Mathematisches Begriffslernen mit Escape Rooms?

Konzeptionelle Überlegungen und erste Erprobung an der exemplarischen Einführung des Funktionsbegriffs in einer 8. Klasse am Gymnasium

Masterarbeit von: Isa Adriane Günther

Erstgutachterin: Frau Dr. Martina Lenze

Zweitgutachterin: Frau Prof. Dr. Brigitte Lutz-Westphal

Freie Universität Berlin

Fachbereich Mathematik und Informatik

Didaktik der Mathematik

Abgabe: Berlin, den 12.06.2022

Selbstständigkeitserklärung
zur Abschlussarbeit

Ich erkläre ausdrücklich, dass es sich bei der von mir eingereichten schriftlichen Arbeit mit dem Titel

Mathematisches Begriffslernen mit Escape Rooms? Konzeptionelle Überlegungen und erste Erprobung an der exemplarischen Einführung des Funktionsbegriffs in einer 8. Klasse am Gymnasium

um eine von mir selbst und ohne unerlaubte Beihilfe verfasste Originalarbeit handelt.

Ich bestätige überdies, dass die Arbeit als Ganzes oder in Teilen nicht zur Abgeltung anderer Studienleistungen eingereicht worden ist.

Ich erkläre ausdrücklich, dass ich sämtliche in der oben genannten Arbeit enthaltenen Bezüge auf fremde Quellen (einschließlich Tabellen, Grafiken u. Ä.) als solche kenntlich gemacht habe. Insbesondere bestätige ich, dass ich nach bestem Wissen sowohl bei wörtlich übernommenen Aussagen (Zitaten) als auch bei in eigenen Worten wiedergegebenen Aussagen anderer Autorinnen oder Autoren (Paraphrasen) die Urheberschaft angegeben habe.

Ich nehme zur Kenntnis, dass Arbeiten, welche die Grundsätze der Selbständigkeitserklärung verletzen – insbesondere solche, die Zitate oder Paraphrasen ohne Herkunftsangaben enthalten –, als Plagiat betrachtet werden können.

Ich bestätige mit meiner Unterschrift die Richtigkeit dieser Angaben.

Berlin, 12.06.2022, Isa Adriane Günther

Inhalt

Abbildungsverzeichnis

Abkürzungsverzeichnis

SuS Schülerinnen und Schüler

1. Einleitung

Wenn sich Schülerinnen und Schüler[1] im Spiel auf eine spannende Verbrecherjagd begeben, um einen Kunstraub aufzuklären und dabei ganz selbstverständlich entschlüsseln, was eine mathematische Funktion ist, dann findet Begriffslernen im Kontext statt. Lernenden fachliche Inhalte durch ein Rätsel-Abenteuer näherzubringen ist eines der großen Potentiale von Escape Rooms im Mathematikunterricht. Das dabei vermittelte Wissen ist an neue Ausdrucksweisen gebunden, die es zu verstehen und anzuwenden gilt. Nicht nur die Sprache im Alltag, sondern auch die Sprache der Mathematik, setzt sich aus Begriffen zusammen und ermöglicht den geistigen Austausch der Menschen untereinander. Um den Zugang zur Welt der Mathematik zu eröffnen und unbekannte Konzepte vertraut zu machen, ist es wichtig ein entsprechendes Begriffslernen im Unterricht zu fördern. Deshalb beschäftigt sich die Mathematikdidaktik unter anderem mit der Frage, wie Begriffe optimal gelehrt und gelernt werden. Diese Arbeit verfolgt einen bisher wenig erforschten Ansatz, nämlich den Einsatz von Escape Rooms für mathematisches Begriffslernen. Bei dieser Spielmethode geht es darum, als Gruppe unterschiedliche Rätsel zu lösen, um eine Mission zu erfüllen. Der Einsatz von Escape Rooms in der Schule greift den aktuellen Trend des beliebten Freizeitspiels auf und macht ihn sich zum Lernen zunutze. Klassische Escape Rooms, bei denen es darum geht aus einem realen Raum zu fliehen, finden sich in zahlreichen Städten weltweit und hierzulande werden Varianten des Escape Rooms als Brett- oder Kartenspiel in Buchhandlungen ganze Tische gewidmet. Spielerisches Mathematiklernen kann von dieser Begeisterung am Rätseln profitieren. Als vergleichsweise junges Gebiet in der Mathematikdidaktik werden Escape Rooms bislang meist zur Wiederholung und Sicherung von Wissen genutzt. Im Gegensatz dazu wird hier der Einsatz von Escape Rooms zum Wissenserwerb erörtert.

[1] Schülerinnen und Schüler werden im Folgenden mit SuS abgekürzt.

Diese Arbeit untersucht die Frage, inwiefern mathematisches Begriffslernen mit Escape Rooms gelingen kann. Dazu werden zunächst theoretische Grundlagen zu mathematischem Begriffslernen und zum Escape Room als mathematischem Lernspiel geschaffen. Es wird erklärt, was mathematische Begriffe sind und was Begriffsbildung bedeutet. Anschließend wird das Begriffsverständnis als Ziel von Begriffslernen analysiert, bevor erläutert wird, wie sich Begriffe im Unterricht erarbeiten und mental vernetzen lassen. Außerdem werden Erkenntnisse zum digital-gestützten Begriffslernen zusammengefasst. In Bezug auf Escape Rooms wird zwischen *Spiel*, *Gamification* und *Lernspiel* unterschieden und im Anschluss der Wandel vom klassischen Escape Room zum Lernspiel verdeutlicht. Nach der Darstellung des Aufbaus eines Escape Rooms anhand mehrerer Komponenten, werden Chancen und Anforderungen im Mathematikunterricht aufgezeigt. Auf Grundlage dessen wird literaturbasiert ein Kriterienkatalog zum mathematischen Begriffslernen mit Escape Rooms hergeleitet. Dieser wird durch eine didaktische Sachanalyse zum Funktionsbegriff ergänzt. An konzeptionelle Überlegungen schließt sich eine erste Erprobung an der exemplarischen Einführung des Funktionsbegriffs in einer 8. Klasse am Gymnasium mit dem Escape Room *Den Graphen auf der Spur* an. Im Kapitel zur praktischen Umsetzung wird der Escape Room zunächst vorgestellt und didaktisch erläutert, um ihn anschließend anhand der erarbeiteten Kriterien in Bezug auf die Förderung des Begriffserwerbs zu diskutieren. Abschließend werden eine Zusammenfassung und ein Ausblick zum Begriffslernen mit Escape Rooms gegeben, um auf Basis der theoretischen und praktischen Erkenntnisse die Fragestellung zu beantworten.

2. Theoretische Grundlagen

2.1. Grundlagen zu mathematischem Begriffslernen

Zur Untersuchung der Fragestellung, wie mathematisches Begriffslernen mit Escape Rooms gefördert werden kann, müssen Wissen und Erkenntnisse zu beiden Konzepten miteinander verknüpft werden. In diesem Kapitel werden zunächst theoretische Grundlagen zur Erarbeitung von mathematischen Begriffen geschaffen. Begriffsbildung spielt sowohl in der Mathematik als auch in der Psychologie, Pädagogik und Philosophie eine wichtige Rolle (vgl. Hischer, 2012, S. 36), wodurch vielfältige Konzepte und Definitionen existieren. Im Folgenden werden als erstes die Bedeutung mathematischer Begriffe und deren Begriffsbildung dargestellt. Nachdem anschließend der Aufbau von Begriffsverständnis als Ziel von Begriffslernen analysiert wird, folgt eine Erläuterung von Vorschlägen aus der Didaktik zur Erarbeitung verschiedener Arten von Begriffen und deren mentaler Vernetzung. Außerdem werden wesentliche Erkenntnisse zu digital-gestütztem Begriffslernen aufgezeigt.

2.1.1. Mathematische Begriffe und deren Begriffsbildung

Für die Mathematik werden Begriffe gebraucht, mit denen man sich präzise über Objekte und Themen austauschen kann. „Wir denken in Begriffen, unsere Sprache besteht aus Begriffen, wir argumentieren mit Begriffen, wir lösen Probleme mit Begriffen und vieles mehr“ (Barzel et al., 2005, S. 208). Dabei ist es erst einmal notwendig zu klären, was ein mathematischer Begriff ist.

> Ein Begriff kann ein Objekt bezeichnen, wie etwa Mittelsenkrechte, eine Klasse von Gegenständen, wie etwa Viereck, oder er kann einen Sachverhalt, ein Verfahren oder eine Handlung ausdrücken, wie etwa Gauß-Algorithmus (Weigand, 2015, S. 255).

Es handelt sich demnach um ein gedankliches Konstrukt (vgl. Griesel et al., 2019, S. 125), welches mathematisches Arbeiten ermöglicht. Für letzteres wird dem Begriff nicht nur ein Wort, sondern zudem ein repräsentierendes Zeichen zugeordnet (vgl. Weigand, 2015, S. 255). Zusätzlich gilt es, den Bedeutungsinhalt zu verstehen. Dazu werden „Begriffe durch Definitionen festgelegt“ (ebd., S. 256).

Wird ein Begriff durch die Entstehung des beschriebenen Objekts definiert, spricht man von einer genetischen Definition und wird der Begriff durch die Eigenschaften eines Objekts bestimmt, spricht man von einer charakterisierenden Definition (vgl. Weigand, 2018, S. 99). Gemeinhin werden Definitionen als „Minimalerläuterung“ (Weigand, 2015, S. 256) formuliert. Sie enthalten lediglich unerlässliche Informationen und können auf bereits definierten Begriffen basieren. Kurz gesagt steht ein Begriff für die Bedeutung eines definierten mathematischen Konzepts.

Zur Vermittlung mathematischer Begriffe im Unterricht beschäftigt sich die Didaktik mit der Begriffsbildung, d.h. „mit der Beschreibung, der Strukturierung und dem genaueren Verständnis von Lernen bzw. dem Begreifen begrifflicher Gehalte“ (Schacht, 2012, S. 16). Dabei wird zwischen zwei Sichtweisen unterschieden: zum einen der Begriffsbildung „im kulturhistorischen Sinn“ und zum anderen „im ontogenetischen Sinn“ (Hischer, 2012, S. 34). Während es bei der kulturhistorischen Anschauung um die Herkunft und Prägung des Begriffs gemäß der Geschichte der Mathematik geht, steht bei der ontogenetischen Begriffsbildung der *„Begriffsbildungsprozess bei den Menschen*“ (ebd., S. 35) im Mittelpunkt. Bei beiden Herangehensweisen ist die Entwicklung „nie abgeschlossen“ (Lambert, 2003, S. 3), denn das allgemeine und das individuelle Begriffsverständnis entwickeln sich stets durch neue Erkenntnisse weiter.

Zwar liegt der pädagogische, psychologische und philosophische Fokus auf der ontogenetischen Begriffsbildung, doch die Didaktik beschäftigt sich „in Wechselwirkung mit der **Mathematik** als fachlicher Mutterwissenschaft“ (Hischer, 2012, S. 36) zusätzlich mit kulturhistorischen Prozessen. Beide Betrachtungen des Begriffsbildungsprozesses können „sowohl impliziter als auch expliziter Unterrichtsinhalt sein“ (Lambert, 2003, S. 3) und beeinflussen die Unterrichtskonzeption: Kulturhistorisch werden als Arten der Entstehung die „[**exemplarische**] **Begriffsbildung**“, die „**Begriffsbildung durch Abstraktion**“, die „**Spezifikation aus einem Oberbegriff**“ sowie das „**Handeln und Tun als**

Ausgangspunkt für Begriffsbildungen“ (Weigand, 2015, S. 268) betrachtet. Diese Entwicklungen untermauern die Legitimation des Begriffs.

Im Gegensatz hierzu beschäftigt sich die ontogenetische Begriffsbildung mit der menschlichen Auffassung von Begriffen, die sowohl subjektive, kognitive als auch intersubjektive, epistemologische Wissensstrukturen beinhaltet (vgl. Hischer, 2012, S. 36). Letztere Wissensstrukturen unterscheiden „zwischen *Objekt, Symbol* und *Begriff*“ (ebd., S. 39), deren Zusammenspiel Steinbring im epistemologischen Dreieck veranschaulicht (vgl. 2000, S. 34). Wie in *Abbildung 1* dargestellt, wird der Begriff durch ein Symbol kodiert, welches wiederum für ein Objekt bzw. einen Referenzkontext steht, der die Begriffsbedeutung verdeutlicht (vgl. ebd., S. 34). Zur Veranschaulichung betrachte man folgendes Eigenbeispiel zum Begriff *Umkehrfunktion* einer bijektiven Funktion f. Sie wird durch f^{-1} symbolisiert und beschreibt als Gegenstand diejenige Abbildung g, die $fg = gf = id$ erfüllt. So invertiert exemplarisch der natürliche Logarithmus ln die Exponentialfunktion e^x für alle $x > 0$. Diese mentale Verknüpfung von Begriff, Symbol und Objekt lässt sich von der Lehrkraft allerdings nicht direkt beobachten.

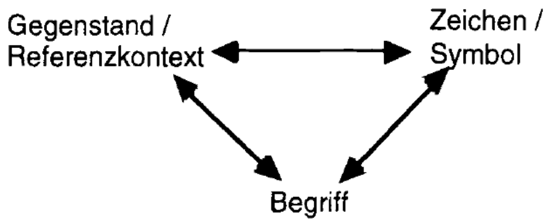


Abbildung 1: Das epistemologische Dreieck
(Steinbring, 2000, S. 34)

Deshalb wird die ontogenetische Begriffsbildung von Schacht um die inferentialistische Perspektive ergänzt, mit dem Ziel „eine *Beschreibungssprache für mathematische Lernprozesse* in kohärenter Weise“ (2012, S. 36) zu schaffen. Diese beruht auf der Theorie, dass sich das menschliche Denken und Handeln an individuellen Festlegungen orientiert (vgl. ebd., S. 337). Folglich findet Begriffsbildung nur statt, wenn „wir praktisch handeln, Festlegungen eingehen und Festlegungen zuweisen“ (ebd., S. 337). Aufgrund des logischen Schlussfolgerns, welches zu bestimmtem Denken und Handeln führt, kann durch diese Inferenzen auf Festlegungen in der individuellen Begriffsbildung geschlossen werden. Mit anderen Worten entwickeln Lernende Glaubenssätze auf Basis derer sie handeln. Begriffsbildungsprozesse sind „insofern inferentiell gegliedert“ (ebd., S. 337). Umgekehrt schließen Lehrkräfte aufgrund der Handlungen von SuS auf deren Glaubenssätze. Insgesamt lässt sich festhalten, dass sich zur Begriffsbildung im Unterricht die historische Entstehung einerseits und Referenzkontexte zur Bedeutungsvermittlung andererseits einbeziehen lassen, sowie Handlungsanreize den Lernenden und der Lehrkraft gleichermaßen nutzen.

2.1.2. Das Begriffsverständnis als Ziel von Begriffslernen

Aufbauend auf Begriffsbildungsprozessen strebt der Mathematikunterricht an, dass SuS Begriffe nicht nur benennen können, sondern diese außerdem verstehen und anzuwenden lernen. Zur Untersuchung des Begriffsverständnisses werden in diesem Abschnitt der Wissensaufbau durch mentale Modelle, Grundvorstellungen und Inferenzen sowie das Begriffsverständnis durch *concept image* und *concept usage* analysiert. Anschließend wird erläutert, wie Begriffslernen auf Basis der Sachanalyse vorbereitet werden kann.

2.1.2.1. Wissensaufbau durch mentale Modelle, Grundvorstellungen und Inferenzen

Hinsichtlich des erforderlichen Wissensaufbaus zum Begriffsverständnis gibt es zwei Herangehensweisen: zum einen ausgehend vom Lerngegenstand selbst die Theorie zum Aufbau mentaler Modelle und Grundvorstellungen und zum anderen die Theorie zur Rekonstruktion von Verständnisprozessen durch Inferenzen.

In Anlehnung an das epistemologische Dreieck verknüpfen Lernende bei der ersten Theorie gegebene „Symbole mit bekannten Referenzkontexten“ (Laakmann, 2013, S. 45) und weisen dem Begriff auf diese Weise nach und nach Bedeutung zu. Das Gehirn entwickelt zur Erleichterung dieses Prozesses mentale Modelle. Dafür wird das mathematische Objekt mittels bestimmter Merkmale erfasst. Es bilden sich „interne Repräsentationen“ (Weigand, 2018, S. 86), die auf typischen Beispielen, sogenannten Prototypen, basieren. Trotz der engen

„Beziehung *zwischen dem [Objekt] und seinen Repräsentationen*“ (Griesel et al., 2019, S. 126), muss man an dieser Stelle grundlegend zwischen beiden unterscheiden: Begriffsvorstellungen nähern sich dem Begriff lediglich an. Innere Repräsentationen entstehen entweder durch einen Abstraktionsprozess „bei dem ausgehend von realen Gegenständen gewisse Eigenschaften ignoriert werden“, um allgemeingültige Vorstellungen zu entwickeln, oder durch einen Idealisierungsprozess, bei dem „Eigenschaften in ein reales Objekt hineingesehen, die so in der Realität nicht vorhanden sind“ (Weigand, 2018, S. 86).

Im Kontext der Mathematikdidaktik werden mentale Modelle „als Grundvorstellungen bezeichnet“ (Weigand, 2015, S. 262). Zusätzlich wird hier zwischen primären Grundvorstellungen mit Bezug zu konkreten Handlungs- und Umweltsituationen und sekundären Grundvorstellungen als Resultat aus mathematischen Darstellungsformen unterschieden (vgl. Weigand, 2015, S. 262). Zu einem Begriff gehören meist mehrere sich ergänzende Grundvorstellungen (vgl. Laakmann, 2013, S. 45). Zum Beispiel ergänzen sich die Aspekte „Zuordnung, Änderungsverhalten (bzw. Kovariation) und Funktion als Ganzes“ (Roth & Lichti, 2021, S. 2) beim Erfassen funktionaler Zusammenhänge. Inspiriert durch „Fehlvorstellungen“ (Griesel et al., 2019, S. 127) kann sich das Begriffsverständnis aus dem Alltag der SuS stark von angestrebten Grundvorstellungen unterscheiden, weshalb eine didaktische Rekonstruktion erfolgen muss (vgl. Weigand, 2015, S. 263). Wie Unterricht zum Aufbau angemessener Grundvorstellungen von Begriffen beiträgt, wird in Abschnitt 2.1.3 erläutert.

Die andere Herangehensweise zur Untersuchung des Wissensaufbaus liefert die inferentialistische Perspektive. Anstatt Lernprozesse aufgrund von „Eigenschaften der jeweiligen Lerngegenstände“ zu erfassen, ist das Ziel dieser Sichtweise, mit „handlungstheoretisch orientierten Analysekategorien“ (Schacht, 2012, S. 34) das Begriffsverständnis nachzuvollziehen. Der Wissenszuwachs der SuS wird erst infolge von „Äußerungen und Handlungen“ (ebd., S. 35) sichtbar, denn ihre zugrundeliegenden individuellen Festlegungen und Inferenzen „lassen sich nicht vorab in einem statischen Kanon definieren“ (ebd., S. 353). Angesichts wachsender Fähigkeiten Zusammenhänge zu begründen (vgl. ebd., S. 342) kann die Entwicklung der individuellen Begriffsbildung jedoch rekonstruiert werden. So ergeben sich Rückschlüsse auf die Grundvorstellungen und Folgerungen über „Lehr- und Lernprozesse“ (ebd., S. 343).

Beide Betrachtungsweisen haben sich ergänzende Vorzüge. Die Betrachtung des Wissensaufbaus mittels Grundvorstellungen legt den Fokus auf die Planungsmöglichkeiten der Lehrkraft zur Wissensvermittlung, wohingegen die Ergänzung um die inferentialistische Sichtweise als Werkzeug zur Überprüfung des Begriffsverständnisses dient.

2.1.2.2. Begriffsverständnis durch *concept image* und *concept usage*

Anstatt lediglich die Begriffsdefinition wiedergeben zu können, benötigen SuS zum kompetenten Umgang mit mathematischen Begriffen ein persönliches Begriffsbild, ein sogenanntes *concept image*, welches mit dem Verständnis der Lehrkraft übereinstimmt (vgl. Heinze, 2002, S. 55) und auf angestrebten Grundvorstellungen aufbaut. Das dazu relevante Wissen lässt sich als Zusammenspiel aus dem Begriffsnamen, Begriffsinhalt, Begriffsumfang und dem Begriffsnetz beschreiben (vgl. Hischer, 2012, S. 40). Der Begriffsname kann durch ein Symbol oder Zeichen repräsentiert werden und erleichtert den Umgang mit dem Begriff. Beispielsweise lassen sich *lineare Funktionen* als Funktion $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ der Form $f(x) = m * x + n$ mit $m, n \in \mathbb{R}$ beschreiben.

Den Begriffsinhalt eignen sich SuS in Abhängigkeit ihres Vorwissens durch „zunehmende *symbolisierende Abstraktion*“ (Hischer, 2012, S. 40) an, wodurch sie lernen, sich in mathematischer Fachsprache auszutauschen (vgl. Weigand, 2015, S. 264). Sie erkennen beispielsweise, dass der Funktionsgraph einer linearen Funktion durch eine Gerade beschrieben wird, und lernen anhand des Graphen die Funktionsgleichung aufzustellen. Dabei entwickeln Lernende „Vorstellungen über Merkmale oder Eigenschaften eines Begriffs“ (Weigand, 2018, S. 85) und bauen adäquate Grundvorstellungen auf. Als nächstes veranschaulicht der Begriffsumfang den Begriffsinhalt durch die Angabe von Beispielen und Gegenbeispielen (vgl. Hischer, 2012, S. 40). So beschreibt die Funktionsgleichung $f(x) = 2x + 3$ eine lineare Funktion, doch die Gleichung $f(x) = 2x^2 + 3$ nicht, denn quadratische Funktionen sind nicht linear. Als „Überblick über die Gesamtheit aller Objekte“ (Weigand, 2018, S. 85), die zu dem Begriff gehören, trägt der Begriffsumfang wesentlich zum Verständnis bei.

Laut der inferentiellen Perspektive werden Begriffe zudem nicht isoliert, sondern *„nur als Festlegungen in Begriffsnetzen“* (Schacht, 2012, S. 42) gelernt. In diesem Sinne müssen SuS die „Beziehung zwischen verschiedenen Spezialformen des Begriffs“ (Weigand, 2015, S. 266) erkennen und „Begriffshierarchien“ (Lambert, 2003, S. 5) erklären können. So können lineare Funktionen z.B. als Polynome ersten Grades aufgefasst werden. Auf diese Weise werden Grundvorstellungen im Gehirn verknüpft und bei Bedarf flexibel „an neue Problemsituationen angepasst” (Weigand, 2015, S. 262). Begriffsnetze sind durch Erkenntnisgewinn erweiterbar. Tatsächlich entsteht Begriffsverständnis „nur im Zusammenhang mit entsprechenden Problemstellungen und in Beziehung zu anderen Begriffen“ (Weigand, 2015, S. 259). So wird der neue Begriff in Beziehung zu bereits bekannten Konzepten und Sachverhalten gesetzt.

Neben der Kenntnis der Definition und des individuellen *concept image* beinhaltet das Begriffsverständnis zusätzlich die Fähigkeit den Begriff anzuwenden, auch *concept usage* genannt (vgl. Heinze, 2002, S. 52). SuS brauchen beispielsweise die Fähigkeit Berechnungen anzustellen (vgl. Weigand, 2018, S. 91) und Begriffe „kritisch zu reflektieren“ (Weigand, 2015, S. 264). Um dies zu fördern, stellt der Mathematikunterricht Begriffe beim Problemlösen aus verschiedenen Perspektiven vor (vgl. ebd., S. 267). Ein Begriff kann zum Beispiel „die Lösung eines Problems sein, er kann ein Hilfsmittel zur Lösung eines Problems oder eine Quelle für neue Problemstellungen sein“ (ebd., S. 267). Unter diesem Gesichtspunkt entwickeln Lernende anwendungsbezogene Fähigkeiten.

Das Verständnis wird zusätzlich gefördert, wenn man sich mit dem Ursprung von Begriffen aus „inner- und [außermathematischen] Problemstellungen und [Phänomenen]“ (Weigand, 2018, S. 87) befasst. Die historische Entwicklung von Begriffen kann „*Motive* ihrer Entstehung offenlegen und den *Sinn* der Begriffsbildung verdeutlichen“ (ebd., S. 87). Der Alltagsbezug und Nutzen des Lerninhalts werden so für die SuS greifbar. Zudem kommt mit diesem erkenntnistheoretischen Ansatz „der dynamische Charakter der Mathematik zum Vorschein“ (Weigand, 2015, S. 259), der verdeutlicht, wie sich Mathematik durch neue Phänomene und Entdeckungen stets weiterentwickelt.

2.1.2.3. Mathematisches Begriffslernen auf Basis der Sachanalyse

Die Erkenntnisse zum Wissensaufbau durch mentale Modelle, Grundvorstellungen und Inferenzen sowie das Begriffsverständnis durch das individuelle *concept image* und *concept usage* bilden die Grundlage für didaktisch fundiertes Begriffslernen. Mathematisches Begriffslernen beschreibt den „Vorgang, der zum Verstehen des Begriffs führen soll“ (Lindner & Reichenberger, 2015, S. 83). Dabei ist für die Schulmathematik charakteristisch, dass sie „Themen in der Regel auf einem intuitiv zugänglichen Niveau aufgreift“ (Reiss & Hammer, 2021, S. 86) und anschließend vertieft. Die Lehrkraft stellt im Vorfeld fest, welche Grundvorstellungen die SuS brauchen, wie und in welchen Problemkontexten das Wissen angewendet wird und in welchem Verhältnis der neue Begriff zu anderen bekannten Begriffen steht. Dies geschieht unter Berücksichtigung des Begriffsinhalts und Begriffsumfangs. Die Unterrichtskonzeption hängt vom Vorwissen und dem derzeitigen Begriffsnetz der SuS ab (vgl. Weigand, 2015, S. 261). Außerdem kann Begriffslernen als „das zunehmende Beherrschen tragfähiger inferentieller Relationen zwischen Festlegungen“ (Schacht, 2012, S.

337) beschrieben werden, auf Grundlage derer sich der Lernzuwachs überprüfen lässt. Diese Abwägung zwischen angestrebten Vorstellungen zum Begriffsinhalt, Kenntnissen über den Begriffsumfang und seine Position im Begriffsnetz sowie Fähigkeiten im Umgang mit dem Begriff wird in „einer didaktischen Sachanalyse eines mathematischen Begriffs“ (Weigand, 2015, S. 256) zusammengefasst, die die Grundlage der Unterrichtsplanung darstellt.

Die didaktische Sachanalyse basiert auf einer Vielzahl „mathematischer, didaktischer, pädagogischer und psychologischer Überlegungen“ (ebd., S. 256). Der Sinn dieser Strukturierungshilfe besteht darin, „die zu unterrichtenden Inhalte [zu] analysieren, um [...] verbundene Ziele formulieren zu können und Hinweise auf die methodische Gestaltung des Unterrichts zu erhalten“ (ebd., S. 258). Dabei werden mentale Repräsentationen des Begriffs sowie stoffdidaktische Aspekte in die Analyse einbezogen (vgl. Griesel et al., 2019, S. 127). Zudem beinhaltet die Untersuchung Merkmale und Eigenschaften des Begriffs, seine Position in einem Begriffsnetz und Anwendungsmöglichkeiten (vgl. Weigand, 2015, S. 257). Neben „den Beziehungen zwischen Individuum, Mathematik und Realität“ (Laakmann, 2013, S. 46) spielen bei der Planung zu fördernde Grundvorstellungen und Handlungsoptionen der Lernenden in Abhängigkeit von deren Vorwissen eine Rolle. Auch die „Entwicklungsgeschichte des Begriffs in ihrer Beziehung zu aktuellen Forschungsrichtungen“ (Weigand, 2015, S. 257) kann in die Analyse einbezogen werden. Aus diesen Vorüberlegungen in der Sachanalyse ergeben sich an die Lerngruppe angepasste Lernziele, die durch den Mathematikunterricht erreicht werden sollen.

2.1.3. Begriffe erarbeiten und mental vernetzen

2.1.3.1. Allgemeines zur Begriffserarbeitung

Lehrkräften ist es ein Anliegen, das Begriffslernen möglichst reibungslos zu gewährleisten (vgl. Weigand, 2015, S. 260). Aus diesem Grund schlagen Vollrath und Roth die Erarbeitung mathematischer Begriffe in fünf Schritten vor. Als erstes ist es wichtig, die SuS „Erfahrungen zum Begriff sammeln [zu] lassen“ (2012, S. 232). Im Sinne Bruners enaktiver und ikonischer Darstellungsebene (vgl. Bruner, 1967, S. 1) bekommen Lernende die Möglichkeit, diese Erfahrungen aus Handlungen wie Falten, Messen und Zeichnen zu gewinnen (vgl. Vollrath & Roth, 2012, S. 232) und so das Objekt zu untersuchen. Dadurch „tritt vor allem der Charakter des *Werkzeugs* hervor“ (ebd., S. 232). Vollzieht sich das Handeln stattdessen auf der symbolischen Darstellungsebene (vgl. Bruner, 1967, S. 1), d.h. auf „der Ebene der mathematischen Symbole und Zeichen“, spricht man „vom *Operieren*“ (Vollrath & Roth, 2012, S. 233). In beiden Fällen sammeln die SuS eigenständig Erfahrungen zum Umgang mit dem neuen Begriff.

Als zweite Grundlage der Begriffserarbeitung dient das „Darbieten von Objekten“ (ebd., S. 233). Im Alltag lernen Menschen Begriffe nicht durch Definitionen, sondern durch typische „*Repräsentanten*“ (ebd., S. 233) kennen; gleiches gilt im Unterricht. Ferner wird die Aufmerksamkeit gezielt auf charakterisierende Eigenschaften von Objekten gelenkt (vgl. ebd., S. 233), wodurch der dritte Schritt der Begriffserarbeitung eingeleitet wird, das „Entdecken von Merkmalen“ (ebd., S. 235). Dabei ist weniger die Anzahl von Beispielen und Gegenbeispielen entscheidend, sondern dass diese „gut [ausgewählt] und verbal [erläutert]“ (Zech, 2002, S. 262) werden. Gemäß dem Ansatz des entdeckenden Lernens (vgl. Bruner, 1976, S. 91ff.) nutzen SuS das „*Prinzip der Variation*“ zur Herausarbeitung eines verbindenden Merkmals und das „*Prinzip des Kontrasts*“, um bestimmte Merkmale einander entgegenzusetzen. Anschließend werden sie dazu angeregt, die Gemeinsamkeiten und Unterschiede von Objekten „*sprachlich* auszudrücken“ (Vollrath & Roth, 2012, S. 235). Zudem nähern sich Lernende durch das Betrachten von Beispielen und Gegenbeispielen dem Begriffsumfang.

Die vierte Grundlage zum Begriffslernen bezieht sich auf den Begriffsinhalt und dient dem „Erarbeiten einer Definition“ (Vollrath & Roth, 2012, S. 235). Dies kann sowohl in Form einer genetischen als auch charakteristischen Definition geschehen (vgl. ebd., S. 235f). Hischer nennt diesen Schritt „*Explizieren*“ (2012, S.

38). Schließlich erfolgt im fünften Schritt eine „[kritische] Reflexion“ (Vollrath & Roth, 2012, S. 237) des neuen Begriffs, wobei unterschiedliche formale und umgangssprachliche Definitionen der SuS verglichen werden, um deren gemeinsamen Kern herauszuarbeiten (vgl. ebd., S. 237).

Nach der Erarbeitung folgt in der Phase der Sicherung und Vertiefung das „Erkunden des Begriffs“ (ebd., S. 238). Zur mentalen Vernetzung der mathematischen Inhalte bedarf es authentischer Aufgaben mit Alltags- oder innermathematischem Bezug (vgl. Lambert, 2003, S. 3). Da ein reines Lernen der Definition ungenügend ist, muss das Begriffsverständnis zur Anwendung gebracht werden, indem „ein kritischer Bezug auf vorhandene oder zu suchende Objekte im Sinne einer *Einteilung in Beispiele und Gegenbeispiele*“ (Hischer, 2012, S. 38) erfolgt. Hier sollte die Lehrkraft von den SuS jeweils Begründungen anhand der Definition bzw. anhand von Prüfkriterien einfordern (vgl. Vollrath & Roth, 2012, S. 238). Aus der Erkundung des Begriffs können mathematische Sätze resultieren oder weitere Begriffsbildungen entstehen (vgl. ebd., S. 238). Dieses Vorgehen zielt gleichzeitig auf die Ausweitung des Begriffsnetzes der Lernenden ab.

Des Weiteren wird in der Didaktik zwischen verschiedenen Arten von Begriffen unterschieden. So können Begriffe „als *Leitbegriffe* eines Themenstrangs dienen“, „als *Schlüsselbegriffe* eine Unterrichtssequenz strukturieren“ oder ein Begriff kann „*zentraler Begriff* einer Unterrichtseinheit sein, der in ihr erarbeitet wird“ und „[schließlich] dienen Begriffe wie Achse und Koordinatenursprung als *Arbeitsbegriffe* dazu, beim Arbeiten bestimmte Sachverhalte griffig zu formulieren“ (vgl. ebd., S. 227f.). Anders als bei Arbeitsbegriffen, die durch die Nutzung nebenher gelernt werden, müssen Leitbegriffe, Schlüsselbegriffe und zentrale Begriffe gezielt eingeführt und erarbeitet werden (vgl. ebd., S. 228). Je nach Art des Begriffs sind dazu unterschiedliche Herangehensweisen sinnvoll.

2.1.3.2. Leitbegriffe erarbeiten

Zu den Leitbegriffen gehören „[grundlegende] mathematische Begriffe, […] wie Zahl, Figur oder Abbildung“ (Weigand, 2015, S. 275). Im Mathematikunterricht werden sie „immer wieder aufgenommen, ergänzt, präzisiert und erweitert“ (Lindner & Reichenberger, 2015, S. 84). Der Funktionsbegriff spielt in Übereinstimmung mit dem Spiralcurriculum über viele Jahrgangsstufen hinweg eine zentrale Rolle und wird langfristig erlernt (vgl. ebd., S. 84). Das Begriffslernen findet folglich auf unterschiedlichen Niveaus statt, weshalb es „als ein *Lernen in Stufen*“ (Weigand, 2018, S. 104) beschrieben wird.

Auf der ersten Stufe verfügen Lernende über ein intuitives Begriffsverständnis, bei dem der „*Begriff als Phänomen*“ (Lindner & Reichenberger, 2015, S. 85) im Mittelpunkt steht. Hierbei lernen SuS erste Vorstellungen und Prototypen kennen, ohne den Begriff notweniger Weise zu benennen (vgl. ebd., S. 85). Auf der zweiten Stufe wird das inhaltliche Begriffsverständnis gefördert, indem der „*Begriff als Träger von Eigenschaften*“ (ebd., S. 85) eingeführt wird. Dazu werden wesentliche Merkmale des Begriffs analysiert (vgl. Lindner & Reichenberger, 2015, S. 85). Auf der dritten Stufe wird ein integriertes Begriffsverständnis vermittelt, bei dem der „*Begriff als Teil eines Begriffsnetzes*“ (ebd., S. 85) betrachtet wird. Unter diesem Gesichtspunkt arbeiten SuS formal mit Beziehungen zwischen Begriffsmerkmalen und sind in der Lage eine Begriffsdefinition anzugeben (vgl. ebd., S. 85). Auf der vierten und letzten Stufe geht es um den Erwerb des formalen Begriffsverständnisses. Hierbei wird der „*Begriff als Objekt zum Operieren*“ (ebd., S. 85) aufgefasst. Beim Lernen auf dieser Stufe sind die SuS mit mehreren Definitionen des Begriffs und zahlreichen Eigenschaften vertraut und können diese unter anderem nutzen, um einfache Beweise herzuleiten (vgl. ebd., S. 85).

Bezüglich dieses Stufenmodells ist es wichtig zu betonen, dass die einzelnen Stufen „metaphorisch zu verstehen“ (Weigand, 2018, S. 105) sind und der Übergang von der einen in die nächste Stufe fließend erfolgen kann. Das Modell dient primär als Orientierungshilfe und hilft bei der Einführung von mathematischen Begriffen den

Fokus der Lehrkraft auf das Vorwissen der SuS zu lenken, um Lernziele an die Lerngruppe anzupassen (vgl. Weigand, 2015, S. 276). Das Erreichen dieser Lernziele wird anhand „konkreter Fähigkeiten und Kenntnisse [nachgeprüft]“ (Lindner & Reichenberger, 2015, S. 85) und im Vorfeld gezielt gefördert.

2.1.3.3. Schlüsselbegriffe erarbeiten

Überdies beschäftigt sich der Mathematikunterricht mit Schlüsselbegriffen, wie „Symmetrie [und] Linearität“ (Weigand, 2015, S. 274). Als mögliche Aufteilung für eine Unterrichtssequenz werden Schlüsselbegriffe „mittelfristig gelernt“ (Lindner & Reichenberger, 2015, S. 84). Neben dem Aufbau geeigneter Grundvorstellungen ist es das Ziel, „Fähigkeiten und Fertigkeiten im Umgang mit dem Begriff zu entwickeln“ (Weigand, 2015, S. 274). Ähnlich wie bei den Leitbegriffen lässt sich das Lernen von Schlüsselbegriffen „hierarchisch ordnen […], um Unterrichtseinheiten im Rahmen von Unterrichtssequenzen zu strukturieren“ (Weigand, 2018, S. 103). Als „Klärung eines neuen Phänomens“ (ebd., S. 102) können Schlüsselbegriffe helfen intuitive Vorstellungen aufzubauen (vgl. Weigand, 2015, S. 274). Bei der anschließenden „Erzeugung neuartiger Problemstellungen“ (Weigand, 2018, S. 102) agieren Lernende mit inhaltlichen Vorstellungen sowie typischen Eigenschaften von Schlüsselbegriffen (vgl. Weigand, 2015, S. 274). Zur „Erzeugung neuer Methoden“ (Weigand, 2018, S. 102) werden dann Begriffsnetze im Sinne integrierter Vorstellungen aufgebaut (vgl. Weigand, 2015, S. 274). Die folgende „Erzeugung neuer Einsichten“ (Weigand, 2018, S. 102) geschieht durch das Anwenden von Schlüsselbegriffen (vgl. Weigand, 2015, S. 275). Zu guter Letzt resultiert aus einer kritischen Auseinandersetzung (vgl. ebd., S. 275) die „Erzeugung neuer Begriffsbildungen“ (Weigand, 2018, S. 103). Nach diesem Schema kann die Erarbeitung von Schlüsselbegriffen eine Unterrichtssequenz logisch ordnen und in geeigneter Weise Vorstellungen und Fähigkeiten aufbauen.

2.1.3.4. Zentrale Begriffe erarbeiten

Zentrale Begriffe bzw. Standardbegriffe werden kurzfristig innerhalb einer Unterrichtsstunde eingeführt (vgl. Weigand, 2015, S. 273) und dienen „zum Aufbau von Begriffsnetzen“ (Lindner & Reichenberger, 2015, S. 84). Zu dieser Kategorie gehören beispielsweise Begriffe wie „Quadratwurzel [oder] Potenzfunktion“ (Vollrath & Roth, 2012, S. 228). Sie werden in aufeinander aufbauenden Phasen erarbeitet, die die Unterrichtsphasen widerspiegeln. Für die Einführungsphase können dem genetischen Prinzip folgend Begriffe in Problemstellungen vorgestellt werden, in denen sie entstanden sind (vgl. Weigand, 2018, S. 101). Explizit kann ein Begriff „die Quelle von Problemstellungen“ sein, „als Mittel zur Präzisierung von Problemstellungen“ dienen, die „Lösungshilfe für ein Problem“ darstellen, die „Lösung eines Problems“ sein oder „als Mittel zur Sicherung einer Problemlösung“ fungieren (Vollrath & Roth, 2012, S. 229f). Die Entstehung zeigt in der Regel die Sinnhaftigkeit und den Nutzen auf. Im Zuge dessen bilden SuS erste Vorstellungen zum Begriff und können sich bereits auf den Begriffsnamen sowie Merkmale, Prototypen und Darstellungsweisen beziehen (vgl. ebd., S. 228). Dies leitet zur nächsten Unterrichtsphase über.

Mit dem Ziel, intuitive Begriffsvorstellungen zu entwickeln, betrachten SuS in der Erarbeitungsphase „typische Objekte [und] deren Eigenschaften und relevante Merkmale“ (Weigand, 2018, S. 101). Dadurch lernen sie wesentliche Informationen herauszufiltern, mit dem zentralen Begriff umzugehen und diesen eventuell zu definieren (vgl. ebd., S. 101). Dabei werden „Umfang und Inhalt des Begriffs herausgearbeitet“ (Vollrath & Roth, 2012, S. 228). Anschließend erfolgt eine „Phase der Sicherung und Vertiefung, in der der Begriff in anderen Problemsituationen angewandt“ (Weigand, 2015, S. 273) wird. Diese mentale Transferleistung festigt das neu erworbene Wissen. Dazu werden Beispiele und Gegenbeispiele thematisiert und zur Vertiefung „Querverbindungen zu anderen Begriffen“ (Weigand, 2018, S. 101) hergestellt. So binden SuS den neuen Begriff in ein Begriffsnetz ein und erwerben „*beziehungshaltige* oder *integrierte Vorstellungen*“ (ebd., S. 101). Durch die Einführung, Erarbeitung, Sicherung und Vertiefung zentraler Begriffe bauen Lernende geeignete Vorstellungen auf, können mit dem neuen Begriff operieren und lernen ihn in Beziehung zu anderen Begriffen zu setzen.

2.1.4. Digital-gestütztes Begriffslernen

Die Förderung von Begriffsbildung kann sowohl mithilfe klassischer analoger Lehrmethoden erfolgen als auch durch Zuhilfenahme digitaler Medien. Hierbei stellen digitale Medien gegenüber analogen Medien idealerweise keinen Ersatz, sondern eine Ergänzung dar (vgl. Hillmayr et al., 2017, S. 11). Studien haben hier einen positiven Einfluss digitaler Lernprogramme im Mathematikunterricht auf „die Leistung und die Motivation“ (ebd., S. 26) von SuS gezeigt. Das Potenzial digital-gestützten Begriffslernens liegt unter Anderem in „Möglichkeiten der Internetnutzung“ (Lindner & Reichenberger, 2015, S. 84) und dem Einsatz digitaler Werkzeuge.

Aufgrund von Programmfunktionen wie dem „Zugmodus, die Möglichkeit, Punkte an Linien zu binden, Steuerung von Parametern über Schieberegler“ (Vollrath & Roth, 2012, S. 239) sowie die visuell unterstützten Zusammenhänge zwischen „Repräsentationsformen (Graph, Figur, Tabelle, Term)“ (ebd., S. 241) sind digitale Werkzeuge ideal für den Einsatz im Mathematikunterricht. Dabei ist es für Lernende nicht zwingend notwendig, die Programmfunktionen selbst auszuprobieren, denn sie können schon aufgrund von Beobachtungen und imaginären Handlungen Grundvorstellungen entwickeln (vgl. Weigand, 2015, S. 269). Wichtig ist lediglich eine „Aufmerksamkeitsfokussierung“ (ebd., S. 269) auf relevante Merkmale und Zusammenhänge sowie die Reflexion, Beschreibung und Erklärung der Handlung. Beispielsweise lässt sich die systematische Variation eines relevanten Aspekts eines Objekts (vgl. Vollrath & Roth, 2012, S. 239), die zum Begriffsverständnis beiträgt, technisch oft besser umsetzen als analog und fördert somit effizient das Begriffslernen der SuS.

Da multimediale Darstellungen den Lernerfolg fördern können (vgl. Hillmayr et al., 2017, S. 7), stellt sich die Frage, welche Anforderungen digital-gestützte Lernumgebungen erfüllen sollten. So fordert Laakmann, dass bei der Konzeption von Lernumgebungen zum Begriffslernen folgende Kriterien erfüllt werden sollten: Zur Konzeption müssen „**normative Grundvorstellungen aufgrund einer fachdidaktischen Analyse“** beschrieben werden, und es gilt „**individuelle Voraussetzungen der Lerngruppe zu bestimmen**“ (2013, S. 47). Zudem sollte die Lehrkraft „**geeignete Kontexte**“ ermitteln, „**die als Anknüpfungspunkte zwischen individuellen und normativen Grundvorstellungen dienen“** und nach Möglichkeit im Lernangebot „**Anlässe**“ schaffen, „**um vielfältige Darstellungswechsel zu initiieren**“ (ebd., S. 47). Als Vorzüge von digitalen Lernumgebungen gegenüber analogen Lernumgebungen nennt Laakmann hier die „Entlastung von Kalkül und Algorithmen“, die „Erzeugung von Interaktivität und Dynamik“, die „Unterstützung der Visualisierung“ sowie die „Generierung für Beispiele“ (ebd., S. 68). Darüber hinaus sieht er digitale Lernumgebungen als „Teil der Wissenschaftspropädeutik“ und als „Beitrag zur Medienkompetenz“ (ebd., S. 68). „Viele Studien haben diesen Mehrwert seit Beginn des Computereinsatzes in Schulen immer wieder belegt“ (Reiss, 2020, S. 15) und eine Metaanalyse, die 92 Einzelstudien zum Einsatz von Lerntechnologien für den mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht untersucht, kommt zum gleichen Ergebnis der positiven Lerneffekte (vgl. Hillmayr et al., 2020). Darum lohnt es sich dieses Potenzial für digital-gestütztes Begriffslernen auszuschöpfen.

2.2. Grundlagen zum Escape Room als mathematischem Lernspiel

Mit dem Ansatz Mathematik, spielerisch zu vermitteln, entwickelt dieses Kapitel theoretische Grundlagen zum Escape Room als Lernspiel. Zunächst werden die Bedeutungen der Begriffe *Spiel*, *Gamification* und *Lernspiel* unterschieden, um anschließend die Entwicklung vom klassischen Escape Room zum Lernspiel zu analysieren. Danach wird der Aufbau eines Escape Rooms anhand einzelner

Komponenten erläutert, bevor seine Chancen und Anforderungen im Mathematikunterricht allgemein und in Bezug auf mathematisches Begriffslernen diskutiert und mit Studienergebnissen untermauert werden.

2.2.1. Die Bedeutung von *Spiel*, *Gamification* und *Lernspiel*

Spielerisches Lernen bildet einen nützlichen Ansatz für eine SuS-aktivierende Unterrichtsgestaltung. Dabei müssen die Begriffe *Spiel*, *Gamification* und *Lernspiel* inhaltlich voneinander abgegrenzt werden: Zwar existiert für den Begriff *Spiel* „keine allgemeingültige Definition" (Heinz, 2018, S. 7), es gibt jedoch einige Merkmale, die den Begriff zumindest eingrenzen. Spielende können in einem geschützten Raum ihr eigenes Verhalten im Umgang mit anderen „erproben" (ebd., S. 15). Weitere Merkmale sind Freiwilligkeit, eine zeitliche und räumliche Abgeschlossenheit sowie die Festsetzung von Spielregeln (vgl. Huizinga, 2015, S. 37). Spiele sind zudem zweckfrei und werden intrinsisch motiviert um „[ihrer] selbst Willen gespielt" (Scherer, 2018, S. 25), mit der Absicht ein Spielziel zu erreichen. Im Gegensatz zur auf Folgen einer Handlung ausgerichteten extrinsischen Motivation entsteht intrinsische Motivation durch die Handlung selbst (vgl. Hoblitz, 2015, S. 88). Unter diesem Gesichtspunkt ist das wichtigste Merkmal von Spielen, dass sie „Spaß machen" (Heinz, 2018, S. 17). Idealerweise entsteht dabei ein Flow-Erleben, also „ein Gefühl des völligen Aufgehens in einer Tätigkeit" (Schiefele & Roussakis, 2006, S. 207), und führt zu einer intensiven Spielerfahrung.

Im Gegensatz zum Begriff *Spiel* beschreibt *Gamification* einen „[neuartigen] Trend, der die Idee des spielenden Lernens aufgreift" (Schuldt, 2020, S. 218). Nicht das Spielen, sondern das Lernen steht im Mittelpunkt (vgl. ebd., S. 225). Die Methode hat zum Ziel, die Motivation im Lernprozess zu unterstützen. Dazu werden „Spielmechanismen in nicht-spielerischen Kontexten verwendet" (ebd., S. 218). Kleine Wettbewerbe können genauso zum Einsatz kommen wie „Punkte, Herausforderungen [und] Auszeichnungen" (Treske, 2013, S. 3). Hier liegt ein „großes Potenzial für die Vermittlung von Wissen" (Schuldt, 2020, S. 209), welches für einen anregenden und abwechslungsreichen Unterricht ausgeschöpft werden kann. Im Fokus steht immer ein Lernziel.

In Abgrenzung dazu vereint der Begriff *Lernspiel* die Grundideen von klassischen Spielen und Gamification. Einerseits sind Lernspiele keine freiwillige und zweckfreie Beschäftigung wie klassische Spiele, sondern wie Gamification auf ein Lernergebnis ausgerichtet (vgl. Heinz, 2018, S. 9), andererseits sollen sie explizit Spaß machen und bieten einen geschützten Raum, um sich auszuprobieren. Zu diesem Zweck verfolgen Lernspiele sowohl ein Spielziel als auch ein Lernziel, die nicht im Gegensatz zueinander stehen, sondern sich gegenseitig unterstützen (vgl. Göth et al,. 2007, S. 10). Dadurch kommt es sowohl zu einem Spiel-Flow als auch zu einem Lern-Flow (vgl. Hoblitz, 2015, S. 139). Die Form des Lernspiels, die in dieser Arbeit im Detail untersucht wird, sind Escape Rooms für den Mathematikunterricht.

2.2.2. Vom klassischen Escape Room zum Lernspiel

Escape Rooms als Unterrichtsmethode stellen ein vergleichsweise neues Konzept dar (vgl. Grande-de-Prado et al., 2021, S. 14), welches sich vom klassischen Escape Room und seinen Adaptionen als Brett-, Karten- und Computerspiel ableitet. Ihre pädagogische Anziehungskraft besteht in dem Spaß am Lösen von Rätseln (vgl. ebd., S. 16). Zwar gibt es viele Spielvarianten, doch in der Regel ermuntern alle die Spielenden dazu, aus einer neuen Perspektive zu denken, um Herausforderungen zu überwinden (vgl. Wiemker et al., 2015, S. 56).

In dieser Arbeit wird der klassische Escape Room als kooperatives Spiel verstanden, bei dem die Spielenden innerhalb einer begrenzten Zeit zusammen Hinweise finden, Rätsel lösen und eine Vielzahl von Aufgaben erfüllen müssen (vgl. Grande-de-Prado et al., 2021, S. 12). Meistens sind die Spielszenarien in Rahmenhandlungen eingebettet und „siedeln sich gern in spannenden Settings an, z. B. Chemielaboren, Gefängnistrakten oder Agentenbüros“ (Hacke et al., 2019, S. 82). In einem klassischen Escape Room geht es darum, aus einer realen oder fiktiven Umgebung zu fliehen, indem man Rätsel löst. Die Begrifflichkeiten dieses Spielkonzepts sind in der Literatur nicht einheitlich, sodass Escape Rooms ebenfalls „als Live-Escape-Games, Exit-Rooms und unter weiteren, ähnlichen Begriffen bekannt“ (ebd., S. 82) sind. Zudem gibt es Ausführungen, bei denen es darum geht, Kisten zu öffnen oder einen Schatz zu finden, anstatt von einem Ort zu fliehen (vgl. Grande-de-Prado et al., 2021, S. 13).

Die Idee des Escape Rooms als Lernspiel hat „seinen Ursprung in den USA“ (Mohr, 2021, S. 4) und macht sich die Beliebtheit dieses Spielgenres zu Nutze (vgl. Grande-de-Prado et al., 2021, S. 12). Die SuS profitieren davon in die Rolle von Reisenden in der geheimnisvollen Welt des Escape Rooms zu schlüpfen und werden so in einen spielerischen, aktiven Lernprozess eingebunden (vgl. Vörös & Sárközi, 2017, S. 2). Dabei können Lehrkräfte eigene, an den Rahmenlehrplan angepasste Szenarien erstellen (vgl. Wiemker et al., 2015, S. 65). Es ist ein Trend erkennbar, das Lernspiel für alle Teilgruppen der Klasse gleichzeitig anzubieten. Dies bedeutet, dass entweder der "Raum"-Aspekt oder der "Flucht"-Aspekt aufgegeben wird (vgl. Veldkamp, van de Grint et al., 2020, S. 10). Bei einem klassischen Escape Room ist die Spielumgebung ein festgelegter Raum bzw. Room und das Spielziel besteht im Escape, also in der Flucht aus diesem Raum. Im Gegensatz dazu steht bei einem Escape Room in der Schule entweder nicht der gesamte Klassenraum für alle Gruppen gleichermaßen als Spielfläche zur Verfügung oder es werden weitere Orte auf dem Schulgelände zur Spielumgebung hinzugefügt, damit alle Gruppen genug Platz zum Spielen haben. Der Klassenraum als Ganzes ist nicht der klassische Escape *Room*. Außerdem besteht das Spielziel des *Escape* Rooms in der Schule oft nicht in einer Flucht, sondern darin eine andere Mission zu erfüllen, beispielsweise einen Schatz zu finden, eine Verbrecherbande zu überführen oder eine verschlossene Kiste zu öffnen. Unter diesem Gesichtspunkt entfernt sich der Escape Room in der Schule von seiner Bezeichnung. Tatsächlich sind Escape Rooms als Lernspiele auch unter anderen Namen wie EduBreakout bekannt, doch letztlich gibt es zwischen den verschiedenen Bezeichnungen „keinen unterrichtsrelevanten Unterschied" (Scheller, 2020, S. 5).

2.2.3. Der Aufbau eines Escape Rooms

2.2.3.1. Allgemeine Vorüberlegungen

Viele Merkmale klassischer Escape Rooms und deren Aufbau gelten gleichermaßen für Escape Rooms im Schulkontext. Allgemeine Vorüberlegungen zu mathematischen Escape Rooms schließen das Lernziel und den Zeitpunkt des Einsatzes ein. Praktisch kann ein Escape Room „einen **Einstieg** in ein Thema schaffen, Stoff **wiederholen**, **Fachkompetenzen** vermitteln" oder „**Schlüsselkompetenzen** trainieren" (Scheller, 2020, S. 10). Da diese Arbeit die Möglichkeiten der Förderung des Begriffserwerbs durch Escape Rooms untersucht, bietet sich hier der Einsatz als Einstieg bzw. Begriffseinführung an, bei dem ein neues Konzept entdeckt und untersucht wird. Ebenso müssen das benötigte Material und die Ausstattung berücksichtigt werden. Insbesondere sollten am Spielort alle „[benötigten] Hilfsmittel (Federmäppchen, elektronische Geräte) vorhanden" (ebd., S. 27) sein.

Gleichermaßen muss der Bedarf an Platz erfasst werden. Diese Vorüberlegungen hängen von der „Gruppenzusammensetzung" (Mohr, 2021, S. 5) ab. Hier hat sich eine Gruppengröße von 3-5 Lernenden als sinnvoll erwiesen (vgl. Knoblauch, 2020, S. 4). Dies scheint unabhängig von der pädagogischen Umgebung oder Disziplin zu sein (vgl. Veldkamp, van de Grint et al., 2020, S. 10). Für eine Klasse mit 30 SuS bedeutet das, dass es 6 bis 10 einzelne Spielgruppen gibt. Außerdem muss ein an die Altersklasse und Lerngruppe angepasstes Szenario gewählt werden. Da Kinder, Jugendliche und Erwachsene gerne an klassischen Escape Rooms teilnehmen, ist es für jede Jahrgangsstufe in der Schule möglich, ein passendes Escape-Room-Szenario zu erstellen. Weiterhin müssen die Anzahl der Aufgaben und der verfügbare Zeitrahmen festgelegt werden. Hier empfehlen sich je nach Rahmenbedingungen „ca. 5-6 Aufgaben" und „ca. 30-40 Minuten

Bearbeitungszeit“ (Knoblauch, 2020, S. 5). Eingeplant werden muss außerdem, dass die Gruppen „**unterschiedlich viel Zeit** benötigen“ (Mohr, 2021, S. 6) und schneller arbeitende Gruppen weitere Beschäftigungsmöglichkeiten brauchen.

2.2.3.2. Der Einstieg und die Einbettung in eine Geschichte

Bevor es mit dem Spielen selbst losgeht, sollte laut Scheller eine kurze Einführungsphase (vgl. 2020, S. 27) stattfinden. Diese braucht die Lehrkraft „für die Ankündigung, was die Schüler diese Stunde erwartet, sowie für die Gruppeneinteilung“ (ebd., S. 27). Der Sinn der Einführung ist zudem die Voraussetzungen für den Escape Room zu schaffen, indem Anforderungen, Regeln und erwartete Ergebnisse des Spiels verdeutlicht werden (vgl. Eukel & Morrell, 2021, S. 20). Anschließend erfolgt der Einstieg in das Szenario. Dieser führt die SuS „in die Situation ein“ (ebd., S. 27), indem er den Lernenden vermittelt, welche dringende „Mission“ (Knoblauch, 2020, S. 4) zu erfüllen ist. In der Regel beginnt der Einstieg „mit einer **Rahmengeschichte“** (Mohr, 2021, S. 4). Die Einführung und der anschließende Einstieg in das Szenario dauern insgesamt nicht mehr als 15 Minuten (vgl. Scheller, 2020, S. 27).

Das Thema des Raums, die Ausstattung, die Rätsel, die Erzählung, all das wirkt zusammen, um ein glaubwürdiges, immersives Erlebnis zu schaffen (vgl. Wiemker et al., 2015, S. 62). Immersion ist wichtig, um die Lernenden in die Aktivität einzubinden, da diese, anders als ein Escape Room in der Freizeit, nicht freiwillig ist (vgl. Veldkamp, Daemen et al., 2020, S. 1224). Die Rahmenhandlung bereitet dafür den Weg. Diesem Konzept folgend sollte die Geschichte über „Einleitung, Hauptteil und Schluss sowie eine packende Überschrift“ (Scheller, 2020, S. 12) verfügen und als eine Art roter Faden durch das Lernspiel führen. Als „Einstieg kann z.B. ein Brief [oder] eine Audiodatei“ (Knoblauch, 2020, S. 6) dienen. Bezogen auf die Erzählung ist es schön, „wenn sich aus dem Lehrplanthema die Geschichte organisch ergibt. […] Notwendig ist solch eine Verknüpfung aber nicht“ (Scheller, 2020, S. 10). Ein immersives Erlebnis zu schaffen, steht im Vordergrund.

Damit der Escape Room die SuS zum Spielen motiviert, empfiehlt es sich für das Szenario Orte zu wählen, „die **Spannung** vermitteln“ (ebd., S. 11). Das Spielziel kann es sein, aus einem Chemielabor zu fliehen oder eine Verbrecherbande zu überführen. Der Fantasie sind hier keine Grenzen gesetzt. Das Ausschmücken der Geschichte hilft das Szenario realistisch erscheinen zu lassen (vgl. ebd., S. 12). Es „ist anzunehmen, dass eine hohe Aufmerksamkeit wichtig für das Spielziel und den Lernerfolg ist“ (Hoblitz, 2015, S. 117). Diese Aufmerksamkeit wird durch den Aufbau von Spannung unterstützt. Des Weiteren bietet es sich an, die Erzählung mit passendem Material zu unterfüttern. So lässt sich „zum Beispiel eine Lösegeldforderung“ (Scheller, 2020, S. 13) analog an die Gruppen aushändigen. Der Escape Room als immersives Erlebnis wird gestärkt und stimmt die SuS auf den Spielverlauf ein.

Die Person, die den Raum beaufsichtigt, ist die Spielleitung (vgl. Wiemker et al., 2015, S. 60). Im Mathematikunterricht ist dies die Aufgabe der Lehrkraft. Sie überwacht das Geschehen (vgl. Grande-de-Prado et al., 2021, S. 15) und sorgt dafür, dass die Rätsel wie geplant funktionieren und die Gruppen bei Bedarf Hilfe bekommen (vgl. Nicholson, 2015, S. 22). Hier bleibt die Lehrkraft trotz möglicher „Schwierigkeiten **im Szenario**“ (Scheller, 2020, S. 29), um ein authentisches Erlebnis zu vermitteln. Nachdem die Lehrkraft als Spielleitung die SuS in den Escape Room eingeführt hat, startet sie „den Timer für die Spielzeit“ (ebd., S. 27), und die Gruppen beginnen die Herausforderungen zu lösen. Die Gruppen können dabei entweder im Wettstreit versuchen als erstes fertig zu werden oder sich unabhängig von anderen Spielgruppen auf ihr Spielziel konzentrieren.

2.2.3.3. Der Einsatz von Rätseln

Die Aneinanderreihung von Rätseln ist das Herzstück eines Escape Rooms. Die einzelnen Rätsel können verschiedene Formen und Stile annehmen und sollten in ihrer Gesamtheit aufeinander abgestimmt sein (vgl. Wiemker et al., 2015, S. 56). Zum Einsatz können unter anderem „**Klassische Rätsel** wie Kreuzworträtsel“ (Scheller, 2020, S. 15), oder Verschlüsselungen wie „Morsecode“ (ebd., S. 17), aber auch „**Aufgaben aus dem Unterricht**“ (ebd., S. 17) kommen. Die Mittel sind vielfältig, sodass zu jedem Lernziel passende Formate gefunden werden können. Oft sind Hinweise implizit und „nicht sofort als Teil des Rätsels erkennbar“ (ebd., S. 5). Aufgaben können jedoch auch „explizit erklären, was zu tun ist“ (ebd., S. 14).

Wichtig ist, dass die Rätsel den Spielenden abwechslungsreiche Herausforderungen bieten und möglichst alle Gruppenmitglieder einen sinnvollen Beitrag leisten lassen (vgl. Wiemker et al., 2015, S. 56). Sofern möglich, sollten sich die Rätsel direkt auf den Bildungsinhalt beziehen (vgl. ebd., S. 66). Viele Übungen lassen sich leicht in Rätsel für einen Escape Room umwandeln, indem man sie in einen bestimmten Kontext stellt (vgl. Stollhans, 2020, S. 31). Die Rätsel für Escape Rooms können mit einer einfachen Spielschleife entworfen werden, wie *Abbildung 2* illustriert: Überwinden einer Herausforderung, Finden einer Lösung und Erhalten einer Belohnung wie zum Beispiel weiterer Informationen.

Abbildung 2: Die Spielschleife
(Wiemker et al., 2015, S. 56)

Grundsätzlich können Rätsel kognitiv oder physisch sein (vgl. Eukel & Morrell, 2021, S. 20). Ein kognitives Rätsel nutzt das Denkvermögen der Spielenden. Um Rätsel zu lösen, müssen sie Hinweise in Beziehung setzen oder entschlüsseln (vgl. Wiemker et al., 2015, S. 58). Im Gegensatz dazu erfordern physische Rätsel die Manipulation von Artefakten in der realen Welt (vgl. ebd., S. 58). Ein Beispiel hierfür wäre ein verstecktes Objekt in einem Raum zu finden. Diese Rätseltypen können ebenso in Kombination miteinander verwendet werden (vgl. ebd., S. 58). Schließlich gibt es noch eine weitere Art von Rätseln, nämlich das Meta-Rätsel. Genau genommen ist das Meta-Rätsel kein eigenständiger Typ, ist jedoch als das finale Rätsel ein zentraler Bestandteil des Escape Rooms (vgl. ebd., S. 58). Wie *Abbildung 3* verdeutlicht, wird dabei die endgültige Antwort aus den Lösungen früherer Rätsel abgeleitet.

Um für Abwechslung zu sorgen, kann man mit analogen und digitalen Rätseln arbeiten. Analoge Rätsel beziehen das reale Umfeld in die Lernumgebung ein, wohingegen digitale Rätsel den Lernprozess beispielsweise durch dynamische Geometriesoftware wie GeoGebra oder mit Lernprogrammen auf Grundlage von Gamification wie LearningApps unterstützen. Auch dynamische Arbeitsblätter sind durch ihren interaktiven Charakter gut dazu geeignet beispielsweise funktionale Zusammenhänge zu visualisieren (vgl. Bast, 2021, S. 11). „Im schulischen Kontext kommt meist eine Mischform aus analogen und digitalen Rätseln zum Einsatz“ (Mohr, 2021, S. 6). So kann im Sinne des Blended Learnings, also einer „Mischung aus computerunterstützten Elementen und Präsenzphasen“ (Pilotto, 2021, S. 65), von den Vorteilen analoger und digitaler Lernangebote profitiert werden. Es entstehen hybride Lernräume, die individuelles und gemeinschaftliches Lernen sowie physische und digitale Räume miteinander verbinden (vgl. Veldkamp, Daemen et al., 2020, S. 1220).

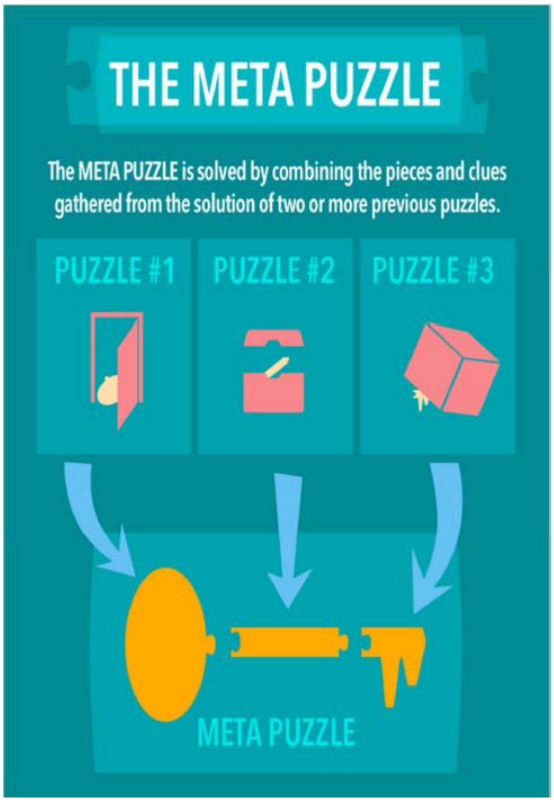


Abbildung 3: Das Meta-Rätsel
(Wiemker et al., 2015, S. 59)

2.2.3.4. Mögliche Wege der Verkettung von Rätseln

Um Rätsel in einen Escape Room zu integrieren, gibt es verschiedene Varianten der Verkettung. Manche Rätsel müssen in einer bestimmten Reihenfolge gelöst werden, manche können unabhängig voneinander bearbeitet werden. Der Weg durch einen Escape Room ist insofern vergleichbar mit einem Lernpfad. Hierbei handelt es sich um eine Form der digital-gestützten Lernumgebung, die Lindner und Reichenberger zum Begriffslernen vorschlagen (vgl. 2015, S. 84).

> Ein Lernpfad ist eine internetbasierte Lernumgebung, die mit einer Sequenz von aufeinander abgestimmten Arbeitsaufträgen strukturierte Pfade durch interaktive Materialien (z. B. Applets) anbietet, auf denen Lernende handlungsorientiert, selbsttätig und eigenverantwortlich auf ein Ziel hin arbeiten. (Roth, 2015, S. 8)

Wegen der Fokussierung auf die eigenständige Erarbeitung sind Lernpfade und Escape Rooms in gewisser Weise vergleichbar. Bei Escape Rooms kann die Lernumgebung jedoch digital, analog oder auch hybrid aufbereitet sein. In *Abbildung 4* sind die drei Hauptansätze für die Verkettung von Rätseln dargestellt: ein dem Lernpfad ähnlicher linearer Aufbau, ein offener Aufbau oder ein multilinearer Aufbau.

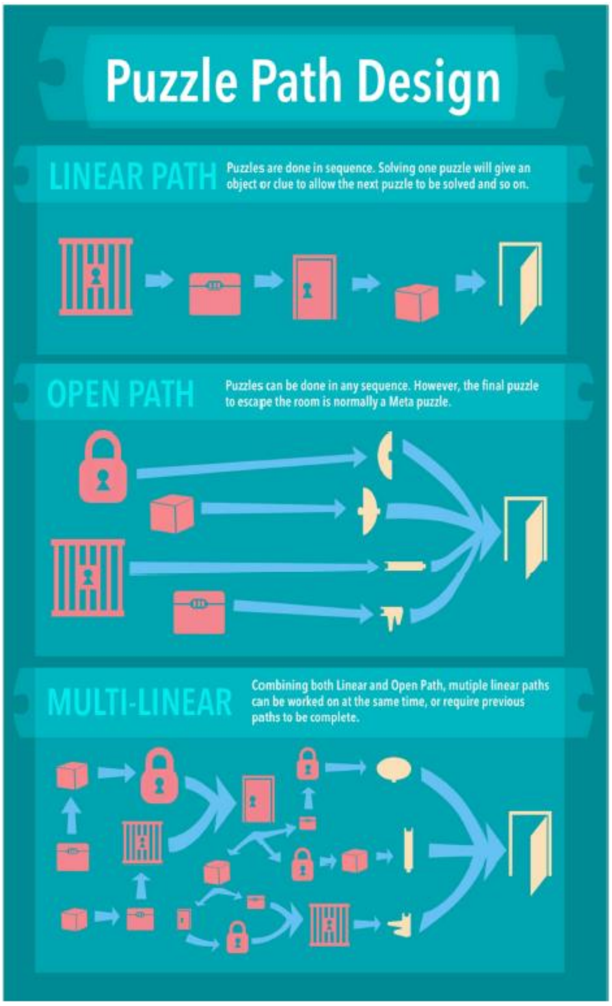


Abbildung 4: Mögliche Wege der Verkettung von Rätseln
(Wiemker et al., 2015, S. 60)

Bei einem linearen Aufbau müssen die Rätsel der Reihe nach gelöst werden. Die Lösung des ersten Rätsels führt zum zweiten Rätsel und so weiter (vgl. Wiemker et al., 2015, S. 59). Hier ermöglicht die Lösung des letzten Rätsels den Spielsieg (vgl. Nicholson, 2015, S. 17). Linear strukturierte Escape Rooms sind in der Regel einfacher zu konzipieren und zu lösen (vgl. Wiemker et al., 2015, S. 59). Allerdings besteht die Gefahr, dass bei Problemen mit einem der Rätsel ein Engpass entsteht, der zu einem Stillstand im Handlungsgeschehen führt (vgl. ebd., S. 59).

Der offene Aufbau erlaubt es, eine große Anzahl von Rätseln gleichzeitig zu lösen (vgl. Nicholson, 2015, S. 17). In der Planung muss berücksichtigt werden, dass die SuS zur zeiteffizienten Arbeit die Rätsel untereinander aufteilen werden. Offene

Verkettungen sind für die Spielenden tendenziell schwieriger zu lösen, da es keine klaren Hinweise darauf gibt, wo sie anfangen sollen. Im Gegenzug verringert sich jedoch die Wahrscheinlichkeit von Engpässen, die den Spielfluss blockieren (vgl. Wiemker et al., 2015, S. 59). Obwohl die einzelnen Rätsel in beliebiger Reihenfolge bearbeitet werden können, kann das Meta-Rätsel erst gelöst werden, wenn alle anderen Rätsel gelöst sind (vgl. ebd., S. 59).

Multilinear aufgebaute Escape Rooms legen der Spielgruppe mehrere verschiedene Rätselpfade gleichzeitig vor (vgl. Nicholson, 2015, S. 17). Bei dieser Herangehensweise können mehrere lineare Rätselpfade parallel verfolgt werden (vgl. Wiemker et al., 2015, S. 59). Jeder Rätselpfad führt zu einem Endergebnis und wird für das Meta-Rätsel benötigt (vgl. Nicholson, 2015, S. 17). Dabei ist es durchaus möglich, dass sich mehrere Pfade kreuzen oder dass die Pfade unterschiedliche Endpunkte haben (vgl. Wiemker et al., 2015, S. 59). Außerdem können alle Pfade von Beginn an offenstehen, oder sie können im Laufe des Spiels aufgedeckt werden (vgl. ebd., S. 59). Die SuS haben hier die Möglichkeit sich arbeitsteilig mit den Aufgaben zu beschäftigen (vgl. Borrego et al., 2017, S. 169). Eine Aufteilung der Rätsel zur Bearbeitung kann interessengeleitet, stärkengeleitet oder auch unter dem Zeitdruck spontan durch Zufall geschehen. Demnach ist wie beim offenen Aufbau nicht garantiert, dass sich alle SuS mit allen Rätseln beschäftigen, sondern von manchen Rätseln nur die Lösung durch andere Gruppenmitglieder erfahren.

Die drei Ansätze lassen sich problemlos miteinander verbinden. Man kann beispielsweise mit einem linearen Aufbau beginnen und dann in ein offenes oder multilineares Modell übergehen. So sind komplexe Verkettungen der einzelnen Rätsel möglich. Die Kooperation der Gruppenmitglieder kann durch die Gruppenzusammensetzung beeinflusst werden, indem gezielt leistungsgemischte oder gezielt leistungshomogene Gruppen zusammengestellt werden. Zusätzlich können Rollen innerhalb der Gruppe verteilt werden; eine Person führt Protokoll, eine Person achtet auf das Zeitmanagement, eine Person bedient die Computermaus.

2.2.3.5. Hinweise während des Lernspiels

Viele Hinweise zur Lösung von Rätseln sind in den Escape Room selbst integriert. Da die Rätsel unter Zeitdruck bewältigt werden müssen, kann es allerdings passieren, dass Gruppen ein Rätsel nicht eigenständig lösen können. Deshalb empfiehlt es sich, „parallel zu den Rätseln ein bis drei Tipps“ (Scheller, 2020, S. 15) zu konzipieren. Um diese Form von Hinweisen soll es im Folgenden gehen. Hinweise durch die Spielleitung sollten nicht zu schnell gegeben werden, denn die Gruppen benötigen Zeit zum Nachdenken. „Dass die Rätsel knifflig sind und die Zeit knapp ist, gehört zur Spielidee“ (ebd., S. 29). Kommt jedoch der Spielfluss zum Erliegen, müssen den SuS Hinweise zur Verfügung stehen (vgl. Borrego et al., 2017, S. 169). Gut gegebene Hinweise vermitteln das motivierende Gefühl grundsätzlich „die Aufgabe selbstständig und kooperativ lösen zu können“ (Mohr, 2021, S. 6). Hinweise zu früh zu geben, wirkt dagegen demotivierend (vgl. Nicholson, 2015, S. 22). Die Lehrkraft muss eine Balance finden, die es den SuS erlaubt, sich ausreichend selbstständig mit Problemen zu beschäftigen, und gleichzeitig starke Frustration der SuS zu verhindern. Außerdem muss im Vorfeld festgelegt werden, ob die Lernenden eine begrenzte oder unbegrenzte Anzahl von Hinweisen anfordern können (vgl. Wiemker et al., 2015, S. 61). Meist liegt das Geben von Hinweisen in der Einschätzung der Spielleitung, die für jede Gruppe einzeln entscheidet, wann ein Hinweis nötig ist.

2.2.3.6. Das Spielende

Der Escape Room ist zu Ende, wenn das Spielziel endgültig erreicht oder verfehlt wurde. Ersteres ist der Fall, sobald die Mission erfüllt ist. Dann haben die SuS es geschafft, zum Beispiel aus dem Raum zu fliehen. „Im Idealfall absolvieren tatsächlich alle Teams [den Escape Room] erfolgreich“ (Mohr, 2021, S. 6) und sammeln so positive Lernerfahrungen. Wird das Spielziel verfehlt, wird das Spielende durch den Ablauf der Zeit eingeleitet, auch wenn die SuS die Mission bis dahin nicht vollständig erfüllt haben und das Spiel verlieren. In jedem Fall sollte am Spielende „irgendeine Art von Belohnung folgen: mindestens eine Gratulation oder ein Lob“ (Scheller, 2020, S. 28). Alle Gruppen haben sich Mühe gegeben, das Spielziel zu erreichen, und haben dafür Wertschätzung verdient. Für den Spannungsbogen im Lernspiel ist „am Schluss auch eine erleichternde Auflösung nötig“, für die ein „weiteres Stück der **Geschichte** [vorgelesen wird]“ (ebd., S. 30). Das Ende des Spiels wird durch das Ende der Geschichte untermauert. Anders als viele Videospiele sind Escape Rooms nicht darauf ausgerichtet, nach einem Scheitern und Lernen aus Fehlern erneut gespielt zu werden (vgl. Nicholson, 2015, S. 23). Deswegen ist das Spiel an dieser Stelle vorbei.

2.2.3.7. Die Nachbesprechung

Im Anschluss an einen Escape Room im Mathematikunterricht „sollte immer eine Reflexionsrunde stattfinden“ (Knoblauch, 2020, S. 6). Hier ist Zeit sich sowohl über die Erfahrungen als auch über den wissenschaftlichen Hintergrund der Rätsel auszutauschen (vgl. Vörös & Sárközi, 2017, S. 4). Da es sich bei Escape Rooms um Umgebungen mit hohem Stressfaktor handelt, hilft es vielen SuS, über ihre Gefühle zu sprechen, das Spiel mit der Spielleitung und anderen Spielenden zu diskutieren und zusammen aus der fiktionalen Welt in die Realität zurückzukehren (vgl. Nicholson, 2015, S. 23). Anhand von „Reflexionsfragen“ (Knoblauch, 2020, S. 7) zu den Spielerfahrungen wird ein Übergang vom Zustand emotionaler Involviertheit in das Lernspiel hin zu einer distanzierteren Sicht zur Reflexion der Inhalte geschaffen (vgl. Nicholson, 2015, S. 23).

Die Nachbesprechung am Ende des Spiels bietet zudem die Gelegenheit für einen pädagogischen Diskurs (vgl. Wiemker et al., 2015, S. 66). „Im Idealfall werden die Rätsel nach der Durchführung des [Escape Rooms] inhaltlich nachbesprochen“ (Mohr, 2021, S. 6). Die Lehrkraft und die Lernenden beantworten offene Fragen und erklären Rätsel (vgl. Nicholson, 2015, S. 2). Für das Lernziel sollte „die Auswertung von Spielen im Unterricht“ (Beck, 2016, S. 62) nicht vernachlässigt werden. Durch die Nachbesprechung wird das Wissen der Lernenden gefestigt (vgl. Veldkamp, van de Grint et al., 2020, S. 6). An dieser Stelle können zur

Vertiefung das neue Wissen und die neuen Fähigkeiten mit anderen Kontexten verbunden werden (vgl. ebd., S. 6). Zudem ist in der Nachbesprechung Zeit für Feedback zu den Leistungen der SuS in Bezug auf die Lernziele sowie für eine Evaluation des individuellen Lernprozesses (vgl. ebd., S. 6). Die Nachbesprechung sorgt einerseits für einen Erfahrungsaustausch und gibt andererseits die Möglichkeit fachliche Unklarheiten auszuräumen.

2.2.4. Chancen und Anforderungen von Escape Rooms im Mathematikunterricht

Escape Rooms als Lehrmethode im Mathematikunterricht sind im wissenschaftlichen Diskurs noch vergleichsweise neu und der Anteil empirischer Studien gering. Wie im Folgenden erläutert, bezieht sich der aktuelle Forschungsstand zuweilen auf den Einsatz in der Schule allgemein oder auf einzelne Schulfächer wie etwa die Informatik. Außerdem beleuchten die fachspezifischen Artikel und didaktischen Erläuterungen speziell zum Mathematiklernen meist den Einsatz von Escape Room zur Wiederholung und Festigung von Lerninhalten. Im Gegensatz dazu beschäftigt sich diese Arbeit jedoch mit den Möglichkeiten mit Escape Rooms neues mathematisches Wissen zu vermitteln. Tatsächlich lassen sich dazu aus der wissenschaftlichen Literatur viele Erkenntnisse zu den Chancen auf positive Lerneffekte sowie zu Anforderungen und möglichen Hürden für mathematisches Begriffslernen ableiten. Hier werden zunächst die allgemeinen fachwissenschaftlichen Ergebnisse zu positiven Lerneffekten im Mathematikunterricht aufgegriffen, die indirekt den Weg für Begriffslernen ebnen, bevor didaktische Erkenntnisse zu den Chancen für mathematisches Begriffslernen direkt vorgestellt werden. Im Anschluss werden allgemeine Anforderungen und Hürden von Escape Rooms im Mathematikunterricht thematisiert und schließlich Rückschlüsse aus empirischer Forschung zu der Konzeption von Escape Rooms für mathematisches Begriffslernen erläutert.

2.2.4.1. Allgemeine fachwissenschaftliche Ergebnisse zu positiven Lerneffekten im Mathematikunterricht

Lernspiele im Allgemeinen und Escape Rooms im Besonderen weisen für den Unterricht zahlreiche positive Lerneffekte auf. Laut Schellers didaktischem Handbuch zum Einsatz von Escape Rooms in der Sekundarstufe I bieten sie „Abwechslung vom Lernalltag, fordern heraus, schweißen zusammen und machen Spaß“ (2020, S. 7). Im Lernprozess ist jedes der Escape-Room-Merkmale für sich genommen nicht einzigartig, doch ihre Kombination zeigt außergewöhnliche Potenziale, wie eine systematische Evaluation von deutschen, englischen und niederländischen Publikationen zu experimentellen Studien mit Escape Rooms im Bildungskontext zeigt (vgl. Veldkamp, van de Grint et al., 2020, S. 2ff.). Bei Escape Rooms geht es darum, den Verstand einzusetzen, wodurch sie eine natürliche Ergänzung zur Lernumgebung im Klassenzimmer darstellen (vgl. Nicholson, 2018, S. 46). Laut Beobachtungen in einem Analysis-Kurs an einer chinesischen Oberschule schätzen Lernende die Herausforderung und die kooperativen Aspekte von Escape Rooms (vgl. Carlgren & Schultz, 2022, S. 4).

Ein weiterer in der didaktischen Literatur genannter Grund, weshalb Escape Rooms gut im Unterricht funktionieren, ist die Spielzeitbegrenzung. Diese schafft eine Dringlichkeit, die die Klasse dazu bringt, sich intensiv mit dem Inhalt zu beschäftigen (vgl. Nicholson, 2018, S. 46). Weiteres didaktisches Potenzial liegt darin, dass Escape Rooms Fehler zulassen und durch das erfolgreiche Lösen von Rätseln oder durch misslungene Lösungsversuche sofortiges Feedback geben, wodurch der Erwerb fachlicher Fähigkeiten gefördert wird (vgl. Grande-de-Prado et al., 2021, S. 12). Wenn der Lösungsvorschlag zu einem Rätsel nicht richtig ist, wird die Belohnung der Spielschleife nicht freigeschaltet, um das Spiel voranzubringen. Ferner schult der Einsatz solcher Lernspiele Soft Skills wie „Ausdauer, Frustrationstoleranz und Zielstrebigkeit“ (Scheller, 2020, S. 7).

Der häufigste in der didaktischen Literatur genannte Grund für den Einsatz von Escape Rooms ist „die Motivation der Teilnehmenden“ (Hacke et al., 2019, S. 82). Die Vorstellung zum Beispiel „neben [James] Bond in eine zweite Hauptrolle zu schlüpfen, birgt immenses Motivationspotential“ (Bast, 2021, S. 6). Diese vielfach beschriebene intrinsische Motivierung hängt eng mit dem Flow-Erleben zusammen. Dies wurde bei den Erläuterungen der Begriffe *Spiel* und *Lernspiel* bereits aufgegriffen. Unabhängig von der Spielleistung haben Untersuchungen „signifikante Zusammenhänge zwischen der Motivationskomponente „Herausforderung“ und dem Erleben von Flow“ (Schiefele & Roussakis, 2006, S. 217) nachgewiesen. Genau dieser Aspekt wird durch Escape Rooms begünstigt.

Durch ihre motivierende Wirkung steigern Escape Rooms die emotionale Beteiligung am Lernen (vgl. Stollhans, 2020, S. 28). Wie die besagten Auswertungen von Veldkamp, van de Grint et al. zeigen, belegen viele Studien, dass die überwiegende Mehrheit der Lernenden Spaß an der Aktivität hat (vgl. 2020, S. 8). „Mittlerweile gilt es als gesicherte Erkenntnis, dass Emotionen das Erinnern beeinflussen“ (Thiele, 2020, S. 149). Neurowissenschaftliche Forschungsergebnisse zeigen, dass Lernende Informationen besser verarbeiten „wenn diese mit positiven Gefühlen verknüpft werden“ (ebd., S. 150), weil das Gehirn dabei den „Botenstoff Dopamin [ausschüttet], welcher sich positiv auf die Gehirnaktivität auswirkt“ (ebd., S. 149). In anderen Worten sind Lernerfahrungen, die mental mit positiven Gefühlen verknüpft werden, für SuS besser abrufbar. Die positiven Emotionen beim Einsatz von Escape Rooms werden zum einen durch den „Wunsch zu gewinnen“ (Hauber & Zander, 2020, S. 182) geweckt und zum anderen durch den Spaß am Spiel selbst.

Glavaš und Staščik zufolge wecken Escape Rooms das Interesse von SuS für mathematische Inhalte (vgl. 2017, S. 292). Bei ihrer Studie mit 24 Lehramtsstudierenden der Mathematik und Informatik in Kroatien wurde ein mathematischer Escape Room dazu genutzt, quadratische Gleichungen zu wiederholen und zu systematisieren, mit dem Ziel zu zeigen wie Technologien und innovative Lernmethoden eine positive Einstellung zur Mathematik verbessern (vgl. ebd., S. 281ff.). Ihre Untersuchungen deuten auf einen Zusammenhang zwischen der Nutzung mathematischer Escape Rooms im Unterricht und einer positiven Einstellung zur Mathematik hin (vgl. ebd., S. 292).

Die Einbindung von Lernaktivitäten in eine Geschichte erzeugt einprägsame, immersive Lernerfahrungen (vgl. Nicholson, 2018, S. 46ff.). Dadurch schaffen sie „eine enorme Aktivierung [der] Lernenden in Bezug auf das Lernziel“ (Göth et al., 2007, S. 11). „So kommt es durch den bleibenden Eindruck, den Spiele hinterlassen, sogar vor, dass die Lernenden sich noch ein Jahr später an ein Spiel und somit auch an die mathematischen Inhalte, welche bearbeitet wurden, erinnern“ (Beck, 2016, S. 55). Im Langzeitgedächtnis werden die positiven Emotionen mit den zugehörigen fachlichen Inhalten verbunden. So sorgt das Lernspiel für „eine bessere Vernetzung von Informationen“ (ebd., S. 57). In der Folge stärken Lernspiele wie Escape Rooms „das Wachstum und die Verbindungen von Nervenzellen im Gehirn“ (Hauber & Zander, 2020, S. 194) und sorgen für nachhaltige Wissensvermittlung. In einer experimentellen Studie mit 62 SuS einer spanischen Oberschule konnte nachgewiesen werden, dass Escape Rooms im Mathematikunterricht im Vergleich zur Kontrollgruppe die Lernleistung und die Autonomie der SuS deutlich verbessern und gleichzeitig Lernangst reduzieren (vgl. Fuentes-Cabrera et al., 2020, S. 1).

2.2.4.2. Didaktische Erkenntnisse zu den Chancen für mathematisches Begriffslernen

Diese bisher genannten Potenziale für den Mathematikunterricht kommen dem Begriffslernen bereits zugute. Jedoch lassen sich weitere konkrete Chancen für mathematisches Begriffslernen finden. Beispielsweise trägt während des Spielens der Austausch über Lerninhalte innerhalb der Gruppen maßgeblich zum mathematischen Verstehen bei (vgl. Heinz, 2018, S. 21). Dies ist vor allem für den Aufbau von Begriffsverständnis von Vorteil. Der Austausch kann durch die

Gruppenzusammensetzung sowie einen offenen oder multilinearen Aufbau des Escape Rooms verstärkt werden, bei dem die Bearbeitung der Rätsel mit hoher Wahrscheinlichkeit erst unter den SuS aufgeteilt wird und später zu gegenseitigem Erklären der Inhalte führt. „Die Schüler*innen knobeln und rechnen gemeinsam, sie beraten und korrigieren sich und müssen es auch aushalten, die Lösung nicht immer direkt präsentiert zu bekommen“ (Mohr, 2021, S. 5). So wird Kommunikation mit Begriffen und über deren Bedeutung angeregt. Beobachtungen in einer niederländischen Studie mit mehreren Durchläufen und insgesamt 39 Teilnehmenden zum Einsatz von Escape Rooms im Mathematikunterricht an einer Oberschule haben gezeigt, dass SuS insbesondere dann über Mathematik diskutieren, wenn sie mit Rätseln nicht weiterkommen oder aufeinander warten (vgl. Veldkamp, Daemen et al., 2020, S. 1228).

Zudem können die Rätsel in Escape Rooms die Lernenden dazu ermutigen, relevante Informationen als solche zu erkennen, Korrelationen zu verstehen, die Merkfähigkeit zu trainieren und Muster zu erkennen (vgl. Wiemker et al., 2015, S. 64). Diese Fähigkeiten helfen den Inhalt und Umfang eines mathematischen Begriffs zu erfassen und stärken so den Aufbau eines *concept image*. Außerdem wird in Escape Rooms induktiv geschlussfolgert (vgl. ebd., S. 64), was Schachts inferentialistischer Perspektive auf den Wissensaufbau entgegenkommt. Im Lernspiel vorgenommene Einteilungen in Kategorien helfen nicht nur dabei Probleme in einzelne Teile zu zerlegen (vgl. ebd., S. 64), sondern sind auch ein Prinzip, welches beim Aufbau von Begriffsnetzen zum Tragen kommt.

Laut Grande-de-Prado et al. beinhalten weitere positive Lerneffekte die Verbesserung der Problemlösekompetenz, die Ermutigung zu kooperativem Arbeiten, das Anregen zum Nachdenken, soziale Kompetenzen und soziale Eingebundenheit, Kreativität, die Entwicklung der Vorstellungskraft sowie die Stärkung analytischer Fähigkeiten und kritisches Denken (vgl. 2021, S. 14). In Bezug auf mathematisches Begriffslernen sind hier besonders die Vorstellungskraft und analytischen Fähigkeiten als relevant hervorzuheben.

2.2.4.3. Allgemeine Anforderungen und Hürden im Mathematikunterricht

Damit die soeben beschriebenen Chancen ihre Wirkung entfalten, müssen gewisse Anforderungen an den Escape Room gestellt werden. Man kann die positiven Lerneffekte „genauso wenig erzwingen wie [den] Spaß am Spielen: Man kann aber für beides günstige und anregende Bedingungen schaffen“ (Schuldt, 2020, S. 218). Die SuS bekommen die Möglichkeit, sich in einem geschützten Raum auszuprobieren. Es wird der Rahmen für die Förderung eines Lernziels wie dem mathematischen Begriffslernen geschaffen. Dazu gehört es, den in Kapitel 2.2.3 erläuterten Aufbau zu verfolgen und ein angenehmes Klassenklima mit Fehlertoleranz zu schaffen, damit die SuS ungehemmt spielen können. Selbstverständlich müssen Spiele „sowohl an die Altersklasse als auch an den Leistungsstand angepasst werden“ (Beck, 2016, S. 55), um Interesse zu wecken und aufrechtzuerhalten.

Häufig genannte Schwierigkeiten sind die zeitliche Belastung bei der Vorbereitung, begrenzte Ressourcen, eine unausgewogene Schwierigkeit der Rätsel, die Spieldauer und große Lerngruppen (vgl. Grande-de-Prado et al., 2021, S. 14f.). Damit alle SuS mit positiven Emotionen spielen, sollten theoretisch alle Mitspielenden Chancen auf Erfolgserlebnisse haben. „Die sogenannte Spielbalance ist der Schlüssel zu den möglichen Lerneffekten“ (Schuldt, 2020, S. 214). Eine für die Lerngruppe passende Mischung von Können und Zufall beeinflusst maßgeblich den Spielablauf. „Glückselemente haben zudem den positiven Effekt, dass sie die Spannung beim Spielen noch weiter erhöhen“ (Heinz, 2018, S. 16).

Unter Berücksichtigung dieser Aspekte stellt sich die Frage, wie Spiele lernzielorientiert in den Unterricht integriert werden können. Wie bei allen Lernspielen ist „die eigentliche Herausforderung an das didaktische Design, das Verknüpfen von Lern- und Spielziel“ (Göth et al., 2007, S. 11). Damit von den

Vorzügen von Escape Rooms für den Lernprozess profitiert werden kann, müssen neben einem geeigneten Spielaufbau und der Angemessenheit für die Lerngruppe einige weitere Anforderungen erfüllt sein. Bei der Eingrenzung des Begriffs *Spiel* wurde bereits auf die Zweckfreiheit als Merkmal eingegangen. Das primäre Ziel des Spiels selbst ist der Spaß am Spielen, wohingegen der Mathematikunterricht kompetenzorientierte Lernziele verfolgt. Dieser scheinbare Widerspruch wird überwunden, indem die Anforderungen beider zusammengefasst werden. Ideal ist es, „die Lerninhalte so einzubinden, dass sie nicht umgangen werden können und sie dazu beitragen das Spielziel zu erreichen" (Hoblitz, 2015, S. 138). Die positiven Effekte des Spielens werden dabei mit dem Anwenden von mathematischen Kompetenzen verknüpft. Wer motiviert lernt, lernt nachhaltig und wer Spaß am Spielen hat, ist motiviert. Um den Spiel-Flow nicht zu unterbrechen, „haben Lernspiele keinen Prüfungscharakter" (Heinz, 2018, S. 9). Wenn diese Symbiose aus Spiel- und Lernziel gelingt, können Escape Rooms im Mathematikunterricht dazu beitragen, das Mathematiklernen nachhaltig zu gestalten. Die SuS nehmen die Aktivität „als Spiel und nicht als Lernanwendung wahr" (Hoblitz, 2015, S. 250). Somit stehen Spielziel und Lernziel nicht im Gegensatz zueinander. Stattdessen fördert die gezielt gelenkte Spielmotivation das Erreichen von Lernzielen.

Kriterien für Lernspiele, die gewährleisten, dass das Spielziel das Lernziel unterstützt, beinhalten, dass es eine Herausforderung zu überwinden gilt, die Einsatzregeln klar sind und Feedback zu Handlungen eingebaut ist (vgl. Schuldt, 2020, S. 217). Diese Anforderungen erfüllt ein Escape Room automatisch durch seinen Aufbau: Als Herausforderung müssen für eine Mission Rätsel gelöst werden, die Spielregeln werden im Einstieg erläutert und die Spielschleife generiert zu jedem Rätsel durch die Belohnung Feedback. Außerdem sollen *„lernrelevante Handlungsmöglichkeiten"* geschaffen und in eine *„fesselnde Handlung"* (ebd., S. 217) integriert werden. Eine spannende Geschichte gehört zu den Grundelementen eines Escape Rooms und wird durch lernrelevante Handlungsmöglichkeiten in Form von Rätseln ergänzt. Ein guter Escape Room enthält Rätsel, die verschiedene Denkweisen ansprechen (vgl. Wiemker et al., 2015, S. 63). Die Anforderungen die Lernenden zu motivieren, ihnen korrekte und relevante Informationen in angemessenem Umfang bereitzustellen (vgl. Schuldt, 2020, S. 218) sind ebenfalls durch den Aufbau erfüllt. Die Rätsel müssen eine „*mentale Anstrengung*" der SuS anregen, und bei den Rätselformaten oder in der Nachbesprechung sollte Raum für eine „*Transferförderung*" (ebd., S. 218) geschaffen werden. Außerdem empfiehlt es sich das Vorwissen der Spielenden zu reaktivieren und für Spielspaß zu sorgen (vgl. ebd., S. 218).

2.2.4.4. Rückschlüsse aus empirischer Forschung zu der Konzeption von Escape Rooms für mathematisches Begriffslernen

Neben den allgemeinen Anforderungen an den Mathematikunterricht zum Einsatz von Escape Rooms gibt es einige Erkenntnisse, die direkte Schlussfolgerungen für das mathematische Begriffslernen zulassen. Studienergebnisse zum Spielverhalten von ca. 130 Teilnehmenden einer qualitativen Videoanalyse in Deutschland zum informatischen Problemlösen mit Escape Rooms in Klasse 10 lassen sich problemlos auf Escape Rooms für mathematisches Begriffslernen in der Schule übertragen, da sie allgemeines Spielverhalten beleuchten (vgl. Hacke et al., 2019, S. 85ff.). Die Beobachtungen haben gezeigt, dass in den Spielgruppen meist „keinerlei Planungsphase stattfindet" (ebd., 2019, S. 88). Der Zeitdruck im Spiel hat einen großen Einfluss auf die Handlungsweisen der Lernenden. „In Bezug auf die Dokumentation ist die geringe Tendenz zu strukturierter Darstellung besonders auffällig" (ebd., S. 88). Dabei schreiben die Spielgruppen unterschiedlich viel auf, um die Herausforderungen zu bewältigen. Allerdings machen erfolgreiche Gruppen mit Zettel und Stift Notizen (vgl. Hacke et al., 2019, S. 87). Eine thematische Strukturierung neuer Lerninhalte ist für mathematisches Begriffslernen jedoch relevant, damit der Begriffsumfang sich ausbilden kann und neue Begriffe in ein bestehendes Begriffsnetz integriert werden können. Hier kann das Spielverhalten positiv durch die Vorbereitung der Lehrkraft von im Spiel auszufüllenden Übersichtsplänen oder Ähnlichem unterstützt werden.

Zu ähnlichen Einsichten kommt eine empirische Untersuchung zu Escape Rooms als pädagogisches Werkzeug im Physikunterricht in Rumänien. Dort wurde ein Escape Room erst mit einer Gruppe von 36 Lernenden einer Oberschule und im Anschluss im Rahmen eines Angebots für besonders begabte SuS getestet (vgl. Vörös & Sárközi, 2017, S. 2). Den Untersuchungen zufolge lernen SuS in einem Escape Room pragmatisch und behalten nur die Informationen, die ihnen bei der Lösung der Rätsel helfen (vgl. ebd., S. 6). Sie arbeiten fokussiert und zielorientiert. Insgesamt scheint der Einsatz von Escape Rooms besser zur Untersuchung eines neuen Phänomens geeignet, als dazu ein tieferes Verständnis zu vermitteln (vgl. ebd., S. 6). Folglich können Escape Rooms dazu eingesetzt werden, das intuitive Begriffsverständnis zu schulen und beispielsweise den Funktionsbegriff als Phänomen einzuführen oder zum inhaltlichen Begriffsverständnis Eigenschaften und Merkmale von Objekten zu untersuchen.

3. Methodisches Vorgehen

Auf Basis der dargelegten fachwissenschaftlichen Literatur aus Kapitel 2 werden nun konzeptionelle Überlegungen zu mathematischem Begriffslernen mit Escape Rooms zu einem Kriterienkatalog zusammengefasst. Bei dieser literaturbasierten Vorgehensweise werden als erstes die wichtigsten Merkmale von Lernumgebungen zusammengetragen, die mathematisches Begriffslernen fördern. Anschließend werden diese um Aspekte ergänzt, die sich die positiven Lerneffekte von Escape Rooms zunutze machen. Beide Konzepte stellen gewisse Ansprüche an eine gelungene Umsetzung. Sich diese bewusst zu machen, bildet die Basis, um einen geeigneten Escape Room zur Begriffsbildung zu konzipieren und im Anschluss zu analysieren und zu reflektieren.

Da diese Arbeit den im Folgenden erarbeiteten Kriterienkatalog exemplarisch an der Einführung des Funktionsbegriffs in einer 8. Klasse am Gymnasium erproben wird, stellt dieses Kapitel zudem didaktische Grundlagen zum Funktionsbegriff vor. Funktionen sind eines der fundamentalen Konzepte der Mathematik und finden in der Schule viele Anwendungen. Deswegen lohnt es sich den Lernprozess eines so wichtigen Begriffs mit den positiven Lerneffekten von Escape Rooms zu verknüpfen. In einer didaktischen Sachanalyse wird der Funktionsbegriff definiert und seine historische Entwicklung nachvollzogen, danach das Konzept in den Schulkontext und in den Berliner Rahmenlehrplan eingeordnet und schließlich werden wichtige Grundvorstellungen und Darstellungsformen aufgegriffen, die im Unterricht vermittelt werden müssen.

3.1. Herleitung eines Kriterienkatalogs zu mathematischem Begriffslernen mit Escape Rooms

Lernangebote, die mathematisches Begriffslernen generell fördern, weisen einige grundlegende Merkmale auf. So ist es für den Wissensaufbau notwendig entsprechende Grundvorstellungen aufzubauen und Lernenden gemäß der inferentialistischen Perspektive ausreichend Handlungsoptionen im Lernprozess zu bieten. Die Grundvorstellungen zeigen ausgehend vom mathematischen Inhalt, welches Wissen vermittelt werden muss. Die Handlungen der SuS im Lernprozess erlauben Rückschlüsse auf ihre Annahmen und ihr Wissen. Darauf aufbauend bilden SuS ihr *concept image* aus, welches sich aus dem Begriffsnamen, Begriffsinhalt, Begriffsumfang und dem Begriffsnetz zusammensetzt, und entwickeln die Fähigkeit des *concept usage*. Dies ist wichtig, damit Lernende nicht nur die Definition des Begriffs wiedergeben können, sondern den Begriff tatsächlich verstehen und anzuwenden lernen. Auch im Sinne des epistemologischen Dreiecks muss ein Begriff nicht nur in Bezug zu seiner Bezeichnung und seiner Bedeutung gesetzt werden, sondern zusätzlich zu seinen Referenzkontexten. Diese können unter Umständen aufzeigen, wieso der Begriff entstanden ist und worin sein Nutzen besteht.

In jedem Fall muss ein Escape Room zum Begriffslernen einen der fünf Schritte zur allgemeinen Begriffserarbeitung berücksichtigen, d.h der Escape Room muss den SuS ermöglichen, entweder eigenständig Erfahrungen zum Begriff zu sammeln oder durch das Darbieten von Objekten wie Beispielen und Gegenbeispielen den Begriff kennenzulernen. Alternativ kann der Escape Room den Lernenden helfen, charakterisierende Merkmale des Begriffs zu entdecken oder eine Begriffsdefinition zu erarbeiten. Eine kritische Reflexion des Begriffs mittels eines Escape Rooms ist ebenfalls denkbar. Entsprechend muss der Escape Room abhängig vom Wissensstand der Lernenden einen dieser Schritte ermöglichen. Falls der Begriff bereits erarbeitet wurde, wenn der Escape Room zum Einsatz kommt, kann er zur Sicherung und Vertiefung genutzt werden und den Begriff erkunden.

Neben Aspekten der allgemeinen Begriffserarbeitung gibt es je nach Art des Begriffs weitere Anforderungen, die zum Begriffslernen durch Escape Rooms erfüllt werden müssen. Je nach Vorwissen der SuS muss das intuitive, inhaltliche, integrierte oder formale Verständnis des Begriffs durch den Escape Room aufgebaut werden. Bei Leitbegriffen wie beispielsweise dem Funktionsbegriff kann dieses Verständnis je nach Wissensstand der Lernenden darin bestehen den Begriff als Phänomen vorzustellen, als Träger von Eigenschaften, als Teil eines Begriffsnetzes oder als eigenständiges Objekt zum Operieren.

Auf dieser Basis ergeben sich folgende Kriterien für einen Escape Room, der das mathematische Begriffslernen stärkt. Der Escape Room muss:

1. Grundvorstellungen zum Begriff aufbauen,
2. Handlungsmöglichkeiten zum Umgang mit dem Begriff bieten,
3. das *concept image* durch Lernzuwachs bezüglich des Begriffsnamens, Begriffsinhalts, Begriffsumfangs oder Begriffsnetzes stärken oder das *concept usage* der SuS fördern,
4. mindestens einen der fünf Schritte zur allgemeinen Begriffserarbeitung unterstützen, indem er die SuS Erfahrungen zum Begriff sammeln lässt,

Objekte darbietet, die Lernenden Merkmale entdecken lässt, sie unterstützt eine Begriffsdefinition zu erarbeiten oder den Begriff kritisch zu reflektieren. Alternativ kann der Escape Room nach der Erarbeitung in der Phase der Sicherung und Vertiefung zum Einsatz kommen.

5. Außerdem muss er die Begriffsart einbeziehen und daran anschließend an die Lerngruppe angepasst werden, um klar das intuitive, inhaltliche, integrierte oder formale Begriffsverständnis weiterzuentwickeln.

Dieser Kriterienkatalog berücksichtigt bereits die wichtigsten Merkmale zum mathematischen Begriffslernen und muss nun um Eigenschaften ergänzt werden, die sich auf mathematische Escape Rooms beziehen, damit die positiven Lerneffekte von Escape Rooms gleichermaßen ausgeschöpft werden.

Als spezielle Form des Lernspiels müssen Escape Rooms zum mathematischen Begriffslernen neues Wissen vermitteln. Dazu müssen sie über ein Lernziel und ein Spielziel verfügen, die sich gegenseitig unterstützen. Weiterhin sollen sie Spaß machen und die SuS motivieren, um positive Lernerfahrungen zu schaffen. Die Erzeugung eines immersiven Erlebnisses unterstützt den Lernprozess, durch die Einbettung des Spiels in eine spannende Geschichte und die Bereitstellung von passendem Material und adäquatem Medieneinsatz. Der Aufbau des Escape Rooms sollte sich gliedern in einen Einstieg, eine Rätselphase, ein Spielende und eine Nachbesprechung. Dabei sollte der Einstieg Interesse wecken, die Rätselphase bringt den SuS den Lerninhalt in Form von Handlungsmöglichkeiten näher, am Spielende gibt es eine Belohnung und in der Nachbesprechung ist Zeit für einen Austausch über die Spielerfahrungen und eine Diskussion wissenschaftlicher Hintergründe und ggf. Wissenstransfer.

Die Rätsel als das Herzstück des Escape Rooms sollten den Spielenden abwechslungsreiche Herausforderungen bieten und können per Spielschleife generiert werden, wobei durch das Lösen des Meta-Rätsels das Spielziel erreicht wird. Obwohl die Bewertung eines Rätsels subjektiv ist (vgl. Wiemker et al., 2015, S. 58), gibt es einige Leitfragen, die einen Anhaltspunkt bei der Rätselauswahl bieten. Zur Reflexion bei der Erstellung des Escape Rooms kann man sich fragen, ob das zu prüfende Rätsel in die Handlung integriert ist, ob die Hinweise auf das Rätsel logisch sind, ob das Rätsel mit Hilfe der im Raum vorhandenen Informationen gelöst werden kann und ob das Rätsel zur Atmosphäre des Raums beiträgt (vgl. Wiemker et al., 2015, S. 58). Ein Rätsel sollte in den Spielverlauf passen und ein Teil des größeren Ganzen des Raumes sein (vgl. Wiemker et al., 2015, S. 58). Zudem sollte die Lehrkraft zu jedem Rätsel einige Hinweise vorbereiten, falls die Spielgruppen Hilfe benötigen, und die Rätsel in einer lernförderlichen Reihenfolge miteinander verknüpfen, die zum Lerninhalt passt. Zudem müssen die Rätsel vom Thema und der Schwierigkeit an die Lerngruppe angepasst sein.

Des Weiteren sollte ein Escape Room zum Begriffslernen den Austausch über Lerninhalte während des Spielens begünstigen. Hier kann die Lehrkraft sowohl über die Gruppenzusammensetzung als auch eine offene oder multilineare Rätsel-Verkettung Einfluss nehmen. Auch schwierige Rätsel, die kooperatives Arbeiten fördern, regen zum Austausch über Mathematik an. Innerhalb der Gruppen können Aufgaben wie Zeitmanagement und die Dokumentation der Rätsellösungen aufgeteilt werden und so zusätzliches Zusammenarbeiten begünstigen. Ähnlich wie ein Lernpfad ermöglicht ein Escape Room Inhalte eigenständig zu erarbeiten. Deshalb ist es sinnvoll wie bei Lernpfaden Angebote für Lehrkräfte bereitzustellen, die kurz den didaktischen Nutzen und Einsatz des Lernangebots im Unterricht erläutern (vgl. Roth, 2015, S. 13). Schließlich sollten Escape Rooms den Lernenden den Raum geben sich auszuprobieren und Lerninhalte zu erkunden. Dazu bedarf es eines geschützten Raums ohne Leistungsdruck durch Noten (vgl. Heinz, 2018, S. 17).

Die genannten Merkmale ergänzen den Kriterienkatalog zum Begriffslernen um Gütekriterien für Escape Rooms. Ein Escape Room, der Begriffslernen fördert, muss zusätzlich zu den bereits aufgeführten Kriterien:

6. das Lernziel und Spielziel in Einklang bringen, um Wissen zu vermitteln,

7. motivieren und Spaß machen sowie mithilfe einer spannenden Geschichte und geeignetem Material ein immersives Lernerlebnis vermitteln,
8. über einen Einstieg, eine Rätselphase, ein Spielende und eine Nachbesprechung verfügen,
9. gute Rätsel und Hinweise bereitstellen, die an die Lerngruppe angepasst sind und das inhaltliche Thema in einer sinnstiftenden Reihenfolge aufbereiten,
10. kooperatives Arbeiten und somit den intensiven Austausch über Lerninhalte anregen,
11. Angebote für Lehrkräfte zum Einsatz des Escape Rooms im Mathematikunterricht bereitstellen,
12. einen geschützten Raum zum Ausprobieren darstellen, der keiner Leistungsbeurteilung wie Noten unterliegt.

Auf dieser Basis lassen sich Escape Rooms, wie der in Kapitel 4 vorgestellte Escape Room *Den Graphen auf der Spur*, zum mathematischen Begriffslernen gestalten.

3.2. Didaktische Sachanalyse zum Funktionsbegriff

3.2.1. Begriffsdefinition und historische Entwicklung

Zwar wird im Allgemein unter einer Funktion stets eine „eindeutige Zuordnung" (Hischer, 2012, S. 157) verstanden, allerdings muss festgestellt werden, dass „es in der Mathematik, diesem Prototyp der exakten Wissenschaften, offensichtlich *keine einheitliche formale Definition dessen* gibt, was eine *Funktion* ist" (ebd., S. 129). Es existieren viele gleichwertige Definitionen, da das Konzept in vielen mathematischen Gebieten auf seine eigene Weise zum Tragen kommt. „Eine Funktion lässt sich als Paarmenge, als eine spezielle Teilmenge eines kartesischen Mengenprodukts ansehen, sie lässt sich aber auch über die (fortwährende)

Zuordnung von Zahlenwerten erklären“ (Weigand, 2015, S. 265). Letztlich sind all diese Definitionsansätze äquivalent.

Mit dem Ziel des Einsatzes im Schulkontext wird der Funktionsbegriff in dieser Arbeit folgendermaßen definiert: Seien X und Y Mengen. Eine Zuordnung f, die jedem Element $x \in X$ genau ein Element $y \in Y$ zuordnet, nennt man Funktion (vgl. Greefrath et al., 2016, S. 44). Man schreibt $f: X \to Y,\ x \mapsto f(x)$, wobei man $f(x)$ als Funktionswert der Funktion f an der Stelle x bezeichnet (vgl. Glaubitz, Rademacher, & Sonar, 2019, S. 68ff.). Für die Funktion $f: X \to Y$ heißen die Mengen X bzw. Y der Definitionsbereich bzw. der Wertebereich. In diesem Zusammenhang bezeichnet man die Menge

$$f(X) \coloneqq \{y \in Y \mid \exists\, x \in X \; mit \; f(x) = y\} \subseteq Y$$

als das Bild von f (vgl. Hieber, 2018, S. 8f.). Funktionen können auf viele Weisen dargestellt werden, unter anderem durch eine Funktionsgleichung, einen Graphen im Koordinatensystem oder ggf. durch eine Wertetabelle.

Die soeben beschriebene Vielfalt im Verständnis von Funktionen hat kulturhistorische Ursprünge und spiegelt den großen Reichtum und fundamentalen Nutzen dieses Konzepts wider (vgl. Hischer, 2012, S. 163). Der Funktionsbegriff kann, wie in *Abbildung 5* dargestellt, „auf eine rund 4000 Jahre alte Entwicklungsgeschichte zurückblicken“ (ebd., S. 131). Von der anfänglichen

19. Jh. v. Chr.	• **Babylonier:** *Tabellierung* von Funktionen
ab 5. Jh. v. Chr.	• **griechische Antike:** kinematisch erzeugte *Kurven*
ca. 950 n. Chr.	• **Klosterschule:** *erste dokumentierte zeitachsenorientierte Funktion* – graphische Darstellung der Inklination von Planetenbahnen in *Koordinatensystem*
Anfang des 11. Jhs.	• **Guido von Arezzo:** Erfindung der *Notenschrift* – eine weitere zeitachsenorientierte Funktion
14. Jh.	• **Mittelalter**, insbesondere **Nicole d'Oresme:** *graphische Darstellung* zeitabhängiger Größen
17. Jh.	• **Newton:** *Fluxionen, Fluenten* • **Leibniz**, **Jakob I Bernoulli:** erstmalig das Wort *„Funktion“* • **Johann I Bernoulli:** *„Ordinaten“*
18. Jh.	• **Johann I Bernoulli**, **Euler:** Funktion als *„analytischer Ausdruck“*, d. h. als *„Term“* • **Euler:** Funktion als *freihändig gezeichnete Kurve* • **Lambert** und andere: *graphische Darstellung empirischer Zusammenhänge*
19. Jh.	• **Fourier**, **Dirichlet, Dedekind:** Funktion (Abbildung) als *eindeutige Zuordnung* • **Peano**, **Peirce**, **Schröder:** Relation als *Menge geordneter Paare*
Anfang des 20. Jhs.	• **Hausdorff** (1914): Funktion als *spezielle Relation*
seit Ende d. 20. Jhs.	• ... die große Vielfalt ???

Abbildung 5: Die historische Entwicklung des Funktionsbegriffs
(Hischer, 2012, S. 131)

Nutzung als Werkzeug bzw. „Mittel zum Zweck" hat sich die Funktion zum zentralen „*Objekt* einer Betrachtung" (ebd., S. 158) ausgebildet, wie beispielsweise in den Disziplinen Funktionentheorie oder Funktionalanalysis.

Dabei kann der Entstehungsprozess im Wesentlichen in vier Phasen eingeteilt werden: dem Verständnis der Funktion als veränderliche Größe ab dem 17. Jahrhundert, die Auffassung als analytischer Ausdruck ab dem 18. Jahrhundert, die Vorstellung der Funktion als Zuordnung ab dem 19. Jahrhundert und die Beschreibung der Funktion als Menge von Paaren ab dem 20. Jahrhundert (vgl. Greefrath et al., 2016, S. 24). „Die inhaltliche Vielfalt, mit der uns der Funktionsbegriff heute begegnet – auch im Mathematikunterricht –, ist also ein Resultat seiner historischen Genese" (ebd., S. 24). Deshalb bietet die kulturhistorische Betrachtung der Begriffsentwicklung „Hinweise für eine zu gestaltende ontogenetische Begriffsentwicklung" (Hischer, 2012, S. 131). Die historische Entwicklung verdeutlicht die vielen Facetten des Funktionsbegriffs. Je nach Referenzkontext wird die Funktion mit unterschiedlichen Zeichen beschrieben und für andere Zwecke genutzt (vgl. ebd., S. 127). Gleiches gilt für den Funktionsbegriff im Mathematikunterricht.

3.2.2. Die Funktion im Schulkontext und im Berliner Rahmenlehrplan

Sowohl in der Mathematik allgemein als auch im Mathematikunterricht tauchen Funktionen als Leitbegriff implizit und explizit regelmäßig auf.

> Der *Funktionsbegriff* entwickelt sich beginnend in der Grundschule durch das Analysieren, Bewerten und Modellieren verschiedener Umweltbeispiele, über das Kennenlernen einer ganzen Reihe von Funktionstypen in der Sekundarstufe I bis hin zur eingehenden Analyse von Funktionseigenschaften mithilfe der Begriffe Grenzwert, Ableitung und Integral in der Oberstufe (Greefrath et al., 2016, S. 10).

Wie in Kapitel 2.1.3.2 bereits erläutert, werden Leitbegriffe in Stufen erlernt. Zunächst wird ein intuitives, dann ein inhaltliches Begriffsverständnis vermittelt, gefolgt von einem integrierten und schließlich einem formalen Begriffsverständnis (vgl. Lindner & Reichenberger, 2015, S. 85). Diese Arbeit legt ihren Fokus auf die explizite inhaltliche Einführung des Funktionsbegriffs in Sekundarstufe I. Demnach wird hier die zweite Stufe diskutiert, nämlich das inhaltliche Begriffsverständnis anhand von wesentlichen Merkmalen. Anders als zuvor, wird die Funktion erstmals direkt als solche benannt und durch ihre Eigenschaften definiert. Ein formales Arbeiten mit Beziehungen zwischen Begriffsmerkmalen findet erst in der nächsten Stufe statt, bei der die Funktion in ein Begriffsnetz eingeordnet wird. „Die formale Fassung anhand des Mengenbegriffs kann darauf aufbauend in den Jahrgangsstufen 10 bis 12 erfolgen, um eine begriffliche Basis für die Oberstufenmathematik zu schaffen“ (Greefrath et al., 2016, S. 46). Dem Lernprozess dieses so fundamentalen inhaltlichen Kompetenzbereichs wird im Berliner Rahmenlehrplan eine eigene der fünf Leitideen gewidmet: Die vierte Leitidee nennt sich „**[L4] Gleichungen und Funktionen**“ (Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Wissenschaft Berlin, 2015, S. 9).

Tatsächlich sammeln Lernende nicht nur im Mathematikunterricht Vorwissen zum Funktionsbegriff. „Graphische und tabellarische Darstellungen sind in unserem Alltag weit verbreitet“ (Laakmann, 2013, S. 301) und werden in vielen Schulfächern behandelt, „z. B. Geschichte, Politik, Naturwissenschaften“ (ebd., S. 100). Entsprechend sind einige Darstellungsformen von Funktionen den SuS bereits bekannt. Des Weiteren sind SuS vor der Einführung des Funktionsbegriffs mit Zuordnungen, speziell proportionalen und antiproportionalen Zuordnungen vertraut, wie sich aus dem Berliner Rahmenlehrplan entnehmen lässt (vgl. Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Wissenschaft Berlin, 2015, S. 55).

Der Kompetenzbereich „**Zuordnungen und Funktionen**“ teilt sich in die Gebiete „**Zuordnungen und Funktionen untersuchen**“, „**Zuordnungen und Funktionen darstellen**“ und „**Eigenschaften funktionaler Zusammenhänge nutzen**“ (ebd., S. 29). Zum ersten Mal taucht der Begriff „Funktion“ dort in Niveaustufe F im Zusammenhang mit linearen Funktionen auf. Diese Niveaustufe entspricht am Berliner Gymnasium der Jahrgangsstufe 8 (vgl. ebd., S. 13). Die Einführung des Funktionsbegriffs ist Teil des Übergangs von Niveaustufe E zu F und lässt sich somit zu Beginn einer Unterrichtsreihe zu linearen Funktionen in Klasse 8 ansiedeln. Aufbauend auf das Vorwissen zu proportionalen und antiproportionalen Zuordnungen wird die Funktion als eindeutige Zuordnung eingeführt. Anschließend kann die proportionale Funktion den Übergang zu linearen Funktionen und ihren Merkmalen und Eigenschaften schaffen. In den folgenden Klassenstufen lernen SuS zudem weitere Funktionstypen kennen, wie unter anderem quadratische und trigonometrische Funktionen, sowie Potenz-, Exponential- und ausgewählte ganzrationale Funktionen (vgl. ebd., S. 29).

Zur Funktionseinführung wird zunächst auf bekannte Fähigkeiten aus Niveaustufe E zurückgegriffen: das „Beschreiben von Eigenschaften von Zuordnungen“ (ebd., S. 55). Die Funktion wird als besondere Form der Zuordnung aufgefasst, um daran anknüpfende Fähigkeiten, wie das „Übersetzen zwischen sprachlicher, tabellarischer und grafischer Form sowie Funktionsgleichung von linearen Funktionen“ (ebd., S. 55) der Niveaustufe F vorzubereiten. Erst in Niveaustufe G lernen SuS das „Beschreiben und Interpretieren funktionaler Zusammenhänge und ihrer Darstellungen in Alltagssituationen“ (ebd., S. 57). Genau genommen kann dies in einfacher Form allerdings schon zur Einführung des Funktionsbegriffs als eindeutige Zuordnung genutzt werden, wenn beispielsweise Funktionsgraphen entsprechenden Alltagssituationen zugeordnet werden. Dies bildet keinen Widerspruch zur Einordnung des Themas in Stufe F. „Insbesondere an Gymnasien können durch geeignete inhaltliche Verknüpfungen in der Jahrgangsstufe 8 Vorgriffe auf die in G bzw. H beschriebenen Standards erfolgen“ (ebd., S. 14). Der Fokus liegt weiterhin auf den Kompetenzen aus Niveaustufe F.

3.2.3. Grundvorstellungen und Darstellungsformen im Mathematikunterricht vermitteln

Bei der inhaltlichen Begriffseinführung sollen SuS die Funktion als eindeutige Zuordnungsvorschrift in verschiedenen Darstellungsformen kennenlernen. Dadurch lernen sie zu bestimmen, ob es sich bei einer Zuordnung um eine

Funktion handelt, und machen sich vertraut mit Prototypen und den Grundvorstellungen von Funktionen. Mit dem Ziel, die im Berliner Rahmenlehrplan beschriebenen Kompetenzen der SuS optimal zu fördern, etabliert der Mathematikunterricht wichtige Grundvorstellungen zum Funktionsbegriff. Diese helfen den Lernenden dabei Funktionen, je nach Kontext zum einen entweder „lokal, regional oder global" und zum anderen als „statisch oder dynamisch" (Laakmann, 2013, S. 81) zu betrachten. Zu diesem Zweck werden in der Schule die *„Zuordnungsvorstellung* (eine Funktion als Zuordnung einzelner Werte), [die] *Kovariationsvorstellung* (eine Funktion als Wechselspiel zweier Größen) und [die] *Objektvorstellung* (eine Funktion als eigenständiges mathematisches Objekt)" (Klinger, 2019, S. 64) vermittelt.

Der Zuordnungsaspekt stellt Zusammenhänge zwischen Größen her und liegt nahe an der in dieser Arbeit gegebenen Definition des Funktionsbegriffs: *„Jedem Wert der unabhängigen Größe wird genau ein Wert der davon abhängigen Größe zugeordnet"* (Roth & Lichti, 2021, S. 2). Diese Sichtweise der Funktion ist „lokal und statisch" (Laakmann, 2013, S. 83) und „steht am Anfang der historischen Entwicklung" (ebd., S. 82). Eine Situation, in der sich diese Grundvorstellung anbietet, ist, wenn man das Alter eines Kindes in Verbindung zu dessen Körpergröße bringt (vgl. Roth & Lichti, 2021, S. 2).

Im Gegensatz dazu verdeutlicht der Kovariationsaspekt *„wie sich die Änderung einer Größe auf eine von ihr abhängige Größe auswirkt, wie also die abhängige Größe bei Variation der unabhängigen Größe mit variiert (kovariiert)"* (ebd., S. 3). Diese Auffassung der Funktion ist regional und dynamisch, weil „Zuordnungen nicht mehr punktweise betrachtet [werden], sondern die Veränderungen in einem Intervall" (Laakmann, 2013, S. 84) in den Blickpunkt rückt. Sie hat ebenfalls eine lange Entwicklungsgeschichte und findet sich bereits im Mittelalter wieder (vgl. ebd., S. 84). Die Grundvorstellung der Funktion als Kovariation wird genutzt, wenn man sich beispielsweise fragt, wie schnell ein Kind wächst und sich die Körpergröße in festgelegten Zeitabschnitten verändert (vgl. Roth & Lichti, 2021, S. 3).

Die Objektvorstellung ist eine globale Sichtweise der Funktion als Ganzes und ist „historisch mit Leibnitz und Euler verbunden“ (Laakmann, 2013, S. 85). *„Man betrachtet nicht mehr einzelne Wertepaare, sondern die Menge aller Wertepaare, und interessiert sich für die charakteristischen Eigenschaften, also die Besonderheiten der gesamten Funktion*“ (Roth & Lichti, 2021, S. 3). Diese Grundvorstellung wird benötigt, um zum Beispiel die Veränderung der Körpergröße mehrerer Kinder über einen Zeitraum miteinander zu vergleichen (vgl. ebd., S. 3).

Im Mathematikunterricht werden diese drei Grundvorstellungen nach und nach aufgebaut und erweitert, wobei zur allgemeinen Definition des Funktionsbegriffs in der 8. Klasse „zumeist der Zuordnungsaspekt genutzt [wird] – vor allem aufgrund des geringeren formalen Aufwands und seiner größeren Nähe zu (Alltags-)Phänomenen“ (Greefrath et al., 2016, S. 50). Der Aufbau der drei Grundvorstellungen erfolgt „anhand von ihren Darstellungen und deren Vernetzung“ (Roth & Lichti, 2021, S. 4). Ohne Darstellungswechsel ist das Begriffslernen hier nicht möglich. Auch der Berliner Rahmenlehrplan hält fest: „Das Arbeiten mit Funktionen ist gekennzeichnet durch den Wechsel zwischen verschiedenen Darstellungsformen“ (Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Wissenschaft Berlin, 2015, S. 9). Neben der angemessenen Anwendung von Grundvorstellungen und Darstellungsformen beinhaltet die Fähigkeit des funktionalen Denkens zudem Phänomene wie zeitliche Entwicklungen als funktionale Zusammenhänge zu erfassen und nutzen zu können (vgl. Greefrath et al., 2016, S. 70). Dadurch bauen SuS ihr persönliches *concept image* auf (vgl. Klinger, 2019, S. 71).

Beim Begriffslernen sollten Fehlvorstellung möglichst von Anfang an vermieden werden. „Handlungsleitende Festlegungen sind für Schülerinnen und Schüler über einen längeren Zeitraum hochgradig viabel, unabhängig davon, ob sie mathematisch tragfähig sind oder nicht“ (Schacht, 2012, S. 346). In anderen Worten ist es schwierig fehlerhafte Vorstellung zu ändern, wenn SuS diese einmal aufgebaut haben. Da es sich bei Funktionen um ein fundamentales mathematisches Konzept handelt, brauchen SuS allerdings tragfähige Vorstellungen und deshalb „lohnt es sich, gerade in diesen Einstieg Unterrichtszeit zu investieren“ (Roth & Lichti, 2021, S. 8). Für die Vermittlung des Funktionsbegriffs ist der Einsatz von Funktionsgraphen als einführende Darstellung besonders gut geeignet, um die Vernetzung zu anderen Darstellungsformen anzuregen (vgl. ebd., S. 4). Die graphische Herangehensweise erlaubt das Erkunden unterschiedlicher Funktionstypen und stärkt gleichermaßen die Zuordnungsvorstellung und die Kovariationsvorstellung (vgl. ebd., S. 8). „Eine wesentliche Schwierigkeit der Schülerinnen und Schüler besteht darin, Funktionen von andersartigen Zuordnungen zu unterscheiden“ (Nitsch, 2015, S. 104). Anhand von graphischen Darstellungen lässt sich eine eindeutige von einer uneindeutigen Zuordnung leicht unterscheiden, indem Beispiele und Gegenbeispiele identifiziert werden. „Lernende denken offensichtlich an Prototypen, wenn sie entscheiden, ob eine Funktion vorliegt oder nicht“ (Laakmann, 2013, S. 101). Deshalb müssen ausreichend Beispiele und Gegenbeispiele für Funktionen im Mathematikunterricht behandelt werden.

4. Praktische Umsetzung

Die konzeptionellen Überlegungen zu mathematischem Begriffslernen mit Escape Rooms der vorangegangenen Kapitel werden im Folgenden exemplarisch an der Einführung des Funktionsbegriffs in der 8. Klasse am Gymnasium erprobt. Dazu wird der für diese Arbeit konzipierte Escape Room *Den Graphen auf der Spur* zunächst vorgestellt und didaktisch erläutert. Daraufhin wird anhand der Kriterien aus Kapitel 3.1 für mathematisches Begriffslernen mit Escape Rooms diskutiert, inwiefern die Förderung des Begriffserwerbs gelingt.

4.1. Didaktische Erläuterung des Escape Rooms *Den Graphen auf der Spur*

Der Escape Room *Den Graphen auf der Spur* wurde im Rahmen dieser Arbeit entwickelt, um am Funktionsbegriff zu demonstrieren, wie mathematisches Begriffslernen mit Escape Rooms gelingen kann. Durch das Ergänzen digitaler Anteile durch analoge Materialien erschafft der Escape Room eine hybride Lernumgebung im Sinne des Blended Learnings. Die digitalen Anteile des Escape Rooms finden sich unter

https://view.genial.ly/62879c8cb8b7d2001144ec88/interactive-content-den-graphen-auf-der-spur-ein-mathematischer-escape-room-fur-klasse-8

und werden durch die analogen Materialien im GeoGebra-Buch *Den Graphen auf der Spur – Handreichung für Lehrkräfte* unter

https://www.geogebra.org/m/abpdamxm

ergänzt. *Den Graphen auf der Spur* ist zur Einführung des Funktionsbegriffs in Klasse 8 am Gymnasium konzipiert und wurde in einer vorläufigen Version bereits an einem Berliner Gymnasium mit 10 SuS getestet. Als Vorwissen wird vorausgesetzt, dass die Lernenden mit proportionalen und antiproportionalen Zuordnungen vertraut sind und Darstellungsformen wie Wertetabellen und Graphen wie Weg-Zeit-Diagramme kennen. Folgende Lernziele sollen mithilfe des Lernangebots erreicht werden:

Die Schülerinnen und Schüler können

- erklären, was eine mathematische Funktion ist (Begriffsinhalt),
- anhand eines Graphen erkennen, ob es sich um eine Funktion handelt (Begriffsumfang),
- wichtige Begriffe im Zusammenhang mit Funktionen korrekt benennen (Begriffsnetz),
- Funktionen nutzen, um Wertepaare zu ermitteln und verschiedene Darstellungsformen wie Funktionsgraph, Wertetabelle und Funktionsgleichung auf die gleiche Funktion zurückführen (*concept usage*).

Als Spielzeit nach dem Einstieg bis zum Spielende sind 60 Minuten vorgesehen, sodass der Escape Room in einer Doppelstunde von 90 Minuten zum Einsatz kommen kann. Jede Spielgruppe benötigt neben Schreibutensilien ein internetfähiges Endgerät, idealerweise einen Computer. Außerdem müssen die SuS im Spiel den QR-Code-Scanner ihres Smartphones verwenden. Als Handreichung für Lehrkräfte dient das besagte GeoGebra-Buch, in dem sämtliches Material mit Anleitungen, Musterlösungen und Hinweisen bereitgestellt wird. „*GeoGebra* ist eine kostenlose dynamische Mathematiksoftware für Lernende und Lehrende […] zum Erstellen von interaktiven Unterrichtsmaterialien in Form von Webseiten" (Bast, 2021, S. 9). Die analogen Materialien sowie die Handreichung finden sich zudem im Anhang 6 dieser Arbeit. Im Spielverlauf rufen die Lernenden und die Lehrkraft nur Webseiten mit Servern in der EU auf. Alle Materialien wurden im Vorfeld mit Affinity Photo, dem Avatar Generator unter bloggerpilot.com/tools/avatar-generator, dem fun ticket generator unter tickets.kadsoftwareusa.com, Genially, GeoGebra, einem grafikfähigen Tablet, hanauska.info/tools/qrclick, kreuzwort-raetsel.com, LearningApps, Microsoft Word, Pixabay und dem WhatsApp Fake Chat Generator unter www.fakewhats.com/generator erstellt. Eine Übersicht des Aufbaus von *Den Graphen auf der Spur* findet sich in *Abbildung 6*.

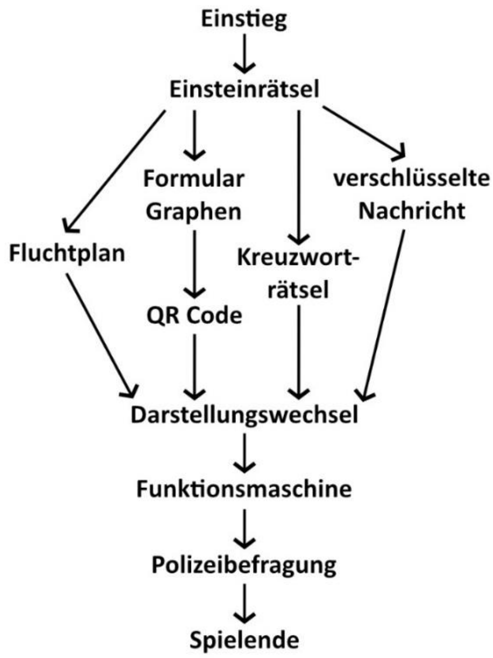


Abbildung 6: Der Aufbau von Den Graphen auf der Spur

4.1.1. Der Einstieg in den mathematischen Escape Room

Zu Beginn der Unterrichtsstunde liest die Lehrkraft eine Einstiegsgeschichte vor, die die SuS darauf vorbereitet bei ihrem Museumsbesuch der Ausstellung „Den Graphen auf der Spur" für die Schulzeitung Zeuginnen und Zeugen eines

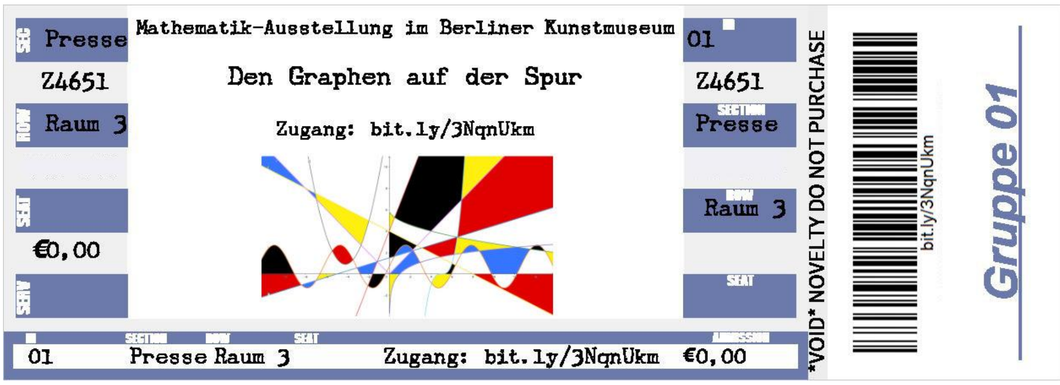


Abbildung 7: Eintrittskarte Gruppe 01

Kunstraubs zu werden, den sie aufklären sollen (vgl. Anhang 6.3). Das Kunstwerk „Graphenkomposition" zurückzubringen und den Täter oder die Täterin zu identifizieren ist die Mission des Escape Rooms *Den Graphen auf der Spur*. Dieser nutzt zum mathematischen Begriffslernen die positiven Lerneffekte der Einbettung in eine Geschichte, um die Möglichkeiten des Flow-Erlebens auszuschöpfen. Die anschließende Gruppeneinteilung erfolgt durch den Aufdruck auf den Eintrittskarten für den Museumsbesuch (vgl. Anhang 6.1), wie exemplarisch in *Abbildung 7* für Gruppe 01 zu sehen ist. Hier kann sich die Lehrkraft eine für die Lerngruppe passende Gruppeneinteilung überlegen, sodass 3 bis 4 Lernende gemeinsam spielen. Auf der Eintrittskarte ist zudem das mathematische Kunstwerk „Graphenkomposition" zu sehen, welches in der Geschichte gestohlen wird.

Der Zugang zu dem digital beginnenden Escape Room per Eintrittskarte soll ein immersives Erlebnis fördern. Nachdem die Lehrkraft die Eintrittskarten verteilt hat, startet sie für alle sichtbar einen Timer für 60 Minuten an der Tafel. Falls eine Pause zwischen den Schulstunden vorgesehen ist, kann der Timer in dieser Zeit entsprechend pausiert werden. Bei der Erprobung an einem Berliner Gymnasium haben allerdings fast alle SuS während der Pause fleißig weiter gerätselt. Der Kurzlink bit.ly/3NqnUkm auf den Eintrittskarten, den zusätzlich der Barcode enthält, führt die SuS zum Beginn des Escape Rooms mit dem Programm Genially, welches ebenfalls Immersion fördert. Genially ist ein pädagogisches Tool, das digitale Vorlagen bereitstellt und die Erstellung eigener Inhalte ermöglicht (vgl. Grande-de-Prado et al., 2021, S. 17).

4.1.2. Das Einstein-Rätsel zur Reaktivierung von Vorwissen

Die SuS begeben sich in ihren Gruppen auf den digitalen Museumsbesuch. Um zu vermeiden, dass sie dabei versuchen, sich möglichst schnell durch den Escape Room zu klicken, ohne sich ausreichend mit den Inhalten auseinanderzusetzen, erscheinen viele Elemente wie Pfeile zur nächsten Seite erst nach kurzer Zeit. Gleiches gilt für manche Hilfen, wie den erst nach einigen Sekunden blinkenden Lichtschalter, nachdem im Museum das Licht ausfällt und das bedeutendste Kunstwerk der Mathematik-Ausstellung gestohlen wird.

Abbildung 8: Das Einstein-Rätsel

In der auf den Kunstraub folgenden Zuordnungsaufgabe, die in *Abbildung 8* zu sehen ist, werden zwei der vier Verdächtigen durch ein Einstein-Rätsel ausgeschlossen. Diese Rätselart, die auch als Zebra-Rätsel bekannt ist, zählt als das wohl „bekannteste Logical und verdankt seine Berühmtheit dem Gerücht, dass Einstein es erfunden“ (Löh, Krauss, & Kilbertus, 2016, S. 117) haben soll. Durch das Lösen dieses Rätsels reaktivieren SuS unbewusst ihr Vorwissen zu Zuordnungen und bringen gleichzeitig die Geschichte des Escape Rooms voran. Allgemein ist das Starträtsel oft „verhältnismäßig leicht zu lösen und will so den Schüler*innen ein erstes Erfolgserlebnis verschaffen“ (Mohr, 2021, S. 4). Im Testdurchlauf gab es bei der Nachbesprechung positive Rückmeldungen der SuS zum Einstein-Rätsel.

Entsprechend ist davon auszugehen, dass dieses Starträtsel für ein motiviertes Weiterspielen mit positiven Emotionen sorgt und dadurch den Weg für nachhaltiges Lernen ebnet (vgl. Thiele, 2020, S. 150). Die Zuordnung selbst erfolgt durch ein „Zuordnungsgitter“ (Retterath, 2015, S. 21) von LearningApps, einer „Internetanwendung, mit der interaktive Übungen erstellt werden können“ (ebd., S. 20). Durch das Klicken auf den blauen Kreis mit Häkchen rechts unten, gibt die LearningApp eine „unmittelbare Rückmeldung“ (ebd., S. 20) zur Bearbeitung der Zuordnungsaufgabe. Um Sicherzustellen, dass alle Rätsel von den SuS tatsächlich gelöst werden, arbeitet der Escape Room mit passwortgeschützten Seiten. Diese Passwörter erhalten die SuS als Belohnung diverser Spielschleifen, wenn sie Rätsel lösen. Nach dem Einstein-Rätsel wird zum Beispiel nach dem Nachnamen der verdächtigen Frau mit Koffer gefragt.

4.1.3. Vom linearen zum offenen Aufbau

Sobald die Lernenden das Passwort nach dem Einstein-Rätsel eingegeben haben, sehen sie sich neben dem Museum um und erhalten dabei eine WhatsApp-Nachricht ihrer Mathematiklehrerin Frau Günther. Das Einbeziehen der eigenen Lehrkraft sorgt für ein persönlicheres Verhältnis zum Lernspiel und somit zu den Inhalten. Die Nachricht unterstützt außerdem das immersive Erlebnis. Laut der Nachricht in *Abbildung 9* wurde ein Briefumschlag mit Material des Täters oder der Täterin gefunden, den sich die SuS bei der Lehrkraft abholen müssen. Die Briefumschläge für alle Spielgruppen hat die Lehrkraft im Vorfeld nach der Anleitung in der Handreichung vorbereitet. An dieser Stelle wird die digitale mit der analogen Lernumgebung verknüpft, um für ein hybrides Lernerlebnis zu sorgen. Der Briefumschlag enthält die in Anhang 6.2 dargestellten Rätsel und sorgt dafür, dass der Escape Room von einem linearen in einen offenen Aufbau übergeht.

Abbildung 9: Die WhatsApp-Nachricht der Mathematiklehrerin

4.1.3.1. Die Inhaltsübersicht des Briefumschlags

Alle Inhalte des Briefumschlags werden auf einer Übersicht aufgeführt, die in *Abbildung 10* zu sehen ist. So können die Lernenden überprüfen, ob alle Materialien vorliegen. Außerdem bietet die Übersicht eine erste Orientierungshilfe für den nunmehr offenen Spielaufbau. Für die Geschichte zählen alle Inhalte des Briefumschlags als Erinnerungshilfen des Täters oder der Täterin, um das gestohlene Kunstwerk „Graphenkomposition“ sicher in ein Geheimversteck zu bringen. Auf diese Weise sind alle analogen Materialien in die Handlung integriert. Die Rätsel lassen sich aus den gegebenen Informationen und mit logischem Denken entschlüsseln. Die Reihenfolge der Bearbeitung ist beliebig. Idealerweise werden alle Rätsel innerhalb der Gruppe gleichzeitig bearbeitet, damit die einzelnen Lösungen wechselseitig zur Entschlüsselung beitragen. Durch das abwechslungsreiche und ansprechende Spieldesign tragen die folgenden Rätsel außerdem zur spannenden Atmosphäre des Escape Rooms bei. Demnach sind die Materialien im Briefumschlag sinnvoll für die Lernumgebung (vgl. Wiemker et al., 2015, S. 58).

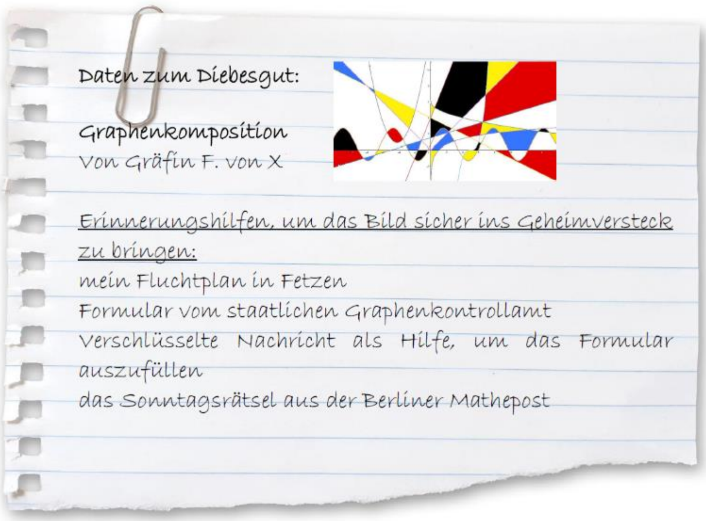


Abbildung 10: Die Inhaltsübersicht des Briefumschlags

4.1.3.2. Der Fluchtplan

Das wahrscheinlich einfachste Rätsel aus dem Briefumschlag ist der Fluchtplan in Fetzen. An den grauen Linien von der Lehrkraft zerschnitten, muss er im Spiel von den Lernenden als Puzzle wie in *Abbildung 11* zusammengesetzt werden. Die Informationen dieses Puzzles helfen den SuS im weiteren Spielverlauf. Es liefert

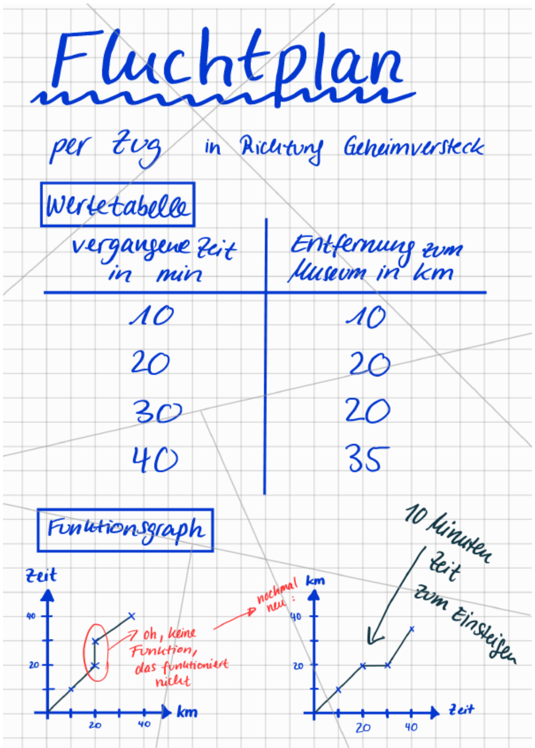


Abbildung 11: Der Fluchtplan

nicht nur Hinweise zur Flucht, sondern außerdem werden hier exemplarisch eine Wertetabelle und der dazugehörige Funktionsgraph dargestellt. Als Referenzkontext von Funktionen taucht die Beschreibung von Zusammenhängen zwischen Weg und Zeit häufig auf und ist deshalb zur ontogenetischen Begriffsbildung sinnvoll. Ein Grund dafür Wertetabellen zur Funktionseinführung aufzugreifen ist, dass sie bereits bekannt sind und, „dass in den kulturhistorischen Spuren der Entwicklung des Funktionsbegriffs, beginnend bei den Babyloniern vor rund 4000 Jahren, mehrfach Tabellen auftraten, in denen wir heute Funktionen erkennen können“ (Hischer, 2012, S. 164). Demnach wird hier die kulturhistorische Begriffsbildung durch die Darstellung der Wertetabelle berücksichtigt. An dieser Stelle ist „das mit "Funktion als Tabelle" bezeichnete didaktische Konzept […] sowohl tragfähig als auch hinreichend umfassend“ (ebd., S. 164) und verdeutlicht den Zuordnungsaspekt. Der Fluchtplan enthält zudem einen Darstellungswechsel, der auf das *concept usage* hinweist. Aus Wertetabellen ein Weg-Zeit-Diagramm zu zeichnen, sollte den SuS bereits aus Klasse 7 vertraut sein. Der Fluchtplan enthält links unten ein Gegenbeispiel und rechts unten ein Beispiel für den Funktionsgraph, mit Hinweis auf den bedeutenden Unterschied der uneindeutigen zur eindeutigen Zuordnung. Dieses Rätsel ist primär als Verständnishilfe für die nächsten Rätsel gedacht.

4.1.3.3. Die verschlüsselte Nachricht

Wie im Anhang unter 6.2.3 und 6.2.4 zu sehen, finden die Spielgruppen im Briefumschlag die verschlüsselte Definition des Funktionsbegriffs.

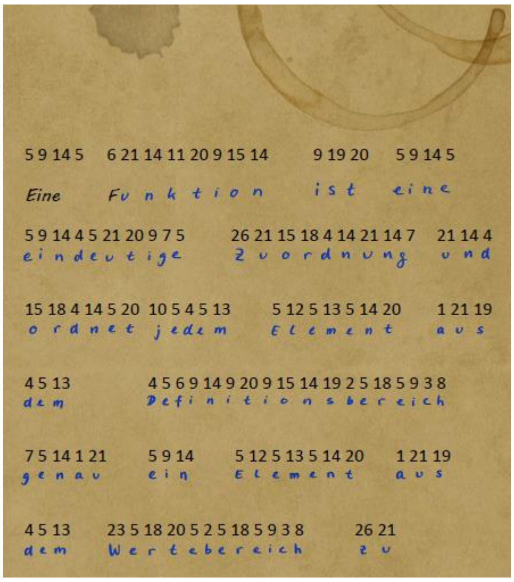
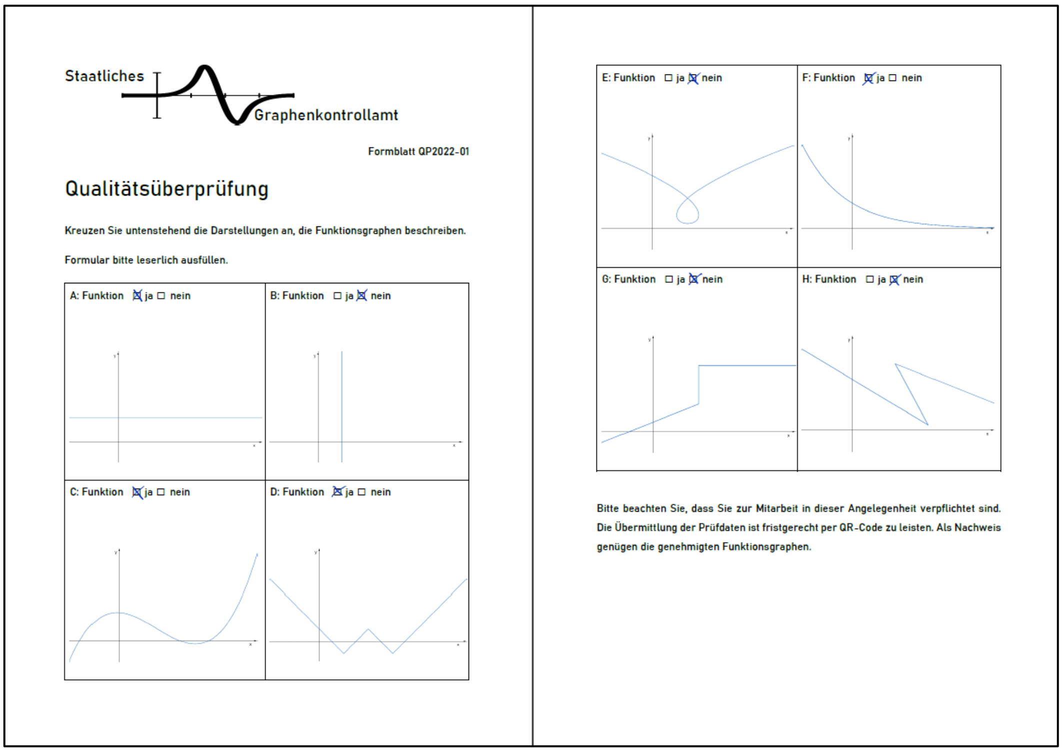


Abbildung 12: Die verschlüsselte Nachricht

Verschlüsselungen sind eine gängige Methode in Escape Rooms, um spannenden Rätselspaß zu vermitteln (vgl. Scheller, 2020, S. 15ff.). Die Beobachtungen im Testdurchlauf haben dieses Spielempfinden bestätigt. Durch das Rätsel wird der Begriffsinhalt der Funktion vermittelt und somit ein erstes *concept image* aufgebaut. Tatsächlich handelt es sich bei der Kodierung selbst ebenfalls um eine eindeutige Zuordnung, bei der jedem Buchstaben des deutschen Alphabets von A bis Z eine eindeutige Zahl zugeordnet wird. Auf diese Weise nutzen die Lernenden eine Funktion, um Wertepaare zu finden und dadurch die Begriffsdefinition zu dekodieren. Das Ergebnis ist als Ausschnitt in *Abbildung 12* dargestellt. Zusammen mit dem Fluchtplan hilft die Definition den SuS dabei, die folgenden beiden Rätsel zu lösen.

4.1.3.4. Das Formular vom staatlichen Graphenkontrollamt

Laut Roth und Lichti sollte „der Einstieg in das Arbeiten mit Funktionen […] unter Verwendung der Darstellungsform Graph erfolgen“ (2021, S. 8). Genau darauf liegt der Fokus des folgenden Rätsels. Hier müssen SuS herausfinden, ob es sich bei den dargestellten Kurven um Funktionsgraphen handelt. Das Gegenüberstellen von Beispielen und Gegenbeispielen vermeidet eine Untergeneralisierung oder Übergeneralisierung des Funktionsbegriffs (vgl. Zech, 2002, S. 262). Somit bildet das Formular eine geeignete Aufgabe, um gezielt den Begriffsumfang von Funktionen zu verdeutlichen. Die Lösung ist in *Abbildung 13* dargestellt. Der Hinweis zur fristgerechten Übermittlung der Daten per QR-Code am Ende des Formulars führt die Lernenden zurück zum digitalen Teil des Escape Rooms. Das


Staatliches Graphenkontrollamt

Formblatt QP2022-01

Qualitätsüberprüfung

Kreuzen Sie untenstehend die Darstellungen an, die Funktionsgraphen beschreiben.

Formular bitte leserlich ausfüllen.

A: Funktion ☒ ja ☐ nein

B: Funktion ☐ ja ☒ nein

C: Funktion ☒ ja ☐ nein

D: Funktion ☒ ja ☐ nein

E: Funktion ☐ ja ☒ nein

F: Funktion ☒ ja ☐ nein

G: Funktion ☐ ja ☒ nein

H: Funktion ☐ ja ☒ nein

Bitte beachten Sie, dass Sie zur Mitarbeit in dieser Angelegenheit verpflichtet sind. Die Übermittlung der Prüfdaten ist fristgerecht per QR-Code zu leisten. Als Nachweis genügen die genehmigten Funktionsgraphen.

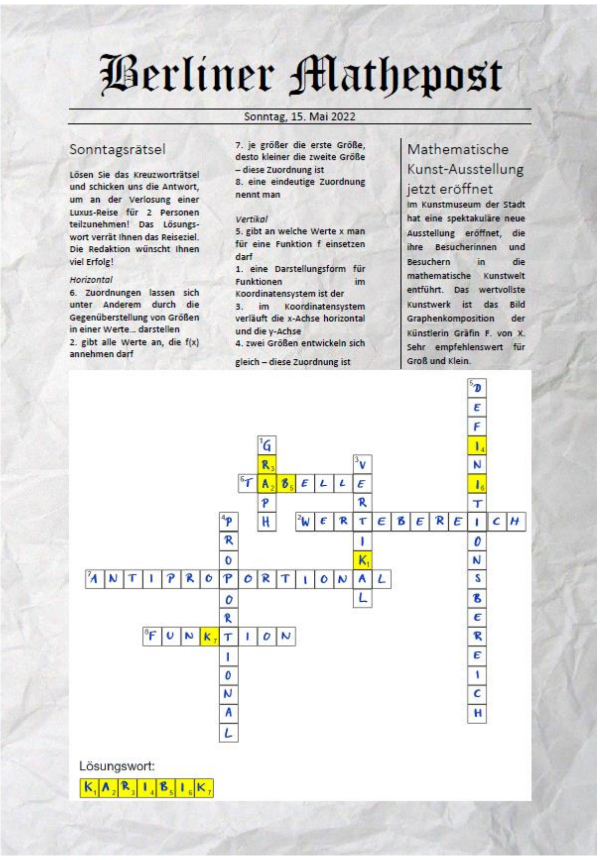
Abbildung 13: Das Formular vom staatlichen Graphenkontrollamt

Ergebnis des Formulars geben die SuS wie in *Abbildung 14* in den digitalen QR-Code ein, indem sie die Buchstaben A, C, D und F anklicken. Durch ein anschließendes Scannen des Codes erhalten sie den Hinweis: „Der Koffer, in dem das Kunstwerk aus dem Museum geschmuggelt wurde, lässt sich mit dem Ergebnis der Rechnung elf mal elf öffnen“. Dieser Bezug zwischen dem Formular und dem QR-Code, sowie die Tatsache, dass der QR-Code im Anschluss gescannt werden muss, war den SuS im Testdurchlauf teils unklar und wurde im digitalen Anteil der Lernumgebung durch weitere Hinweise verdeutlicht.

Abbildung 14: Der QR-Code zum Fertigklicken

Dennoch bleibt es ein Bestandteil der Idee eines Escape Rooms, Informationen eigenständig zu verknüpfen, weshalb die Arbeitsanweisung nicht direkt gegeben wird. Um den QR-Code zu scannen, dürfen die Lernenden ihr Smartphone benutzen.

4.1.3.5. Das Sonntagsrätsel der Berliner Mathepost



Berliner Mathepost

Sonntag, 15. Mai 2022

Sonntagsrätsel

Lösen Sie das Kreuzworträtsel und schicken uns die Antwort, um an der Verlosung einer Luxus-Reise für 2 Personen teilzunehmen! Das Lösungswort verrät Ihnen das Reiseziel. Die Redaktion wünscht Ihnen viel Erfolg!

Horizontal

6. Zuordnungen lassen sich unter Anderem durch die Gegenüberstellung von Größen in einer Werte… darstellen
2. gibt alle Werte an, die f(x) annehmen darf
7. je größer die erste Größe, desto kleiner die zweite Größe – diese Zuordnung ist
8. eine eindeutige Zuordnung nennt man

Vertikal

5. gibt an welche Werte x man für eine Funktion f einsetzen darf
1. eine Darstellungsform für Funktionen im Koordinatensystem ist der
3. im Koordinatensystem verläuft die x-Achse horizontal und die y-Achse
4. zwei Größen entwickeln sich gleich – diese Zuordnung ist

Mathematische Kunst-Ausstellung jetzt eröffnet

Im Kunstmuseum der Stadt hat eine spektakuläre neue Ausstellung eröffnet, die ihre Besucherinnen und Besuchern in die mathematische Kunstwelt entführt. Das wertvollste Kunstwerk ist das Bild Graphenkomposition der Künstlerin Gräfin F. von X. Sehr empfehlenswert für Groß und Klein.

Lösungswort: KARIBIK

Abbildung 15: Das Sonntagsrätsel der Berliner Mathepost

Besonders das Kreuzworträtsel, welches bereits bekannte Fachbegriffe mit neuen verknüpft, sowie das Lösen des QR-Codes wurden bei dem Testdurchlauf als schwierig beschrieben. Wie aus der Lösung in *Abbildung 15* ersichtlich wird, beschäftigt sich dieses Rätsel mit dem Begriffsnetz von Funktionen. Insgesamt sollte die Anzahl der schwierigen Rätsel – vor allem derjenigen, die sich auf den akademischen Inhalt beziehen – begrenzt werden (vgl. Borrego et al., 2017, S. 169). Außerdem wird empfohlen schwierige Rätsel mit leichteren Rätseln zu kombinieren, damit die SuS einen gewissen Fortschritt sehen, der zum Weiterarbeiten animiert (vgl. ebd., S. 169). Den Fluchtplan als Puzzle zusammenzusetzen und die Funktionsdefinition zu dekodieren sind vergleichsweise einfache Rätsel. Das Formular des Graphenkontrollamts und das Kreuzworträtsel auszufüllen sind deutlich schwieriger. Daraus resultiert eine geeignete Mischung von einfachen und schwierigen Rätseln, die zum Erwerb des Funktionsbegriffs animiert.

4.1.4. Auf Verfolgungsjagd zum Rätsel über Darstellungswechsel von Funktionen

Nachdem die SuS alle Rätsel des Briefumschlags entschlüsselt haben, spielen sie sich weiter durch den digitalen Anteil des Escape Rooms. Auf ihrer Verfolgungsjagd treffen sie am Berliner Hauptbahnhof auf die verdächtige Gestalt mit Koffer, die ihr Gesicht hinter einem Blatt Papier versteckt. Die Gestalt flieht und die SuS entdecken im Koffer Informationen zum Aufenthaltsort des Diebesguts in einem verlassenen Haus im Grunewald. Als sie dort ankommen, finden sie im ersten Stock des Hauses ein Notizbuch. Die nun folgende Spielphase besteht aus einem Rätsel zu Darstellungsformen von Funktionen, welches in *Abbildung 16* zu sehen ist. In der LearningApp werden je zwei Darstellungsformen, die sich auf die gleiche Funktion beziehen, miteinander verbunden. Darstellungswechsel sind ein zentraler Bestandteil von Funktionen (vgl. Greefrath et al., 2016, S. 50ff.). Durch Anklicken der Wertetabellen und Funktionsgraphen, können diese vergrößert betrachtet werden. Damit die SuS im Mathematikunterricht geeignete Grundvorstellungen aufbauen können, ist es wichtig, dass „mit realen, bildlichen, symbolischen oder auch lediglich gedanklich vorgestellten Objekten" (Weigand, 2015, S. 265) gehandelt wird. Dieses Rätsel spricht sprachliche, bildliche und symbolische Repräsentationen von Funktionen an und vermittelt ein erstes

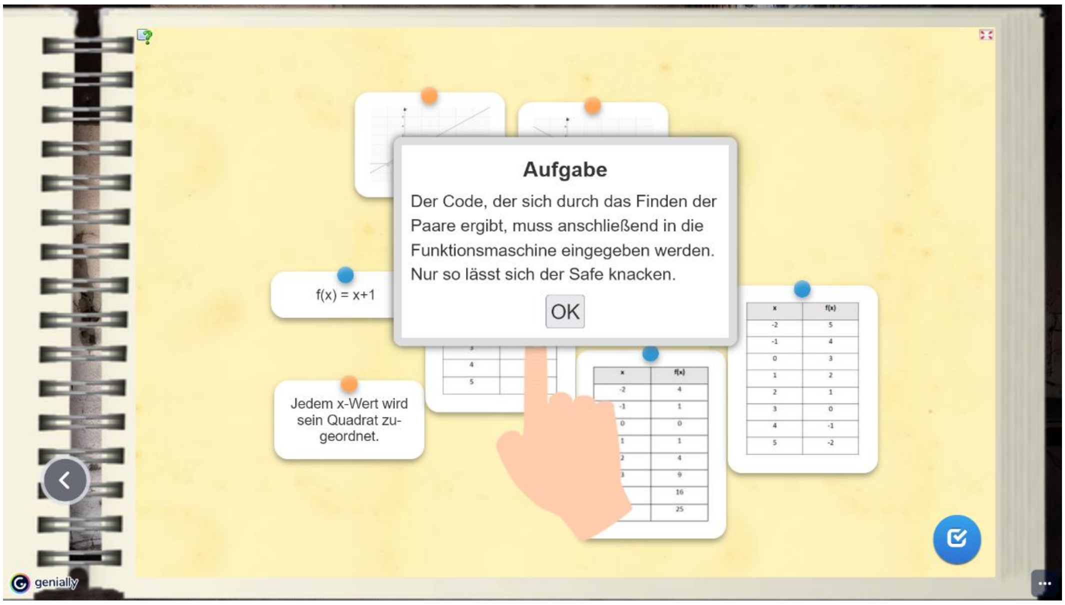


Abbildung 16: Rätsel zum Darstellungswechsel von Funktionen

concept usage, indem verschiedene Darstellungen auf die gleiche Funktion zurückgeführt werden. Durch die Handlungen der SuS lässt sich gemäß der inferentialistischen Perspektive nachvollziehen, ob sie den Zusammenhang der verschiedenen Darstellungsformen verstanden haben. Als Belohnung erhalten die SuS die Information, dass die Werte 0, 5, 1 und 2 in die Funktionsmaschine eingegeben werden müssen.

4.1.5. Die Funktionsmaschine

Besagte Funktionsmaschine ist in *Abbildung 17* aufgeführt und befindet sich neben dem Safe. Dort geben die SuS die Werte 0, 5, 1 und 2 ein und erhalten die Funktionswerte 7, 2, 8 und 9. Diese geben sie im Anschluss am Safe ein und finden dadurch das gestohlene Kunstwerk „Graphenkomposition" wieder. Die Funktionsmaschine als „Metapher" (Steinweg, 2013, S. 121) fördert die Grundvorstellung der Funktion als eindeutige Zuordnung. „Die Zahlen, die in die Maschine eingegeben werden (Input) werden durch eine regelhafte Prozedur zu Zahlen der Ausgabe (Output)" (ebd., S. 121). Bei der Maschine muss man nach der Eingabe eines Wertes auf dem linken roten Pfeil zurück gehen, bevor ein weiterer Wert eingegeben werden kann.

Abbildung 17: Die Funktionsmaschine

4.1.6. Die Polizeibefragung

Die SuS bringen das Kunstwerk „Graphenkomposition“ zurück ins Museum und helfen dort der Polizei den Täter oder die Täterin zu überführen, indem sie Fragen beantworten. Als letzte Aufgabe fasst dieses Meta-Rätsel wichtige Erkenntnisse zusammen, um den Täter oder die Täterin zu entlarven. Im Sinne des *concept usage* identifizieren die Lernenden einen Funktionswert und eine Funktionsgleichung. Durch das Beantworten der Fragen wird nach und nach das Bild des Täters Gunnar von Gauner sichtbar, wie *Abbildung 18* zeigt.

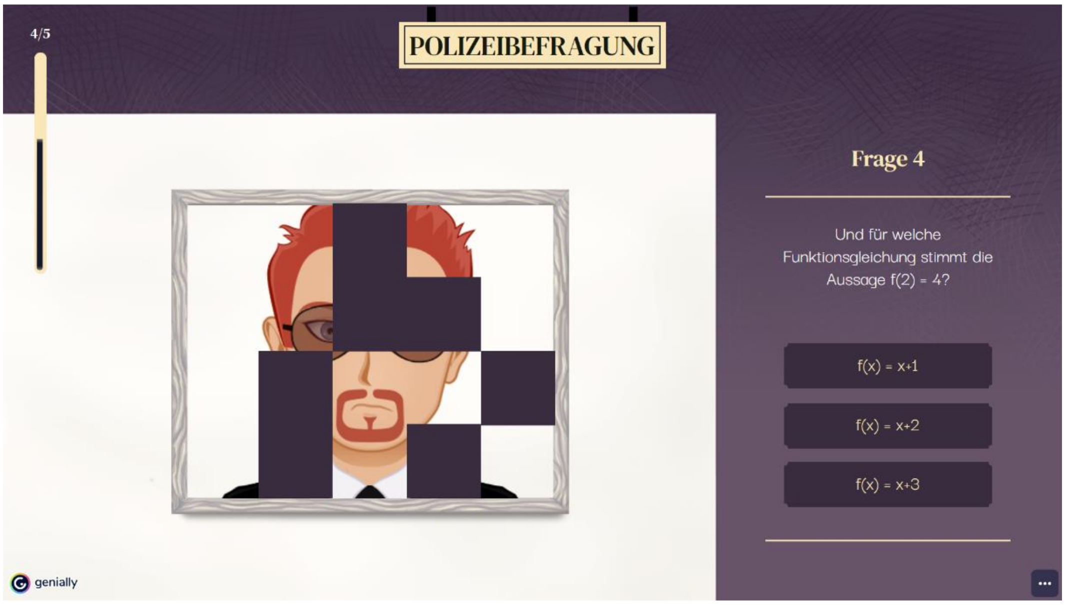


Abbildung 18: Die Polizeibefragung

4.1.7. Mit Feuerwerk zum Spielende

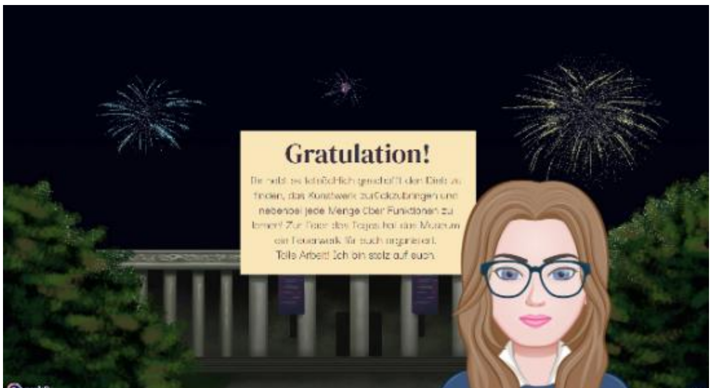


Abbildung 19: Das Spielende

Wie in *Abbildung 19* erkennbar, endet der Escape Room *Den Graphen auf der Spur*, nachdem der Kunstraub aufgeklärt und dementsprechend die Mission erfolgreich erfüllt wurde mit einer Gratulation der Lehrkraft und einem Feuerwerk am Berliner Kunstmuseum. Alternativ endet das Spiel mit Ablauf der Spielzeit. Im Testdurchlauf haben die meisten SuS *Den Graphen auf der Spur* erfolgreich gelöst. Lediglich eine Gruppe hat es nicht innerhalb der 60 Minuten geschafft. Für Gruppen, die früher fertig werden, sollte die Lehrkraft im Vorfeld eine sinnvolle Beschäftigung bereithalten, wie beispielsweise kleine Mathe-Bonus-Rätsel.

4.1.8. Die Nachbesprechung und abschließende Anmerkungen

Generell kann die Nachbesprechung an die Lerngruppe und die Reihenplanung des Unterrichts angepasst werden. Vorschläge für Reflexionsfragen zur Spielerfahrung und zum mathematischen Inhalt finden sich in der Handreichung. In der Nachbesprechung hat die Lehrkraft die Möglichkeit mithilfe eines Stimmungsbilds wie Handzeichen mit Daumen nach oben oder nach unten Feedback einzuholen oder durch konkrete Fragen den Lernerfolg der SuS zu kontrollieren. „Mögliche Lernkontrollen für Begriffslernen hängen natürlich davon ab, was als kurzfristige und langfristige Zielsetzung des Begriffslernens anzusehen ist“ (Zech, 2002, S. 266). Bezogen auf die Lernziele dieses Escape Rooms kann die Lehrkraft mittels der Think-Pair-Share-Methode nach einer Erklärung des Funktionsbegriffs, nach Beispielen und Gegenbeispielen, nach weiteren wichtigen Begriffen im Zusammenhang mit Funktionen und deren jeweiliger Bedeutung fragen. Dadurch werden der Begriffsinhalt, der Begriffsumfang, das Begriffsnetz und das *concept usage* der Lernenden überprüft und gefestigt. Selbst einen einfachen Darstellungswechsel anzuregen ist denkbar und stellt zudem eine Transferleistung dar.

Als Hausaufgabe oder in der folgenden Unterrichtsstunde kann der Escape Room erneut aufgegriffen werden. Zur Reflexion und Festigung des Funktionsbegriffs können die SuS den im Einstieg erwähnten Artikel für die Schulzeitung verfassen. Alternativ könnte die Lehrkraft ein Arbeitsblatt in Form von Interviewfragen einer Journalistin zum Kunstraub vorbereiten, die gerne über das Mathematik-Abenteuer berichten möchte. In den nachfolgenden Mathematikstunden empfiehlt es sich lineare Funktionen zu erarbeiten und Steigungsdreiecke zu betrachten.

4.2. Diskussion des Escape Rooms zur Förderung des Begriffserwerbs

Neben den konkret benannten inhaltlichen Lernzielen wurden in die Entwicklung von *Den Graphen auf der Spur* die Kriterien für mathematisches Begriffslernen mit Escape Rooms aus Kapitel 3.1 einbezogen. Die folgende didaktische Analyse überprüft und diskutiert, inwiefern der vorliegende Escape Room diese Kriterien erfüllt und somit dafür geeignet ist den Erwerb des Funktionsbegriffs zu fördern.

4.2.1. Kriterium zu Grundvorstellungen

Mögliche Grundvorstellungen, die zum Funktionsbegriff aufgebaut werden können, sind die in 3.2.3 erläuterten Vorstellungen der Funktion als Zuordnung, als Kovariation und als Objekt. Da *Den Graphen auf der Spur* als inhaltliche Begriffseinführung gedacht ist, wird hier primär die Zuordnungsvorstellung angesprochen. Beginnend mit der verschlüsselten Definition der Funktion als eindeutige Zuordnung, fördert der Escape Room diese Vorstellung. Auch durch die Verwendung von Wertetabellen und der Funktionsmaschine wird gezielt die Zuordnungsvorstellung entwickelt. Laut Roth und Lichti baut die Verwendung von Funktionsgraphen „sowohl die Grundvorstellung Zuordnung […] als auch die Grundvorstellung Änderungsverhalten“ (2021, S. 8), bzw. Kovariation auf. Im Rätsel zu den Darstellungswechseln können Funktionen von Lernenden zudem als Objekte mit verschiedenen Darstellungsmöglichkeiten erkannt werden. Angesichts dessen, spricht der Escape Room alle drei Grundvorstellungen zumindest in Ansätzen an. Da der Escape Room lediglich als Einstieg in das Thema gedacht ist und sich nicht alle Aspekte des Funktionsbegriffs in 90 Minuten Unterricht vermitteln lassen, reicht es in der Einführung aus, ein grundlegendes Verständnis zu schaffen. Die Grundvorstellungen können in darauffolgenden Stunden ausgebaut und vertieft werden. Begriffslernen ist ein Prozess. Dazu kann bei Bedarf auf den Escape Room Bezug genommen werden. Das Kriterium Grundvorstellungen zum Begriff aufzubauen ist im Escape Room durch die Auswahl der Rätsel erfüllt.

4.2.2. Kriterium zu Handlungsmöglichkeiten

Zwar betreffen nicht alle Handlungen im vorliegenden Escape Room, wie beispielsweise das Puzzle zu lösen oder das Suchen von Objekten mit der digitalen Taschenlampe, das direkte Handeln im Umgang mit dem neuen Begriff, aber dennoch regt der vorliegende Escape Room die SuS auf vielfältige Weise zum Handeln mit Funktionen an: Bei der Dekodierung der Funktionsdefinition benutzen die SuS eine eindeutige Zuordnungsvorschrift, das Formular des Graphenkontrollamts und das Rätsel zum Darstellungswechsel von Funktionen veranlasst dazu Objekte zu kategorisieren und indem Lernende Werte in die Funktionsmaschine eingeben, handeln sie auf ikonischer Ebene (vgl. Steinweg, 2013, S. 204). Zuletzt handeln Lernende bei der Polizeibefragung auf symbolischer Ebene mit Funktionswerten und Funktionsgleichungen. All diese Handlungen lassen Rückschlüsse auf die Annahmen und die Vorstellungen von Funktionen seitens der SuS zu. Hiernach ist das Kriterium, welches nach Handlungsmöglichkeiten im Umgang mit dem Begriff verlangt, ebenfalls aufgrund der Rätsel-Auswahl erfüllt.

4.2.3. Kriterium zu *concept image* und *concept usage*

Das persönliche *concept image* setzt sich, wie in 2.1.2.2 erläutert, aus dem Begriffsnamen, Begriffsinhalt, Begriffsumfang und Begriffsnetz zusammen. Der Begriffsname und Begriffsinhalt werden durch die verschlüsselte Nachricht vermittelt und in der Polizeibefragung gefestigt. Gleichzeitig wird der Begriffsumfang mithilfe des Formulars des staatlichen Graphenkontrollamts verdeutlicht. Insbesondere die vielfältigen Darstellungen funktionaler Zusammenhänge auf dem Formular vermindern „Übergeneralisierungen bestimmter Funktionstypen, etwa der proportionalen oder linearen Funktionen“

(Roth & Lichti, 2021, S. 8). Ferner hilft das Kreuzworträtsel den SuS ein angemessenes Begriffsnetz aufzubauen. Ebenfalls gefördert wird das *concept usage*, indem beispielsweise im Rätsel zu Darstellungswechseln verschiedene Darstellungen auf die gleiche Funktion zurückgeführt werden müssen oder die Lernenden durch die Funktionsmaschine Wertepaare ermitteln. Tatsächlich stärkt der Escape Room durch die Auswahl der Rätsel sowohl ganzheitlich den Lernzuwachs des *concept image* als auch den des *concept usage*.

4.2.4. Kriterium zur Begriffserarbeitung

Im Sinne der allgemeinen Begriffserarbeitung ermöglicht der hier untersuchte Escape Room den Lernenden die Erarbeitung des Funktionsbegriffs durch das Darbieten von Objekten. Dazu legt *Den Graphen auf der Spur* einen Fokus auf das Finden von Repräsentanten. Infolgedessen betrachten die SuS auf dem Fluchtplan, auf dem Formular des Graphenkontrollamts und beim Rätsel zu Darstellungswechseln unter anderem Beispiele und Gegenbeispiele von Funktionen. „Die Lernenden versuchen, aus dem dargebotenen und kommentierten Material die charakterisierende Eigenschaft zu finden. Sie merken also, dass es bei solchen Prozessen auf bestimmte Merkmale ankommt, die sie entdecken sollen" (Vollrath & Roth, 2012, S. 233). Auf diese Weise lernen die SuS das Konzept der mathematischen Funktion als eindeutige Zuordnung kennen. Entsprechend hält der Escape Room das Kriterium zur Begriffserarbeitung ein.

4.2.5. Kriterium zur Berücksichtigung der Begriffsart

Als Leitbegriff wird die Funktion in diesem Escape Room erstmals inhaltlich *„als Träger von Eigenschaften"* (Lindner & Reichenberger, 2015, S. 85) eingeführt. Wie in 3.2 erläutert sind die SuS in Klasse 8 intuitiv mit dem Funktionsbegriff vertraut, sodass nun das inhaltliche Begriffsverständnis gefördert werden kann. Sie lernen explizit, dass eine Funktion eine eindeutige Zuordnung ist, und untersuchen diese Eindeutigkeit im Escape Room. Die Erarbeitung ist an den Wissensstand der

Lerngruppe angepasst und berücksichtigt dabei die Begriffsart. Demnach ist das Kriterium erfüllt.

4.2.6. Kriterium zu Lernziel und Spielziel

Damit die in 4.1 genannten Lernziele erfüllt werden, müssen die SuS die einzelnen Rätsel des Escape Rooms erfolgreich lösen. In der ersten Erprobung an einem Berliner Gymnasium haben die SuS diese Lernziele weitestgehend erreicht. Dies ließ sich zum einen daran feststellen, dass die meisten Lernenden den Escape Room erfolgreich gelöst haben und zum anderen durch die Nachbesprechung. Gleichermaßen wird das Spielziel den Kunstraub aufzuklären forciert. Dieses erreichen die SuS ebenfalls, indem sie alle Rätsel erfolgreich lösen und so die Geschichte voranbringen. Die Lernziele und das Spielziel sind in diesem Escape Room miteinander verschränkt, weil Lernende Studien zufolge pragmatisch nur die Informationen behalten, die ihnen beim Erreichen des Spielziels helfen (vgl. Vörös & Sárközi, 2017, S. 6). Dadurch ist es unmöglich die Lernziele zu umgehen, wenn man das Spielziel erreichen möchte (vgl. Hoblitz, 2015, S. 138). Demnach unterstützt das Spielziel die Lernziele. Beide werden in Einklang gebracht, um Wissen zu vermitteln und erfüllen diese Anforderung problemlos.

4.2.7. Kriterium zu Motivation, Spaß und Immersion

Ob *Den Graphen auf der Spur* tatsächlich immer alle Lernenden motiviert und ihnen Spaß bringt, lässt sich nicht garantieren, da Lernende unterschiedliche Bedürfnisse in Bezug auf Lernumgebungen aufweisen. Allgemein ist daher ein abwechslungsreicher Unterricht, der SuS-aktivierend aufgebaut ist, besonders erstrebenswert. Beobachtungen im Testdurchlauf haben gezeigt, dass der Escape Room durchaus Spaß und Motivation erzeugen kann und dadurch eine positive Lernerfahrung vermittelt. Die Spielgruppen zeigten Freude am Rätseln. Informationen, die mental mit positiven Emotionen verknüpft werden, werden vom Gehirn besser verarbeitet (vgl. Thiele, 2020, S. 150). Dadurch wird ein langfristiger, nachhaltiger Lerneffekt gefördert (vgl. Beck, 2016, S. 55). Zudem unterstützt die Einbettung in eine spannende Geschichte von einem Kunstraub das immersive Spielerlebnis. Gleichzeitig wird durch passenden Medieneinsatz, wie der Interaktivität der digitalen Anteile des Escape Rooms im pädagogischen Webprogramm Genially, sowie durch das ansprechende analoge Material wie die Eintrittskarten und den Inhalt des Briefumschlags, Immersion geschaffen. Dahinter steht das Konzept, die Spielenden in den Mittelpunkt zu stellen, was für die Entwicklung eines fesselnden Escape Rooms notwendig ist (vgl. Nicholson, 2018, S. 49). Als im Testdurchlauf die SuS danach gefragt wurden, was ihrer Meinung nach das Lernziel des Escape Rooms ist, wurde unter anderem Spaß an Mathematik genannt. Diese Beobachtung unterstützt die Untersuchungen von Glavaš und Staščik nach denen die Nutzung mathematischer Escape Rooms eine positive Einstellung zur Mathematik stärkt (vgl. 2017, S. 292). Folglich ist dieses Kriterium in der Konzeption des Escape Rooms berücksichtigt.

4.2.8. Kriterium zum Aufbau

Wie schon der unter 4.1 dargestellten *Abbildung 6* zu entnehmen ist, verfolgt der Escape Room den in 2.2.3 vorgestellten Aufbau. Die Studienergebnisse nach denen Escape Rooms im Mathematikunterricht die Autonomie der SuS deutlich verbessern (vgl. Fuentes-Cabrera et al., 2020, S. 1), wurde im Testdurchlauf von den Lernenden bestätigt. In der Nachbesprechung nannten sie die Förderung von Selbstständigkeit als einen der Vorteile von Escape Rooms im Unterricht. Das Lernangebot verfügt über einen Einstieg, der das Interesse weckt, sowie eine Rätselphase, die durch verschiedene Handlungsmöglichkeiten den Lerninhalt vermittelt. Das Spielende enthält durch die Gratulation eine Belohnung und schließt die Geschichte ab, sofern die SuS es vor Ablauf der Spielzeit erreichen. Andernfalls kann die Lehrkraft die Anstrengung der Spielgruppen loben. Eine Nachbesprechung des Escape Rooms zum Austausch über Spielerfahrungen und die vermittelten mathematischen Inhalte zum Funktionsbegriff ist genauso vorgesehen. Je nach weiterer Planung der Lehrkraft kann die Nachbesprechung bereits für einen Wissenstransfer und Bezügen zu anderen Unterrichtsstunden genutzt werden (vgl. Veldkamp, van de Grint et al., 2020, S. 6). Das Kriterium zum Aufbau des Escape Rooms zum Begriffslernen ist demnach erfüllt.

4.2.9. Kriterium zu Rätseln und Hinweisen

Insbesondere die vielen abwechslungsreichen Rätsel sind ein essenzieller Bestandteil von Escape Rooms (vgl. Wiemker et al., 2015, S. 56). Sie bilden eine der größten Herausforderungen, die zur Konzeption eine gewisse Kreativität seitens der Lehrkraft verlangt. Alle Rätsel in *Den Graphen auf der Spur* sind in die Handlung integriert, lassen sich logisch mit den vorhandenen Informationen lösen und sind nach dem Prinzip der Spielschleife aufgebaut (vgl. Wiemker et al., 2015, S. 58). In Übereinstimmung mit der Geschichte bauen die Rätsel aufeinander auf und tragen zur Atmosphäre des Rätselabenteuers bei. Zur abschließenden Lösung des Meta-Rätsels ist das erfolgreiche Lösen aller Rätsel notwendig. Die Rätsel sind auf keine spezielle Lerngruppe, sondern allgemein auf SuS in der 8. Klasse am Gymnasium ausgerichtet. Beim Unterrichtseinsatz können die Rätsel abgewandelt werden, um sie auf die jeweilige Lerngruppe anzupassen. So lässt sich beispielsweise das Rätsel der verschlüsselten Nachricht erschweren, indem keine Buchstaben als Hinweis vorgegeben werden oder das Kreuzworträtsel lässt sich durch das Eintragen einiger Buchstaben vereinfachen. Zusätzlich kann die Lehrkraft die möglichen Hinweise, die in der Handreichung vorgeschlagen werden, für ihre Lerngruppe anpassen. Die fachliche Strukturierung erfolgt anhand der unterschiedlichen Rätsel, bei denen zunächst das Vorwissen reaktiviert wird, dann das neue Konzept direkt eingeführt und schließlich angewandt wird. Insgesamt lässt sich festhalten, dass *Den Graphen auf der Spur* lernwirksame Rätsel und Hinweise bereitstellt, die an die allgemeine Lerngruppe angepasst sind und sich an spezielle Lerngruppen anpassen lassen. Zudem ist das inhaltliche Thema in einer sinnstiftenden Reihenfolge aufbereitet.

4.2.10. Kriterium zu kooperativem Arbeiten und Austausch

Dieser Escape Room nutzt mehrere Ansätze, um kooperatives Arbeiten und den damit einher gehenden fachlichen Austausch anzuregen. In ersten Beobachtungen hat der angemessene Schwierigkeitsgrad der Aufgaben in Kombination mit der Spielzeitbegrenzung für mathematische Diskussionen innerhalb der Spielgruppen gesorgt. Außerdem kann die Lehrkraft Einfluss auf die Gruppenzusammensetzung nehmen, sobald sie die Eintrittskarten verteilt. Ausgangspunkt der Gruppeneinteilung ist, dass 3 bis 4 Lernende in einer Spielgruppe zusammenarbeiten. Bei größeren Gruppen „besteht die Gefahr, dass einige Schüler nichts zu tun haben“ und bei kleineren Gruppen ist es möglich, „dass nicht genügend Ideen für Lösungsansätze zusammenkommen“ (Scheller, 2020, S. 26). Eine Auswertung von Studien hat gezeigt, dass „die Lernwirksamkeit höher ist, wenn die Lernenden bei der Nutzung des entsprechenden Lernprogramms zusätzlich Unterstützung durch die Lehrkraft oder durch Mitschülerinnen und Mitschüler erhalten“ (Hillmayr et al., 2017, S. 15). Deshalb ist eine Zusammenarbeit der SuS erstrebenswert. Ferner wird schon ab der Einstiegsgeschichte kooperatives Arbeiten angeregt, indem die SuS sich überlegen sollen, wer aus ihrer Gruppe auf Zeitmanagement achtet, wer den Computer bedient und wer für den Artikel in der Schulzeitung den Spielverlauf dokumentiert.

Doch nicht nur die Rollen von Verantwortung innerhalb der Gruppe, sondern auch der phasenweise offene Aufbau des Escape Rooms regt kooperatives Arbeiten durch ein Aufteilen der Aufgaben mit anschließendem Austausch darüber an. Laut Forschungsergebnissen diskutieren SuS über Mathematik, wenn sie mit Rätseln nicht weiterkommen oder aufeinander warten (vgl. Veldkamp, Daemen et al., 2020, S. 1228). Im Testdurchlauf haben die meisten Lernenden kooperativ gearbeitet und sich rege über die Lerninhalte ausgetauscht, was den Erkenntnissen entspricht, dass SuS die Herausforderung und die kooperativen Aspekte schätzen (vgl. Carlgren & Schultz, 2022, S. 4). Lediglich eine Gruppe, die nicht gut zusammengearbeitet hat, konnte das Spielziel nicht innerhalb der vorgegebenen Zeit erreichen. Diese Beobachtung bestätigt, dass der Austausch über Lerninhalte innerhalb der Gruppen maßgeblich zum mathematischen Verstehen beiträgt (vgl. Heinz, 2018, S. 21). Die Rolle von Zusammenarbeit kann in der Nachbesprechung reflektiert werden.

4.2.11. Kriterium zum Angebot für Lehrkräfte

Laut Roth ist ein Gütekriterium für einen Lernpfad, dass es Angebote für Lehrkräfte bereitstellt. „Dazu gehören die Angabe der verfolgten inhaltlichen Ziele und der notwendigen Vorkenntnisse […] sowie didaktische Hinweise für den Unterrichtseinsatz“ (Roth, 2015, S. 14). Gleiches gilt für die praktische Umsetzung von Escape Rooms im Mathematikunterricht. Eine ausführliche Handreichung für Lehrkräfte wird hier per GeoGebra-Buch bereitgestellt. In der Handreichung finden Lehrkräfte alle notwendigen Informationen zur Zielgruppe, den Lernzielen und Materialien, Hinweise zum Spielverlauf und Lösungen, um *Den Graphen auf der Spur* in ihren eigenen Unterricht zu integrieren. Alle Materialien finden sich zusätzlich im Anhang 6 dieser Arbeit.

4.2.12. Kriterium zu geschütztem Raum

Hinsichtlich des Gefühls eines geschützten Raums muss festgehalten werden, dass dieser mit der Lehrkraft und Lerngruppe in Zusammenhang steht. Nichtsdestotrotz ist *Den Graphen auf der Spur* als eine Form des Lernspiels nicht darauf ausgelegt benotet zu werden (vgl. Heinz, 2018, S. 17). Stattdessen bietet er den Lernenden die Möglichkeit den Funktionsbegriff in Bezug auf verschiedene Aspekte ungehemmt zu erkunden. Wenn eine Antwort im Escape Room falsch gegeben wird, verlieren die SuS nicht das gesamte Spiel, sondern lediglich etwas Zeit, indem sie ggf. etwas im Spiel zurückgeworfen werden. Dies ermöglicht es ihnen sich ungestört auszuprobieren. Es liegt insgesamt in der Hand der Lehrkraft, dieses Kriterium umzusetzen.

5. Zusammenfassung und Ausblick

Mathematisches Begriffslernen mit Escape Rooms ist ein noch junger Ansatz in der Didaktik, der bisher hauptsächlich zur Wiederholung und Sicherung von Lerninhalten genutzt wird. Im Gegensatz dazu wird hier untersucht, ob Escape Rooms gleichermaßen zum Wissenserwerb eingesetzt werden können, um einen motivierenden Zugang zur Welt der Mathematik zu schaffen. Mit der Fragestellung, inwiefern mathematisches Begriffslernen mit Escape Rooms gelingen kann, legt diese Arbeit demnach einen neuen Fokus im wissenschaftlichen Diskurs. Dazu sind zunächst konzeptionelle Überlegungen notwendig, bevor eine erste Erprobung an der exemplarischen Einführung des Funktionsbegriffs erfolgen kann.

Wie in Kapitel 2.1 analysiert, sollen im Mathematikunterricht mathematische Begriffe und deren Bedeutung vermittelt werden. Die zugrundeliegende Begriffsbildung kann kulturhistorisch mit Bezug auf die Entstehungsgeschichte oder ontogenetisch in Bezug auf die menschliche Auffassung untersucht werden. In der Absicht nicht nur eine Begriffsdefinition, sondern vor allem Begriffsverständnis zu vermitteln, orientiert sich die Planung der Wissensvermittlung an Grundvorstellungen, die Lernende zu mathematischen Konzepten aufbauen sollen. Zudem bedarf es Handlungsmöglichkeiten für SuS, die gemäß der inferentialistischen Perspektive ein Überprüfen des Lernprozesses ermöglichen. Darauf aufbauend wird ein persönliches Begriffsbild, das sogenannte *concept image* gefördert, welches aus der Wechselwirkung zwischen dem Begriffsnamen, Begriffsinhalt, Begriffsumfang und dem Begriffsnetz entsteht. Ergänzt wird dieses durch das *concept usage*, also die Fähigkeit Begriffe anzuwenden. Auf Grundlage einer didaktischen Sachanalyse wird das Begriffsverständnis gefördert. Im Mathematikunterricht werden Begriffe allgemein schrittweise erarbeitet. Zudem ist je nach Begriffsart eine andere Herangehensweise der Begriffserarbeitung sinnvoll. Nachweislich unterstützt werden kann Begriffslernen mithilfe digitaler Medien.

Eine in Kapitel 2.2 vorgestellte Möglichkeit mathematische Begriffe spielerisch zu vermitteln, bieten Escape Rooms. Als Lernspiele vereinen sie ein Spiel- und ein Lernziel miteinander und verfolgen in Anlehnung an einen klassischen Escape Room den in dieser Arbeit erläuterten Aufbau. Anhand des Einstiegs mit Einbettung in eine Geschichte, der Verkettung von abwechslungsreichen Rätseln, abrufbarer Hilfe durch Hinweise im Spiel, einem passenden Spielende und einer durchdachten Nachbesprechung bringen Escape Rooms den SuS ein Lernziel wie Begriffslernen auf motivierende Weise näher. Allgemeine fachwissenschaftliche Erkenntnisse zu positiven Lerneffekten schließen neben motivationalen Aspekten kooperatives Arbeiten, direktes Feedback an die SuS, nachhaltiges Lernen mit positiven Emotionen und das immersive Spielerlebnis ein. Besondere Chancen für mathematisches Begriffslernen liegen darin, dass Escape Rooms den mathematischen Austausch untereinander anregen, den Aufbau des *concept image* fördern und Vorstellungen sowie analytische Fähigkeiten stärken. Damit diese Effekte zum Tragen kommen, müssen das Spielziel und Lernziel des Escape Rooms an die Lerngruppe angepasst sein und sich gegenseitig unterstützen. Lernende handeln im Spiel ungehemmt und fokussieren sich auf die Informationen, die sie zum Erreichen des Spielziels benötigen.

Aus den dargelegten theoretischen Überlegungen lassen sich die in Kapitel 3 vorgestellten zwölf Kriterien für erfolgreiches mathematisches Begriffslernen mit Escape Rooms ableiten. Diese werden exemplarisch anhand des in dieser Arbeit vorgestellten Escape Rooms für den Funktionsbegriff diskutiert. *Den Graphen auf der Spur* führt die mathematische Funktion inhaltlich mit direkter Nennung des Begriffs als eindeutige Zuordnung ein. Der Erwerb des Funktionsbegriffs findet gemäß des Spiralcurriculums über mehrere Klassenstufen hinweg statt. Dabei werden sukzessiv die mathematischen Grundvorstellungen der Funktion als Zuordnung, als Kovariation und als Objekt aufgebaut. Zudem ist es wichtig verschiedene Darstellungsformen und die dazugehörigen Darstellungswechsel von Funktionen zu vermitteln.

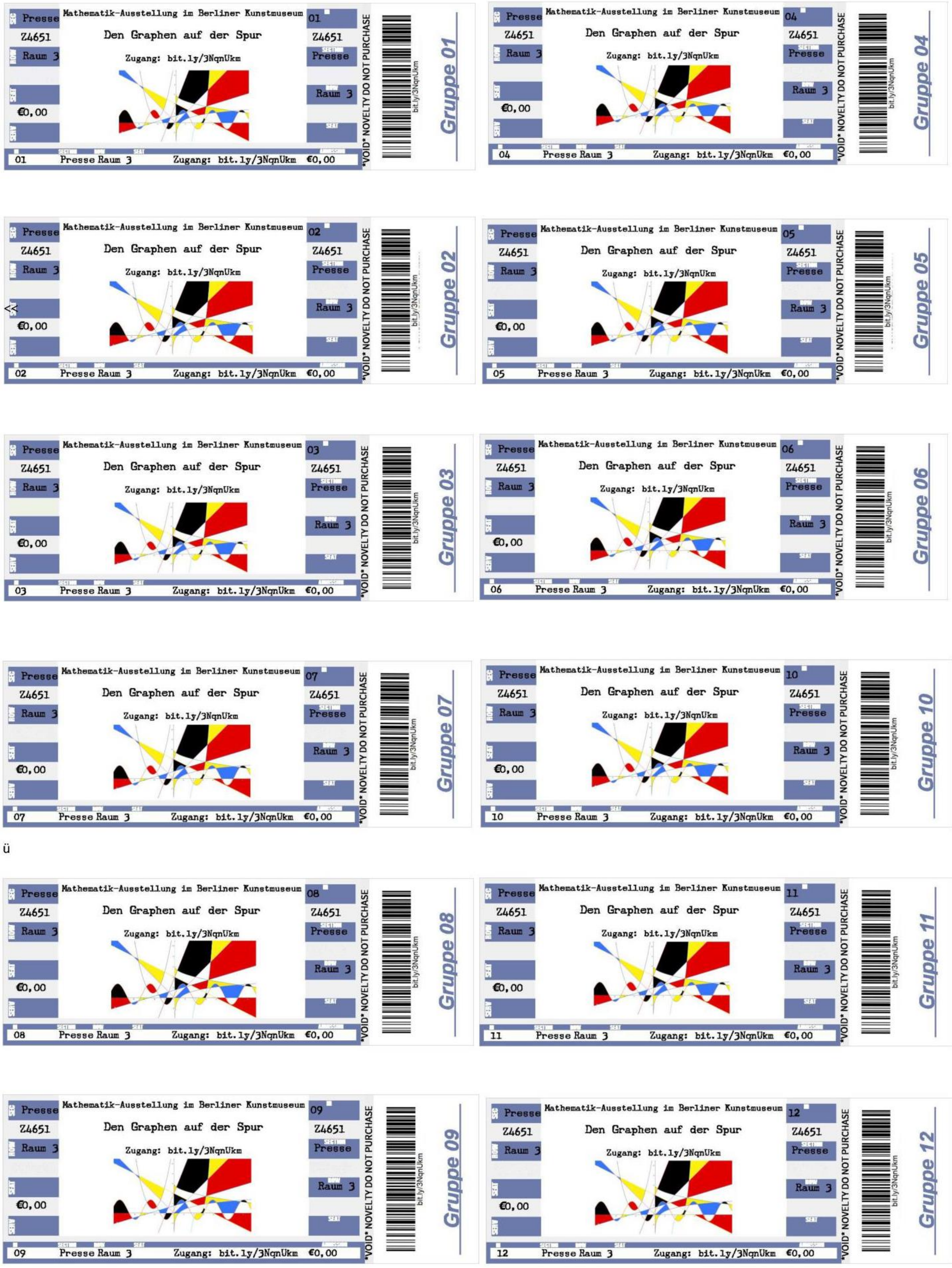
Die in Kapitel 4 vorgestellte erste Erprobung an der exemplarischen Einführung des Funktionsbegriffs in einer 8. Klasse am Gymnasium erfolgt anhand einer Verbrecherjagd. Jemand hat das wichtigste Kunstwerk einer Mathematik-Ausstellung gestohlen und die Mission der SuS ist es, diesen Diebstahl aufzuklären. Im Zuge dessen lernen sie mit abwechslungsreichen Rätseln unter Zuhilfenahme digitaler und analoger Medien den Funktionsbegriff kennen. Dieses Beispiel unterstreicht das Potential von mathematischem Begriffslernen mit Escape Rooms. Bei der Entwicklung wurden alle zwölf Kriterien aus Kapitel 3 berücksichtigt.

Eine zentrale Erkenntnis dieser Erprobung ist, dass die Auswahl der Rätsel einen entscheidenden Einfluss auf das Gelingen von mathematischem Begriffslernen nimmt. Die Rätsel fördern den Aufbau von Grundvorstellungen und schaffen Handlungsmöglichkeiten im Umgang mit dem Begriff. Parallel dazu müssen die ausgewählten Rätsel das *concept image* oder *concept usage* fördern sowie bei der Begriffserarbeitung das Vorwissen der Lernenden und die Art des Begriffs einbeziehen. Hier spielt das Verhältnis zwischen der Lerngruppe und dem Lerngegenstand eine wesentliche Rolle. Nennenswert ist außerdem, dass Rätsel zusätzlich abwechslungsreichen Spielspaß bieten müssen. Um den Spielfluss und damit Lern-Flow in jedem Fall aufrecht zu erhalten, gibt es zu allen Rätseln Hinweise, die die Lehrkraft bei Bedarf geben kann. Sie sind als Angebot für Lehrkräfte beispielsweise in einer Handreichung zum Unterrichtseinsatz zusammengefasst. Hinsichtlich der Lernziele ist es essenziell, dass diese durch das Spielziel direkt unterstützt werden, damit die SuS sie im Spiel als relevant auffassen. Zudem muss der Escape Room für einen nachhaltigen Lerneffekt Motivation, Spaß und Immersion erzeugen. Die Erprobung hat gezeigt, dass dies vor allem mit geeignetem Spielaufbau, abwechslungsreichem Medieneinsatz und einer spannenden Geschichte gelingt. Ebenso wichtig ist es, kooperatives Arbeiten und damit den Austausch über Lerninhalte anzuregen. Im Escape Room werden die Gruppenzusammensetzung, die Spielzeitbegrenzung und ein offener oder multilinearer Aufbau dazu lernwirksam eingesetzt. Die Lehrkraft wiederum hat es in der Hand für eine ungestörte Spielerfahrung einen geschützten und Angst-freien Raum zu schaffen. Sofern diese Kriterien erfüllt werden, gelingt mathematisches Begriffslernen mit Escape Rooms.

Abschließend lässt sich festhalten, dass Escape Rooms im Unterricht auf motivierende und nachhaltige Weise mathematisches Begriffslernen fördern können. Diese Arbeit zeigt, dass die untersuchte Methode die Einführung eines neuen mathematischen Begriffs stärkt, sofern die dafür notwendigen Anforderungen erfüllt werden. Neben der Nutzung als Orientierungshilfe zur Gestaltung von Escape Rooms, ermöglicht der erarbeitete Kriterienkatalog zudem die Überprüfung der Eignung eines vorliegenden Escape Rooms zum Begriffslernen im Mathematikunterricht. Grundsätzlich demonstriert diese Arbeit, dass die Einsatzmöglichkeiten über die Wiederholung und Sicherung von Wissen weit hinaus gehen. Es wird deutlich, dass in diesem bisher wenig erforschten Gebiet viele noch wenig genutzte Potentiale des Wissenserwerbs liegen. Für zukünftige Forschung könnte es sich lohnen Escape Rooms auf weitere mathematische Schwerpunkte wie die Erarbeitung von Sachverhalten oder prozessbezogene mathematische Kompetenzen wie das Problemlösen zu überprüfen. Auch Möglichkeiten der Differenzierung mit mathematischen Escape Rooms können in weiteren Studien genauer beleuchtet werden.

6. Anhang

6.1. Die Eintrittskarten



ü

6.2. Inhalt des Briefumschlags

6.2.1. Inhaltsübersicht Briefumschlag

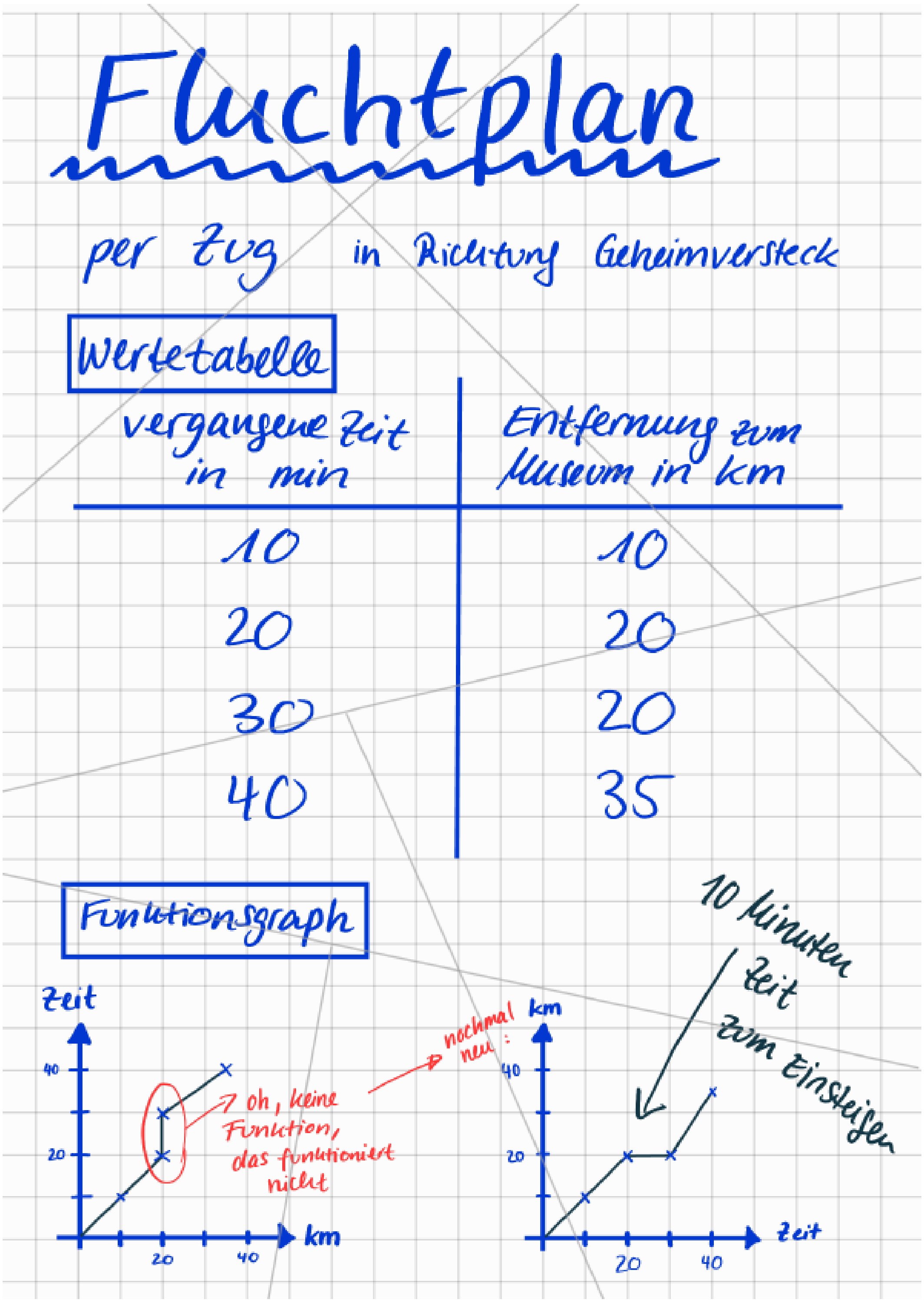
Daten zum Diebesgut:

Graphenkomposition
Von Gräfin F. von X

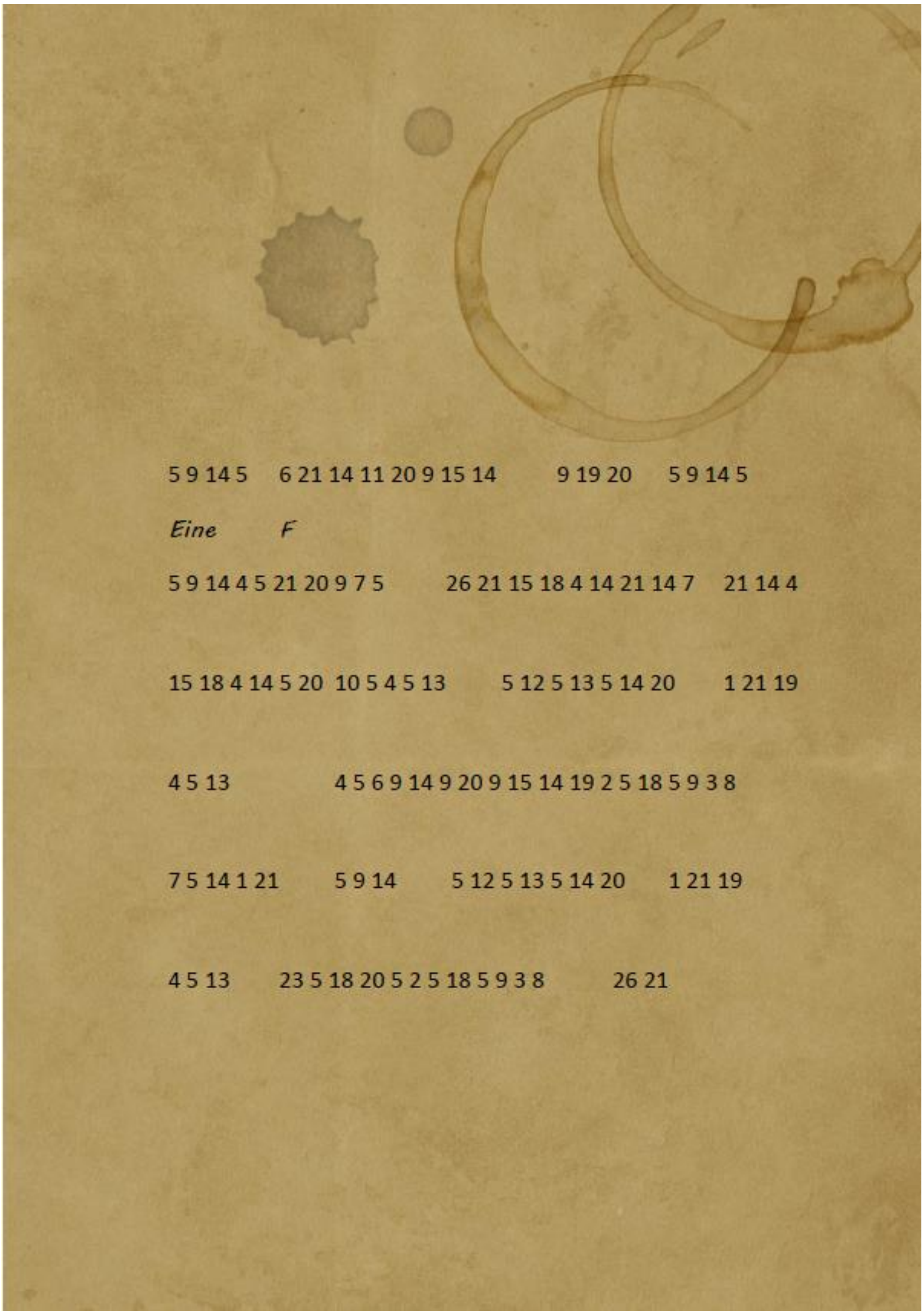
Erinnerungshilfen, um das Bild sicher ins Geheimversteck zu bringen:

mein Fluchtplan in Fetzen
Formular vom staatlichen Graphenkontrollamt
Verschlüsselte Nachricht als Hilfe, um das Formular auszufüllen
das Sonntagsrätsel aus der Berliner Mathepost

6.2.2. Der Fluchtplan



6.2.3. Die verschlüsselte Nachricht



5 9 14 5   6 21 14 11 20 9 15 14   9 19 20   5 9 14 5

Eine   F

5 9 14 4 5 21 20 9 7 5   26 21 15 18 4 14 21 14 7   21 14 4

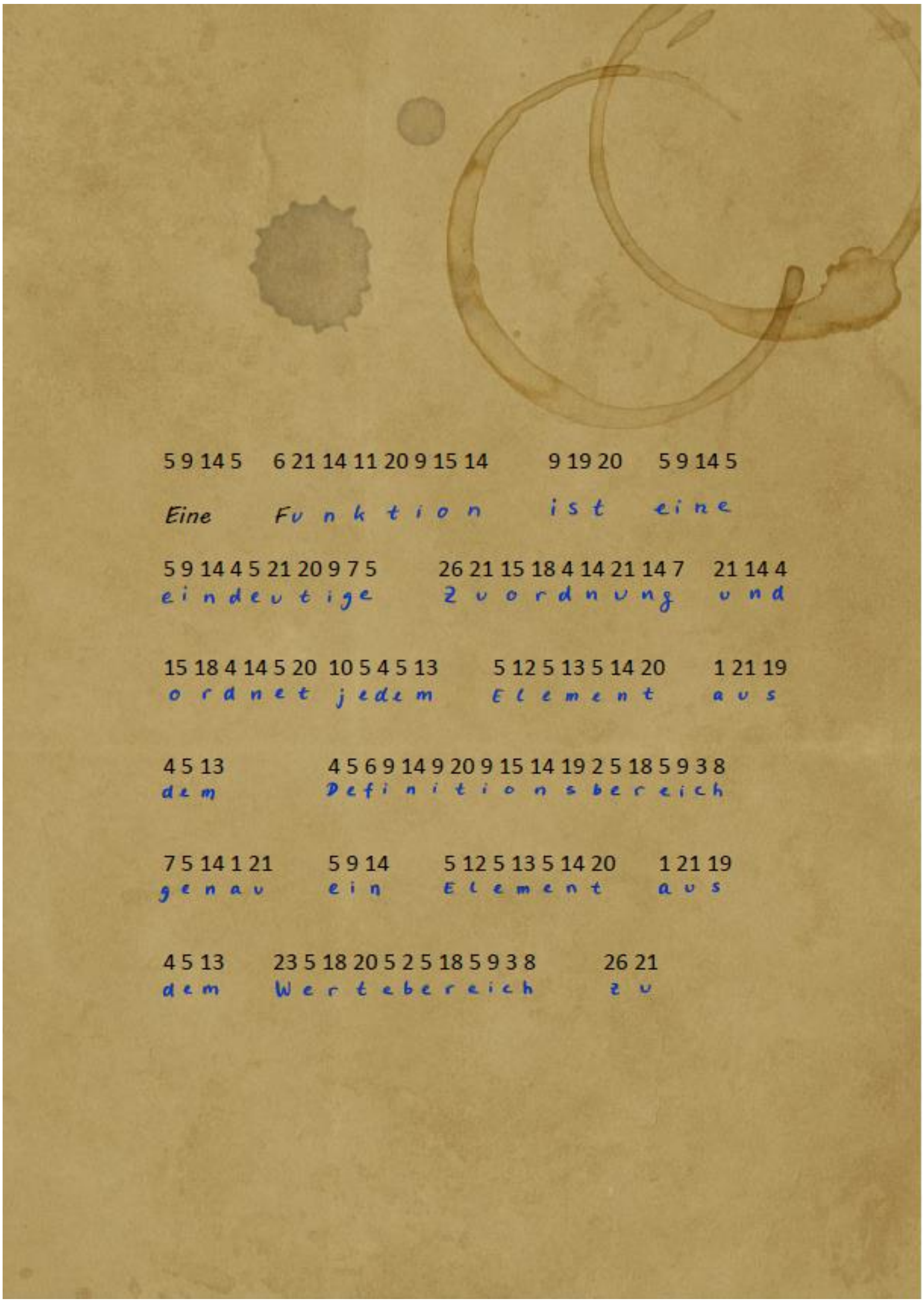
15 18 4 14 5 20 10 5 4 5 13   5 12 5 13 5 14 20   1 21 19

4 5 13   4 5 6 9 14 9 20 9 15 14 19 2 5 18 5 9 3 8

7 5 14 1 21   5 9 14   5 12 5 13 5 14 20   1 21 19

4 5 13   23 5 18 20 5 2 5 18 5 9 3 8   26 21

6.2.4. Die entschlüsselte Nachricht



6.2.5. Das Formular vom staatlichen Graphenkontrollamt

Staatliches Graphenkontrollamt

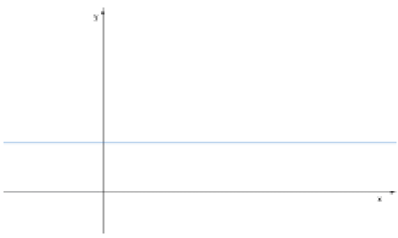
Formblatt QP2022-01

Qualitätsüberprüfung

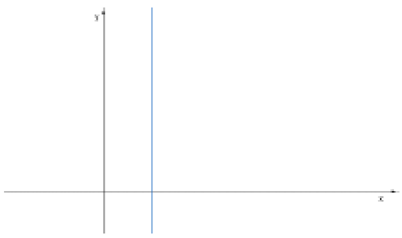
Kreuzen Sie untenstehend die Darstellungen an, die Funktionsgraphen beschreiben.

Formular bitte leserlich ausfüllen.

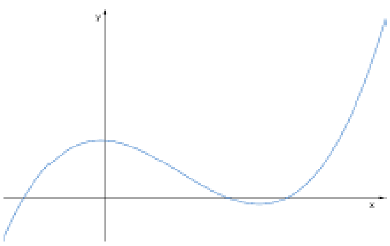
A: Funktion ☐ ja ☐ nein



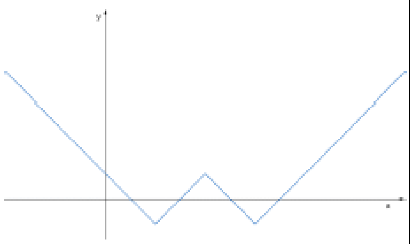
B: Funktion ☐ ja ☐ nein

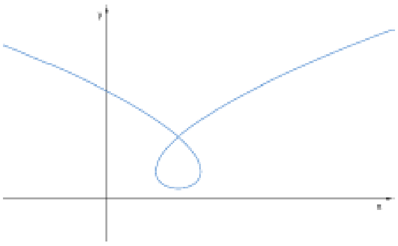
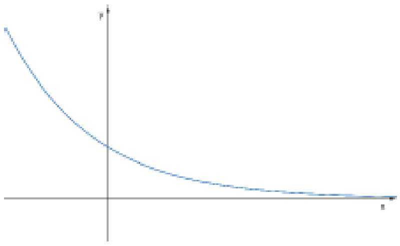
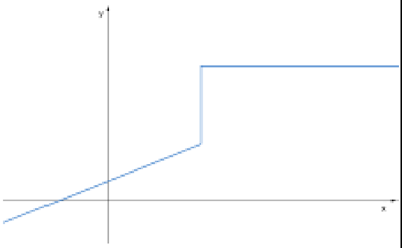
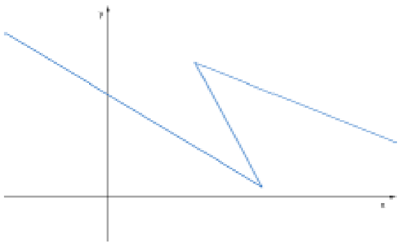


C: Funktion ☐ ja ☐ nein



D: Funktion ☐ ja ☐ nein



E: Funktion ☐ ja ☐ nein 	F: Funktion ☐ ja ☐ nein 
G: Funktion ☐ ja ☐ nein 	H: Funktion ☐ ja ☐ nein 

Bitte beachten Sie, dass Sie zur Mitarbeit in dieser Angelegenheit verpflichtet sind. Die Übermittlung der Prüfdaten ist fristgerecht per QR-Code zu leisten. Als Nachweis genügen die genehmigten Funktionsgraphen.

6.2.6. Das ausgefüllte Formular vom staatlichen Graphenkontrollamt

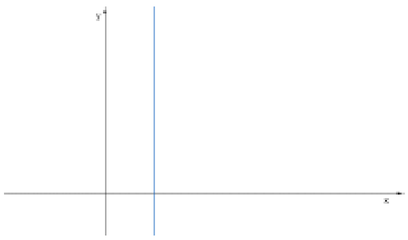
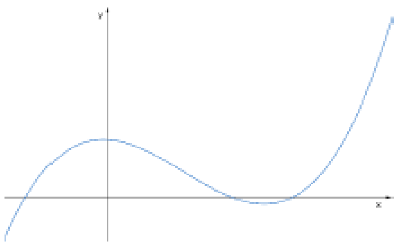
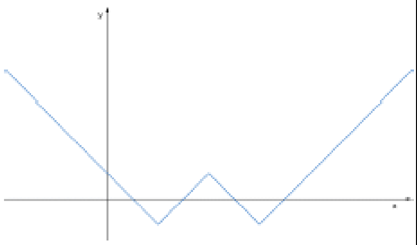
Staatliches Graphenkontrollamt

Formblatt QP2022-01

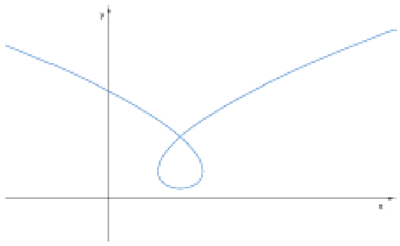
Qualitätsüberprüfung

Kreuzen Sie untenstehend die Darstellungen an, die Funktionsgraphen beschreiben.

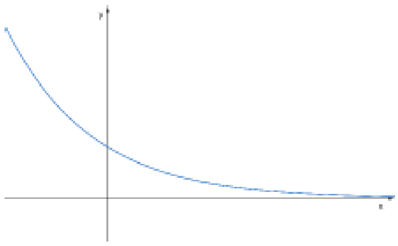
Formular bitte leserlich ausfüllen.

A: Funktion ☒ ja ☐ nein 	B: Funktion ☐ ja ☒ nein 
C: Funktion ☒ ja ☐ nein 	D: Funktion ☒ ja ☐ nein 

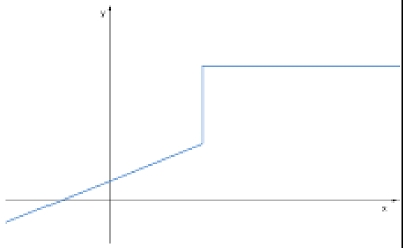
E: Funktion ☐ ja ☒ nein



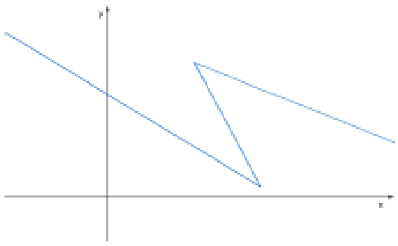
F: Funktion ☒ ja ☐ nein



G: Funktion ☐ ja ☒ nein

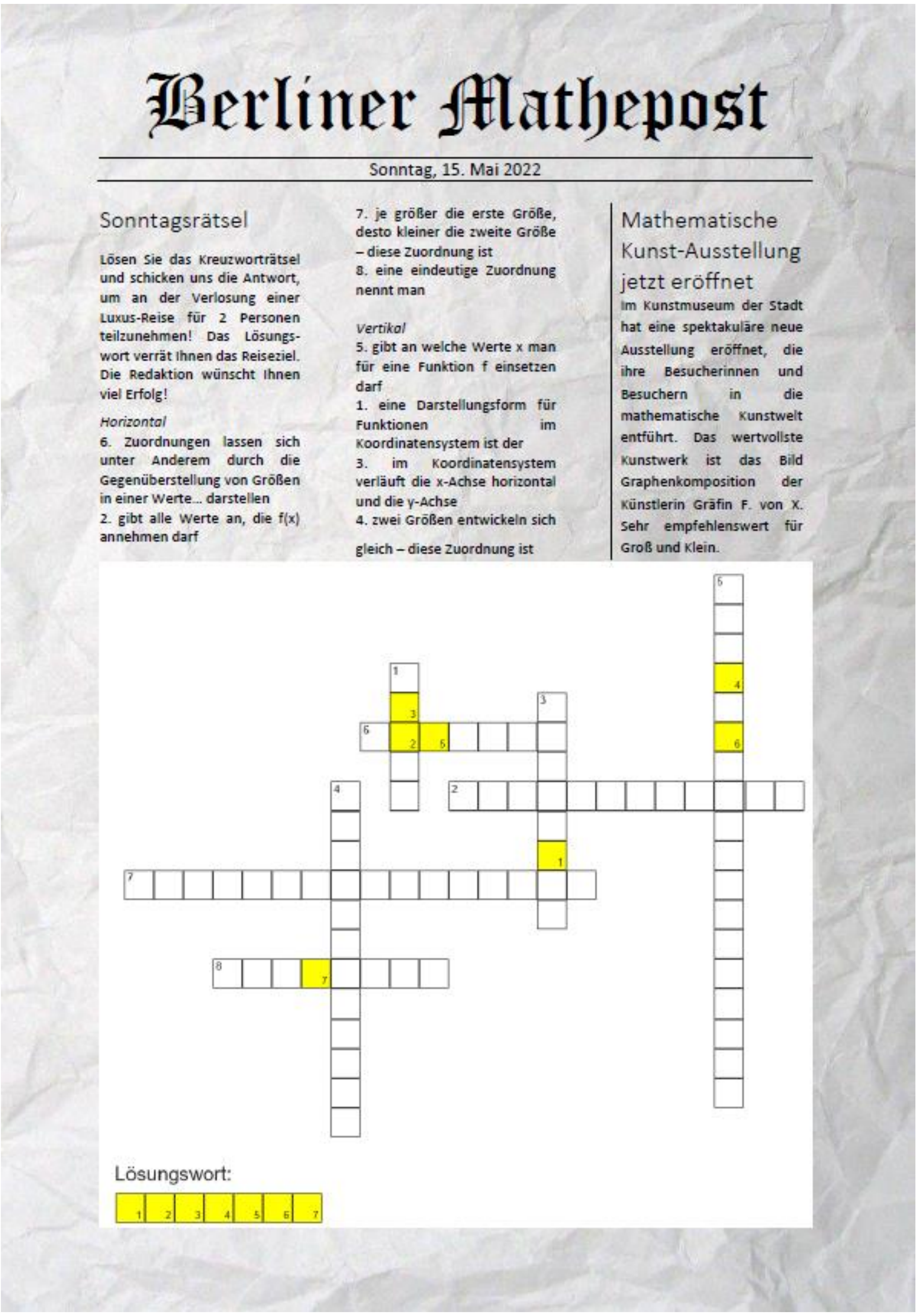


H: Funktion ☐ ja ☒ nein



Bitte beachten Sie, dass Sie zur Mitarbeit in dieser Angelegenheit verpflichtet sind. Die Übermittlung der Prüfdaten ist fristgerecht per QR-Code zu leisten. Als Nachweis genügen die genehmigten Funktionsgraphen.

6.2.7. Das Sonntagsrätsel der Berliner Mathepost



Berliner Mathepost

Sonntag, 15. Mai 2022

Sonntagsrätsel

Lösen Sie das Kreuzworträtsel und schicken uns die Antwort, um an der Verlosung einer Luxus-Reise für 2 Personen teilzunehmen! Das Lösungswort verrät Ihnen das Reiseziel. Die Redaktion wünscht Ihnen viel Erfolg!

Horizontal

6. Zuordnungen lassen sich unter Anderem durch die Gegenüberstellung von Größen in einer Werte… darstellen
2. gibt alle Werte an, die f(x) annehmen darf
7. je größer die erste Größe, desto kleiner die zweite Größe – diese Zuordnung ist
8. eine eindeutige Zuordnung nennt man

Vertikal

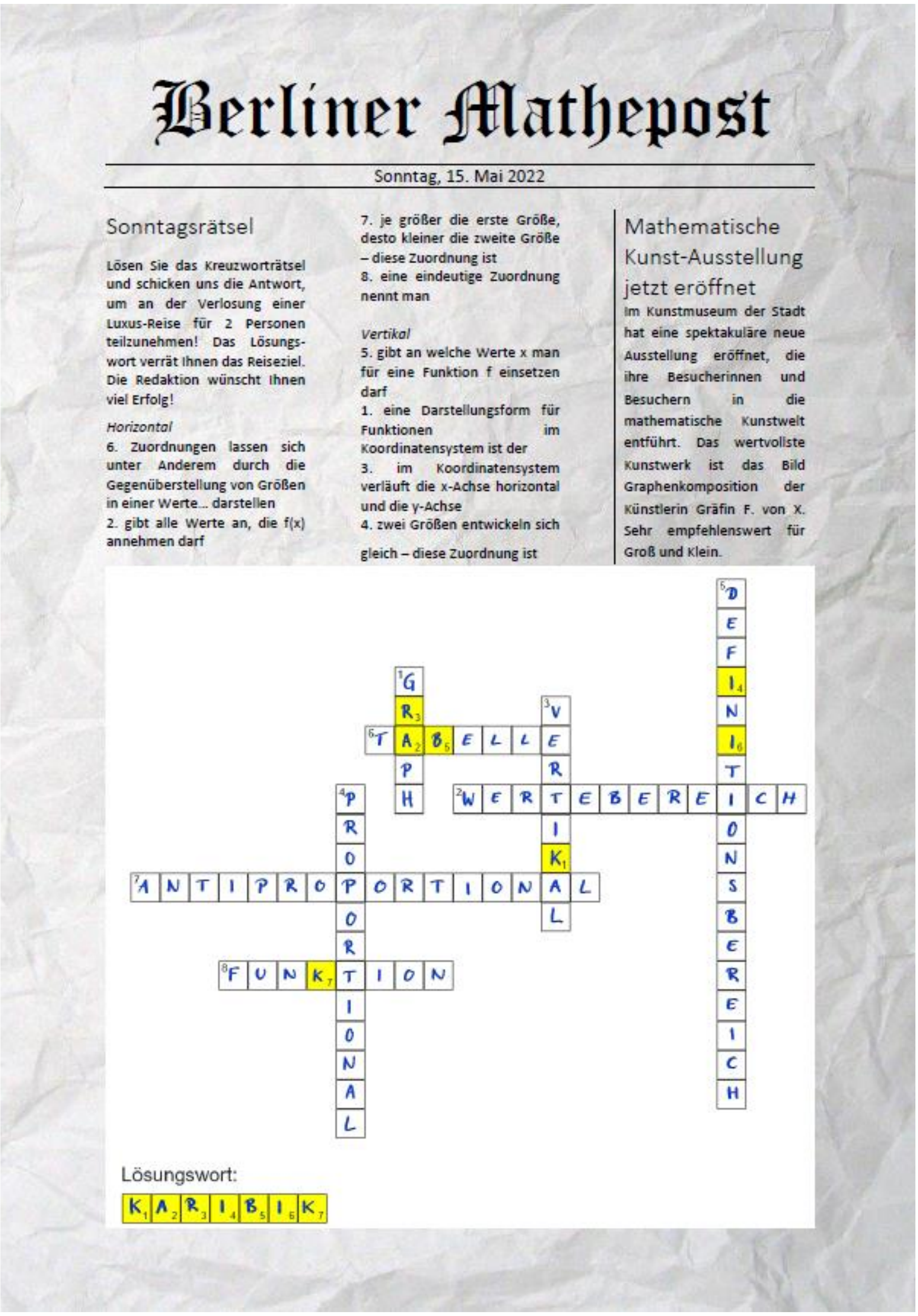
5. gibt an welche Werte x man für eine Funktion f einsetzen darf
1. eine Darstellungsform für Funktionen im Koordinatensystem ist der
3. im Koordinatensystem verläuft die x-Achse horizontal und die y-Achse
4. zwei Größen entwickeln sich gleich – diese Zuordnung ist

Mathematische Kunst-Ausstellung jetzt eröffnet

Im Kunstmuseum der Stadt hat eine spektakuläre neue Ausstellung eröffnet, die ihre Besucherinnen und Besuchern in die mathematische Kunstwelt entführt. Das wertvollste Kunstwerk ist das Bild Graphenkomposition der Künstlerin Gräfin F. von X. Sehr empfehlenswert für Groß und Klein.

Lösungswort:

6.2.8. Das gelöste Sonntagsrätsel der Berliner Mathepost



Berliner Mathepost

Sonntag, 15. Mai 2022

Sonntagsrätsel

Lösen Sie das Kreuzworträtsel und schicken uns die Antwort, um an der Verlosung einer Luxus-Reise für 2 Personen teilzunehmen! Das Lösungswort verrät Ihnen das Reiseziel. Die Redaktion wünscht Ihnen viel Erfolg!

Horizontal

6. Zuordnungen lassen sich unter Anderem durch die Gegenüberstellung von Größen in einer Werte... darstellen
2. gibt alle Werte an, die f(x) annehmen darf
7. je größer die erste Größe, desto kleiner die zweite Größe – diese Zuordnung ist
8. eine eindeutige Zuordnung nennt man

Vertikal

5. gibt an welche Werte x man für eine Funktion f einsetzen darf
1. eine Darstellungsform für Funktionen im Koordinatensystem ist der
3. im Koordinatensystem verläuft die x-Achse horizontal und die y-Achse
4. zwei Größen entwickeln sich gleich – diese Zuordnung ist

Mathematische Kunst-Ausstellung jetzt eröffnet

Im Kunstmuseum der Stadt hat eine spektakuläre neue Ausstellung eröffnet, die ihre Besucherinnen und Besuchern in die mathematische Kunstwelt entführt. Das wertvollste Kunstwerk ist das Bild Graphenkomposition der Künstlerin Gräfin F. von X. Sehr empfehlenswert für Groß und Klein.

Lösungswort:

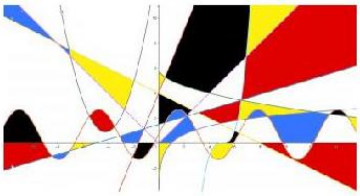
KARIBIK

6.3. Die Handreichung für Lehrkräfte

Den Graphen auf der Spur - Handreichung für Lehrkräfte

Autor: Isa Günther

In diesem Buch finden Lehrkräfte eine Beschreibung zum Einsatz des Escape Rooms "Den Graphen auf der Spur". Dieser ist dazu gedacht den SuS in der 8. Klasse am Gymnasium den Funktionsbegriff nahezubringen. Neben allen notwenigen Materialien zum Unterrichtseinsatz, finden sich in diesem Buch Anleitungen sowie Musterlösungen und didkatische Hinweise. Die digitalen Anteile des Escape Rooms finden sich unter https://view.genial.ly/62879c8cb8b7d2001144ec88/interactive-content-den-graphen-auf-der-spur-ein-mathematischer-escape-room-fur-klasse-8.



Inhaltsverzeichnis

Weiter
Rahmenbedingungen →

Rahmenbedingungen

Autor: Isa Günther

Vorwissen der Lernenden

Der Escape Room ist zur Einführung des Funktionsbegriffs in Klasse 8 am Gymnasium gedacht. Im Anschluss können im Mathematikunterricht lineare Funktionen behandelt werden.

Als Vorwissen wird vorausgesetzt, dass die Lernenden mit proportionalen und antiproportionalen Zuordnungen vertraut sind und Darstellungsformen wie Wertetabellen und Graphen wie Weg-Zeit-Diagramme kennen.

Zeitplanung

Der Escape Room ist für eine Doppenstunde von 90 Minuten konzipiert und auf eine Spielzeit von 60 Minuten ausgelegt.

Nachdem die Lehrkraft die Einstiegsgeschichte vorgelesen und die Eintrittskarten verteilt hat, startet sie für alle sichtbar einen Timer von 60 Minuten an der Tafel. Falls zwischen den Schulstunden eine Pause vorgesehen ist, wird der Timer in dieser Zeit pausiert. Das Spiel endet entweder, wenn die SuS das Spielziel erreichen oder wenn die Spielzeit an der Tafel abgelaufen ist.

Lernziele

Folgende Lernziele sollen mithilfe des Escape Rooms *Den Graphen auf der Spur* erreicht werden:

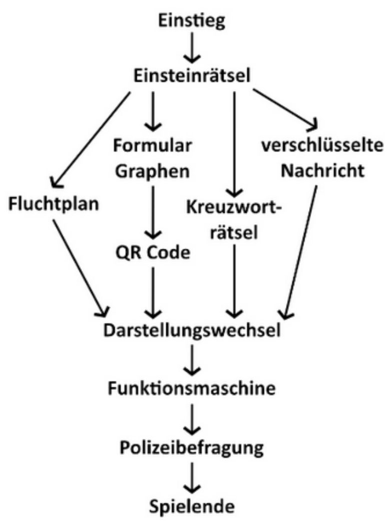
Die Schülerinnen und Schüler können:

- erklären, was eine mathematische Funktion ist (Begriffsinhalt),
- anhand eines Graphen erkennen, ob es sich um eine Funktion handelt (Begriffsumfang),
- wichtige Begriffe im Zusammenhang mit Funktionen korrekt benennen (Begriffsnetz),
- Funktionen nutzen, um Wertepaare zu ermitteln und verschiedene Darstellungsformen wie Funktionsgraph, Wertetabelle und Funktionsgleichung auf die gleiche Funktion zurückführen (*concept usage*).

Medieneinsatz

Die SuS benötigen den Zugang zu internetfähigen Endgeräten wie Computern oder Tablets. Außerdem müssen sie den QR-Code-Scanner ihres Smartphones nutzen.

Aufbau des Escape Rooms



Vorherig
Den Graphen auf der Spur - Handreichung für Lehrkräfte

Weiter
Eintrittskarten

Eintrittskarten

Autor: Isa Günther

Tickets Mathemuseum

Tickets Mathemuseum.pdf

Diese Eintrittskarten müssen je nach Gruppengröße 3-4 Mal ausgedruckt und entsprechend ausgeschnitten werden. Die SuS sollen in 3er bis 4er Gruppen spielen. Die Tickets reichen für bis zu 12 Gruppen.

Vorherig
Rahmenbedingungen

Weiter
Briefumschläge

Briefumschläge

Autor: Isa Günther

Wie die Briefumschläge für die Spielgruppen vorzubereiten sind

Jede Spielgruppe erspielt sich im Laufe des Escape Rooms einen Briefumschlag mit Informationen. Diesen holen sie selbstständig bei der Lehrkraft ab.

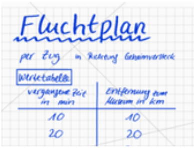
Jeder Briefumschlag enthält eine Übersicht, einen Fluchtplan, ein Formular, eine Nachricht und einen Zeitungsartikel. Die entsprechenden Dateien müssen ausgedruckt und in die Breifumschläge gelegt werden.

Der Fluchtplan muss zusätzlich an den grauen Linien zerschnitten werden, damit er später von den SuS als Puzzle zusammengesetzt werden kann. Er wird entsprechend in Einzelteilen in den Briefumschlag gelegt.

Briefumschlag Inhalt Übersicht

Briefumschlag Inhalt Übersicht.pdf

Briefumschlag Inhalt Fluchtplan



Briefumschlag Inhalt Fluchtplan.pdf

Briefumschlag Inhalt Formular

Briefumschlag Inhalt Formular.pdf

Briefumschlag Inhalt Nachricht

Briefumschlag Inhalt Nachricht.pdf

Briefumschlag Inhalt Zeitungsartikel

Briefumschlag Inhalt Zeitung.pdf

Vorherig
Eintrittskarten

Weiter
Einführungsgeschichte

Einführungsgeschichte

Autor: Isa Günther

Die Lehrkraft liest folgenden Text vor:

Das Berliner Kunstmuseum hat unter dem Titel „Den Graphen auf der Spur" eine Mathematikausstellung zusammengestellt. Da ihr sowohl kunstbegeistert als auch mathematikbegabt seid, habt ihr euch dazu bereit erklärt für die Schulzeitung einen Artikel über das wichtigste Kunstwerk der Ausstellung zu schreiben: Das Gemälde „Graphenkomposition" von Gräfin F. von X. Für euren Museumsbesuch bekommt ihr gleich von mir eure Eintrittskarten mit dem Foto des Gemäldes darauf. Auf den Eintrittskarten findet ihr außerdem Hinweise dazu, mit wem und wie ihr die Ausstellung besuchen werdet.

Allerdings muss ich euch vorwarnen, denn bei eurem Besuch werdet ihr Zeuginnen und Zeugen eines furchtbaren Verbrechens. Eure Aufgabe ist es, dieses Verbrechen so schnell wie möglich aufzuklären, indem ihr Rätsel löst, Indizien sucht und Hinweise findet. Manchmal müsst ihr euch in heikle Situationen begeben, also seid aufmerksam, vorsichtig und lest alles ganz genau. Nur so könnt ihr es gemeinsam schaffen, das Verbrechen aufzuklären und ganz nebenbei genügend Informationen für euren Artikel in der Schulzeitung zu sammeln.

Sobald ihr eure 3er oder 4er Gruppe gefunden habt, meldet ihr euch gemeinsam an einem Computer an. Lasst bitte mindestens einen Stuhl Abstand zu anderen Gruppen und achtet darauf, dass alle aus eurer Gruppe gleichermaßen mitspielen können. Für eine gute Zusammenarbeit könnt ihr aufteilen, wer auf
Zeitmanagement achtet, wer den Computer bedient und wer für euren Artikel in der Schulzeitung alles dokumentiert. Ihr habt jederzeit die Möglichkeit, innerhalb eurer Gruppe diese Rollen zu tauschen.

Und nun beeilt euch: Ihr habt ab jetzt 60 Minuten Zeit, um eure Eintrittskarten einzulösen, eure Gruppe zu finden und euch gemeinsam in eines der spannendsten Abenteuer eures Lebens zu stürzen. Ich komme jetzt herum und verteile eure Eintrittskarten. Danach seid ihr weitestgehend auf euch allein gestellt. Nur in absoluten Ausnahmefällen könnt ihr euch bei mir detektivischen Rat für eure Ermittlungen holen. Ich wünsche allen Gruppen viel Erfolg.

Vorherig
Briefumschläge

Weiter
Der Museumsbesuch

Der Museumsbesuch

Autor: Isa Günther

Eintrittskarte Museum beispielhaft für Gruppe 01

Auf der Eintrittskarte finden die SuS ihre Spielgruppe, in diesem Beispiel Gruppe 01, sowie den Zugangslink zum Escape Room. Dieser kann unter bit.ly/3NqnUkm abgerufen werden.

Möglicher Hinweis:

- *Auf der Eintrittskarte versteckt sich ein Link. Folgt ihr diesem, gelangt ihr zum Museum.*

Die SuS gelangen zum Escape Room.

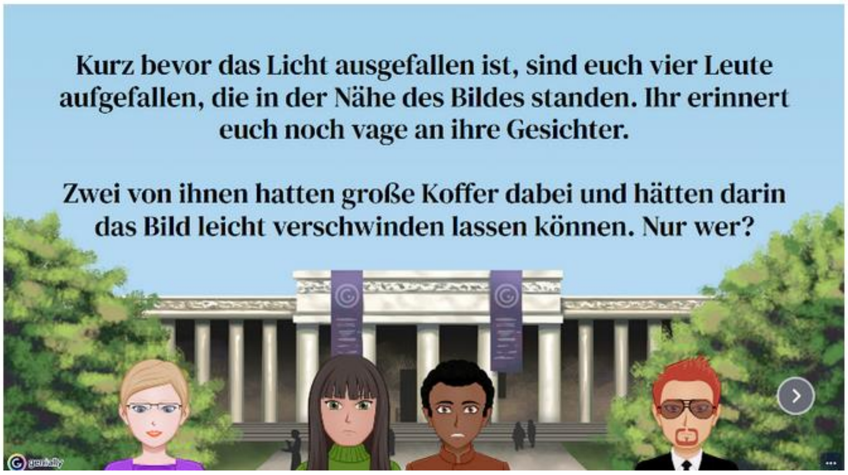
Möglicher Hinweis:

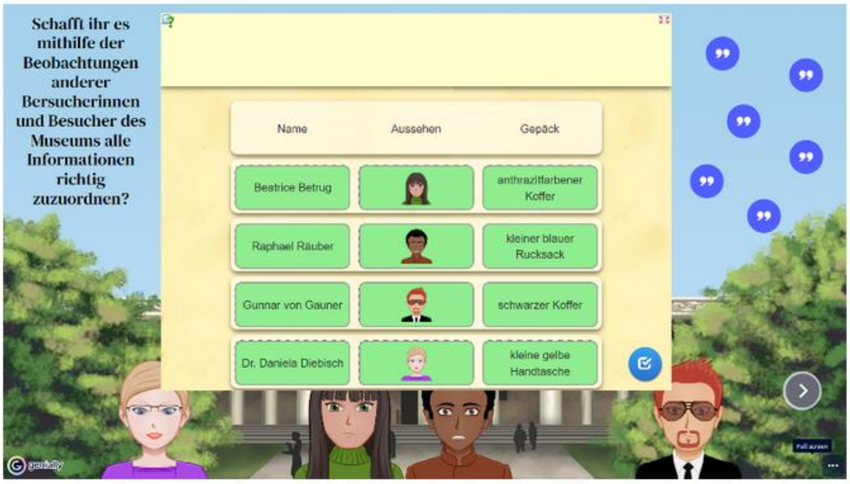
- *Die Ausstellung befindet sich in Raum 3.*

In Raum 3 können die SuS das Bild "Graphenkomposition" betrachten, bevor es gestohlen wird.

Das Licht fällt aus. Der Lichtschalter ist im Bild zu sehen und fängt nach kurzer Zeit an zu blinken.

Die SuS erleben wie das Kunstwerk "Graphenkomposition" während ihres Museumsbersuchs geklaut wird und sind sofort zur Stelle, um das Verbrechen aufzuklären.





Das Vorwissen der SuS zu Zuordnungen wird mit diesem Einstein-Rätsel reaktiviert und 2 Verdächtige werden dabei ausgeschlossen.

Mögliche Hinweise:

- *Die Aussagen rechts und die Bilder der Verdächtigen am Bildrand unten helfen euch bei der Zuordnung.*
- *Name, Aussehen und Gepäck müssen zeilenweise richtig zugeordnet werden.*

Die Lösung lautet: "Betrug".

Vorherig
Einführungsgeschichte

Weiter
Am Tatort

Am Tatort

Autor: Isa Günther

Gunnar von Gauner mit den roten Haaren und der Sonnenbrille muss angeklickt werden.

Klicken die SuS eine andere Person an, werden sie auf ihren Fehler hingewiesen und werden zur Bearbeitung des Einstein-Rätsels zurückgesetzt.

Die SuS klicken die Nachricht an.

Durch ein Klicken auf die Nachricht, wird diese größer in einem Fenster geöffnet und lässt sich leichter lesen.

Mitten im Escape Room werden die SuS dazu aufgefordert bei der Lehrkraft den vorbereiteten Briefumschlag abzuholen. Deshalb erscheint der Pfeil rechts unten zum Weiterspielen erst nach einiger Zeit.

← Vorherig
Der Museumsbesuch

Weiter →
Lösungen zum Inhalt des Briefumschlags

Lösungen zum Inhalt des Briefumschlags

Autor: Isa Günther

Briefumschlag Inhalt Nachricht Lösung

Briefumschlag Inhalt Nachricht_220521_211731.pdf

Mögliche Hinweise zur verschlüsselten Nachricht

- *Beachtet die Leerzeichen zwischen den Zahlen. Es gibt mehr als 10 Buchstaben.*
- *5 entspricht dem Buchstabe E, 9 entspricht dem Buchstaben I und 14 entspricht dem Buchstaben N. Wie wurde die Nachricht verschlüsselt?*
- *A=1, B=2, C=3, ... Schreibt euch diese Zuordnung einmal als Tabelle auf und entschlüsselt dann die Nachricht.*

Briefumschlag Inhalt Formular Lösung

Briefumschlag Inhalt Formular_220521_210652.pdf

Mögliche Hinweise zum Formular vom staatlichen Graphenkontrollamt

- *Auf dem Fluchtplan findet ihr links unten ein Gegenbeispiel und rechts unten ein Beispiel für einen Funktionsgraphen. Worin unterscheiden sich die beiden?*
- *Seht euch auch die verschlüsselte Nachricht noch einmal an. Sie hilft euch dabei, das Formular auszufüllen.*
- *Am Ende des Formulars steht etwas von einem QR-Code. Wie geht es eurer Meinung nach weiter?*

Briefumschlag Inhalt Zeitung Lösung

Briefumschlag Inhalt Zeitung_220521_210438.pdf

Möglicher Hinweis zum Sonntagsrätsel der Berliner Mathepost

- *Die gesuchten Begriffe kennt ihr aus dem Unterricht und aus der verschlüsselten Nachricht.*

Vorherig
Am Tatort

Weiter
Auf Verfolgungsjagd

Auf Verfolgungsjagd

Autor: Isa Günther

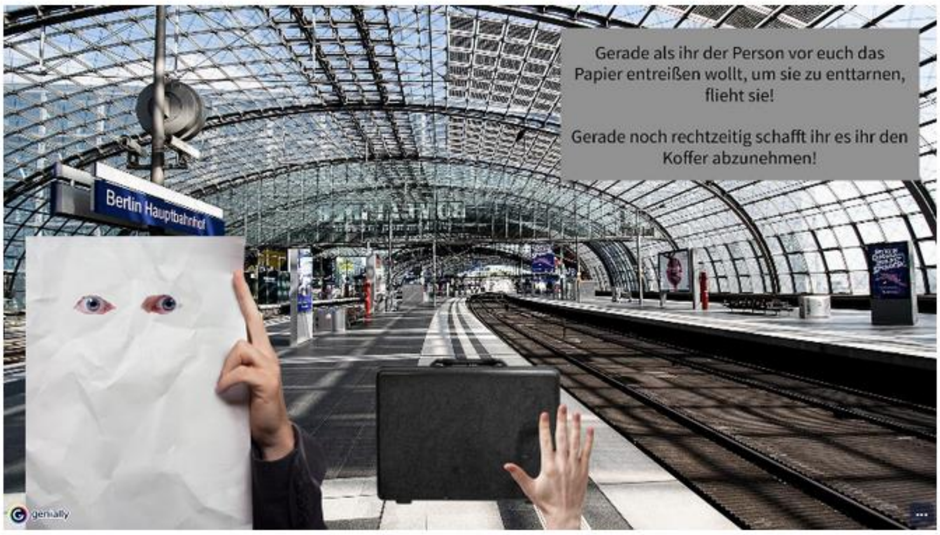
Möglicher Hinweis:

- *Löst zuerst den QR-Code, bevor ihr euch auf Verfolgungsjagd begebt.*

Mögliche Hinweise:

- *Seht euch alle Inhalte des Breifumschlags genau an. Wo ist schon einmal von einem QR-Code die Rede?*
- *Dort findet ihr ebenfalls Buchstaben von A bis H. Welche müsst ihr nun anklicken?*
- *Im Anschluss müsst ihr den QR-Code scannen. Dafür dürft ihr euer Smartphone verwenden.*
- *Wenn man A, C, D und F anklickt und den QR-Code scannt, erhält man folgenden Hinweis: "Der Koffer, in dem das Kunstwerk aus dem Museum geschmuggelt wurde, lässt sich mit dem Ergebnis der Rechnung elf mal elf öffnen." Notiert euch diese Information.*

Mit dem Lösungswort "Karibik" des Kreuzworträtsels, können SuS die Verfolgungsjagd beginnen. Auf dem Fluchtplan findet man den Hinweis, dass sich der Täter oder die Täterin per Zug aus dem Staub machen möchte. Falls die SuS falsch klicken, bekommen sie einen entsprechenden Hinweis und probieren es erneut. Sie müssen auf den linken Pfeil zum Bahnhof klicken.



Wer den QR-Code noch nicht gelöst hat, muss links auf den Pfeil zurück klicken.

Alle anderen klicken auf den Koffer und geben "121" als Passwort ein, um ihn zu öffnen.

Nachdem man auf die Lupe klickt und als Passwort "Grunewald" eingibt, landet man am Geheimversteck im Grunewald.

Vorherig
Lösungen zum Inhalt des Briefumschlags

Weiter
Im Grunewald

Im Grunewald

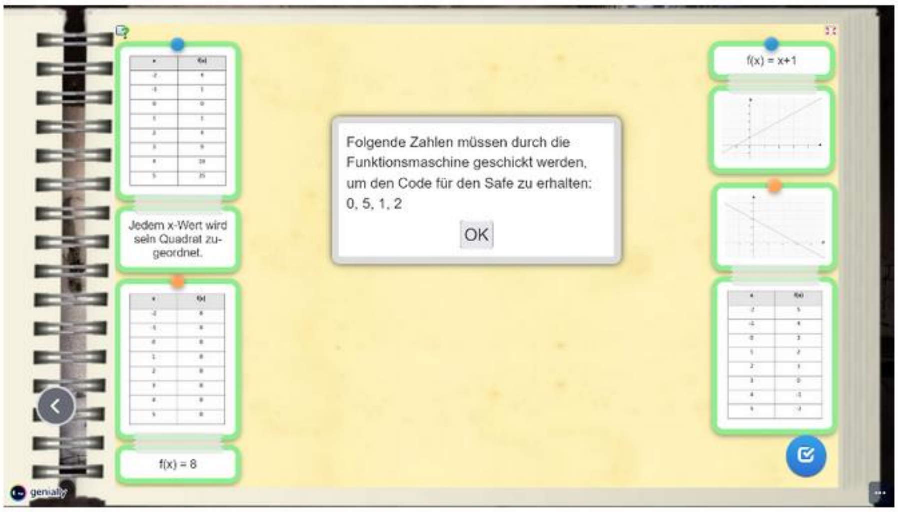
Autor: Isa Günther

Als ersten gehen die SuS in den ersten Stock.


Dort finden sie hinter dem Sessel das grüne Notizbuch.

Als Lösung des Rätsels bekommen die SuS den Hinweis, dass sie 0, 5, 1, 2 in die Funktionsmaschine eingeben müssen.

Mit dem grauen Pfeil links kommt man zurück in das Zimmer.



Hier ist die Lösung des Darstellungsrätsels zu sehen.


Mit dem roten Pfeil können die SuS zurück ins Erdgeschoss gehen.


Im Erdgeschoss hat sich inzwischen die Tür geöffnet.

Vorherig
Auf Verfolgungsjagd

Weiter
Am Safe

Am Safe

Autor: Isa Günther

Wer genau aufgepasst hat weiß, dass zuerst die Werte aus dem Darstellungsrätsel in die Funktionsmaschine eingegeben werden müssen. Diese ergeben den Code für den Safe.

Möglicher Hinweis:

- *Findet zunächst die Funktionsmaschine.*

Mögliche Hinweise:

- *Gebt die Werte aus dem Rätsel im ersten Stock in die Funktionsmaschine ein.*
- *Dadurch erhaltet ihr den Code für den Safe.*

Sobald ein Wert eingegeben wurde, muss man auf den roten Pfeil links klicken, um erneut einen Wert eingeben zu können.

Vorherig
Im Grunewald

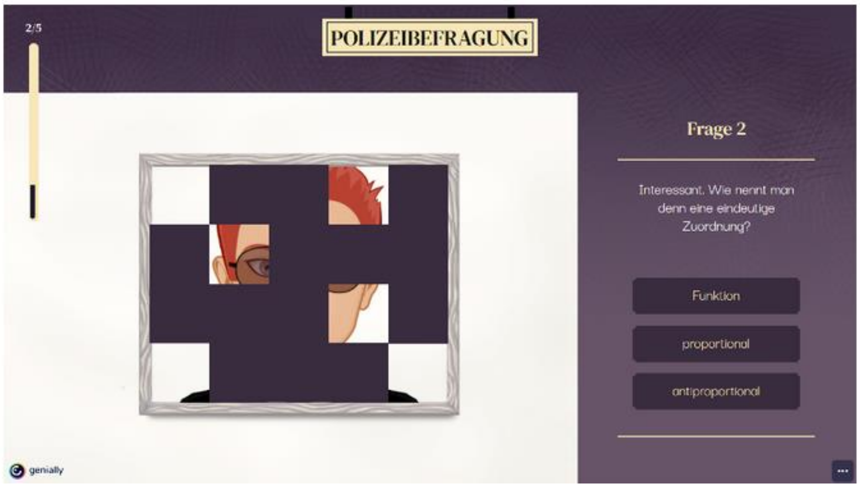
Weiter
Zurück im Museum

Zurück im Museum

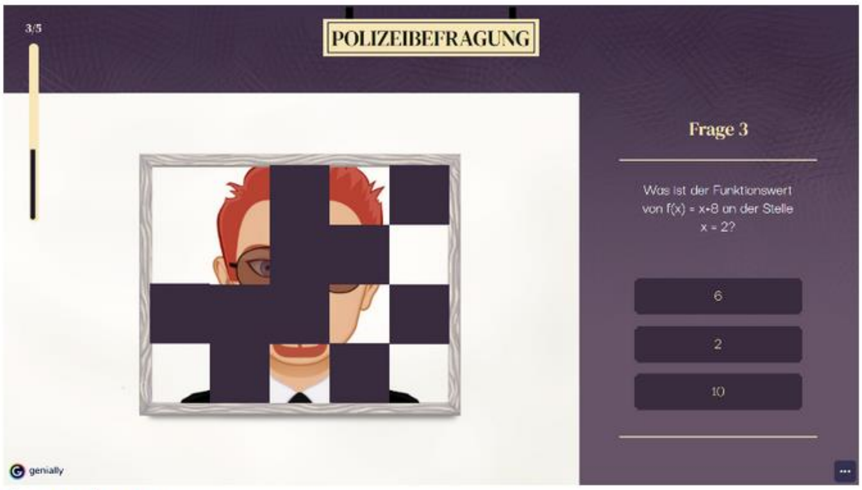
Autor: Isa Günther

Die Antwort lautet "Zuordnungen".

Bei falschen Antworten in der Polizeibefragung erscheint diese Nachricht.



Die Antwort lautet "Funktion".



Die Antwort lautet "10".

Die Antwort lautet "f(x)=x+2".

Die Antwort lautet "Gunnar von Gauner".

Das ist das Spielende des Escape Rooms.

← Vorherig
Am Safe

Weiter →
Reflexionsfragen zur Nachbesprechung

Reflexionsfragen zur Nachbesprechung

Autor: Isa Günther

In der Nachbesprechung hat die Lehrkraft die Möglichkeit mithilfe eines Stimmungsbilds wie Handzeichen mit Daumen nach oben oder nach unten Feedback einzuholen und durch konkrete Fragen den Lernerfolg der SuS zu kontrollieren.

Hier finden sich einige Beispiele für mögliche Reflexionsfragen:

Reflexionsfragen zur Spielerfahrung:

- Wie hat euch der Escape Room gefallen?
- Wie habt ihr als Gruppe zusammengearbeitet?
- Welche Aufgaben waren besonders knifflig zu lösen und warum? Was war euer Lieblingsrätsel?
- Was hat besonders gut funktioniert und wobei hattet ihr Probleme?
- Was würdet ihr beim nächsten Mal anders machen?

Reflexionsfragen zum mathematischen Inhalt:

- Was habt ihr heute gelernt?
- Was war eurer Meinung nach das Lernziel?
- Was ist eine mathematische Funktion?
- Wie kann man Funktionen darstellen?
- Könnt ihr ein Beispiel und ein Gegenbeispiel für eine Funktion angeben?
- Was ist der Unterschied zwischen dem Definitionsbereich und dem Wertebereich?
- Gibt es Rätsel, die ihr gerne zusammen nachbesprechen möchtet?

Bezogen auf die Lernziele dieses Escape Rooms kann die Lehrkraft mittels der Think-Pair-Share-Methode nach einer Erklärung des Funktionsbegriffs, nach Beispielen und Gegenbeispielen, nach weiteren wichtigen Begriffen im Zusammenhang mit Funktionen und deren jeweilige Bedeutung fragen. Dadurch werden der Begriffsinhalt, der Begriffsumfang, das Begriffsnetz und das *concept usage* der Lernenden überprüft und gefestigt. Selbst einen einfachen Darstellungswechsel anzuregen ist denkbar und stellt zudem eine Transferleistung dar.

← Vorherig
Zurück im Museum

7. Literaturverzeichnis

Barzel, B., Hußmann, S., & Leuders, T. (2005). *Computer, Internet & Co. im Mathematik-Unterricht.* Berlin: Cornelsen Scriptor.

Bast, S. (2021). Geheimagentenpraktikum im Hause Bond. Die Verknüpfung einer motivierenden Lernsituation mit Werkzeugen des selbstständigen Lernens zur Sicherung des Lernerfolges (nicht nur) in Zeiten von Fernunterricht. *Digitales Lehren und Lernen, 47*(111), 6-12.

Beck, I. (2016). *Die Einsatzmöglichkeiten von Spielen im Mathematikunterricht unter besonderer Berücksichtigung der Auswirkung auf die Motivation der Lernenden.* Wien: Diplomarbeit Universität Wien.

Borrego, C., Fernández, C., Blanes, I., & Robles, S. (2017). Room escape at class: Escape games activities to facilitate the motivation and learning in computer science. *Journal of Technology and Science Education, 7*(2), 162-171.

Bruner, J. S. (1967). *Studies in Cognitive Growth : A Collaboration at the Center for Cognitive Studies* (2 Ausg.). New York: Wiley.

Bruner, J. S. (1976). Entdeckendes Lernen. In A. Holtmann, *Das sozialwissenschaftliche Curriculum in der Schule* (S. 91-105). Wiesbaden: Uni-Taschenbücher.

Carlgren, D., & Schultz, A. (2022). Complexity Arising from "Escape Room" Style Activities in A High School Calculus Class. *Contemporary Mathematics and Science Education, 3*(1).

Eukel, H., & Morrell, B. (2021). Ensuring Educational Escape-Room Success: The Process of Designing, Piloting, Evaluating, Redesigning, and Re-Evaluating Educational Escape Rooms. *Simulation & Gaming, 52*(1), 18-23.

Fuentes-Cabrera, A., Parra-González, M. E., López-Belmonte, J., & Segura-Robles, A. (2020). Learning Mathematics with Emerging Methodologies — The Escape Room as a Case Study. *Mathematics, 8*(1568).

Glaubitz, J., Rademacher, D., & Sonar, T. (2019). Funktionen. In *Lernbuch Analysis 1* (S. 67-82). Wiesbaden: Springer Spektrum.

Glavaš, A., & Staščik, A. (2017). Enhancing positive attitude towards mathematics through introducing Escape Room games. *Mathematics education as a science and a profession*, 281-293.

Göth, C., Frohberg, D., & Schwabe, G. (2007). Vom passiven zum aktiven Mobile Learning. (U. Zürich, Hrsg.) *Zeitschrift für E-Learning, 2*(4), 12-28.

Grande-de-Prado, M., García-Martín, S., Baelo, R., & Abella-García, V. (1 2021). Edu-Escape Rooms. *Encyclopedia*(1), S. 12-19.

Greefrath, G., Oldenburg, R., Siller, H.-S., Ulm, V., & Weigand, H.-G. (2016). *Didaktik der Analysis: Aspekte und Grundvorstellungen zentraler Begriffe.* Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum.

Griesel, H., vom Hofe, R., & Blum, W. (2019). Das Konzept der Grundvorstellungen im Rahmen der mathematischen und kognitionspsychologischen Begrifflichkeit in der Mathematikdidaktik. *Journal für Mathematik-Didaktik*(40.1), S. 123-133.

Hacke, A., Przybylla, M., & Schwill, A. (2019). Beobachtungen zum informatischen Problemlösen im Escape-Adventure-Spiel „Room-X". (G. f. Informatik, Hrsg.) *Informatik für alle: Lecture Notes in Informatics (LNI)*, 79-88.

Hauber, M., & Zander, A. (2020). Spielen macht Schule – spielend zum Lernerfolg. In V. Mehringer, & W. Waburg, *Spielzeug, Spiele und Spielen* (S. 175-195). Wiesbaden: Springer VS.

Heinz, F. (2018). *Mathematische Lernspiele als diagnostisches Instrument : Spiele im heterogenen Mathematikunterricht der Grundschule zur Erfassung von Lernhürden* (Bd. Perspektiven der Mathematikdidaktik). (G. Kaiser, Hrsg.) Wiesbaden: Springer Spektrum.

Heinze, A. (2002). «… aber ein Quadrat ist kein Rechteck»—Schülerschwierigkeiten beim Verwenden einfacher geometrischer Begriffe in Jahrgang 8. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 34*(2), 51-55.

Hieber, M. (2018). *Analysis I.* Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum.

Hillmayr, D., Reinhold, F., Ziernwald, L., & Reiss, K. (2017). *Digitale Medien im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht der Sekundarstufe: Einsatzmöglichkeiten, Umsetzung und Wirksamkeit.* Waxmann.

Hillmayr, D., Ziernwald, L., Reinhold, F., Hofer, S. I., & Reiss, K. M. (2020). The potential of digital tools to enhance mathematics and science learning in secondary schools: A context-specific meta-analysis. *Computers & Education, 153*(103897).

Hischer, H. (2012). *Grundlegende Begriffe der Mathematik: Entstehung und Entwicklung: Struktur-Funktion-Zahl.* Wiesbaden: Springer Spektrum.

Hoblitz, A. (2015). *Spielend Lernen im Flow: Die motivationale Wirkung von Serious Games im Schulunterricht.* Wiesbaden: Springer VS.

Huizinga, J. (2015). *Homo Ludens: Vom Ursprung der Kultur im Spiel.* Reinbek bei Hamburg: Rowohlt Taschenbuch Verlag GmbH.

Klinger, M. (2019). Grundvorstellungen versus Concept Image? Gemeinsamkeiten und Unterschiede beider Theorien am Beispiel des Funktionsbegriffs. In A. Büchter, M. Glade, R. Herold-Blasius, M. Klinger, F. Schacht, & P. Scherer, *Vielfältige Zugänge zum Mathematikunterricht* (S. 61-75). Wiesbaden: Springer Spektrum.

Knoblauch, V. (2020). *Escape Rooms für die Grundschule - Klasse 3/4.* Auer Verlag: Augsburg.

Laakmann, H. (2013). *Darstellungen und Darstellungswechsel als Mittel zur Begriffsbildung: eine Untersuchung in rechnerunterstützten Lernumgebungen* (Bd. 11). Wiesbaden: Springer Spektrum.

Lambert, A. (2003). *Begriffsbildung im Mathematikunterricht.* Saarbrücken: Universität des Saarlandes.

Lindner, A., & Reichenberger, S. (2015). Begriffsbildung mithilfe von Lernpfaden. In J. Roth, E. Süss-Stepancik, & H. Wiesner, *Medienvielfalt im Mathematikunterricht* (S. 83–95). Wiesbaden: Springer Fachmedien.

Löh, C., Krauss, S., & Kilbertus, N. (2016). *Quod erat knobelandum : Themen, Aufgaben und Lösungen des Schülerzirkels Mathematik der Universität Regensburg.* Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum.

Mohr, V. (2021). *Escape Rooms für den Mathematikunterricht 5-10.* Augsburg: Auer Verlag.

Nicholson, S. (2015). *Peeking behind the locked door: A survey of escape room facilities.* Waterloo, Canada: Wilfrid Laurier University.

Nicholson, S. (2018). Creating Engaging Escape Rooms for the Classroom. *Childhood Education*, 44-49.

Nitsch, R. (2015). *Diagnose von Lernschwierigkeiten im Bereich funktionaler Zusammenhänge: eine Studie zu typischen Fehlermustern bei Darstellungswechseln.* Wiesbaden: Springer Spektrum.

Pilotto, L. M. (2021). *Blended learning : innere Differenzierung in der Erwachsenenbildung.* Wiesbaden: Springer VS.

Reiss, K. (2020). Lernen mit digitalen Medien: das Beispiel des Fachs Mathematik. In K. Kaspar, M. Becker-Mrotzek, S. Hofhues, J. König, & D. Schmeinck, *Bildung, Schule, Digitalisierung* (S. 13-18). Münster: Waxmann.

Reiss, K., & Hammer, C. (2021). *Grundlagen der Mathematik-Didaktik: Eine Einführung für den Unterricht in der Sekundarstufe.* Basel: Brinkhäuser.

Retterath, K. (2015). Kleines Tool mit großer Wirkung: LearningApps im Mathematikunterricht. (A. Pallack, Hrsg.) *mathematiklehren, Digitale Medien*(189), 20-24.

Roth, J. (2015). Lernpfade–Definition, Gestaltungskriterien und. In J. Roth, E. Süss-Stepancik, & H. Wiesner (Hrsg.), *Medienvielfalt im Mathematikunterricht* (S. 3-25). Wiesbaden: Springer Spektrum.

Roth, J., & Lichti, M. (2021). Funktionales Denken entwickeln und fördern. *mathematik lehren*(226), 2-9.

Schacht, F. (2012). *Mathematische Begriffsbildung zwischen Implizitem und Explizitem* (Bd. 4). Wiesbaden: Vieweg+ Teubner Verlag.

Scheller, A. (2020). *Escape-Rooms und Breakouts in der Schule einsetzen: Themenwahl, Erstellung und Ablauf mit praktischen Beispielen in der Sekundarstufe I.* Hamburg: Persen Verlag.

Scherer, S. (2018). *Gamification und der Einfluss auf die.* (T. H. Ohm, Hrsg.) Nürnberg: Bachelorarbeit.

Schiefele, U., & Roussakis, E. (2006). Die Bedingungen des Flow-Erlebens in einer experimentellen Spielsituation. (U. Bielefeld, Hrsg.) *Zeitschrift für Psychologie, 214*(4), 207-219.

Schuldt, J. (2020). Lernspiele und Gamification. In H. Niegemann, & A. Weinberger, *Handbuch Bildungstechnologie: Konzeption und Einsatz digitaler Lernumgebungen* (S. 209–228). Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag.

Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Wissenschaft Berlin. (2015). *Rahmenlehrplan für die Jahrgangsstufen 1-10. Mathematik: Teil C.* Potsdam.

Steinbring, H. (2000). Mathematische Bedeutung als eine soziale Konstruktion – Grundzüge der epistemologisch orientierten mathematischen Interaktionsforschung. *Journal für Mathematik-Didaktik*(21.1), S. 28-49.

Steinweg, A. S. (2013). *Algebra in der Grundschule: Muster und Strukturen - Gleichungen - funktionale Beziehungen.* Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum.

Stollhans, S. (2020). Designing escape game activities for language classes. *Innovative language teaching and learning at university. Treasuring languages*, 27-32.

Thiele, R. (2020). Spielend lernen. Was macht ein gutes Lernspiel aus? In V. Mehringer, & W. Waburg, *Spielzeug, Spiele und Spielen* (S. 143-155). Wiesbaden: Springer VS.

Treske, E. (2013). Gamification – Exit Games, Wir lassen Spielen! In U. v. Blötz (Hrsg.), *Planspiele in der Beruflichen Bildung.* Bonn: Bundesinstitut für Berufsbildung.

Veldkamp, A., Daemen, J., Teekens, S., Koelewijn, S., Knippels, M.-C., & van Joolingen, W. (2020). Escape boxes: Bringing escape room experience into the classroom. *British Journal of Educational Technology, 51*(4), 1220-1239.

Veldkamp, A., van de Grint, L., Knippels, M.-C. P., & van Joolingen, W. R. (2020). Escape education: A systematic review on escape rooms in education. *Educational Research Review, 31*(100364), 1-18.

Vollrath, H.-J., & Roth, J. (2012). Mathematik erarbeiten. In H.-J. Vollrath, & J. Roth, *Grundlagen des Mathematikunterrichts in der Sekundarstufe* (S. 227-286). Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.

Vörös, A. I., & Sárközi, Z. (2017). Physics Escape Room as an Educational Tool. *AIP Conference Proceedings, 1916*(1).

Weigand, H.-G. (2015). Begriffsbildung. In R. Bruder, L. Hefendehl-Hebeker, B. Schmitdt-Thieme, & H.-G. Weigand (Hrsg.), *Handbuch der Mathematikdidaktik* (S. 255-278). Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum.

Weigand, H.-G. (2018). Begriffslernen und Begriffslehren. In H.-G. e. Weigand, *Didaktik der Geometrie für die Sekundarstufe I* (S. 85-106). Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum.

Wiemker, M., Elumir, E., & Clare, A. (2015). Escape Room Games. (J. Haag, J. Weißenböck, W. Gruber, & C. F. Freisleben-Teutscher, Hrsg.) *Game Based Learning. Dialogorientierung & spielerisches Lernen analog und digital*, 55-68.

Zech, F. (2002). *Grundkurs Mathematikdidaktik. Theoretische und praktische Anleitungen für das Lehren und Lernen von Mathematik* (10 Ausg.). Weinheim: Beltz.