Wünsche als Präferenzwahldaten

Die beschriebenen Eigenschaften der verbalisierten Wünsche führen zur Klassifikation als Präferenzwahldaten (QI-Daten im Sinne Coombs 1964).

Dort werden Präferenzwahlen als Unähnlichkeitsdaten *p* (je eher gewählt wird, um so numerisch kleiner fällt *p* aus) allgemein wie folgt definiert:

QIa: $|p_{hij}| - |p_{hik}| \leq 0 \Leftrightarrow j \cdot> k$

Die Differenz der Beträge von Präferenzwahldaten einer Person *i* zu einem Zeitpunkt *h* zwischen den Objekten *j* und *k* liegt mindestens bei oder unterhalb des Wertes 0 genau dann, wenn das Objekt *j* dem Objekt *k* vorgezogen wird. (Von der Wahlgelegenheit *h* soll hier jedoch abstrahiert werden.) Diese Definition setzt allerdings voraus, daß eine Person nicht nur eine Präferenz besitzt, sondern darüber hinaus auch noch über ein subjektives Präferenzmaß verfügt. Damit sind diejenigen Fälle nicht behandelt, in denen ein Individuum sich nicht in der Lage sieht, zwischen zwei Alternativen zu wählen. Deshalb wird eine weitere Klasse von Präferenzdaten spezifiziert:

QIb: $||p_{ij}| - |p_{ik}|| \leq \varepsilon_{i,jk} \Leftrightarrow j \cdot\mathrm{M}\ k$

Genau dann, wenn zu einem Zeitpunkt *h* der Differenzbetrag der Präferenzdaten einer Person *i* für die Objekte *j* und *k* einen Schwellenwert nicht überschreitet, vermag die Person zwischen den Objekten *j* und *k* keine Wahl zu treffen ("*j* matches *k* in preference", Coombs, 1964, S. 22). Nur wenn der Differenzenbetrag oberhalb der bezeichneten Schwelle $\varepsilon_{hi,jk}$ liegt, kann die Person *i* ein Urteil zu den Alternativen *j* und *k* abgeben. Auf Basis beider Festlegungen lassen sich allgemein drei Fälle von Präferenzurteilen beschreiben:

i. $|p_{ij}| - |p_{ik}| < -\varepsilon_{i,jk} \Leftrightarrow j \cdot> k$

ii. $||p_{ij}| - |p_{ik}|| \leq \varepsilon_{i,jk} \Leftrightarrow j \cdot\mathrm{M}\ k$

iii. $|p_{ij}| - |p_{ik}| > \varepsilon_{i,jk} \Leftrightarrow k \cdot> j$

Die räumliche Modellierung zielt auf eine Repräsentation der Präferenzmaße p_{ij} in einem geeigneten Raum ab. Der Notation Coombs' folgend, korrespondieren Personen mit den Punkten $c_i \in C$ und die Präferenzobjekte mit den Punkte $q_j \in Q$. Der Betrag des Präferenzmaßes p_{ij} einer Person *i* für ein Präferenzobjekt *j* soll dem Abstand der Punkte c_i und q_j entsprechen.

$|p_{ij}| = |c_i - q_j|$

Je stärker einer Person i eine Alternative j präferiert und dementsprechend numerisch gering das Präferenzdatum p_{ij} ist, desto näher liegen die Punkte c_i und q_j beieinander und vice versa.

Um für Wünsche als Präferenzdaten in einem geeigneten Bildraum zu modellieren, wird dieser aus der Menge der Reaktionen aus Punkt (13) der Wunschexplikation (S. 89) abgeleitet. Dazu wird eine geeignete Präferenzabbildung p_{ij} von den Reaktionen R_i in die Ganzen Zahlen festgelegt.

$$p_{ij} : R_i \to \mathbf{Z}$$

$$\text{mit} \quad p_{ij}(r_{i1}) = 1$$
$$p_{ij}(r_{i2}) = 2$$
$$p_{ij}(r_{i3}) = 3$$

Aus den Eigenschaften von R_i ergibt sich, daß die Abbildung p_{ij} zu Präferenzdaten der oben beschriebenen Typen i) oder iii) führt. Der Unterschied zwischen Inzidenz- oder Rangdaten kann im Sinne Coombs‘ auf verschieden gewählte Schwellen $\varepsilon_{i,jk}$ zurückgeführt werden. Für Rangdaten wird die Schwelle $\varepsilon_{i,jk}$ mindestens so gering gesetzt, daß nur die Fälle i. und iii. auftreten. Im Gegensatz dazu übersteigt die Schwelle $\varepsilon_{i,jk}$ bei Inzidenzdaten entsprechend alle Beträge von Präferenzdifferenzen, so daß nur Fall ii. vorliegt. Mit der Wahl von $\varepsilon_{i,jk}$ steuert man die „Betrachtungsauflösung“, unter der die Datenstruktur untersucht wird. Durch die Festlegung von $\varepsilon_{i,jk} = 2$ werden die Rangdaten im vorliegenden Fall in Inzidenzdaten umgewandelt.

Coombs (1960) spricht von zwei Formen der Datensammlung. Zum einen können Probanden aufgefordert werden, eine Anzahl von k Objekten aus einer Menge von n Objekten auszuwählen (“pick k out of n“). Darüber hinaus kann man den Personen auch die Aufgabe stellen, die k Objekte in eine Rangreihe zu ordnen (“order k out of n“). Eine Möglichkeit, die Objektmenge vom Umfang n darzubieten, besteht in der Präsentation von Teilmengen mit dem jeweiligen Umfang q wie beispielsweise bei einem vollständigen Paarvergleich mit $q = 2$.

In Abhängigkeit der Absolutwerte von k, q und n und ihrem Verhältnis zueinander ergibt sich das Ausmaß kognitiver Anforderung, das mit der Aufgabe an die Probanden herangetragen wird. Als Maß für diese Anforderung schlägt Coombs (1964) die auf informationstheoretischen Überlegungen basierenden Kenngrößen Fassungsvermögen (channel capacity) $C_{pick\ k/q}$ und $C_{order\ k/q}$ bei gegebenem Umfang der Objektmenge n und der Einheit bit vor. Das Ordnen innerhalb einer Menge von gewählten Objekten stellt eine komplexere Aufgabe dar als die bloße Auswahl aus der Menge dieser Objekte. Dabei gilt Naheliegenderweise $C_{pick\ k/q} < C_{order\ k/q}$.

Sind n und p fixiert, steigt $C_{order\ k/q}$ monoton in Funktion von k, während $C_{pick\ k/q}$ nur bis $k = q/2$ monoton steigt und bei größerem k hinter einem Gipfelpunkt abfällt. Dies ist durch die formale Äquivalenz einer Auswahlaufgabe "pick k out of n" mit der Zurückweisungsaufgabe "reject $(n - k)$ out of n" begründet. Für Unterschiede in der Anforderung einer Wahlaufgabe, wie sie sich mit dem Fassungsvermögen C ausdrücken läßt, sind Differenzen in den Leistungen der Probanden bei der Erfüllung der Aufgabe zu erwarten. Je höher man die Anforderung legt, desto länger sollte die Bearbeitungszeit dauern und eine desto höhere Fehlerrate sollte sich ergeben. Der Vorteil einer Wahlaufgabe mit relativ hohem Fassungsvermögen liegt in einer relativ hohen Redundanz des Verfahrens, wenn der Teilmengenumfang q an Wahlobjekten stark vom Gesamtumfang n abweicht. Mit Hilfe von Redundanzen läßt sich unter Umständen der Fehleranteil in den Daten aufdecken. Redundanzen lassen sich jedoch nur durch wiederholte Messungen erzeugen, also über die Präsentation von Teilmengen, die die einzelnen Objekte mehrfach enthalten.

Präferenzwahldaten und Unfolding

Erstmalig formulierte Coombs (1950) ein auf Präferenzwahldaten zugeschnittenes Analysemodell – die Entfaltungstechnik (unfolding). Sie stellt eine Verallgemeinerung einer Guttman-Skala in dem Sinne dar, daß keine globale lineare Ordnung des Itemmaterials gefordert und, damit im Zusammenhang stehend, die Menge der modellkonformen Antwortmuster erheblich umfangreicher ist. Während mit der linearen Ordnung der Guttman-Skala eine Rangordnung der Items für alle Subjekte verbindlich festgelegt wird, sind im Rahmen des Unfoldings unterschiedliche individuelle Rangordnungen von Präferenzobjekten zulässig. Diese Menge individueller Antwortmuster (i-Skalen) muß jedoch bestimmte Eigenschaften aufweisen, um in einem Raum gegebener Dimension eine gemeinsame Skala (joint scale, j-Skala) bilden zu können. Die j-Skala besteht simultan aus Itempunkten und Idealpunkten, so werden individuelle Präferenzwahlen repräsentiert. Es gilt, daß die j-Skala sämtliche konstituierende i-Skalen enthält.

Im eindimensionalen Fall, hier teilt jeder Idealpunkt die Skala in zwei Teilskalen, läßt sich dies intuitiv veranschaulichen, indem man an jedem Idealpunkt die Skala „faltet". Dazu projiziert man durch Spiegelung am Idealpunkt eine der beiden Teilskalen in die andere. Die Rangreihe der Itempunktdistanzen zum Idealpunkt im resultierenden Bild soll der Präferenzrangreihe der durch den Idealpunkt repräsentierten Person eindeutig entsprechen. Aus dieser Überlegung leitet sich der Name der Technik ab. Von einer bekannten j-Skala gelangt man zu den i-Skalen durch „Faltung". Gegeben sind jedoch zunächst nur die i-Skalen und nicht eine „faltbare" j-

Skala. Gefunden werden soll eine j-Skala durch die inverse Operation zur „Faltung", also durch „Entfaltung" der i-Skalen.

Konkrete Algorithmen zur Spezifikation von j-Skalen legten Coombs (1950) und Coombs und Kao (1960) für den eindimensionalen sowie Bennet und Hays (1960) für den zwei-dimensionalen Fall vor. Für die rechnerische Umsetzung erwiesen sich diese Beiträge allerdings als nicht sehr fruchtbar. Einen entscheidenden Fortschritt zu Anwendung der Entfaltungstechnik erzielte man erst durch die Einbettung in die Multidimensionale Skalierung (NMDS) durch den "lower corner matrix approach" (Green & Rao, 1972; Borg & Lingoes, 1987).