%	-49%	-47%	-58%
	30%	-46%	-13%	-2%	-3%	-13%
	40%	-16%	10%	17%	15%	3%
	50%	0%	22%	28%	24%	11%

Mit zunehmender Anlagedauer nimmt die Genauigkeit der mittels Tabellenkalkulation ermittelten Werte der drei Tabellen ab. Ursächlich hierfür ist die begrenzte Anzahl verarbeitbarer Datensätze und im Gegenzug dazu die exponentiell mit der Anlagedauer steigende Zahl möglicher Zinspfade. Hier wurde diesem Problem dadurch begegnet, dass ein diskretes und kein stetiges Zinsspektrum angenommen wurde. Die hier verwendete Tabellenverarbeitungssoftware Microsoft Excel© (zur schematischen Darstellung siehe Anhang 27) kann maximal 64.000 verschiedene Zinspfade in einem Tabellenblatt verarbeiten. Bei einer Anlagedauer von 6 Jahren, einer unteren Verlustbandbreitengrenze von -8% und einer Effektivverzinsung von 8% führt das beispielsweise dazu, dass Nominalzinsen nur im Abstand von 5,5 Prozentpunkten betrachtet werden können. Diese Einschränkung führt zu dem hier beobachtbaren Effekt, dass der erwartete Endvermögensnachteil mit steigender Anlagedauer zunächst steigt, bei $n = 6$ aber wieder kleiner wird. Dafür lässt sich im Rahmen des Modells keine plausible Erklärung finden. Plausibler ist hingegen der bereits in Kapitel 4.2.2.1.1.2 diskutierte und in Diagramm 4.2-3 dargestellte Effekt, dass der Endvermögensnachteil mit steigender Anlagedauer gegen einen bestimmten Grenzwert konvergiert. Ohne das explizit beweisen zu können, soll im Folgenden von der Existenz eines Grenzwertes für den relativen Endvermögensnachteil bei steigender Anlagedauer ausgegangen werden.

Grafisch ergibt sich jetzt folgende Darstellung der Werte aus Tabelle 4.3-7, Tabelle 4.3-8 und Tabelle 4.3-9:

Diagramm 4.3-4) Erwarteter Endvermögensnachteil ΔEV relativ zum maximalen Endvermögensnachteil in Abhängigkeit von der Bandbreite möglicher Eigenkapitalrenditen, der Effektivverzinsung und der Anlagedauer

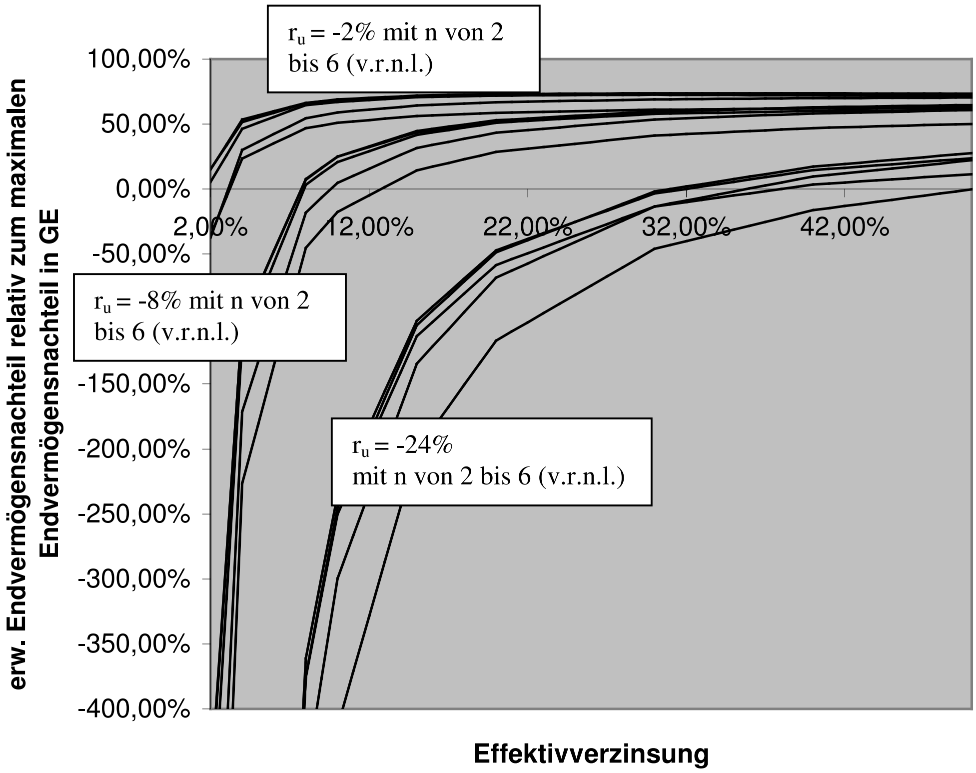


Diagramm 4.3-3 verdeutlicht Folgendes:

1) Je höher die Effektivverzinsung ist, desto niedriger ist der erwartete Endvermögensvorteil der Kapitalanlage in eine Personengesellschaft. Mit steigender Effektivverzinsung geht der Erwartungswert für die hier betrachteten Effektivverzinsungen $0\% \le r \le 50\%$ gegen einen Endvermögensnachteil von ca. 73% des maximalen Endvermögensvorteils. Ursächlich hierfür ist, dass bei den in Kapitel 4.3.2.1.1 beschriebenen drei Bereichen der Kurve in Diagramm 4.3-1 der zweite Bereich mit $0 \le r_1 \le (1+r)^2 - 1$ und genauer noch die erste Hälfte des zweiten Bereichs an Bedeutung gewinnt und der erste Bereich zunehmend kleiner wird.

2) Je höher die Anlagedauer ist, desto geringer ist der Endvermögensvorteil bzw. desto höher ist der Endvermögensnachteil. Dieser Zuwachs des Endvermögensvorteils nimmt mit steigender Anlagedauer ab und konvergiert

vermutlich gegen Werteausprägungen, die der Kurve bei $n \approx 6$ entsprechen. Zur Begründung dieser Vermutung siehe die Seiten zuvor.

3) Je niedriger die untere Verlustbandbreitengrenze, d.h. je größer die Bandbreite möglicher Eigenkapitalrenditen ist, desto größer ist der Endvermögensvorteil der Anlage in eine Personengesellschaft. Dieser Effekt wurde bereits im zweiperiodigen Anlagezeitraum in Kapitel 4.3.2.1.1 analysiert und beschrieben.

Die Werte in Tabelle 4.3-7, Tabelle 4.3-8 und Tabelle 4.3-9 bzw. die Kurven in Diagramm 4.3-4 lassen sich durch Approximationsfunktionen wiedergeben. Dem Nachteil der nur annähernd exakten Wiedergabe der über die Veranlagungssimulation ermittelten Werte steht der Vorteil der rechnerischen Handhabbarkeit gegenüber. Eine mögliche Approximation des erwarteten Endvermögensnachteils relativ zum maximalen Endvermögensnachteil in Abhängigkeit von Anlagedauer, Effektivverzinsung und unterer Verlustbandbreitegrenze ergibt sich mit:

Gleichung 4.3-15) $$\frac{\Delta EV^{app}}{\Delta EV^{\max}} = \frac{\left(\frac{1}{n-1{,}25}+1{,}5\right)\cdot\left(-r_u\right)^{1{,}4}}{0{,}016-r-0{,}018r_u}+0{,}75$$

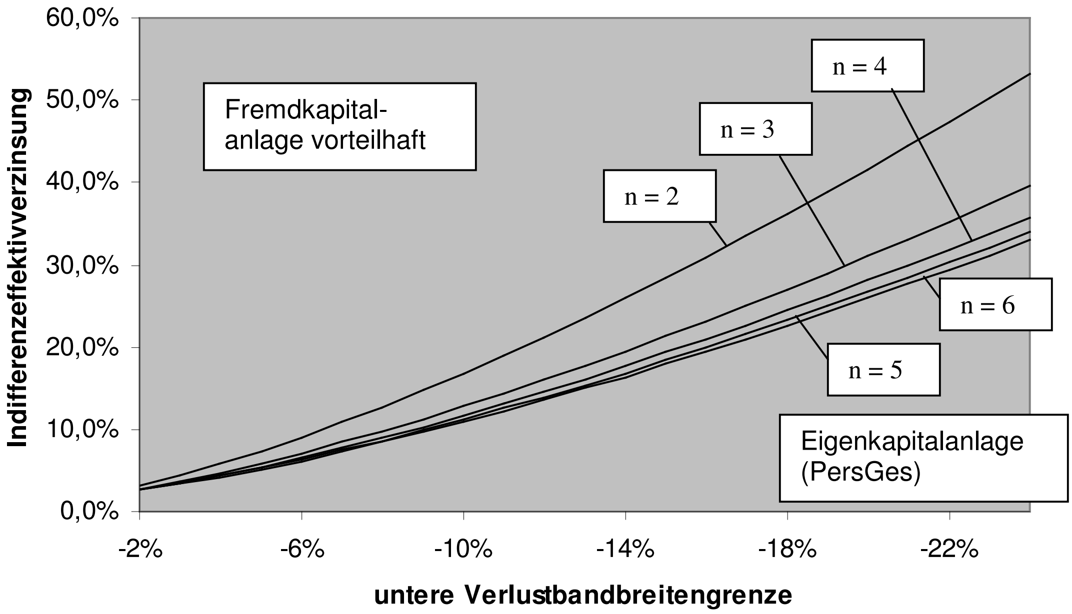
Diese Approximationsfunktion gibt den Zusammenhang zwischen den beschriebenen Variabeln in weiten Teilen zwar mit hinreichender, aber eben nicht mit exakter Genauigkeit wieder. Anhang 25 quantifiziert die Abweichungen zwischen den mittels Tabellenkalkulation und Approximationsfunktion ermittelten Erwartungswerten. Dabei wird deutlich, dass die Approximationsfunktion mit sinkender Effektivverzinsung ungenauer wird und bei allen betrachteten unteren Bandbreitengrenzen mit $r < 4\%$ nicht mehr sinnvoll anwendbar ist. Zwar ließe sich eine Approximationsfunktion aufstellen, die niedrige Werte für r genauer widerspiegelt, nur würden dann hohe Werte ungenauer abgebildet. Bei niedrigen Effektivverzinsungen hat die Approximationsfunktion in Gleichung 4.3-15 nichtsdestoweniger Tendenzcharakter, d.h., sie beantwortet auch da die Frage nach der tendenziellen Entwicklung der Zielgröße bei Veränderung der verwendeten Parameter. Für Werte mit $r \geq 4\%$ sind die Werte der Approximationsfunktion für die weitere Analyse hinreichend genau und diese kann somit verwendet werden.

Durch Nullsetzen von Gleichung 4.3-15 lässt sich die Indifferenzkurve zwischen der Anlage ins Fremdkapital und der Anlage ins Eigenkapital einer Personengesellschaft ermitteln. Man erhält bspw. nach der Effektivverzinsung umgestellt:

Gleichung 4.3-16) $$r^{ind} = \left(\frac{1}{0{,}75n - 0{,}9375} + 2 \right) \cdot \left(-r_u \right)^{1{,}4} - 0{,}018 r_u + 0{,}016$$

Grafisch ergeben sich die Indifferenzkurven mit:

Diagramm 4.3-5) Indifferenzeffektivverzinsung in Abhängigkeit von der unteren Verlustbandbreitengrenze und der Anlagedauer



Deutlich wird, dass mit steigender Verlustmöglichkeit, sinkender Effektivverzinsung und sinkender Anlagedauer die Vorteilhaftigkeit der Anlage ins Eigenkapital einer Personengesellschaft steigt.

Eine steigende Effektivverzinsung führt dazu, dass sich die Glockenkurve des erwarteten Endvermögensvorteils über der Effektivverzinsung nach rechts und nach oben verschiebt. Der Nullpunkt sowie die untere Verlustbandbreitengrenze stehen allerdings fest. Der Anteil des beschriebenen zweiten Teils der Kurve in Diagramm 4.3-1, in dem die Anlage ins Fremdkapital immer vorteilhaft gegenüber der Anlage ins Eigenkapital einer Personengesellschaft ist, nimmt mit steigender Effektivverzinsung relativ zu. Damit sinkt der Vorteil der Eigenkapitalanlage und wandelt sich ggf. sogar in einen Nachteil um.

Die Verlustmöglichkeit ist bei äquivalenten Vorsteuerbarwerten der Anlageformen die Ursache für die Vorteilhaftigkeit der Eigenkapitalanlage. Dementsprechend steigt mit steigender Verlustmöglichkeit erwartungsgemäß der Vorteil der Eigenkapitalanlage.

Bereits in Kapitel 4.2.2.1.1.2 wurde dargestellt, dass der Endvermögensnachteil der Eigenkapitalanlage, dort im Rahmen der Kapitalgesellschaft, mit größer werdender Anlagedauer steigt. Bei der Personengesellschaft gilt dieses Ergebnis analog.

4.3.2.2 Analyse bei progressivem Steuersatz

4.3.2.2.1 Berücksichtigung von Verlusten im progressiven Steuertarif

Die Berücksichtigung von Verlusten stellt bei konstantem Steuersatz keine analytische Schwierigkeit dar. Die Annahme, dass dem Anleger im Verlustfall die negative Steuerlast vom Fiskus ausgezahlt wird, lässt sich durch das Vorhandensein weiterer Einkünfte begründen.

Bei progressivem Steuersatz kann diese Annahme nicht so einfach getroffen werden. Würde der Kapitalanleger im Verlustfall die negative Steuerlast erhalten, käme das einem progressivem Erstattungstarif gleich. Höhere Verluste würden zu überproportional höheren Steuererstattungen als niedrige Verluste führen. Die Minderung anderer Einkünfte durch die negativen Einkünfte aus Kapitalvermögen sorgt aber mit steigenden Verlusten für eine unterproportional sinkende Steuerlast. Es handelt sich also um einen degressiven Erstattungstarif mit dem oberen Grenzsteuersatz der anderen Einkünfte als Eingangssteuersatz und dem eigentlichen Eingangssteuersatz als Spitzensteuersatz. Das Szenario der Auszahlung der negativen Steuerlast kann also nicht wie bei konstantem Steuersatz der Minderung anderer Einkünfte gleichgesetzt werden.

Grundsätzlich stehen fünf Möglichkeiten zur Verfügung, im bislang beschriebenen Modell der Analyse den Verlustfall bei progressivem Steuertarif zu berücksichtigen:

1) Dem Steuerpflichtigen wird im Verlustfall die negative Steuerlast vom Finanzamt erstattet.

2) Die Erstattung folgt nicht dem eigentlichen, sondern einem zum progressiven Steuertarif inversen degressiven Tarif.

3) Es wird ein konkretes Niveau weiterer Einkünfte zvE_2 unterstellt, dass mit den Kapitaleinkünften zusammen im fiktiven, progressiven Steuertarif besteuert wird. Negative Kapitaleinkünfte mindern die anderen Einkünfte und damit entsprechend die Steuerlast.

4) Der Steuerpflichtige kann ein negatives zu versteuerndes Einkommen in zukünftigen Perioden mit positiven Einkünften verrechnen.

5) Der Steuerpflichtige kann Verluste aus der Kapitalanlage sowohl vor- als auch rücktragen und somit die Steuerlast in folgenden und vorangegangenen Perioden mindern.

Jede der fünf Möglichkeiten ist mit Vor- und Nachteilen behaftet, die im Folgenden kurz beschrieben werden sollen. Anschließend wird die für die weitere Analyse geeignetste Annahme in das vorhandene Modell integriert.

Variante 1 hat den Vorteil der Einfachheit der Modellierung. Es genügt eine Vergrößerung der Bandbreite an Eigenkapitalrenditen, um Verlustfälle zu beschreiben. Die offensichtliche Ferne zu möglichen steuerökonomischen Situationen und die Unvereinbarkeit mit der Minderung des zu versteuernden Einkommens eventuell gegebener anderer Einkünfte lassen Variante 1 allerdings als ungeeignet für diese Analyse erscheinen. Hinzu kommt, dass mit zunehmender Verlusthöhe der Erstattungssatz gegen den Spitzensteuersatz konvergieren würde und annähernd konstant wäre. Man würde mit sinkender unterer Verlustbandbreitengrenze (und damit auch mit steigender oberer Einkommensgrenze) zunehmend die Ergebnisse bei konstantem Steuersatz realisieren.

Um die zweite Variante in das Modell integrieren zu können, muss neben dem fiktiven Steuertarif ein fiktiver Erstattungstarif entwickelt werden. Dieser würde, um die Modellwelt möglichst einfach zu halten, auf den gleichen Parametern aufbauen, diese jedoch genau umgekehrt anordnen. Der Vorteil wäre die Analogie, wenn auch nicht die Deckungsgleichheit, zur Annahme des Vorhandenseins weiterer Einkünfte. Darüber hinaus würde sich bei dieser Modellierung ein Verlust modellkonsistent auf den Kapitalstock und nicht nur auf die Bemessungsgrundlage der Folgeperioden auswirken. Der Modellfehler bei Variante 2 wird deutlich, wenn man bspw. annimmt, dass in Periode 1 nur ein geringer Verlust realisiert und entsprechend in Periode 2 ein zwar mit Zinseszins versehener, aber dennoch auch geringer Gewinn realisiert wird. Während die Steuererstattung mit dem Spitzensteuersatz erfolgt, würde die Steuerzahlung in Periode 2 zum Eingangssteuersatz erfolgen. Bei geringen Verlusten wäre damit eine Entfernung vom eigentlichen Optimum mit $r_1 = r_2 = ... = r_n = r$ ggf. optimal. Es würden in Fällen geringer Verluste, d.h. solange der Erstattungssatz über dem Belastungssatz in den anderen Perioden liegt, unplausible Ergebnisse erzielt.

Variante 3 würde eine tatsächliche steuerökonomische Situation mit der größten Genauigkeit widerspiegeln. Zwei Nachteile lassen allerdings an der Praktikabilität für die hier vorzunehmende Analyse zweifeln. Zum einen sorgt die Einführung eines bestimmten Niveaus anderer Einkünfte für eine weitere Variable im ohnehin schon variablenreichen Modell. Zum anderen engt das Vorhandensein anderer Einkünfte mit steigendem Niveau zvE_2 den für die Analyse entscheidenden progressiven Bereich für die Besteuerung der Kapitaleinkünfte zunehmend ein. Obere und untere Progressionsgrenze müssten dementsprechend breiter gewählt werden.

Bei Variante 4 kann der Steuerpflichtige seine Verluste aus Kapitalvermögen nach vorn tragen. Dabei wird zunächst das zu versteuernde Einkommen der Folgeperiode und anschließend der darauffolgenden Perioden mit den negativen Einkünften verrechnet. Der Vorteil dieses Modells liegt in der Praxisnähe. Als nachteilig erweist sich die Tatsache, dass ein negatives zu versteuerndes Einkommen der letzten Periode ungenutzt bleibt, weil der Anlagezeitraum und damit auch der Besteuerungszeitraum definitionsgemäß am Ende der Kapitalanlagedauer endet. Eine Erstattung des Überhangs in der letzten Periode nach einem progressiven oder degressiven Erstattungstarif würde das Problem zwar lösen, aber auch eine Bruchstelle in der Modellierung bedeuten, die vermutlich zu unschlüssigen Ergebnissen führt.

Variante 5 löst zwar dieses Problem, da der Steuerpflichtige negative Einkünfte nicht nur vor, sondern auch zurücktragen kann, schwierig wird hierbei allerdings die Frage nach der genauen Vorschrift und der Rangfolge des Vor- und Rücktrags. Soll erst solange wie möglich vor und dann der Rest des Verlustes zurückgetragen werden können? Oder soll spiegelbildlich gleichzeitig vor- und zurückgetragen werden? In Deutschland darf bspw. eine Periode zurück und der Rest sukzessive vorgetragen werden. Die Formulierung einer solchen Vor- und Rücktragsregel ist willkürlich und lässt sich nicht modellgemäß begründen. Es erscheint im direkten Vergleich zwischen Variante 4 und 5 sinnvoller, den „Untergang“ des verbleibenden Verlustes der letzten Periode in Kauf zu nehmen, als sich für irgendeine Vor- und Rücktragsregel bei Variante 5 zu entscheiden.

In Anbetracht der beschriebenen Vor- und Nachteile sollen in der nun folgenden Analyse des zweiperiodigen Analgezeitraums das Verlustberücksichtigungsmodell der Variante 4 verwendet werden.

4.3.2.2.2 Zweiperiodiger Anlagezeitraum

Für die Analyse bei progressivem Steuersatz soll wie bei konstantem Steuersatz auf die Formel für den Endvermögensverlust im Rahmen der Eigenkapitalanlage in eine Kapitalgesellschaft in Gleichung 4.2-43 zurückgegriffen werden.

Gleichung 4.3-17) $$\Delta EV = AV \cdot \begin{pmatrix} (1 + r \cdot (1 - s_1)) \cdot (1 + r \cdot (1 - s_2)) \\ -(1 + r_1 \cdot (1 - s_1)) \cdot (1 + r_2 \cdot (1 - s_2)) \end{pmatrix}$$

Die durchschnittlichen Steuersätze bzw. Differenzsteuersätze bei Vorliegen weiterer Einkünfte ergeben sich aus dem fiktiven Steuertarif mit:

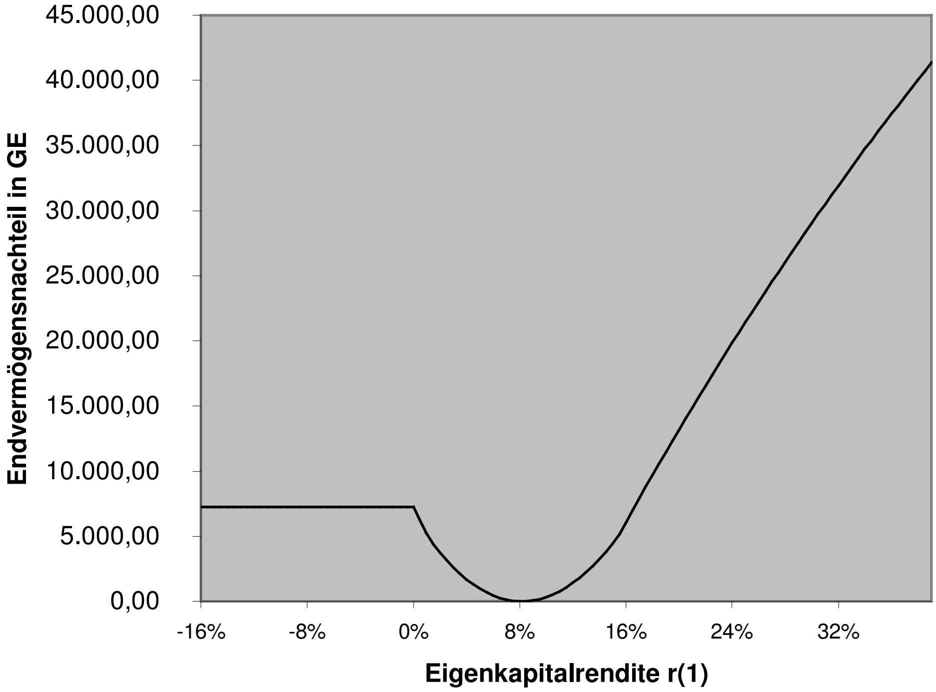
Gleichung 4.3-18)

$$s[zvE] = \begin{cases} 0 & \text{für} \quad zvE \leq GF \\ \dfrac{B \cdot (zvE - GF)^2}{2A \cdot zvE} + \dfrac{s^{\min} \cdot (zvE - GF)}{zvE} & \text{für} \quad GF < zvE < OG \\ \dfrac{s^{\max} \cdot (zvE - GF)}{zvE} - \dfrac{A \cdot B}{2 \cdot zvE} & \text{für} \quad zvE \geq OG \end{cases}$$

Die optimale Verteilung der Eigenkapitalrenditen ergibt sich mit $r_1 = r_2 = r$, d.h. je weiter die tatsächlich realisierten Eigenkapitalrenditen von diesem „Mittelpunkt“ entfernt liegen, umso ungünstiger ist die Anlage ins Eigenkapital. Bei der Anlage ins Eigenkapital einer Personengesellschaft verstärkt sich dieser Effekt insofern, als dass nun noch größere Entfernungen der tatsächlichen von der optimalen Eigenkapitalrendite möglich sind.

Das folgende Diagramm stellt analog zu Diagramm 4.3-1 den Endvermögensnachteil ΔEV in Abhängigkeit von der Eigenkapitalrendite r_1 nun aber bei progressivem Steuersatz dar. Die Berücksichtigung der möglichen Verluste erfolgt anhand der Modellierung der beschriebenen Variante 4. Dabei kann der Steuerpflichtige entstehende steuerliche Verluste solange vortragen, bis das Verlustpotential ausgeschöpft oder keine weiteren positiven zu versteuernden Einkommen mehr vorhanden sind. Es ergibt sich:

Diagramm 4.3-6) Endvermögensnachteil ΔEV in Abhängigkeit von der Eigenkapitalrendite r_1 bei progressivem Steuersatz mit Verlustvortrag ($AV = 400.000$; $r = 8\%$; $n = 2$; $GF = 5.000$ GE; $OG = 60.000$ GE; $s^{\min} = 15\%$; $s^{\max} = 50\%$)



Der Verlauf der Kurve in Diagramm 4.3-6 ist durchaus plausibel. Es gilt auch hier die Vorsteueräquivalenzprämisse und da im Verlustfalle in Periode 1 keine Steuern anfallen, sorgt die Verlagerung des negativen zu versteuernden Einkommens und die äquivalente Zinsverschiebung auf Periode 2 dafür, dass die zu versteuernden Einkommen im Verlustfalle in Periode 1 und 2 den zu versteuernden Einkommen bei $r_1 = 0\%$ entsprechen. Der erwartete Endvermögensverlust ist demnach genau gleich dem im Fall $r_1 = 0\%$. Da ein Rücktrag eines Verlustes in Periode 2 im Hinblick auf die Modellierung im mehrperiodigen Anlagezeitraum und im Hinblick auf die in der Regel beschränkte Verlustrücktragsmöglichkeit in der steuerlichen Praxis nicht möglich ist, können Verluste in Periode 2 die Mehrbesteuerung der entsprechenden Gewinne in Periode 1 nicht ausgleichen. Jeder Verlust in Periode 2 sorgt somit für einen zusätzlichen Nachteil.

Damit der Mittelwertsatz der Integralrechnung analog zu Kapitel 4.2.2.1.1.1 mit vertretbarem Rechenaufwand angewendet werden kann, sollen die Werte, die sich aus Gleichung 4.2-43 und Gleichung 4.2-39 ergeben, mittels einer Approximationsfunktion wiedergegeben werden. Wie bereits in den vorangegangenen Kapiteln verliert man zwar im Hinblick auf die Werte für den erwarteten Endvermögensverlust an Genauigkeit, die Aussagekraft und Analysemöglichkeit steigt allerdings. Eine Approximationsfunktion für Gleichung 4.2-43 ist bspw.:

Gleichung 4.3-19)

$$\Delta EV = \begin{cases} \Delta EV^{\max} & \text{\textit{für}} \quad r_1 < 0 \\ \dfrac{\Delta EV^{\max}}{r^2 + r^3} \cdot \left(r_1^2 - r_1 \cdot \left((1+r)^2 - 1\right)\right) + \Delta EV^{\max} & \text{\textit{für}} \quad 0 \le r_1 \le (1+r)^2 - 1 \\ (0{,}4AV - 20.000) \cdot \left(r_1 - (1+r)^2 + 1\right) + \Delta EV^{\max} & \text{\textit{für}} \quad r_1 > (1+r)^2 - 1 \end{cases}$$

$\Delta EV^{\max}$ bezeichnet den maximalen Endvermögensverlust analog zu Kapitel 4.2.2.2.1.1 in der Renditenbandbreite $0 \le r_1 \le (1+r)^2 - 1$ und nicht den allgemeinen maximalen Endvermögensverlust. Dieser ist im Verlustfall nicht konkret definiert, da er offensichtlich mit steigender Eigenkapitalrendite r_2 zunehmend größer wird. Der maximale Endvermögensverlust ergibt sich mit:

Gleichung 4.3-20) $$\Delta EV^{\max} = AV \cdot \begin{pmatrix} (1 + r \cdot (1 - s_1)) \cdot (1 + r \cdot (1 - s_2)) \\ -\left(1 + \left((1+r)^2 - 1\right) \cdot (1 - s_{ZB})\right) \end{pmatrix}$$

Die untere Verlustbandbreitengrenze soll als r_u bezeichnet werden. Die obere Bandbreitengrenze möglicher Eigenkapitalrenditen soll sich, wie bereits in den vorangegangenen Kapiteln, analog zur Vorsteueräquivalenzdefinition ergeben mit:

Gleichung 4.3-21) $$r_o = \frac{(1+r)^2}{1 + r_u} - 1$$

Diese Definition sorgt dafür, dass die Eigenkapitalrenditenbandbreite nur durch eine Variable, die schätzungsweise festzulegende untere Verlustbandbreitengrenze, definiert wird.

Bereits in Kapitel 4.2.2.2.1.1 wurde auf den Mittelwertsatz der Integralrechnung zurückgegriffen. Dieser ist definiert mit:

Gleichung 4.3-22) $$m = \frac{1}{b-a} \cdot \int_a^b f(x)\,dx$$

Damit kann für jeden Teil der Funktion in Gleichung 4.3-19 der Mittelwert des Endvermögensverlustes aller möglichen Dividendenpfade ermittelt werden. Während sich der Mittelwert für den ersten Teil der Gleichung schlicht mit $\Delta EV^{\max}$ ergibt und er für den zweiten Teil in Gleichung 4.2-47 des Kapitels 4.2.2.2.1.1 bereits ermittelt wurde, ergibt er sich für den dritten Teil der Approximationsfunktion mit Gleichung 4.3-22 zu:

Gleichung 4.3-23)

$$m = \frac{(0{,}4AV - 20.000) \cdot \left(0{,}5r_o - \left((1+r)^2 - 1\right) \cdot r_o + 0{,}5\left((1+r)^2 - 1\right)^2\right)}{r_o - \left((1+r)^2 - 1\right)} + \Delta EV^{\max}$$

Die obere Eigenkapitalbandbreitengrenze r_0 ist mit der Definition aus Gleichung 4.3-21 bei gegebener Effektivverzinsung eine Funktion der unteren Verlustbandbreitengrenze r_u.

Jeder dieser drei Mittelwerte geht in den Mittelwert über das gesamte Spektrum möglicher Eigenkapitalrenditen in $t = 1$ additiv mit einem Gewicht ein, dass sich als Quotient aus der Bandbreite der Eigenkapitalrenditen r_1 für den jeweiligen Funktionsabschnitt und der Gesamtbandbreite der Eigenkapitalrenditen r_1 ergibt.

Damit lässt sich nun eine Formel für den erwarteten Endvermögensverlust bei progressivem Steuersatz im zweiperiodigen Anlagezeitraum ermitteln. Man erhält:

Gleichung 4.3-24)

$$\Delta EV^{erw} = \Delta EV^{\max} - \frac{\Delta EV^{\max} \cdot \left((1+r)^2 - 1\right)^2}{6\left(r^2 + r^3\right)} \cdot \frac{\left((1+r)^2 - 1\right)}{r_o - r_u} + \frac{(0{,}4AV - 20.000) \cdot \left(0{,}5r_o^{\ 2} - \left((1+r)^2 - 1\right) \cdot r_o + 0{,}5\left((1+r)^2 - 1\right)^2\right)}{r_o - r_u}$$

Die obere Eigenkapitalrenditenbandbreite r_o wird von r_u bestimmt. Der maximale Endvermögensverlust stellt den maximalen Endvermögensverlust des Kapitels der Eigenkapitalanlage in eine Kapitalgesellschaft dar und wurde hier als Bezugspunkt und wegen der Vergleichbarkeit und der Adaption bereits gewonnener Ergebnisse beibehalten. Er ergibt sich wie bereits in Gleichung 4.2-38 des Kapitels 4.2.2.2.1.1 mit:

Gleichung 4.3-25) $$EV^{\max} = AV \cdot \left(1 + r \cdot (1 - s_1)\right) \cdot \left(1 + r \cdot (1 - s_2)\right)$$

Damit ist der erwartete Endvermögensnachteil der Eigenkapitalanlage in eine Personengesellschaft bei progressivem Steuersatz im zweiperiodigen Anlagezeitraum und unter Verwendung der Approximationsfunktion der Gleichung 4.3-19 noch abhängig von der Effektivverzinsung, dem Anfangsvermögen, der unteren Eigenkapitalrenditengrenze und den Parametern des fiktiven Steuertarifs.

Bereits in Kapitel 4.2.2.2.1.1 wurde darauf hingewiesen, dass die Approximationsfunktion bei progressivem Steuersatz nur für bestimmte mittlere Ausprägungen des Anfangsvermögens und der Effektivverzinsung ihre Gültigkeit behält. Grund hierfür ist, dass im progressiven Steuertarif der durchschnittliche Steuersatz mit steigendem zu versteuernden Einkommen sich mehr und mehr einem konstanten Steuersatz annähert. Unterstellt man bspw. einen fiktiven Steuertarif mit $s^{\min} = 15\%$, $s^{\max} = 50\%$, $GF = 5.000$ und $OG = 60.000$ kann die Approximationsfunktion für den Endvermögensverlust sinnvoll nur für Anfangsvermögen zwischen 100 und 800 TGE und Effektivverzinsungen zwischen 2% und 16% angewendet werden.

Gleichung 4.3-24 lässt jetzt Aussagen darüber zu, wie sich der Erwartungswert des Endvermögensnachteils entwickelt, wenn einzelne Parameter im Rahmen möglicher Parameterbandbreiten variiert werden. Sie zeigt, dass der Endvermögensnachteil der Eigenkapitalanlage in eine Personengesellschaft im Vergleich zur Fremdkapitalanlage mit steigendem Anfangsvermögen, steigender Effektivverzinsung und steigender unterer Verlustbandbreitengrenze steigt.

Ein Beispiel soll die Ergebnisse dieses Kapitels verdeutlichen: Ein Kapitalanleger will ein Anfangsvermögen von 400.000 GE über zwei Jahre anlegen. Zum einen kann er eine Anleihe mit einer Vorsteuereffektivverzinsung von 8% mit einem frei von ihm wählbaren Nominalzinspfad erwerben. Die zweite Möglichkeit wäre die Investition ins Eigenkapital einer Personengesellschaft. Auch hier erzielt der Anleger (zu Vergleichbarkeitszwecken) eine Vorsteuereffektivverzinsung von 8%, kann aber in einer der beiden Perioden durchaus auch mit einem Verlust von schätzungsweise minus 16% des eingesetzten Kapitals rechnen. Erträge aus der Eigenkapitalanlage reinvestiert der Anleger sofort wieder in Gesellschaftsanteile des gleichen Unternehmens. Es gilt der fiktive Steuertarif mit $s^{\min} = 15\%$, $s^{\max} = 50\%$, $GF = 5.000$ und $OG = 60.000$ für die Erträge aus beiden Anlagemöglichkeiten. Annähernd optimalerweise wird der Anleger eine Stufenzinsanleihe mit $r_1 = r_2 = r$ bei der Fremdkapitalanlage wählen. Er erzielt ein Endvermögen von 452.638 GE.

Der Eigenkapitalrenditenpfad bei der Eigenkapitalanlage ist unsicher. Der erwartete Endvermögensnachteil[208] gegenüber der optimalen Fremdkapitalanlage beträgt 12.067 GE, was rund 18% des Zinsvolumens der Fremdkapitalanlage darstellt.

Indifferenzkurven analog zu Kapitel 4.3.2.1.2.2 existieren nicht, da die Eigenkapitalanlage in die Personengesellschaft im hier gewählten Analysemodell in der Regel nachteilig, in einem Fall möglicher Eigenkapitalrenditen gleichwertig und nie vorteilhaft gegenüber der Fremdkapitalanlage in eine Personengesellschaft ist. Zu einem anderen Ergebnis gelangt man, wenn man im Rahmen der grenzüberschreitenden Anlage in eine Personengesellschaft von ermäßigten Steuersätzen auf die daraus resultierenden Kapitalerträge aufgrund von Qualifikationskonflikten ausgeht. Siehe dazu Kapitel 4.3.3.

4.3.2.2.3 Mehrperiodiger Anlagezeitraum

Im mehrperiodigen Anlagezeitraum ergibt sich das Endvermögen bei der Anlage ins Eigenkapital einer Personengesellschaft mit:

Gleichung 4.3-26) $$EV = AV \cdot \prod_{i=1}^{n} \left(1 + r_i \cdot (1 - s_i)\right)$$

Der Steuersatz in Periode i wird über den fiktiven Steuertarif durch die vier Tarifparameter definiert. Im Gegensatz zur Analyse der Eigenkapitalanlage in die Kapitalgesellschaft bei progressivem Steuersatz kommt hinzu, dass die Eigenkapitalrenditen jetzt auch negativ sein können. Der fiktive Steuertarif und damit auch der durchschnittliche Steuersatz s_i werden darüber hinaus noch dadurch erweitert, dass negative zu versteuernde Einkommen auf die nächste Periode vorgetragen werden. Vorsteueräquivalent werden negative Eigenkapitalrenditen durch entsprechend höhere Eigenkapitalrenditen in anderen Perioden ausgeglichen.

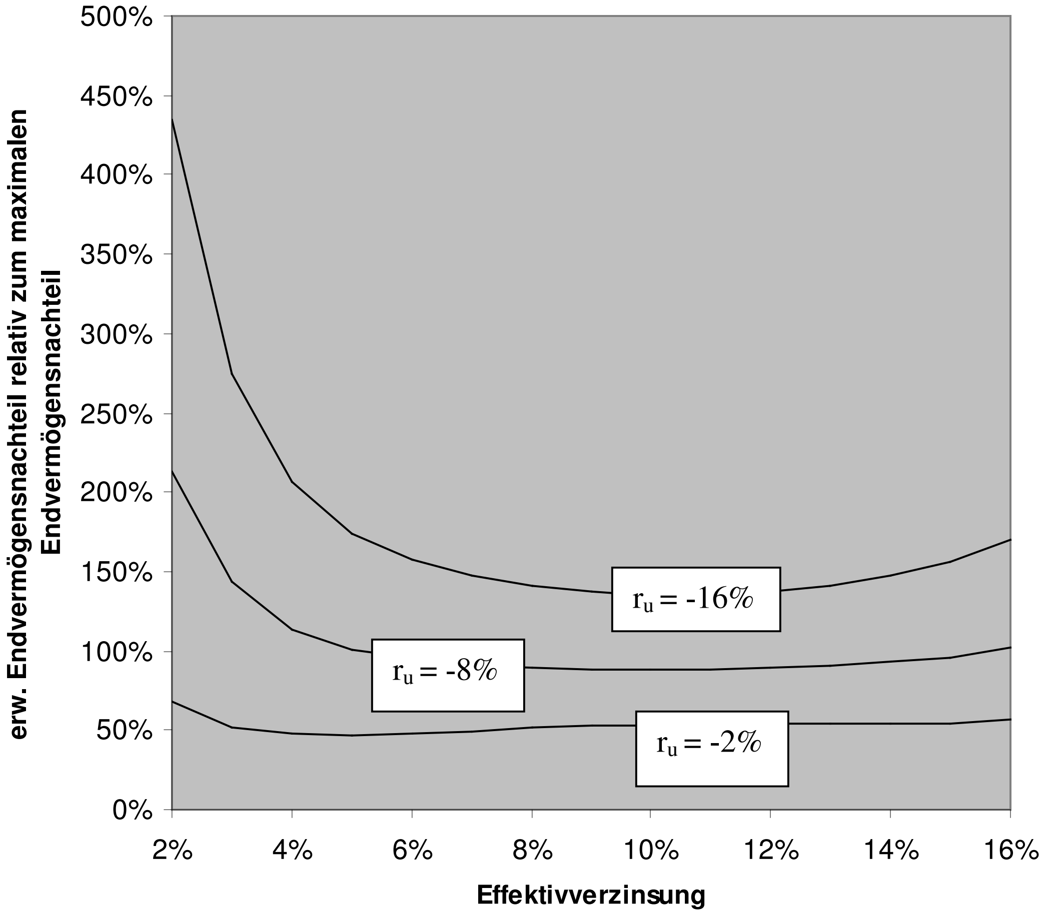
Bereits im Rahmen der Eigenkapitalanlage in eine Kapitalgesellschaft ist die formelmäßige Modellierung des Problems im mehrperiodigen Anlagezeitraum nicht mehr möglich. Umso weniger ist es das, wenn ein Verlustvortrag berücksichtigt werden soll. Daher soll im Folgenden analog zu Kapitel 4.3.2.1.2 das Problem mittels Tabellenverarbeitungssoftware[209] analysiert werden. Darauf aufbauend soll eine

[208] ... unter Verwendung der beschriebenen Approximationsfunktion.
[209] ... hier mittels MS Excel© analog zu Anhang 12.

Approximationsfunktion gefunden werden, welche die Ergebnisse sinnvoll und mit möglichst geringen Approximationsfehlern wiedergibt.

Im Gegensatz zu Kapitel 4.3.2.1.2 wird auf eine separate Analyse bei konstanter Effektivverzinsung verzichtet. Der erwartete Endvermögensverlust in Gleichung 4.3-19 ist zwar abhängig vom Anfangsvermögen, die Untersuchungen anhand der Veranlagungssimulation ergeben aber, dass der erwartete Endvermögensverlust relativ zum maximalen Endvermögensverlust $\Delta EV / \Delta EV^{\max}$ nur noch unwesentlich vom Anfangsvermögen abhängig ist. Mit dem relativen erwarteten Endvermögensverlust als Zielgröße sind die Effektivverzinsung, die Anlagedauer und die untere Verlustbandbreitengrenze die wichtigen Einflussfaktoren. Analog zu Kapitel 4.3.2.1.2 soll nun der Endvermögensverlust relativ zum maximalen Endvermögensverlust in Abhängigkeit von der Effektivverzinsung und der unteren Verlustbandbreitengrenze ermittelt und grafisch dargestellt werden. Man erhält analog zu Diagramm 4.3-4:

Diagramm 4.3-7) Erwarteter relativer Endvermögensnachteil $\Delta EV / \Delta EV^{\max}$ der Eigenkapitalanlage in die Personengesellschaft bei progressivem Steuersatz mit Verlustvortrag für $n = 5$



Für die Diagramm 4.3-7 zu Grunde liegende Wertetabelle sei an dieser Stelle auf Anhang 26 verwiesen. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wurde auf die Darstellung der Kurven für alle Anlagedauern verzichtet und exemplarisch die Kurven für $n = 5$ abgetragen. Die Abbildung verdeutlicht Folgendes:

1) Mit steigender Effektivverzinsung sinkt anfänglich für alle betrachteten Anlagedauern und unteren Verlustbandbreitengrenzen der Endvermögensnachteil der Eigenkapitalanlage in die Personengesellschaft im Vergleich zur Fremdkapitalanlage. Die Ursache hierfür wird in Diagramm 4.3-6 deutlich: Der Anteil des zweiten Kurvenabschnittes mit $0\% \leq r_1 \leq (1+r)^2 - 1$ an der Gesamtbandbreite der Eigenkapitalrenditen ist bei niedrigen Effektivverzinsungen relativ klein und steigt mit steigender Effektivverzinsung. Dieser zweite Teil trägt aber zu einer Verringerung des erwarteten Endvermögensverlustes bei. Daher sinkt der erwartete Endvermögensverlust anfänglich mit

steigender Effektivverzinsung. Dieser für den zweiperiodigen Anlagezeitraum grafisch dargestellte Zusammenhang kann auch auf den mehrperiodigen Fall übertragen werden. Gegenläufig dazu sorgt eine steigende Effektivverzinsung aber auch dafür, dass der dritte Teil der Kurve mit $(1+r)^2 - 1 \leq r_1 \leq \left((1+r)^2 / (1+r_u)\right) - 1$ zunehmend an Bedeutung gewinnt. Dieser Effekt kompensiert ab mittleren Effektivverzinsungen zwischen 8% und 12% den vorher beschriebenen. Der relative Endvermögensverlust steigt mit weiter ansteigender Effektivverzinsung.

2) Die Auswirkung der Anlagedauer auf den Endvermögensnachteil ist uneinheitlich.[210] Bei geringen Effektivverzinsungen sinkt der relative Endvermögensvorteil mit steigender Anlagedauer, bei hohen Effektivverzinsungen sinkt er.

3) Je niedriger die untere Verlustbandbreitengrenze gewählt wird, desto höher ist der erwartete Endvermögensverlust. Ursächlich hierfür ist, dass eine sinkende untere Verlustbandbreitengrenze gleichzeitig für eine steigende obere Eigenkapitalrenditengrenze sorgt. Da der dritte Teil der Kurve in Diagramm 4.3-6 mit zunehmender oberer Renditengrenze einen höheren erwarteten Endvermögensverlust aufweist, steigt der erwartete Endvermögensverlust auch bezogen auf den ganzen Kurvenverlauf.

Wie bereits im vorangegangenen Kapitel gelten die gewonnenen Ergebnisse nur im beschriebenen Bereich der Parameterausprägungen für die Effektivverzinsung und das Anfangsvermögen. Ursächlich hierfür ist die Konvergenz des progressiven, durchschnittlichen Steuersatzes gegen einen konstanten Steuersatz im progressiven Steuertarif. Die Bandbreite der Effektivverzinsung und des Anfangsvermögens ist dabei von der Wahl der Tarifparameter abhängig. Innerhalb der Bandbreite führt aber eine Variierung der Tarifparameter, wie sich aus der Veranlagungssimulation ergibt, nicht zu einer wesentlichen Änderung der gewonnenen Ergebnisse.

Die Werte, die Diagramm 4.3-7 zu Grunde liegen, lassen sich über Approximationsfunktionen wiedergeben. Eine solche Approximationsfunktion ist bspw.:

Gleichung 4.3-27)

---

210 Zu den Merkmalsausprägungen bei Variierung der Anlagedauer siehe Anhang 26.

$$\frac{\Delta EV^{app}}{\Delta EV^{\max}} = 100 \cdot \left(-8{,}57 r_u \cdot r + 3r + 0{,}03n + 1{,}78 r_u - 0{,}38\right)^4 - 6{,}43 r_u + 0{,}3712$$

Wie bereits in den vorangegangenen Kapiteln ist auch diese Approximationsfunktion mit dem Nachteil versehen, dass die Werte der Tabellenverarbeitung nur annähernd und in einigen Bereichen sogar nur recht grob wiedergegeben werden.[211] Demgegenüber steht allerdings der Vorteil, dass damit zum einen ohne größeren Aufwand für alle Tarifparameterausprägungen und für alle Anfangsvermögen in der angesprochenen Bandbreite der relative Endvermögensverlust mit beliebigen Ausprägungen der Variablen ermittelt und zum anderen anhand dieser Gleichung analytisch argumentiert werden kann[212].

Gleichung 4.3-27, der die Bandbreiten der Parameter Effektivverzinsung, Anlagedauer und untere Verlustbandbreitengrenze von Diagramm 4.3-7 zu Grunde liegt, kann mit diesen möglichen Parameterausprägungen keine negativen Werte für den relativen Endvermögensverlust ergeben. D.h., die Eigenkapitalanlage in die Personengesellschaft ist unter den Annahmen dieses Kapitels immer nachteilig gegenüber der Fremdkapitalanlage mit der optimalen Stufenzinsanleihe.

4.3.3 Vorteil aus einem ermäßigten Steuersatz bei grenzüberschreitender Kapitalanlage

In Kapitel 3.2.3.3 wurde beschrieben, dass es im Rahmen der Eigenkapitalanlage in eine Personengesellschaft bei grenzüberschreitender Besteuerung zu einer Mehr- oder Minderbesteuerung der Einkünfte kommen kann. Ursächlich hierfür sind Qualifikationskonflikte. In Tabelle 3.2-3 sind dabei die Fälle 2 und 3 einschlägig.

In Fall 2 wird die ausländische Personengesellschaft im Ausland als solche qualifiziert, der Gesellschafter unterliegt der ausländischen beschränkten Steuerpflicht. In Deutschland wird die ausländische Personengesellschaft allerdings anhand eines Typenvergleichs als Kapitalgesellschaft qualifiziert und Deutschland behält sich gem. OECD-MA die Besteuerung der Dividenden vor. Es kommt zur Doppelbesteuerung.

Fall 3 beschreibt den umgekehrten Fall. Dabei stellt der ausländische Staat abgesehen von einer in der Regel niedrigen Quellensteuer die Dividenden der als Kapital-

[211] Zur Quantifizierung der Abweichungen siehe Anhang 27.
[212] ... bspw. beim Vergleich zwischen der Eigenkapitalanlage in die Kapital- und die Personengesellschaft in Kapitel 4.3.4.

gesellschaft qualifizierten Personengesellschaft frei. Deutschland stellt die Einkünfte im Hinblick auf den Betriebsstättenvorbehalt des Art. 7 OECD-MA frei. Es kommt zur Minder- oder sogar zur Keinmalbesteuerung.

Steuerökonomisch betrachtet handelt es sich um einer Erhöhung oder Verringerung des durchschnittlichen Steuersatzes. Die steuerökonomische Wirkung eines Ermäßigungsfaktors auf den Steuersatz wurde bereits in Kapitel 4.2.3.3.1 für konstante Steuersätze und Kapitel 4.2.3.3.2 für progressive Steuersätze analysiert. Analog zu den dort hergeleiteten Gleichungen ergibt sich nun der Endvermögensvorteil bzw. -nachteil, der aus der Reduzierung bzw. Erhöhung des durchschnittlichen Steuersatzes resultiert, bei konstantem Steuersatz mit:

Gleichung 4.3-28) $$\Delta EV = AV \cdot \left((1+r)^n - 1\right) \cdot s \cdot (1-\mu)$$

μ Ermäßigungs- bzw. Erhöhungsfaktor auf Einkünfte aus der Anlage in eine Personengesellschaft

Für progressive durchschnittliche Steuersätze erhält man:

Gleichung 4.3-29) $$\Delta EV = AV \cdot \left(\prod_{i=1}^{n}(1+r\cdot(1-s_i)) - \prod_{i=1}^{n}(1+r\cdot(1-\mu\cdot s_i))\right)$$

Der durchschnittliche progressive Steuersatz ergibt sich wie bereits in den vorangegangenen Kapiteln aus dem fiktiven Steuertarif.

Wichtig bei dieser Betrachtung ist, dass bei den eben beschriebenen Endvermögensvorteilen bzw. -nachteilen die Annahme getroffen wird, dass bei der Kapitalanlage in die Personengesellschaft der optimale Einkünftepfad realisiert wird. Dass dem nicht so ist, sondern der Einkünftepfad zufällig realisiert wird, wurde in den vorangegangenen Kapiteln analysiert. Demzufolge ergibt sich der Gesamtvorteil bzw. -nachteil aus der Differenz von Gleichung 4.3-28 und Gleichung 4.3-15 bei konstantem und aus der Differenz aus Gleichung 4.2-80 und Gleichung 4.3-27 bei progressivem Steuersatz.

Man erhält als Gesamtvorteil bzw. -nachteil bei konstantem Steuersatz:

Gleichung 4.3-30)

$$\frac{\Delta EV}{\Delta EV^{\max}} = \frac{\left((1+r)^n - 1\right)\cdot s \cdot (1-\mu)}{\left(1+\left((1+r)^n - 1\right)\cdot (1-\mu \cdot s)\right) - \left(1 + r \cdot (1-\mu \cdot s)\right)^n} - \frac{\left(\frac{1}{n-1{,}25} + 1{,}5\right)\cdot (-r_u)^{1{,}4}}{0{,}016 - r - 0{,}018 r_u} - 0{,}75$$

Bei progressivem Steuersatz ergibt sich analog:

Gleichung 4.3-31)

$$\frac{\Delta EV}{\Delta EV^{\max}} = \frac{\prod_{i=1}^{n}\left(1 + r\cdot(1-\mu\cdot s_i)\right) - \prod_{i=1}^{n}\left(1 + r\cdot(1-s_i)\right)}{\prod_{i=1}^{n}\left(1 + r\cdot(1-\mu\cdot s_i)\right) - \left(1 + \left((1+r)^n - 1\right)\cdot(1-\mu\cdot s_{ZB})\right)} - 100\left(-8{,}57 r_u \cdot r + 3r + 0{,}03n + 1{,}78 r_u - 0{,}38\right)^4 + 6{,}43 r_u - 0{,}3712$$

Diese beiden Gleichungen beinhalten zum einen die Ungenauigkeiten aus den Approximationsfunktionen der vorangegangenen Kapitel, zum anderen greift die additive Verknüpfung der beiden Aspekte, Vor- und Nachteil aus dem Einkünftepfad sowie Vorteil aus dem ermäßigtem Steuersatz, zu kurz, da der Vorteil aus dem Steuersatz für den optimalen Einkünftepfad bestimmt wird. Um diese Ungenauigkeit zu beseitigen, müsste die Analyse dieser Arbeit mit dem Ermäßigungsfaktor als zusätzliche Variable wiederholt werden. Darauf soll an dieser Stelle allerdings aus Komplexitätsgründen verzichtet werden.

Aus Gleichung 4.3-31 und Gleichung 4.3-32 lassen sich nun Indifferenzkurven ableiten, die Parameterkombinationen abgrenzen, bei denen die Eigenkapitalanlage in eine Personengesellschaft bzw. die Fremdkapitalanlage vorteilhaft ist.

Dabei werden die Indifferenzkurven analog zu Diagramm 4.2-15 und Diagramm 4.2-16 in den Kapiteln 4.2.4.1 und 4.2.4.2 als Funktion des Ermäßigungsfaktors in Abhängigkeit von der Laufzeit und der unteren Verlustbandbreitengrenze dargestellt. Man erhält:

Diagramm 4.3-8) Indifferenzlinie des Endvermögensvergleichs zwischen Eigenkapitalanlage in eine Personengesellschaft und Fremdkapitalanlage in Abhängigkeit von den Parametern r_u, n, und μ bei konstantem Steuersatz $s = 30\%$

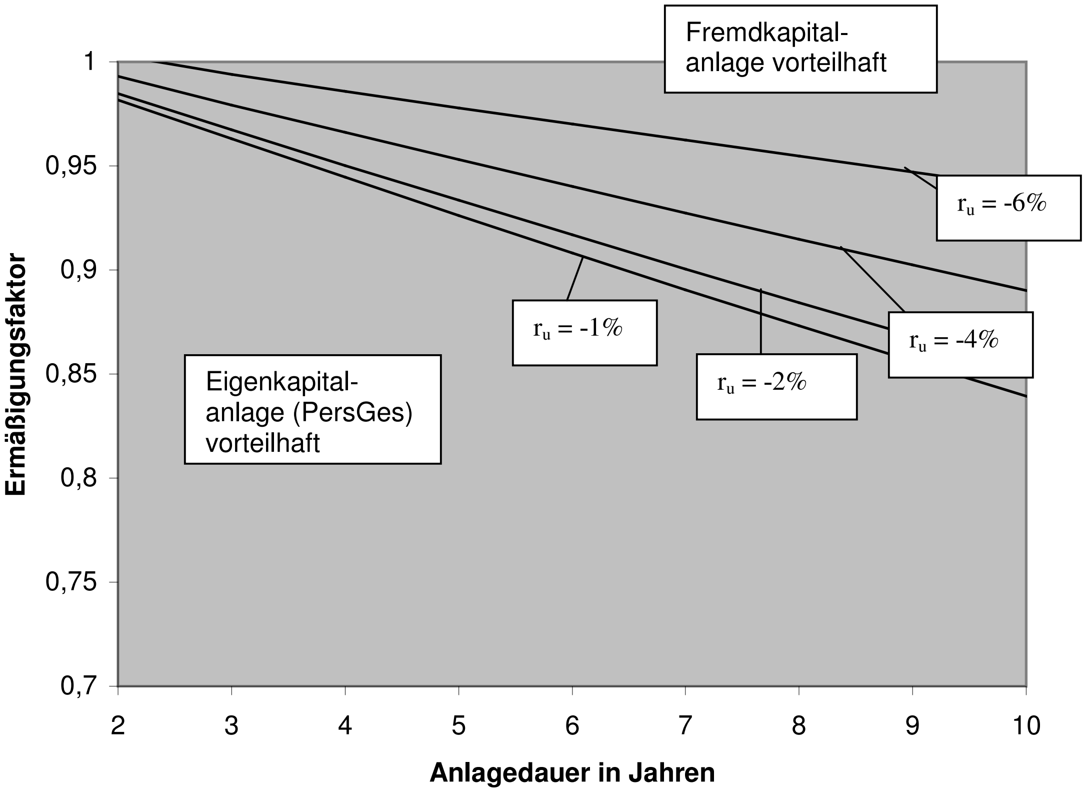
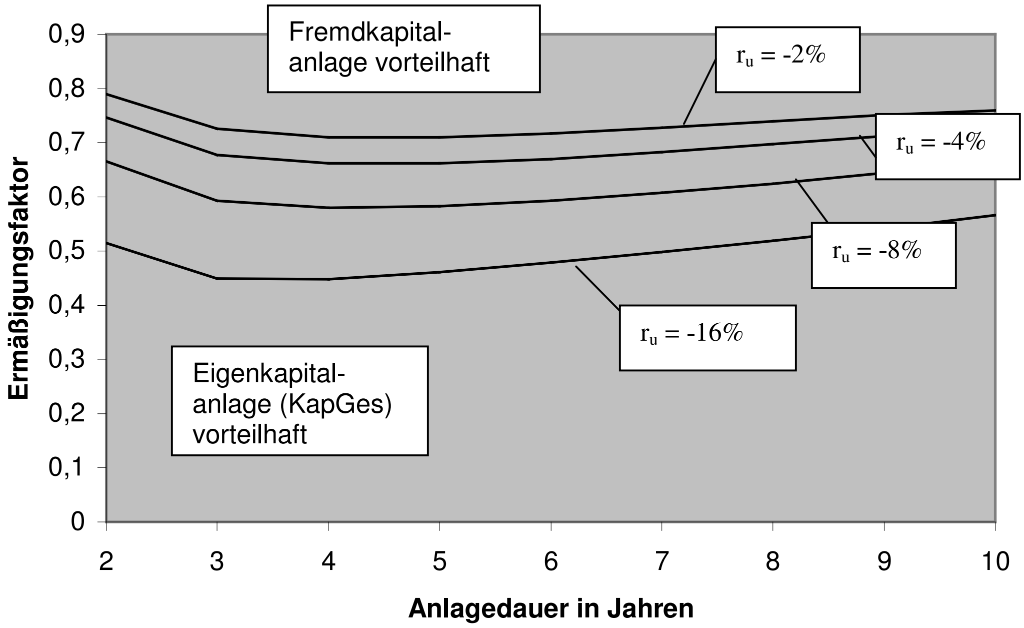


Diagramm 4.3-8 verdeutlich, dass mit steigender Verlustmöglichkeit, sinkender Anlagedauer und sinkendem Ermäßigungsfaktor die Fremdkapitalanlage zunehmend nachteilig wird. Ab einer unteren Verlustbandbreite von $r_u = -8{,}27\%$ ist die Eigenkapitalanlage in die Personengesellschaft unabhängig von der Ausprägung des Ermäßigungsfaktors und der Anlagedauer (bis $n = 10$). Dieser Effekt wurde bereits in Kapitel 4.3.2.1.1 im Rahmen der Indifferenzkurvenbetrachtung diskutiert. Deutlich wurde auch dort, dass bei Werten über einer bestimmten Indifferenzverlustbandbreitengrenze die Eigenkapitalanlage in die Personengesellschaft immer vorteilhaft ist. Hier wird dazu noch der Vorteil aus einem ermäßigtem Steuersatz addiert. Die Indifferenzverlustbandbreite steigt.

Zu beachten ist bei der Interpretation der Indifferenzkurven, dass der verwendeten Approximationsfunktion Werte bis zu einer Anlagedauer von sechs Jahren zu Grunde gelegt wurden. Darüber hinaus wurde die Konvergenz gegen einen Grenzwert angenommen, die zwar aus vorangegangenen Kapiteln abgeleitet aber nicht bewiesen werden konnte. In Diagramm 4.3-8 wie auch in Diagramm 4.3-9 sind daher die

Indifferenzkurven ab Anlagezeiträumen von sieben Jahren mit der Unsicherheit dieser Konvergenzannahme behaftet.

Diagramm 4.3-9) Indifferenzlinie des Endvermögensvergleichs zwischen Eigenkapitalanlage in eine Personengesellschaft und Fremdkapitalanlage in Abhängigkeit von den Parametern r_u, n, und μ bei progressivem Steuersatz ($s^{\min} = 15\%$; $s^{\max} = 50\%$; $GF = 5.000$; $OG = 60.000$)



Bei progressivem Steuersatz ist die Wirkung der Anlagedauer, wie Diagramm 4.2-16 zeigt, uneinheitlich. Die Wirkung der unteren Verlustbandbreitengrenze ist gerade umgekehrt zur Analyse bei konstantem Steuersatz. Mit sinkender unterer Verlustbandbreitengrenze wird zunehmend die Fremdkapitalanlage optimal. Ursächlich hierfür sind die unterschiedlichen, optimalen Renditepfade bei konstantem und bei progressivem Steuersatz.

Die beiden in diesem Kapitel dargestellten Diagramme beantworten die Frage nach den Vorteilhaftigkeitsbereichen von Eigenkapitalanlage in die Personengesellschaft und Fremdkapitalanlage für beliebige Ermäßigungsfaktoren. Daher sind sie auch aussagekräftig für die vorangegangenen Kapitel, d.h. für Ermäßigungsfaktoren $\mu = 1$, also ohne Berücksichtigung eines ermäßigten Steuersatzes bei grenzüberschreitender Kapitalanlage. Mit $\mu = 1$ gibt es bei konstantem Steuersatz eine bestimmte untere Verlustbandbreitengrenze über der die Fremdkapitalanlage immer vorteilhaft ist. Bei progressivem Steuersatz ist das unabhängig von der Verlustbandbreite der Fall.

4.3.4 Vergleich mit der Eigenkapitalanlage in die Kapitalgesellschaft

In Kapitel 4.3.2 und 4.3.3 wurde die Vor- bzw. Nachteiligkeit der Eigenkapitalanlage in die Personengesellschaft gegenüber der Fremdkapitalanlage analysiert. Jetzt soll der Vergleich mit der Eigenkapitalanlage in die Kapitalgesellschaft vorgenommen werden. Dabei erfolgt die Analyse zunächst für einen konstanten und anschließend für einen progressiven Steuersatz.

An dieser Stelle soll die Annahme getroffen werden, dass weder bei der Eigenkapitalanlage in die Kapitalgesellschaft, noch in die Personengesellschaft ein ermäßigter Steuersatz besteht. Eine bestimmte Ausschüttungspolitik wird im Rahmen der Kapitalgesellschaft nicht verfolgt.

Aus Gleichung 4.2-81, Gleichung 4.2-82 und Gleichung 4.2-83 des Kapitels 4.2.4.1 lässt sich der relative, erwartete Endvermögensverlust der Eigenkapitalanlage in die Kapitalgesellschaft im Vergleich zur Fremdkapitalanlage ableiten mit:

Gleichung 4.3-32)

$$\frac{\Delta EV}{\Delta EV^{\max}} = 0{,}84 - \frac{0{,}42\left(\gamma + 10^{-6}\right)}{n \cdot \left(\gamma + 10^{-6}\right) + 0{,}01} - \frac{\left(\left(1+r\right)^{n} - 1\right) \cdot s \cdot \left(\delta - \alpha\right)}{\left(1 + \left(\left(1+r\right)^{n} - 1\right) \cdot \left(1 - s \cdot \alpha\right)\right) - \left(1 + r \cdot \left(1 - s \cdot \alpha\right)\right)^{n}}$$

Im Folgenden soll die Annahme getroffen werden, dass keine Gewichtung mittlerer Dividendenpfade erfolgt, d.h. die Kapitalgesellschaft keine auf Nivellierung gerichtete Ausschüttungspolitik verfolgt, und sowohl auf Zins- als auch auf Dividendeneinkünfte kein Ermäßigungsfaktor existiert. Damit sind $\gamma = 1$, $\delta = 1$ und $\alpha = 1$. Man erhält:

Gleichung 4.3-33) $$\frac{\Delta EV^{KapGes}}{\Delta EV^{\max}} = 0{,}84 - \frac{0{,}42}{n + 0{,}01}$$

Gleichung 4.3-15 ergab den relativen Endvermögensverlust der Eigenkapitalanlage in eine Personengesellschaft im Vergleich zur optimalen Fremdkapitalanlage mit:

Gleichung 4.3-34) $$\frac{\Delta EV^{app}}{\Delta EV^{\max}} = \frac{\left(\frac{1}{n - 1{,}25} + 1{,}5\right) \cdot \left(-r_u\right)^{1{,}4}}{0{,}016 - r - 0{,}018 r_u} + 0{,}75$$

Aus Gleichung 4.3-33 und Gleichung 4.3-34 lässt sich nun der Vorteil der Eigenkapitalanlage in die Kapitalgesellschaft gegenüber der Eigenkapitalanlage in die Personengesellschaft aus der Differenz der beiden relativen Endvermögensnachteile ermitteln. Man erhält:

Gleichung 4.3-35)

$$\frac{\Delta EV^{PersGes} - \Delta EV^{KapGes}}{\Delta EV^{\max}} = \frac{\left(\frac{1}{n-1{,}25}+1{,}5\right)\cdot(-r_u)^{1{,}4}}{0{,}016 - r - 0{,}018 \cdot r_u} - 0{,}09 + \frac{0{,}42}{n+0{,}01}$$

Analog zum Vergleich von Eigen- und Fremdkapitalanlage lassen sich nun Indifferenzkurven ermitteln, in deren Punkten beide Anlagekategorien gerade gleichwertig sind. Man erhält:

Gleichung 4.3-36) $$r = -\frac{\left(\frac{1}{n-1{,}25}+1{,}5\right)}{\left(0{,}09 - \frac{0{,}42}{n+0{,}01}\right)}\cdot(-r_u)^{1{,}4} + 0{,}016 - 0{,}018 r_u$$

In diesem Falle ist, unter den getroffenen Annahmen, die Formulierung von Indifferenzbedingungen aber eigentlich nicht notwendig. Gleichung 4.3-35 ist bis auf wenige, eher unwahrscheinliche Parameterkonstellationen (hohe Laufzeiten, sehr niedrige Effektivverzinsungen und Verlustbandbreitengrenzen gegen Null) immer kleiner als Null, d.h. die Eigenkapitalanlage in die Personengesellschaft ist gegenüber der in die Kapitalgesellschaft immer vorteilhaft. Das Ergebnis ist plausibel, da bei der Anlage in die Personengesellschaft über die endfällige Zinsverlagerung eines Zero-Bonds hinaus Zinsen auf die letzte Periode verschoben werden können. Es wird quasi ein Sub-Zero-Bond realisiert. Bei konstantem Steuersatz ist dieser unter den getroffenen Annahmen im Vergleich zur Kapitalanlage in die Kapitalgesellschaft, bei der maximal ein Zero-Bond realisiert werden kann, vorteilhaft. Dass es dennoch einige wenige Parameterkonstellationen gibt, bei denen Gleichung 4.3-35 kleiner als Null ist, resultiert aus verwendeten Approximationen bei der Bestimmung der Endvermögensvorteile bzw. -nachteile.

Bei progressivem Steuersatz ist das Ergebnis ebenso intuitiv, nur dann gerade spiegelbildlich zu formulieren. Jetzt ist die Eigenkapitalanlage in die Kapitalgesellschaft immer vorteilhaft gegenüber der Eigenkapitalanlage in die Personengesellschaft. Grund hierfür ist, dass mit zunehmender Verlustmöglichkeit die Wahrscheinlichkeit, Einkünftepfade abseits der optimalen Einkünfteverteilung zu realisieren, steigt. Da im Rahmen der Anlage in die Personengesellschaft per Definition die Verlustmöglichkeit größer ist als im Rahmen der Anlage in die Kapitalgesellschaft ist letztere bei progressivem Steuersatz immer vorteilhaft.

Analytisch ergibt sich dieses Ergebnis bei progressivem Steuersatz analog zur eben vorgenommenen Analyse bei konstantem Steuersatz aus Gleichung 4.2-86, Gleichung 4.2-87 und Gleichung 4.2-88 des Kapitels 4.2.4.2. Mit der bereits bei konstantem Steuersatz getroffenen Annahme, dass $\gamma = 1$, $\delta = 1$.und $\alpha = 1$ erhält man für den Nachteil der Eigenkapitalanlage in die Kapitalgesellschaft gegenüber der Fremdkapitalanlage:

Gleichung 4.3-37) $$\frac{\Delta EV^{KapGes}}{\Delta EV^{\max}} = \frac{\arctan(0{,}9n - 4)\cdot(\gamma + 0{,}1)}{21{,}1} + 33{,}82$$

Der Nachteil der Eigenkapitalanlage in die Personengesellschaft gegenüber der Fremdkapitalanlage wurde in Gleichung 4.3-27 beschrieben mit:

Gleichung 4.3-38)

$$\frac{\Delta EV^{PersGes}}{\Delta EV^{\max}} = 100(-8{,}57r_u \cdot r + 3r + 0{,}03n + 1{,}78r_u - 0{,}38)^4 - 6{,}43r_u + 0{,}3712$$

Man erhält den Vorteil der Eigenkapitalanlage in die Kapitalgesellschaft gegenüber der in die Personengesellschaft mit:

Gleichung 4.3-39)

$$\begin{aligned}\frac{\Delta EV^{PersGes} - \Delta EV^{KapGes}}{\Delta EV^{\max}} &= 100(-8{,}57r_u \cdot r + 3r + 0{,}03n + 1{,}78r_u - 0{,}38)^4 \\ &\quad - 6{,}43r_u - \arctan(0{,}9n - 4)\cdot 0{,}05213 + 0{,}033\end{aligned}$$

Gleichung 4.3-39 ist für alle denkbaren Parameterausprägungen größer als Null. Die Eigenkapitalanlage in die Kapitalgesellschaft ist bei progressivem Steuersatz und unter den getroffenen Annahmen immer vorteilhaft gegenüber der Eigenkapitalanlage in die Personengesellschaft.

4.4 Mezzaninkapitalanlage

In Kapitel 3.2.4 wurden die Besonderheiten der Mezzaninkapitalanlage sowohl in steuerökonomischer als auch in steuerrechtlicher Hinsicht beschrieben. Die Besteuerung von Einkünften aus mezzaninen Anlageformen erfolgt überwiegend analog zur Besteuerung von Zinseinkünften. Steuerökonomisch unterscheidet sich die Mezzaninkapitalanlage aber in den hier betrachteten Dimensionen Bestimmbarkeit des

Einkünftepfades und Verlustpartizipation von denen der Fremdkapitalanlage. Tabelle 3.2-4 des Kapitel 3.2.4.1 zeigt drei Gruppen mezzaniner Anlageformen:

1) Der Anleger partizipiert nicht am Verlust und kann den Einkünftepfad vorab bestimmen. Zu dieser Kategorie zählen Wandelschuldverschreibungen und Nachrangdarlehen. Sie ist als Anlagekategorie mit der Fremdkapitalanlage im Hinblick auf die beiden betrachteten Dimensionen vergleichbar.

2) Der Anleger partizipiert nicht am Verlust und kann den Einkünftepfad vorab nicht bestimmen. Der Einkünftepfad ist eine Zufallsvariable. Hierunter lassen sich partiarische Darlehen subsumieren. Diese Kategorie entspricht im Hinblick auf Einkünftepfadbestimmbarkeit und Verlustpartizipation der Eigenkapitalanlage in die Kapitalgesellschaft.

3) Der Anleger partizipiert an laufenden Verlusten der Gesellschaft, den Einkünftepfad kann er nicht bestimmen. Damit entspricht diese dritte Kategorie der Eigenkapitalanlage in die Personengesellschaft. Hierzu zählen Stille Beteiligungen und Genussrechte.

Die Einkünfte aus allen drei Kategorien werden wie Zinseinkünfte besteuert. Da sich die beschriebenen Kategorien alle aus den bereits analysierten drei Anlageformen Fremdkapitalanlage, Eigenkapitalanlage in die Kapitalgesellschaft und Eigenkapitalanlage in die Personengesellschaft ableiten lassen, ist eine gesonderte Analyse nicht notwendig. Vielmehr kann auf die Ergebnisse der vorangegangenen Kapitel zurückgegriffen werden.

Kategorie 1 entspricht steuerökonomisch und steuerrechtlich der Fremdkapitalanlage. Die Ergebnisse des Kapitels 4.1 gelten daher auch für Nachrangdarlehen, Wandelschuldverschreibungen und vom Typ her ähnliche mezzanine Anlageinstrumente. Die Besonderheiten der genannten Anlageinstrumente betreffen das Ende der Anlagedauer und insbesondere die Rückzahlung des eingesetzten Kapitals. Da diese Arbeit von der Prämisse ausgeht, dass das eingesetzte Kapital betragsgleich am Ende der Anlagedauer zurückgezahlt wird, ergeben sich annahmegemäß keine Unterschiede im Vergleich zur Fremdkapitalanlage.

Für mezzanine Anlageformen der Kategorie 2, insbesondere für partiarische Darlehen wird auf die Ergebnisse des Kapitels 4.2.4.1 bei konstantem und des Kapitels 4.2.4.2 bei progressivem Steuersatz im Rahmen der Eigenkapitalanlage in die Kapitalgesellschaft zurückgegriffen. Aus Gleichung 4.2-81 und Gleichung 4.2-83 ergibt sich der Gesamtnachteil der Eigenkapitalanlage in die Kapitalgesellschaft mit:

Gleichung 4.4-1)
$$\Delta EV = \Delta EV^{\max} \cdot \left(\frac{-0{,}42\left(\gamma + 10^{-6}\right)}{n \cdot \left(\gamma + 10^{-6}\right) + 0{,}01} + 0{,}84 \right) - AV \cdot \left((1+r)^n - 1\right) \cdot s \cdot (\delta - \alpha)$$

Da die Einkünfte aus einer Mezzaninkapitalanlage der Kategorie 2, die Einkünfte aus einem partiarischen Darlehen, aber wie Zinseinkünfte besteuert werden, gilt $\alpha = \delta$. Gleichung 4.2-81 reduziert sich entsprechend zu:

Gleichung 4.4-2)
$$\frac{\Delta EV}{\Delta EV^{\max}} = \frac{-0{,}42\left(\gamma + 10^{-6}\right)}{n \cdot \left(\gamma + 10^{-6}\right) + 0{,}01} + 0{,}84$$

Das Ergebnis ist nicht neu, sondern wurde bereits in Kapitel 4.2.2.1 analysiert und diskutiert. Es handelt sich dabei um den relativen Endvermögensnachteil der Eigenkapitalanlage in die Kapitalgesellschaft gegenüber der Fremdkapitalanlage. Nur wird dieser jetzt auf die Anlage in Form eines partiarischen Darlehens übertragen.

Bei progressivem Steuersatz ergibt sich wie gezeigt wurde:

Gleichung 4.4-3)
$$\frac{\Delta EV}{\Delta EV^{\max}} = \frac{\arctan(0{,}9n - 4) \cdot (\gamma + 0{,}1)}{20(\gamma + 0{,}1) - 0{,}9} - \frac{0{,}013}{\gamma + 0{,}1} + 0{,}35$$

Gleichung 4.4-3 wurde bereits in Kapitel 4.2.2.2 diskutiert. Sowohl für konstanten als auch für progressiven Steuersatz gilt, dass die Anlage in Form eines partiarischen Darlehens unter den getroffenen Annahmen immer nachteilig gegenüber der Fremdkapitalanlage ist. Ursächlich hierfür ist die Abweichung vom optimalen Einkünftepfad der Fremdkapitalanlage durch die Zufälligkeit des Einkünftepfades eines partiarischen Darlehens. Dieser Effekt kann jetzt allerdings nicht durch einen gegenüber der Fremdkapitalanlage ermäßigten Steuersatz kompensiert werden.

Mezzanine Anlageformen der dritten Kategorie, d.h. stille Beteiligungen und Genussrechte, folgen steuerökonomisch im Hinblick auf die beiden betrachteten Dimensionen der Eigenkapitalanlage in die Personengesellschaft. Auch hier können dem Anleger Verluste aus der Kapitalanlage erwachsen und auch hier hat er keinen Einfluss auf den Verlauf des Einkünftepfades.

In Gleichung 4.3-15 des Kapitels 4.3.2.1.2.2 wurde für die Eigenkapitalanlage in die Personengesellschaft bei konstantem Steuersatz der Endvermögensvorteil bzw.

-nachteil vor Berücksichtigung eines eventuell ermäßigten Steuersatzes approximativ dargestellt mit:

Gleichung 4.4-4) $$\frac{\Delta EV^{app}}{\Delta EV^{\max}} = \frac{\left(\frac{1}{n-1{,}25}+1{,}5\right)\cdot\left(-r_u\right)^{1{,}4}}{0{,}016-r-0{,}018r_u}+0{,}75$$

Von einem ermäßigten Steuersatz, der aus Qualifikationskonflikten bei der grenzüberschreitenden Besteuerung von mezzaninen Kapitalanlageformen resultieren könnte[213], soll an dieser Stelle abstrahiert werden. Gleichung 4.3-15 stellt also den Vor- bzw. Nachteil der Mezzaninkapitalanlage der Kategorie 3 gegenüber der Fremdkapitalanlage dar.

Analog ergibt sich bei progressivem Steuersatz aus Gleichung 4.3-27 des Kapitels 4.3.2.2.3:

Gleichung 4.4-5)

$$\frac{\Delta EV^{app}}{\Delta EV^{\max}} = 100\left(-8{,}57r_u \cdot r + 3r + 0{,}03n + 1{,}78r_u - 0{,}38\right)^4 - 6{,}43r_u + 0{,}3712$$

Die möglichen Ausprägungen der Gleichungen für konstanten und progressiven Steuersatz wurden bereits in den genannten Kapiteln beschrieben. Demzufolge lässt sich sagen, dass bei progressivem Steuersatz die Mezzaninkapitalanlage der Kategorie 3 immer nachteilig gegenüber der Fremdkapitalanlage ist. Bei konstantem Steuersatz kann nicht von einer generellen Vor- bzw. Nachteiligkeit der Mezzaninkapitalanlage gesprochen werden. Hohe Verlustmöglichkeiten, geringe Effektivverzinsungen und kurze Anlagedauern führen tendenziell zu einer Vorteilhaftigkeit der Mezzaninkapitalanlage.

[213] Siehe dazu Kapitel 3.2.4.4.

5 Fazit

Am Anfang der Arbeit stand die Frage nach der steueroptimalen internationalen Kapitalanlageentscheidung.

Da die Anzahl der am Markt vorkommenden Anlageinstrumente zu groß ist, um sie in dieser Arbeit abschließend zu behandelt, wurden die Anlagemöglichkeiten zu Anlagekategorien zusammengefasst. Diese orientieren sich an den international in ähnlicher Weise vorkommenden Einkünfteboxen und ordnen vorkommende Anlageinstrumente den Zinseinkünften, Dividendeneinkünften, gewerblichen Einkünften und sonstigen Einkünften zu. Die Analyse wurde unter der Prämisse vorgenommen, dass dem Kapitalanleger der Anlagebetrag am Ende der Laufzeit in gleicher Höhe neben den angefallenen Kapitaleinkünften ausgezahlt wird. Es entstehen für ihn keine Veräußerungsgewinne oder -verluste. Der Anleger bezieht in der Modellwelt dieser Arbeit nur laufende Einkünfte aus Kapitalvermögen. Aus diesem Grund kommt der Kategorie der sonstigen Einkünfte auch nur untergeordnete Bedeutung zu, da unter dieser abgesehen von international unterschiedlichen Zuordnungen von Einkünften hauptsächlich Veräußerungsgewinne oder -verluste zu subsumieren wären.

Neben der Wahl der Anlagekategorie hat der Anleger im Fremdkapital die Möglichkeit den Einkünftepfad vorab festzulegen. Bereits aus der Theorie des optimalen Steuerbilanzgewinnpfades ist bekannt, dass Zinseffekt, Progressionseffekt und Zinsprogressionseffekt bei einer Verschiebung von zu versteuernden Einkommen zu einer Veränderung der Steuerlast führen und es einen bestimmten Einkünftepfad gibt, der den Barwert der Steuerzahlungen minimiert, d.h. der optimal ist. Dieses Konzept wurde hier auf die Kapitalanlage übertragen und dazu um einen vierten Effekt, den Zinseszinseffekt, erweitert. Auch im Rahmen der Kapitalanlage stellt sich ein bestimmter Einkünftepfad im Hinblick auf das Endvermögen des Investors als optimal heraus.

Um den steuerlichen Effekt herausarbeiten zu können, wurde die Prämisse vorangestellt, dass vor Steuern alle Kapitalanlageformen für den Anleger gleichwertig sind, d.h. das gleiche Endvermögen erzielen. Werden dann der Analyse unterschiedliche Besteuerungsfolgen durch die beiden beschriebenen Dimensionen Einkünftebox und Einkünftepfad hinzugefügt, kann an den Unterschieden im Endvermögen der Steuereinfluss gemessen werden. Die Anlagekategorie und der Einkünftepfad, welche das höchste Endvermögen generieren, sind dann steuerökonomisch optimal.

Zielgröße der Optimierung war im Rahmen der Modellierung das Endvermögen der Kapitalanlage. Zur Berücksichtigung der Steuerbelastung und dabei vor allem der eines progressiven Steuersatzes wurde ein fiktiver Steuertarif entwickelt, dessen Grenzsteuersatz sich vom Eingangssteuersatz beim Grundfreibetrag bis hin zum Spitzensteuersatz bei der oberen Progressionsgrenze linear entwickelt.

Im ersten Kapitel der steuerökonomischen Analyse wurde nur die Anlagekategorie des Fremdkapitals betrachtet. Zunächst wurde gezeigt, dass bei konstantem Steuersatz die maximale Aufschiebung der Zinseinkünfte in Form eines Zero-Bonds das Endvermögen des Anlegers nach Steuern maximiert. Anschließend wurde die Annahme eines konstanten Steuersatzes fallen gelassen und dieser durch den o.g. fiktiven Steuertarif ersetzt. Dieser ist von den vier Tarifparametern Grundfreibetrag, obere Progressionsgrenze, Eingangs- und Spitzensteuersatz abhängig. Solange die zu versteuernden Einkommen jeder Periode den Grundfreibetrag nicht übersteigen, ist jeder Zinspfad optimal. Für den Progressionsbereich des Steuertarifs wurde im zweiperiodigen Anlagezeitraum eine Gleichung hergeleitet, die den Zinspfad beschreibt, der das Endvermögen nach Steuern maximiert. Die Variablen in diesem Modell sind dabei die bereits erwähnten vier Tarifparameter, das Anfangsvermögen und die Effektivverzinsung. Dieser optimale Nominalzinspfad ist, abgesehen von Fällen mit geringen Anfangsvermögen, d.h. mit zu versteuernden Einkommen nahe dem Grundfreibetrag, leicht fallend. Anhand einer Sensititvitätsanalyse wurde gezeigt, dass sich das Endvermögen des optimalen Zinspfades nur unwesentlich vom Endvermögen bei gleich verteilten Nominalzinsen (also von der klassischen Festgeldanlage) unterscheidet. Im mehrperiodigen Anlagezeitraum konnte nicht mehr mittels analytischer Gleichungen argumentiert werden. Deshalb wurde auf Veranlagungssimulationen und eine Optimierung mittels Microsoft Excel Solver© zurückgegriffen. Die Gültigkeit der bereits im zweiperiodigen Anlagezeitraum ermittelten Ergebnisse konnte im Wesentlichen auch für größere Anlagezeiträume gezeigt werden.

Für die Fremdkapitalanlage ist damit zunächst Folgendes festzuhalten: Während bei konstantem Steuersatz die maximale Aufschiebung der Zinsen optimal ist, realisiert der Kapitalanleger bei progressivem Steuersatz das maximale Endvermögen bei gleich verteilten Nominalzinsen.

Im Proportionalbereich des progressiven, fiktiven Steuertarifs werden die Ergebnisse bei konstantem und progressivem Steuersatz kombiniert. Für den Teil der Zinsen und damit der zu versteuernden Einkommen, der den Progressionsbereich gerade ausfüllt, gelten die Ergebnisse bei progressivem Steuersatz, d.h. die Nominalzinsen werden annähernd optimaler Weise gleich verteilt. Alle darüber hinaus gehenden Zinsen werden, um die Vorsteueräquivalenzbedingung herzustellen, auf die letzte Periode verschoben. Für den Teil der Zinsen gelten die Ergebnisse bei konstantem Steuersatz, da der Grenzsteuersatz im Proportionalbereich konstant ist. Es wurde gezeigt, dass dieses Ergebnis sowohl für den zwei- als auch für den mehrperiodigen Anlagezeitraum gilt. Ebenfalls wurde herausgearbeitet, dass Abweichungen von der beschriebenen optimalen Stufenzinsanleihe bspw. die Realisierung eines Zero-Bonds (endfällige Zinsgutschrift) oder einer Festgeldanlage (gleich verteilte Nominalzinssätze) durchaus zu erheblichen Endvermögensverlusten führen. Weitere, annahmegemäß über die Zeit konstante Einkünfte neben den Kapitaleinkünften lassen sich in der Analyse mittels einer Modifikation des fiktiven Steuertarifs berücksichtigen.

Bis hier sind die Ergebnisse unabhängig von der Frage nach internationalen Besteuerungsunterschieden der Kapitaleinkünfte und deren Einfluss auf das ermittelte Optimum. In viererlei Hinsicht wurden im Rahmen dieser Arbeit internationale Besteuerungsmerkmale auf die hergeleitete optimale Fremdkapitalanlage übertragen:

1) Die Tarifparameter des fiktiven Steuertarifs – Eingangssteuersatz, Spitzensteuersatz, Grundfreibetrag und obere Progressionsgrenze – unterscheiden sich international unabhängig vom konkreten Tarifverlauf. Eine Modifikation der Tarifparameter führt zu anderen optimalen Stufenzinsanleihen. Es konnte gezeigt werden, dass abgesehen von Rand- bzw. Maximalausprägungen der Parameter des fiktiven Steuertarifs in den betrachteten Beispielen keine wesentlichen Abweichungen von der quasi-optimalen Gleichverteilung der Nominalzinssätze festzustellen war.

2) Der in der Modellbildung unterstellte fiktive Steuertarif ist linear-progressiv in Anlehnung an den deutschen Einkommensteuertarif. International viel häufiger, gerade bei der Besteuerung von Kapitaleinkünften, sind proportio-

nale und stufenweise progressive Steuertarife anzutreffen. Je nach Tarifform unterscheiden sich die optimalen Zinsverläufe. Bei proportionalen Steuertarifen wird das maximale Endvermögen dann realisiert, wenn zunächst in allen Perioden soviel Einkünfte erzielt werden, dass der Grundfreibetrag gerade ausgenutzt wird. In der letzten Periode werden dann alle im Rahmen der Vorsteueräquivalenzbedingung verbleibenden Zinsen bezogen. Proportionale bzw. „flache" Steuertarife realisieren damit abgesehen vom Grundfreibetrag das Ergebnis bei konstantem Steuersatz. Bei stufenweise progressiven Steuertarifen werden optimaler Weise die Ergebnisse bei konstantem und bei progressivem Steuersatz kombiniert. Grundsätzlich werden die Nominalzinsen der optimalen Stufenzinsanleihe so gewählt, dass über die Zeit nur eine Stufe des Tarifs einschlägig ist, da der bei Stufenwechseln auftretende Progressionseffekt den Zinseffekt überkompensieren würde. Innerhalb dieser einen Stufe werden allerdings, analog zum Ergebnis bei konstantem Steuersatz, die Zinsen möglichst spät realisiert.

3) Die Arbeit betrachtet insbesondere den deutschen Outbound-Kapitalanleger. Dieser unterliegt nicht nur der Besteuerung im Anlageland und u.U. der in Deutschland, sonder auch den Bestimmungen der einschlägigen Doppelbesteuerungsabkommen. Die darin vorgeschriebenen Methoden zur Vermeidung bzw. Abschwächung von Doppel- oder Minderbesteuerung haben direkten Einfluss auf die Ergebnisse zur optimalen Stufenzinsanleihe im Fremdkapital bei internationalen Anlagemöglichkeiten. So führt beispielsweise das in vielen deutschen DBA und im OECD-Musterabkommen vorgesehene Anrechnungsverfahren bei Kapitaleinkünften dazu, dass der deutsche Outbound-Investor unabhängig vom Anlageland immer zumindest Steuern in Höhe der entsprechenden deutschen Steuerlast auf die Kapitaleinkünfte leisten muss. Die ebenfalls im OECD-MA vorgesehene Möglichkeit einer Quellensteuer auf Kapitaleinkünfte kann darüber hinaus, selbst bei Anrechnung im Wohnsitzland des Anlegers, aufgrund der zeitlichen Verteilung von Zinszufluss und Steuerveranlagung im Wohnsitzland zu im Zeitablauf flacher fallenden bzw. sogar steigenden, optimalen Nominalzinssätzen führen.

4) Schließlich wurde im Rahmen dieser Arbeit noch betrachtet, inwiefern Wechselkursschwankungen Einfluss auf die steueroptimale internationale Fremdkapitalanlage haben. Dabei konnte gezeigt werden, dass die fehlende

Planungsmöglichkeit des Wechselkurses eine allgemeine Aussage über den optimalen Nominalzinspfad nicht mehr zulässt. Der Zinspfad wird zur Zufallsvariable. Damit verlässt man argumentativ die Kategorie der Fremdkapitalanlage mit annahmegemäß vorab definierbarem Einkünftezufluss und gelangt analytisch betrachtet zur Kategorie der Eigenkapitalanlage in die Kapitalgesellschaft.

Die Eigenkapitalanlage in eine Kapitalgesellschaft ist dadurch gekennzeichnet, dass der Anleger zwar keine Verluste aus seiner Anlage realisieren, den Einkünftepfad aber nicht selbst bestimmen kann. Auch bei der Eigenkapitalanlage wurden die Annahmen getroffen, dass vor Steuern alle denkbaren Anlagemöglichkeiten gleich sind und am Ende der Anlagedauer der Investitionsbetrag in voller Höhe neben den angefallenen Dividenden zurückgezahlt wird.

Drei Effekte sind für die Vorteil- bzw. Nachteilhaftigkeit der Eigenkapitalanlage in die Kapitalgesellschaft im Vergleich zur optimalen Fremdkapitalanlage entscheidend: die Unsicherheit des Einkünftepfades, die Unsicherheit im Hinblick auf das Vorsteuerendvermögen und die Unterschiede im Steuersatz auf Dividenden und auf Zinseinkünfte.

Zunächst wurde der Endvermögensnachteil ermittelt, der sich bei der Anlage ins Eigenkapital einer Kapitalgesellschaft für den Anleger daraus ergibt, dass er den optimalen Einkünftepfad wahrscheinlich verfehlt, der bei der Fremdkapitalanlage mit Sicherheit realisiert werden kann. Die Dividendeneinkünfte fließen dem Anleger zwar in sicherer Höhe eines bestimmten Vorsteuerendvermögens zu, der Zuflusszeitpunkt und damit der Besteuerungszeitpunkt im Laufe der Anlagedauer ist allerdings eine Zufallsvariable.

Für Anlagezeiträume zwischen zwei und sechs Jahren wurde für einen konstanten Steuersatz auf Kapitaleinkünfte eine Gleichung zur Bestimmung des erwarteten Endvermögensverlusts der Anlage ins Eigenkapital einer Kapitalgesellschaft im Vergleich zur optimalen Fremdkapitalanlage hergeleitet. Dabei ergibt sich der erwartete Endvermögensverlust unabhängig von der Ausprägung der verwendeten Parameter im zweiperiodigen Anlagezeitraum mit ca. 67% und im sechsperiodigen Anlagezeitraum mit ca. 77% des maximalen Endvermögensverlusts. Zwischen zwei und sechs Jahren steigt der Endvermögensverlust konkav.

Wird darüber hinaus angenommen, dass die möglichen Dividendenpfade nicht gleichwahrscheinlich, sondern mittlere Dividendenpfade wahrscheinlicher sind, so steigt der erwartete Endvermögensverlust mit steigender Gewichtung mittlerer Dividendenpfade. Diese Gewichtungsannahme lässt sich beispielsweise mit dem Streben nach einer konstanten Ausschüttungspolitik auf Unternehmensseite begründen. Die approximativen Bestimmungsgleichungen für den relativen Endvermögensverlust wurden sowohl im zwei- als auch im mehrperiodigen Anlagezeitraum um den Gewichtungsfaktor mittlerer Dividendenpfade erweitert.

Bei progressivem Steuersatz wurde ein erwarteter Endvermögensverlust im Vergleich zur optimalen Stufenzinsanleihe im Fremdkapital mit ca. 33% im zweiperiodigen und ca. 40% im sechsperiodigen Anlagezeitraum ermittelt. Dazwischen steigt die Kurve des erwarteten Endvermögensverlustes in Abhängigkeit von der Anlagedauer konkav. Die Analyse führte bei progressivem Steuersatz insofern zu Einschränkungen, als dass nur Effektivverzinsungen und Anfangsvermögen zulässig waren, die zu zu versteuernden Einkommen im Progressionsbereich des Steuertarifs führten.

Die Analyse bei progressivem Steuersatz führt im Gegensatz zur Analyse bei konstantem Steuersatz unter der Annahme einer bestimmten Gewichtung mittlerer Dividendenpfade zu mit steigender Gewichtung sinkenden erwarteten Endvermögensverlusten. Es wurde sowohl für den zwei- als auch für den mehrperiodigen Anlagezeitraum eine approximative Funktion zur Ermittlung des erwarteten Endvermögensverlustes relativ zum maximalen Endvermögensverlust unter Berücksichtigung eines beliebigen Gewichtungsfaktors hergeleitet.

Diesem sowohl bei konstantem als auch bei progressivem Steuersatz ermittelten Endvermögensverlust wurde im Rahmen der Analyse der Endvermögensvorteil bzw. -nachteil aus einer denkbaren unterschiedlichen Besteuerung von Dividenden- und Zinseinkünften, bspw. aufgrund des geltenden Körperschaftsteuersystems, gegenüber gestellt. Ausgehend vom Optimum im Rahmen der Fremdkapitalanlage konnten Indifferenzkurven formuliert werden, die Parameterkombinationen, bei denen die optimale Fremdkapitalanlage vorteilhaft ist, von solchen trennen, bei denen die Eigenkapitalanlage in die Kapitalgesellschaft vorteilhaft ist.

Bei konstantem Steuersatz konnte so gezeigt werden, dass sinkende Anlagedauern, steigende Ermäßigungen des Steuersatzes auf Kapitaleinkünfte und steigende Steuersätze zu einer Erhöhung der Vorteilhaftigkeit bzw. Verringerung der Nachteiligkeit der Eigenkapitalanlage in die Kapitalgesellschaft gegenüber der optimalen Stufenzinsanleihe im Fremdkapital führen. „Übliche“ Parameterausprägungen, d.h. Anlagedauern bis zehn Jahre und Ermäßigungen auf den Steuersatz auf Dividendeneinkünfte von mindestens 30%, führen zu einer generellen Vorteilhaftigkeit der Eigenkapitalanlage im Rahmen der Annahmen dieser Arbeit. Bis zu diesem Punkt ist damit bei konstantem Steuersatz die Anlage ins Eigenkapital einer Kapitalgesellschaft optimal.

Bei progressivem Steuersatz wurden analog Indifferenzkurven ermittelt und Vorteilhaftigkeitsbereiche von Eigen- und Fremdkapitalanlage in Abhängigkeit von den betrachteten Parametern dargestellt. Mit steigender Ermäßigung auf Dividendeneinkünfte und steigender Steuersatzprogression sowie steigendem Steuersatzniveau wird die Eigenkapitalanlage zunehmend vorteilhaft. Die Wirkung der Anlagedauer auf die Vorteilhaftigkeit ist uneinheitlich. Die Analyse hat gezeigt, dass die Eigenkapitalanlage in die Kapitalgesellschaft trotz Nachteil aus der Verfehlung des optimalen Einkünftepfades ab Ermäßigungen auf den Steuersatz auf Dividenden von 30% oder mehr gegenüber der Fremdkapitalanlage immer von Vorteil ist.

Die Schlussfolgerung, dass in der Mehrzahl der Parameterkombinationen die Eigenkapitalanlage in die Kapitalgesellschaft gegenüber der Fremdkapitalanlage von Vorteil ist, gilt wie gezeigt wurde nur für den risikoneutralen bzw. risikofreudigen Investor. Für den risikoscheuen Investor, welcher in der Praxis vermutlich deutlich häufiger anzutreffen ist, verschieben sich die oben genannten Indifferenzkurven zunehmend mit steigender Risikoaversion zu Gunsten der Fremdkapitalanlage. Die Eigenkapitalanlage wird zunehmend weniger vorteilhaft bzw. sogar nachteilig.

Nach der Analyse der Fremdkapitalanlage und der Eigenkapitalanlage in eine Kapitalgesellschaft wurde die Eigenkapitalanlage in eine Personengesellschaft untersucht. Entscheidend bei der Eigenkapitalanlage in die Personengesellschaft ist im Rahmen der vorgenommenen Analyse, dass dem Anleger jetzt auch Verluste aus der Anlage erwachsen können. Zwar gilt nach wie vor die Vorsteueräquivalenzbedingung, während der Anlagedauer können aber durchaus negative Eigenkapitalrenditen auftreten. Diese werden entsprechend durch höhere Eigenkapitalrenditen in anderen Perioden vorsteueräquivalent ausgeglichen.

Mit der Möglichkeit von Verlusten in einigen Perioden der Anlagedauer stellt sich die Frage nach der steuerlichen Behandlung dieser Verluste. Zunächst wurde die Analyse für den Fall eines konstanten Steuersatzes auf die Einkünfte aus der Kapitalanlage durchgeführt. Dabei wurde im Verlustfall eine faktische Erstattung der dann negativen Steuerlast unterstellt. Diese Annahme lässt sich bei konstantem Steuersatz bspw. durch das Vorhandensein weiterer Einkünfte rechtfertigen, die durch die Verluste aus der Kapitalanlage gemindert werden und zu einer Steuerersparnis in Höhe des Produkts aus dem konstantem Steuersatz und dem Verlust aus der Kapitalanlage führen.

Analog zur Eigenkapitalanlage in die Kapitalgesellschaft wurde ein approximativer, formelmäßiger Zusammenhang zwischen dem relativen, erwarteten Endvermögensverlust und den Parametern Anlagedauer, untere Verlustbandbreitengrenze und Effektivverzinsung sowohl im zwei- als auch im mehrperiodigen Anlagezeitraum hergeleitet. Aus Komplexitätsgründen wurden dabei nur Anlagedauern bis maximal sechs Jahre betrachtet und für weitere Anlagedauern eine Konvergenz des erwarteten Endvermögensnachteils gegen einen vermuteten, relativen Endvermögensnachteil angenommen. Durch Nullsetzen der ermittelten Gleichung für den erwarteten Endvermögensnachteil konnten Indifferenzkurven beschrieben werden, die Parameterbereiche, in denen die Eigenkapitalanlage in die Personengesellschaft vorteilhaft ist, von denen trennt, in denen die Fremdkapitalanlage mit steueroptimaler Stufenzinsanleihe vorteilhaft ist. Deutlich wurde, dass mit steigender Verlustmöglichkeit, sinkender Effektivverzinsung und sinkender Anlagedauer die Fremdkapitalanlage zunehmend nachteilig bzw. weniger vorteilhaft wird.

Die Durchführung der eben beschriebenen Analyse mit der Annahme eines konstanten Steuersatzes führt bei der Annahme eines progressivem Steuersatzes zum Problem der steuerlichen Verlustberücksichtigung. Die Annahme, dass negative Eigenkapitalrenditen zu einer Steuererstattung in Höhe der negativen Steuerlast führen, lässt sich bei progressivem Steuersatz nicht mehr dadurch rechtfertigen, dass ggf. andere Einkünfte proportional durch die negativen Einkünfte reduziert werden. Während die Steuerlast im progressivem Tarif mit steigenden Einkünften überproportional steigt, also auch die gedachte Erstattung mit steigender negativer Steuerlast überproportional steigt, erfolgt die Verminderung der Steuerlast auf andere Einkünfte mit steigenden Verlusten aus der Kapitalanlage unterproportional. Die Annahme einer sofortigen Steuererstattung lässt sich im Modell bei progressivem Steuersatz nicht mehr begründen. Im entsprechenden Kapitel der vorliegenden Arbeit wurden verschiedene Modelle der Berücksichtigung von Verlusten im fiktiven Steuertarif diskutiert. Nach Abwägung aller Vor- und Nachteile der Modelle wurde die Analyse so vorgenommen, dass Verluste jeweils sukzessive in die nächste und anschließend in darauffolgende Perioden vorgetragen werden. Dabei wird der „Untergang“ eines möglicherweise bestehenden Verlusts in der letzten Periode vor dem Hintergrund der Nachteile der anderen Verlustberücksichtigungsmodelle in Kauf genommen.

Analog zu den anderen Kapiteln zur Eigenkapitalanlage wurde im Rahmen der Eigenkapitalanlage in die Personengesellschaft bei progressivem Steuersatz eine Approximationsfunktion gebildet, die den erwarteten, relativen Endvermögensnachteil der Eigenkapitalanlage in die Personengesellschaft in Abhängigkeit von der Anlagedauer, der Effektivverzinsung und der unteren Verlustbandbreitengrenze wiedergibt. Die ermittelte Approximationsfunktion ist dabei abgesehen von unwesentlichen Änderungen unabhängig vom Anfangsvermögen und den Tarifparametern des fiktiven Steuertarifs. Lediglich sehr geringe Progressionen führen dazu, dass die Approximationsfunktion an Gültigkeit verliert. Ursache ist der dann näherungsweise konstante Grenzsteuersatz bei sehr geringer Progression.

Dass die gebildete Approximationsfunktion mit Abweichungen im Vergleich zu den mittels Tabellenverarbeitung ermittelten Werten behaftet ist, wurde für die weitere Analyse in Kauf genommen, weil sie im Gegensatz zur Tabellenverarbeitung formelmäßig alle möglichen Parameterkombinationen der betrachteten Bandbreite und nicht immer nur eine wiedergibt.

Gezeigt wurde, dass unter den getroffenen Annahmen die Eigenkapitalanlage in die Personengesellschaft bei progressivem Steuersatz immer nachteilig im Vergleich zur Fremdkapitalanlage mit steueroptimaler Stufenzinsanleihe ist. Wird allerdings, analog zur Analyse der Eigenkapitalanlage in die Kapitalgesellschaft ein Ermäßigungsfaktor auf die Kapitaleinkünfte aus der Personengesellschaft unterstellt, bspw. aus internationalen Besteuerungskonflikten, so wird die Eigenkapitalanlage in die Personengesellschaft zunehmend vorteilhaft bzw. weniger nachteilig.

In den hier zusammengefassten Analysen dieser Arbeit wurden bislang zum einen die Eigenkapitalanlage in die Kapitalgesellschaft und zum anderen die Eigenkapitalanlage in die Personengesellschaft mit der optimalen Fremdkapitalanlage verglichen. Zur Komplettierung des Vergleich wurden anschließend die beiden Formen der Eigenkapitalanlage miteinander verglichen. Gezeigt wurde, dass unter den getroffenen Annahmen (keine gezielte Ausschüttungspolitik im Rahmen der Kapitalgesellschaft, keine privilegierte Besteuerung bestimmter Kapitaleinkünfte, Vorsteueräquivalenz aller Anlagemöglichkeiten, Risikoneutralität des Investors, Auszahlung des Investitionsbetrag am Ende der Anlagedauer in gleicher Höhe) bei konstantem Steuersatz die Eigenkapitalanlage in die Personengesellschaft immer vorteilhaft gegenüber der Eigenkapitalanlage in die Kapitalgesellschaft ist. Bei progressivem Steuersatz gelangt man zum umgekehrten Ergebnis.

Als letzte im Rahmen dieser Arbeit zu analysierende Kapitalanlagekategorie wurde die Anlage ins Mezzaninkapital betrachtet. Obwohl sie in der Realität durchaus von erheblicher Bedeutung sind, wurden Veräußerungsgewinne und -verluste als mögliche fünfte Anlagekategorie bei der Frage nach der steueroptimalen Kapitalanlage ausgeblendet. Der Anleger bekommt annahmegemäß am Ende der Anlagedauer den ursprünglich investierten Betrag in gleicher Höhe neben den angefallenen Kapitalerträgen ausgezahlt.

Gezeigt wurde, dass mezzanine Anlageformen je nach Ausgestaltung steuerökonomisch, d.h. im Hinblick auf Verlustpartizipation und Bestimmbarkeit des Einkünftepfades, einer der drei bereits analysierten Kategorien (Fremdkapitalanlage sowie Eigenkapitalanlage in die Kapital- und in die Personengesellschaft) folgen. Steuerrechtlich werden sie allerdings i.d.R. wie Zinseinkünfte behandelt und besteuert. Da mezzanine Anlageformen damit keine Ermäßigung auf den Steuersatz im Vergleich zur Besteuerung von Dividendeneinkünften aufweisen, ist der Nachteil gegenüber der Fremdkapitalanlage größer bzw. der Vorteil gegenüber der Fremdkapitalanlage geringer als der bei den Eigenkapitalanlageformen. Für diese Zusammenhänge wurden aufbauend auf den approximativen Ergebnissen der vorangegangenen Analysen für den erwarteten, relativen Endvermögensverlust der Mezzaninkapitalanlage Gleichungen sowohl für die Besteuerung mit konstantem als auch mit progressivem Steuersatz aufgestellt.

Abschließend kann die Frage nach der steueroptimalen internationalen Kapitalanlage vor dem Hintergrund der Analysen dieser Arbeit wie folgt beantwortet werden: Es gibt im Rahmen der Fremdkapitalanlage je nach Parameterausprägung eine Stufenzinsanleihe, die bei vorsteueräquivalenten Anlagemöglichkeiten das Endvermögen des Investors maximiert. Dieser steueroptimalen Stufenzinsanleihe im Fremdkapital können anhand der hier ermittelten Indifferenzkurven die anderen betrachteten Anlagekategorien (Eigenkapitalanlage in die Kapital- und in die Personengesellschaft sowie Mezzaninkapitalanlage) vergleichend gegenübergestellt werden. D.h., es kann eine Aussage darüber getroffen werden, ob die anderen Anlagekategorien in Abhängigkeit bestimmter Parameterausprägungen (bspw. Anlagedauer, Effektivverzinsung und untere Verlustbandbreitengrenze) den Anleger schlechter oder besser als im Falle der optimalen Stufenzinsanleihe stellen.

Im Rahmen dieser Arbeit konnte eine analytische Bildungsvorschrift für die steueroptimale Verteilung der Nominalzinsen einer Stufenzinsanleihe bei progressivem Steuersatz aus Komplexitätsgründen nur für den zweiperiodigen Anlagezeitraum formuliert werden. Ebenso konnte der Nachteil aus der Verfehlung des optimalen Einkünftepfades im Rahmen der Eigenkapitalanlage im mehrperiodigen Anlagezeitraum allgemeingültig und analytisch nur approximativ anhand von Werten aus Veranlagungssimulationen formuliert werden.

Folgende Fragen sind daher am Ende dieser Arbeit noch unbeantwortet: Wie lautet die analytische Bildungsvorschrift für die optimale Stufenzinsanleihe im Fremdkapital bei progressivem Steuersatz und Anlagezeiträumen von mehr als zwei Jahren? Können die verwendeten und aus Werten von Veranlagungssimulationen abgeleiteten Approximationsfunktionen für die Bestimmung der Endvermögensvorteile und -nachteile der anderen Anlagekategorien im Vergleich zur optimalen Fremdkapitalanlage durch die genauen Bestimmungsfunktionen ersetzt werden? Lassen sich im Anschluss daran analytische, allgemeingültige und genaue Indifferenzkurven für den Vergleich der Anlagekategorien formulieren? Diese drei Aspekte können m.E. Anknüpfungspunkt für weitere Forschungen auf dem Gebiet der steueroptimalen internationalen Kapitalanlage sein.

Literaturverzeichnis

Bächle, Ott, Rupp (2005): Bächle, Ekkehard; Ott, Johann-Paul; Rupp Thomas, *Internationales Steuerrecht*, Schäfer-Poeschel Verlag, Stuttgart 2005.

Baetge, Kirsch, Thiele (2003): Baetge, Jörg; Kirsch, Hans-Jürgen; Thiele, Stefan, *Bilanzen*, 7. Auflage, IDW Verlag, Düsseldorf 2003.

Ballwieser (2004): Ballwieser, Wolfgang, *Unternehmensbewertung*, Schäfer-Poeschel Verlag, Stuttgart 2004.

Bamberg, Baur, Krapp (2007): Bamberg, Günther; Baur, Franz; Krapp, Michael, *Statistik*, 13. Auflage, R. Oldenburg Verlag, München, Wien 2007.

Baumann (2001): Baumann, Elke, *Der Einfluss der internationalen Besteuerung auf die Erzielung grenzüberschreitender Einkünfte: Ein Reformvorschlag*, Dissertationsschrift Technische Universität Dresden Fakultät Wirtschaftswissenschaften.

Biermann (1999): Biermann, Bernd, *Die Mathematik von Zinsinstrumenten - Preise, Kennzahlen, Risikomanagement und Anwendung von (derivativen) Zinsinstrumenten in der modernen Investmentpraxis*, R. Oldenburg Verlag, München, Wien 1999.

Black, Scholes (1973): Black, Fischer; Scholes, Myron, *The Pricing of Options and Corporate Liabilities*, in: Journal of Political Economy, S. 637 ff., 1973.

Blohm, Lüder, Schaefer (2005): Blohm, Hans; Lüder, Klaus; Schaefer, Christina, *Investition*, 9. Auflage, Verlag Franz Vahlen, München 2005, .

Bosch (1998): Bosch, Karl, *Mathematik-Taschenbuch*, 5. Auflage, R. Oldenburg Verlag, München, Wien 1998.

Brennan (1970): Brennan, Michael J., *Taxes, Market Valuations and Corporate Financial Policy*, in: National Tax Journal, S. 417 ff., 1970.

Bronstein, Semendjajew (1987): Bronstein, Ilya Nikloajewitsch; Semendjajew, Konstantin Adolfowitsch, *Taschenbuch der Mathematik*, Verlag Nauka, Moskau, Leipzig 1987.

Bundesrat (2007): *Gesetzesbeschluss des Deutschen Bundestages - Unternehmensteuerreform 2008*, Drucksache des Deutschen Bundesrates 384/07

Bundestag (2007): *Gesetzentwurf der Bundesregierung - Entwurf eines Unternehmensteuergesetzes 2008*, Drucksache des Deutschen Bundestages 16/5377

Coenenberg (2003): Coenenberg, Adolf G., *Jahresabschluss und Jahresabschlussanalyse*, 19. Auflage, Schäffer-Poeschel Verlag, Stuttgart 2003.

Cox, Ross, Rubinstein (1979): Cox, John C.; Ross, Stephen; Rubinstein, Mark, *Pricing: A Simpliefied Approach*, in: Journal of Financial Economics, S. 229 ff., 1979.

Dedner, Günther, Rünger (1980): Dedner, Martin; Günther, Rolf; Rünger, Roland, *Die Berücksichtigung der Planungsabhängigkeit von Nettozinssatz und Steuerbilanzgewinn bei der Ertragsteuerplanung*, in: ZfB, S. 164 ff, 1980.

Drukarczyk, Schüler (2003): Drukarczyk, Jochen; Schüler, Andreas, *Unternehmensbewertung*, 5. Auflage, Vahlen, München 2007.

Fahrmeir, Künstler, Pigeot, Tutz (2007): Fahrmeir, Ludwig; Künstler, Rita; Pigeot, Iris; Tutz, Gerhard, *Statistik*, 6. Auflage, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg 2007.

Fama (1977): Fama, Eugene, *Risk-adjusted discount rates and capital budgeting under uncertainity*, in: Journal of Financial Economics, S. 3 ff., 1977.

Fischer, Kleineidam, Warneke (2005): Fischer, Lutz; Kleineidam, Hans-Jochen; Warneke, Perygrin, *Internationale Betriebswirtschaftliche Steuerlehre*, Verlag E.Schmidt, Berlin 2005.

Frühwirth (1997): Frühwirth, Manfred, *Handbuch der Renditeberechnung*, R. Oldenburg Verlag, München, Wien 1997.

Götze (2006): Götze, Uwe, *Investitionsrechnung*, 5. Auflage, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, 2006.

Grotherr, Herfort, Strunk (2003): Grotherr, Siegfried; Herfort, Claus; Strunk, Günter, *Internationales Steuerrecht*, 2. Auflage, Erich Fleischer Verlag, Achim 2003.

Haisch (2003): Haisch, Martin, *Die Besteuerung von Fremd- und Doppelwährungsanleihen im Privatvermögen*, in: DStR, S. 2202 ff, 2003.

Heigl (1970): Heigl, Anton, *Zur Betriebswirtschaftlichen Planung der Besitzsteuerbelastung*, in: FR, S. 113 ff, 1970.

Hugh, Bradford (1990): Adult, Hugh J.; Bradford, David F., *Taxing International Income: An Analysis of the U.S. System and Its Economic Premises; in: Taxation in the Global Economy (Razin, Assaf; Slemrod, Joel (Hrsg.))*, The University of Chicago Press, Chicago, London 1990.

Hundsdoerfer (2000): Hundsdoerfer, Jochen, *Tarifphantasien des Gesetzgebers und der optimale Steuerbilanzgewinnpfad*, in: StuW, S. 21 ff., 2000, .

Kirchhof (2003): Kirchhof, Paul (Hrsg.), *EStG KompaktKommentar*, 3. Auflage, Heidelberg 2003.

Kruschwitz (2000): Kruschwitz, Lutz, *Barwerte - gelöste, ungelöste und unlösbare Fragen der Investitionsrechnung*, Berlin 2000, Diskussionsbeiträge des Fachbereichs Wirtschaftswissenschaften der Freien Universität Berlin, Nr. 2000/7.

Kruschwitz (2004): Kruschwitz, Lutz, *Finanzierung und Investition*, 4. Auflage, R. Oldenburg Verlag, München, Wien 2004.

Kruschwitz (2005): Kruschwitz, Lutz, *Invesitionsrechnung*, 10. Auflage, R. Oldenburg Verlag, München, Wien 2005.

Kruschwitz (2007): Kruschwitz, Lutz, *Invesitionsrechnung*, 11. Auflage, R. Oldenburg Verlag, München, Wien 2007.

Kürsten (2002): Kürsten, Wolfgang, *Unternehmensbewertung unter Unsicherheit - oder: Theoriedefizit einer künstlichen Diskussion über Sicherheitsäquivalent- und Risikozuschlagsmethode*, in: ZfbF, S. 128 ff., 2002.

Lintner (1965): Lintner, John, *The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets*, in: Review of Economics and Statistics, S. 13 ff., 1965.

Lück, Schult (2003): Lück, Volker; Schult, Eberhard, *Steuerbilanzpolitik - eine Renaissance der Gewinnnivellierung?*, in: St&Stu, S. 314 ff, 2003.

Marettek (1970): Marettek, Alexander, *Entscheidungsmodell der betrieblichen Steuerbilanzpolitik - unter Berücksichtigung ihrer Stellung im System der Unternehmenspolitik*, in: BFuP, S. 7 ff, 1970.

Marettek (1971): Marettek, Alexander, *Steuerbilanz- und Unternehmenspolitik*, Rudolf Haufe Verlag, Freiburg 1971.

Marettek (1980): Marettek, Alexander, *Steuerbilanzplanung*, Verlag Neue Wirtschaftsbriefe, Herne, Berlin 1980.

Mossin (1966): Mossin, Jan, *Equillibrium in a capital asset market*, in: Econometrica, S. 768 ff., 1966.

Perridon, Steiner (2004): Perridon, Louis; Steiner, Manfred, *Finanzwirtschaft der Unternehmung*, 13. Auflage, Vahlen, München 2004.

Reith (2004): Reiht, Thomas, *Internationales Steuerrecht - Handbuch zum Doppelbesteuerungs- und Außensteuerrecht und zur Gestaltung grenzüberschreitender Investitionen*, Verlag Vahlen, München 2004.

Rick, Gierschmann, Gunsenheimer, Martin, Schneider (2005): Rick, Eberhard; Gierschmann, Thomas; Gunsenheimer, Gerhard; Martin, Ulrike; Schneider, Josef, *Lehrbuch Einkommensteuer*, Verlag Neue Wirtschaftsbriefe, Herne, Berlin 2005.

Rinne (2003): Rinne, Horst, *Taschenbuch der Statistik*, 3. Auflage, Verlag Harri Deutsch, Frankfurt a.M. 2003.

Rosarius, Martin, Leibner (2004): Rosarius, Lothar; Cartin, Christine; Leibner, Wolfgang, *Steueroptimale Kapitalanlage 2004/2005*, Rudolf Haufe Verlag, Freiburg, Berlin, München, Zürich 2004.

Rose (1973): Rose, Gerd, *Die Steuerbelastung der Unternehmung - Grundzüge der Teilsteuerrechnung*, Wiesbaden 1973

Schaumburg (1998): Schaumburg, Harald, *Internationales Steuerrecht - Außensteuerrecht, Doppelbesteuerungsrecht*, 2. Auflage, Dr. Otto Schmidt, Köln 1998.

Scheffler (1991): Scheffler, Wolfram, *Veranlagungssimulation versus Teilsteuerrechnung*, in: WiStu, S. 69 ff, 1991.

Schenk, Brusch (2005): Schenk, Matthias; Brusch, Friedrich, *Eine neue Kapitalsteuer für Deutschland*, in: DStR, S. 1254 ff, 2005.

Schmitt, Dausend (2006): Schmitt, Dirk; Dausend, Florian, *Unternehmensbewertung mit dem Tax CAPM*, in: Der Finanzbetrieb, S. 233 ff., 2006.

Schratzenstaller (2002): Schratzenstaller, Margit, *Steuerwettbewerb und Steuerpolitikin der Europäischen Union - Sachstand und Alternativen*, 2002, Studie im Auftrag der PDS-Delegation in der Konföderalen Fraktion der Vereinten Europäischen Linken/Nordische Grüne Linke (GUE/NGL) im Europäischen Parlament.

Schult (2002): Schult, Eberhard, *Betriebswirtschaftliche Steuerlehre*, 4. Auflage, R. Oldenburg Verlag, München, Wien 2002.

Schult, Freyer (1999): Schult, Eberhard; Freyer, Thomas, *Der steuerliche Einfluss auf die Fremdfinanzierung einer Ein-Mann-GmbH durch ihren Gesellschafter*, in: WiStu, S. 582 ff, 1999.

Selling (2000): Selling, Heinz-Jürgen, *Deutschland im Steuerwettbewerb der Staaten - Einige steuerpolitische Überlegungen*, in: IStR, S. 225 ff, 2000.

Sharpe (1964): Sharpe, William F., *The arbitrage theory of capital asset pricing*, in: Journal of Economic Theory, S. 425 ff., 1964.

Siegel (1972): Siegel, Theodor, *Verfahren zur Minimierung der Einkommensteuer-Barwertsumme*, in: BFuP, S. 65 ff, 1972.

Siegel (1973): Siegel, Theodor, *Zur Zielfunktion und Problemlösung bei der Ertragsteuerplanung*, in: ZfB, S. 265 ff, 1973.

Siegel (1980): Siegel, Theodor, *Differenzsteuersätze und Grenzsteuersätze in ihrer Bedeutung für die Steuerplanung*, in: WPg, S. 266 ff, 1980.

Spremann (1996): Spremann, Klaus, *Wirtschaft, Investition und Finanzierung*, 5. Auflage, R. Oldenburg Verlag, München 1996.

Vogel (1985): Vogel, Klaus (Hrsg.), *Zinsen im internationalen Steuerrecht - Münchner Schriften zum internationalen Steuerrecht*, Heft 9, Verlag C.H.Beck, München 1985.

Vogt (1941): Vogt, Fritz, *Bewertungsfreiheiten in der Bilanz*, Junker und Dünnhaupt Verlag, Berlin 1941.

Wiese (2004): Wiese, Jörg, *Unternehmensbewertung mit dem Nachsteuer CAPM?*, München 2004, Münchner Betriebswirtschaftliche Beiträge, Universität München.

Wiese (2006): Wiese, Jörg, *Das Nachsteuer CAPM im Mehrperiodenkontext*, in: Der Finanzbetrieb, S. 242 ff., 2006.

Anhang

Anlagenverzeichnis

Anhang 1	Umformungen zu Gleichung 4.1-15	S. 256
Anhang 2	Umformungen zu Gleichung 4.1-35	S. 258
Anhang 3	Umformungen zu Gleichung 4.1-36	S. 259
Anhang 4	Abweichungsanalyse bei mittlerer Progression	S. 261
Anhang 5	Abweichungsanalyse bei schwacher Progression	S. 262
Anhang 6	Abweichungsanalyse bei starker Progression	S. 263
Anhang 7	Ermittlung der optimalen Stufenzinsanleihe im 2-periodigen Anlagezeitraum mittels Tabellenkalkulationsprogramm (in MS Excel© Schreibweise)	S. 264
Anhang 8	Ermittlung der Abweichung zwischen tatsächlich optimalem Endvermögen und Endvermögen der ermittelten Stufenzinsanleihe relativ zum Anfangsvermögen in Kapitel 4.1.3.2.4.2	S. 265
Anhang 9	Steueroptimale Verteilung der zu versteuernden Einkünfte im Vergleich von Stufentarif und linear-progressivem Einkommensteuertarif	S. 266
Anhang 10	Bestimmung der Relation aus Erwartungswert der Endvermögensnachteile und maximalem Endvermögensnachteil im zweiperiodigen Anlagezeitraum	S. 267
Anhang 11	Bestimmung der Relation aus Konfidenzintervall zum Konfidenzniveau 75% der Endvermögensnachteile und maximalem Endvermögensnachteil im zweiperiodigen Anlagezeitraum	S. 268
Anhang 12	Ermittlung der Endvermögensnachteile aus der Verfehlung des optimalen Einkünftepfades bei der Eigenkapitalanlage in eine Kapitalgesellschaft (in MS Excel© Schreibweise)	S. 270

Anhang 13	Relative Häufigkeiten der Endvermögensnachteile gemessen am maximalen Endvermögensnachteil bei der Anlage in eine Kapitalgesellschaft bei konstantem Steuersatz	S. 271
Anhang 14	Den Diagrammen in Anhang 13 zu Grunde liegende Werte und die sich daraus ergebenden Erwartungswerte	S. 273
Anhang 15	Aus Anhang 14 gewonnene Verteilungsfunktionen und die daraus resultierenden Konfidenzintervalle zum Konfidenzniveau $\alpha = 0,75$	S. 274
Anhang 16	Umformungen zu Gleichung 4.2-24	S. 275
Anhang 17	Umformungen zu Gleichung 4.2-26	S. 278
Anhang 18	Relative Häufigkeiten der Endvermögensnachteile gemessen am maximalen Endvermögensnachteil bei der Anlage in eine Kapitalgesellschaft mit ungleich wahrscheinlichen Dividendenpfaden	S. 279
Anhang 19	Verteilungsfunktionen und die daraus resultierenden Konfidenzintervalle zum Konfidenzniveau $\alpha = 0,75$ bei ungleich verteilten Eintrittswahrscheinlichkeiten der Dividendenpfade	S. 281
Anhang 20	Relative Häufigkeiten der Endvermögensnachteile gemessen am maximalen Endvermögensnachteil bei der Anlage in eine Kapitalgesellschaft bei progressivem Steuersatz	S. 282
Anhang 21	Verteilungsfunktionen und die daraus resultierenden Konfidenzintervalle zum Konfidenzniveau $\alpha = 0,75$ bei progressivem Steuersatz und gleich verteilten Eintrittswahrscheinlichkeiten der Dividendenpfade	S. 284

Anhang 22	Relative Häufigkeiten der Endvermögensnachteile gemessen am maximalen Endvermögensnachteil bei der Anlage in eine Kapitalgesellschaft mit ungleich wahrscheinlichen Dividendenpfaden und progressivem Steuersatz	S. 285
Anhang 23	Verteilungsfunktionen und die daraus resultierenden Konfidenzintervalle zum Konfidenzniveau $\alpha = 0{,}75$ bei progressivem Steuersatz und gleich verteilten Eintrittswahrscheinlichkeiten der Dividendenpfade	S. 287
Anhang 24	Umformungen zu Gleichung 4.3-5	S. 288
Anhang 25	Abweichungen zwischen den mittels Tabellenkalkulation und Approximationsfunktion ermittelten Erwartungswerten der Endvermögensnachteile gemessen am maximalen Endvermögensnachteil	S. 289
Anhang 26	Erwartungswerte der Endvermögensnachteile gemessen am maximalen Endvermögensnachteil für unterschiedliche Effektivverzinsungen und Anlagedauern bei progressivem Steuersatz mit Verlustvortrag	S. 291
Anhang 27	Abweichung der mittels Approximationsfunktion ermittelten Erwartungswerte der Endvermögensnachteile zu den Erwartungswerten aus Anhang 26	S. 294
Anhang 28	Lebenslauf	S. 297

Anhang 1

(1) $\Delta KW = KW(ZeroBond) - KW(Festgeld)$

(2) $$\Delta KW = -AV + \frac{EV - (EV - AV) \cdot s}{(1 + r_s)^n}$$

... mit $EV = AV \cdot (1 + r)^n$ folgt:

(3) $$\Delta KW = -AV + \frac{AV \cdot (1 + r)^n - (AV \cdot (1 + r)^n - AV) \cdot s}{(1 + r_s)^n} \quad \Big| / AV$$

(4) $$\frac{\Delta KW}{AV} = \frac{-(1 + r_s)^n + (1 + r)^n \cdot (1 - s) + s}{(1 + r_s)^n}$$

... mit $(1 + r)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \cdot (1 + r)^k$ bzw. $(1 + r)^n = 1 + \sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} \cdot r^k$ folgt:

(5) $$\frac{\Delta KW}{AV} = \frac{-1 - \sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} \cdot r_s^{\ k} + (1 - s) \cdot \left(1 + \sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} \cdot r^k\right) + s}{1 + \sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} \cdot r_s^{\ k}}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{\Delta KW}{AV} = \frac{-\sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} \cdot r_s^{\ k} + \sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} \cdot r^k - s \cdot \sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} \cdot r^k}{1 + \sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} \cdot r_s^{\ k}}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{\Delta KW}{AV} = \frac{-\sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} \cdot r_s^{\ k} + (1 - s) \cdot \sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} \cdot r^k}{1 + \sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} \cdot r_s^{\ k}}$$

... mit $(1 - s) = f$ folgt:

(6) $$\frac{\Delta KW}{AV} = \frac{-\sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} \cdot r^k \cdot f^k + f \cdot \sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} \cdot r^k}{1 + \sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} \cdot r^k \cdot f^k} \quad \Big| \cdot (-1)$$

$$(7) \qquad -\frac{\Delta KW}{AV} = 1 - \frac{1 + f \cdot \sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} \cdot r^{k}}{1 + \sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} \cdot r^{k} \cdot f^{k}}$$

... mit $f = (1 - s)$ folgt:

$$(8) \qquad -\frac{\Delta KW}{AV} = 1 - \frac{1 + (1 - s) \cdot \sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} \cdot r^{k}}{1 + \sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} \cdot r^{k} \cdot (1 - s)^{k}} \qquad \Big| \cdot (-1)$$

$$(8) \qquad \frac{\Delta KW}{AV} = \frac{1 + (1 - s) \cdot \sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} \cdot r^{k}}{1 + \sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} \cdot r^{k} \cdot (1 - s)^{k}} - 1$$

Anhang 2

$$
\begin{aligned}
EV &= AV \cdot (1+r)^2 \\
(1) \qquad & -\left(\frac{B \cdot (AV \cdot r_1 - GF)^2}{2A} + s^{\min} \cdot (AV \cdot r_1 - GF)\right) \cdot (1+r_2) \\
& - \frac{B \cdot (AV \cdot (1+r_1) \cdot r_2 - GF)^2}{2A} - s^{\min} \cdot (AV \cdot (1+r_1) \cdot r_2 - GF)
\end{aligned}
$$

… nach teilweisem Ausmultiplizieren ergibt sich:

$$
\begin{aligned}
EV &= AV \cdot (1+r)^2 \\
& -\left(\frac{B \cdot AV^2 \cdot r_1^{\ 2} - 2B \cdot AV \cdot r_1 \cdot GF + B \cdot GF^2}{2A} + s^{\min} \cdot (AV \cdot r_1 - GF)\right) \cdot (1+r_2) \\
(2) \qquad & - \frac{B \cdot AV^2 \cdot (1+r_1)^2 \cdot r_2^{\ 2} - 2B \cdot AV \cdot (1+r_1) \cdot r_2 \cdot GF + B \cdot GF^2}{2A} \\
& - s^{\min} \cdot AV \cdot (1+r_1) \cdot r_2 + s^{\min} \cdot GF
\end{aligned}
$$

… mit $r_2 = \frac{(1+r)^2}{1+r_1} - 1$ folgt:

$$
\begin{aligned}
EV &= AV \cdot (1+r)^2 \\
& -\left(\frac{B \cdot AV^2 \cdot r_1^{\ 2} - 2B \cdot AV \cdot r_1 \cdot GF + B \cdot GF^2}{2A} + s^{\min} \cdot (AV \cdot r_1 - GF)\right) \cdot \frac{(1+r)^2}{1+r_1} \\
(3) \qquad & - \frac{\begin{array}{c} B \cdot AV^2 \cdot (1+r)^4 - 2B \cdot AV^2 \cdot (1+r)^2 \cdot (1+r_1) + B \cdot AV^2 \cdot (1+r_1)^2 \\ - 2B \cdot AV \cdot GF \cdot (1+r)^2 + 2B \cdot AV \cdot GF \cdot (1+r_1) + B \cdot GF^2 \end{array}}{2 \cdot A} \\
& - s^{\min} \cdot AV \cdot (1+r)^2 + s^{\min} \cdot AV \cdot (1+r_1) + s^{\min} \cdot GF
\end{aligned}
$$

…abgeleitet nach r_1 ergibt:

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial EV}{\partial r_1} &= \left(\frac{-2B \cdot AV^2 \cdot r_1 + 2B \cdot AV \cdot GF}{2A} - s^{\min} \cdot AV\right) \cdot \frac{(1+r)^2}{1+r_1} \\
(7) \qquad & + \left(\frac{B \cdot AV^2 \cdot r_1^{\ 2} - 2B \cdot AV \cdot r_1 \cdot GF + B \cdot GF^2}{2A} + s^{\min} \cdot (AV \cdot r_1 - GF)\right) \cdot \frac{(1+r)^2}{(1+r_1)^2} \\
& + \frac{2B \cdot AV^2 \cdot (1+r)^2 - 2B \cdot AV^2 \cdot (1+r_1) - 2B \cdot AV \cdot GF}{2A} + s^{\min} \cdot AV
\end{aligned}
$$

Anhang 3

$$\frac{\partial EV}{\partial r_1} = \left(\frac{-2B \cdot AV^2 \cdot r_1 + 2B \cdot AV \cdot GF}{2A} - s^{\min} \cdot AV \right) \cdot \frac{(1+r)^2}{1+r_1}$$

(1)
$$+ \left(\frac{B \cdot AV^2 \cdot r_1^2 - 2B \cdot AV \cdot r_1 \cdot GF + B \cdot GF^2}{2A} + s^{\min} \cdot (AV \cdot r_1 - GF) \right) \cdot \frac{(1+r)^2}{(1+r_1)^2}$$

$$+ \frac{2B \cdot AV^2 \cdot (1+r)^2 - 2B \cdot AV^2 \cdot (1+r_1) - 2B \cdot AV \cdot GF}{2A} + s^{\min} \cdot AV$$

… nach Nullsetzen und multiplizieren mit $(1+r_1)^2$ erhält man:

$$0 = \left(\frac{-2B \cdot AV^2 \cdot r_1 + 2B \cdot AV \cdot GF}{2A} - s^{\min} \cdot AV \right) \cdot (1+r)^2 \cdot (1+r_1)$$

(2)
$$+ \left(\frac{B \cdot AV^2 \cdot r_1^2 - 2B \cdot AV \cdot r_1 \cdot GF + B \cdot GF^2}{2A} + s^{\min} \cdot (AV \cdot r_1 - GF) \right) \cdot (1+r)^2$$

$$+ \frac{2B \cdot AV^2 \cdot (1+r)^2 \cdot (1+r_1)^2 - 2B \cdot AV^2 \cdot (1+r_1)^3 - 2B \cdot AV \cdot GF \cdot (1+r_1)^2}{2A}$$

$$+ s^{\min} \cdot AV \cdot (1+r_1)^2$$

… nach ausmultiplizieren:

$$0 = \frac{-2B \cdot AV^2 \cdot r_1 \cdot (1+r)^2 + 2B \cdot AV \cdot GF \cdot (1+r)^2}{2A} - s^{\min} \cdot AV \cdot (1+r)^2$$

$$+ \frac{-2B \cdot AV^2 \cdot r_1^2 \cdot (1+r)^2 + 2B \cdot AV \cdot GF \cdot r_1 \cdot (1+r)^2}{2A} - s^{\min} \cdot AV \cdot r_1 \cdot (1+r)^2$$

(2')
$$+ \frac{B \cdot AV^2 \cdot r_1^2 \cdot (1+r)^2 - 2B \cdot AV \cdot r_1 \cdot GF \cdot (1+r)^2 + B \cdot GF^2 \cdot (1+r)^2}{2A}$$

$$+ s^{\min} \cdot AV \cdot r_1 \cdot (1+r)^2 - s^{\min} \cdot GF \cdot (1+r)^2$$

$$+ \frac{2B \cdot AV^2 \cdot (1+r)^2 \cdot (1+r_1)^2 - 2B \cdot AV^2 \cdot (1+r_1)^3 - 2B \cdot AV \cdot GF \cdot (1+r_1)^2}{2A}$$

$$+ s^{\min} \cdot AV \cdot (1+r_1)^2$$

… multipliziert mit $2A$ ergibt:

$$0 = -2B \cdot AV^2 \cdot r_1 \cdot (1+r)^2 + 2B \cdot AV \cdot GF \cdot (1+r)^2 - s^{\min} \cdot AV \cdot (1+r)^2 \cdot 2A$$

$$-2B \cdot AV^2 \cdot r_1^2 \cdot (1+r)^2 + 2B \cdot AV \cdot GF \cdot r_1 \cdot (1+r)^2 - s^{\min} \cdot AV \cdot r_1 \cdot (1+r)^2 \cdot 2A$$

(3)
$$+ B \cdot AV^2 \cdot r_1^2 \cdot (1+r)^2 - 2B \cdot AV \cdot r_1 \cdot GF \cdot (1+r)^2 + B \cdot GF^2 \cdot (1+r)^2$$

$$+ s^{\min} \cdot AV \cdot r_1 \cdot (1+r)^2 \cdot 2A - s^{\min} \cdot GF \cdot (1+r)^2 \cdot 2A + s^{\min} \cdot AV \cdot (1+r_1)^2 \cdot 2A$$

$$+ 2B \cdot AV^2 \cdot (1+r)^2 \cdot (1+r_1)^2 - 2B \cdot AV^2 \cdot (1+r_1)^3 - 2B \cdot AV \cdot GF \cdot (1+r_1)^2$$

… vereinfacht:

$$
(3') \quad \begin{aligned}
0 = &-2B \cdot AV^2 \cdot r_1 \cdot (1+r)^2 + 2B \cdot AV \cdot GF \cdot (1+r)^2 - s^{\min} \cdot AV \cdot (1+r)^2 \cdot 2A \\
&- B \cdot AV^2 \cdot r_1^2 \cdot (1+r)^2 + B \cdot GF^2 \cdot (1+r)^2 - s^{\min} \cdot GF \cdot (1+r)^2 \cdot 2A \\
&+ s^{\min} \cdot AV \cdot (1+r_1)^2 \cdot 2A + 2B \cdot AV^2 \cdot (1+r)^2 \cdot (1+r_1)^2 \\
&- 2B \cdot AV^2 \cdot (1+r_1)^3 - 2B \cdot AV \cdot GF \cdot (1+r_1)^2
\end{aligned}
$$

… nach Auflösen und Ausmultiplizieren der binomischen Formel mit r_1:

$$
(3'') \quad \begin{aligned}
0 = &-2B \cdot AV^2 \cdot r_1 \cdot (1+r)^2 + 2B \cdot AV \cdot GF \cdot (1+r)^2 - s^{\min} \cdot AV \cdot (1+r)^2 \cdot 2A \\
&- B \cdot AV^2 \cdot r_1^2 \cdot (1+r)^2 + B \cdot GF^2 \cdot (1+r)^2 - s^{\min} \cdot GF \cdot (1+r)^2 \cdot 2A \\
&+ s^{\min} \cdot AV \cdot 2A + s^{\min} \cdot AV \cdot 2r_1 \cdot 2A + s^{\min} \cdot AV \cdot r_1^2 \cdot 2A \\
&+ 2B \cdot AV^2 \cdot (1+r)^2 + 2B \cdot AV^2 \cdot (1+r)^2 \cdot 2r_1 + 2B \cdot AV^2 \cdot (1+r)^2 \cdot r_1^2 \\
&- 2B \cdot AV^2 - 2B \cdot AV^2 \cdot 3r_1 - 2B \cdot AV^2 \cdot 3r_1^2 - 2B \cdot AV^2 \cdot r_1^3 \\
&- 2B \cdot AV \cdot GF - 2B \cdot AV \cdot GF \cdot 2r_1 - 2B \cdot AV \cdot GF \cdot r_1^2
\end{aligned}
$$

… zusammengefasst und sortiert nach r_1 ergibt:

$$
(3''') \quad \begin{aligned}
0 = &-r_1^3 \cdot \left(2B \cdot AV^2\right) \\
&+ r_1^2 \cdot \left(B \cdot AV^2 \cdot (1+r)^2 + 2s^{\min} \cdot AV \cdot A - 2B \cdot AV \cdot GF - 6B \cdot AV^2\right) \\
&+ r_1 \cdot \left(2B \cdot AV^2 \cdot (1+r)^2 + 4s^{\min} \cdot AV \cdot A - 4B \cdot AV \cdot GF - 6B \cdot AV^2\right) \\
&+ (1+r)^2 \cdot \left(\begin{aligned} &2B \cdot AV \cdot GF - s^{\min} \cdot AV \cdot 2A + B \cdot GF^2 - s^{\min} \cdot GF \cdot 2A \\ &+ 2B \cdot AV^2 \end{aligned}\right) \\
&+ s^{\min} \cdot AV \cdot 2A - 2B \cdot AV^2 - 2B \cdot AV \cdot GF
\end{aligned}
$$

… dividiert durch $-2B \cdot AV^2$ ergibt:

$$
(4) \quad \begin{aligned}
0 = &\, r_1^3 + r_1^2 \cdot \left(-0{,}5(1+r)^2 - s^{\min} \cdot \frac{1}{AV} \cdot \frac{A}{B} + \frac{GF}{AV} + 3\right) \\
&+ r_1 \cdot \left(-(1+r)^2 - 2s^{\min} \cdot \frac{1}{AV} \cdot \frac{A}{B} + 2\frac{GF}{AV} + 3\right) \\
&+ (1+r)^2 \cdot \left(-\frac{GF}{AV} + s^{\min} \cdot \frac{1}{AV} \cdot \frac{A}{B} - 0{,}5\frac{GF^2}{AV^2} + s^{\min} \cdot \frac{GF}{AV^2} \cdot \frac{A}{B} - 1\right) \\
&- s^{\min} \cdot \frac{1}{AV} \cdot \frac{A}{B} + 1 + \frac{GF}{AV}
\end{aligned}
$$

Anhang 4

Abweichungsanalyse bei mittlerer Progression (s^{min} = 15%; s^{max} = 50%; GF = 5.000; OG = 60.000)

... für r = 2%

AV	hergeleit. Gleichungen			Tabellenkalkulation			Abweichungen			
	r(1)	r(2)	EV	r(1)	r(2)	EV	r(1)	r(2)	DEV	DEV/AV
300.000	1,95%	2,05%	311.792	1,96%	2,04%	311.792	-0,01%	0,01%	0,01	2,28E-08
425.000	1,98%	2,02%	441.003	1,99%	2,01%	441.003	-0,01%	0,01%	0,00	3,16E-09
550.000	1,99%	2,01%	570.133	2,00%	2,00%	570.133	-0,01%	0,01%	0,00	2,63E-09
675.000	2,00%	2,00%	699.181	2,00%	2,00%	699.181	0,00%	0,00%	0,00	1,30E-09
800.000	2,00%	2,00%	828.148	2,00%	2,00%	828.148	0,00%	0,00%	0,00	4,95E-09
925.000	2,00%	2,00%	957.033	2,00%	2,00%	957.033	0,00%	0,00%	0,01	1,40E-08
1.050.000	2,01%	1,99%	1.085.837	2,01%	1,99%	1.085.837	0,00%	0,00%	0,01	1,03E-08
1.175.000	2,01%	1,99%	1.214.559	2,01%	1,99%	1.214.559	0,00%	0,00%	0,01	7,81E-09
1.300.000	2,01%	1,99%	1.343.200	2,01%	1,99%	1.343.200	0,00%	0,00%	0,01	6,15E-09
1.425.000	2,01%	1,99%	1.471.760	2,01%	1,99%	1.471.760	0,00%	0,00%	0,01	4,98E-09
1.550.000	2,01%	1,99%	1.600.239	2,01%	1,99%	1.600.239	0,00%	0,00%	0,01	4,12E-09
1.675.000	2,01%	1,99%	1.728.637	2,01%	1,99%	1.728.637	0,00%	0,00%	0,01	3,45E-09
1.800.000	2,01%	1,99%	1.856.953	2,01%	1,99%	1.856.953	0,00%	0,00%	0,01	2,91E-09
1.925.000	2,01%	1,99%	1.985.188	2,01%	1,99%	1.985.188	0,00%	0,00%	0,00	2,47E-09
2.050.000	2,01%	1,99%	2.113.343	2,01%	1,99%	2.113.343	0,00%	0,00%	0,00	2,08E-09
2.175.000	2,01%	1,99%	2.241.416	2,01%	1,99%	2.241.416	0,00%	0,00%	0,00	1,75E-09
2.300.000	2,01%	1,99%	2.369.408	2,01%	1,99%	2.369.408	0,00%	0,00%	0,00	1,45E-09
2.425.000	2,01%	1,99%	2.497.319	2,01%	1,99%	2.497.319	0,00%	0,00%	0,00	1,18E-09
2.550.000	2,01%	1,99%	2.625.150	2,01%	1,99%	2.625.150	0,00%	0,00%	0,00	9,35E-10
2.675.000	2,01%	1,99%	2.752.899	2,01%	1,99%	2.752.899	0,00%	0,00%	0,00	7,03E-10
2.800.000	2,01%	1,99%	2.880.568	2,01%	1,99%	2.880.568	0,00%	0,00%	0,00	4,84E-10
2.925.000	2,01%	1,99%	3.008.155	2,01%	1,99%	3.008.155	0,00%	0,00%	0,00	2,77E-10

... für r = 4%

AV	hergeleit. Gleichungen			Tabellenkalkulation			Abweichungen			
	r(1)	r(2)	EV	r(1)	r(2)	EV	r(1)	r(2)	DEV	DEV/AV
175.000	3,85%	4,15%	188.598	3,89%	4,11%	188.598	-0,04%	0,04%	0,02	1,29E-07
300.000	3,98%	4,02%	321.935	3,99%	4,01%	321.935	-0,01%	0,01%	0,00	1,47E-08
425.000	4,01%	3,99%	454.939	4,02%	3,98%	454.939	-0,01%	0,01%	0,00	1,37E-09
550.000	4,03%	3,97%	587.609	4,03%	3,97%	587.609	0,00%	0,00%	0,00	5,14E-09
675.000	4,03%	3,97%	719.947	4,03%	3,97%	719.947	0,00%	0,00%	0,00	3,26E-09
800.000	4,04%	3,96%	851.953	4,03%	3,97%	851.953	0,01%	-0,01%	0,00	4,57E-09
925.000	4,04%	3,96%	983.628	4,03%	3,97%	983.628	0,01%	-0,01%	0,00	4,33E-09
1.050.000	4,04%	3,96%	1.114.973	4,03%	3,97%	1.114.973	0,01%	-0,01%	0,00	4,07E-09
1.175.000	4,04%	3,96%	1.245.987	4,04%	3,96%	1.245.987	0,00%	0,00%	0,01	5,01E-09
1.300.000	4,04%	3,96%	1.376.672	4,04%	3,96%	1.376.672	0,00%	0,00%	0,01	1,13E-08
1.425.000	4,04%	3,96%	1.507.029	4,04%	3,96%	1.507.029	0,00%	0,00%	0,02	1,71E-08

... für r = 6%

AV	hergeleit. Gleichungen			Tabellenkalkulation			Abweichungen			
	r(1)	r(2)	EV	r(1)	r(2)	EV	r(1)	r(2)	DEV	DEV/AV
175.000	5,92%	6,08%	194.625	5,95%	6,05%	194.625	-0,03%	0,03%	0,02	8,87E-08
300.000	6,05%	5,95%	331.736	6,04%	5,96%	331.736	0,01%	-0,01%	0,00	4,07E-09
425.000	6,08%	5,92%	468.081	6,07%	5,93%	468.082	0,01%	-0,01%	0,01	1,94E-08
550.000	6,09%	5,91%	603.664	6,07%	5,93%	603.664	0,02%	-0,02%	0,03	5,01E-08
675.000	6,09%	5,91%	738.488	6,08%	5,92%	738.488	0,01%	-0,01%	0,07	9,73E-08
800.000	6,10%	5,90%	872.555	6,08%	5,92%	872.555	0,02%	-0,02%	0,11	1,41E-07
925.000	6,10%	5,90%	1.005.869	6,08%	5,92%	1.005.869	0,02%	-0,02%	0,17	1,84E-07

... für r = 8%

AV	hergeleit. Gleichungen			Tabellenkalkulation			Abweichungen			
	r(1)	r(2)	EV	r(1)	r(2)	EV	r(1)	r(2)	DEV	DEV/AV
175.000	8,01%	7,99%	200.567	8,02%	7,98%	200.567	-0,01%	0,01%	0,00	1,48E-08
300.000	8,14%	7,86%	341.162	8,12%	7,88%	341.162	0,02%	-0,02%	0,02	7,75E-08
425.000	8,17%	7,83%	480.371	8,14%	7,86%	480.371	0,03%	-0,03%	0,10	2,47E-07
550.000	8,18%	7,82%	618.206	8,14%	7,86%	618.206	0,04%	-0,04%	0,24	4,33E-07
675.000	8,18%	7,82%	754.675	8,14%	7,86%	754.675	0,04%	-0,04%	0,42	6,17E-07

... für r = 10%

AV	hergeleit. Gleichungen			Tabellenkalkulation			Abweichungen			
	r(1)	r(2)	EV	r(1)	r(2)	EV	r(1)	r(2)	DEV	DEV/AV
175.000	10,14%	9,86%	206.414	10,12%	9,88%	206.414	0,02%	-0,02%	0,01	3,06E-08
300.000	10,26%	9,74%	350.182	10,21%	9,79%	350.183	0,05%	-0,05%	0,16	5,45E-07
425.000	10,29%	9,71%	491.754	10,22%	9,78%	491.754	0,07%	-0,07%	0,49	1,14E-06
550.000	10,30%	9,70%	631.153	10,23%	9,77%	631.154	0,07%	-0,07%	0,98	1,78E-06

Anhang 5

Abweichungsanalyse bei schwacher Progression (s^{min} = 15%; s^{max} = 30%; GF = 5.000; OG = 60.000)

... für r = 2%

AV	hergeleit. Gleichungen			Tabellenkalkulation			Abweichungen			
	r(1)	r(2)	EV	r(1)	r(2)	EV	r(1)	r(2)	ΔEV	ΔEV/AV
250.000	1,75%	2,25%	260.086	2,00%	2,00%	260.085	-0,25%	0,25%	0,54	2,16E-06
320.000	1,86%	2,14%	332.480	1,89%	2,11%	332.480	-0,03%	0,03%	0,02	5,89E-08
400.000	1,92%	2,08%	415.202	1,93%	2,07%	415.202	-0,01%	0,01%	0,01	2,60E-08
560.000	1,97%	2,03%	580.605	1,97%	2,03%	580.605	0,00%	0,00%	0,00	7,40E-09
720.000	1,98%	2,02%	745.951	1,99%	2,01%	745.951	-0,01%	0,01%	0,00	2,59E-09
880.000	1,99%	2,01%	911.240	2,00%	2,00%	911.240	-0,01%	0,01%	0,00	3,44E-09
1.040.000	2,00%	2,00%	1.076.471	2,00%	2,00%	1.076.471	0,00%	0,00%	0,00	4,66E-10
1.200.000	2,00%	2,00%	1.241.645	2,00%	2,00%	1.241.645	0,00%	0,00%	0,00	1,17E-09
1.360.000	2,00%	2,00%	1.406.762	2,00%	2,00%	1.406.762	0,00%	0,00%	0,01	4,91E-09
1.520.000	2,00%	2,00%	1.571.822	2,00%	2,00%	1.571.822	0,00%	0,00%	0,01	9,43E-09
1.680.000	2,01%	1,99%	1.736.824	2,01%	1,99%	1.736.824	0,00%	0,00%	0,01	8,35E-09
2.000.000	2,01%	1,99%	2.066.658	2,01%	1,99%	2.066.658	0,00%	0,00%	0,01	5,54E-09
2.160.000	2,01%	1,99%	2.231.489	2,01%	1,99%	2.231.489	0,00%	0,00%	0,01	4,65E-09
2.320.000	2,01%	1,99%	2.396.263	2,01%	1,99%	2.396.263	0,00%	0,00%	0,01	3,94E-09
2.480.000	2,01%	1,99%	2.560.980	2,01%	1,99%	2.560.980	0,00%	0,00%	0,01	3,38E-09
2.640.000	2,01%	1,99%	2.725.640	2,01%	1,99%	2.725.640	0,00%	0,00%	0,01	2,91E-09
2.800.000	2,01%	1,99%	2.890.242	2,01%	1,99%	2.890.242	0,00%	0,00%	0,01	2,51E-09
2.960.000	2,01%	1,99%	3.054.788	2,01%	1,99%	3.054.788	0,00%	0,00%	0,01	2,17E-09

... für r = 4%

AV	hergeleit. Gleichungen			Tabellenkalkulation			Abweichungen			
	r(1)	r(2)	EV	r(1)	r(2)	EV	r(1)	r(2)	ΔEV	ΔEV/AV
130.000	2,77%	5,25%	140.518	3,85%	4,15%	140.516	-1,08%	1,10%	1,54	1,18E-05
160.000	3,30%	4,71%	172.585	3,46%	4,54%	172.585	-0,16%	0,16%	0,14	8,72E-07
320.000	3,90%	4,10%	343.477	3,92%	4,08%	343.477	-0,02%	0,02%	0,02	4,78E-08
400.000	3,95%	4,05%	428.835	3,97%	4,03%	428.835	-0,02%	0,02%	0,01	1,56E-08
560.000	4,00%	4,00%	599.376	4,00%	4,00%	599.376	0,00%	0,00%	0,00	1,18E-09
720.000	4,02%	3,98%	769.682	4,02%	3,98%	769.682	0,00%	0,00%	0,00	3,94E-10
880.000	4,03%	3,97%	939.754	4,02%	3,98%	939.754	0,01%	-0,01%	0,00	2,22E-09
1.040.000	4,03%	3,97%	1.109.593	4,03%	3,97%	1.109.593	0,00%	0,00%	0,01	5,34E-09
1.360.000	4,04%	3,96%	1.448.570	4,03%	3,97%	1.448.570	0,01%	-0,01%	0,02	1,23E-08
1.440.000	4,04%	3,96%	1.533.169	4,03%	3,97%	1.533.169	0,01%	-0,01%	0,02	1,33E-08

... für r = 6%

AV	hergeleit. Gleichungen			Tabellenkalkulation			Abweichungen			
	r(1)	r(2)	EV	r(1)	r(2)	EV	r(1)	r(2)	ΔEV	ΔEV/AV
120.000	4,55%	7,47%	134.077	4,95%	7,06%	134.077	-0,40%	0,41%	0,41	3,39E-06
160.000	5,38%	6,63%	178.209	5,54%	6,46%	178.209	-0,16%	0,16%	0,13	8,06E-07
320.000	5,97%	6,03%	354.406	5,98%	6,02%	354.406	-0,01%	0,01%	0,00	1,22E-08
480.000	6,05%	5,95%	530.064	6,04%	5,96%	530.064	0,01%	-0,01%	0,00	5,35E-09
640.000	6,08%	5,92%	705.184	6,06%	5,94%	705.184	0,02%	-0,02%	0,02	3,00E-08
800.000	6,09%	5,91%	879.766	6,07%	5,93%	879.766	0,02%	-0,02%	0,05	5,89E-08
960.000	6,09%	5,91%	1.053.813	6,07%	5,93%	1.053.813	0,02%	-0,02%	0,08	8,26E-08

... für r = 8%

AV	hergeleit. Gleichungen			Tabellenkalkulation			Abweichungen			
	r(1)	r(2)	EV	r(1)	r(2)	EV	r(1)	r(2)	ΔEV	ΔEV/AV
80.000	nicht definiert			6,25%	9,78%	92.800	nicht definiert			
120.000	2,36%	13,96%	137.322	5,94%	10,10%	137.346	-3,58%	3,86%	24,14	2,01E-04
240.000	7,67%	8,33%	271.623	7,82%	8,18%	271.623	-0,15%	0,15%	0,29	1,19E-06
400.000	8,06%	7,94%	449.819	8,05%	7,95%	449.819	0,01%	-0,01%	0,00	4,96E-09
560.000	8,14%	7,86%	627.049	8,10%	7,90%	627.049	0,04%	-0,04%	0,12	2,10E-07
720.000	8,17%	7,84%	803.315	8,11%	7,89%	803.315	0,06%	-0,05%	0,34	4,72E-07

... für r = 10%

AV	hergeleit. Gleichungen			Tabellenkalkulation			Abweichungen			
	r(1)	r(2)	EV	r(1)	r(2)	EV	r(1)	r(2)	ΔEV	ΔEV/AV
80.000	nicht definiert			6,86%	13,23%	95.717	nicht definiert			
120.000	4,88%	15,36%	141.095	8,17%	11,86%	141.116	-3,29%	3,50%	20,63	1,72E-04
160.000	8,67%	11,35%	187.109	9,36%	10,64%	187.112	-0,69%	0,70%	2,07	1,29E-05
240.000	9,84%	10,16%	278.820	9,93%	10,07%	278.820	-0,09%	0,09%	0,09	3,89E-07
400.000	10,20%	9,80%	461.084	10,14%	9,86%	461.084	0,06%	-0,06%	0,16	3,99E-07
480.000	10,25%	9,75%	551.639	10,17%	9,83%	551.640	0,08%	-0,08%	0,39	8,18E-07
560.000	10,28%	9,73%	641.812	10,18%	9,82%	641.813	0,10%	-0,10%	0,69	1,23E-06

Anhang 6

Abweichungsanalyse bei starker Progression (s^{min} = 15%; s^{max} = 70%; GF = 5.000; OG = 60.000)

... für r = 2%

	hergeleit. Gleichungen			Tabellenkalkulation			Abweichungen			
AV	r(1)	r(2)	EV	r(1)	r(2)	EV	r(1)	r(2)	ΔEV	ΔEV/AV
250.000	1,96%	2,04%	260.085	2,00%	2,00%	260.085	-0,04%	0,04%	0,06	2,27E-07
320.000	1,98%	2,02%	332.464	1,99%	2,01%	332.464	-0,01%	0,01%	0,00	3,55E-09
480.000	2,00%	2,00%	497.750	2,00%	2,00%	497.750	0,00%	0,00%	0,00	3,28E-09
640.000	2,00%	2,00%	662.826	2,00%	2,00%	662.826	0,00%	0,00%	0,01	9,91E-09
800.000	2,01%	1,99%	827.693	2,01%	1,99%	827.693	0,00%	0,00%	0,01	1,05E-08
960.000	2,01%	1,99%	992.351	2,01%	1,99%	992.351	0,00%	0,00%	0,01	6,46E-09
1.120.000	2,01%	1,99%	1.156.799	2,01%	1,99%	1.156.799	0,00%	0,00%	0,00	4,44E-09
1.280.000	2,01%	1,99%	1.321.038	2,01%	1,99%	1.321.038	0,00%	0,00%	0,00	3,26E-09
1.440.000	2,01%	1,99%	1.485.069	2,01%	1,99%	1.485.069	0,00%	0,00%	0,00	2,47E-09
1.760.000	2,01%	1,99%	1.812.505	2,01%	1,99%	1.812.505	0,00%	0,00%	0,00	1,43E-09
1.920.000	2,01%	1,99%	1.975.910	2,01%	1,99%	1.975.910	0,00%	0,00%	0,00	1,03E-09
2.000.000	2,01%	1,99%	2.057.535	2,01%	1,99%	2.057.535	0,00%	0,00%	0,00	8,52E-10
2.080.000	2,01%	1,99%	2.139.108	2,01%	1,99%	2.139.108	0,00%	0,00%	0,00	6,81E-10
2.160.000	2,01%	1,99%	2.220.629	2,01%	1,99%	2.220.629	0,00%	0,00%	0,00	5,17E-10
2.480.000	2,01%	1,99%	2.546.193	2,01%	1,99%	2.546.193	0,00%	0,00%	0,00	9,18E-11
2.640.000	2,01%	1,99%	2.708.664	2,01%	1,99%	2.708.664	0,00%	0,00%	0,00	3,76E-10
2.800.000	2,01%	1,99%	2.870.928	2,01%	1,99%	2.870.928	0,00%	0,00%	0,00	6,52E-10
2.960.000	2,01%	1,99%	3.032.986	2,01%	1,99%	3.032.986	0,00%	0,00%	0,00	9,22E-10

... für r = 4%

	hergeleit. Gleichungen			Tabellenkalkulation			Abweichungen			
AV	r(1)	r(2)	EV	r(1)	r(2)	EV	r(1)	r(2)	ΔEV	ΔEV/AV
130.000	3,84%	4,16%	140.515	3,88%	4,12%	140.515	-0,04%	0,04%	0,02	1,70E-07
160.000	3,91%	4,09%	172.567	3,94%	4,06%	172.567	-0,03%	0,03%	0,01	9,05E-08
320.000	4,01%	3,99%	343.000	4,02%	3,98%	343.000	-0,01%	0,01%	0,00	2,92E-09
480.000	4,03%	3,97%	512.577	4,03%	3,97%	512.577	0,00%	0,00%	0,00	1,98E-10
640.000	4,04%	3,96%	681.299	4,03%	3,97%	681.299	0,01%	-0,01%	0,00	5,32E-09
800.000	4,04%	3,96%	849.170	4,04%	3,96%	849.170	0,00%	0,00%	0,00	3,89E-09
960.000	4,04%	3,96%	1.016.193	4,04%	3,96%	1.016.193	0,00%	0,00%	0,01	6,86E-09
1.120.000	4,04%	3,96%	1.182.372	4,04%	3,96%	1.182.372	0,00%	0,00%	0,02	1,64E-08
1.360.000	4,04%	3,96%	1.430.065	4,04%	3,96%	1.430.065	0,00%	0,00%	0,04	3,01E-08
1.440.000	4,04%	3,96%	1.512.210	4,04%	3,96%	1.512.210	0,00%	0,00%	0,05	3,46E-08

... für r = 6%

	hergeleit. Gleichungen			Tabellenkalkulation			Abweichungen			
AV	r(1)	r(2)	EV	r(1)	r(2)	EV	r(1)	r(2)	ΔEV	ΔEV/AV
90.000	5,67%	6,34%	100.949	5,75%	6,25%	100.949	-0,08%	0,08%	0,05	5,66E-07
120.000	5,87%	6,13%	134.031	5,91%	6,09%	134.031	-0,04%	0,04%	0,02	2,07E-07
160.000	5,98%	6,02%	178.032	6,00%	6,00%	178.032	-0,02%	0,02%	0,01	5,78E-08
400.000	6,08%	5,92%	439.450	6,08%	5,92%	439.450	0,00%	0,00%	0,01	2,50E-08
640.000	6,10%	5,90%	696.474	6,08%	5,92%	696.474	0,02%	-0,02%	0,08	1,25E-07
880.000	6,10%	5,90%	949.159	6,08%	5,92%	949.159	0,02%	-0,02%	0,21	2,35E-07
960.000	6,10%	5,90%	1.032.433	6,08%	5,92%	1.032.433	0,02%	-0,02%	0,26	2,75E-07

... für r = 8%

	hergeleit. Gleichungen			Tabellenkalkulation			Abweichungen			
AV	r(1)	r(2)	EV	r(1)	r(2)	EV	r(1)	r(2)	ΔEV	ΔEV/AV
70.000	7,44%	8,56%	81.388	7,59%	8,41%	81.388	-0,15%	0,15%	0,09	1,32E-06
120.000	7,96%	8,04%	138.172	7,99%	8,01%	138.172	-0,03%	0,03%	0,01	1,15E-07
320.000	8,16%	7,84%	361.815	8,14%	7,86%	361.815	0,02%	-0,02%	0,06	1,83E-07
560.000	8,18%	7,82%	622.913	8,15%	7,85%	622.914	0,03%	-0,03%	0,37	6,67E-07
640.000	8,19%	7,81%	708.211	8,15%	7,85%	708.211	0,04%	-0,04%	0,54	8,50E-07
720.000	8,19%	7,81%	792.652	8,15%	7,85%	792.653	0,04%	-0,04%	0,75	1,04E-06

... für r = 10%

	hergeleit. Gleichungen			Tabellenkalkulation			Abweichungen			
AV	r(1)	r(2)	EV	r(1)	r(2)	EV	r(1)	r(2)	ΔEV	ΔEV/AV
50.000	8,71%	11,30%	60.425	10,00%	10,00%	60.424	-1,29%	1,30%	1,59	3,18E-05
120.000	10,09%	9,91%	142.239	10,09%	9,91%	142.239	0,00%	0,00%	0,00	5,78E-09
160.000	10,19%	9,81%	188.498	10,17%	9,83%	188.498	0,02%	-0,02%	0,01	6,82E-08
240.000	10,26%	9,74%	279.951	10,22%	9,78%	279.951	0,04%	-0,04%	0,12	4,80E-07
400.000	10,30%	9,70%	458.648	10,23%	9,77%	458.649	0,07%	-0,07%	0,61	1,54E-06
480.000	10,30%	9,70%	545.926	10,23%	9,77%	545.927	0,07%	-0,07%	1,02	2,12E-06
560.000	10,30%	9,70%	631.845	10,23%	9,77%	631.847	0,07%	-0,07%	1,55	2,76E-06

Anhang 7

Ermittlung der optimalen Stufenzinsanleihe im 2-periodigen Anlagezeitraum mittels Tabellenkalkulationsprogramm (in MS Excel© Schreibweise)

	A	B	C	D	E	
1	**s(min)**	15,00%	**optimales Endvermögen**	=MAX(16:16)		
2	**s(max)**	50,00%	**optimaler Zinssatz r(1)**	=WVERWEIS(D1;16:18;2; falsch)		
3	**GF**	5.000				
4	**OG**	60.000	**optimaler Zinssatz r(2)**	=WVERWEIS(D1;16:18;3; falsch)		
5	**AV**	500.000				
6	**r**	8,00%				
7						
8						
9	**r(1)**	**...**	8,15%	8,16%	...	
10	**r(2)**		=((1+$B$6)^2)/(1+C9)-1			
11	**zvE(1)**		=C9*$B$5			
12	**Ast(1)**		=WENN(C11<=$B$3;0;WENN(C11<=$B$4;(($B$2-$B$1)*(C11- $B$3)^2)/(2*($B$4- $B$3))+$B$1*(C11- $B$3);$B$2*(C11-$B$3)-(($B$4- $B$3)*($B$2-$B$1))/2))			
13	**EV(1)**		=$B$5+C11-C12			
14	**zvE(2)**		=C13*C10			
15	**Ast(2)**		=WENN(C14<=$B$3;0;WENN(C14<=$B$4;(($B$2-$B$1)*(C14- $B$3)^2)/(2*($B$4- $B$3))+$B$1*(C14- $B$3);$B$2*(C14-$B$3)-(($B$4- $B$3)*($B$2-$B$1))/2))			
16	**EV(2)**		=C13+C14-C15			
17	**r(1)**		=C9			*
18	**r(2)**		=C10			*

… Eingabezellen

* Die beiden letzten Zeilen sind notwendig, damit die WVERWEIS-Funktion verwendet werden kann.

Die optimalen Werte können in den Zellen D1, D2 und D3 abgelesen werden.

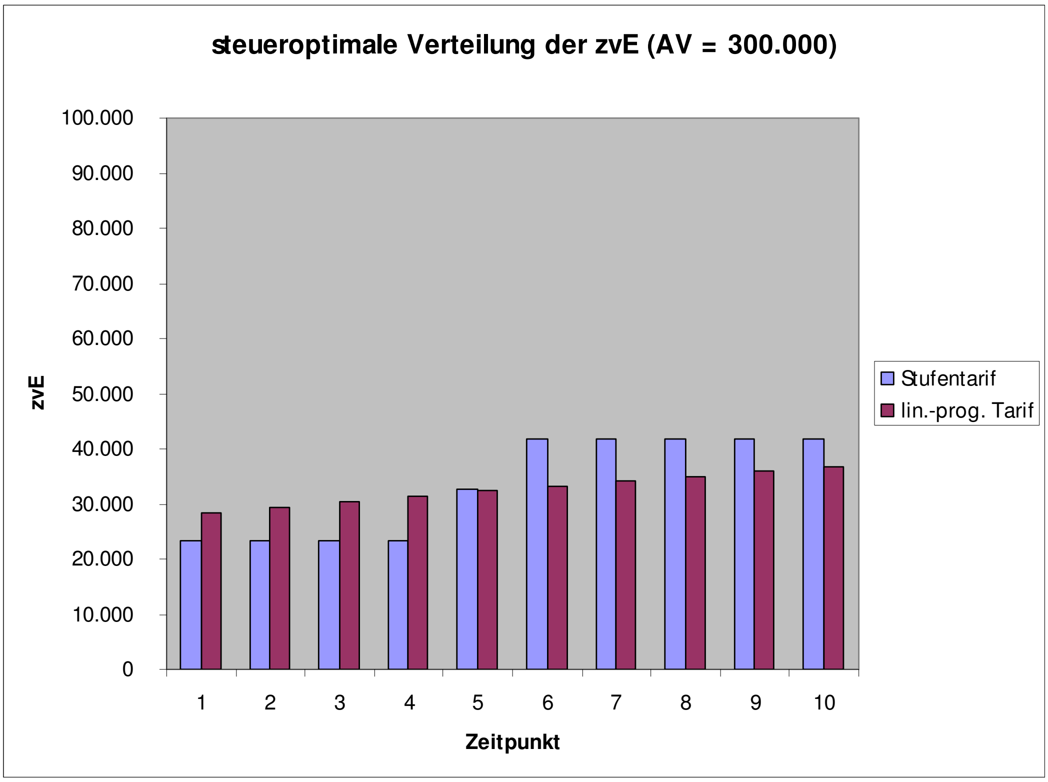
Anhang 8

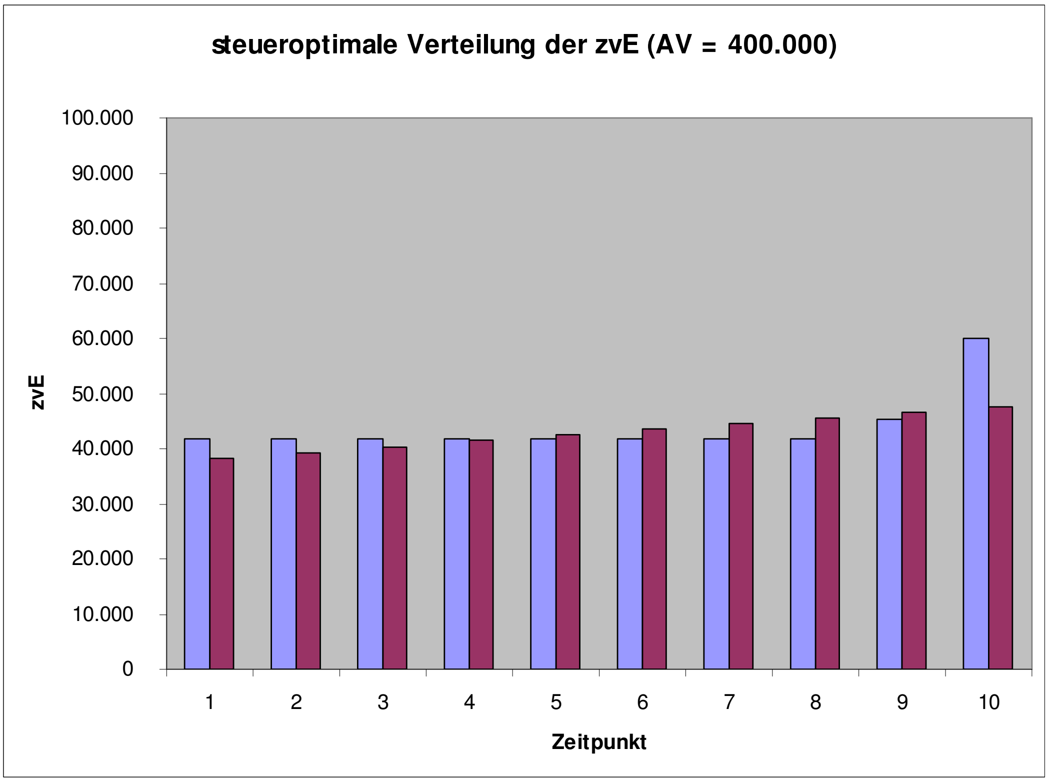
Ermittlung der Abweichung zwischen tatsächlich optimalem Endvermögen und Endvermögen der ermittelten Stufenzinsanleihe relativ zum Anfangsvermögen in Kapitel 4.1.3.2.4.2

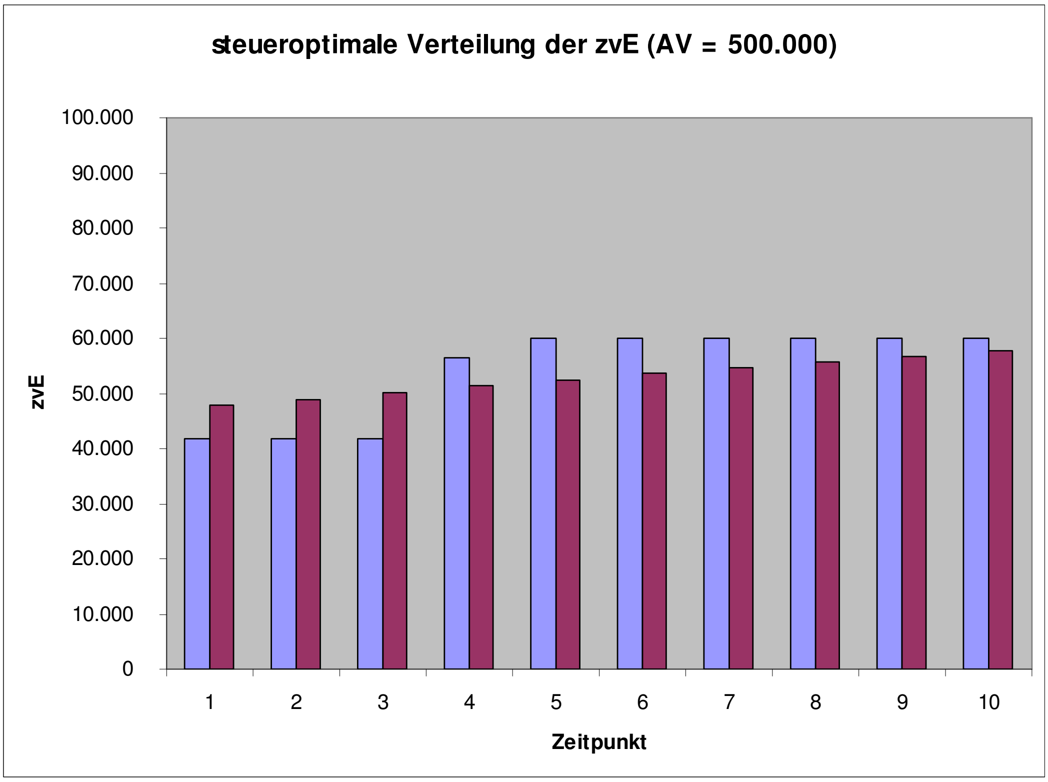
	A	B	C	D	E	F
1			ex Anhang 7			AV
2	s(max)	r	r*	AV*		3.400.000
3	50%	2%	2,01%	2.970.000	opt. r(1) lt. Kapitel 4.1.3.2.4.1	=$D3/F$2*$C3
4					entspr. Endvermögen (ex Anhang 7)	3.492.730,56
5					tats. opt. Endvermögen (ex Anhang 7)	3.492.730,86
6					Differenz	=F5-F4
7					Differenz / AV	=F6/F2
8						
9		4%	4,04%	1.471.000	opt. r(1) lt. Kapitel 4.1.3.2.4.1	=$D9/F$2*$C9
10					entspr. Endvermögen (ex Anhang 7)	3.562.414,01
11					tats. opt. Endvermögen (ex Anhang 7)	3.562.421,35
12					Differenz	=F11-F10
13					Differenz / AV	=F12/F2
14						
15		6%	6,08%	955.000	opt. r(1) lt. Kapitel 4.1.3.2.4.1	=$D15/F$2*$C15
16					entspr. Endvermögen (ex Anhang 7)	3.633.471,26
17					tats. opt. Endvermögen (ex Anhang 7)	3.633.480,53
18					Differenz	=F17-F16
19					Differenz / AV	=F18/F2
20						
21		8%	8,15%	722.000	opt. r(1) lt. Kapitel 4.1.3.2.4.1	=$D21/F$2*$C21
22					entspr. Endvermögen (ex Anhang 7)	3.705.858,56
23					tats. opt. Endvermögen (ex Anhang 7)	3.705.908,08
24					Differenz	=F23-F22
25					Differenz / AV	=F24/F2
26						
27		10%	10,23%	570.000	opt. r(1) lt. Kapitel 4.1.3.2.4.1	=$D27/F$2*$C27
28					entspr. Endvermögen (ex Anhang 7)	3.779.619,96
29					tats. opt. Endvermögen (ex Anhang 7)	3.779.704,10
30					Differenz	=F29-F28
31					Differenz / AV	=F30/F2

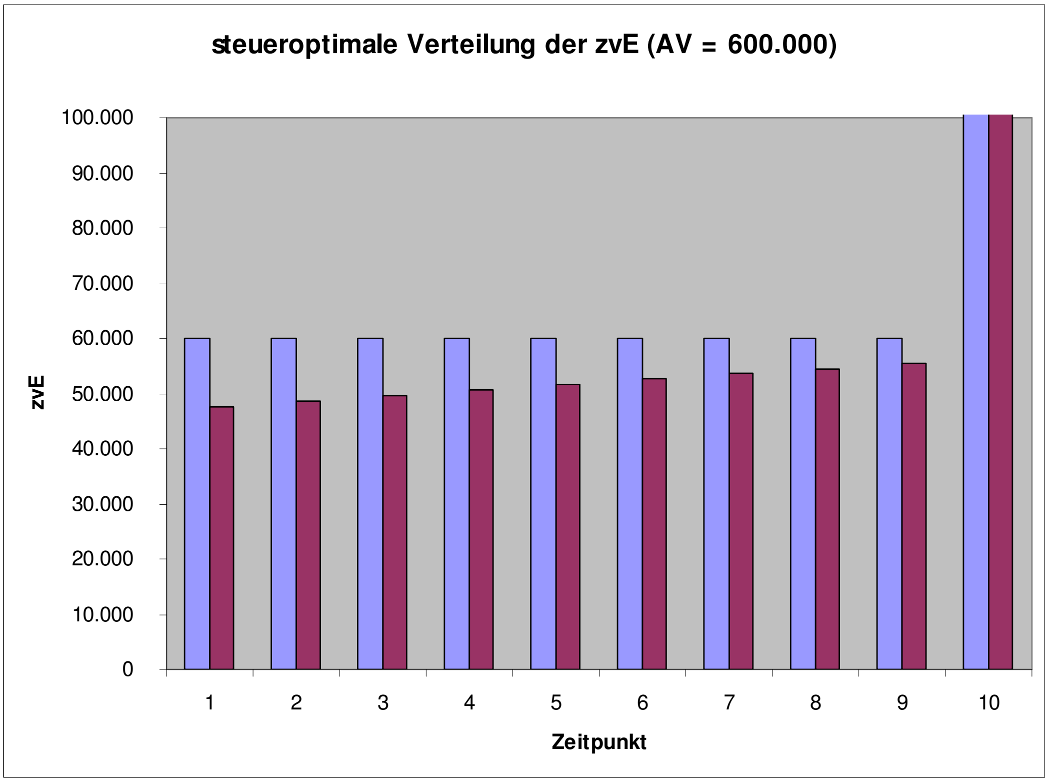
Anhang 9

Steueroptimale Verteilung der zu versteuernden Einkünfte (korrespondierend mit der steueroptimalen Zinsverteilung) im Vergleich von Stufentarif und linear-progressivem Einkommensteuertarif






steueroptimale Verteilung der zvE (AV = 500.000)
zvE
100.000
90.000
80.000
70.000
60.000
50.000
40.000
30.000
20.000
10.000
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
Zeitpunkt


steueroptimale Verteilung der zvE (AV = 600.000)
zvE
100.000
90.000
80.000
70.000
60.000
50.000
40.000
30.000
20.000
10.000
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
Zeitpunkt

Anhang 10

Bestimmung der Relation aus Erwartungswert der Endvermögensnachteile und maximalem Endvermögensnachteil im zweiperiodigen Anlagezeitraum

1) $E(\Delta EV(r_1)) = x \cdot \Delta EV^{\max}$

2) $\dfrac{\Delta EV^{\max} \cdot \left((1+r)^2 - 1\right)^2}{6\left(r^2 + r^3\right)} = x \cdot \Delta EV^{\max}$ daraus folgt:

3) $\dfrac{\left((1+r)^2 - 1\right)^2}{6\left(r^2 + r^3\right)} = x$

Es ergeben sich mit denkbaren Ausprägungen für den Kalkulationszins folgende Relationen aus Erwartungswert und Maximum der Endvermögensnachteile:

r	x		r	x
0,01%	66,67%		16,00%	67,03%
1,00%	66,67%		17,00%	67,08%
2,00%	66,67%		18,00%	67,12%
3,00%	66,68%		19,00%	67,17%
4,00%	66,69%		20,00%	67,22%
5,00%	66,71%		21,00%	67,27%
6,00%	66,72%		22,00%	67,33%
7,00%	66,74%		23,00%	67,38%
8,00%	66,77%		24,00%	67,44%
9,00%	66,79%		25,00%	67,50%
10,00%	66,82%		26,00%	67,56%
11,00%	66,85%		27,00%	67,62%
12,00%	66,88%		28,00%	67,69%
13,00%	66,92%		29,00%	67,75%
14,00%	66,95%		30,00%	67,82%
15,00%	66,99%		31,00%	67,89%

Anhang 11

Bestimmung der Relation aus Konfidenzintervall zum Konfidenzniveau 75% der Endvermögensnachteile und maximalem Endvermögensnachteil im zweiperiodigen Anlagezeitraum

1) $$\frac{KI^{0,75}}{\Delta EV^{\max}} = \frac{-0{,}0625r^2 + 0{,}25r \cdot \left((1+r)^2 - 1\right)}{r^2 + r^3}$$

Es ergeben sich mit denkbaren Ausprägungen für den Kalkulationszins folgende Relationen aus Konfidenzintervall und Maximum der Endvermögensnachteile:

r	x		r	x
0,01%	43,75%		16,00%	41,16%
1,00%	43,56%		17,00%	41,03%
2,00%	43,38%		18,00%	40,89%
3,00%	43,20%		19,00%	40,76%
4,00%	43,03%		20,00%	40,63%
5,00%	42,86%		21,00%	40,50%
6,00%	42,69%		22,00%	40,37%
7,00%	42,52%		23,00%	40,24%
8,00%	42,36%		24,00%	40,12%
9,00%	42,20%		25,00%	40,00%
10,00%	42,05%		26,00%	39,88%
11,00%	41,89%		27,00%	39,76%
12,00%	41,74%		28,00%	39,65%
13,00%	41,59%		29,00%	39,53%
14,00%	41,45%		30,00%	39,42%
15,00%	41,30%		31,00%	39,31%

Anhang 12

Ermittlung der Endvermögensnachteile aus der Verfehlung des optimalen Einkünftepfades bei der Eigenkapitalanlage in eine Kapitalgesellschaft in MS Excel© Schreibweise ($s = 30\%$; $r = 8\%$; $AV = 100.000$; $n = 3$)

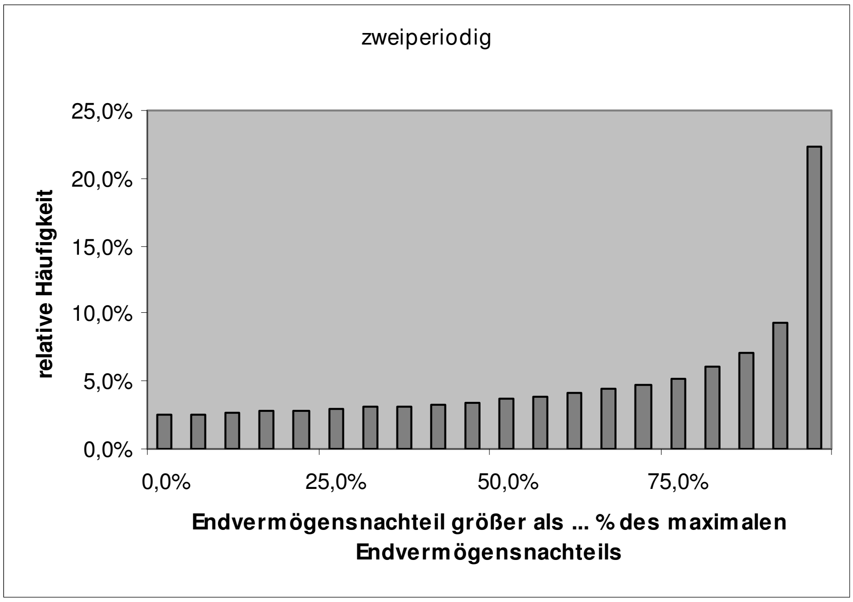
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1												**s**	30,0%
2												**AV**	100.000
3												**r**	8,0%
4										**optimales Endvermögen**			118.180
5													
6	**r(1)**	**r(2)**	**r(3)**	**Z(1)**	**Ast(1)**	**EV(1)**	**Z(2)**	**Ast(2)**	**EV(2)**	**Z(3)**	**Ast(3)**	**EV(3)**	**EV Nacht.**
7	0,0%	0,0%	26,0%	0	0	100.000	0	0	100.000	25.971	7.791	118.180	0
8	0,0%	0,5%	25,3%	0	0	100.000	500	150	100.350	25.433	7.630	118.153	27
9	0,0%	1,0%	24,7%	0	0	100.000	1.000	300	100.700	24.897	7.469	118.128	52
10	0,0%	1,5%	24,1%	0	0	100.000	1.500	450	101.050	24.363	7.309	118.104	76
11	0,0%	2,0%	23,5%	0	0	100.000	2.000	600	101.400	23.830	7.149	118.081	99
12	…												
13	0,5%	0,0%	25,3%	500	150	100.350	0	0	100.350	25.433	7.630	118.153	27
14	0,5%	0,5%	24,7%	500	150	100.350	502	151	100.701	24.894	7.468	118.127	53
15	0,5%	1,0%	24,1%	500	150	100.350	1.004	301	101.052	24.357	7.307	118.102	77
16	0,5%	1,5%	23,5%	500	150	100.350	1.505	452	101.404	23.822	7.147	118.079	101
17	0,5%	2,0%	22,9%	500	150	100.350	2.007	602	101.755	23.288	6.987	118.057	123
18	…												
19	1,0%	0,0%	24,7%	1.000	300	100.700	0	0	100.700	24.897	7.469	118.128	52
20	1,0%	0,5%	24,1%	1.000	300	100.700	504	151	101.052	24.357	7.307	118.102	77
21	1,0%	1,0%	23,5%	1.000	300	100.700	1.007	302	101.405	23.819	7.146	118.078	102
22	1,0%	1,5%	22,9%	1.000	300	100.700	1.511	453	101.757	23.283	6.985	118.055	124
23	1,0%	2,0%	22,3%	1.000	300	100.700	2.014	604	102.110	22.748	6.825	118.034	146
24	…												
25	24,0%	0,0%	1,6%	24.000	7.200	116.800	0	0	116.800	1.857	557	118.100	80
26	24,0%	0,5%	1,1%	24.000	7.200	116.800	584	175	117.209	1.271	381	118.098	81
27	24,0%	1,0%	0,6%	24.000	7.200	116.800	1.168	350	117.618	687	206	118.098	82
28	24,0%	1,5%	0,1%	24.000	7.200	116.800	1.752	526	118.026	104	31	118.099	80
29	24,5%	0,0%	1,2%	24.500	7.350	117.150	0	0	117.150	1.384	415	118.119	61
30	24,5%	0,5%	0,7%	24.500	7.350	117.150	586	176	117.560	797	239	118.118	62
31	24,5%	1,0%	0,2%	24.500	7.350	117.150	1.172	351	117.970	212	64	118.119	61
32	…												
33	25,0%	0,0%	0,8%	25.000	7.500	117.500	0	0	117.500	913	274	118.139	41
34	25,0%	0,5%	0,3%	25.000	7.500	117.500	588	176	117.911	325	97	118.139	41
35	25,5%	0,0%	0,4%	25.500	7.650	117.850	0	0	117.850	442	133	118.160	20
36													
37	**Berechnungsbeispiel:**												
38	25,5%	0,0%	=(1+$M$3)^3/((1+A38)*(1+B38))-1	=A38*$M$2	=D38*$M$1	=$M$2+D38-E38	=F38*B38	=G38*$M$1	=F38+G38-H38	=I38*C38	=J38*$M$1	=I38+J38-K38	=$M$4-L38

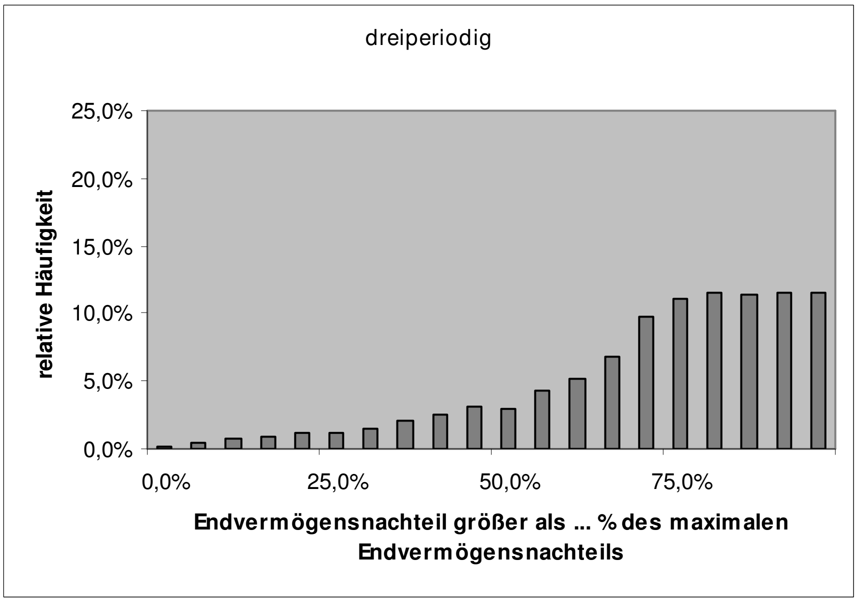
Der Berechnung zu Grunde liegende Annahmen:

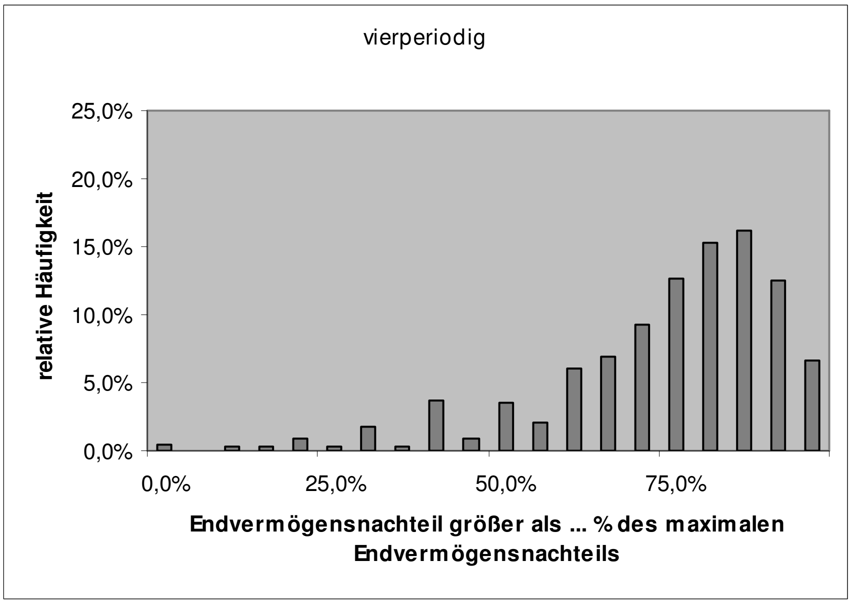
1) Die Eigenkapitalrenditen r_1 und r_2 werden um jeweils 0,5 Prozentpunkte variiert. Die Rendite r_3 ist eine Resultante aus r, r_1 und r_2.
2) Negative Eigenkapitalrenditen sind nicht zulässig.
3) Das Endvermögen des optimalen Einkünftepfades ist im Steuersystem mit konstantem Steuersatz das Endvermögen des Zero-Bonds mit $r_1 = r_2 = 0\%$.

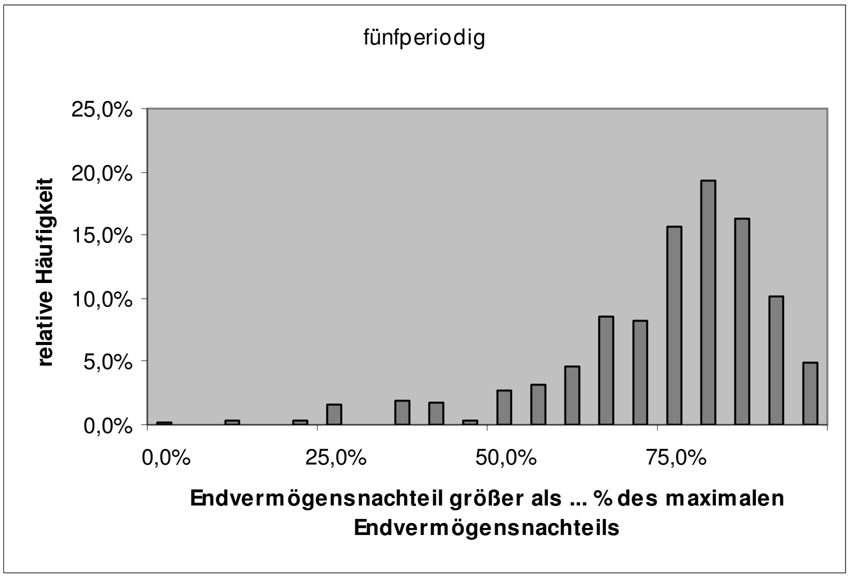
Anhang 13

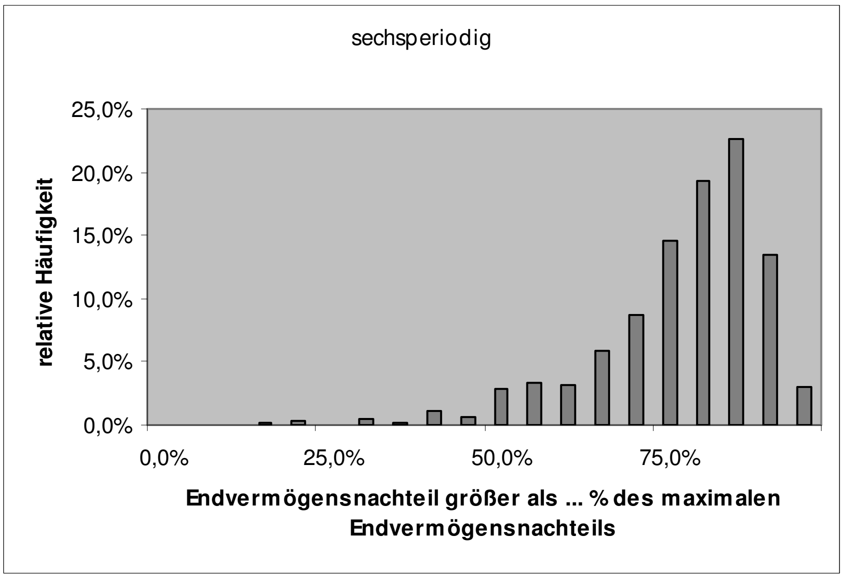
Relative Häufigkeiten der Endvermögensnachteile gemessen am maximalen Endvermögensnachteil bei der Anlage in eine Kapitalgesellschaft bei konstantem Steuersatz ($s = 30\%$; $r = 8\%$; $AV = 100.000$)






vierperiodig
relative Häufigkeit
25,0%
20,0%
15,0%
10,0%
5,0%
0,0%
0,0%
25,0%
50,0%
75,0%
Endvermögensnachteil größer als ... % des maximalen Endvermögensnachteils


fünfperiodig
relative Häufigkeit
25,0%
20,0%
15,0%
10,0%
5,0%
0,0%
0,0%
25,0%
50,0%
75,0%
Endvermögensnachteil größer als ... % des maximalen Endvermögensnachteils


sechsperiodig
relative Häufigkeit
25,0%
20,0%
15,0%
10,0%
5,0%
0,0%
0,0%
25,0%
50,0%
75,0%
Endvermögensnachteil größer als ... % des maximalen Endvermögensnachteils

Anhang 14

Den Diagrammen in Anhang 13 zu Grunde liegende Werte und die sich daraus ergebenden Erwartungswerte

Endvermögensnachteil größer als ...% des max. Endvermögensnachteils	relative Häufigkeit				
	zweiperiodig	dreiperiodig	vierperiodig	fünfperiodig	sechsperiodig
0,0%	2,6%	0,2%	0,4%	0,1%	0,0%
5,0%	2,6%	0,5%	0,0%	0,0%	0,1%
10,0%	2,7%	0,7%	0,3%	0,4%	0,0%
15,0%	2,8%	0,9%	0,3%	0,0%	0,2%
20,0%	2,8%	1,2%	0,9%	0,4%	0,3%
25,0%	2,9%	1,2%	0,3%	1,6%	0,0%
30,0%	3,1%	1,5%	1,8%	0,0%	0,5%
35,0%	3,1%	2,0%	0,3%	1,9%	0,2%
40,0%	3,3%	2,5%	3,7%	1,7%	1,2%
45,0%	3,4%	3,1%	0,9%	0,4%	0,7%
50,0%	3,7%	3,0%	3,6%	2,7%	2,9%
55,0%	3,8%	4,3%	2,1%	3,1%	3,4%
60,0%	4,1%	5,2%	6,0%	4,7%	3,1%
65,0%	4,4%	6,9%	6,9%	8,6%	5,8%
70,0%	4,8%	9,7%	9,3%	8,2%	8,7%
75,0%	5,2%	11,1%	12,7%	15,6%	14,5%
80,0%	6,0%	11,5%	15,3%	19,2%	19,3%
85,0%	7,1%	11,4%	16,2%	16,3%	22,6%
90,0%	9,2%	11,5%	12,5%	10,1%	13,5%
95,0%	22,3%	11,5%	6,6%	4,9%	3,1%
Erwartungswert	63,9%	71,1%	73,3%	73,9%	76,7%

Anhang 15

Aus Anhang 14 gewonnene Verteilungsfunktionen und die daraus resultierenden Konfidenzintervalle zum Konfidenzniveau $\alpha = 0{,}75$

Endvermögensnachteil größer als ...% des max. Endvermögensnachteils	diskrete Verteilungsfunktion				
	zweiperiodig	dreiperiodig	vierperiodig	fünfperiodig	sechsperiodig
0,0%	2,6%	0,2%	0,4%	0,1%	0,0%
5,0%	5,2%	0,6%	0,4%	0,1%	0,1%
10,0%	7,9%	1,3%	0,7%	0,5%	0,1%
15,0%	10,6%	2,2%	1,0%	0,5%	0,2%
20,0%	13,5%	3,4%	1,9%	0,9%	0,6%
25,0%	16,4%	4,6%	2,2%	2,4%	0,6%
30,0%	19,5%	6,1%	4,0%	2,4%	1,0%
35,0%	22,6%	8,1%	4,3%	4,4%	1,2%
40,0%	25,9%	10,6%	8,0%	6,1%	2,4%
45,0%	29,3%	13,7%	8,9%	6,5%	3,1%
50,0%	33,0%	16,7%	12,5%	9,2%	6,0%
55,0%	36,8%	21,0%	14,6%	12,3%	9,4%
60,0%	40,9%	26,2%	20,6%	17,0%	12,5%
65,0%	45,3%	33,0%	27,4%	25,6%	18,3%
70,0%	50,1%	42,7%	36,7%	33,7%	27,0%
75,0%	55,3%	53,8%	49,4%	49,4%	41,5%
80,0%	61,3%	65,4%	64,7%	68,6%	60,8%
85,0%	68,4%	76,8%	80,8%	84,9%	83,4%
90,0%	77,7%	88,3%	93,3%	95,0%	96,9%
95,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%
Konfidenzintervall	40,0%	60,0%	65,0%	65,0%	70,0%

Anhang 16

(1) $y = \left((x-a)^3 + \gamma \cdot x + b\right) \cdot c$ (allgemeine Form einer kubischen Gleichung)

Die Parameter a, b und c sind im Folgenden gesucht. Lambda ist der Gewichtungsparameter und wird im Folgenden als exogen vorgegeben aufgefasst. Die drei bekannten Punkte sind $(0;0)$, $(r;r)$ und $\left((1+r)^n - 1; (1+r)^n - 1\right)$.

Daraus ergeben sich folgende drei Gleichungen:

(2) $0 = \left((-a)^3 + b\right) \cdot c$

(3) $r = \left((r-a)^3 + \gamma \cdot r + b\right) \cdot c$

(4) $\left((1+r)^n - 1\right) = \left(\left(\left((1+r)^n - 1\right) - a\right)^3 + \gamma \cdot \left((1+r)^n - 1\right) + b\right) \cdot c$

Da c als Dimensionierungsfaktor nicht Null sein kann, folgt aus (2):

(5) $b = a^3$

5 in 3 eingesetzt, ergibt:

(6) $r = \left((r-a)^3 + \gamma \cdot r + a^3\right) \cdot c$ bzw. umgestellt:

(6') $c = \dfrac{1}{r^2 - 3r \cdot a + 3a^2 + \gamma}$

5 und 6' eingesetzt in 4' ergibt:

(7) $\left((1+r)^n - 1\right) = \dfrac{\left(\left((1+r)^n - 1\right) - a\right)^3 + \gamma \cdot \left((1+r)^n - 1\right) + a^3}{r^2 - 3r \cdot a + 3a^2 + \gamma}$

bzw. vereinfacht:

(7') $1 = \dfrac{\left((1+r)^n - 1\right)^2 - 3\left((1+r)^n - 1\right) \cdot a + 3a^2 + \gamma}{r^2 - 3r \cdot a + 3a^2 + \gamma}$

nach a umgestellt, ergibt sich:

(8) $a = \dfrac{r^2 - \left((1+r)^n - 1\right)^2}{3r - 3\left((1+r)^n - 1\right)}$

in 5, 6’ und 8 in 1 eingesetzt ergibt:

$$(9)\qquad y=\frac{\left(x-\frac{r^2-\left((1+r)^n-1\right)^2}{3r-3\left((1+r)^n-1\right)}\right)^3+\left(\frac{r^2-\left((1+r)^n-1\right)^2}{3r-3\left((1+r)^n-1\right)}\right)^3+\gamma\cdot x}{r^2-3r\cdot\frac{r^2-\left((1+r)^n-1\right)^2}{3r-3\left((1+r)^n-1\right)}+3\left(\frac{r^2-\left((1+r)^n-1\right)^2}{3r-3\left((1+r)^n-1\right)}\right)^2+\gamma}$$

Für den zweiperiodigen Anlagezeitraum lässt sich Gleichung 8 noch vereinfachen zu:

$$(10)\qquad a=\frac{3r+4r^2+r^3}{3+3r}$$

und damit ergibt sich:

$$(11)\qquad y=\frac{\left(x-\frac{3r+4r^2+r^3}{3+3r}\right)^3+\left(\frac{3r+4r^2+r^3}{3+3r}\right)^3+\gamma\cdot x}{r^2-\frac{3r^2+4r^3+r^4}{1+r}+3\left(\frac{3r+4r^2+r^3}{3+3r}\right)^2+\gamma}$$

Anhang 17

(1) $$\Delta EV(r_1) = \frac{\Delta EV^{\max}}{r^2 + r^3} \cdot \left(-\tilde{r}_1^{\,2} + \tilde{r}_1 \cdot \left((1+r)^2 - 1\right)\right)$$

(2) $$\tilde{r}_1 = \frac{\left(r_1 - \frac{3r + 4r^2 + r^3}{3+3r}\right)^3 + \left(\frac{3r + 4r^2 + r^3}{3+3r}\right)^3 + \gamma \cdot r_1}{r^2 - \frac{3r^2 + 4r^3 + r^4}{1+r} + 3\left(\frac{3r + 4r^2 + r^3}{3+3r}\right)^2 + \gamma}$$

... mit $a = \frac{3r + 4r^2 + r^3}{3+3r}$ folgt aus (2):

(3) $$\tilde{r}_1 = \frac{r_1^{\,3} - 3r_1^{\,2} \cdot a + 3r_1 \cdot a^2 + \gamma \cdot r_1}{r^2 - 3r \cdot a + 3a^2 + \gamma}$$

... 3 in 1 eingesetzt ergibt:

(4) $$\Delta EV(r_1) = \frac{\Delta EV^{\max}}{r^2 + r^3} \cdot \left(\begin{array}{l} -\left(\frac{r_1^{\,3} - 3r_1^{\,2} \cdot a + 3r_1 \cdot a^2 + \gamma \cdot r_1}{r^2 - 3r \cdot a + 3a^2 + \gamma}\right)^2 \\ +\left(\frac{r_1^{\,3} - 3r_1^{\,2} \cdot a + 3r_1 \cdot a^2 + \gamma \cdot r_1}{r^2 - 3r \cdot a + 3a^2 + \gamma}\right) \cdot \left((1+r)^2 - 1\right) \end{array} \right)$$

Die nicht von r_1 abhängigen Faktoren ...

(5) $$k = \frac{-\Delta EV^{\max}}{\left(r^2 + r^3\right) \cdot \left(r^2 - 3r \cdot a + 3a^2 + \gamma\right)^2}$$ und ...

(6) $$l = \frac{\left((1+r)^2 - 1\right) \cdot \Delta EV^{\max}}{\left(r^2 + r^3\right) \cdot \left(r^2 - 3r \cdot a + 3a^2 + \gamma\right)}$$

… werden ersetzt. Es ergibt sich umgestellt:

(7) $$\begin{aligned} \Delta EV(r_1) = {} & \left(r_1^{\,3} - 3r_1^{\,2} \cdot a + 3r_1 \cdot a^2 + \gamma \cdot r_1\right)^2 \cdot k \\ & + \left(r_1^{\,3} - 3r_1^{\,2} \cdot a + 3r_1 \cdot a^2 + \gamma \cdot r_1\right) \cdot l \end{aligned}$$

... nach Auflösen der quadratischen Klammer ergibt sich:

(8) $$\begin{aligned} \Delta EV(r_1) = {} & \left(\begin{array}{l} r_1^{\,6} - 6r_1^{\,5} \cdot a + 15r_1^{\,4} \cdot a^2 + 9r_1^{\,2} \cdot a^4 + 6r_1^{\,2} \cdot a^2 \cdot \gamma \\ + r_1^{\,2} \cdot \gamma^2 + 2r_1^{\,4} \cdot \gamma - 18r_1^{\,3} \cdot a^3 - 6r_1^{\,3} \cdot a \cdot \gamma \end{array} \right) \cdot k \\ & + \left(r_1^{\,3} - 3r_1^{\,2} \cdot a + 3r_1 \cdot a^2 + \gamma \cdot r_1\right) \cdot l \end{aligned}$$

$$(9)\qquad \int_a^b \Delta EV(r_1) = \left| \begin{matrix} \left(\begin{matrix} \frac{1}{7} r_1^{\,7} - r_1^{\,6} \cdot a + 3r_1^{\,5} \cdot a^2 + 3r_1^{\,3} \cdot a^4 + 2r_1^{\,3} \cdot a^2 \cdot \gamma \\ + \frac{1}{3} r_1^{\,3} \cdot \gamma^2 + \frac{2}{5} r_1^{\,5} \cdot \gamma - \frac{9}{2} r_1^{\,4} \cdot a^3 - \frac{3}{2} r_1^{\,4} \cdot a \cdot \gamma \end{matrix} \right) \cdot k \\ + \left(\frac{1}{4} r_1^{\,4} - r_1^{\,3} \cdot a + \frac{3}{2} r_1^{\,2} \cdot a^2 + \frac{1}{2} \gamma \cdot r_1^{\,2} \right) \cdot l \end{matrix} \right|_a^b$$

$$(10)\qquad m = \frac{1}{b-a} \cdot \int_a^b f(x)dx$$

... mit $a = 0$ und $b = (1+r)^2 - 1 = 2r + r^2$ folgt:

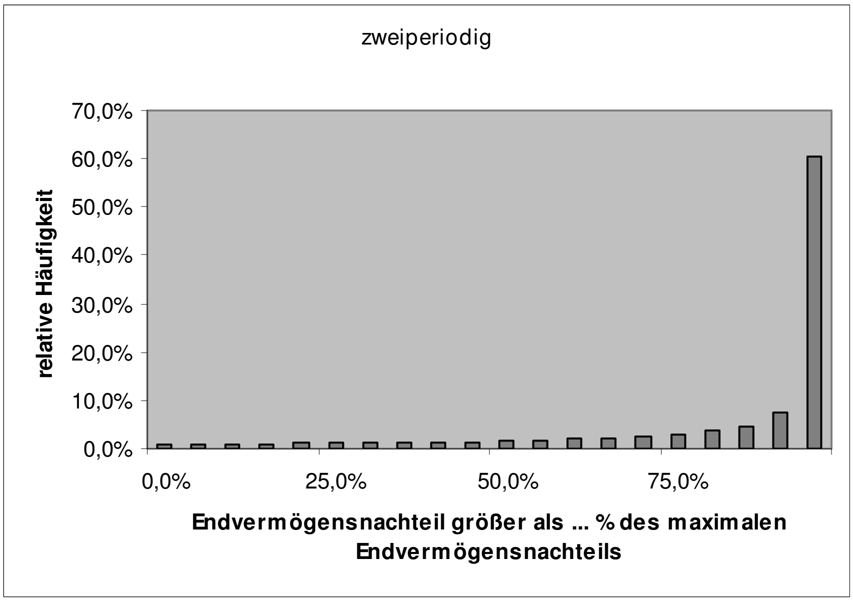
$$(11)\qquad m = \frac{1}{2r + r^2} \cdot \int_0^{2\times r + r^2} \Delta EV(r_1) dr_1$$

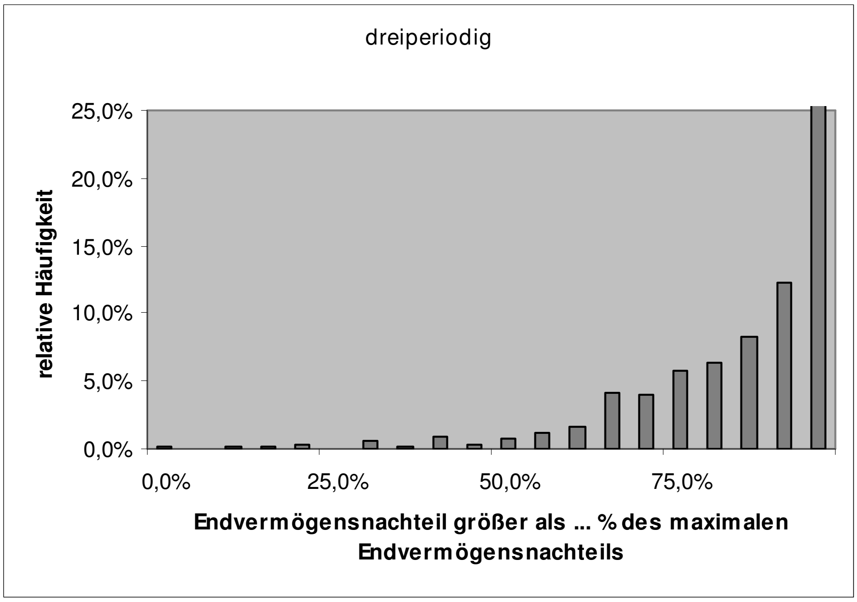
... mit a und b 9 in 11 eingesetzt ergibt:

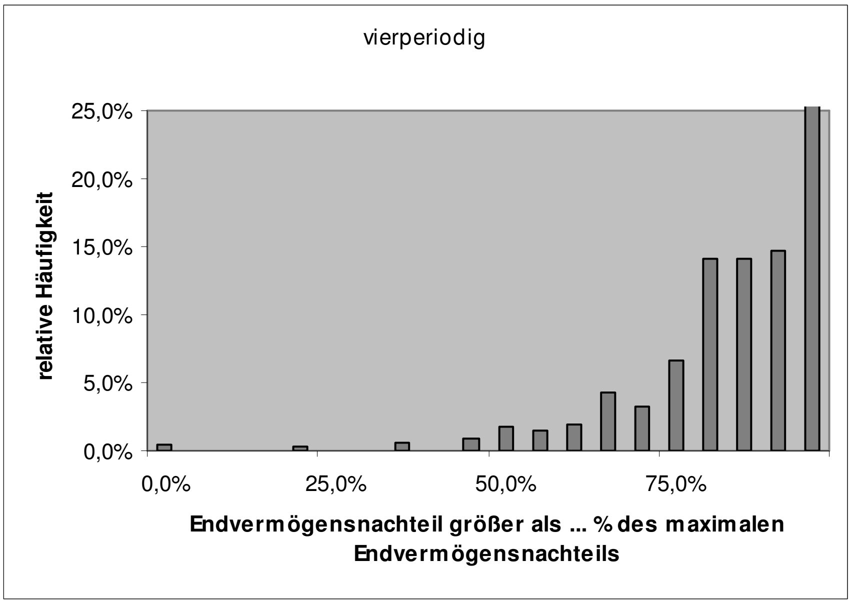
$$(12)\qquad m = \left(\begin{matrix} \frac{1}{7} (2r + r^2)^6 - (2r + r^2)^5 \cdot a + 3(2r + r^2)^4 \cdot a^2 + 3(2r + r^2)^2 \cdot a^4 \\ + 2(2r + r^2)^2 \cdot a^2 \cdot \gamma + \frac{1}{3} (2r + r^2)^2 \cdot \gamma^2 + \frac{2}{5} (2r + r^2)^4 \cdot \gamma \\ - \frac{9}{2} (2r + r^2)^3 \cdot a^3 - \frac{3}{2} (2r + r^2)^3 \cdot a \cdot \gamma \end{matrix} \right) \cdot k$$
$$+ \left(\frac{1}{4} (2r + r^2)^3 - (2r + r^2)^2 \cdot a + \frac{3}{2} (2r + r^2) \cdot a^2 + \frac{1}{2} \gamma \cdot (2r + r^2) \right) \cdot l$$

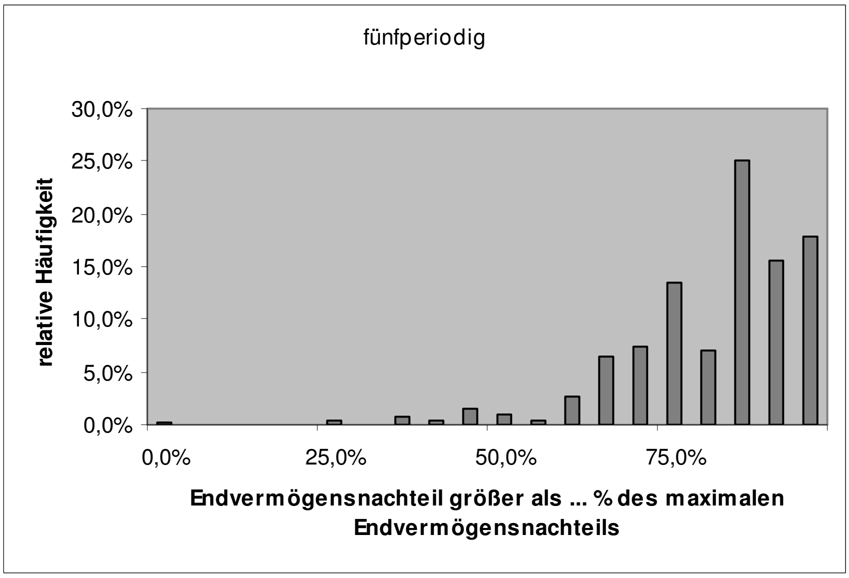
Anhang 18

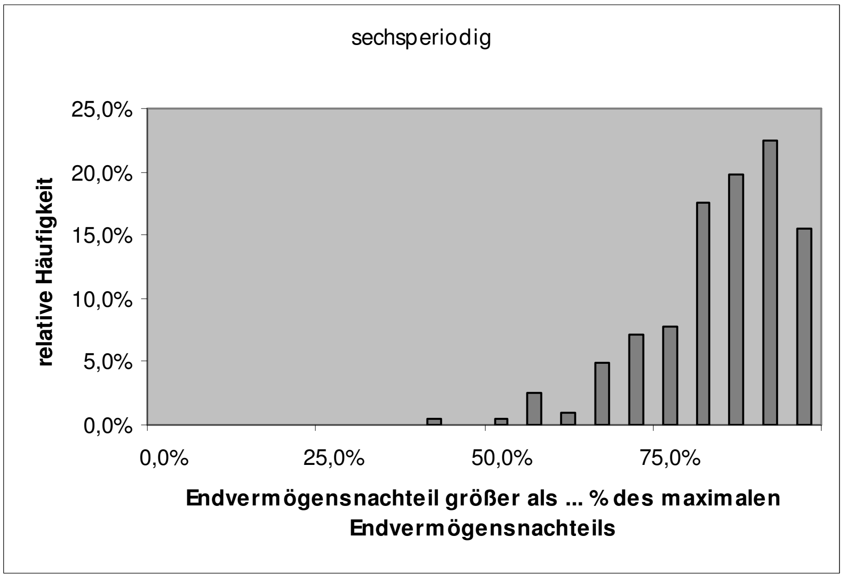
Relative Häufigkeiten der Endvermögensnachteile gemessen am maximalen Endvermögensnachteil bei der Anlage in eine Kapitalgesellschaft mit ungleich wahrscheinlichen Dividendenpfaden ($s = 30\%$; $r = 8\%$; $AV = 100.000$; $\gamma = 0$)






vierperiodig
relative Häufigkeit
25,0%
20,0%
15,0%
10,0%
5,0%
0,0%
0,0%
25,0%
50,0%
75,0%
Endvermögensnachteil größer als ... % des maximalen Endvermögensnachteils


fünfperiodig
relative Häufigkeit
30,0%
25,0%
20,0%
15,0%
10,0%
5,0%
0,0%
0,0%
25,0%
50,0%
75,0%
Endvermögensnachteil größer als ... % des maximalen Endvermögensnachteils


sechsperiodig
relative Häufigkeit
25,0%
20,0%
15,0%
10,0%
5,0%
0,0%
0,0%
25,0%
50,0%
75,0%
Endvermögensnachteil größer als ... % des maximalen Endvermögensnachteils

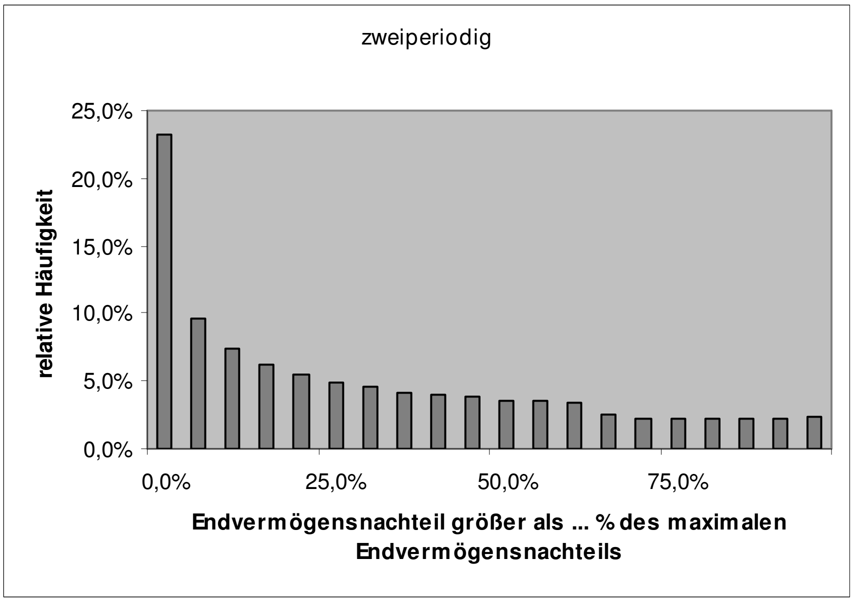
Anhang 19

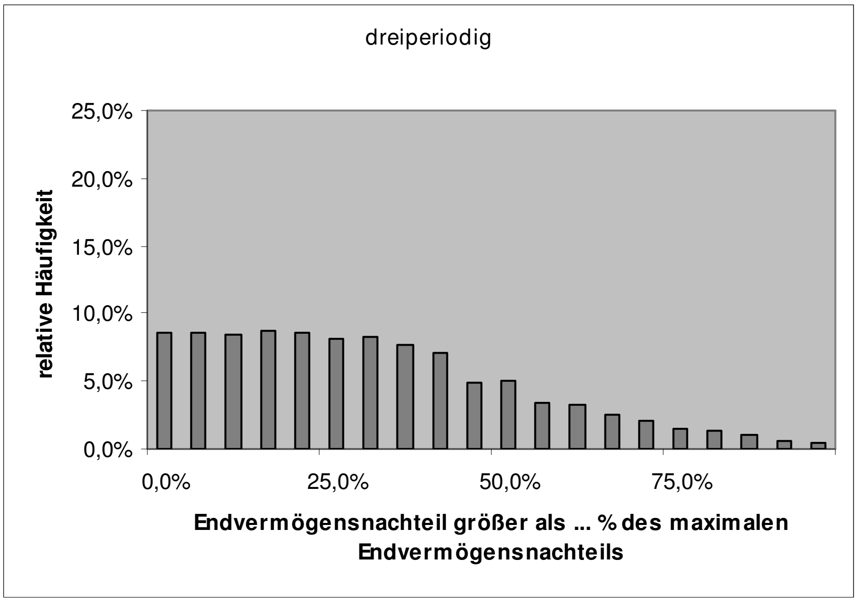
Verteilungsfunktionen und die daraus resultierenden Konfidenzintervalle zum Konfidenzniveau $\alpha = 0{,}75$ bei ungleich verteilten Eintrittswahrscheinlichkeiten der Dividendenpfade

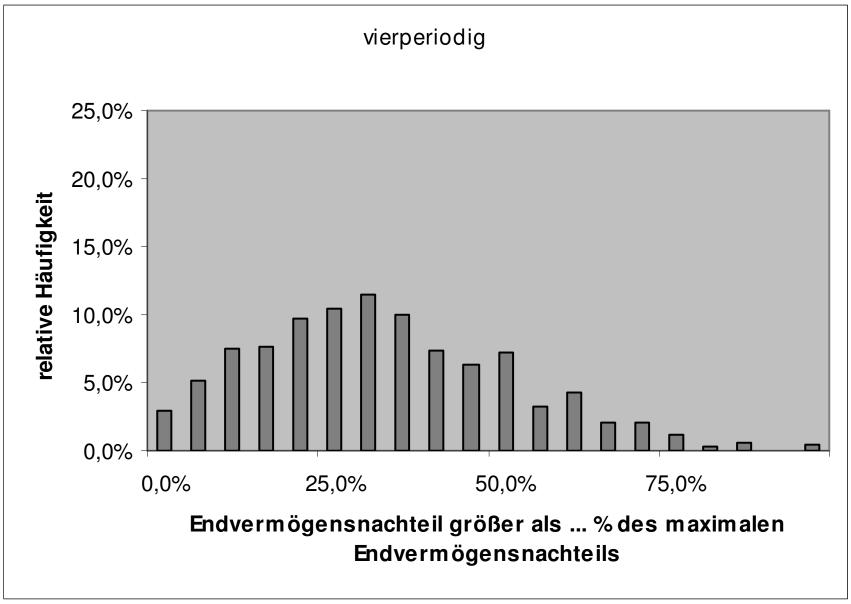
Endvermögensnachteil größer als ...% des max. Endvermögensnachteils	diskrete Verteilungsfunktion				
	zweiperiodig	dreiperiodig	vierperiodig	fünfperiodig	sechsperiodig
0,0%	0,9%	0,1%	0,4%	0,1%	0,0%
5,0%	1,8%	0,1%	0,4%	0,1%	0,0%
10,0%	2,8%	0,2%	0,4%	0,1%	0,0%
15,0%	3,7%	0,4%	0,4%	0,1%	0,0%
20,0%	4,7%	0,6%	0,7%	0,1%	0,1%
25,0%	5,8%	0,6%	0,7%	0,5%	0,2%
30,0%	7,0%	1,2%	0,7%	0,5%	0,2%
35,0%	8,2%	1,4%	1,3%	1,3%	0,3%
40,0%	9,5%	2,2%	1,3%	1,7%	0,9%
45,0%	10,9%	2,5%	2,2%	3,2%	0,9%
50,0%	12,6%	3,3%	4,0%	4,2%	1,4%
55,0%	14,2%	4,5%	5,5%	4,6%	4,0%
60,0%	16,1%	6,2%	7,4%	7,3%	4,9%
65,0%	18,3%	10,3%	11,6%	13,7%	9,8%
70,0%	20,7%	14,2%	14,9%	21,1%	17,0%
75,0%	23,5%	20,0%	21,5%	34,5%	24,8%
80,0%	27,1%	26,3%	35,5%	41,5%	42,3%
85,0%	31,9%	34,6%	49,6%	66,5%	62,0%
90,0%	39,3%	46,9%	64,4%	82,0%	84,5%
95,0%	100,0%	99,9%	99,9%	99,9%	100,0%
Konfidenzintervall	80,0%	80,0%	80,0%	75,0%	80,0%

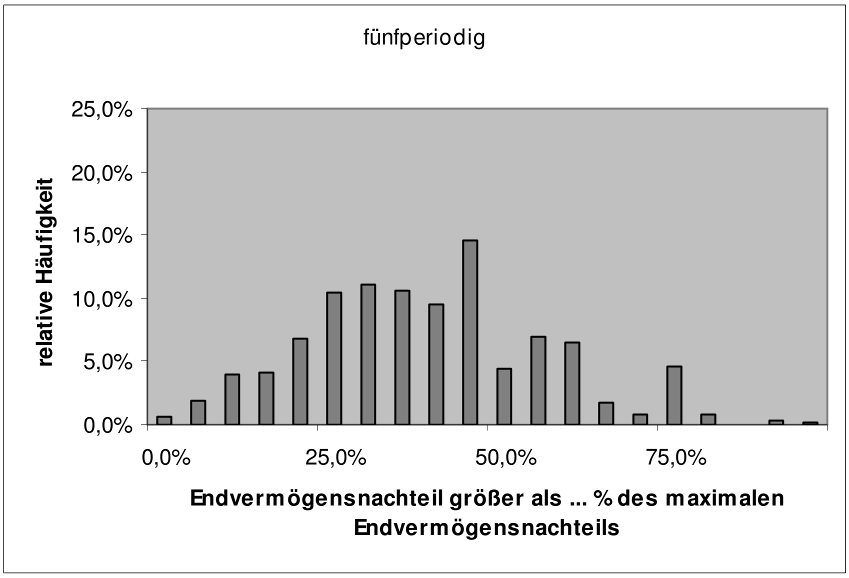
Anhang 20

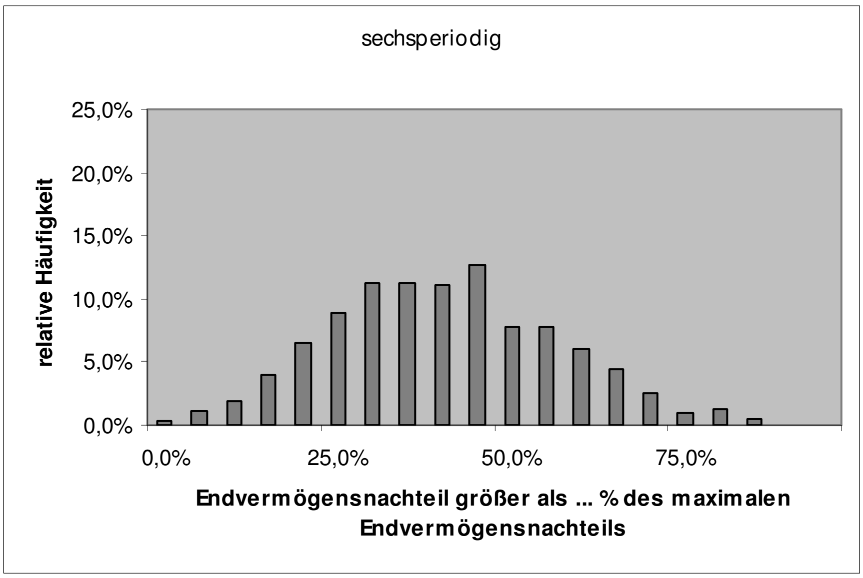
Relative Häufigkeiten der Endvermögensnachteile gemessen am maximalen Endvermögensnachteil bei der Anlage in eine Kapitalgesellschaft bei progressivem Steuersatz ($s^{\min} = 15\%$; $s^{\max} = 50\%$; $GF = 5.000$; $OG = 60.000$; $r = 8\%$; $AV = 100.000$)






vierperiodig
relative Häufigkeit
25,0%
20,0%
15,0%
10,0%
5,0%
0,0%
0,0%
25,0%
50,0%
75,0%
Endvermögensnachteil größer als ... % des maximalen Endvermögensnachteils


fünfperiodig
relative Häufigkeit
25,0%
20,0%
15,0%
10,0%
5,0%
0,0%
0,0%
25,0%
50,0%
75,0%
Endvermögensnachteil größer als ... % des maximalen Endvermögensnachteils


sechsperiodig
relative Häufigkeit
25,0%
20,0%
15,0%
10,0%
5,0%
0,0%
0,0%
25,0%
50,0%
75,0%
Endvermögensnachteil größer als ... % des maximalen Endvermögensnachteils

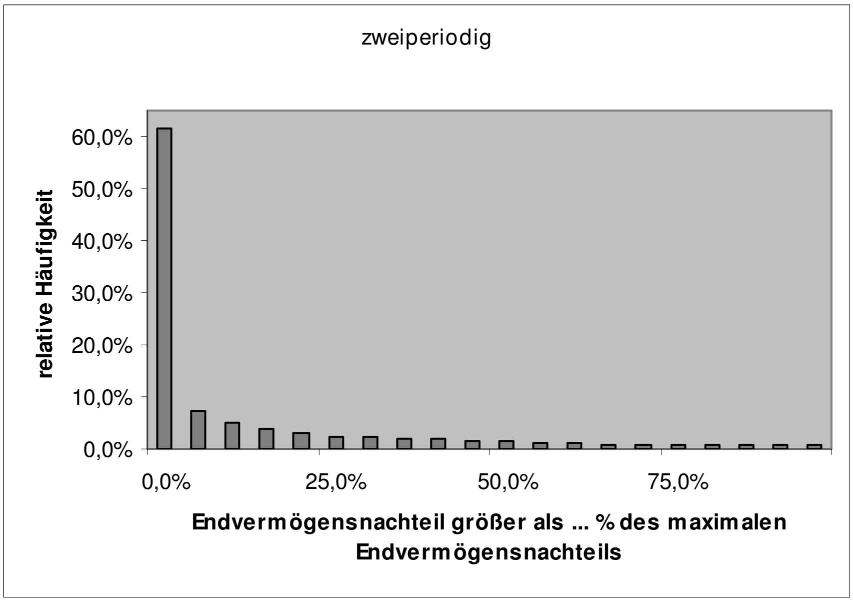
Anhang 21

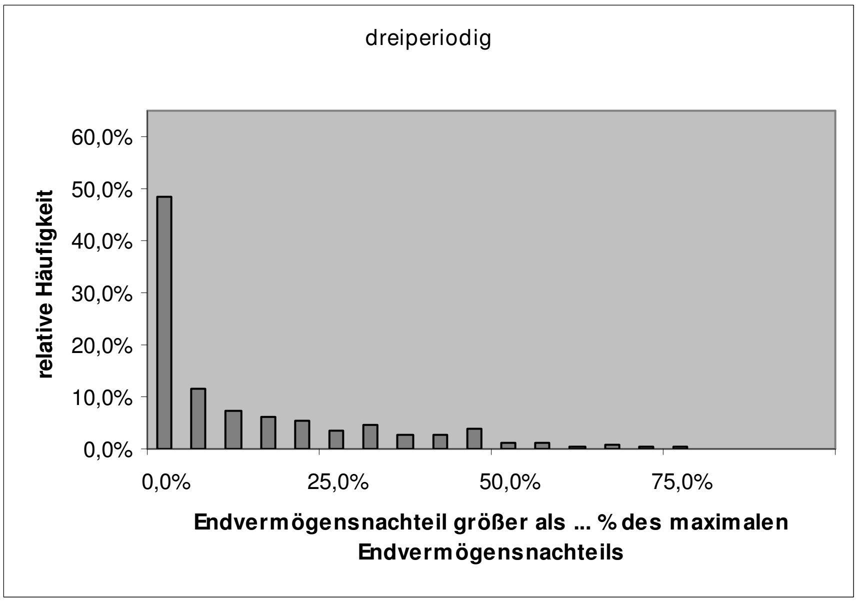
Verteilungsfunktionen und die daraus resultierenden Konfidenzintervalle zum Konfidenzniveau $\alpha = 0{,}75$ bei progressivem Steuersatz und gleich verteilten Eintrittswahrscheinlichkeiten der Dividendenpfade (zu Grunde liegende Werte siehe Anhang 20)

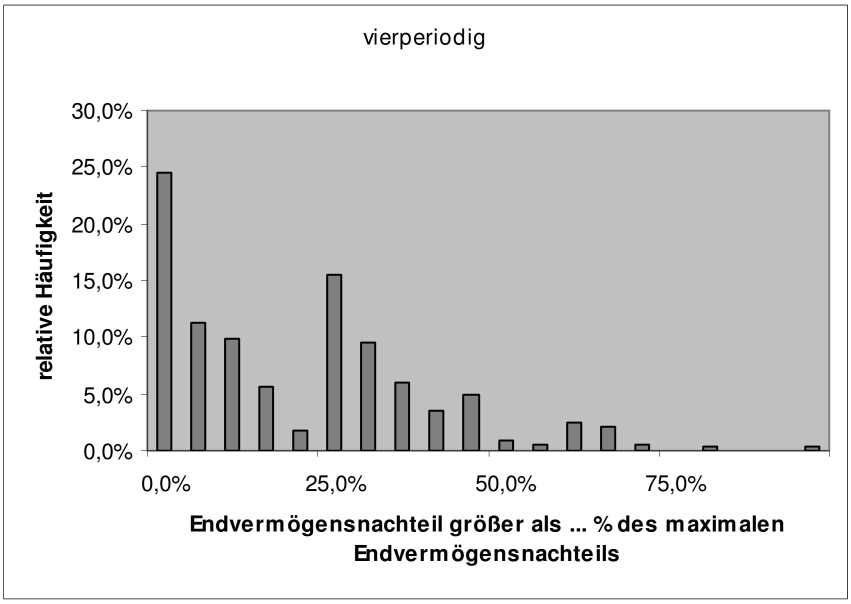
Endvermögensnachteil größer als ...% des max. Endvermögensnachteils	diskrete Verteilungsfunktion				
	zweiperiodig	dreiperiodig	vierperiodig	fünfperiodig	sechsperiodig
0,0%	23,2%	8,6%	2,9%	0,7%	0,3%
5,0%	32,9%	17,2%	8,1%	2,6%	1,3%
10,0%	40,2%	25,6%	15,6%	6,6%	3,2%
15,0%	46,4%	34,4%	23,3%	10,7%	7,2%
20,0%	52,0%	43,0%	32,9%	17,5%	13,7%
25,0%	56,9%	51,0%	43,4%	27,9%	22,6%
30,0%	61,4%	59,4%	54,9%	39,0%	33,8%
35,0%	65,6%	67,0%	64,9%	49,6%	45,0%
40,0%	69,7%	74,1%	72,2%	59,1%	56,1%
45,0%	73,5%	79,0%	78,5%	73,7%	68,8%
50,0%	77,0%	84,0%	85,7%	78,1%	76,5%
55,0%	80,5%	87,5%	89,0%	85,1%	84,3%
60,0%	83,8%	90,7%	93,3%	91,5%	90,3%
65,0%	86,3%	93,1%	95,4%	93,3%	94,8%
70,0%	88,6%	95,2%	97,5%	94,1%	97,2%
75,0%	90,8%	96,8%	98,7%	98,7%	98,1%
80,0%	93,1%	98,1%	99,0%	99,5%	99,4%
85,0%	95,4%	99,1%	99,6%	99,5%	99,9%
90,0%	97,7%	99,6%	99,6%	99,9%	100,0%
95,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%
Konfidenzintervall	5,0%	10,0%	20,0%	25,0%	30,0%

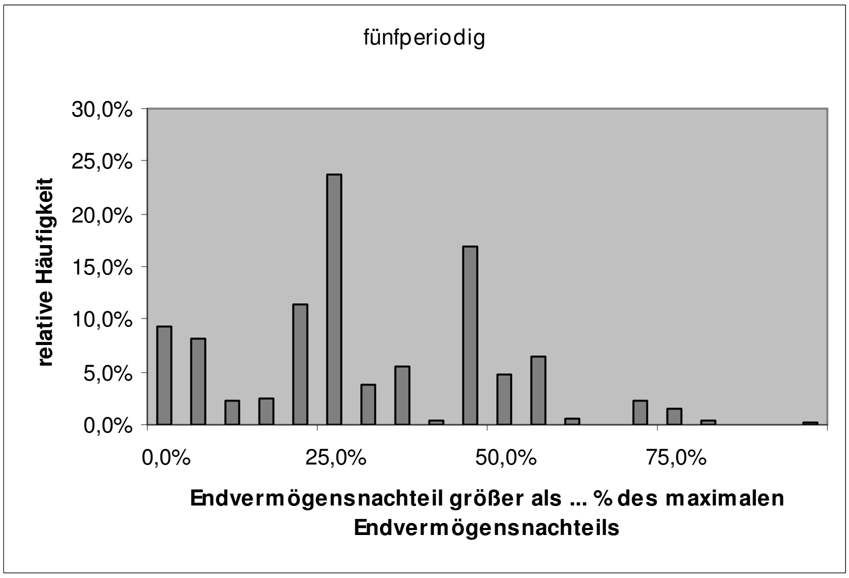
Anhang 22

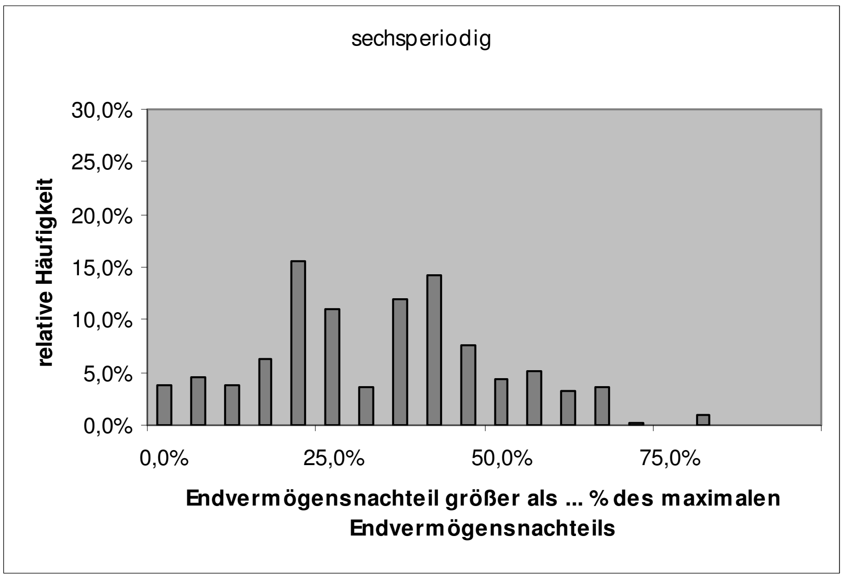
Relative Häufigkeiten der Endvermögensnachteile gemessen am maximalen Endvermögensnachteil bei der Anlage in eine Kapitalgesellschaft mit ungleich wahrscheinlichen Dividendenpfaden und progressivem Steuersatz ($s^{\min} = 15\%$; $s^{\max} = 50\%$; $GF = 5.000$; $OG = 60.000$; $r = 8\%$; $AV = 100.000$; $\gamma = 0$)






vierperiodig
relative Häufigkeit
30,0%
25,0%
20,0%
15,0%
10,0%
5,0%
0,0%
0,0%
25,0%
50,0%
75,0%
Endvermögensnachteil größer als ... % des maximalen Endvermögensnachteils


fünfperiodig
relative Häufigkeit
30,0%
25,0%
20,0%
15,0%
10,0%
5,0%
0,0%
0,0%
25,0%
50,0%
75,0%
Endvermögensnachteil größer als ... % des maximalen Endvermögensnachteils


sechsperiodig
relative Häufigkeit
30,0%
25,0%
20,0%
15,0%
10,0%
5,0%
0,0%
0,0%
25,0%
50,0%
75,0%
Endvermögensnachteil größer als ... % des maximalen Endvermögensnachteils

Anhang 23

Verteilungsfunktionen und die daraus resultierenden Konfidenzintervalle zum Konfidenzniveau $\alpha = 0{,}75$ bei progressivem Steuersatz und gleich verteilten Eintrittswahrscheinlichkeiten der Dividendenpfade (zu Grunde liegende Werte siehe Anhang 22)

Endvermögensnachteil größer als ...% des max. Endvermögensnachteils	diskrete Verteilungsfunktion				
	zweiperiodig	dreiperiodig	vierperiodig	fünfperiodig	sechsperiodig
0,0%	61,4%	48,3%	24,6%	9,2%	3,8%
5,0%	68,9%	59,9%	35,9%	17,4%	8,4%
10,0%	73,8%	67,2%	45,8%	19,7%	12,1%
15,0%	77,4%	73,4%	51,5%	22,3%	18,4%
20,0%	80,4%	78,8%	53,2%	33,6%	34,0%
25,0%	82,8%	82,4%	68,7%	57,3%	45,1%
30,0%	84,9%	87,1%	78,2%	61,2%	48,7%
35,0%	86,8%	89,7%	84,2%	66,7%	60,6%
40,0%	88,6%	92,2%	87,8%	67,1%	74,8%
45,0%	90,2%	95,9%	92,7%	84,0%	82,3%
50,0%	91,7%	97,0%	93,6%	88,6%	86,8%
55,0%	93,0%	98,0%	94,2%	95,0%	91,9%
60,0%	94,2%	98,5%	96,6%	95,6%	95,1%
65,0%	95,2%	99,1%	98,7%	95,6%	98,8%
70,0%	96,0%	99,4%	99,3%	98,0%	98,9%
75,0%	96,8%	99,6%	99,3%	99,5%	98,9%
80,0%	97,6%	99,8%	99,6%	99,9%	99,9%
85,0%	98,4%	99,9%	99,6%	99,9%	100,0%
90,0%	99,2%	99,9%	99,6%	99,9%	100,0%
95,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%
Konfidenzintervall	0,0%	0,0%	5,0%	20,0%	20,0%

Anhang 24

(1) $$\int_a^b \frac{\Delta EV(r_1)}{AV} = \int_a^b \frac{1+\left((1+r)^2-1\right)\cdot(1-s)}{-\left(1+r_1\cdot(1-s)\right)\cdot\left(1+\left(\frac{(1+r)^2}{1+r_1}-1\right)\cdot(1-s)\right)}$$

(2) $\Leftrightarrow$ $$\int_a^b \frac{\Delta EV(r_1)}{AV} = \int_a^b \frac{1+\left((1+r)^2-1\right)\cdot(1-s)}{-1-\left(\frac{(1+r)^2}{1+r_1}-1\right)\cdot(1-s)-r_1\cdot(1-s) -\left(\frac{(1+r)^2}{1+r_1}-1\right)\cdot r_1\cdot(1-s)^2}$$

(3) $\Leftrightarrow$ $$\int_a^b \frac{\Delta EV(r_1)}{AV} = \int_a^b \frac{1+\left((1+r)^2-1\right)\times(1-s)-s}{-\frac{(1+r)^2\cdot(1-s)}{1+r_1}+r_1\cdot\left(s^2-s\right) -\frac{(1+r)^2\cdot(1-s)^2\cdot r_1}{1+r_1}}$$

Es wird mittels Substitution integriert mit:

(4) $u = 1+r_1$ bzw. $r_1 = u-1$

(4) in (3) = (5) $$\int_a^b \frac{\Delta EV(r_1)}{AV} = \int_a^b \frac{1+\left((1+r)^2-1\right)\cdot(1-s)-s}{-\frac{(1+r)^2\cdot(1-s)}{u}+(u-1)\cdot\left(s^2-s\right) -(1+r)^2\cdot(1-s)^2+\frac{(1+r)^2\cdot(1-s)^2}{u}}$$

(6) $\Leftrightarrow$ $$\int_a^b \frac{\Delta EV(r_1)}{AV} = \int_a^b \left(2+2\cdot r+r^2\right)\cdot\left(s-s^2\right)-\frac{(1+r)^2\cdot(1-s)}{u} +u\cdot\left(s^2-s\right)+\frac{(1+r)^2\cdot(1-s)^2}{u}$$

(7) $$\int_a^b \frac{\Delta EV(r_1)}{AV} = \left|\begin{array}{l}\left(2+2\cdot r+r^2\right)\cdot\left(s-s^2\right)\cdot u-(1+r)^2\cdot(1-s)\cdot\ln(u) \\ +\frac{1}{2}\cdot u^2\cdot\left(s^2-s\right)+(1+r)^2\cdot(1-s)^2\cdot\ln(u)\end{array}\right|_a^b$$

(4) in (7) = (8) $$\int_a^b \frac{\Delta EV(r_1)}{AV} = \left|\begin{array}{l}\frac{1}{2}\cdot(1+r_1)^2\cdot\left(s^2-s\right)+(1+r)^2\cdot\left(s^2-s\right)\cdot\ln(1+r_1) \\ -\left(2+2\cdot r+r^2\right)\cdot\left(s^2-s\right)\cdot(1+r_1)\end{array}\right|_a^b$$

Anhang 25

Abweichungen zwischen den mittels Tabellenkalkulation und Approximationsfunktion ermittelten Erwartungswerten der Endvermögensnachteile gemessen am maximalen Endvermögensnachteil ($r_u = -2\%$)

Differenz der Erwartungswerte		Anlagedauer n				
		2	3	4	5	6
Effektivverzinsung	2%	215%	126%	145%	143%	137%
	4%	-1%	-8%	4%	8%	9%
	8%	-10%	-7%	2%	3%	3%
	10%	-10%	-6%	1%	3%	2%
	15%	-10%	-4%	1%	2%	2%
	20%	-10%	-4%	1%	2%	1%
	30%	-10%	-3%	1%	1%	0%
	40%	-10%	-3%	0%	1%	-1%
	50%	-10%	-3%	0%	0%	-2%

Abweichungen zwischen den mittels Tabellenkalkulation und Approximationsfunktion ermittelten Erwartungswerten der Endvermögensnachteile gemessen am maximalen Endvermögensnachteil ($r_u = -8\%$)

Differenz der Erwartungswerte		Anlagedauer n				
		2	3	4	5	6
Effektivverzinsung	2%	2343%	1612%	1532%	1469%	1412%
	4%	64%	21%	49%	50%	43%
	8%	12%	3%	15%	15%	12%
	10%	7%	3%	11%	12%	10%
	15%	2%	2%	8%	9%	6%
	20%	-1%	1%	6%	6%	4%
	30%	-5%	0%	4%	3%	0%
	40%	-6%	-1%	2%	1%	-2%
	50%	-8%	-2%	1%	0%	-4%

Abweichungen zwischen den mittels Tabellenkalkulation und Approximationsfunktion ermittelten Erwartungswerten der Endvermögensnachteile gemessen am maximalen Endvermögensnachteil ($r_u = -24\%$)

Differenz der Erwartungswerte		Anlagedauer n				
		2	3	4	5	6
Effektivverzinsung	2%	-127524%	-93604%	-83885%	-79564%	-77244%
	4%	-193%	-243%	-119%	-136%	-210%
	8%	-42%	-58%	-27%	-35%	-62%
	10%	-7%	-22%	-3%	-10%	-34%
	15%	20%	7%	15%	8%	-9%
	20%	22%	13%	17%	11%	-4%
	30%	16%	12%	13%	7%	-5%
	40%	10%	9%	9%	3%	-10%
	50%	5%	6%	5%	-1%	-15%

Anhang 26

Erwartungswerte der Endvermögensnachteile gemessen am maximalen Endvermögensnachteil für unterschiedliche Effektivverzinsungen und Anlagedauern ($r_u = -2\%$) bei progressivem Steuersatz mit Verlustvortrag

erwarteter Endvermögensverlust		Anlagedauer n				
		2	3	4	5	6
Effektivverzinsung	2%	90%	104%	73%	68%	68%
	3%	73%	77%	56%	52%	55%
	4%	64%	63%	46%	47%	51%
	5%	58%	54%	45%	46%	53%
	6%	54%	51%	45%	48%	53%
	7%	51%	50%	46%	50%	56%
	8%	49%	49%	47%	52%	59%
	9%	48%	49%	48%	53%	60%
	10%	48%	49%	48%	53%	62%
	11%	47%	48%	48%	54%	64%
	12%	47%	47%	48%	54%	66%
	13%	45%	45%	46%	54%	70%
	14%	43%	43%	45%	55%	74%
	15%	40%	42%	44%	55%	81%
	16%	38%	39%	43%	57%	94%

Erwartungswerte der Endvermögensnachteile gemessen am maximalen Endvermögensnachteil für unterschiedliche Effektivverzinsungen und Anlagedauern ($r_u = -8\%$) bei progressivem Steuersatz mit Verlustvortrag

erwarteter Endvermögensverlust		Anlagedauer n				
		2	3	4	5	6
Effektivverzinsung	2%	286%	342%	223%	212%	210%
	3%	230%	244%	160%	143%	142%
	4%	188%	178%	119%	113%	118%
	5%	157%	136%	101%	101%	108%
	6%	133%	114%	93%	95%	102%
	7%	115%	102%	88%	91%	100%
	8%	102%	95%	85%	89%	100%
	9%	95%	90%	82%	88%	100%
	10%	90%	87%	82%	88%	101%
	11%	86%	84%	80%	89%	105%
	12%	83%	81%	79%	90%	109%
	13%	80%	79%	79%	91%	114%
	14%	77%	77%	78%	93%	122%
	15%	74%	75%	78%	96%	135%
	16%	72%	74%	79%	102%	160%

Erwartungswerte der Endvermögensnachteile gemessen am maximalen Endvermögensnachteil für unterschiedliche Effektivverzinsungen und Anlagedauern ($r_u = -16\%$) bei progressivem Steuersatz mit Verlustvortrag

erwarteter End-vermögensverlust		Anlagedauer n				
		2	3	4	5	6
Effektivverzinsung	2%	690%	755%	482%	435%	416%
	3%	526%	511%	316%	274%	266%
	4%	404%	356%	224%	206%	209%
	5%	317%	260%	181%	174%	181%
	6%	255%	209%	158%	158%	165%
	7%	211%	181%	146%	147%	157%
	8%	180%	163%	137%	141%	153%
	9%	162%	152%	131%	138%	152%
	10%	150%	144%	128%	135%	153%
	11%	142%	138%	126%	136%	157%
	12%	136%	134%	124%	137%	164%
	13%	132%	131%	125%	141%	175%
	14%	129%	129%	126%	147%	193%
	15%	126%	129%	128%	156%	220%
	16%	125%	128%	133%	170%	267%

Anhang 27

Abweichung der mittels Approximationsfunktion ermittelten Erwartungswerte der Endvermögensnachteile zu den Erwartungswerten aus Anhang 26 ($r_u = -2\%$)

Abw. des erwarteten End-vermögensverlust		Anlagedauer n				
		2	3	4	5	6
Effektivverzinsung	2%	-33%	7%	-6%	1%	9%
	3%	-23%	-2%	-10%	-7%	1%
	4%	-14%	-2%	-12%	-6%	0%
	5%	-7%	-4%	-8%	-5%	2%
	6%	-4%	-3%	-6%	-3%	3%
	7%	-2%	-2%	-5%	0%	6%
	8%	-2%	-1%	-3%	2%	9%
	9%	-2%	-1%	-2%	3%	10%
	10%	-2%	-1%	-2%	3%	12%
	11%	-3%	-2%	-2%	3%	12%
	12%	-3%	-3%	-3%	2%	12%
	13%	-5%	-5%	-6%	-1%	10%
	14%	-8%	-8%	-10%	-6%	5%
	15%	-12%	-14%	-16%	-15%	-2%
	16%	-18%	-22%	-27%	-28%	-11%

Abweichung der mittels Approximationsfunktion ermittelten Erwartungswerte der Endvermögensnachteile zu den Erwartungswerten aus Anhang 26 ($r_u = -8\%$)

Abw. des erwarteten End-vermögensverlust		Anlagedauer n				
		2	3	4	5	6
Effektivverzinsung	2%	-31%	88%	18%	44%	69%
	3%	-12%	48%	-2%	8%	24%
	4%	1%	24%	-12%	-1%	15%
	5%	8%	10%	-10%	0%	13%
	6%	11%	6%	-6%	1%	12%
	7%	9%	4%	-5%	1%	11%
	8%	6%	3%	-5%	0%	11%
	9%	3%	1%	-7%	-1%	11%
	10%	0%	-2%	-7%	-1%	13%
	11%	-3%	-5%	-8%	0%	16%
	12%	-6%	-7%	-10%	1%	19%
	13%	-9%	-9%	-10%	1%	22%
	14%	-12%	-12%	-12%	0%	25%
	15%	-15%	-15%	-16%	-3%	27%
	16%	-19%	-21%	-22%	-9%	34%

Abweichung der mittels Approximationsfunktion ermittelten Erwartungswerte der Endvermögensnachteile zu den Erwartungswerten aus Anhang 26 ($r_u = -16\%$)

Abw. des erwarteten Endvermögensverlust		Anlagedauer n				
		2	3	4	5	6
Effektivverzinsung	2%	-167%	51%	-95%	-39%	26%
	3%	-117%	-17%	-117%	-82%	-30%
	4%	-78%	-40%	-103%	-67%	-23%
	5%	-46%	-41%	-72%	-43%	-9%
	6%	-22%	-26%	-46%	-23%	1%
	7%	-9%	-12%	-26%	-12%	7%
	8%	-3%	-2%	-17%	-7%	10%
	9%	2%	1%	-14%	-4%	11%
	10%	2%	0%	-13%	-5%	13%
	11%	-1%	-3%	-14%	-4%	17%
	12%	-5%	-6%	-16%	-3%	24%
	13%	-8%	-9%	-15%	1%	35%
	14%	-11%	-11%	-14%	6%	50%
	15%	-14%	-12%	-13%	12%	72%
	16%	-16%	-14%	-13%	18%	106%

Anhang 28

LEBENSLAUF

Der Lebenslauf ist in der Online-Version

aus Gründen des Datenschutzes nicht enthalten.

Der Lebenslauf ist in der Online-Version

aus Gründen des Datenschutzes nicht enthalten.

ERKLÄRUNG

Ich versichere, dass ich die vorliegende Dissertation selbständig verfasst habe. Andere als die angegebenen Hilfsmittel und Quellen habe ich nicht benutzt. Die Arbeit hat keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegen.

Dresden, den 31. Mai 2008