

# **Der Dynamische Zustandsindex - Berechnung aus Reanalysedaten und Anwendung auf das El Niño-Phänomen**

**Dissertation**

zur Erlangung des akademischen Grades des  
Doktors der Naturwissenschaften

am Fachbereich Geowissenschaften  
der Freien Universität Berlin

vorgelegt von

**Tobias Selz**

im Dezember 2010

Gutachter

PD Dr. Peter Névir

Prof. Dr. Ulrike Langematz

Tag der Disputation

Dienstag, 26. April 2011

# Inhaltsverzeichnis

<b>I</b>	<b>Theorie und Numerik</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>Definition und Eigenschaften des Dynamischen Zustandsindex</b>	<b>3</b>
1.1	Herleitung des DSI . . . . .	3
1.1.1	Herleitung aus den primitiven Gleichungen . . . . .	3
1.1.2	Herleitung aus einem Extremalprinzip . . . . .	7
1.2	Wichtige Eigenschaften des DSI . . . . .	10
1.2.1	Abweichungen vom stationär-adiabatischen Grundzustand . . . . .	10
1.2.2	Dimension und Größenordnung . . . . .	11
1.2.3	Materielle Flächen und Dipolstruktur . . . . .	12
<b>2</b>	<b>Koordinatensysteme</b>	<b>15</b>
2.1	Erdangepasste Koordinatensysteme . . . . .	15
2.1.1	Kugelkoordinaten . . . . .	15
2.1.2	Lokal-kartesische Koordinaten . . . . .	16
2.2	Verschiedene Vertikalkoordinaten . . . . .	18
2.2.1	Transformation des DSI . . . . .	18
2.2.2	Transformation der Potenziellen Vorticity . . . . .	21
2.2.3	Transformation der stationären adiabatischen Gleichungen . . . . .	22
<b>3</b>	<b>Berechnung des DSI aus ERA40-Daten</b>	<b>27</b>
3.1	Die ERA40-Reanalyse . . . . .	27
3.1.1	Modell und Assimilationsverfahren . . . . .	27
3.1.2	Analysequalität . . . . .	28
3.1.3	Analysen nach August 2002 . . . . .	29
3.1.4	Das ERA40-Archiv . . . . .	30
3.2	DSI-Berechnung auf Druckflächen . . . . .	30
3.3	DSI-Berechnung auf isentropen Flächen . . . . .	32
3.3.1	Definition der sphärischen Spektraltransformation . . . . .	33
3.3.2	Rechnen im Raum der Kugelflächen-Funktionen . . . . .	36
3.3.3	Horizontale Diskretisierung . . . . .	38
3.3.4	Vertikale Diskretisierung . . . . .	40
3.3.5	Algorithmus zur Berechnung des DSI . . . . .	42

<b>4</b>	<b>Spektrale Analyse des DSI und seiner Funktionale</b>	<b>47</b>
4.1	Spektrale Charakteristik der DSI-Felder . . . . .	47
4.2	Ein Erklärungsmodell . . . . .	49
4.3	Lineare Funktionale . . . . .	50
4.4	Spektrale Dämpfung . . . . .	56
4.5	Zusammenhang räumlicher und zeitlicher Moden . . . . .	59
<b>5</b>	<b>Zusammenfassung, Diskussion und Ausblick (Teil I)</b>	<b>63</b>
<b>II</b>	<b>Anwendung</b>	<b>67</b>
<b>6</b>	<b>ENSO - ein Überblick</b>	<b>69</b>
6.1	Das El Niño-Phänomen . . . . .	69
6.1.1	Einleitung . . . . .	69
6.1.2	Die Phasen von ENSO . . . . .	70
6.1.3	Wichtige Eigenschaften . . . . .	72
6.1.4	Indizes . . . . .	72
6.1.5	Beobachtungssystem . . . . .	77
6.2	Konzepte und Modelle . . . . .	77
6.2.1	Rückkopplungsmechanismen . . . . .	78
6.2.2	Oszillation oder Folge von Einzelereignissen? . . . . .	81
6.2.3	Globale Zirkulationsmodelle . . . . .	82
6.3	Auswirkungen von ENSO . . . . .	83
6.3.1	Niederschlag . . . . .	83
6.3.2	Tropische Stürme . . . . .	84
6.3.3	Telekonnektionen in die mittleren Breiten . . . . .	84
6.3.4	Tageslänge . . . . .	85
6.4	Vergangenheit und Zukunft von ENSO . . . . .	85
6.4.1	Erkenntnisse der Paläoklimatologie . . . . .	85
6.4.2	Globale Erwärmung . . . . .	86
<b>7</b>	<b>Ein Dynamischer ENSO-Index</b>	<b>89</b>
7.1	Klimatologie des DSI im ENSO-Gebiet . . . . .	89
7.2	Definition eines Dynamischen ENSO Index . . . . .	91
7.2.1	Konvergenz . . . . .	91
7.2.2	Zeitreihen . . . . .	92
7.2.3	Prognostisches Potenzial . . . . .	94
7.3	Statistische Analyse . . . . .	97
7.4	Räumliche Eigenschaften . . . . .	100
7.4.1	Vertikale Lage der isentropen Flächen . . . . .	100
7.4.2	Vertikale Ausdehnung . . . . .	103
7.5	Zeitliche Eigenschaften . . . . .	104
7.5.1	Termine . . . . .	104
7.5.2	Jahreszeiten . . . . .	112

---

7.5.3	Fourier- und Wavelet-Analyse . . . . .	114
7.6	Näherungen . . . . .	117
7.6.1	Näherungen auf isentropen Flächen . . . . .	118
7.6.2	Näherungen auf Druckflächen . . . . .	121
7.7	Fortsetzung der Zeitreihe . . . . .	122
7.7.1	Operationelle Analysen . . . . .	122
7.7.2	ERA-Interim Reanalyse . . . . .	126
<b>8</b>	<b>Vergleich mit anderen Datensätzen</b>	<b>129</b>
8.1	Reanalysen . . . . .	130
8.2	Klimamodellläufe . . . . .	135
8.2.1	ECHAM5-Modell . . . . .	135
8.2.2	Weitere Modelle des IPCC-AR4 . . . . .	138
<b>9</b>	<b>Korrelationsanalysen</b>	<b>145</b>
9.1	Methode . . . . .	145
9.2	Atmosphäre . . . . .	146
9.2.1	Tropopause (100hPa) . . . . .	146
9.2.2	Erdoberfläche . . . . .	149
9.2.3	Bedeckungsgrad . . . . .	151
9.3	Ozean . . . . .	153
9.4	Zonale Vertikalschnitte . . . . .	153
9.5	Eine erweiterte Heat-Pump-Hypothese . . . . .	158
9.6	Vergleich mit ENSO-Mustern . . . . .	159
<b>10</b>	<b>Composite-Analysen</b>	<b>163</b>
10.1	Methode . . . . .	163
10.2	ERA40-Composites . . . . .	167
10.3	Composites aus weiteren Reanalysen . . . . .	168
<b>11</b>	<b>Spezielle Phänomene</b>	<b>173</b>
11.1	Übermäßiger ERA40-Niederschlag . . . . .	173
11.2	Quasi-Biennale Oszillation . . . . .	174
11.3	Madden-Julian Oszillation . . . . .	177
11.4	Pazifische Dekadische Oszillation . . . . .	181
<b>12</b>	<b>Zusammenfassung, Diskussion und Ausblick (Teil II)</b>	<b>187</b>
	<b>Symbol- und Abkürzungsverzeichnis</b>	<b>193</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>195</b>
	<b>Danksagung</b>	<b>205</b>



# Zusammenfassung

Der Dynamische Zustandsindex (DSI) wurde aus ERA40-Reanalysedaten und operationellen Analysedaten des ECMWF berechnet. Dazu wurde ein numerisches Verfahren auf isentropen Flächen entwickelt, das Gradienten spektral berechnet und Interpolationsunsicherheiten früherer Berechnungen vermeidet. Bisher unbekannt räumlich-spektrale Eigenschaften des DSI traten dabei zu Tage: So steigt die räumliche spektrale Dichte des DSI bei Verwendung der operationellen Daten bis zur Auflösungsgrenze immer weiter an. Dies konnte auf spektrale Eigenschaften von Vorticity und Geopotenzial zurückgeführt werden. Einige Konsequenzen, die sich daraus für die Verwendung des DSI in meteorologischen Analysen ergeben, wurden dargelegt.

Im zweiten Teil wurde der Index auf ENSO angewendet. Die Zeitreihe der Stärke eines DSI-Dipols im Bereich der Tropopause über dem äquatorialen Pazifik zeigte signifikant höhere Werte im Vorfeld von schweren El Niño-Ereignisse mit einer Vorlaufzeit von ein bis zu drei Jahren. Weitere räumliche und zeitliche Eigenschaften dieses Dynamischen ENSO-Index (DEI) wurden untersucht. Anhand von Näherungen konnte gezeigt werden, dass sich wesentliche Eigenschaften des Index auf das Geopotenzialfeld in 100hPa zurückführen lassen. Es konnten außerdem Zusammenhänge zu La Niña-artigen Zirkulationsmustern und zu Anomalien der nordpazifischen Meeresoberflächentemperaturen (SST) hergestellt werden. Vergleichsrechnungen mit anderen Reanalysedaten und Klimamodellläufen wurden ebenfalls durchgeführt, zeigten allerdings in keinem Fall das bei ERA40 gefundene prognostisches Potenzial. Es konnte gezeigt werden, dass vermutlich unterschiedliche Antworten der Modelle auf die SSTs des subtropischen Nordpazifik der Hauptgrund für diese Unterschiede sind.



# Abstract

The Dynamic State Index (DSI) has been calculated from ERA40 reanalysis and operational data of the ECMWF. A numerical procedure on isentropic surfaces was developed, which calculates spatial derivatives in spectral space and avoids interpolation uncertainties of former calculations. This procedure also revealed unknown spatial-spectral properties of the DSI: For example, the spectral density of the DSI calculated from operational data showed an increase up to the available resolution. This could be explained by spectral properties of Vorticity and Geopotential height. Some consequences on the usage of the DSI in meteorological analysis resulting from that have been discussed.

In the second part of the work, the DSI has been applied to the El Niño phenomenon. The time series of the strength of a DSI-dipole located at the tropopause of the equatorial Pacific Ocean showed significant higher values before a severe El Niño had occurred. The leading time varied from one up to three years. Further spatial and temporal characteristics of that Dynamic ENSO Index (DEI) have been investigated. Due to approximations of the DSI, it could be investigated that the essential properties can be reduced to the Geopotential height in 100hPa. Apart from that, connections of the DEI to La Niña-like circulation patterns and northern Pacific SSTs could be shown. Calculations from other reanalysis data such as NCEP, JRA25 and CFSR had been performed for comparison. However, none of them showed the prognostic properties that were present in ERA40-data. Different responses of the models to Northern Pacific SSTs could be identified as a likely reason for the differences.



**Teil I**

**Theorie und Numerik**



# Kapitel 1

## Definition und Eigenschaften des Dynamischen Zustandsindex

### 1.1 Herleitung des DSI

Die zentrale Größe dieser Arbeit ist der von Névir (2004) abgeleitete Dynamische Zustandsindex (DSI) der atmosphärischen Dynamik. Er ist definiert durch

$$\text{DSI} := \frac{1}{\rho} \nabla \Pi \cdot (\nabla \theta \times \nabla B), \quad (1.1)$$

mit der Luftdichte  $\rho$ , der Bernoulli-Funktion  $B$ , der Potenziellen Temperatur  $\theta$  sowie der Ertel'schen Potenziellen Vorticity  $\Pi$ .  quivalent dazu kann der DSI auch in Form einer Funktionaldeterminante geschrieben werden:

$$\text{DSI} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial(\Pi, \theta, B)}{\partial(x, y, z)}. \quad (1.2)$$

Diese Definition soll in den folgenden beiden Abschnitten auf zwei unterschiedliche Arten motiviert und abgeleitet werden, zunächst durch Umformungen der primitiven Gleichung und anschließend aus einem auf der Energie-Wirbel-Theorie basierenden Extremalprinzip. Anschließend werden Interpretationen des DSI gegeben und seine wichtigsten Eigenschaften erläutert.

#### 1.1.1 Herleitung aus den primitiven Gleichungen

Die Atmosphäre ist ein kompressibles, heterogenes Fluid, welches in zahlreiche Wechselwirkungen involviert ist. Die Zusammensetzung der Luft variiert zeitlich und räumlich. Die Luft enthält feste und flüssige Bestandteile, es kommen Phasenübergänge und chemische Reaktionen vor und sie steht außerdem in st ndiger Wechselwirkung zu elektromagnetischer Strahlung und zu ihren Rändern, insbesondere der Erdoberfläche. aufgrund dieser enormen Komplexität müssen sich die prognostischen Gleichungen, die in Wetter- und Klimamodellen verwendet werden, auf die wesentlichen Prozesse beschränken. Darüber hinausgehende Prozesse müssen

parametrisiert werden. Solche Parametrisierungen können entsprechend der Rechenkapazität, meteorologischen Bedeutung und Fragestellung individuell formuliert und angepasst werden.

Bei den prognostischen Gleichungen selbst verwendet man heutzutage fast ausschließlich die sogenannten primitiven Gleichungen. Hierbei wird die Luft als homogenes, trockenes und ideales Gasgemisch betrachtet:

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v} - \nabla\Phi + \frac{1}{\rho}\nabla \cdot \mathbb{T}, \quad (1.3)$$

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho\nabla \cdot \mathbf{v}, \quad (1.4)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{\theta}{c_p T} \cdot q. \quad (1.5)$$

Hierin bezeichnet  $t$  die Zeit,  $\mathbf{v}$  die Geschwindigkeit,  $\boldsymbol{\Omega}$  die Winkelgeschwindigkeit der Erde,  $\Phi$  das Geopotenzial (Schwerepotenzial und Zentrifugalpotenzial),  $\rho$  die Dichte der (trockenen) Luft,  $\mathbb{T}$  den Reibungs-Spannungstensor,  $c_p$  die spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck,  $T$  die absolute Temperatur und  $q$  die spezifische diabatische Wärmerate. Außerdem ist

$$\theta = T \cdot \left(\frac{p}{p_0}\right)^{-\kappa} \quad (1.6)$$

die Potenzielle Temperatur, wobei  $p_0$  einen Standard-Luftdruck (üblicherweise 1000hPa) und  $\kappa$  den Adiabatenexponent bezeichnet.

Gleichung (1.3) ist die Bewegungsgleichung, die sich unmittelbar aus dem 2. Newton'schen Axiom ableiten lässt und zudem bereits die Scheinkräfte eines rotierenden Bezugssystems enthält. Bei Gleichung (1.4) handelt es sich um die Kontinuitätsgleichung, welche die Massenerhaltung beschreibt. Schließlich formuliert Gleichung (1.5) die thermodynamische Energieerhaltung (1. Hauptsatz der Thermodynamik). Das Gleichungssystem (1.3)-(1.5) enthält Terme für Reibung und Antrieb und ist deshalb nicht geschlossen. Diese diabatischen Prozesse müssen daher durch weitere Gleichungen beschrieben beziehungsweise parametrisiert werden.

Das Gleichungssystem (1.3)-(1.5) soll im Folgenden weiter vereinfacht werden. Ziel ist, mit dieser Vereinfachung die atmosphärische Dynamik in zwei Teilbereiche aufzuspalten: In eine Grund-Dynamik, basierend auf einer stationären und adiabatischen Näherung und einer Dynamik relativ dazu, die Störungen, Instabilitäten und Antriebe beinhaltet. Darüber hinaus sollen die im Gleichungssystem verwendeten Größen zum Teil durch andere Größen ersetzt werden, die einen anderen Blickwinkel auf die atmosphärische Dynamik ermöglichen. Dies sind insbesondere Erhaltungsgrößen, also Variablen, die unter bestimmten Bedingungen (individuell) zeitlich konstant bleiben.

Um das zu erreichen, soll zunächst die individuelle (das Luftpaket betreffende) Zeitableitung durch die ortsfeste Zeitableitung ersetzt werden (Euler-Aufspaltung):

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla. \quad (1.7)$$

Der Reibungs-Spannungstensor enthält einen isotropen Anteil (Luftdruck  $p$ ), der abgespalten werden kann:

$$\mathbb{T} = \mathbb{F} - p\mathbb{E}, \quad (1.8)$$

mit dem Einheitstensor  $\mathbb{E}$  und dem verbleibenden Reibungstensor  $\mathbb{F}$ . Man erhält:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} + 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v} + \nabla \Phi + \frac{1}{\rho} \nabla p - \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \mathbb{F} = 0. \quad (1.9)$$

Der zweite Term von (1.9) lässt sich mit Hilfe der relativen Vorticity

$$\boldsymbol{\zeta} = \nabla \times \mathbf{v} \quad (1.10)$$

wie folgt umformen (Weber-Transformation):

$$\mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = \boldsymbol{\zeta} \times \mathbf{v} + \nabla \left( \frac{\mathbf{v}^2}{2} \right). \quad (1.11)$$

Zusammen mit der thermodynamischen Beziehung für die Enthalpie  $dh = Tds + dp/\rho$ , der absoluten Vorticity  $\boldsymbol{\zeta}_a = \boldsymbol{\zeta} + 2\boldsymbol{\Omega}$  und der Reibungsbeschleunigung  $\mathbf{F}_R = \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \mathbb{F}$  erhält man daraus:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \boldsymbol{\zeta}_a \times \mathbf{v} + \nabla \left( \frac{\mathbf{v}^2}{2} + \Phi + h \right) - \mathbf{F}_R - T \nabla s = 0. \quad (1.12)$$

Hier lässt sich nun die Bernoulli-Funktion  $B$  identifizieren,

$$B = \frac{\mathbf{v}^2}{2} + \Phi + h, \quad (1.13)$$

welche die spezifische Gesamtenergie der Strömung angibt. Unter der Annahme eines idealen Gases wird diese zu

$$B = \frac{\mathbf{v}^2}{2} + \Phi + c_p T, \quad (1.14)$$

mit der absoluten Temperatur  $T$  und der spezifischen Wärmekapazität bei konstantem Druck  $c_p$ . Die hinteren beiden Summanden bilden das sogenannte Montgomery-Potenzial:

$$M = \Phi + c_p T, \quad (1.15)$$

Mit der Bernoulli-Funktion ist nun eine energetische Grundgröße in die Bewegungsgleichung eingeführt. Mit der absoluten Vorticity ist ebenfalls bereits eine Wirbelgröße enthalten. Es bietet sich jedoch an, stattdessen die Ertel'sche Potenzielle Vorticity (PV) zu verwenden (Ertel, 1942). Für diese kann ein Erhaltungssatz formuliert werden. Die PV ist folgendermaßen definiert:

$$\Pi := \frac{1}{\rho} \boldsymbol{\zeta}_a \cdot \nabla \theta, \quad (1.16)$$

Sie ist wie die Potenzielle Temperatur  $\theta$  in Abwesenheit von Antrieben und Reibung individuell erhalten:

$$\frac{d\Pi}{dt} = \frac{d\theta}{dt} = 0. \quad (1.17)$$

Um die Potenzielle Vorticity in die Bewegungsgleichung einzuführen, soll letztere auf beiden Seiten mit  $\times \nabla \theta$  multipliziert werden. Wegen  $\nabla s \times \nabla \theta = 0$  ergibt sich:

$$\left( \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla B \right) \times \nabla \theta + \rho \Pi \mathbf{v} - \zeta_a (\mathbf{v} \cdot \nabla \theta) - \mathbf{F}_R \times \nabla \theta = 0. \quad (1.18)$$

Nach Anwendung der Euler-Aufspaltung auf den Term  $\mathbf{v} \cdot \nabla \theta$  erhält man schließlich

$$\left( \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla B \right) \times \nabla \theta + \rho \Pi \mathbf{v} + \mathbf{J} + \zeta_a \frac{\partial \theta}{\partial t} = 0, \quad (1.19)$$

mit dem Reibungs- und Antriebsterm

$$\mathbf{J} = -\zeta_a \frac{d\theta}{dt} - \mathbf{F}_R \times \nabla \theta. \quad (1.20)$$

Um eine stationäre und adiabatische Grundströmung abzuleiten vernachlässigt man nun sämtliche diabatischen Prozesse (z.B. Reibung, Kondensation, Strahlungsabsorption usw.), wodurch der Antriebsterm verschwindet ( $\mathbf{J} = 0$ ). Nimmt man außerdem Stationarität an (das heißt  $\partial \dots / \partial t = 0$ ), so vereinfacht sich Gleichung (1.19) zu  $\rho \Pi \mathbf{v} = \nabla \theta \times \nabla B$ .

Die Kontinuitätsgleichung (1.4) enthält keine Antriebsterme und lässt sich im stationären Fall schreiben als  $\nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0$ . Der 1. Hauptsatz der Thermodynamik (1.5) ergibt bei Stationarität und Adiabasie zunächst  $\mathbf{v} \cdot \nabla \theta = 0$ . Dies ist jedoch immer erfüllt, da  $\mathbf{v}$  und  $\nabla \theta$  im stationär-adiabatischen Fall senkrecht aufeinander stehen. Damit ergibt sich als stationär-adiabatische Version des primitiven Gleichungssystems (1.3)-(1.5):

$$\rho \Pi \mathbf{v} = \nabla \theta \times \nabla B \quad (1.21)$$

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (1.22)$$

Dieses Ergebnis ist konform mit dem verallgemeinerten Bernoulli-Theorem von Schär (1993) unter den genannten Voraussetzungen. Lösungen von (1.21)-(1.22) beschreiben eine stationäre Strömung, wie sie in Abwesenheit diabatischer Effekte und Reibung auftreten würde. Sie kann als eine Art Grundzustand der atmosphärischen Dynamik betrachtet werden, relativ zu dem die eigentliche Entwicklung der Atmosphäre stattfindet. Die Abweichungen der realen Atmosphäre von diesem idealisierten Grundzustand zu quantifizieren, ist der Ansatzpunkt der Definition des Dynamischen Zustandsindex: Dividiert man Gleichung (1.21) durch die PV und bildet anschließend die Divergenz, so erhält man

$$\nabla \cdot \left( \frac{1}{\Pi} (\nabla \theta \times \nabla B) \right) = \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (1.23)$$

wobei die Null aus der Kontinuitätsgleichung (1.22) folgt. Auswerten des ersten Terms führt schließlich zu

$$\nabla \Pi \cdot (\nabla \theta \times \nabla B) = 0. \quad (1.24)$$

Das bedeutet, dass für Lösungen von Gleichung (1.21) und (1.22) das Spatprodukt der Gradienten von Potenzieller Vorticity, Potenzieller Temperatur und Bernoulli-Funktion verschwindet. Andererseits lässt sich der Ausdruck (1.24) auch für allgemeinere Lösungen der atmosphärischen Bewegungsgleichungen berechnen und wird dann in der Regel von Null verschiedene Werte ergeben. Somit ist (1.24) eine Möglichkeit, die Abweichungen der tatsächlichen Atmosphärendynamik von dem oben beschriebenen Grundzustand zu quantifizieren. Aus theoretischen Überlegungen hat Névir (2004) den Ausdruck (1.24) auf die Dichte normiert und ihn als Dynamischen Zustandsindex (Dynamic State Index, DSI) bezeichnet:

$$\text{DSI} := \frac{1}{\rho} \nabla \Pi \cdot (\nabla \theta \times \nabla B). \quad (1.25)$$

Im folgenden Abschnitt wird noch eine alternative Möglichkeit der Ableitung des DSI skizziert, die auf der Energie-Wirbel-Theorie aufbaut. Anschließend werden einige wichtige Eigenschaften des DSI genannt und erläutert.

### 1.1.2 Herleitung aus einem Extremalprinzip

Im vorangegangenen Abschnitt wurde der DSI aus den primitiven Gleichungen abgeleitet. Dazu wurden Erhaltungsgrößen in die Bewegungsgleichung eingeführt. Grundgedanke der Energie-Wirbel-Theorie ist es, bereits die Bewegungsgleichung selbst aus Erhaltungsgrößen abzuleiten, diesen also von Beginn an einen höheren Stellenwert beizumessen. Mit diesem Formalismus lässt sich dann die stationär-adiabatische Bewegungsgleichung (1.21) aus einem Extremalprinzip ableiten. Dies soll im Folgenden kurz skizziert werden.

Ausgangspunkt der Energie-Wirbel-Theorie ist der Hamiltonformalismus. Darin werden die Bewegungsgleichungen eines Systems von  $n$  Massenpunkten aus der Funktion der Gesamtenergie  $\mathcal{H}$  (Hamiltonfunktion) abgeleitet. Der Phasenraum des Systems besteht aus den generalisierten Orten und Impulsen der  $n$  Teilchen und ist entsprechend  $2n$ -dimensional. Jede Observable  $\mathcal{F}$  (etwa der Abstand zweier Teilchen, der Drehimpuls oder die Koordinaten selbst) ist ein Funktional dieser Phasenraumkoordinaten und eventuell der Zeit:

$$\mathcal{F} = \mathcal{F}(p_i, q_i, t). \quad (1.26)$$

Mit Einführung der Poisson-Klammer zweier Observablen  $\mathcal{F}$  und  $\mathcal{G}$ ,

$$\{\mathcal{F}, \mathcal{G}\} := \sum_i \left( \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial q_i} \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial p_i} - \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial p_i} \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial q_i} \right) \quad (1.27)$$

lässt sie die Bewegungsgleichung der Observable  $\mathcal{F}$  in folgender Form schreiben:

$$\frac{d\mathcal{F}}{dt} = \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} + \{\mathcal{F}, \mathcal{H}\}. \quad (1.28)$$

Gleichung (1.28) verdeutlicht, dass die Zeitentwicklung jeder erdenklichen Größe allein aus der Hamiltonfunktion bestimmt werden kann. Die Hamiltonfunktion selbst

ist in abgeschlossenen Systemen erhalten. Wegen der Asymmetrie der Poisson-Klammer ( $\{\mathcal{H}, \mathcal{H}\} = 0$ ) ist dies genau dann der Fall, wenn

$$\frac{d\mathcal{H}}{dt} = \frac{\partial\mathcal{H}}{\partial t} = 0. \quad (1.29)$$

Der Ansatz Hamiltons, die Dynamik eines Systems aus einer globalen Erhaltungsgröße abzuleiten wurde zunächst von Nambu (1973) verallgemeinert. Er führte eine zweite Hamiltonfunktion ein und leitete daraus die Kreisgleichungen ab. Diese zweite Hamiltonfunktion beschreibt den Gesamtdrehimpuls des Systems, der wie die Energie in abgeschlossenen Systemen erhalten ist. Auch die ursprüngliche Hamilton-Mechanik beinhaltet die Drehimpulserhaltung, in der Nambu-Mechanik wird diese jedoch explizit und der Energieerhaltung formal gleichgestellt. Da nun zwei Hamilton-Funktionen existieren, musste die Poisson-Klammer (1.27) zu einer Dreierklammer (Nambu-Klammer) verallgemeinert werden. Dazu wurden die algebraischen Eigenschaften der Poisson-Klammer wie folgt auf die Nambu-Klammer übertragen: Sie ist linear in jeder Komponente, also

$$\{a\mathcal{A} + b\mathcal{B}, \mathcal{C}, \mathcal{D}\} = a\{\mathcal{A}, \mathcal{C}, \mathcal{D}\} + b\{\mathcal{B}, \mathcal{C}, \mathcal{D}\}, \quad (1.30)$$

weitere Komponenten analog. Sie ist außerdem total antisymmetrisch, das heißt anti-symmetrisch in jeder Komponente,

$$\{\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}\} = -\{\mathcal{B}, \mathcal{A}, \mathcal{C}\} = -\{\mathcal{A}, \mathcal{C}, \mathcal{B}\} \quad (1.31)$$

und schließlich gilt als Verallgemeinerung der Jacobi-Identität die Takhtajan-Identität:

$$\begin{aligned} & \{\{\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2, \mathcal{F}_3\}, \mathcal{A}, \mathcal{B}\} = \\ & \{\{\mathcal{F}_1, \mathcal{A}, \mathcal{B}\}, \mathcal{F}_2, \mathcal{F}_3\} + \{\{\mathcal{F}_2, \mathcal{A}, \mathcal{B}\}, \mathcal{F}_3, \mathcal{F}_1\} + \{\{\mathcal{F}_3, \mathcal{A}, \mathcal{B}\}, \mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2\}. \end{aligned} \quad (1.32)$$

Aufbauend auf der Arbeit von Nambu entwickelten Névir und Blender (1993) zunächst eine Nambu-Theorie der nicht-divergenten Vorticitygleichung. Schließlich gelang es Névir (1998) in seiner Energie-Wirbel-Theorie Nambu's Ansatz auch auf kompressible Fluide mit einem thermodynamischen Freiheitsgrad zu verallgemeinern, also auf Systeme, die durch die primitiven Gleichungen (1.3)-(1.5) beschrieben werden. Ein solches System kann durch fünf Felder dargestellt werden, etwa die drei Geschwindigkeitskomponenten  $\mathbf{v}$ , die Massendichte  $\rho$  und die Entropie-Dichte  $\sigma = s\rho$ . Neben diesen Feldern führte Névir vier global erhaltene Hamiltonfunktionen ein, die das System und seine Dynamik festlegen. Dies sind die Masse

$$\mathcal{M} = \int_V d^3x \rho, \quad (1.33)$$

die Entropie

$$\mathcal{S} = \int_V d^3x s, \quad (1.34)$$

die Energie

$$\mathcal{H} = \int_V d^3x \rho \left[ \frac{\mathbf{v}^2}{2} + \Phi + e(\nu, s) \right] \quad (1.35)$$

und schließlich die Helizität

$$h_a = \frac{1}{2} \int_V d^3x \mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\zeta}_a. \quad (1.36)$$

Anstelle einer Fünffach-Klammer tritt eine Summe von drei Dreier-Klammern, so dass die Zeitentwicklung jeder beliebigen Phasenraumfunktion  $\mathcal{F}$  geschrieben werden kann als:

$$\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} = \{\mathcal{F}, h_a, \mathcal{H}\} + \{\mathcal{F}, \mathcal{M}, \mathcal{H}\} + \{\mathcal{F}, \mathcal{S}, \mathcal{H}\}. \quad (1.37)$$

Setzt man in (1.37) für  $\mathcal{F}$  nun die Systemvariablen  $(\mathbf{v}, \rho, \sigma)$  selbst ein so erhält man

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = \{\mathbf{v}, h_a, \mathcal{H}\} + \{\mathbf{v}, \mathcal{M}, \mathcal{H}\} + \{\mathbf{v}, \mathcal{S}, \mathcal{H}\}, \quad (1.38)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \{\rho, \mathcal{M}, \mathcal{H}\}, \quad (1.39)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \{\sigma, \mathcal{S}, \mathcal{H}\}. \quad (1.40)$$

Die obere Gleichung ist die Bewegungsgleichung, die mittlere die Kontinuitätsgleichung und die untere der 1. Hauptsatz der Thermodynamik.

Die Funktion der Gesamtenergie  $\mathcal{H}$  kommt in jeder Nambu-Klammer vor und ist dadurch gegenüber den anderen Funktionen ausgezeichnet. Gleichung (1.37) und damit auch Gleichungen (1.38)-(1.40) sind jedoch invariant gegenüber einer Art Eichtransformation der Funktion  $\mathcal{H}$ : Die Ersetzung

$$\mathcal{H} \rightarrow \tilde{\mathcal{H}} = \mathcal{H} + \lambda \mathcal{E}_p \quad (1.41)$$

führt zu unveränderten Gleichungen, wobei

$$\mathcal{E}_p = \frac{1}{2} \int_V d^3x \rho \Pi^2 \quad (1.42)$$

die Ertel'sche Potenzielle Enstrophie bezeichnet.  $\lambda$  ist ein beliebiger Eichparameter. Wie  $\mathcal{H}$  und  $\mathcal{E}_p$  selbst ist auch die verallgemeinerte Hamilton-Funktion  $\tilde{\mathcal{H}}$  ein Funktional der Systemvariablen  $(\mathbf{v}, \rho, \sigma)$ . Analog zum Prinzip der kleinsten Wirkung in der Hamilton-Mechanik soll im Folgenden das Funktional  $\tilde{\mathcal{H}}$  auf Minima beziehungsweise stationäre Punkte hin untersucht werden. Für solche Punkte muss gelten:

$$\delta \tilde{\mathcal{H}} = \frac{\delta \tilde{\mathcal{H}}}{\delta \mathbf{v}} \delta \mathbf{v} + \frac{\delta \tilde{\mathcal{H}}}{\delta \rho} \delta \rho + \frac{\delta \tilde{\mathcal{H}}}{\delta \sigma} \delta \sigma = 0. \quad (1.43)$$

Wegen der Unabhängigkeit der Variationen müssen alle fünf Terme in (1.43) einzeln verschwinden. Nach Auswertung der entsprechenden Funktionalableitungen erhält

man folgendes zu (1.43) äquivalentes Gleichungssystem:

$$B - \lambda \frac{Q^2}{2} = 0, \quad (1.44)$$

$$\rho \mathbf{v} - \lambda \nabla s \times \nabla Q = 0, \quad (1.45)$$

$$\rho T - \lambda \zeta_a \cdot \nabla Q = 0. \quad (1.46)$$

Hierin bezeichnet  $Q$  ebenfalls die Potenzielle Vorticity, jedoch auf der Basis der spezifischen Entropie anstelle der Potenziellen Temperatur:

$$Q = \frac{1}{\rho} \zeta_a \cdot \nabla s. \quad (1.47)$$

Bildet man von Gleichung (1.44) den Gradienten, so lässt sich in (1.45)  $\lambda$  eliminieren und man erhält:

$$\rho Q \mathbf{v} = \nabla s \times \nabla B. \quad (1.48)$$

Wegen

$$ds = c_p \frac{d\theta}{\theta} \quad (1.49)$$

ist Gleichung (1.48) äquivalent zur oben abgeleiteten Bewegungsgleichung (1.21) für den stationär-adiabatischen Grundzustand. Die Ableitung des DSI daraus erfolgt entsprechend analog zu obigem Abschnitt.

Weitere mögliche Anwendungen der Energie-Wirbel-Theorie sind numerische Konzepte für globale Wetter- und Klimamodelle, die auf den Darstellungen der primitiven Gleichungen durch (1.38)-(1.40) aufbauen. Solche Konzepte haben den Vorteil, dass sich durch ihre Konstruktion die globalen Erhaltungsgrößen explizit berücksichtigen und diese somit bis auf Maschinengenauigkeit konstant bleiben. Ein erster Versuch in diese Richtung wurde von Sommer und Névir (2009) und Névir und Sommer (2009) unternommen, die eine numerische Representation der Energie-Wirbel-Theorie für Mehrschicht-Flachwasser Modelle aufstellten.

## 1.2 Wichtige Eigenschaften des DSI

### 1.2.1 Abweichungen vom stationär-adiabatischen Grundzustand

Es wurde bereits gezeigt, dass im Falle der Gültigkeit der Differenzialgleichungen (1.21)-(1.22) der DSI verschwindet:

$$\text{Die Atmosphäre erfüllt (1.21) und (1.22)} \Rightarrow \text{DSI} = 0. \quad (1.50)$$

Damit identifizieren von Null verschiedene DSI-Werte Bereiche der Atmosphäre, in denen die tatsächliche Strömung (genauer gesagt: die vom Modell generierte Lösung der ursprünglichen Gleichungen) von einem adiabatischen und stationären Grundzustand abweicht. Der DSI kann also als eine Kennzahl dieser Abweichung aufgefasst werden. Unter der Annahme, dass dieser Grundzustand unter ruhigen Wetterbedingungen von der Atmosphäre realisiert wird, deuten Bereiche mit starken

DSI-Ausschlägen auf meteorologisch besonders interessante Gebiete hin. Hier spielen sich verstärkt Prozesse ab, die im Zusammenhang mit Instationarität und Diabasis stehen. Dies sind z.B. Zyklongenese, Sturm- und Orkantiefs, Wirbelstürme oder Niederschlag. Zusammenhänge zwischen dem DSI und diesen Phänomenen wurden bereits von Weber und Névir (2007) und Clau nitzner und Névir (2009) untersucht.

Wichtig ist noch zu bemerken, dass die Umkehrung von (1.50) nicht gilt. Diese Bedingung wurde durch Bildung der Divergenz von (1.21) abgeleitet, was keine Äquivalenzumformung ist. Daher darf auch der DSI zwar als Kennzahl einer Abweichung, keinesfalls jedoch als ein Abstand im mathematischen Sinne aufgefasst werden: Zum einen zeigt das DSI-Feld negative Werte, während ein Abstand definitionsgemäß stets nichtnegativ ist. Aber auch der Betrag oder das Quadrat des DSI können keine Abstände im mathematischen Sinne sein, da hierfür die Äquivalenz in (1.50) unbedingte Voraussetzung wäre.  $DSI=0$  kann aber auch dann auftreten, wenn die atmosphärische Strömung (1.21) und (1.22) nicht erfüllt. Typischer Weise geschieht das z.B. zwischen positiven und negativen DSI-Gebieten, wo der DSI nach dem Zwischenwertsatz Null werden muss.

### 1.2.2 Dimension und Größenordnung

Die Dimension (Einheit) des DSI lässt sich aus den Dimensionen der beteiligten Größen bestimmen. Im SI-System ergibt sich

$$[DSI] = \frac{K^2 m^4}{kg^2 s^3}. \quad (1.51)$$

Diese Einheit lässt keine physikalische Interpretation zu. Entsprechend sind Absolutwerte des DSI in der Regel von geringem Interesse. DSI-Werte sind daher stets relativ zu interpretieren und auf einen räumlichen oder zeitlichen Kontext zu beziehen. Die Einheit (1.51) wird in Zukunft daher nicht mehr angeschrieben. Werden DSI-Werte angegeben, so beziehen sie sich stets auf diese Einheit, sofern sie nicht zuvor mit statistischen Methoden normiert wurden.

Die Amplitude der DSI-Ausschläge zeigt eine extreme Abhängigkeit von der Höhe. So findet man bei der Verwendung der ERA40-Daten und der Berechnung auf Druckflächen auf einem  $2,5^\circ$ -Gitter (siehe Abschnitt 3.2) in 1000hPa Werte der Größenordnung  $\mathcal{O}(10^{-15})$ , in 100hPa  $\mathcal{O}(10^{-14})$ , in 10hPa  $\mathcal{O}(10^{-11})$  und in 1hPa  $\mathcal{O}(10^{-9})$ . Diese Zunahme lässt sich zu wesentlichen Teilen auf die Abnahme der Luftdichte zurückführen. Bereits bei der Definition der Potenziellen Vorticity (1.16) steht die Dichte im Nenner. Auch die PV zeigt daher bereits eine starke Amplitudenzunahme mit der Höhe. Im DSI wird dieses Phänomen weiter verschärft, da bei dessen Definition erneut auf die Dichte normiert wurde. Die Potenzielle Temperatur, die doppelt in den DSI eingeht (einmal über die PV und einmal direkt), hängt ebenfalls von der Dichte ab. Unter der Annahme einer isothermen Atmosphäre ist  $\theta \sim \rho^{-\kappa}$ . Das Windfeld nimmt ebenfalls mit der Höhe an Stärke zu. Zusammenfassend lässt sich also für die Abhängigkeit der DSI-Amplitude von der Dichte folgende Abschätzung angeben:

$$|DSI| \sim \rho^{-2} \text{ bis } \rho^{-3}. \quad (1.52)$$

Diese Abschätzung stimmt mit den oben angegebenen Größenordnungen gut überein. Lediglich im Bereich der Erdoberfläche finden sich höhere Werte. Hier machen sich anscheinend Reibungseffekte und/oder Extrapolationsfehler bemerkbar.

Die Eigenschaft (1.52) muss bei der Analyse von DSI-Daten beachtet werden. So machen z.B. Vertikalintegrale des DSI-Felds in der Regel keinen Sinn, da sie fast ausschließlich die obere Grenze des Integrationsbereichs wiedergeben. Außerdem besteht etwa bei Analysen auf isentropen Flächen die Gefahr, dass zeitliche Variationen der Höhe dieser Fläche dominant werden und andere interessantere Effekte überlagern. Um dennoch sich vertikal erstreckende Veränderungen quantifizieren zu können, kann z.B. vor der Integration mit statistischen Größen normiert werden. Eine andere Möglichkeit wäre, die Definition des DSI zu verändern und die Dichte in den Zähler statt in den Nenner zu schreiben. Alle anderen beschriebenen Eigenschaften blieben davon unberührt.

### 1.2.3 Materielle Flächen und Dipolstruktur

Das DSI-Feld ist geprägt von Dipolen: Gebiete mit positiven Werten und Gebiete mit negativen Werten liegen räumlich dicht beieinander und zeigen betragsmäßig ähnliche Amplituden. Das Zustandekommen solcher Dipole kann aus grundlegenden Eigenschaften der meteorologischen Felder heraus erklärt werden: Wie unten noch ausführlich gezeigt werden wird, lässt sich der DSI auf isentropen Flächen durch

$$\text{DSI}_\theta = -g \partial_p \theta \mathbf{k} \cdot (\nabla B \times \nabla \Pi) \quad (1.53)$$

ausdrücken. Damit ist der DSI auf isentropen Flächen also genau dann Null, wenn die Gradienten von  $B$  und  $\Pi$  parallel oder Null sind. Dies bedeutet, dass im Fall der Gültigkeit der stationär-adiabatischen Gleichungen (1.21) und (1.22) auch die Isolinien von  $B$  und  $\Pi$  parallel sind beziehungsweise dass die beiden Felder funktional voneinander abhängig sind. Funktional abhängig bedeutet, dass eine Funktion  $f$  existiert, sodass unabhängig vom Ort

$$\Pi = f(B) \quad (1.54)$$

oder umgekehrt gilt. Wegen (1.21) gilt außerdem, dass die Strömung stets senkrecht zu  $\nabla \theta$  und  $\nabla B$  verlaufen muss, also Flächen konstanter Bernoulli-Funktion und insbesondere isentrope Flächen nicht durchdringen kann. Wegen der funktionellen Abhängigkeit (1.54) kann sie Flächen konstanter PV ebenfalls nicht durchdringen. Es kann also keine Masse durch diese drei Flächen transportiert werden, weshalb sie als materielle Flächen bezeichnet werden.

Die Entstehung der DSI-Dipole lässt sich durch eine Koordinatentransformation zu natürlichen Koordinaten  $(x, y) \rightarrow (t, n)$  auf der  $\theta$ -Fläche weiter verdeutlichen: Die neuen Koordinaten  $t, n$  sollen dabei so gewählt werden, dass sie den Isolinien der Bernoulli-Funktion folgen. Die Bernoulli-Funktion soll in Richtung von  $t$  nicht variieren. Außerdem sollen die neuen Koordinaten orthogonal sein, weiterhin den Weglängen entsprechen und ein Rechtssystem bilden, wobei in Richtung  $n$  die Bernoulli-Funktion abnehmen soll. Damit ist die Funktionaldeterminante zwischen

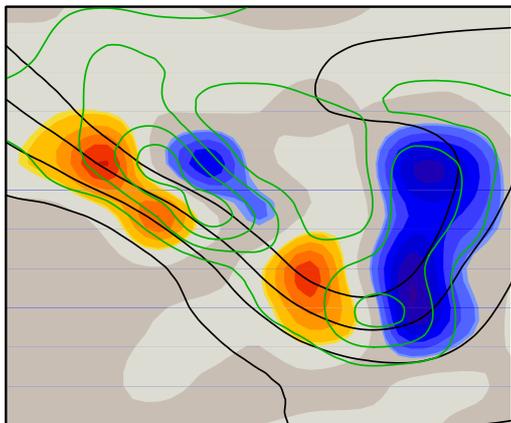
**Abbildung 1.1:**

Illustration zur Entstehung der DSI-Dipole. Das DSI-Feld ist durch farbige Flächen dargestellt. Graue Flächen zeigen DSI-Werte um Null an. Isolinien der Bernoulli-Funktion sind schwarz gezeichnet. Sie nimmt von Norden nach Süden hin zu. Grüne Linien sind Isolinien der PV. Die PV nimmt zu den geschlossenen Linien hin zu, entsprechend steigender zyklonaler Vorticity.

$x, y$  und  $t, n$  gleich eins. Durch die klimatologischen Verhältnisse auf der Nordhalbkugel nimmt  $t$  in der Regel von Westen nach Osten zu. Lokal kann ein solches System immer gewählt werden, solange  $\nabla B \neq 0$  gilt. In diesen Koordinaten kann der DSI geschrieben werden als:

$$\text{DSI}_\theta(t, n, \theta) = g |\partial_p \theta| \cdot |\nabla_{h,\theta} B| \cdot \frac{\partial \Pi}{\partial t}. \quad (1.55)$$

Das Vorzeichen des DSI wird also ausschließlich durch den Term  $\partial \Pi / \partial t$  bestimmt<sup>1</sup>: Bewegt man sich entlang einer  $B$ -Isolinie so, dass  $B$  nach rechts hin zunimmt (auf der Nordhalbkugel also in der Regel von Westen nach Osten) und steigt dabei die PV an, so ist der DSI positiv. Nimmt sie ab, so ist er entsprechend negativ. Bleibt sie gleich, so sind  $B$  und  $\Pi$  parallel und der DSI verschwindet. Diese Eigenschaften lassen sich in Abbildung 1.1 klar erkennen. Gleichung (1.55) zeigt außerdem, dass der Betrag des DSI von den Beträgen der folgenden drei Gradienten bestimmt wird: Dem Vertikalgradient der Potenziellen Temperatur, dem horizontalen Gradienten der Bernoulli-Funktion und dem Gradienten der PV in Richtung der  $B$ -Isolinien. Demnach ergeben sich besonders große DSI-Werte, wenn die Schichtung möglichst stabil ist, der meridionale Temperaturgradient (und damit  $|\nabla B|$ ) möglichst groß ist und gleichzeitig ausgeprägte Zellen zyklonaler Vorticity vorhanden sind.

<sup>1</sup>Dies gilt strenggenommen nur, solange  $\partial \theta / \partial p < 0$ , die Schichtung also trocken-stabil ist.



## Kapitel 2

# Koordinatensysteme

### 2.1 Erdangepasste Koordinatensysteme

#### 2.1.1 Kugelkoordinaten

Die näherungsweise Kugelgestalt der Erde legt die Verwendung von Kugelkoordinaten zur Beschreibung der atmosphärischen Dynamik nahe. Diese sind nach meteorologischer Konvention der Abstand vom Erdmittelpunkt ( $r$ ), die geografische Breite ( $\vartheta$ ) und die geografische Länge ( $\phi$ ). Sie hängen wie folgt mit den kartesischen Koordinaten ( $x, y, z$ ) zusammen:

$$x = r \cos \vartheta \cos \phi \quad y = r \cos \vartheta \sin \phi \quad z = r \sin \vartheta. \quad (2.1)$$

Abstände zwischen zwei Koordinatenpunkten werden durch das Wegelement  $ds$  bestimmt. Es gilt<sup>1</sup>:

$$ds^2 = g_{ij} dx^i dx^j. \quad (2.2)$$

Hierbei ist  $g_{ij}$  der metrische Tensor, der letztlich diese Abstände und damit die Metrik des Koordinatensystems festlegt. Im kartesischen Koordinatensystem ist er identisch mit der Einheitsmatrix beziehungsweise dem Kronecker-Delta. Als Tensor 2. Stufe wird er folgendermaßen von einem alten (ungestrichenen) in ein neues (gestrichenes) Koordinatensystem transformiert:

$$g'_{ij} = \frac{\partial x^\alpha}{\partial x'^i} \frac{\partial x^\beta}{\partial x'^j} g_{\alpha\beta}. \quad (2.3)$$

Damit ergibt sich der metrische Tensor in Kugelkoordinaten mit Hilfe der Transformation (2.1) und dem metrischen Tensor in kartesischen Koordinaten ( $g_{ij} = \delta_{ij}$ )

---

<sup>1</sup>In diesem Kapitel soll zu einem koordinatenabhängigen Formalismus übergegangen werden. Dieser wurde hauptsächlich von Einstein entwickelt und für die Formulierung der Relativitätstheorie verwendet. Es wird dabei zwischen ko- und kontravarianten Komponenten (untere und obere Indizes) unterschieden. Außerdem wird eine Summenkonvention benutzt, wonach über alle doppelt vorkommenden Indizes zu summieren ist. Dieser Formalismus wird für den Rest dieses Kapitels beibehalten. Näheres dazu ist z.B. in Fließbach (1998) zu finden.

zu

$$\tilde{g}_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & r^2 & 0 \\ 0 & 0 & r^2 \cos^2 \vartheta \end{pmatrix}. \quad (2.4)$$

### 2.1.2 Lokal-kartesische Koordinaten

Statt Kugelkoordinaten werden oft lokal-kartesische Koordinaten zur Beschreibung der Atmosphäre verwendet. Diese sollen im Folgenden ebenfalls mit  $(x, y, z)$  bezeichnet werden, dürfen jedoch nicht mit den global kartesischen Koordinaten verwechselt werden.

Bei lokal-kartesischen Koordinaten wird der Koordinatenursprung auf einen beliebigen Punkt der Erdoberfläche  $(\vartheta_0, \phi_0)$  festgelegt. Die x-Achse zeigt nach Osten, die y-Achse nach Norden, die z-Achse vom Erdmittelpunkt weg. Damit ergibt sich folgende Umrechnung zu den Kugelkoordinaten:

$$x = r(\phi - \phi_0) \cos \vartheta, \quad y = r(\vartheta - \vartheta_0), \quad z = r - r_E, \quad (2.5)$$

mit dem Erdradius  $r_E$ . Der metrische Tensor dieser Koordinatensysteme ist sehr kompliziert und berechnet sich zu

$$g_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{xt}{r} & -\frac{x}{r} - \frac{xyt}{r^2} \\ \frac{xt}{r} & 1 + \frac{x^2 t^2}{r^2} & -\frac{y}{r} - \frac{x^2 t}{r^2} - \frac{x^2 y t^2}{r^3} \\ -\frac{x}{r} - \frac{xyt}{r^2} & -\frac{y}{r} - \frac{x^2 t}{r^2} - \frac{x^2 y t^2}{r^3} & 1 + \frac{x^2 + y^2}{r^2} + \frac{2x^2 y t}{r^3} + \frac{x^2 y^2 t^2}{r^4} \end{pmatrix}, \quad (2.6)$$

mit der Abkürzung  $t = \tan \vartheta$ . Im Koordinatenursprung reduziert sich (2.6) auf die Einheitsmatrix, daher ist das Koordinatensystem lokal-kartesisch:

$$g_{ij}(x = y = 0) = \delta_{ij} \quad (2.7)$$

Wenn an einer beliebigen Stelle der Erdatmosphäre (mit Ausnahme der Pole) eine meteorologische Größe berechnet werden soll, so kann man immer ein lokal-kartesisches Koordinatensystem derart wählen, dass in diesem Punkt  $x = y = 0$  und somit (2.7) gilt. Damit gelten dann die gleichen Rechengesetze im lokal-kartesischen Koordinatensystem wie in global kartesischen. Allerdings ist dies nur so lange richtig, wie die Rechnungen keine Ableitungen des metrischen Tensors (2.6) enthalten. Räumliche Ableitungen von (2.6) sind unter Umständen auch im Koordinatenursprung von Null verschieden und damit ergeben sich im Vergleich zu einem global kartesischen System Zusatzterme. Solche Zusatzterme treten beispielsweise bei der Berechnung der Vorticity in lokal-kartesischen Koordinaten auf, die im folgenden Abschnitt abgeleitet werden soll.

Die absolute Vorticity ist definiert als Rotation des absoluten Geschwindigkeitsfelds und berechnet sich demnach zu

$$(\zeta_a)^i = \frac{\epsilon^{ijk}}{\pm \sqrt{|g|}} \partial_j (v_a)_k, \quad (2.8)$$

mit  $|g|$  der Determinante des Metrischen Tensors und  $v_a$  dem absoluten Geschwindigkeitsfeld.  $\epsilon^{ijk}$  ist das sogenannte Levi-Civita-Symbol, welches durch Zuweisung definiert ist:

$$\epsilon^{ijk} = \begin{cases} 1 & (i, j, k) = \text{gerade Permutation von } (1, 2, 3) \\ -1 & (i, j, k) = \text{ungerade Permutation von } (1, 2, 3) \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \quad (2.9)$$

Das Levi-Civita-Symbol ist für sich genommen kein Tensor 3. Stufe. Um dies zu erreichen, muss es durch

$$\epsilon^{ijk} / \pm \sqrt{|g|} \quad (2.10)$$

ersetzt werden, wodurch sich der entsprechende Term in Gleichung (2.8) erklärt. Dabei ist das Pluszeichen für Rechtssysteme, das Minuszeichen für Linkssysteme zu verwenden. Durch diese Erweiterung ist  $(\zeta_a)^i$  in (2.8) ein Vektor. Da die lokal-kartesischen Koordinaten definitionsgemäß ein Rechtssystem bilden und die Berechnung der Determinante von (2.6) eins ergibt, gilt:

$$(\zeta_a)^i = \epsilon^{ijk} \partial_j (v_a)_k. \quad (2.11)$$

Zu beachten ist, dass die partiellen Ableitungen der Geschwindigkeit in (2.11) aus deren kovarianten Komponenten gebildet werden müssen. Die Umrechnung von ko- und kontravarianten Komponenten erfolgt mit Hilfe des Metrischen Tensors. Es gilt daher:

$$(\zeta_a)^i = \epsilon^{ijk} \partial_j [g_{km} \cdot (v_a)^m]. \quad (2.12)$$

Hier gehen also wie oben erwähnt räumliche Ableitungen des metrischen Tensors (2.6) in die Rechnung ein. Anwendung der Produktregel auf (2.12) ergibt schließlich:

$$(\zeta_a)^i = \epsilon^{ijk} \partial_j (v_a)^k + \epsilon^{ijk} (v_a)^m \partial_j g_{km}. \quad (2.13)$$

Der erste Summand ist der global kartesische Ausdruck für die Vorticity, der zweite Summand ist der Zusatzterm aufgrund der nicht global kartesischen Metrik. Der Metrische Tensor ist dabei stets für  $x = y = 0$  auszuwerten.

Da die Vorticity linear von der Geschwindigkeit abhängt, kann sie aufgeteilt werden in einen Anteil, der durch die Relativgeschwindigkeit der Luftströmung zum Erdboden entsteht (relative Vorticity  $\zeta_r$ ) und einen Anteil, der durch die Führungsgeschwindigkeit der Erdoberfläche entsteht (planetare Vorticity  $\zeta_p$ ). Letztere kann explizit berechnet werden und demonstriert, dass die Zusatzterme in (2.13) nicht immer klein sind. Die Führungsgeschwindigkeit  $\nu$  der Erde ist in lokal-kartesischen Koordinaten gegeben durch:

$$\nu^i = \Omega r \cos \vartheta \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (2.14)$$

Setzt man diese für  $v_a$  in (2.13) ein, so erhält man (nach einiger Rechnung)

$$(\zeta_p)^i = 2\Omega \begin{pmatrix} 0 \\ \cos \vartheta \\ \sin \vartheta \end{pmatrix} =: \begin{pmatrix} 0 \\ f^* \\ f \end{pmatrix}. \quad (2.15)$$

Beide Summanden in (2.13) liefern den gleichen Beitrag, was den Faktor 2 bewirkt. Die rechte Seite von (2.15) definiert die üblichen Abkürzungen.

## 2.2 Verschiedene Vertikalkoordinaten

### 2.2.1 Transformation des DSI

In der Meteorologie wird üblicherweise die  $z$ -Koordinate der oben eingeführten lokal-kartesischen Koordinaten durch eine andere Vertikalkoordinate ersetzt. Dies vereinfacht in der Regel die meteorologische Interpretation oder die numerische Berechnung. In Frage kommen hierfür alle mit der Höhe  $z$  (weitgehend) streng monoton zu- oder abnehmenden Größen. Üblich sind z.B. der Luftdruck  $p$ , Bruchteile des Bodenluftdrucks, sogenannte  $\sigma$ -Flächen, höhenabhängige Kombinationen aus diesen beiden oder isentrope Flächen. Bei letzteren ist die Monotonie nicht immer gegeben, etwa an starken Kaltfronten, wo die Schichtung örtlich trockenlabil werden kann. Im Folgenden soll nun die DSI-Formel zunächst auf eine beliebige Vertikalkoordinate transformiert werden und anschließend einige Spezialfälle für übliche Vertikalkoordinaten angegeben werden.

#### Allgemeine Vertikalkoordinate

Betrachtet werden soll folgende Koordinaten-Transformation:

$$x = (x, y, z) \rightarrow x' = (x, y, \lambda) \quad \text{mit} \quad \lambda = \lambda(x, y, z). \quad (2.16)$$

Hierbei sind  $(x, y, z)$  die lokal-kartesischen Koordinaten (2.5). Es wird im Folgenden immer vorausgesetzt, dass das Koordinatensystem so gewählt wurde, dass es bei  $x = y = 0$  auszuwerten ist. Es kann dann wieder wie ein gewöhnliches kartesisches Koordinatensystem behandelt werden, so lange keine Ableitungen des Metrischen Tensors vorkommen. Dies wird aber erst bei der Transformation der stationär-adiabatischen Bewegungsgleichung der Fall sein.

Sei also  $\lambda$  eine zunächst beliebige Vertikalkoordinate mit  $\partial_z \lambda > 0$  oder  $\partial_z \lambda < 0$  für alle  $(x, y, z)$ . Damit ist die Funktion  $\lambda(z)$  und somit auch die Koordinatentransformation insgesamt umkehrbar:

$$x' = (x, y, \lambda) \rightarrow x = (x, y, z) \quad \text{mit} \quad z = z(x, y, \lambda). \quad (2.17)$$

Die Zeitkoordinate wurde hier nicht explizit mit angeschrieben, da der DSI keine Zeitableitungen enthält. (2.16) und (2.17) sind jedoch in aller Regel zeitabhängig.

Die Transformation des DSI in das neue Koordinatensystem soll nun dadurch erfolgen, dass die in kartesischen Koordinaten gültige Formel in eine kovariante Form verallgemeinert wird. Dazu ist, wie bereits oben bei der Vorticity dargelegt, das Levi-Civita-Symbol durch (2.10) zu ersetzen, um einen Tensor 3. Stufe zu erhalten. Der DSI ergibt sich dann zu:

$$\text{DSI} = \frac{\epsilon^{ijk}}{\pm \rho \sqrt{|g|}} \partial_i B \partial_j \Pi \partial_k \theta. \quad (2.18)$$

Hierbei sind  $\rho$ ,  $B$ ,  $\Pi$  und  $\lambda$  Skalare,  $\partial_i B$ ,  $\partial_j \Pi$  und  $\partial_k \theta$  sind entsprechend kovariante Vektoren. Durch Kontraktion mit dem Tensor (2.10) ist der DSI dann ein Skalar und die gesuchte kovariante Verallgemeinerung der DSI-Formel. Sie ist in jedem beliebigen Koordinatensystem gültig. Man erhält also den DSI in einem beliebigen Koordinatensystem, wenn man den metrischen Tensor dieses Systems, beziehungsweise seine Determinante kennt.

Der Metrische Tensor der lokal-kartesischen Koordinaten mit allgemeiner Vertikalkoordinate über dem Ursprung ( $x = y = 0$ ) folgt aus der Transformation (2.16) und Gleichung (2.3). Die Rechnung ergibt:

$$g'_{ij} = \begin{pmatrix} 1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 & \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial y} & \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial \lambda} \\ \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial y} & 1 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 & \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial z}{\partial \lambda} \\ \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial \lambda} & \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial z}{\partial \lambda} & \left(\frac{\partial z}{\partial \lambda}\right)^2 \end{pmatrix}. \quad (2.19)$$

Bei Bildung der Determinante heben sich fast alle Terme weg und es verbleibt der einfache Ausdruck

$$\sqrt{|g'|} = \left| \frac{\partial z}{\partial \lambda} \right|. \quad (2.20)$$

Das neue Koordinatensystem bildet genau dann ein Rechtssystem, wenn  $\partial_\lambda z > 0$ , beziehungsweise ein Linkssystem, wenn  $\partial_\lambda z < 0$  ist. Betragstriche in (2.20) und Plus-Minus-Zeichen in (2.18) können daher entfallen und es gilt:

$$\text{DSI}_\lambda = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \lambda}{\partial z} \epsilon^{ijk} \partial'_i B \partial'_j \Pi \partial'_k \theta. \quad (2.21)$$

Der Metrische Tensor des  $\lambda$ -Systems (2.19) hängt von den Ableitungen  $\partial_x z$ ,  $\partial_y z$  und  $\partial_\lambda z$  ab. Letztere ist in der Regel dimensionsbehaftet und beschreibt die  $z$ -Abhängigkeit der  $\lambda$ -Koordinate. Die ersten beiden Ableitungen sind dimensionslos und beschreiben die Neigung der  $\lambda$ -Flächen gegenüber den  $z$ -Flächen jeweils in  $x$ - beziehungsweise  $y$ -Richtung. Für die entsprechenden Neigungswinkel  $\beta_{x/y}$  gilt:

$$\tan \beta_{x/y} = \partial_{x/y} z. \quad (2.22)$$

Diese Neigungswinkel sind normalerweise klein und können häufig vernachlässigt werden. Dies vereinfacht den metrischen Tensor erheblich: Im Grenzfall kleiner Neigungswinkel ist er diagonal. Dennoch erscheint es wichtig zu bemerken, dass die DSI-Formel (2.21) auch für große Neigungswinkel in dieser Form exakt gültig ist. Eine Korrektur der  $x$ - und  $y$ -Abstände auf z.B. einer  $\theta$ -Fläche um deren Neigungswinkel, wie sie etwa Brand (2002) angegeben hat (seine Gleichungen 2.48 und 2.49), ist falsch beziehungsweise unangebracht, da dann kosequenterweise ebenfalls Korrekturterme bei der Berechnung des Spatprodukts erforderlich wären (die dort verwendeten Basisvektoren sind nicht orthogonal und ebenfalls um die entsprechenden Winkel geneigt). Diese fehlenden Korrekturen heben sich mit den ersteren offensichtlich gerade auf.

Gleichung (2.21) ist die gesuchte Verallgemeinerung der DSI-Formel auf Koordinatensysteme mit beliebiger Vertikalkoordinate  $\lambda$ , sofern sie der Transformation

(2.16) genügen. Davon ausgehend sollen in den folgenden Abschnitten einige, in der Meteorologie gebräuchliche Spezialfälle abgeleitet werden.

### Druckflächen

Wählt man den Luftdruck  $p$  als Vertikalkoordinate, so folgt für (2.21) unter Verwendung der hydrostatischen Grundgleichung

$$DSI_p = -g \epsilon^{ijk} \partial'_i B \partial'_j \Pi \partial'_k \theta. \quad (2.23)$$

Hierin bezeichnet  $g$  die Erdbeschleunigung.

### $\sigma$ -Flächen

$\sigma$ -Flächen sind Flächen, auf denen der Luftdruck einen bestimmten Bruchteil des Bodenluftdrucks annimmt. Die dimensionslose Vertikalkoordinate  $\sigma$  berechnet sich demnach zu

$$\sigma(x, y, z) = \frac{p(x, y, z)}{p_s(x, y)}, \quad (2.24)$$

mit dem Bodendruckfeld  $p_s$ . Es gilt offensichtlich  $0 < \sigma \leq 1$ , wobei am Erdboden  $\sigma = 1$  gilt und  $\sigma$  gegen Null geht für  $z$  gegen unendlich. Unter Verwendung der hydrostatischen Grundgleichung erhält man

$$DSI_\sigma = -\frac{g}{p_s} \epsilon^{ijk} \partial'_i B \partial'_j \Pi \partial'_k \theta. \quad (2.25)$$

### Hybrid-Flächen

Das Konzept der Hybrid-Flächen versucht, die Vorteile von  $p$ - und von  $\sigma$ -Flächen miteinander zu verbinden:  $\sigma$ -Flächen sind vor allem in Bodennähe von Vorteil, da sie geländefolgend verlaufen und immer über die gesamte Erde existieren. Es entstehen im Gegensatz zu Druckflächen keine unter der Erdoberfläche liegenden Bereiche. Andererseits bilden die  $\sigma$ -Flächen die Orographie bis in große Höhen ab, obwohl sie dort meteorologisch längst nicht mehr von Bedeutung ist.

Hybridflächen sind definiert als höhenabhängige Kombination aus  $p$ - und  $\sigma$ -Flächen. Der Luftdruck  $p(n)$  auf einer Hybridfläche  $n$  ist gegeben durch:

$$p(x, y, n) = A(n) + B(n) \cdot p_s(x, y). \quad (2.26)$$

Hierbei ist  $n$  eine in der Regel dimensionslose Nummerierungscoordinate,  $A(n)$  und  $B(n)$  sind von ihr abhängige, vorzugebende Koeffizienten. In den unteren Bereichen der Atmosphäre wird  $A(n) = 0$  gewählt. Damit erhält man  $\sigma$ -Flächen mit  $\sigma = B(n)$ . In den oberen Atmosphärenbereichen wird  $B(n) = 0$  gewählt und man erhält  $p$ -Flächen mit  $p = A(n)$ . Dazwischen werden die Koeffizienten stetig und monoton variiert, sodass man dort eine Mischung aus beiden Systemen erhält.

Mit  $\lambda = n$ , (2.21) und erneuter Verwendung der hydrostatischen Grundgleichung erhält man für den DSI auf Hybridflächen:

$$\text{DSI}_H = \frac{-g}{\frac{\partial A}{\partial n} + p_s \cdot \frac{\partial B}{\partial n}} \epsilon^{ijk} \partial'_i B \partial'_j \Pi \partial'_k \theta. \quad (2.27)$$

Für  $A(n) = 0$  und  $B(n) = n$  geht diese in die Formel für  $\sigma$ -Flächen (2.25) über.

### Isentrope Flächen

Für die Transformation auf isentrope Flächen ergibt sich gegenüber von  $p$ - oder  $\sigma$ -Flächen eine wichtige Besonderheit: Die neue Vertikalkoordinate  $\theta$  ist eine der drei Felder, aus deren Gradienten der DSI berechnet wird. Dies führt zu einer erheblichen strukturellen Vereinfachung der DSI-Formel, da

$$\partial'_i \theta = \delta_{i3} \quad (2.28)$$

gilt. Es folgt mit (2.21) für den DSI auf  $\theta$ -Flächen:

$$\text{DSI}_\theta = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \theta}{\partial z} \epsilon^{ij} \partial'_i B \partial'_j \Pi. \quad (2.29)$$

Diese Gleichung besteht nur noch aus zwei Summanden, während die ursprüngliche DSI-Formel aus sechs Summanden besteht. Außerdem sind keine vertikalen Ableitungen der Felder  $B$  und  $\Pi$  mehr erforderlich, lediglich der Stabilitätsparameter  $\partial_z \theta$  ist als einzige vertikale Ableitung übrig geblieben. Dennoch gehen die Vertikalabhängigkeiten von  $B$  und  $\Pi$  in (2.29) implizit mit ein, da die Interpolation dieser Felder auf isentrope Flächen natürlich von ihnen abhängt.

Unter Verwendung der hydrostatischen Grundgleichung lässt sich (2.29) nochmals leicht vereinfachen, da die Dichte  $\rho$  gekürzt werden kann. Man erhält dann

$$\text{DSI}_\theta = -g \partial_p \theta \epsilon^{ij} \partial'_i B \partial'_j \Pi. \quad (2.30)$$

### 2.2.2 Transformation der Potenziellen Vorticity

Oben wurde gezeigt, dass die Transformation des DSI auf isentrope Flächen eine strukturelle Vereinfachung der Formel mit sich bringt. Dies gilt auch für andere Größen, sofern sie Gradienten der Potenziellen Temperatur enthalten, etwa die Potenzielle Vorticity oder die stationär-adiabatische Bewegungsgleichung. Die entsprechenden Transformationen sollen in den folgenden zwei Abschnitten durchgeführt werden.

Die Potenzielle Vorticity (1.16) lautet in Komponentenschreibweise:

$$\Pi = \frac{1}{\rho} (\zeta_a)^i \partial_i \theta. \quad (2.31)$$

Gleichung (2.31) ist in dieser Form bereits ein Skalar und in jedem Koordinatensystem gültig. Im  $\theta$ -System ergibt sich demnach wegen (2.28)

$$\Pi_\theta = \frac{1}{\rho} (\zeta'_a)^3, \quad (2.32)$$

wobei  $(\zeta'_a)^3$  die dritte Komponente des absoluten Wirbelvektors im  $\theta$ -System ist. Sie kann mit

$$(\zeta'_a)^3 = \frac{\partial x'^3}{\partial x^i} (\zeta_a)^i. \quad (2.33)$$

aus der absoluten Vorticity in lokal-kartesischen Koordinaten berechnet werden. Da sowohl  $(\zeta_a)^1$  und  $(\zeta_a)^2$  als auch die Transformationskoeffizienten  $\partial_x \theta$  und  $\partial_y \theta$  in der Regel klein sind, ergibt sich in sehr guter Näherung

$$(\zeta'_a)^3 \approx \frac{\partial \theta}{\partial z} (\zeta_a)^3 \quad (2.34)$$

und somit unter Verwendung der hydrostatischen Grundgleichung

$$\Pi_\theta \approx -g \frac{\partial \theta}{\partial p} \zeta_a. \quad (2.35)$$

Hier wurde wie üblich die eindimensionale Vorticity mit  $(\zeta_a)^3$  gleichgesetzt. Gemäß (2.35) ergibt sich die Potenzielle Vorticity auf isentropen Flächen also aus der gewöhnlichen (eindimensionalen) absoluten Vorticity multipliziert mit dem Stabilitätsparameter  $\partial_p \theta$  und der Erdbeschleunigung.

### 2.2.3 Transformation der stationären adiabatischen Gleichungen

Auch für das stationäre, adiabatische Gleichungssystem (1.21)-(1.22) ergibt sich auf isentropen Flächen eine strukturelle Vereinfachung. Die entsprechenden Formeln werden in diesem Abschnitt abgeleitet. Anschließend wird ein Zusammenhang zum Geostrophischen Wind aufgezeigt und ein iteratives Berechnungsverfahren von Gleichung (1.21) im  $\theta$ -System diskutiert.

In kovarianter Form lautet die Bewegungsgleichung (1.21):

$$\rho \Pi v^i = \frac{\epsilon^{ijk}}{\pm \sqrt{g}} \partial_j B \partial_k \theta. \quad (2.36)$$

Analog zu (2.18) wurde das Levi-Civita-Symbol durch (2.10) ersetzt. Im  $\theta$ -System vereinfacht sich auch diese Gleichung wegen (2.28) und man erhält unter Verwendung der hydrostatischen Approximation:

$$\Pi v^i = -g \frac{\partial \theta}{\partial p} \epsilon^{ij} \partial'_j B. \quad (2.37)$$

Damit ist  $v'^3 = 0$ , was äquivalent zu der bereits in Abschnitt 1.2.3 beschriebenen Eigenschaft ist, dass  $\theta$ -Flächen materielle Flächen sind. Analog könnte man durch

Transformation auf  $\Pi$ - oder  $B$ -Flächen zeigen, dass diese ebenfalls materielle Flächen sind.

Für die verbleibenden beiden Komponenten ergibt sich unter Verwendung der PV-Näherung (2.35) eine weitere Vereinfachung:

$$\zeta_a v'^i = \epsilon^{ij} \partial'_j B. \quad (2.38)$$

Vernachlässigt man nun noch den Anteil der kinetischen Energie in der Bernoulli-Funktion (was gleichbedeutend mit ihrer Ersetzung durch das Montgomery-Potenzial ist) und die relative Vorticity gegenüber der planetaren, so erhält man

$$\zeta_p v'^i = \epsilon^{ij} \partial'_j M \quad (2.39)$$

und damit eine algebraische Gleichung anstelle einer Differenzialgleichung. Einsetzen der planetaren Vorticity (2.15) liefert schließlich

$$v'^i = \frac{1}{f} \epsilon^{ij} \partial'_j M, \quad (2.40)$$

mit  $f = 2\Omega \sin \vartheta$ , dem sogenannten Coriolis-Parameter. Gleichung (2.40) stellt eine Approximation für den Geostrophischen Wind auf isentropen Flächen dar. Die stationär-adiabatische Bewegungsgleichung (1.21) geht also im Grenzfall kleiner Vorticity und kleiner kinetischer Energie, kleiner Neigung der isentropen Flächen und des Wirbelvektors sowie unter Annahme der Gültigkeit der hydrostatischen Grundgleichung in den geostrophischen Wind über.

Kehrt man obige Argumentation um, so stellt der Geostrophische Wind eine erste Näherung für den stationär-adiabatische Bewegungsgleichung (1.21) dar. Diese Näherung könnte durch folgendes Iterationsverfahren schrittweise verbessert werden: Mit Hilfe der ersten Näherung (2.40) für den Wind berechnet man eine genäherte Bernoulli-Funktion und Potenzielle Vorticity. Diese werden anschließend in (2.37) oder (2.38) eingesetzt und ergeben eine neue, zweite Näherung des Windes. Aus dieser kann dann wieder eine Näherung für  $B$  und  $\Pi$  berechnet werden und so weiter. Formal lässt sich das Iterationsverfahren folgendermaßen angeben:

$$(v'_{n+1})^i = \frac{-g}{\Pi_n} \frac{\partial \theta}{\partial p} \epsilon^{ij} \partial'_j B_n \quad n = 1, 2, \dots \quad (2.41)$$

mit

$$B_0 = M \quad \text{und} \quad \Pi_0 = -g \zeta_p \frac{\partial \theta}{\partial p} = \frac{-g}{2\Omega \sin \theta} \frac{\partial \theta}{\partial p}. \quad (2.42)$$

Höhere Iterationsstufen von  $B$  und  $\Pi$  sind entsprechend gegeben durch

$$B_n = B[v'_n] \quad \text{und} \quad \Pi_n = \Pi[v'_n]. \quad (2.43)$$

Die Berechnung von  $B_n$  ist einfach:

$$B_n = \frac{1}{2} g'_{ij} (v'_n)^i (v'_n)^j + M. \quad (2.44)$$

Schwieriger ist die Berechnung von  $\Pi_n$ . Dazu ist nach (2.32) die 3. Komponente der absoluten Vorticity im  $\theta$ -System erforderlich. Die Formel für die Berechnung der Vorticity aus dem Windfeld enthält außerdem Zusatzterme aufgrund der Metrik des lokal-kartesischen Koordinatensystems, siehe Gleichung (2.13). Um diese Gleichung verwenden zu können, muss  $v'_n$  zunächst über

$$(v_n)^i = \frac{\partial x^i}{\partial x'^j} (v'_n)^j \quad (2.45)$$

in lokal-kartesische Koordinaten zurück transformiert werden. Daraus ergibt sich dann die relative Vorticity in lokal-kartesischen Koordinaten analog zu Gleichung (2.13):

$$(\zeta_n)^i = \epsilon^{ijk} \partial_j (v_n)^k + \epsilon^{ijk} (v_n)^m \partial_j g_{km}. \quad (2.46)$$

Durch Addition von (2.15) erhält man die absolute Vorticity. Diese ist schließlich mittels (2.33) ins  $\theta$ -System zurückzutransformieren und in Gleichung (2.32) einzusetzen.

Das oben beschriebene Iterationsverfahren enthält außer der hydrostatischen Grundgleichung keine weiteren Näherungen, ist jedoch in dieser Allgemeinheit aufgrund der zahlreichen metrischen Terme recht kompliziert. Lässt man als weitere Näherungen z.B. horizontale  $\theta$ -Flächen zu, so kann das Verfahren erheblich vereinfacht werden: In diesem Fall ist der Metrische Tensor (2.19) diagonal, wobei die ersten beiden Diagonalelemente Einsen sind. Da der stationäre Wind im  $\theta$ -System keine Vertikalkomponente besitzt ( $v'^3 = 0$ ), besitzt er dann auch im  $z$ -System keine. Damit ist das dritte Diagonalelement des Metrischen Tensors für (2.45) ohne Bedeutung und die Windkomponenten sind in beiden Systemen gleich. Die Striche können daher weggelassen werden. Für die Berechnung von  $\Pi_n$  aus  $v_n$  ist dann auch nur die 3. Komponente der Vorticity erforderlich. Darüber hinaus kann der Term  $-g\partial_p\theta$  in (2.41) gekürzt werden. Die Iterationsvorschrift vereinfacht sich folglich zu

$$(v_{n+1})^i = \frac{\epsilon^{ij}}{\zeta_n + f} \partial_j B_n \quad n = 1, 2, \dots \quad (2.47)$$

mit

$$B_0 = M \quad \text{und} \quad \zeta_0 = 0. \quad (2.48)$$

Die Berechnung von  $B_n$  und vor allem von  $\zeta_n$  wird ebenfalls wesentlich einfacher und ergibt:

$$B_n = \frac{1}{2} \left[ ((v_n)^1)^2 + ((v_n)^2)^2 \right] + M \quad (2.49)$$

$$\zeta_n = \epsilon^{jk} \partial_j (v_n)^k + \frac{(v_n)^1}{r} \cos \vartheta. \quad (2.50)$$

Die vorgestellten Iterationsverfahren führen zwar im Falle der Konvergenz des Verfahrens zu einer Lösung der Bewegungsgleichung (1.21) aus vorgegebenen hydrostatischen Feldern (Temperatur und Druck). Diese Lösung stellt aber im Allgemeinen keine Lösung der Kontinuitätsgleichung (1.22) dar (analog zum Geostrophischen Wind, der die Kontinuitätsgleichung ebenfalls nicht erfüllt). Ohne Gültigkeit von

(1.22) ist jedoch auch die Implikation (1.50) nicht gültig, das heißt der DSI muss für eine Lösung von (1.21) alleine nicht Null werden. Die Kontinuitätsgleichung in kovarianter Form im  $\theta$ -System lautet:

$$\partial'_i(\rho v'^i) = 0. \quad (2.51)$$

Wegen  $v'^3 = 0$  läuft die Summe hier nur über die ersten beiden Komponenten. Bei Vorgabe der hydrostatischen Felder ist damit das Gleichungssystem (2.37) und (2.51) überbestimmt<sup>2</sup>. Das heißt, dass nur für bestimmte hydrostatische Felder eine stationär-adiabatische Strömung existieren kann. Möchte man zu gegebenen, realen atmosphärischen Zuständen eine solche Strömung konstruieren, die der tatsächlichen am nächsten kommt, so müssen also auch die hydrostatischen Felder verändert werden. Die Frage, auf welche Weise sich die stationär-adiabatische und die tatsächliche Strömung am nächsten kommen sollen, ist dabei keineswegs trivial und auch nicht eindeutig zu beantworten. Dies könnte z.B. sowohl global, als auch lokal auf einer offenen Umgebung um einen bestimmten Ort geschehen. Die Ermittlung einer Lösung der stationär-adiabatischen Gleichungen ist daher eine sehr komplexe Aufgabe, die im Rahmen dieser Arbeit nicht beantwortet werden kann. Die in diesem Abschnitt abgeleiteten Gleichung sowie Überlegungen zur spektralen Charakteristik des DSI am Ende von Teil 1 können jedoch ein Ausgangspunkt für weitere Forschungen darstellen.

---

<sup>2</sup>Das Gleiche trifft auch auf das nichttransformierte Gleichungssystem (1.21)-(1.22) zu.



## Kapitel 3

# Berechnung des DSI aus ERA40-Daten

Nach den theoretischen Vorbereitungen der vergangenen Kapitel soll nun die numerische Berechnung des DSI beschrieben und durchgeführt werden. Dazu ist die Auswahl einer Vertikalkoordinate und eine Diskretisierung der entsprechenden Gleichungen aus Abschnitt 2.2.1 erforderlich. Beide Fragestellungen hängen eng mit der Datenbereitstellung und der verfügbaren Rechenkapazität zusammen.

Die ERA40-Reanalyse des Europäischen Zentrum für Mittelfristige Wettervorhersage (ECMWF) stellte zu Beginn dieser Arbeit die modernste verfügbare Reanalyse dar. Außerdem war über wechselseitige Abkommen der Zugang zu sämtlichen Daten dieser Reanalyse gesichert, sodass sich eine DSI-Berechnung anhand dieser Daten anbot. Der folgende Abschnitt beschreibt zunächst das ERA40-Projekt selbst. Anschließend werden zwei numerische Berechnungsverfahren abgeleitet: Ein einfaches auf isobaren Flächen und ein aufwendigeres, spektrales Verfahren auf isentropen Flächen.

### 3.1 Die ERA40-Reanalyse

Die ERA40-Reanalyse ist nach FGGE (Bengtsson et al., 1982) und ERA15 (Gibson et al., 1997) das dritte Reanalyse-Projekt des ECMWF. Eine ausführliche technische Beschreibung findet sich in Uppala et al. (2006). Einen Überblick über die erzeugten Daten geben (Källberg et al., 2005). ERA40 wurde im Jahr 2003 fertig gestellt und deckt den Zeitraum von September 1957 bis August 2002 ab, wobei vier Analysen pro Tag produziert wurden (0UT, 6UT, 12UT und 18UT).

#### 3.1.1 Modell und Assimilationsverfahren

Das Assimilationsmodell, welches für ERA40 verwendet wurde, ist eine modifizierte Version des Integrated Forecasting System (IFS) des ECMWF, welche im Zeitraum von Juni 2001 bis Januar 2002 operationell betrieben wurde. Bei den IFS-Modellen handelt es sich um Modelle mit einem spektralen Kern und einem

semi-lagrange'schen Advektionsschema. Als Ortsgitter wird ein reduziertes Gaußgitter verwendet, welches einen annähernd gleichförmigen Gitterabstand aufweist. Die Auflösung wurde für ERA40 gegenüber der operationellen Version von T511 auf T159 reduziert. Die 60 Hybrid-Flächen der operationellen Version wurden jedoch beibehalten, die höchste Fläche liegt bei 0,1hPa. Prognostische Variablen sind entsprechend der Konstruktion als Spektralmodell die relative Vorticity und die horizontale Divergenz sowie die Temperatur, die spezifische Feuchte  $q$  und der Bodendruck. Das Modell verfügt außerdem über eine (einfache) prognostische Gleichung für Ozon.

Obwohl das vom ECMWF entwickelte Assimilationsverfahren 4D-Var im Jahre 2003 bereits operationell betrieben wurde, griff man für ERA40 aufgrund des geringeren Rechenaufwands auf das ältere 3D-Var zurück (Courtier et al., 1998; Andersson et al., 1998). Letzteres verzichtet auf die direkte Assimilation des Zeitverlaufs der Beobachtungen. Bei 3D-Var wird ein Hintergrund-Feld (6h-Vorhersage, gestartet von der letzten Analyse) mit den Beobachtungen zu einem synoptischen Termin abgeglichen. Dabei wird, gewichtet mit einer Abschätzung der jeweiligen Unsicherheiten, ein bestmöglicher Kompromiss zwischen Hintergrund und Beobachtung gesucht.

Das meteorologische Beobachtungssystem selbst hat während der ERA40-Periode (1957-2002) starke Veränderungen erfahren, vor allem durch Einführung der Satelliten in den 70er Jahren. Dennoch werden sämtliche Beobachtungsdaten, die das ECMWF verfügbar machen konnte, für die Assimilation verwendet. Dies stellt einerseits sicher, dass die Analysen den jeweils größtmöglichen Nutzen aus der damaligen Beobachtungssituation ziehen, erzeugt aber andererseits Diskontinuitäten innerhalb der Analyse-Periode. Zu den einfließenden Beobachtungsdaten zählen Messungen von Radiosonden, SYNOP-Stationen, Schiffen, Bojen, Flugzeugen und Satelliten. Während die Abdeckung mit Radiosonden seit den 70er Jahren deutlich abgenommen hat, hat insbesondere der Umfang von Flugzeug- und Satellitendaten seit dem deutlich zugenommen. Darüber hinaus resultierten Fortschritte in der Fernerkundungstechnik in immer ausgeklügelten Satelliteninstrumenten, die immer mehr atmosphärische Parameter direkt oder indirekt erfassen können. Allerdings führt das, zusammen mit der vergleichsweise geringen Lebensdauer der Satelliteninstrumente, zu weiteren Diskontinuitäten. Diese können teilweise durch Interkalibriersverfahren zwischen den verschiedenen Satellitendatensätzen abgemildert werden.

### 3.1.2 Analysequalität

Aufgrund von Erfahrungen mit vorherigen Reanalyse-Projekten und Fortschritten in Forschung und Computertechnik konnte mit ERA40 eine deutlich höhere Analysequalität erreicht werden als noch bei ERA15 oder der zeitgleich produzierten Reanalyse des National Center for Environmental Prediction (NCEP). Untersuchungen der Differenzen zwischen Hintergrund beziehungsweise Analyse und Beobachtungsdaten zeigt eine deutliche Verbesserung der Analysequalität während der ERA40-Periode. Sprunghafte Verbesserungen sind dabei in den Jahren 1973 und 1979 zu finden und fallen mit der Inbetriebnahme wichtiger Satelliteninstrumente zusammen. Von dort

an findet man eine weitere, kontinuierliche Verbesserungen bis zum Ende von ERA40 in 2002. Dabei zeigt die Südhalbkugel generell höhere Abweichungen, als auch eine stärkere Verbesserung der Qualität über die Zeit als die Nordhalbkugel. Gegen Ende der ERA40-Periode erreichen beide Halbkugeln etwa das gleiche Niveau. Ein ähnliches Bild zeigt sich bei der Analyse der Gesamtmasse der Atmosphäre (einer Erhaltungsgröße), deren zeitliche Fluktuation ab Mitte der 70er Jahre deutlich geringer ausfällt. In diesem Punkt schneidet ERA40 außerdem von 1973 an deutlich besser ab als die ERA15- und NCEP-Reanalysen (Trenberth und Smith, 2005).

Eine weitere Möglichkeit, die Qualität von Analysen zu beurteilen, stellen von diesen aus gestartete Vorhersageläufe dar. Aufgrund der Nichtlinearität der atmosphärischen Dynamik wachsen anfängliche kleine Fehler schnell an, werden so nach einigen Tagen Vorhersagezeit umso deutlicher sichtbar und können durch einen Vergleich mit der späteren Analyse quantifiziert werden. Die so berechneten Anomalie-Korrelationen erreichen am Ende der ERA40-Periode Werte um 0,9 für die 3 Tage-Vorhersage und etwa 0,6 für die 7 Tage-Vorhersage. Sie sind außerdem um etwa 0,1-0,2 höher als die Korrelationen der früher produzierten NCEP-Reanalyse (Kistler et al., 2001).

Neben diesen Verbesserungen weisen die ERA40-Reanalysen vor allem zwei größere Schwächen auf: Zu starker Niederschlag über den tropischen Ozeanen und eine zu starke Brewer-Dobson-Zirkulation. Beide Phänomene werden zwar nicht direkt assimiliert, tragen jedoch zu einem gewissen Teil zu Degeneration des Hintergrunds bei. Besonders ausgeprägt sind diese Fehler in Kurzfristvorhersagen (6h) und schwächen sich bei längeren Vorhersagezeiten wieder ab. Die Ursache für die unrealistisch hohen Niederschlagsraten wurden von Andersson et al. (2005) untersucht. Sie resultieren demnach hauptsächlich aus einem Assimilationsproblem mit Infrarot-Spektren von Satelliten: Die Hintergrundfelder sind im Allgemeinen trockener als die Beobachtung der Satelliten, sodass Feuchtigkeit in das Modell assimiliert wird. Diese zusätzliche Feuchtigkeit wird jedoch räumlich weit verteilt und gelangt somit auch in Bereiche, die bereits nahe der Sättigung sind. Diese Bereiche erzeugen dann übermäßig Niederschlag. Möglicherweise könnten darüber hinaus entsprechend unrealistisch hohe Mengen latenter Energie verstärkend auf die tropische Zirkulation wirken.

### 3.1.3 Analysen nach August 2002

Da von Seiten des ECMWF nicht genügend Kapazitäten zur Verfügung standen, um das ERA40-Modell auf eine neue Rechnerarchitektur zu übertragen, wurde die ERA40-Reanalyse nicht über August 2002 fortgeführt (Simmons et al., 2007a). Um dennoch die jüngste Vergangenheit untersuchen zu können, werden seit Januar 2002 bis einige Tage vor der Gegenwart operationelle Analysen des ECMWF bereitgestellt, die auf die ERA40-Auflösung reduziert wurden. Seit Februar 2006 ist die Anzahl der Hybrid-Flächen auf 91 erhöht, entsprechend einer Anpassung des operationellen Modells. Abgesehen davon sind die Datenarchive technisch gesehen identisch. Allerdings sind durch erhebliche Unterschiede der operationellen Modelle im Vergleich zum ERA40-Modell scharfe Diskontinuitäten zu erwarten. Darüber hinaus

wird das operationell verwendete Modell fortlaufend ausgebaut und weiterentwickelt, was zu weiteren Diskontinuitäten im Zeitraum nach der ERA40-Periode führt. Beide Diskontinuitäten werden sich in späteren Untersuchungen dieser Arbeit deutlich bemerkbar machen.

Um die oben genannten Probleme abzumildern, entschloss sich das ECMWF mit ERA-Interim eine weitere Reanalyse zu produzieren (Simmons et al., 2007a). Wie im Namen bereits angedeutet, handelt es sich dabei um eine Übergangslösung bis ein für die Zukunft geplantes Reanalyse-Projekt der nächsten Generation fertig gestellt ist. Die Produktion von ERA-Interim wurde 2007 begonnen und deckt einen Zeitraum von Januar 1989 bis zur Gegenwart ab, wird also im Gegensatz zu ERA40 laufend fortgeführt. Eine ausführlichere Beschreibung von ERA-Interim ist in Abschnitt 7.7.2 zu finden.

### 3.1.4 Das ERA40-Archiv

Eine Auflistung der im Rahmen von ERA40 produzierten Felder und Variablen sowie technische Informationen geben Källberg et al. (2004). Neben dem eigentlichen, modellgenerierten Datensatz auf Hybrid-Flächen stehen für ausgewählte Felder Interpolationen auf Druck-,  $\theta$ - und  $PV = \pm 2$ -Flächen zur Verfügung. Außerdem sind zahlreiche Oberflächen- und Einsichtfelder sowie vertikal integrierte Parameter erhältlich.

Der Zugang zum ERA40-Archiv ist eingeschränkt. Einige auf Druckflächen interpolierte Felder sowie einige Oberflächenfelder sind in  $2,5^\circ$ -Auflösung über die Website des ECMWF öffentlich verfügbar. Aufgrund eines gegenseitigen Abkommen zwischen dem British Atmospheric Data Centre (BADC) und dem Max-Planck-Institut für Meteorologie (MPI-M) konnten weitere, nicht-öffentliche ERA40-Daten für diese Arbeit verwendet werden. Insbesondere konnten so Felder auf Modell- und isentropen Flächen in unreduzierter Auflösung bezogen werden. Darüber hinaus waren die oben bereits erwähnten, auf ERA40-Auflösung reduzierten operationellen Analysen ebenfalls über das BADC verfügbar.

## 3.2 DSI-Berechnung auf Druckflächen

Dieser Abschnitt beschreibt die DSI-Berechnung auf isobaren Flächen, anhand des öffentlich verfügbaren Datensatzes der ERA40-Reanalyse. Dieser in der Auflösung reduzierte Datensatz enthält 23 Druckflächen im Bereich von 1000hPa bis 1hPa. Horizontal wurden die Daten von T159 auf ein Rechteck-Gitter mit  $2,5^\circ$  Gitterpunktabstand reduziert. Die zeitliche Auflösung beträgt sechs Stunden. Auf diesem Gitter stehen unter anderem die Temperatur, das Geopotenzial, alle drei Komponenten des Windes und die Potenzielle Vorticity zur Verfügung, sodass alle in (2.23) eingehenden Felder einfach über (1.6) und (1.14) berechnet werden können.

Zur Berechnung des DSI ist eine Diskretisierung der Ableitungen in (2.23) erforderlich. Dazu wurde zunächst eine Interpolation durch Polynome zweiter Ordnung verwendet: Es sei also eine Funktion  $f$  an den Punkten  $x_0, x_1, x_2$  gegeben. Dann folgt

für die Ableitung an der Stelle  $x_0$  aus der Polynom-Interpolation nach Lagrange in zweiter Ordnung:

$$f'(x_0) \approx f(x_0) \cdot \left( \frac{1}{x_0 - x_1} + \frac{1}{x_0 - x_2} \right) + \frac{f(x_1)}{x_1 - x_0} \cdot \frac{x_0 - x_2}{x_1 - x_2} + \frac{f(x_2)}{x_2 - x_0} \cdot \frac{x_0 - x_1}{x_2 - x_1}. \quad (3.1)$$

Im Fall von äquidistant vorliegenden Punkten ( $x_{2/1} = x_0 \pm h$ ) reduziert sich dies auf

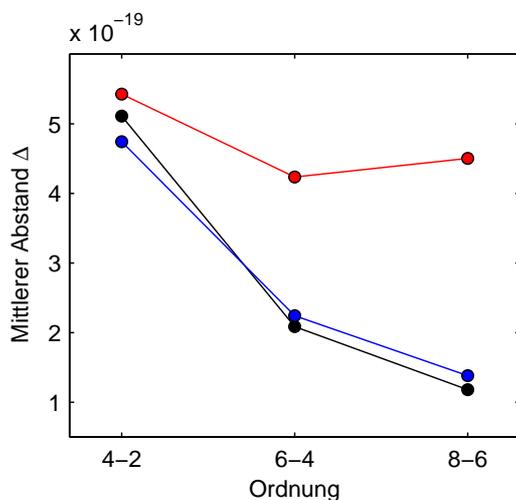
$$f'(x_0) \approx \frac{f(x_0 + h) - f(x_0 - h)}{2h}. \quad (3.2)$$

Für die horizontalen Ableitungen liegen bei dem verwendeten Gitter bezüglich der Polarkoordinaten äquidistante Gitterpunkte vor, sodass (3.2) verwendet werden kann. Bei einem Winkelabstand der Gitterpunkte von  $\Delta\alpha$  (hier:  $2,5^\circ$ ) folgt nach (2.1) für  $h$  in meridionaler Richtung  $h_y = r \cdot \Delta\alpha$  und in zonaler Richtung  $h_x = r \cdot \Delta\alpha \cos \vartheta$  mit dem Erdmittelpunktsabstand  $r$  und der geografischen Breite  $\vartheta$ . Die 23 Druckflächen der vertikalen Auflösung liegen jedoch im Allgemeinen nicht äquidistant, sodass hier Gleichung (3.1) benutzt werden muss. Sie ermöglicht auch die Behandlung der Randflächen (1000hPa und 1hPa). Dieses Verfahren zur DSI-Berechnung wurde in ein C++ Programm (Stroustrup et al., 2000) umgesetzt und für den kompletten ERA40-Datensatz der  $2,5^\circ$ -Druckflächen durchgeführt. Unabhängig davon wurde der DSI auf gleiche Weise von Weber und Névir (2007) berechnet.

Im Zuge weiterer Untersuchungen stellte sich jedoch die Frage nach der numerischen Genauigkeit der oben beschriebenen Berechnungsmethode. Eine Möglichkeit, diese zu erhöhen, ergibt sich durch Ersetzen von (3.1) durch entsprechende Ausdrücke höherer Ordnung, das heißt auf Grundlage von Polynomen höheren Grades unter Berücksichtigung weiter entfernter Gitterpunkte. Um ein Polynom der Ordnung  $n$  anpassen zu können, sind  $n + 1$  Stützstellen erforderlich. Beschränkt man sich auf gerade  $n$ , so ist dies der Punkt, an dem die Ableitung berechnet werden soll sowie jeweils  $n/2$  Gitterpunkte auf beiden Seiten von diesem. Die Berechnung eines solchen Interpolationspolynoms kann numerisch sehr effizient mit der Methode der dividierten Differenzen in der Newton-Basis erfolgen (Bronstein et al., 2008). Die Ableitung erhält man daraus durch Anwendung eines Horner-Schemas.

Auch dieses verbesserte Verfahren wurde in ein C++-Programm umgesetzt. Dabei wurde die Möglichkeit implementiert, die Ordnung der Ableitungsberechnung jeder Koordinate ( $x$ ,  $y$  und  $z$ -Achse) individuell festzulegen. Damit ergibt sich eine Möglichkeit, die Konvergenz des numerischen Verfahrens zu testen:  $\text{DSI}[n_x n_y n_z]$  bezeichne den DSI, der in  $x$ -Richtung mit Ordnung  $n_x$ , in  $y$ -Richtung mit Ordnung  $n_y$  usw. berechnet wurde. Die oben durchgeführte Rechnung gemäß (3.1) in allen drei Richtungen entspricht also  $\text{DSI}[222]$ . Der Abstand zweier DSI-Felder, die in den Ordnungen  $\mathbf{n} = (n_x, n_y, n_z)$  und  $\mathbf{m} = (m_x, m_y, m_z)$  berechnet wurden, sei

$$\Delta[\mathbf{n}, \mathbf{m}] = \frac{1}{4\pi} \int d\Omega \left| \text{DSI}[\mathbf{n}] - \text{DSI}[\mathbf{m}] \right|. \quad (3.3)$$



**Abbildung 3.1:**

Mittlerer Abstand  $\Delta$  (gemittelt über das Jahr 2000) der DSI-Berechnung in verschiedenen Ordnungen für die 500hPa-Fläche. Die schwarze Kurve bezieht sich auf die  $x$ -Richtung, die blaue auf  $y$  und die rote auf  $z$ . Die Ordnung der jeweils anderen Richtung wurde bei zwei belassen.

Nun wurde die Ordnung einer Raumrichtung schrittweise erhöht und die Differenz (3.3) zur nächst niedrigeren Ordnung betrachtet, während die Ordnung der übrigen Raumrichtungen bei zwei belassen wird. Das Ergebnis ist in Abbildung 3.1 dargestellt, wobei exemplarisch die 500hPa-Fläche und ein Jahr (2000) ausgewählt wurde. Die Abstände (3.3) wurden über dieses Jahr gemittelt. Die Abbildung zeigt, dass in  $x$ - und  $y$ -Richtung die Veränderung des DSI-Felds durch fortlaufende Erhöhung der Ordnung immer kleiner wird, das Verfahren der numerischen Ableitung also konvergiert. In  $z$ -Richtung findet sich jedoch ein grundlegend anderes Verhalten. Hier werden die Unterschiede mit wachsender Ordnung nur unwesentlich geringer. Dies zeigt erheblich größere numerische Unsicherheiten, Konvergenz scheint nicht mehr gegeben. Ursache hierfür dürfte sein, dass die Auflösung in  $z$ -Richtung verglichen mit der Auflösung in horizontaler Richtung zu gering ist.

Abbildung 3.1 legt nahe, über den Berechnungsalgorithmus des DSI neu nachzudenken und eine Methode zu entwickeln, die Fehlerquellen möglichst vermeidet. Eine solche Möglichkeit wird im folgenden Abschnitt beschrieben.

### 3.3 DSI-Berechnung auf isentropen Flächen

Nach den wenig zufriedenstellenden Ergebnissen der DSI-Berechnung auf Druckflächen soll nun eine weitere Rechnung mit dem Ziel durchgeführt werden, eine möglichst hohe numerische Genauigkeit zu erreichen. Entsprechend galt es Reduktionen und Interpolationen des ERA40-Modelloutputs nach Möglichkeit zu vermeiden. Dies legt eine Berechnung auf Modellflächen gemäß Gleichung (2.27) nahe. Eine solche Berechnung erschien aufgrund der enormen Datenmengen und Rechenzeiten zu aufwendig. Eine praktikable Alternative stellt eine Berechnung auf isentropen Flächen dar. Hier ist zwar auch eine Interpolation erforderlich, die jedoch mit einer erheblichen strukturellen Vereinfachung der DSI-Formel einhergeht: Die Funktionaldeterminante ist im  $\theta$ -System horizontal (2.30). Vertikale Ableitungen treten nur noch in Form des Faktors  $\partial\theta/\partial p$  auf, was die Berechnung numerisch stabiler machen

sollte. Interpolationen auf isentrope Flächen sind vom ECMWF für einige Variablen bereits durchgeführt worden. Die Anzahl der Flächen beträgt 15 und erscheint daher zu gering, um  $\partial\theta/\partial p$  aus den Druckfeldern der isentropen Flächen zu berechnen. Deshalb ist ein Rückgriff auf Modellflächen dennoch erforderlich. Dieser kann mit relativ geringem Aufwand durchgeführt werden. Zur Berechnung von  $\partial\theta/\partial p$  auf Modellflächen und anschließender Interpolation auf isentrope Flächen wird lediglich das Temperaturfeld benötigt.

Die Modelle des ECMWF sind Spektralmodelle. Dieser Umstand lässt sich ebenfalls für die Numerik der DSI-Berechnung nutzen. Horizontale Ableitungen sind im Spektralraum sehr effizient und exakt durchführbar. Dieser Vorteil wird jedoch damit erkauft, dass Produkte zweier Felder dann numerisch umso aufwendiger werden. Auch für die DSI-Berechnung sind solche Produkte erforderlich. Moderne Transformationsalgorithmen (Fast-Fourier-Transformation) ermöglichen jedoch ein schnelles Hin- und Hertransformieren zwischen Spektral- und Ortsraum. So können Differenzialoperatoren im Spektralraum und Multiplikationsoperatoren im Ortsraum ausgewertet werden. Dieses bei Spektralmodellen übliche Verfahren soll auch zur DSI-Berechnung benutzt werden. Die erforderlichen Grundlagen und Gleichungen werden in den folgenden Abschnitten abgeleitet.

### 3.3.1 Definition der sphärischen Spektraltransformation

Wählt man eine beliebige Höhenkoordinate  $\lambda$ , so handelt es sich bei den Flächen  $\lambda = \textit{konst.}$  näherungsweise um Kugelschalen. Selbst bei starker Neigung der Flächen sind die Abweichungen von der Kugel aufgrund der geringen Höhe der Atmosphäre im Vergleich zum Erdradius gering. Effekte wie die Abplattung der Erde sind ebenfalls klein und können unberücksichtigt bleiben. Eine meteorologische Funktionen  $f$  auf einer Fläche  $\lambda = \lambda_0$  ist also in sehr guter Näherung ein Element des Raums der stetigen Funktionen auf einer Kugeloberfläche:  $f \in \mathcal{C}^0(S^2)$ .

Im Folgenden bezeichne (wie üblich)  $\phi$  den Längengrad,  $\vartheta$  den Breitengrad und  $r$  den Radius der Kugelschale. Außerdem sei  $\mu = \sin \vartheta$ . Mit

$$(f, g) = \int_0^{2\pi} d\phi \int_{-1}^1 d\mu f(\phi, \mu) \cdot g^*(\phi, \mu) \quad (3.4)$$

ist ein Skalarprodukt auf  $\mathcal{C}^0(S^2)$  erklärt und damit über

$$\|f\| = (f, f) \quad (3.5)$$

ebenfalls eine Norm. Auf dem so definierten Raum bilden die Kugelflächenfunktionen  $Y_l^m$  ein vollständiges Orthogonalsystem. Sie sind folgendermaßen definiert (gemäß der meteorologischen Koordinatenkonvention):

$$Y_l^m(\phi, \mu) = N_l^m P_l^m(\mu) e^{im\phi} \quad l = 0, 1, 2, \dots \quad m = -l, \dots, l \quad (3.6)$$

mit dem Normierungsfaktor

$$N_{lm} = \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi} \frac{(l-m)!}{(l+m)!}} \quad (3.7)$$

Weiter bezeichnen  $P_l^m$  die assoziierten Legendre-Polynome, die sich mittels

$$\begin{aligned} P_l^m(\mu) &= (-1)^m (1 - \mu^2)^{m/2} \frac{d^m}{d\mu^m} P_l(\mu) \quad m \geq 0 \\ P_l^{-m}(\mu) &= (-1)^m \frac{(l - m)!}{(l + m)!} P_l^m(\mu) \end{aligned} \quad (3.8)$$

aus den (einfachen) Legendre-Polynomen

$$P_l(\mu) = \frac{1}{2^l l!} \frac{d^l}{d\mu^l} (\mu^2 - 1)^l \quad (3.9)$$

ergeben. Der Normierungsfaktor (3.7) ist so gewählt, dass die Kugelflächenfunktionen orthonormal sind, dass also

$$(Y_{lm}, Y_{l'm'}) = \delta_{ll'} \delta_{mm'} \quad (3.10)$$

gilt<sup>1</sup>.

Die assoziierten Legendre-Polynome (3.8) sind reelle Funktionen der geografischen Breite. Die Kugelflächenfunktionen (3.6) sind demnach das Produkt aus einem komplexen, längenabhängigen Faktor  $e^{im\phi}$  und einem reellen, breitenabhängigen Faktor  $P_l^m(\mu)$ . Aufgrund der Vollständigkeits- und Orthogonalitätseigenschaft der  $Y_l^m$  lässt sich jede Funktion  $f \in \mathcal{C}^0(S^2)$  nach ihnen entwickeln:

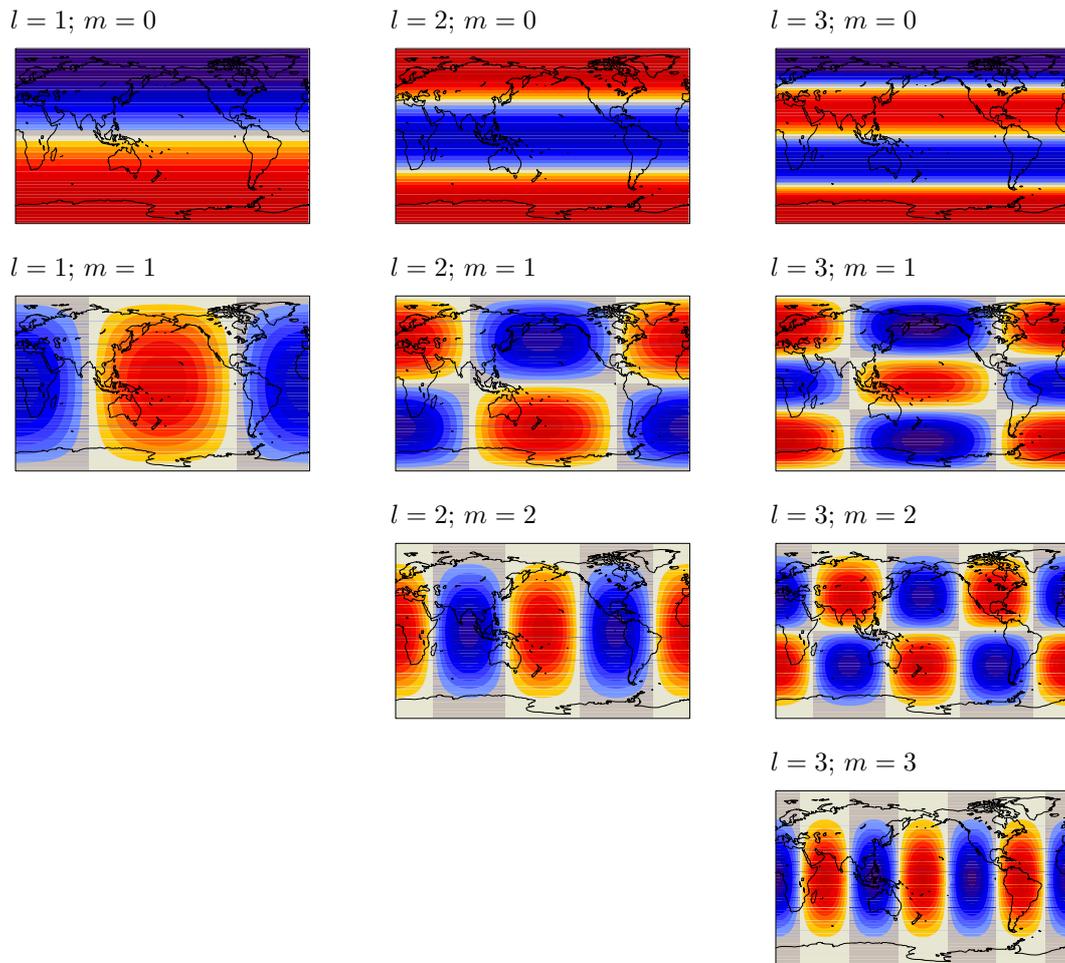
$$f(\phi, \mu) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l f_{lm} \cdot Y_{lm}(\phi, \mu) \quad (3.11)$$

mit

$$f_{lm} = (f, Y_{lm}) = \int d\Omega f(\phi, \mu) \cdot Y_{lm}^*(\phi, \mu). \quad (3.12)$$

Jede Funktion  $f \in \mathcal{C}^0(S^2)$  wird also eindeutig durch Angabe der (unendlich vielen) Entwicklungskoeffizienten  $f_{lm}$  definiert. Eine Diskretisierung entsteht durch Angabe von *endlich* vielen Entwicklungskoeffizienten. Die Transformation 3.12 kann aufgefasst werden als eine diskrete Fourier-Transformation in zonaler Richtung und eine Legendre-Transformation in meridionaler Richtung. Die assoziierten Legendre-Polynome besitzen auf dem offenen Intervall  $(-1; 1)$   $l - |m|$  Nullstellen. Die komplexe Exponentialfunktion besitzt  $|m|$  Nullstellen auf  $(0; 2\pi)$ . Die Kugelflächenfunktion  $Y_l^m$  kann man sich demnach vorstellen als sphärische Funktion mit zonaler Wellenzahl  $|m|$  und meridionaler Wellenzahl  $l - |m|$ . So sind die  $Y_l^m$  für  $m = 0$  meridional orientiert, die für  $m = \pm l$  sind zonal orientiert. Die Summe aus zonaler und meridionaler Wellenzahl ist unabhängig von  $m$  gleich  $l$ . In Abbildung 3.2 sind beispielhaft

<sup>1</sup>In der Meteorologie, insbesondere im GRIB-Fileformat, wird üblicherweise statt (3.7) ein anderer Normierungsfaktor  $\tilde{N}_{lm}$  verwendet, welcher sich zu  $\tilde{N}_{lm} = 1/\sqrt{4\pi} N_{lm}$  ergibt. In dieser Normierung folgt dann  $(\tilde{Y}_{lm}, \tilde{Y}_{l'm'}) = 1/4\pi \delta_{ll'} \delta_{mm'}$ . Für die Entwicklungskoeffizienten einer Funktion  $f$  gemäß (3.12) gilt entsprechend  $\tilde{f}_{lm} = 1/\sqrt{4\pi} f_{lm}$ . Der Grund für die Wahl einer solchen Normierung liegt darin, dass hier der Koeffizient  $\tilde{f}_{00}$  dem Mittelwert des Felds  $f$  entspricht. Wegen ihrer theoretischen Vorteile soll jedoch in dieser Arbeit stets die Normierung (3.7) verwendet werden.



**Abbildung 3.2:** Realteil einiger Kugelflächenfunktionen gemäß (3.6). Die Funktion  $Y_{00}$  ist konstant und deshalb nicht dargestellt. Ebenfalls nicht dargestellt sind Funktionen mit negativem  $m$ . Sie folgen aus (3.13).

die ersten Kugelflächenfunktionen dargestellt.

Kugelflächenfunktionen mit negativem  $m$  lassen sich einfach aus denen mit positivem  $m$  ableiten. Es gilt:

$$Y_{l-m} = (-1)^m Y_{lm}^*. \quad (3.13)$$

Wird nach einer reellen Funktion  $f$  entwickelt, so ergeben sich aus (3.13) Zusammenhänge zwischen den Entwicklungskoeffizienten:

$$f_{lm} = (-1)^m (f_{l-m})^*. \quad (3.14)$$

Das heißt, für reelle Funktionen genügt die Kenntnis der Entwicklungskoeffizienten für  $m \geq 0$ . Außerdem folgt

$$\text{Im}(f_{l0}) = 0, \quad (3.15)$$

die Entwicklungskoeffizienten für  $m = 0$  sind also reel.

Die Kenntnis der Entwicklungskoeffizienten (3.12) einer Funktion  $f$  ermöglicht eine (räumliche) spektrale Analyse. Die mathematische Grundlage hierfür liefert die Parseval'sche Gleichung:

$$\int d\Omega f^2 = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l |f_{lm}|^2. \quad (3.16)$$

Diese Gleichung besagt, dass die Normen im Spektral- und im Ortsraum gleich sind. Die Norm einer Funktion  $f$  lässt sich also ausdrücken durch die Summe aller betragsg quadrierten Spektralkoeffizienten. Daraus lässt sich erkennen, wie die Koeffizienten mit gleicher Gesamtwellenzahl (also Koeffizienten mit gleichem  $l$ ) zur Norm der Funktion beitragen und ermöglicht die Definition einer spektralen Dichte der Funktion  $f$  in Abhängigkeit von der Wellenzahl  $l$ :

$$\rho_f(l) := \sum_{m=-l}^l |f_{lm}|^2. \quad (3.17)$$

$\rho_f$  gibt also an, mit welchem Gewicht die Wellenzahl  $l$  im Feld  $f$  vertreten ist. Bei kleinskaligen Feldern (etwa der horizontalen Divergenz) findet man auch für große  $l$  relevante Beiträge, während bei großskaligen Feldern (z.B. Druck oder Temperatur) die spektrale Dichte rasch abklingt. Auf diese Thematik wird später ausführlich eingegangen werden.

### 3.3.2 Rechnen im Raum der Kugelflächen-Funktionen

Da es sich bei der Spektraltransformation um eine lineare Transformation handelt, lassen sich Summationen von Feldern und Multiplikation von Feldern mit einer Konstanten unmittelbar auf die Spektralkoeffizienten übertragen:

$$\begin{aligned} [f + g]_{lm} &= f_{lm} + g_{lm}, \\ [cf]_{lm} &= c \cdot f_{lm}. \end{aligned} \quad (3.18)$$

Schwieriger wird es bei einem Produkt von zwei Feldern beziehungsweise dem Quadrieren eines Felds. Hier sind sämtliche Koeffizienten miteinander zu verrechnen:

$$[f \cdot g]_{lm} = \sum_{l',m',l'',m''} P_{lm}^{l'm'l''m''} \cdot f_{l'm'} \cdot g_{l''m''} \quad (3.19)$$

mit

$$P_{lm}^{l'm'l''m''} = \int d\Omega Y_{l'm'} Y_{l''m''} Y_{lm}^*. \quad (3.20)$$

Die Faktoren  $P$  sind zwar unabhängig von den Koeffizienten der Felder und müssen nur ein Mal berechnet werden. Dennoch ist die Anzahl der Rechenoperationen sehr viel höher als bei der Berechnung eines Produkts im Ortsraum: Kommt man bei einem Ortsgitter der Gitterpunktzahl  $N$  mit  $\mathcal{O}(N^2)$  Fließkommaoperationen aus, so bedarf es für die Berechnung von (3.19)  $\mathcal{O}(N^4)$  Rechenoperationen.

Die Motivation für die Entwicklung von Spektralmodellen erwuchs aus der Tatsache, dass sich Differenzialoperationen sehr elegant und mit geringem Rechenaufwand durchführen lassen. Die Kugelflächenfunktionen sind Eigenfunktionen des Laplace-Operators ( $\nabla^2$ ) und des zonalen Gradienten ( $\partial_\phi$ ). Entsprechend einfach kann die Wirkung dieser Operatoren auf ein Feld  $f$  im Raum der Kugelflächenfunktionen berechnet werden:

$$\begin{aligned} [\nabla^2 f]_{lm} &= -\frac{l(l+1)}{r^2} f_{lm} \\ [\partial_\phi f]_{lm} &= im f_{lm}. \end{aligned} \quad (3.21)$$

Bezüglich der meridionalen Differenziation  $\partial_\vartheta$  stellen die Kugelflächenfunktionen keine Eigenfunktionen dar. Es gilt jedoch folgende Rekursionsformel.

$$[(1 - \mu^2)\partial_\mu f]_{lm} = (l+2)\epsilon_{l+1}^m f_{l+1,m} + (1-l)\epsilon_l^m f_{l-1,m}, \quad (3.22)$$

mit

$$\epsilon_l^m = \left( \frac{l^2 - m^2}{4l^2 - 1} \right)^{1/2}. \quad (3.23)$$

Wegen

$$\frac{\partial f}{\partial \vartheta} = \frac{\partial f}{\partial \mu} \frac{d\mu}{d\vartheta} = \cos \vartheta \cdot \frac{\partial f}{\partial \mu} = \frac{1}{\cos \vartheta} \cdot (1 - \mu^2) \frac{\partial f}{\partial \mu} \quad (3.24)$$

lässt sich damit der Operator  $\cos \vartheta \cdot \partial_\vartheta$  aus den Spektralkoeffizienten einer Funktion leicht berechnen. Allerdings stellt der Faktor  $\cos \vartheta$  ein gewisses Problem dar. Auch zu der Ableitung nach  $\phi$  muss noch ein solcher Faktor hinzugefügt werden, um letztlich die Ableitung nach  $x$  zu erhalten. Multiplikationen sind im Allgemeinen im Spektralraum numerisch sehr aufwendig und werden besser im Ortsraum durchgeführt. Es ist daher sinnvoll, zunächst den Operator  $G$  über

$$G = \begin{pmatrix} \partial/\partial\phi \\ (1 - \mu^2)\partial/\partial\mu \end{pmatrix} \quad (3.25)$$

einzuführen. Die Wirkung dieses Operators auf eine Funktion  $f$  kann im Spektralraum einfach berechnet werden und ergibt unter Verwendung obiger Relationen:

$$[Gf]_{lm} = \begin{pmatrix} imf_{lm} \\ (l+2)\epsilon_{l+1}^m f_{l+1,m} - (l-1)\epsilon_l^m f_{l-1}^m \end{pmatrix}. \quad (3.26)$$

Wegen (3.24) und (2.1) ergibt sich der horizontale Gradientoperator in lokal-kartesischen Koordinaten<sup>2</sup> am Ursprung zu

$$\nabla_h = \begin{pmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \end{pmatrix} = \frac{1}{r \cos \vartheta} \cdot G. \quad (3.27)$$

Der horizontale Wind lässt sich zerlegen in einen divergenzfreien und einen rotationsfreien Anteil:

$$\mathbf{v}_h = \mathbf{k} \times \nabla \psi + \nabla \chi. \quad (3.28)$$

$\psi$  wird als Stromfunktion,  $\chi$  als Geschwindigkeitspotenzial bezeichnet. Daraus lassen sich Divergenz und Vorticity von  $\mathbf{v}_h$  durch Anwendung des Laplace-Operators berechnen:

$$\begin{aligned} D &= \nabla \cdot \mathbf{v} = \nabla^2 \chi, \\ \zeta &= \mathbf{k} \cdot (\nabla \times \vec{v}) = \nabla^2 \psi. \end{aligned} \quad (3.29)$$

Wegen (3.21) lässt sich (3.29) für  $l \neq 0$  im Spektralraum leicht invertieren und in Gleichung (3.28) einsetzen. Damit ist es möglich  $\mathbf{v}_h$  aus Divergenz und Vorticity zu berechnen:

$$[\mathbf{v}_h \cos \vartheta]_{lm} = \frac{-r}{l(l+1)} \begin{pmatrix} -[G_2 \zeta]_{lm} + [G_1 D]_{lm} \\ [G_1 \zeta]_{lm} + [G_2 D]_{lm} \end{pmatrix} \quad l \neq 0, \quad (3.30)$$

wobei  $G_{1/2}$  die beiden Komponenten des Operators  $G$  bezeichnet. Die fehlenden Koeffizienten für  $l = 0$  erhält man aus der Randbedingung  $\mathbf{v}_h \cos \vartheta = 0$  für  $\vartheta = \pm\pi/2$ .

### 3.3.3 Horizontale Diskretisierung

Die oben abgeleiteten Gleichungen und Zusammenhänge sind für eine Berechnung des DSI unter Verwendung von Spektralraumtransformationen der Felder ausreichend. Für die Umsetzung in einem Computerprogramm müssen sie noch diskretisiert werden. Dies ist im Spektralraum einfach zu erreichen, da hier wie bereits erwähnt die Diskretisierung durch Berücksichtigung von nur endlich vielen Spektralkoeffizienten entsteht. Das Abbrechen bei hohen Spektralkoeffizienten kann jedoch auf verschiedene Arten geschehen. Üblicherweise wird bei einem  $l_{max}$  abgebrochen, das heißt es wird

$$f_{lm} = 0 \quad \text{für} \quad l > l_{max} \quad (3.31)$$

<sup>2</sup>Der Übersichtlichkeit wegen soll die Unterscheidung von Ko- und Kontravarianten Komponenten im Folgenden unterlassen werden. Diese sind in entsprechend gewählten lokal-kartesischen Koordinaten gleich.

gesetzt. In einer  $lm$ -Tabelle bilden die Koeffizienten dann ein Dreieck, was dieser Art der Diskretisierung die Bezeichnung „Triangular Truncation“ einbrachte. Sie wird mit einem T gefolgt von dem Wert für  $l_{max}$  abgekürzt (z.B. T159 für das ERA40-Modell). Diese Diskretisierung führt zu einer isotropen Abbildung der Felder auf der Kugel, das heißt alle Regionen werden gleichberechtigt abgebildet. Das ECMWF benutzt für seine Modelle ausschließlich diese Diskretisierung. Sie soll auch in dieser Arbeit verwendet werden.

Übrig bleibt die Diskretisierung der Transformation (3.12). Dazu ist es hilfreich, ein entsprechendes Ortsgitter zu wählen, in welchem sich das Integral möglichst einfach auswerten lässt. Betrachtet man (3.12) für Länge und Breite getrennt, ist zunächst eine Fourier-Transformation entlang der Breitenkreise

$$f_m(\mu) = \int_0^{2\pi} d\phi f(\phi, \mu) e^{-im\phi} \quad (3.32)$$

und anschließend eine Projektion dieser Fourier-Transformierten auf eine assoziierte Legendrefunktion entlang der Längenkreise durchzuführen:

$$f_{lm} = N_{lm} \int_{-1}^1 d\mu P_{lm}(\mu) f_m(\mu). \quad (3.33)$$

Das Integral (3.32) lässt sich leicht mit einem Fast-Fourier-Transformationsalgorithmus (FFT) realisieren. Um alle Fourier-Koeffizienten bestimmen zu können, muss die Funktion  $f$  entlang eines Breitenkreises auf mindestens  $2l_{max} + 1$  äquidistanten Stützstellen bekannt sein. Zur Berechnung des zweiten Integrals (3.33) wird in der Regel die Gaußsche Quadraturformel (Bronstein et al., 2008) benutzt. Hierbei wird durch gezielte Wahl der Stützstellen (Nullstellen der Legendre-Polynome) eine wesentlich höhere Genauigkeit erreicht als mit Standardquadraturformeln. Die im Integranden auftretenden assoziierten Legendre-Funktionen haben für  $m = 0$  ihre maximale Anzahl an Nullstellen, diese beträgt  $l$ . Um Spektralkoeffizienten bis  $l = l_{max}$  berechnen zu können, sind also mindestens  $l_{max}$  Stützstellen erforderlich.

Gegeben sei nun ein Ortsgitter mit  $N_{lon}$  äquidistanten Gitterpunkten entlang der Breitenkreise und  $N_{lat}$  gaußschen Gitterpunkten entlang der Längenkreise. Üblicherweise wird zusätzlich  $N_{lon} = 2N_{lat}$  gefordert, was eine isotrope Verteilung der Gitterpunkte am Äquator sicher stellt. Ein solches Ortsgitter wird Gaußgitter genannt. Es wird üblicherweise mit einem N, gefolgt von der Anzahl der Gitterpunkte zwischen Äquator und Pol (also  $N_{lat}/2$ ), bezeichnet. Möchte man Felder auf einem solchen Gitter bis  $l = l_{max}$  spektral transformieren, so muss demnach  $N_{lon} \geq 2l_{max} + 1$  und  $N_{lat} \geq l_{max}$  gelten. Die Ungleichung

$$N_{lon} \geq 2(l_{max} + 1) \quad (3.34)$$

erfüllt beide Bedingungen. Ist (3.34) hingegen nicht erfüllt, so tritt (lineares) Aliasing auf. Das heißt es entstehen von Null verschiedene Spektralkoeffizienten für große Werte von  $l$ , die jedoch in dem zugrunde gelegten Ortsgitter überhaupt nicht aufgelöst werden können.

Wählt man  $N_{lon} = 2(l_{max} + 1)$  für Raum- und Spektralaufösung, so ergibt sich im Ortsraum für ein reelles Feld  $f$  eine Anzahl von  $N_{lon}^2/2 = 2(l_{max} + 1)^2$  reellen Freiheitsgraden. Transformiert man dieses Feld in den Spektralraum, so erhält man  $(l_{max} + 1)^2$  komplexe Spektralkoeffizienten  $f_{lm}$  mit  $l = 0, 1, \dots, l_{max}$ ;  $m = -l, \dots, l$ . Da  $f$  reell ist, sind jedoch nicht alle Koeffizienten voneinander unabhängig. Wegen (3.14) und (3.15) ergeben sich im Spektralraum lediglich  $(l_{max} + 1)^2$  reelle Freiheitsgrade, also genau halb so viele wie im Ortsraum. Die Transformation vom Ortsraum in den Spektralraum und zurück, ist also mit einem Verlust an Information verbunden. Dies lässt sich dadurch erklären, dass die Gitterpunkte entlang eines Breitengrades zum Pol hin immer dichter beieinander liegen, andererseits die Abbruchbedingung (3.31) zu einer isotropen Beschreibung aller Gebiete der Erde führt. Das ECMWF trägt dieser Tatsache Rechnung, in dem sogenannte reduzierte Gaußgitter verwendet werden, bei denen die Anzahl der Gitterpunkte entlang eines Breitenkreises zum Pol hin immer weiter reduziert wird. Solche Gitter sind aber für weitere Auswertungen sehr unhandlich und sollen in dieser Arbeit nicht verwendet werden, zumal der Gewinn an Speicherplatz und Rechenzeit hier nicht ins Gewicht fällt.

Sei nun ein Feld  $f$  auf einem (vollständigen) Gaußgitter mit  $N_{lon} = 2N_{lat}$  gegeben. Es sei

$$f(i, j) := f(\mu_i, \lambda_j); \quad i = 0, \dots, N_{lat} - 1; \quad j = 0, \dots, N_{lon} - 1 \quad (3.35)$$

der Gitterpunktwert des Feldes  $f$  am Gitterpunkt  $(i, j)$  mit  $\phi_j = 2\pi j/N_{lon}$  und  $\mu_i = \sin(\vartheta_i)$  mit  $P_{N_{lat}}(\mu_i) = 0$ . Die Diskretisierung von (3.32) ergibt ( $m = 0, \dots, l_{max}$ )

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}[f_m(i)] &= \frac{2}{N_{lon}} \cdot \sum_{j=0}^{N_{lon}-1} f(i, j) \cdot \cos\left(\frac{2\pi m j}{N_{lon}}\right) \\ \operatorname{Im}[f_m(i)] &= \frac{2}{N_{lon}} \cdot \sum_{j=1}^{N_{lon}-1} f(i, j) \cdot \sin\left(\frac{2\pi m j}{N_{lon}}\right). \end{aligned} \quad (3.36a)$$

Das Ergebnis wird anschließend in die Diskretisierung von (3.33) eingesetzt:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}[f_{lm}] &= \sum_{i=0}^{N_{lat}-1} \operatorname{Re}[f_m(i)] \cdot w(i) \cdot P_{lm}(\mu_i) \\ \operatorname{Im}[f_{lm}] &= \sum_{i=0}^{N_{lat}-1} \operatorname{Im}[f_m(i)] \cdot w(i) \cdot P_{lm}(\mu_i). \end{aligned} \quad (3.36b)$$

Hierin bezeichnen  $w(i)$  die aus der gaußschen Quadraturformel stammenden gaußschen Gewichte. Die Diskretisierung der umgekehrten Transformation folgt direkt aus Gleichung (3.11).

### 3.3.4 Vertikale Diskretisierung

Die Berechnung des DSI mittels (2.30) erfordert außerdem noch eine Diskretisierung des Stabilitätsparameters  $\partial\theta/\partial p$ . Wie bereits angedeutet, liegen die vom

ECMWF bereitgestellten  $\theta$ -Flächen zum Teil weit auseinander und ermöglichen keine ausreichend genaue Berechnung von  $\partial\theta/\partial p$ . Dieser Parameter soll daher anhand von Modellflächen-Daten abgeleitet werden. Die vom ECMWF verwendeten Modelle benutzen als Vertikaldiskretisierung die in Abschnitt 2.2.1 beschriebenen Hybrid-Flächen. Es wird zusätzlich zwischen Voll- und Halb-Flächen unterschieden: Die Atmosphäre wird in  $N_{lev}$  Schichten unterteilt, die durch Angabe des Drucks zwischen ihnen (den Halb-Flächen) definiert sind:

$$p_{k+1/2} = A_{k+1/2} + B_{k+1/2} \cdot p_s \quad k = 0, 1, \dots, N_{lev} \quad (3.37)$$

Die  $A_{k+1/2}$  und  $B_{k+1/2}$  sind vorgegebene Konstanten,  $p_s$  ist der Bodendruck. Die dynamischen Variablen (Divergenz, Vorticity, Temperatur) sind auf den Vollflächen gegeben. Der Druck auf einer Vollfläche ist durch das arithmetische Mittel des Drucks auf den sie einschließenden Halb-Flächen definiert:

$$p_k = \frac{1}{2}(p_{k-1/2} + p_{k+1/2}) \quad k = 1, 2, \dots, N_{lev}. \quad (3.38)$$

Sei  $f$  eine ebenfalls auf diesen Vollflächen definierte, beliebige Variable. Ihre vertikale Ableitung nach  $p$  auf der Fläche  $k$  lässt sich dann wie folgt berechnen:

$$\left[ \frac{\partial f}{\partial p} \right]_k = \begin{cases} (f_{k+1} - f_k)/\Delta p_k & k = 1 \\ (f_{k+1} - f_{k-1})/2\Delta p_k & k = 2, 3, \dots, N_{lev} - 1 \\ (f_k - f_{k-1})/\Delta p_k & k = N_{lev}, \end{cases} \quad (3.39)$$

mit

$$\Delta p_k = p_{k+1/2} - p_{k-1/2}, \quad (3.40)$$

der Druckdifferenz zwischen zwei benachbarten Halbflächen.

Neben der vertikalen Ableitung wird noch eine vertikale Interpolation benötigt, um die auf Modellflächen berechneten Stabilitätsparameter  $\partial_p\theta$  auf  $\theta$ -Flächen transformieren zu können. Sei  $\theta'$  die isentrope Fläche, auf die interpoliert werden soll. Die Interpolation an einer Stelle  $(x, y)$  kann dann einfach durchgeführt werden, wenn sich eindeutig zwei Modellflächen finden lassen, welche die  $\theta'$ -Fläche einschließen, es also genau ein  $n \in \{0, 1, \dots, N_{lev} - 1\}$  gibt, sodass

$$\theta_n \leq \theta' < \theta_{n+1} \quad (3.41)$$

gilt. Dabei ist  $\theta_n$  die Potenzielle Temperatur am Punkt  $(x, y)$  auf der Vollfläche  $n$ . Lässt sich (3.41) nicht erfüllen, so soll keine Interpolation erfolgen. Dieser Fall wird im nächsten Abschnitt noch ausführlich diskutiert. Existiert jedoch ein eindeutiges  $n$  mit (3.41), so ergibt sich für eine zu interpolierende Funktion  $f$ :

$$f(\theta') = f_n + \frac{\theta' - \theta_n}{\theta_{n+1} - \theta_n} \cdot (f_{n+1} - f_n). \quad (3.42)$$

Analog zu oben bezeichnet  $f_n$  den Wert des Feldes  $f$  auf der Vollfläche  $n$  am Punkt  $(x, y)$ . Durch den geringen Abstand der Modellflächen liefert diese lineare Interpolation in der Regel eine ausreichende Genauigkeit.

### 3.3.5 Algorithmus zur Berechnung des DSI

In den obigen Abschnitten wurden alle für die DSI-Berechnung notwendigen mathematischen Grundlagen hergeleitet. Mit ihrer Hilfe lässt sich nun ein Algorithmus formulieren, der sich in ein Computerprogramm umsetzen lässt. Das entsprechende Flussdiagramm ist in Abbildung 3.3 gezeigt. Grundlage der Berechnung ist die bereits abgeleitete Formel des DSI auf isentropen Flächen (2.30). Allerdings ist keines der benötigten Felder direkt verfügbar, sodass diese zunächst aus anderen Feldern abgeleitet werden müssen. Erforderlich sind dazu auf isentropen Flächen: Divergenz, Vorticity sowie Montgomery-Potenzial; auf Modellflächen: Temperatur und der Bodendruck. Diese Felder können für die ERA40-Reanalyse sowie die operationelle Analyse (auf ERA40-Auflösung reduziert) beim BADC bezogen werden.

Zur Berechnung des vertikalen Gradienten  $\partial\theta/\partial p$  wird das Temperaturfeld  $T$  auf Modellflächen verwendet. Es wird in spektraler Form eingelesen und in den Ortsraum transformiert. Aus dem Bodendruckfeld  $p_s$  wird zunächst mittels (3.37) und (3.38) der Druck auf den Modellflächen berechnet. Daraus folgt mit (1.6) die Potenzielle Temperatur auf den Modellflächen. Anschließend wird deren Ableitung nach  $p$  auf den Modellflächen durch (3.39) berechnet und auf jene isentropen Flächen interpoliert, auf denen der DSI berechnet werden soll.

Als nächste Variable für die DSI-Berechnung wird die Potenzielle Vorticity benötigt. Sie ergibt sich auf  $\theta$ -Flächen gemäß (2.35) in guter Näherung zu

$$\Pi_\theta = -g \frac{\partial\theta}{\partial p} \cdot (\zeta + f), \quad (3.43)$$

mit der relativen Vorticity  $\zeta$  und der planetaren Vorticity  $f$ . Zusätzlich geht auch hier der bereits berechnete Stabilitätsterm  $\partial\theta/\partial p$  ein. Die relative Vorticity wird spektral eingelesen, zwischengespeichert und in den Ortsraum transformiert. Die planetare Vorticity kann über (2.15) im Ortsraum leicht berechnet werden.

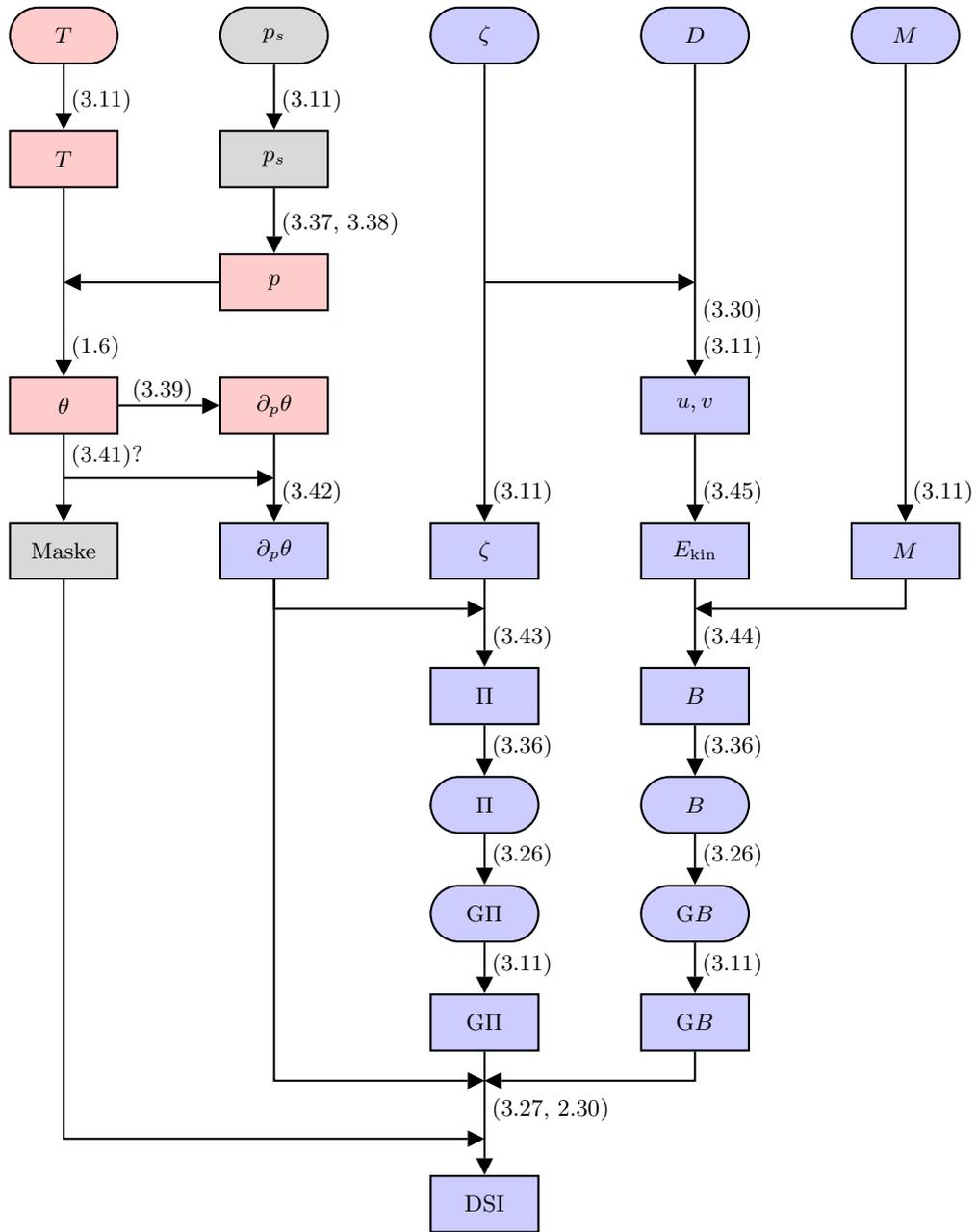
Das letzte benötigte Feld, die Bernoulli-Funktion, ist die Summe von spezifischer kinetischer Energie und Montgomery-Potenzial,

$$B = E_{kin} + M, \quad (3.44)$$

mit

$$E_{kin} = \frac{1}{2}(u^2 + v^2), \quad (3.45)$$

wobei der Beitrag des Vertikalwinds vernachlässigt wurde. Das Montgomery-Potenzial auf isentropen Flächen wird spektral eingelesen und in den Ortsraum transformiert. Die horizontalen Windkomponenten lassen sich aus Divergenz und Vorticity mit Hilfe von (3.30) rekonstruieren. Da die Vorticity bereits bei der PV benötigt wurde, lässt sich so gegenüber dem direkten Einlesen von  $u$  und  $v$  ein Eingangsfeld einsparen und der Speicherplatzbedarf reduzieren. Zur Rekonstruktion von  $u$  und  $v$  wird die Divergenz spektral eingelesen und daraus zusammen mit der zwischengespeicherten spektralen Vorticity die spektrale Darstellung der horizontalen Windkomponenten berechnet. Diese werden in den Ortsraum transformiert und



**Abbildung 3.3:** Flussdiagramm des Algorithmus der DSI-Berechnung auf  $\theta$ -Flächen. Bei runden Boxen liegen die Felder als Spektralkoeffizienten vor, bei eckigen Boxen auf Gauß-Gitterpunkten. Bei Modellflächen ist die Box rot unterlegt, bei isentropen Flächen blau und bei Einzelflächen grau.

quadriert. Durch Addition zum Montgomery-Potenzial erhält man die Bernoulli-Funktion (3.44).

Nachdem alle in (2.30) eingehenden Felder bereit gestellt sind, kann die eigentliche DSI-Berechnung beginnen. Von den Feldern  $B$  und  $\Pi$  werden horizontale Gradienten benötigt. Dazu werden sie zunächst in den Spektralraum zurück transformiert. Die horizontalen Gradienten von  $B$  und  $\Pi$  ergeben sich dort aus (3.26) und (3.27). Die vier Felder  $\partial_{x,y}B$  und  $\partial_{x,y}\Pi$  werden wieder in den Ortsraum transformiert und zusammen mit dem Stabilitätsterm zum DSI verrechnet. Dieser Algorithmus wurde erneut mit Hilfe eines C++-Programms umgesetzt. Für die Transformationen zwischen Orts- und Spektralraum wurde dabei auf Routinen der Spherepack-Bibliothek (Adams und Swarztrauber, 1999; Swarztrauber, 2004) zurückgegriffen, die effiziente (FFT-)Algorithmen verwendet.

Über die während der DSI-Berechnungen zu verwendenden Auflösungen im Orts- und Spektralraum wurden bislang noch keine Angaben gemacht. Diese sind im Prinzip frei wählbar, jedoch steigt die Rechenzeit für höhere Auflösungen schnell an. Daher ist eine möglichst geringe Auflösung erstrebenswert. Sämtliche Eingangsfelder liegen spektral auf T159 vor, sowohl für die ERA40- als auch die operationellen Analysen. Bei ERA40 ist allerdings T159 identisch mit der maximalen Auflösung des Modells, sodass nur Spektralmoden bis T106 frei von Aliasing sind. Es wurden daher bei der Berechnung des DSI aus ERA40-Daten alle Koeffizienten mit  $l > 106$  auf Null gesetzt, sowohl bei den Eingangsfelder, als auch bei Zwischenergebnissen und somit die Spektralauflösung auf T106 begrenzt. Bei Berechnungen aus operationellen Daten wurde dagegen T159 beibehalten. Für die Ortsraum-Auflösung während der DSI-Berechnung wurde in beiden Fällen N80 gewählt. Wegen nichtlinearer Operationen im Ortsraum tritt hier im Prinzip ebenfalls Aliasing auf, insbesondere bei Beibehaltung der T159 Spektralauflösung für das operationelle Modell. Numerische Experimente mit höheren Ortsgitterauflösung haben jedoch gezeigt, dass die auftretenden Aliasing-Effekte sehr klein sind und vernachlässigt werden können, sodass die Berechnung auf einem N80-Ortsgitter ausreicht. Entsprechend werden alle DSI-Felder auch auf einem N80-Ortsgitter ausgegeben.

Nach Formulierung und Programmierung des Algorithmus und Festlegung der Auflösungen konnte nun der DSI für die komplette ERA40-Periode (September 1957 bis August 2002) auf zwölf isentropen Flächen von 300K bis 850K berechnet werden. Insgesamt waren 15 isentrope Flächen verfügbar. Auf die DSI-Berechnung der untersten drei Flächen wurde jedoch verzichtet, da diese nur im Bereich der Pole existieren (siehe unten). Anschließend wurden DSI-Felder für die operationellen Analysen auf den gleichen Flächen ab Januar 2002 berechnet und laufend bis in die Gegenwart fortgesetzt. Es ergab sich also ein kleiner Überlapp von acht Monaten zwischen ERA40- und operationeller Rechnung, der für Vergleiche genutzt werden kann.

Die Verwendung der Potenziellen Temperatur als Höhenkoordinate ist nur möglich, wenn  $\theta(z)$  eine streng monotone Funktion ist. Dies ist nicht immer der Fall. In stark baroklinen Zonen kann  $\partial_z\theta \leq 0$  werden und eine bestimmte  $\theta$ -Fläche entsprechend mehrmals vorhanden sein. Außerdem können  $\theta$ -Flächen ganz oder teil-

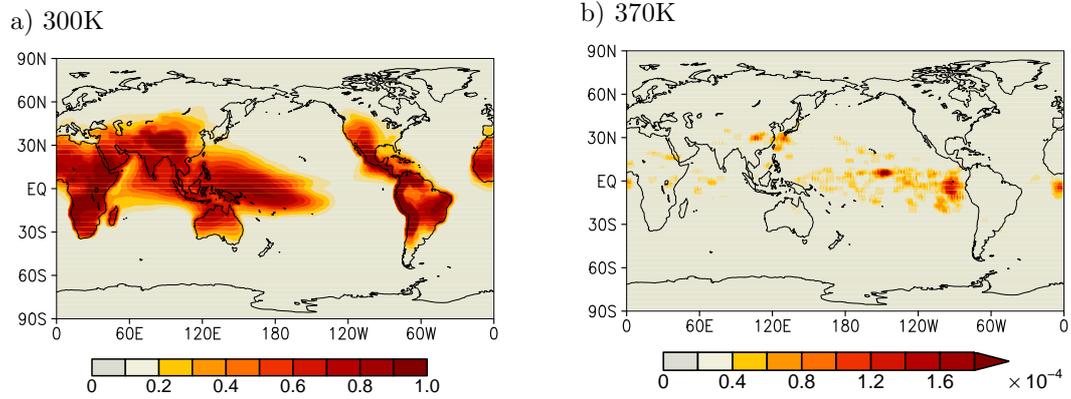
$\theta$ -Fläche	300	315	330	350	370	395
era40	1.6e-01	1.4e-02	1.2e-03	1.6e-04	3.1e-06	1.4e-06
operat.	1.7e-01	1.4e-02	9.4e-04	2.9e-04	6.9e-06	2.2e-06
$\theta$ -Fläche	430	475	530	600	700	850
era40	2.1e-06	0	0	1.6e-06	2.5e-07	1.2e-06
operat.	7.6e-07	2.1e-07	9.6e-08	4.8e-08	2.8e-07	2.9e-07

**Tabelle 3.1:** Anteil der ungültig markierten DSI-Werte an der Gesamtzahl der DSI-Werte in Abhängigkeit von der  $\theta$ -Fläche, jeweils für die ERA40-Reanalyse (Zeitraum 09/1957-08/2002) und die operationelle Analyse (Zeitraum 01/2002-12/2006).

weise unter dem Erdboden liegen (das heißt  $\theta < \theta_s$ ). Der erste Fall entspricht einer trocken-labilen Schichtung und ist daher räumlich und zeitlich begrenzt und überwiegend in warmen Gebieten anzutreffen. Der zweite Fall tritt in den niederen Breiten (hohes  $\theta_s$  durch hohe Temperatur) und an Gebirgen (hohes  $\theta_s$  durch hohe Orografie) bei den unteren isentropen Flächen auf. Beide Fälle zeigen sich während der Berechnung dadurch, dass die für die Interpolation aufgestellte Bedingung (3.41) nicht beziehungsweise nicht eindeutig erfüllt werden kann. Um Fantasiewerte des DSI zu vermeiden soll in diesem Fall auf Extrapolieren oder Auswählen verzichtet werden und der entsprechende Gitterpunktwert als ungültig gekennzeichnet werden. Allerdings erfordert die Berechnung von Spektralkoeffizienten zwingend die Existenz des Feldes auf der gesamten Kugeloberfläche. Um nicht wegen Lücken an einigen Gitterpunkten die ganze Fläche als ungültig kennzeichnen zu müssen wurde das im Folgenden beschriebene Verfahren verwendet.

Ist die Bedingung (3.41) an einem Gitterpunkt nicht erfüllt, so wird dieser zunächst in einer Maske als ungültig markiert und es wird keine Interpolation durchgeführt. Um die anschließende Spektraltransformation des Stabilitätsparameters  $\partial_p \theta$  und somit die weitere Berechnung dieser Fläche dennoch zu ermöglichen, wird die entstandene Lücke vorübergehend durch Werte nahegelegener, gültiger Gitterpunktwerte ersetzt. Es entsteht so ein stetiges, überall definiertes Feld, mit dem die Rechnung fortgesetzt werden kann. Am Ende werden schließlich anhand der abgespeicherten Maske die entsprechenden Stellen im fertig berechneten DSI-Feld als ungültig gekennzeichnet. Zusätzlich werden auch die unmittelbar benachbarten Gitterpunkte auf ungültig gesetzt.

Der Anteil der Gitterpunkte, die auf diese Art als ungültig markiert wurden ist in Tabelle 3.1 angegeben. Er erreicht nur in den unteren  $\theta$ -Flächen nennenswerte Größenordnungen und nimmt nach oben sehr schnell ab. In  $300K$ , der niedrigsten berechneten Fläche, liegt er bei etwa 20%. Ursache hierfür ist ein großflächiges Absinken dieser Fläche unter den Erdboden. Ungültige Werte finden sich daher hauptsächlich in den Tropen, aufgrund der dort herrschenden hohen Temperaturen (Abbildung 3.4). Auch der äquatoriale, pazifische Temperaturgradient finden sich hier wieder. Bei Flächen über  $300K$  tritt das Absinken unter den Erdboden nur noch räumlich begrenzt an Gebirgen auf und nimmt mit zunehmender Höhe weiter ab. In höheren Flächen findet man außerdem sehr vereinzelt und ebenfalls vor allem in tropischen Gebieten kurzfristige Überschreitungen des trocken-adiabatischen Temperaturgradienten.



**Abbildung 3.4:** Räumliche Verteilung des Anteils ungültiger DSI-Werte der ERA40-Reanalyse (Zeitraum 09/1957-08/2002), beispielhaft für zwei verschiedene Flächen.

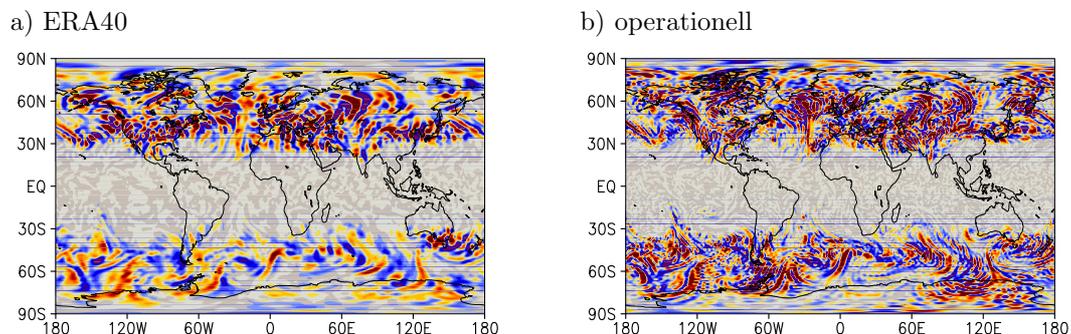
Abbildung 3.4b zeigt dies beispielhaft für die 370K-Fläche.

## Kapitel 4

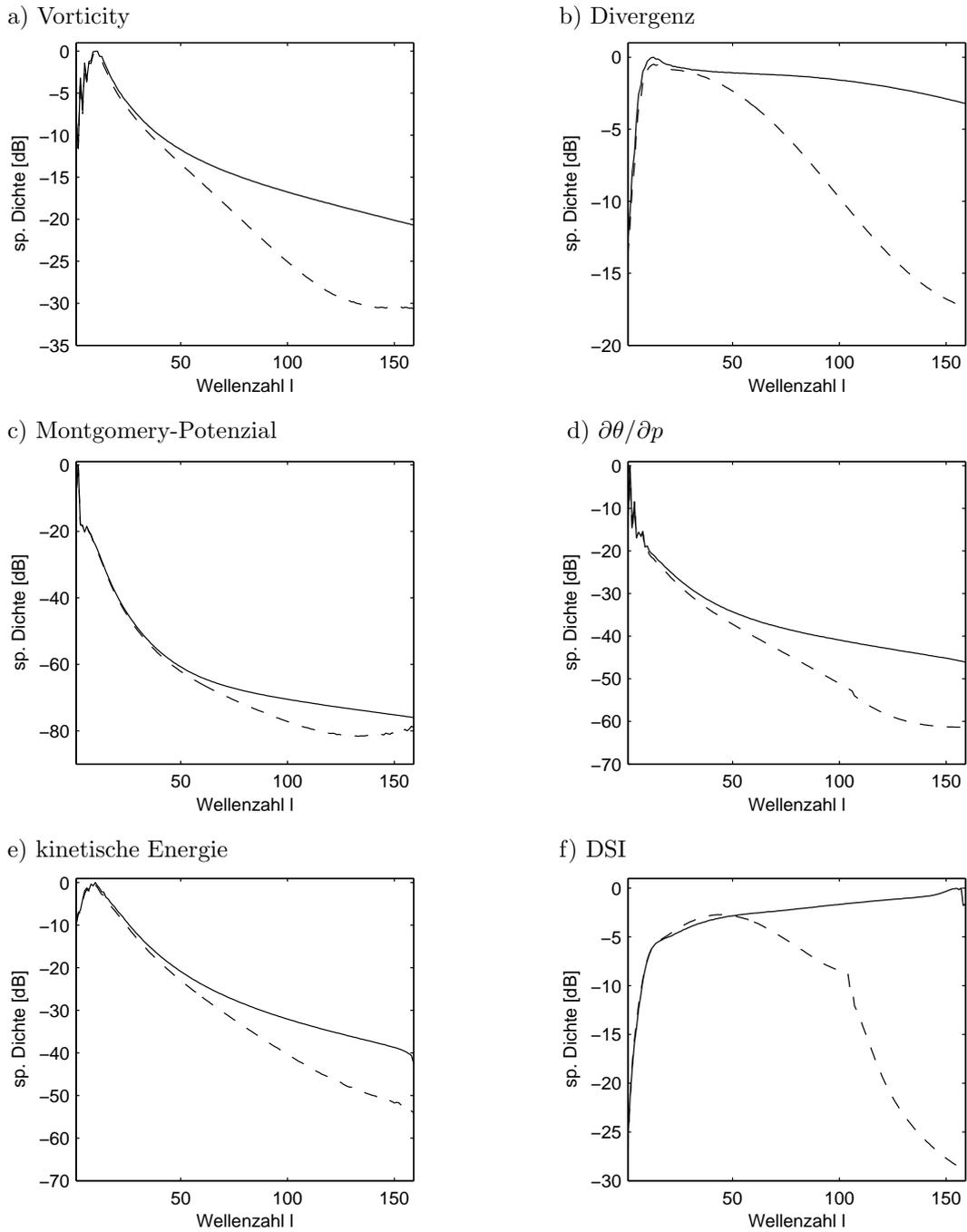
# Spektrale Analyse des DSI und seiner Funktionale

### 4.1 Spektrale Charakteristik der DSI-Felder

Dass sich die DSI-Felder des ERA40-Modells und des operationellen Modells erheblich unterscheiden, ist auf den ersten Blick zu erkennen (Abbildung 4.1). Offensichtlich sind die in der ERA40-Rechnung verworfenen Moden mit  $l > 106$  in den operationellen Daten besonders stark angeregt. Auch in anderen Variablen findet man trotz der technisch gleichen Auflösung in der Horizontalen deutliche Unterschiede in der spektralen Anregung: Abbildung 4.2 zeigt die mittlere spektrale Dichte (3.17) einiger Felder und des DSI, jeweils für ERA40 und die operationellen Daten. Besonders ausgeprägt ist der Unterschied bei Divergenz und Vorticity, weniger stark bei Stabilität und Montgomery-Potenzial. Generell sind bei den operationellen Analysen die kleinen Moden deutlich stärker angeregt. Dies liegt an ihrer wesentlich höheren Auflösung, die am Ende auf T159 reduziert wurde, während das ERA40-Modell selbst bei T159 arbeitet. Die modellinterne Dämpfung der kleinen Moden ist bei ERA40 also bereits sichtbar, während sie beim operationellen Modell



**Abbildung 4.1:** DSI-Felder in 350K vom 1. Januar 2002, OUT berechnet jeweils für das ERA40-Modell (N80/T106) und das operationelle Modell (N80/T159).



**Abbildung 4.2:** Mittlere Spektrale Dichte (3.17) einiger Felder und des DSI jeweils für die ERA40-Reanalyse (gestrichelt) und die operationelle Reanalyse (durchgezogen). Die Dichten wurden über einen Zeitraum von 09/1957-08/2002, beziehungsweise 01/2002-12/2006 gemittelt.

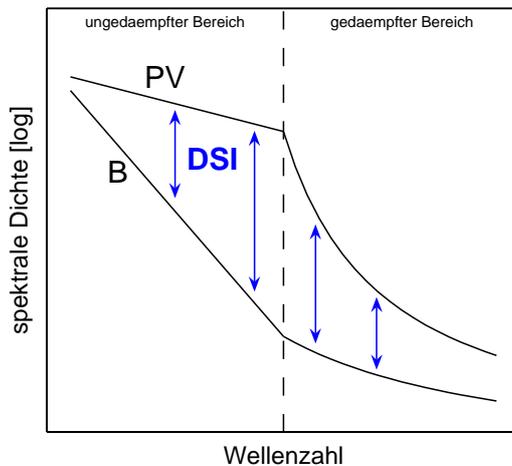
weit jenseits von T159 liegt.

Die unterschiedlich starke spektrale Anregung der beiden Modelle tritt folglich auch im DSI-Feld deutlich hervor (Abbildung 4.2f): Dessen mittlere Anregungen bei  $l = 106$  unterscheiden sich um etwa 10dB. Danach fällt die Anregung des ERA40-DSI steil ab, was an der auf T106 reduzierten Spektralaufösung liegt. Die verbleibenden Anregungen sind durch Aliasing entstanden. Bis etwa  $l = 50$  sind die Spektren ähnlich, sodass bis dahin das ERA40-Modell als realistisch eingestuft werden kann. Besonders bemerkenswert ist die Tatsache, dass die DSI-Anregung im operationellen Modell mit größer werdender Wellenzahl monoton wächst, was bei keinem anderen meteorologischen Feld der Fall ist. Größere Moden werden dadurch von kleinräumigeren überdeckt. Wie unten noch im Detail gezeigt wird, ergeben sich daraus wichtige Konsequenzen und Einschränkungen für die Interpretation des DSI.

## 4.2 Ein Erklärungsmodell

Die beschriebenen spektralen Eigenschaften des DSI-Felds lassen sich anhand eines einfachen Modells erklären. In Abschnitt 1.2.3 wurde erläutert, dass der DSI gleich Null ist, wenn die Felder  $B$  und  $\Pi$  funktional voneinander abhängig sind beziehungsweise wenn ihre Gradienten oder Isolinien parallel sind. Von einem spektralen Blickwinkel aus gesehen bedeutet dies, dass große und kleine Moden von  $B$  und  $\Pi$  jeweils vergleichbar stark angeregt sein müssen, damit  $DSI=0$  gelten kann. Betrachtet man die Verhältnisse in der realen Atmosphäre, so verhalten sich diese beiden Felder jedoch sehr unterschiedlich: Die Bernoulli-Funktion wird hauptsächlich durch das Montgomery-Potenzial bestimmt, welches in etwa dem Druckfeld entspricht. Entsprechend ist sie geprägt von großskaligen Strukturen (Abbildung 4.2c). Die PV hingegen ist auf isentropen Flächen proportional zur absoluten Vorticity und zeigt auf kleineren Skalen im Vergleich zum Montgomery-Potenzial eine deutlich stärkere Anregung (Abbildung 4.2a). Das PV-Feld ist also deutlich kleinskaliger als die Bernoulli-Funktion.

Durch diese unterschiedlichen Eigenschaften wird die Parallelität beziehungsweise die funktionale Abhängigkeit von  $B$  und  $\Pi$  zerstört. Dabei geht die Schere der spektralen Anregungen der beiden Felder zunächst immer weiter auseinander, was in immer größeren DSI-Amplituden resultiert. Abbildung 4.3 zeigt dies schematisch. Geht man zu noch kleineren Skalen über, so gelangt man schließlich in den Bereich, in dem künstliche Dämpfungen in die Modelle eingebaut sind. Dies geschieht, um ein unrealistisches Anwachsen der Energie in den kleinen Skalen um die Auflösungsgrenze zu vermeiden. Diese Dämpfung reduziert die spektralen Anregungen von  $B$  und  $\Pi$  deutlich, wobei die PV allerdings deutlich stärker von der Dämpfung betroffen ist als die ohnehin schwach angeregte Bernoulli-Funktion (Abbildung 4.2). Folge davon ist, dass sich die Schere wieder schließt und die DSI-Amplituden wieder abnehmen. Entsprechend fällt das Maximum der DSI-Anregung für die ERA40-Analysen bei  $l = 40-50$  mit dem Auseinanderlaufen der meteorologischen Felder von ERA40- und operationellen Analysen zusammen. Da das operationelle Modell in diesem Zusammenhang als Realität aufgefasst werden kann, ist dies auch der Bereich, ab dem die



**Abbildung 4.3:**

„Scherenmodell“ des DSI: Die spektrale Anregung des DSI-Felds (blaue Pfeile) ist Folge unterschiedlicher starker spektraler Anregungen von  $B$  und  $PV$ . Diese Schere geht zunächst immer weiter auseinander, bis schließlich die Dämpfung des Modells einsetzt.

Moden des ERA40-Modells übermäßig stark gedämpft sind. Für das operationelle Modell liegt dieser Bereich weit jenseits der verfügbaren T159-Auflösung.

Diese Analysen und Überlegungen offenbaren zwei wichtige, bislang unbekannte Eigenschaften des DSI:

- Das DSI-Feld wird von kleinen Strukturen dominiert, welche die größeren Strukturen in der Amplitude deutlich übersteigen.
- DSI-Felder sind in extremer Weise abhängig von der Auflösung des Modells und der darin verwendeten Dämpfung.

Daraus ergeben sich Konsequenzen für Analysen des DSI und deren Interpretation. Die wichtigsten werden im Folgenden erläutert.

### 4.3 Lineare Funktionale

Die Bezeichnung des DSI als „Index“ kann etwas irreführend sein, da es sich bei dem DSI um ein Feld handelt, das von vier Parametern  $(x, y, z, t)$  abhängt, während unter einem Index üblicherweise eine eindimensionale Zeitreihe verstanden wird. Für meteorologische Fragestellungen ist es oft hilfreich, auch aus dem DSI einen Index im diesem Sinne, also eine Zeitreihe zu berechnen. Die Erstellung solcher Zeitreihen aus dem DSI-Feld und deren Eigenschaften sollen im Folgenden betrachtet werden.

Gegeben sei also ein meteorologisches Feld  $f = f(x, y, z, t)$ , zum Beispiel der DSI. Daraus soll zunächst ein horizontales Feld erstellt werden, etwa durch Auswahl einer Fläche oder durch ein vertikales Integral. Man erhält also ein Feld  $g = g(x, y, t)$ . Von diesem horizontalen Feld  $g$  können dann weitere Größen abgeleitet werden, die nur noch von der Zeit abhängig sein sollen, z.B. der Wert von  $g$  an einem bestimmten Ort  $(x_0, y_0)$  oder ein Mittelwert über ein bestimmtes Gebiet. Zu jeder Zeit  $t$  wird also ein Feld  $g = g(x, y)$  auf eine Zahl abgebildet. In der Mathematik nennt man solche Abbildungen Funktionale. Sei  $\mathcal{F}$  ein solches Funktional, das jeder stetigen

Funktion  $g = g(x, y)$  auf der Kugel eine reelle Zahl zuordnet:

$$\begin{aligned}\mathcal{F} : \mathcal{C}^0(S^2) &\rightarrow \mathbb{R} \\ g &\mapsto \mathcal{F}[g].\end{aligned}\tag{4.1}$$

Da  $g$  auch von der Zeit abhängt, hängt auch das Funktional  $\mathcal{F}[g]$  von der Zeit ab, ist also eine Zeitreihe. Entsprechend ist beispielsweise der NAO-Index ein Funktional des Bodendruckfeldes und der NINO3-Index ein Funktional des Feldes der Meeresoberflächentemperatur.

Von linearen Funktionalen spricht man, wenn für zwei Felder  $f, g \in \mathcal{C}^0(S^2)$  und alle  $\alpha \in \mathbb{R}$  gilt:

$$\begin{aligned}\mathcal{F}[f + g] &= \mathcal{F}[f] + \mathcal{F}[g] \\ \mathcal{F}[\alpha f] &= \alpha \mathcal{F}[f].\end{aligned}\tag{4.2}$$

Integrale, Mittelwerte oder Gitterpunktwerte eines Feldes sind somit lineare Funktionale. Damit sind auch oben genannte Beispiele linear. Beispiele für nichtlineare Funktionale sind Integrale oder Gitterpunktwerte des Betrags oder des Quadrats eines Feldes.

Im Fall von Linearität lässt sich die Wirkung des Funktionals  $\mathcal{F}$  auf ein Feld  $g$  auf einfache Weise im Spektralraum darstellen:

$$\begin{aligned}\mathcal{F}[g] &= \mathcal{F}\left[\sum_{l,m} g_{lm} Y_{lm}\right] = \sum_{l,m} g_{lm} \cdot \mathcal{F}[Y_{lm}] \\ &=: \sum_{l,m} g_{lm} \cdot \mathcal{F}_{lm}.\end{aligned}\tag{4.3}$$

Es genügt also in diesem Fall die Wirkung des Funktionals auf die Kugelflächenfunktionen zu kennen. Außerdem zeigt (4.3), mit welchem Gewicht die Mode  $g_{lm}$  in die Berechnung des Funktionals eingeht. Im Hinblick auf den DSI ist insbesondere von Interesse, wie wichtig die kleinen Moden von  $g$  für die Berechnung des Funktionals sind. Dazu ist es zweckmäßig, analog zu (3.17) die spektrale Dichte des Funktionals  $\mathcal{F}$  zu definieren:

$$\rho[\mathcal{F}](l) := \sum_{m=-l}^l |\mathcal{F}_{lm}|^2.\tag{4.4}$$

Diese soll nun für zwei spezielle Funktionale weiter untersucht werden: Ein Flächenintegral (im Folgenden Flächenfunktional genannt) und ein Gitterpunktwert (Punktunktional). Damit sind zahlreiche in der Meteorologie übliche Funktionale abgedeckt (z.B. NINO3 und NAO). Auch Hauptkomponenten sind das Ergebnis linearer Funktionale mit speziellen charakteristischen Funktionen (den EOFs).

Sei also  $G$  eine Fläche, über die das Feld  $g(x, y)$  integriert werden soll, so ergibt sich das Flächenfunktional zu:

$$\mathcal{F}_G[g] = \int_G d\Omega g(x, y).\tag{4.5}$$

Wegen der Linearität des Integrals gilt (4.3) und damit folgt:

$$\mathcal{F}_{lm} = \int_G d\Omega Y_{lm}. \quad (4.6)$$

Sei weiter  $\Gamma_G$  die charakteristische Funktion der Fläche  $G$  mit

$$\Gamma_G(x, y) := \begin{cases} 1 & \text{falls } (x, y) \in G \\ 0 & \text{falls } (x, y) \notin G \end{cases}, \quad (4.7)$$

womit gilt:

$$[\mathcal{F}_G]_{lm} = \int_{S^2} d\Omega \Gamma_G Y_{lm} = (\Gamma_G)_{lm}^*. \quad (4.8)$$

Die Darstellung des Integrals im Spektralraum ergibt sich also aus der Spektraltransformation der charakteristischen Funktion der zu Grunde liegenden Fläche (komplex konjugiert) und kann damit über die bereits implementierten Transformationsroutinen leicht numerisch berechnet werden. Schließlich folgt mit der Definition (4.4) die spektrale Dichte des Flächenfunktionals zu

$$\rho[\mathcal{F}_G](l) = \sum_{m=-l}^l |(\Gamma_G)_{lm}|^2. \quad (4.9)$$

Die zweite Art von Funktionalen die hier betrachtet werden soll, ist der Wert eines Feldes an einem bestimmten Ort  $(x_0, y_0)$ :

$$\mathcal{F}_{(x_0, y_0)}[g] = g(x_0, y_0). \quad (4.10)$$

Auch solche Punktfunktionale sind linear und es gilt (4.3) mit

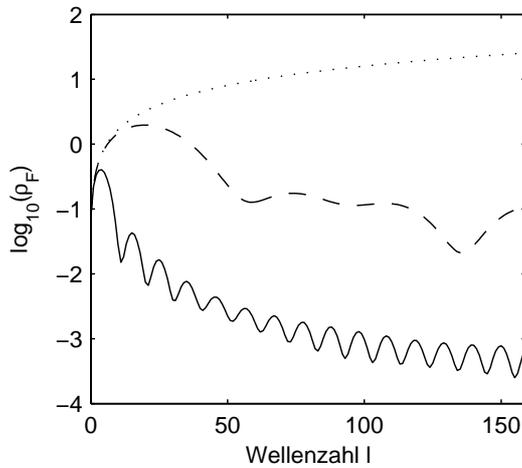
$$[\mathcal{F}_{(x_0, y_0)}]_{lm} = Y_{lm}(x_0, y_0), \quad (4.11)$$

woraus mit einem Additionstheorem der Kugelflächenfunktionen für die spektrale Dichte von  $\mathcal{F}_{(x_0, y_0)}$  folgt:

$$\rho[\mathcal{F}_{(x_0, y_0)}](l) = \sum_{m=-l}^l |Y_{lm}(x_0, y_0)|^2 = \frac{2l+1}{4\pi}. \quad (4.12)$$

Diese ist also unabhängig von der Lage des Punktes  $(x_0, y_0)$  und steigt linear mit  $l$  an. Im Falle der Flächenfunktionale (4.5) hängt die spektrale Dichte allerdings von der Lage und Größe der Fläche  $G$  ab. Abbildung 4.4 zeigt sie beispielhaft für zwei Flächen (Deutschland und Europa) und für das Punktfunktional (4.12). Aus der Abbildung geht hervor, mit welchem Gewicht die verschiedenen Wellenzahlen eines Feldes in die Berechnung des Funktionals eingehen. Es wird anhand der gezeigten Beispiele deutlich, dass kleinere Moden umso stärker in das Funktional eingehen, je kleiner die Fläche ist, über die integriert werden soll. Das Punktfunktional kann dabei als Grenzwert einer unendlich kleinen Fläche aufgefasst werden<sup>1</sup>.

<sup>1</sup>Das Funktional (4.10) kann auch als Integral über eine zweidimensionale Dirac'sche  $\delta$ -Funktion geschrieben werden.

**Abbildung 4.4:**

Spektrale Dichte für drei verschiedene lineare Funktionale: Integral über Europa (10°W-40°O; 35°N-70°N; durchgezogene Linie), Integral über Deutschland (6°O-15°O; 47°N-55°N; gestrichelte Linie) sowie ein einzelner Punkt (gepunktete Linie) gemäß (4.12).

Geht man nun zurück zu Gleichung (4.3) so ergibt sich der Wert eines Funktionals eines Feldes  $\mathcal{F}[g]$  als Grenzwert einer im Allgemeinen unendlichen Reihe und ist somit nur dann definiert, wenn diese Reihe konvergiert. Eine notwendige Bedingung für die Konvergenz ist, dass die Summenglieder der  $l$ -Summen gegen Null gehen müssen:

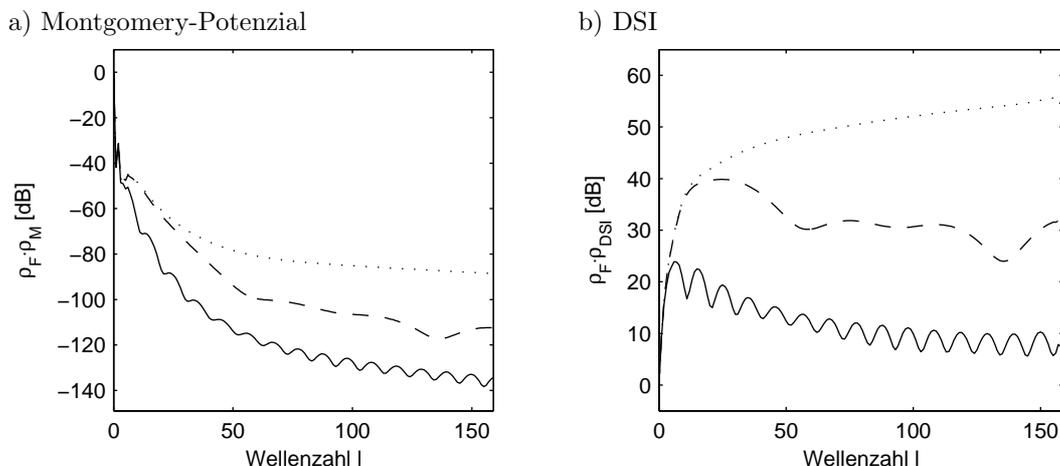
$$\lim_{l \rightarrow \infty} \sum_m g_{lm} \cdot \mathcal{F}_{lm} = 0. \quad (4.13)$$

Dies ist immer dann der Fall, wenn das Produkt der spektralen Dichten von Feld und Funktional gegen Null geht (für  $l \rightarrow \infty$ ):

$$\lim_{l \rightarrow \infty} [\rho_g(l) \cdot \rho_{\mathcal{F}}(l)] = 0. \quad (4.14)$$

Die Bedingungen (4.13) und (4.14) sind allerdings nicht äquivalent. Gleichung (4.14) stellt ein strengeres Kriterium dar, das aber für praktische Tests der Konvergenz besser geeignet ist. Um die Existenz von (4.3) zu gewährleisten, muss also das spektrale Abklingverhalten von Funktional und Feld gemeinsam betrachtet werden. Das Produkt aus beiden muss gegen Null gehen beziehungsweise ausreichend stark abklingen. Das heißt umgekehrt, dass bei einem spektral ansteigenden Funktional wie dem Punktfunktional ein entsprechend stark abklingendes Feld erforderlich ist. Bei ansteigenden Feldern sind hingegen abklingende Funktionale wie z.B. großflächige Mittelwerte erforderlich.

Um diesen Zusammenhang weiter zu erläutern sollen beispielhaft die drei Funktionale aus Abbildung 4.4 sowie zwei Felder mit sehr unterschiedlichen spektralen Eigenschaften (Montgomery-Potenzial und DSI) betrachtet werden. Die mittleren spektralen Dichten der Felder sind in Abbildung 4.2 aufgetragen. Es sollen hier ungedämpfte, operationelle Daten verwendet werden. Das Montgomery-Potenzial zeigt eine sehr rasch abklingende spektrale Anregung, während die Spektralkoeffizienten des DSI, wie oben bereits erläutert, ansteigen. Abbildung 4.5 zeigt die Produkte  $\rho_g(l) \cdot \rho[\mathcal{F}](l)$  der spektralen Dichten der beiden Felder und der drei Funktionale. Geht das Produkt gegen Null, das heißt klingt es mit wachsendem  $l$  ab, so ist



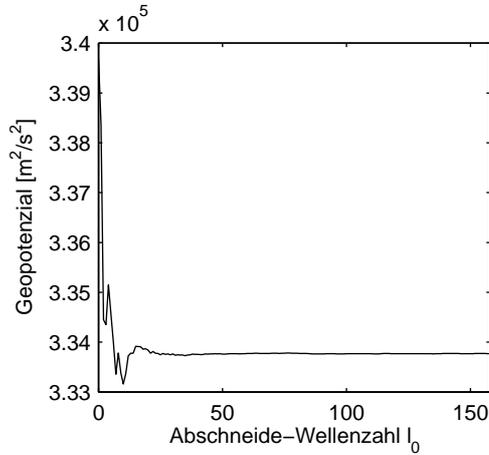
**Abbildung 4.5:** Produkt der mittleren Spektralen Dichte des Montgomery-Potenzials (a) und des DSI (b) mit den spektralen Dichten der Funktionale aus Abbildung 4.4.

der Funktionalwert  $\mathcal{F}[g]$  konvergent. Man erkennt, dass bei einem spektral rasch abklingenden Feld wie dem Montgomery-Potenzial die Berechnung aller drei Beispielfunktionale möglich ist, da  $\rho_f(l) \cdot \rho_{\mathcal{F}}(l)$  ausreichend schnell gegen Null strebt (Abbildung 4.5a). Ganz anders verhält es sich beim DSI (Abbildung 4.5b): Dieser erfüllt die Bedingung nur für das Europa-Funktional und verletzt sie insbesondere für das Punktfunktional deutlich. Durch seine wachsende spektrale Anregung sind daher große Flächenintegrale erforderlich, um das Gewicht der kleinen Moden so stark zu reduzieren, dass Konvergenz erreicht werden kann.

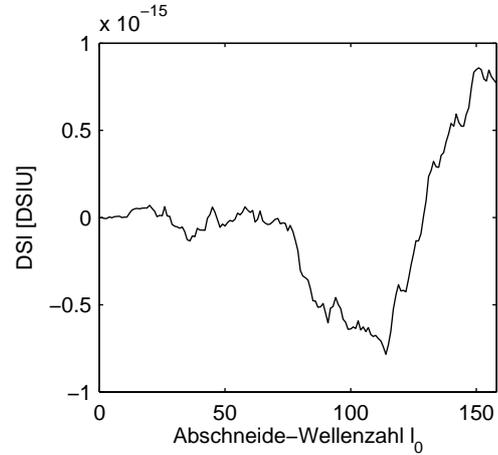
Durch die begrenzte Auflösung von Atmosphärenmodellen ist die Reihe (4.3) immer endlich, läuft also nur bis zu einem maximalen  $l_0$ . Entsprechend ist dann das Ergebnis der Summe unabhängig von spektralen Dichten immer wohldefiniert, sodass man sich die Frage der Konvergenz eigentlich nicht zu stellen braucht. Ist die Reihe jedoch ausreichend konvergent im Auflösungsbereich  $l \leq l_0$  des Modells, so stellt die bis  $l_0$  aufsummierte Reihe eine gute Näherung der gesamten Reihe dar. Würde man z.B. die Auflösung des Modells verdoppeln, so würde sich das Ergebnis der Reihe nur geringfügig ändern. Das Modell liefert demnach eine gute numerische Approximation der analytisch definierten Größe (4.3). Abbildung 4.6a zeigt dies klar an einem Beispiel.

Konvergiert die Reihe jedoch nicht oder erst jenseits der verfügbaren Modelauflösung, so hat der Wert der endlichen Reihe keine übergeordnete Bedeutung und kann sich durch Hinzufügen oder Weglassen von Summengliedern sehr stark verändern. Dieser Effekt ist in Abbildung 4.6b sehr deutlich zu erkennen, insbesondere im Vergleich zum Montgomery-Potenzial, dass für das Punktfunktional die Konvergenzbedingung (4.14) erfüllt. Endliche Summen nicht-konvergenter Funktionalwerte sind also extrem von der Auflösungsgrenze  $l_0$  abhängige Zwischenergebnisse ohne übergeordnete Bedeutung. Im meteorologischen Sprachgebrauch könnte man auch sagen: Sie sind stark skalenabhängig. Sollen solche Funktionalwerte untersucht werden, so ist es unbedingt erforderlich, die Skala (also zum Beispiel  $l_0$ ) mit anzu-

a) Montgomery-Potenzial



b) DSI



**Abbildung 4.6:** Gitterpunktwert (Punktfunktional 4.10) des Montgomery-Potenzials und des DSI bei Berlin in 350K am 1.1.2004 in Abhängigkeit der oberen Grenze  $l_0$  der Summe (4.3).

geben, da sie ohne diese keinerlei Aussagekraft besitzen und nicht reproduzierbar sind. Allerdings erscheint ein hartes Abschneiden der Reihe bei  $l_0$  für praktische Anwendungen etwas rigoros. Im folgenden Abschnitt werden kontinuierliche Dämpfungsoperatoren definiert, mit denen Felder mit wachsender Spektralanregung (wie der DSI) künstlich gedämpft werden können, sodass die Konvergenz der Reihe (4.3) auch für das Punktfunktional erreicht werden kann. Die Skalenabhängigkeit des Reihenwerts wird dann durch die Parameter der Dämpfungsoperatoren ausgedrückt.

Es bliebe die Frage zu klären, ob sich der Anstieg der spektralen Dichte des DSI-Felds über  $l = 159$  hinaus weiter fortsetzt beziehungsweise ob und ab wann auch hier ein Abklingen stattfindet. Dies hängt nach dem oben vorgestellten „Scherenmodell“ eng mit der Frage zusammen, ob die spektralen Dichten von PV und Bernoulli-Funktion immer weiter auseinander laufen oder sich auf noch kleineren Skalen irgendwann wieder annähern. Sollte letzteres der Fall sein, so kann die Konvergenz von (4.3) für  $l \gg 159$  auch für das Punktfunktional noch „auf natürlichem Wege“, also ohne künstliche Dämpfung (intern oder extern), erreicht werden. Um das zu untersuchen wären Daten sehr hochauflöser Globalmodelle erforderlich, deren Auflösung die der derzeit verwendeten Lokalmodelle deutlich übersteigt und die bis in kleinste Skalen ohne künstliche Dämpfung auskommen. Solche Modelle sind auf absehbare Zeit nicht verfügbar. Allerdings könnte eine solche Untersuchung auch mit lokalen Modellen durchgeführt werden, sofern sich die Skalen des Lokal- und des Globalmodells überlappen, wenn also die kleinste ungedämpfte Skala des Globalmodells kleiner ist als die größte Skala des Lokalmodells. DSI-Berechnungen anhand von Lokalmodellendaten wurden bereits durchgeführt (Claussnitzer et al., 2008). Auch hier zeigte der DSI vergleichsweise sehr kleinräumige Strukturen. Eine spektrale Analyse wurde dort allerdings nicht durchgeführt. Dennoch kann ein weiteres Anwachsen der DSI-Spektren bis in die konvektive Skala hinein als wahrscheinlich angesehen

werden.

## 4.4 Spektrale Dämpfung

Wie im vergangenen Abschnitt gezeigt wurde, steigt die spektrale Dichte des DSI bis zur verfügbaren Auflösung von T159 an (Abbildung 4.2f). Insbesondere Gitterpunktwerte (Punktfunktionale) des DSI sind daher extrem von der Auflösung abhängig und zeigen bis  $l = 159$  keine Konvergenz (Abbildung 4.6b). Entsprechend werden Abbildungen des DSI-Felds von den kleinsten Spektralmoden dominiert, siehe z.B. Abbildung 4.1b. Um die großräumigeren Strukturen des DSI-Felds erkennen zu können oder um die Konvergenz von Funktionalen zu erzwingen, kann es deshalb erforderlich sein, den DSI künstlich spektral abzdämpfen. Um dies zu erreichen, werde der folgende Dämpfungsoperator  $D$  durch seine Wirkung auf die Spektralkoeffizienten eines horizontalen Feldes  $g$  definiert:

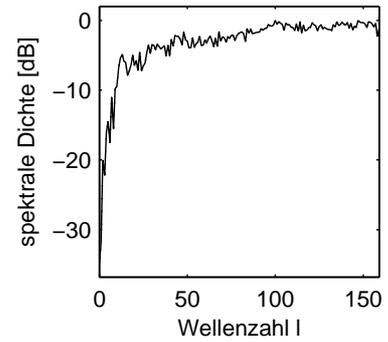
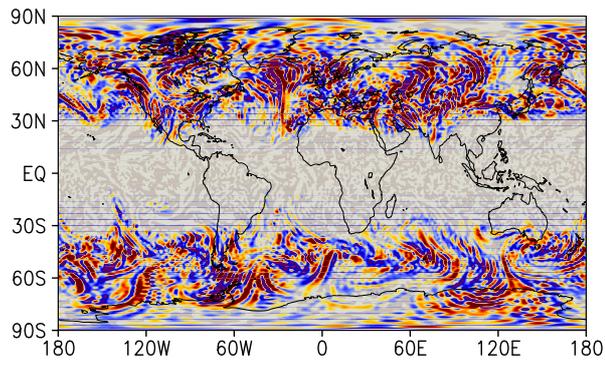
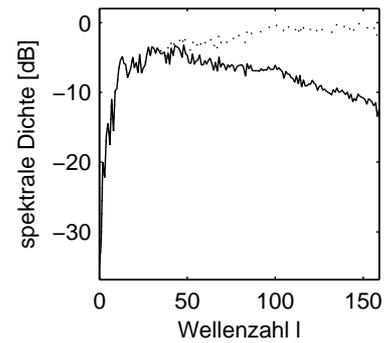
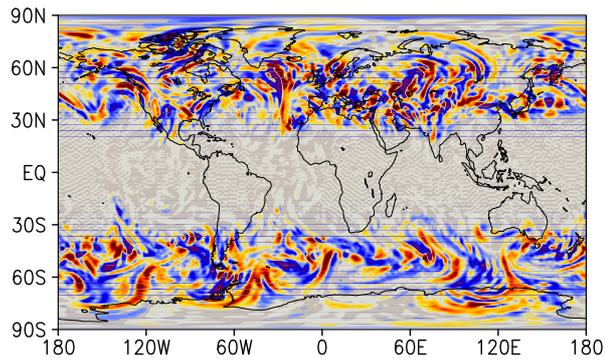
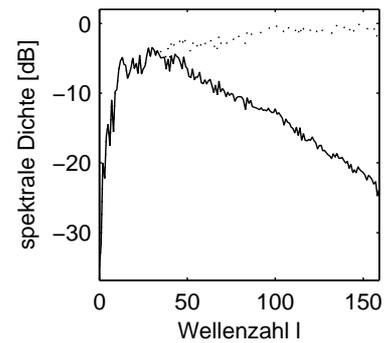
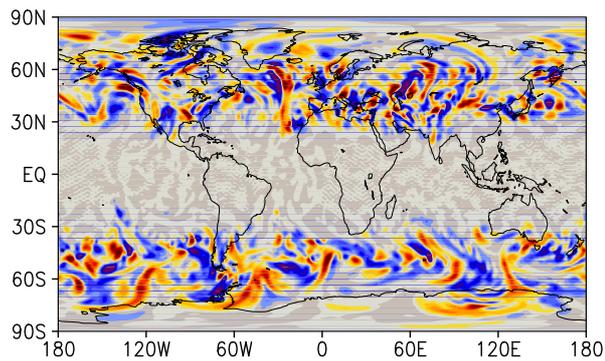
$$D(\beta, l_0)[g]_{lm} := \begin{cases} g_{lm} & l \leq l_0 \\ g_{lm} \cdot \beta^{l-l_0} & l > l_0. \end{cases} \quad (4.15)$$

Der Dämpfungsoperator (4.15) ist abhängig von den beiden Parametern  $\beta$  und  $l_0$ , mit denen die Stärke und das Einsetzen der Dämpfung eingestellt werden kann.  $l_0$  bezeichnet dabei die Wellenzahl, bis zu der das Feld unverändert übernommen wird. Ab  $l > l_0$  werden dann alle folgenden Spektralkoeffizienten mit ansteigenden Potenzen von  $\beta$  multipliziert, das heißt die Koeffizienten der Wellenzahl  $l_0+1$  werden mit  $\beta$  multipliziert, die der Wellenzahl  $l_0+2$  mit  $\beta^2$  und so weiter. Um eine Dämpfung zu erreichen, muss daher  $0 \leq \beta < 1$  gewählt werden. Die spektrale Dichte des Feldes  $g$  wird also für  $l > l_0$  bei logarithmischer Auftragung linear gedämpft und zwar um  $2 \log_{10} \beta$  Bel pro Wellenzahl. Für  $\beta = 1$  findet keine Dämpfung statt, das heißt  $D(1, l_0)[g] = g$ . Im Fall  $\beta = 0$  ist die Dämpfung maximal, das bedeutet, dass alle Moden mit  $l > l_0$  abgeschnitten werden.

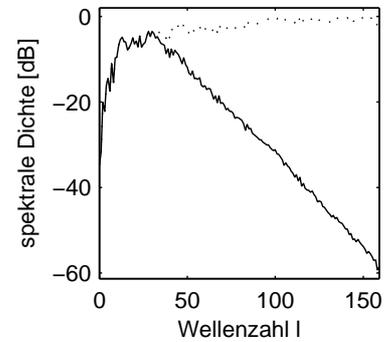
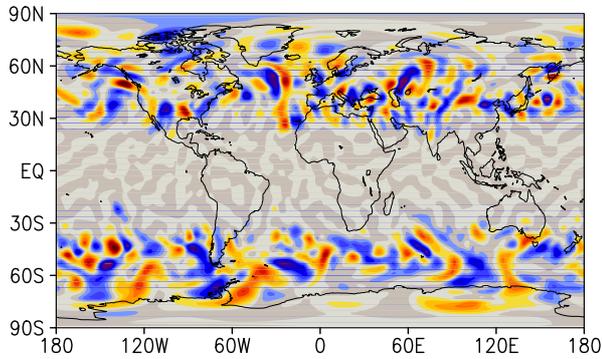
Der Dämpfungsoperator ist (offensichtlich) linear bzgl. des Feldes, es gilt also

$$D(\beta, l_0)[\alpha_1 f + \alpha_2 g] = \alpha_1 D(\beta, l_0)[f] + \alpha_2 D(\beta, l_0)[g]. \quad (4.16)$$

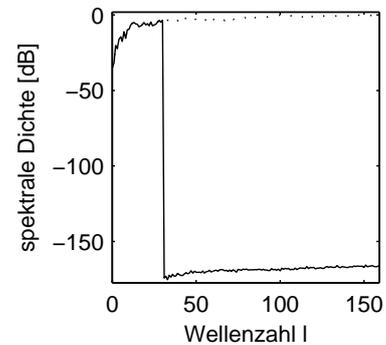
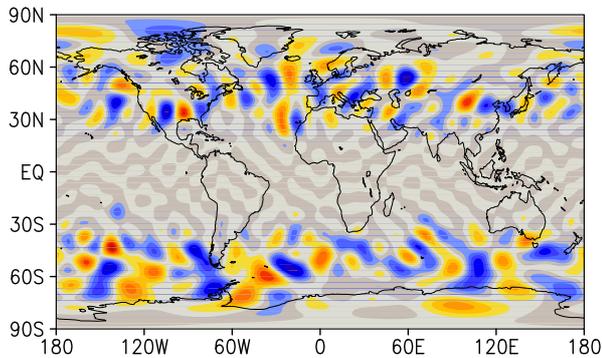
Somit ist es z.B. bei zeitlicher Mittelung nicht von Bedeutung, ob gedämpfte Felder gemittelt werden oder ob erst der Mittelwert gedämpft wird. Abbildung 4.7 zeigt beispielhaft die Wirkung von  $D$  auf ein DSI-Feld für verschiedene Parameterwerte  $\beta$  und  $l_0$  und die resultierende spektrale Dichte. Die Anwendung solcher Dämpfungsoperatoren sollte immer dann erfolgen, wenn Funktionale betrachtet werden, die bei der Zugrundelegung der ansteigenden spektralen Charakteristik des DSI gemäß Abbildung 4.2 nicht konvergent sind. Für den Bereich bis T159 sind dies z.B. Flächenintegrale mit einer Fläche, die deutlich kleiner ist als etwa Europa (siehe Abbildung 4.4). Insbesondere sollten Dämpfungsoperatoren auch dann verwendet werden, wenn ein solches Funktional aufgrund von DSI-Feldern konvergiert, die bereits der künstlichen Modelldämpfung unterworfen sind, wie es etwa bei den ERA40-Daten der Fall ist. Hier fällt die DSI-Anregung ab etwa  $l = 40 - 50$  wieder

a)  $\beta = 1$  (ungedämpft)b)  $\beta = 0,99$ ;  $l_0 = 30$ c)  $\beta = 0,98$ ;  $l_0 = 30$ 

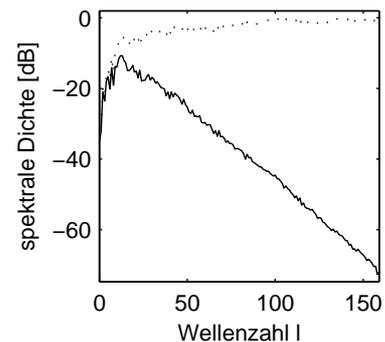
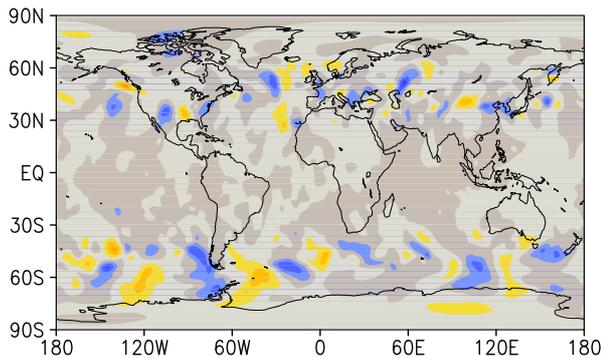
d)  $\beta = 0,95$ ;  $l_0 = 30$



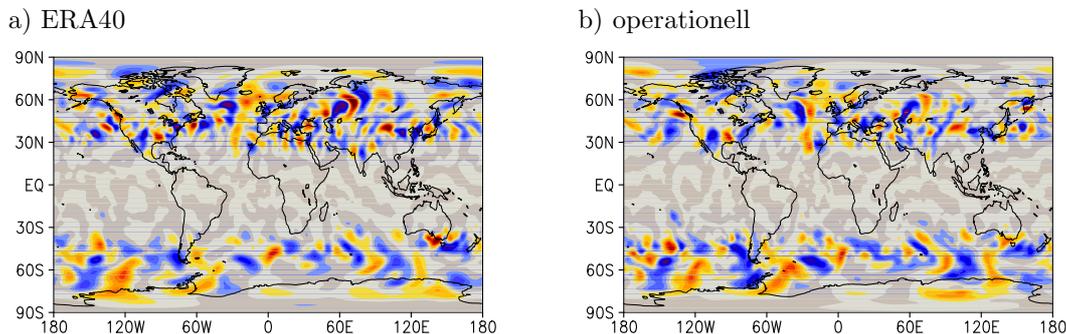
e)  $\beta = 0$ ;  $l_0 = 30$



f)  $\beta = 0.95$ ;  $l_0 = 0$



**Abbildung 4.7:** Beispiele zur Demonstration der Wirkung des Dämpfungsoperators auf das DSI-Feld des operationellen Modells vom 1.1.2002, 0UT in 350K für verschiedene Parameterwerte. Abbildung a) zeigt das ungedämpfte Feld. Im rechten Diagramm ist die nach der Dämpfung verbleibende spektrale Dichte aufgetragen (die ungedämpfte spektrale Dichte ist gestrichelt).



**Abbildung 4.8:** Wie Abbildung 4.1, jedoch gedämpft mit  $D[0, 96, 20]$  gemäß (4.15).

ab. Ein Dämpfungsoperator, der etwas vorher einsetzt und sozusagen die künstliche Modelldämpfung vorweg nimmt, kann so diese implizite Dämpfung explizit verdeutlichen und zumindest teilweise die Vergleichbarkeit mit anderen hochaufgelösten Modellen wieder herstellen. Abbildung 4.8 zeigt nochmals die beiden Felder aus Abbildung 4.1, diesmal beide gemäß (4.15) mit  $\beta = 0,96$  und  $l_0 = 20$  gedämpft. Man erkennt nun deutliche Gemeinsamkeiten zwischen beiden Abbildungen und hat die Möglichkeit, beide auf der durch den Operator  $D$  definierten Skala zu vergleichen. Für Darstellungen der DSI-Felder in Teil 2 dieser Arbeit werden ebenfalls stets diese Dämpfungsparameter benutzt.

## 4.5 Zusammenhang räumlicher und zeitlicher Moden

Im folgenden Abschnitt soll untersucht werden, ob zwischen räumlichen und zeitlichen Spektralkoeffizienten des DSI-Feldes ein Zusammenhang besteht. Solche Zusammenhänge können für die oben beschriebene Konvergenzproblematik ebenfalls wichtig sein. Zu erwarten wäre, dass sich räumlich große Moden langsamer verändern als räumlich kleine, das heißt dass in den zeitlichen Spektren größerer Moden niedrigere Frequenzen dominieren. Ist dies der Fall, so würde ein zeitlicher Tiefpassfilter (etwa die Bildung von Monats- oder Jahresmitteln) gleichzeitig als räumlicher Filter wirken und die kleinen Moden zum Teil eliminieren. Die so gewonnene Variable wäre also unabhängiger von den kleinen DSI-Moden und deren Repräsentation durch das Modell.

Zur Untersuchung möglicher Zusammenhänge müssen zunächst die Zeitreihen der komplexen, räumlichen Spektralkoeffizienten einer zeitlichen Fourier-Transformation unterzogen werden. Die Fourier-Transformierte einer (reellen oder komplexen) Zeitreihe  $g(t)$  mit  $t \in [t_a; t_b]$  ist gegeben durch

$$\hat{g}(\nu) = \int_{t_a}^{t_b} dt g(t) e^{2\pi i \nu t}. \quad (4.17)$$

Die Zeitreihe  $g$  ist jedoch in der Regel nur an endlich vielen Zeitpunkten bekannt. Ist der Abstand zwischen diesen Zeitpunkten  $\Delta t$ , so nennt man  $\nu_s := 1/\Delta t$  die

Sampling-Frequenz der Zeitreihe  $g$ . Daraus ergibt sich eine obere Grenze für die mit der Fourier-Transformation analysierbaren Frequenzen (Nyquist-Frequenz):

$$\nu_{max} = \nu_s/2. \quad (4.18)$$

Die untere Grenze der analysierbaren Frequenzen ergibt sich durch das endliche Zeitintervall, auf dem die Zeitreihe  $g$  vorliegt:

$$\nu_{min} = 1/(t_b - t_a). \quad (4.19)$$

$\nu_{min}$  entspricht außerdem der Schrittweite des Signals, das man nach Transformation in den Frequenzraum erhält. Die Diskretisierung von (4.17) lautet entsprechend

$$\hat{g}(\nu_k) = \sum_{j=0}^{N-1} g(t_j) \cdot e^{2\pi i j k / N} \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (4.20)$$

mit  $t_j = t_a + j \cdot \Delta t$  und  $\nu_k = k \cdot \nu_{min}$ . Analog zur räumlichen Spektralanalyse wird die spektrale Dichte der Zeitreihe  $g$  durch

$$\rho_g(\nu) := |\hat{g}(\nu)|^2 \quad (4.21)$$

definiert. Der Verlauf dieser Funktion gibt Aufschluss über die Stärke der Anregung verschiedener Frequenzen. Um ihn in groben Zügen quantitativ zu beschreiben, ist der folgende Ansatz geeignet:

$$\rho(\nu) \sim \nu^{-\beta}. \quad (4.22)$$

Dieser Ansatz beschreibt ein Potenzgesetz, das heißt es wird angenommen, die spektrale Dichte ist proportional zu einer Potenz der Frequenz  $\nu$ . Bildet man auf beiden Seiten den Logarithmus so erhält man einen linearen Zusammenhang zwischen  $\log \rho$  und  $\log \nu$ . Aus den Daten kann dann der Exponent  $\beta$  mit Hilfe der Steigung der Regressionsgeraden ermittelt werden. Dabei bedeutet  $\beta = 0$  weißes Rauschen, da dann alle Frequenzen mit der gleichen Stärke vertreten sind. Ist  $\beta$  positiv, so liegt rotes Rauschen vor. Für  $\beta = 1$  ergibt sich eine Abnahme von  $\rho(\nu)$  um 3dB pro Oktave, für  $\beta = 2$  um 6dB pro Oktave. Ist  $\beta < 0$  so spricht man entsprechend von blauem Rauschen.

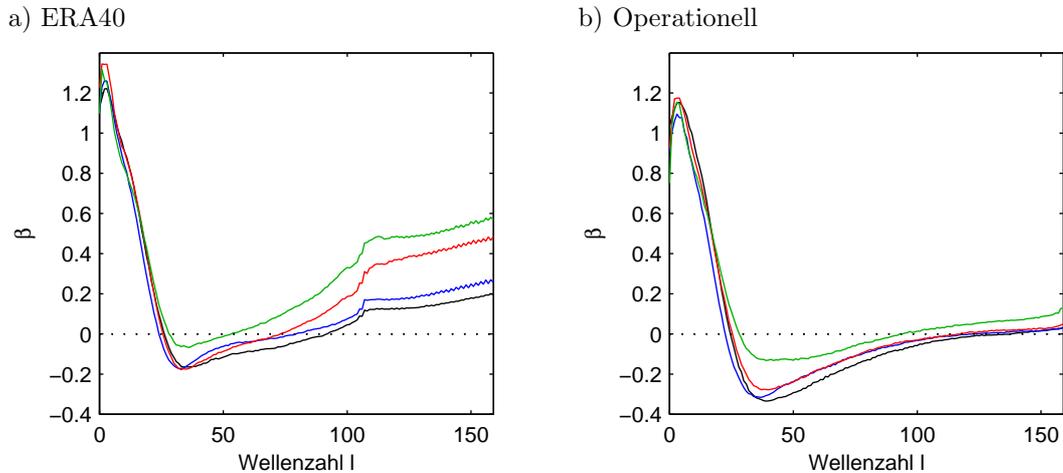
Gemäß (4.20) werden nun also die Spektralkoeffizienten des DSI zeitlich Fourier-transformiert:

$$\text{DSI}(l, m, t) \rightarrow \text{DSI}(l, m, \nu). \quad (4.23)$$

Um eine räumliche Spektraldichte zu erhalten, werden sie analog zu (3.17) betragsquadrirt und über  $m$  summiert. Es ergibt sich eine spektrale Dichtefunktion, die je von einem räumlichen ( $l$ ) und einem zeitlichen ( $\nu$ ) Parameter abhängt:

$$\rho_{\text{DSI}}(l, \nu) = \sum_{m=-l}^l |\text{DSI}(l, m, \nu)|^2 \quad (4.24)$$

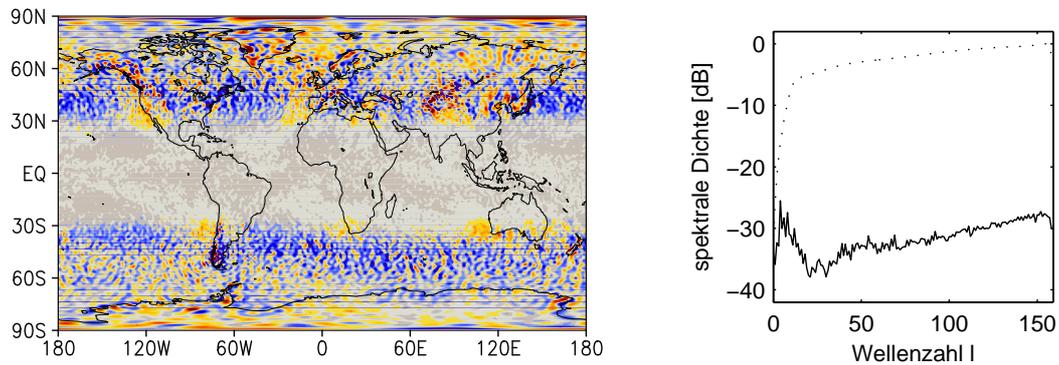
Für jedes  $l$  kann nun die generelle Frequenzcharakteristik der räumlichen Mode mit Hilfe des Exponenten  $\beta$  gemäß (4.22) wie oben beschrieben ermittelt werden. Man



**Abbildung 4.9:** Mittlere Steigung der Regressionsgeraden ( $\beta$ ) des zeitlichen Spektrums in Abhängigkeit von der räumlichen Wellenzahl. Die gepunktete Linie bei Null markiert die Grenze zwischen rotem (oben) und blauem Rauschen (unten). Es sind jeweils vier verschiedene Flächen dargestellt: 330K (schwarz), 350K (blau), 370K (rot) und 395K (grün). Abbildung (a) wurde aus ERA40-Daten (01/1997-12/2001), Abbildung (b) aus operationellen Analysen (01/2003-12/2007) berechnet. Es wurden jeweils sechsstündige Zeitreihen verwendet.

erhält also eine Funktion  $\beta(l)$ , die die Farbe des Rauschens in Abhängigkeit der räumlichen Wellenzahl angibt. Abbildung 4.9 zeigt die mittleren Werte dieser Funktion für einen Fünf-Jahres-Zeitraum, jeweils für die ERA40- und die operationelle Analyse sowie für jeweils vier verschiedene Flächen. Man erkennt im Wesentlichen das erwartete Verhalten: Räumlich große Moden weisen ein deutlich nach rot verschobenes Rauschen auf, unterliegen also einer gewissen zeitlichen Trägheit. Überraschend ist jedoch die Tatsache, dass die Moden um  $l = 40$  leicht blau rauschen, während noch kleinere Moden in Richtung der Auflösungsgrenze bei  $l = 159$  im operationellen Modell nahezu perfektes weißes Rauschen zeigen. Bei ERA40 steigen die Kurven nach rechts hin deutlich an, was auf Aliasingeffekte zurückzuführen sein dürfte, die sich aufgrund der generell schwächeren Anregung kleiner Moden beziehungsweise der kompletten Abdämpfung für  $l > 106$  sehr stark bemerkbar machen. Der Unterschied zwischen verschiedenen Flächen ist gering. Es handelt sich also offenbar um eine fundamentale Eigenschaft der atmosphärischen Strömung beziehungsweise des DSI.

Durch den in der Abbildung gezeigten Zusammenhang zwischen räumlichen und zeitlichen Spektren ergibt sich tatsächlich eine deutliche Abdämpfung kleiner räumlicher Wellen bei zeitlicher Filterung. Abbildung 4.10 demonstriert das am Beispiel eines Jahresmittelwerts. Im Spektrum rechts ist zum Vergleich die mittlere spektrale Dichte für den entsprechenden Zeitraum dargestellt. Sie zeigt das bekannte, ansteigende Verhalten. Ihr Maximum liegt im rechten Bereich bei  $l = 157$ . Die spektrale Dichte des Mittelwerts hingegen besitzt ein Maximum im linken Bereich bei



**Abbildung 4.10:** Mittelwert des DSI aus operationellen Daten in 350K für das Jahr 2002 (links) und dessen spektrale Dichte (rechts, durchgezogen). Gestrichelt ist zum Vergleich die mittlere spektrale Dichte für das Jahr 2002 eingezeichnet.

$l = 4$ . Allerdings steigt sie nach einem Minimum bei  $l \approx 30$  nach rechts hin wieder an und erreicht ein zweites Maximum im rechten Bereich. Dieser Anstieg steht offensichtlich im Zusammenhang mit entsprechenden Anstiegen des Parameters  $\beta$  (Abbildung 4.9b). Die maximale Dämpfung der räumlichen Wellen durch den Jahresmittelwert ergibt sich demnach im Bereich von  $l = 30-40$ , wo auch der Parameter  $\beta$  sein Minimum erreicht. Damit entschärft eine zeitliche Filterung die Konvergenzproblematik der linearen Funktionale zwar etwas, durch den verbleibenden Anstieg des Raumspektrums bleibt sie aber nach wie vor bestehen. Dies zeigt auch das Ortsraumbild des DSI-Jahresmittelwerts (Abbildung 4.10 links), das immer noch von sehr kleinen Moden dominiert wird, auch wenn die großen Moden hier besser zu erkennen sind, als etwa in Abbildung (4.1). Zeitliche Filter können daher die räumliche Dämpfung in der Regel nicht ersetzen.

## Kapitel 5

# Zusammenfassung, Diskussion und Ausblick (Teil I)

Der erste Teil der vorliegenden Arbeit befasste sich hauptsächlich mit numerischen Aspekten der DSI-Berechnung und deren algorithmischer Umsetzung. Zunächst wurde die Definition des DSI angegeben und erläutert. Grundlage hierfür sind Differenzialgleichungen für eine stationäre, adiabatische Atmosphäre, welche die Grundgrößen Energie (Bernoulli-Funktion), Wirbelgröße (Potenzielle Vorticity) und Entropie (Potenzielle Temperatur) enthalten, (1.21)-(1.22). Diese Differenzialgleichungen können entweder direkt durch Umformungen aus den primitiven Gleichungen der Atmosphärendynamik abgeleitet (Abschnitt 1.1.1) oder auch durch ein Variationsprinzip basierend auf der Energie-Wirbel-Theorie motiviert werden (Abschnitt 1.1.2). Der DSI ergibt sich aus diesen Gleichungen als ein Parameter, der die Abweichungen einer idealisierten, stationär-adiabatischen Atmosphäre von der realen Atmosphäre quantifiziert: Er ist gleich Null, wenn die idealisierte mit der realen Atmosphäre übereinstimmt.

Einige elementare Eigenschaften des DSI wurden anschließend erläutert. Definitionsgemäß ergeben sich die DSI-Felder aus der relativen Lage der Bernoulli-Funktion, der Potenziellen Vorticity und der Potenziellen Temperatur beziehungsweise deren Gradienten zueinander. Durch Einführung natürlicher Koordinaten auf einer isentropen Fläche entlang der Stromlinien der Bernoulli-Funktion konnten DSI-Werte geometrisch interpretiert und die auffällige Organisation des DSI-Felds in Dipolen erklärt werden.

Im sich anschließenden Kapitel wurden Koordinatentransformationen durchgeführt, um die kartesische Definition des DSI auf meteorologisch übliche Koordinatensysteme zu übertragen. Diese Arbeiten stellten die Grundlage für eine Berechnung des DSI aus meteorologischen Daten dar. Mit Hilfe des Einstein'schen Formalismus wurde zunächst die Transformation auf Kugel- und lokal-kartesische Koordinaten und anschließend Transformationen der  $z$ -Koordinate durchgeführt. Zwar wurden solche Transformationen bereits in früheren Arbeiten zum DSI verwendet, jedoch brachte erst diese Rechnung Klarheit über das Auftreten kleiner Korrekturterme. Es stellte sich heraus, dass Gleichung (2.30) abgesehen von der hydrostatischen Ap-

proximation tatsächlich exakt gültig ist und im Widerspruch zu früheren Arbeiten weitere metrische Korrekturen falsch sind.

Nach einer kurzen Vorstellung der ERA40-Reanalyse wurden zwei numerische Verfahren zur Berechnung des DSI aus diesen Daten abgeleitet. Das erste Verfahren verwendete einen öffentlich zugänglichen, reduzierten Datensatz und einfache Diskretisierungen der Gradienten. Konvergenzprobleme dieser Gradienten in  $z$ -Richtung bildeten die Motivation für die Entwicklung eines zweiten, komplexeren Verfahrens. Mit Ausnahme der Interpolation auf isentrope Flächen, die eine wesentliche strukturelle Vereinfachung der DSI-Formel mit sich bringt, sollte die Rechnung ohne weitere Interpolationen auskommen. Da die Modelle des ECMWF Spektralmodelle sind und die Daten somit in Form von Spektralkoeffizienten vorliegen, schien es außerdem naheliegend, die Berechnung von Gradienten ebenfalls im Spektralraum durchzuführen. Dies erhöht die numerische Genauigkeit gegenüber Polynom-Interpolationen deutlich. Die für diese Rechnung notwendigen mathematischen Grundlagen wurden abgeleitet und daraus ein Algorithmus formuliert (Abbildung 3.3), der schließlich in ein C++-Programm umgesetzt und für die ERA40-Daten und die operationellen Analysen ausgeführt wurde. Die hierfür benötigten, nicht mehr öffentlich zugänglichen Daten, konnten über das BADC beschafft werden.

Die Einbeziehung des Spektralraums brachte jedoch nicht nur numerische Vorteile, sondern ermöglichte in einer ersten Analyse der Ergebnisse auch einen neuen Blickwinkel auf den DSI. Dadurch konnten bislang unbekannte Eigenschaften des DSI bezüglich seiner spektralen Charakteristik entdeckt werden. Insbesondere Analysen der operationellen Daten zeigten, dass das DSI-Feld eine mit steigender Wellenzahl wachsende Anregung besitzt und sich damit von allen anderen meteorologischen Feldern unterscheidet, deren Anregung mit der Wellenzahl abnimmt. Diese Eigenschaft konnte auf unterschiedliche spektrale Charakteristiken der Bernoulli-Funktion und der Potenziellen Vorticity (und damit letztlich des Geopotenzials und der Vorticity) zurückgeführt werden und wurde als Scherenmodell des DSI formuliert: Im stationären, adiabatischen Limes verlaufen die Isolinien von B und PV parallel. Entsprechend müssen beide Felder die gleiche spektrale Dichte aufweisen. In der realen Atmosphäre geht die Schere der spektralen Dichte von B und PV jedoch immer weiter auseinander. Je größer die Wellenzahl (also je kleiner die Skala), umso größer wird der Abstand zwischen der hoch angeregten PV und der deutlich schwächer angeregten Bernoulli-Funktion. Dadurch wird die ideale Parallelität der beiden Felder in der realen Atmosphäre immer stärker zerstört, was sich in immer stärkeren DSI-Amplituden zeigt.

Aus den wachsenden DSI-Amplituden ergeben sich wichtige Konsequenzen, die untersucht und erläutert wurden. Zum einen machen sich Unterschiede in der Modellauflösung im DSI-Feld in extremer Form bemerkbar (vergleiche Abbildung 4.1). Dies führt zunächst zu erheblichen Einschränkungen in der Vergleichbarkeit von DSI-Feldern aus verschiedenen Modellen. Im Fall der ERA40-Reanalyse beendet die in das Modell eingebaute Dämpfung das Anwachsen der DSI-Amplituden und lässt sie wieder abklingen. Im Falle des operationellen Modells findet dieses Abklingen erst bei deutlich höheren Wellenzahlen statt. Solche hohen Auflösungen standen für

diese Arbeit jedoch nicht zur Verfügung. In jedem Fall scheint das Abklingen des DSI durch künstlich in das Modell eingebaute Prozesse hervorgerufen.

Die ansteigende Anregung des DSI im ungedämpften Bereich kann dazu führen, dass aus dem DSI-Feld abgeleitete Größen (Funktionale des DSI-Felds) mit steigender Wellenzahl nicht mehr konvergieren. Insbesondere DSI-Werte an einem bestimmten Ort (Punktfunktionale) sind davon betroffen. Mit den Gleichungen (4.13) und (4.14) wurden Kriterien abgeleitet, anhand derer die Konvergenz überprüft werden kann. Konvergenz kann insbesondere dadurch erreicht werden, dass über ausreichend große Flächen integriert wird. In diesem Fall mitteln sich die kleinen Moden heraus und der Wert des Integrals wird maßgeblich von den größeren Moden bestimmt. Bleibt ein Funktional jedoch divergent, so muss seine Konvergenz erzwungen werden. Entweder, die modelleigene Dämpfung bewirkt diese bereits oder es muss eine künstliche Dämpfung der DSI-Felder vorgenommen werden. Geeignete Dämpfungsoperatoren wurden beschrieben. In beiden Fällen bleibt die abgeleitete Größe sehr stark von den Parametern der Dämpfung und damit von der Skala abhängig.

Ein Defizit im Verständnis und in der Interpretation von DSI-Felder ist nach wie vor, dass die idealisierten, stationär-adiabatischen Differenzialgleichungen (1.21)-(1.22) bislang nicht gelöst wurden. Unklar ist insbesondere, unter welchen Bedingungen an die meteorologischen Felder eine solche Lösung überhaupt existiert und wie viel sie noch mit der tatsächlichen Atmosphäredynamik gemein hat. Die in Brand (2002) aus statistischen Eigenschaften abgeleitete Hypothese, dass die stationär-adiabatische Lösung innerhalb der realen Atmosphäre eine „hohen Stabilität“ aufweist, erscheint unter dem hier dargestellten spektralen Blickwinkel nicht haltbar. Die Kenntnis von stationär-adiabatischen Lösungen würde es ermöglichen, Abweichungen zur realen Atmosphäre im Sinne eines mathematischen Abstandsbegriffs zu quantifizieren und diese Abstände mit dem DSI zu vergleichen. Erst solche Untersuchungen könnten Klarheit darüber bringen, in welchem Ausmaß die Atmosphäre stationär-adiabatische Zustände realisiert und wie genau der Zusammenhang zum DSI-Feld aussieht.

Wie sich die spektrale Charakteristik des DSI der realen Atmosphäre über viele Größenordnungen verhält, also ob sich die ansteigende Anregung weiter fortsetzt, ist eine offene Frage. Stellt man die Hypothese auf, dass Bernoulli-Funktion und PV immer weiter auseinander laufen, so setzt sich auch das Anwachsen der DSI-Amplituden immer weiter fort. Die Kleinskaligkeit der DSI-Felder aus Lokalmodell-Daten in Claussnitzer et al. (2008) ist ein Indiz dafür. Das würde auch bedeuten, dass sich die Atmosphäre in kleineren Skalen immer weiter von einer stationär-adiabatischen Strömung entfernt, oder umgekehrt, dass stationär-adiabatische Lösungen der primitiven Gleichungen von großen Skalen dominiert werden. Die nächste Generation von Lokalmodellen wird erstmals in der Lage sein, die konvektive Skala explizit aufzulösen. Zusammen mit Daten von hochauflösenden Globalmodellen wird es damit im Prinzip möglich sein, die spektrale Charakteristik des DSI über viele Größenordnungen zu ermitteln. Dabei interessiert vor allem die Frage, ob ab einer gewissen Wellenzahl eine natürliche Dämpfung der DSI-Amplituden einsetzt oder ob sich deren Anstieg fortsetzt oder gar verschärft und welche physikalischen Prozesse jeweils

dafür verantwortlich sind.

**Teil II**

**Anwendung**



## Kapitel 6

# ENSO - ein Überblick

### 6.1 Das El Niño-Phänomen

#### 6.1.1 Einleitung

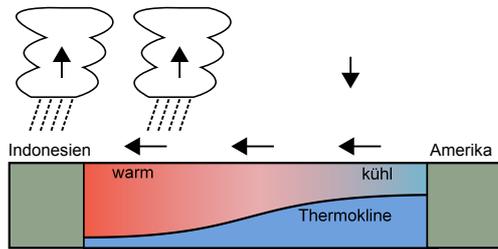
Der äquatoriale Pazifik ist geprägt von einem großen Unterschied der Meeresoberflächentemperaturen zwischen der Ostküste (Peru und Ecuador) und der Westküste (Indonesien). Angetrieben durch die ostwärts gerichteten Passatwinde kommt es im Osten zu einem Aufsteigen von kühlem und nährstoffreichem Tiefenwasser, welches zu einem großen Fisch- und Artenreichtum der amerikanischen Küstengewässer führt.

In unregelmäßigen Abständen, im Mittel etwa alle vier Jahre, ungefähr zur Weihnachtszeit, bleibt das Auftreiben des Tiefenwassers jedoch aus und es kommt zu einer deutlichen Erwärmung. Fischschwärme wandern ab und entziehen den dort lebenden Menschen ihre Nahrungsgrundlage. Daher waren es peruanische Fischer, die diesem Phänomen den Namen gaben: El Niño (das Christkind).

Heute wissen wir dank moderner, globaler Beobachtungssysteme, dass El Niño weit mehr ist als ein lokales Küstenphänomen. Die Anomalien der Wassertemperatur betreffen fast den gesamten äquatorialen Pazifik und führen zu grundlegenden Veränderungen der atmosphärischen Strömungsmuster in den Tropen bis hin zu global spürbaren Auswirkungen.

Die Forschung über El Niño beginnt in den 20er und 30er Jahren des 20. Jahrhunderts mit Arbeiten von Sir Gilbert Walker (Walker, 1925). Er stellte bei der Untersuchung des indischen Monsuns eine mit der Luftdruckdifferenz zwischen der westlichen und östlichen Hemisphäre verbundene Klimaanomalie fest, die er „Southern Oscillation“ nannte. Bjerknes (1969) erkannte dann einen sehr engen Zusammenhang zwischen Walkers Southern Oscillation und El Niño. Er folgerte, dass beides verschiedene Aspekte ein und des selben Phänomens sind. Daraus entstand schließlich das Akronym ENSO: El Niño/Southern Oscillation.

Die anfangs eher geringe Aufmerksamkeit, die Meteorologen dem ENSO-Phänomen entgegenbrachten, steigerte sich sprunghaft durch den sehr schweren El Niño von 1982/83. Dieser machte die Notwendigkeit deutlich, das ENSO-Phänomen bes-

**Abbildung 6.1:**

Schematische Darstellung des tropischen Pazifik im Grundzustand. Gezeigt ist ein Schnitt entlang des Äquators.

ser zu verstehen und somit Vorherzusagen treffen zu können. In der Folge wurde mit der Installation eines Beobachtungssystems begonnen und zahlreiche theoretische und diagnostische Studien durchgeführt. Darauf aufbauend wurden konzeptionelle Modelle entwickelt, wie beispielsweise das Modell von Zebiak und Cane (1987), welches als Meilenstein der ENSO-Forschung gilt. In den letzten Jahren gelang es auch zunehmend mit globalen Zirkulationmodellen ENSO weitgehend realistisch zu simulieren.

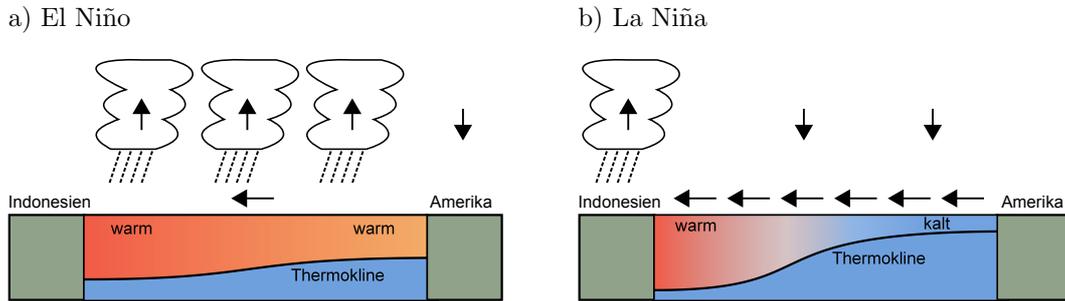
Trotz intensiver Forschung blieben viele grundlegenden Aspekte bis heute ungeklärt, etwa die Frage nach der Bedeutung von hochfrequentem atmosphärischen Rauschen oder nach dem Ursprung der dekadischen Variabilität. Auch verlässliche Aussagen über die zukünftige Entwicklung von ENSO in einem sich erwärmenden Klima sind zur Zeit noch nicht möglich.

### 6.1.2 Die Phasen von ENSO

#### Der normale Pazifik

Der Temperaturunterschied zwischen den Tropen und den Polen führt zunächst zu einem Aufsteigen warmer Luft über dem Äquator, die anschließend in der Höhe polwärts strömt. Im Gegenzug fließt am Boden kühlere Luft aus den höheren Breiten nach. Die Erdrotation verhindert jedoch, dass sich ein solches Zirkulationsmuster über den gesamten Globus ausbilden kann. Es muss daher auf die niederen Breiten beschränkt bleiben. Diese meridionale Konvektionszelle zwischen den Tropen und den Subtropen wird als Hadley-Zirkulation bezeichnet. Durch die Erdrotation entstehen außerdem zonale Strömungskomponenten: Westwinde in der hohen Troposphäre der Subtropen und Ostwinde am Äquator im Bereich der Erdoberfläche. Diese Ostwinde sind ein wesentlicher Teil des äquatorialen Klimas.

Die vertikale Temperaturverteilung im äquatorialen Pazifik (wie auch generell in den Meeren) ist geprägt von einem relativ scharfen Übergang zwischen warmem Oberflächenwasser und kaltem Tiefenwasser. Dieser als Thermokline bezeichnete Bereich wird nun von den an der Oberfläche vorherrschenden Ostwinden beeinflusst: Es kommt zu einer Neigung in zonaler Richtung, sodass die Thermokline im Westen tiefer liegt als im Osten. Da die Ostwinde außerdem aufwärtsgerichtete Strömungen im Bereich der Wasseroberfläche bewirken, gelangt kaltes Tiefenwasser vor der amerikanischen Küste bis an die Oberfläche und führt so zu dem bereits angesprochenen zonalen Gradienten der Meeresoberflächentemperatur (SST) zwischen West- und Ostpazifik (Abbildung 6.1). In Folge der warmen Temperaturen im Westen bil-



**Abbildung 6.2:** Schematische Darstellung der beiden ENSO-Phasen El Niño (a) und La Niña (b). Gezeigt ist der tropischen Pazifik entlang des Äquator.

det sich dort starke, hochreichende Konvektion und permanenter Niederschlag aus. Im Osten dagegen herrscht Absinken vor: Hochreichende Konvektion wird unterdrückt und Niederschläge sind deutlich seltener. Auch im Bodendruck zeigt sich der SST-Gradient: Dieser ist deutlich tiefer über den Inseln im Westen, als an der amerikanischen Küste.

Diesem Grundzustand ist eine unregelmäßige Oszillation von Erwärmung und Abkühlung im Ostpazifik mit Periodendauern zwischen zwei und sieben Jahren überlagert. Die warme Phase dieser Oszillation wird, wie in der Einleitung bereits erwähnt, El Niño genannt. Für die gegenteilige Phase hat sich die auf einen Vorschlag von Philander (1990) zurückgehende Bezeichnung La Niña (das Mädchen) eingebürgert. Diese beiden Phasen sollen im Folgenden in ihren wesentlichen Merkmalen schematisch beschrieben werden.

### El Niño

Während eines El Niño kann sich der Ostpazifik soweit erwärmen, dass der zonale Temperaturunterschied im Pazifik fast vollständig verschwindet. Dies ist auf ein Ausbleiben der oben beschriebenen Abkühlungsprozesse zurückzuführen: Die Ostwinde schwächen sich ab und die Neigung der Thermokline verringert sich. Dadurch liegt sie auch im Osten so tief, dass kein kaltes Tiefenwasser mehr an die Oberfläche gelangen kann. Die vorher über dem Westpazifik und Indonesien konzentrierte Zone starker Konvektion wandert nach Osten und dehnt sich aus. Entsprechend steigt die Niederschlagsmenge im Ostpazifik und an der amerikanischen Küste stark an, während sie über den Inseln im Westen (dem sog. maritimen Kontinent) zurück geht (Abbildung 6.2a). Auch die Druckdifferenz zwischen West- und Ostküste ist stark verringert und kann Werte bis nahe an Null erreichen. El Niño ist also ein Zustand der Ausgeglichenheit. Sein Gefahrenpotenzial ergibt sich daher aus der Relation zu dem oben beschriebenen Normalzustand, der starke zonale Gradienten aufweist.

### La Niña

Veränderungen in die umgekehrte Richtung finden während eines La Niña-Ereignisses statt: Der Ostwind und der Druckunterschied zwischen West- und

Ostküste verstärken sich und damit ebenso die Neigung der Thermokline. Es kann mehr und kälteres Tiefenwasser im Ostpazifik an die Oberfläche gelangen und so den zonalen Temperaturgradient weiter verschärfen. Die Zone hochreichender Konvektion wird dadurch noch weiter nach Westen abgedrängt und intensiviert, was zu verstärkten Niederschlägen über dem maritimen Kontinent bis hin zum indischen Ozean führt.

### 6.1.3 Wichtige Eigenschaften

ENSO ist eine sehr unregelmäßige Oszillation. Möglicherweise ist es auch gar keine Oszillation, sondern vielmehr eine Aneinanderreihung von Einzelereignissen (siehe unten). Unregelmäßigkeiten finden sich dabei sowohl in der Amplitude, als auch in der Periodendauer. Die Amplitude variiert von minimalen Abweichungen vom Grundzustand bis hin zu El Niños, bei denen der Temperaturgradient zwischen Ost- und Westküste praktisch vollständig verschwunden ist. Letzteres war zum Beispiel bei den El Niños von 1982/83 und 1997/98 der Fall. Die Periodendauer liegt in der Regel zwischen zwei und etwa sieben Jahren. Dieses Zeitintervall wird daher üblicherweise als ENSO-Band bezeichnet.

Die Unregelmäßigkeit äußert sich auch in einer starken dekadischen Variabilität von ENSO. So gab es etwa in den 80er und 90er Jahren überdurchschnittlich viele und starke Warmereignisse, während in den 60er und 70er Jahren Kaltereignisse dominierten. Daneben findet man in den Beobachtungen auch eine generelle Unregelmäßigkeit beziehungsweise Asymmetrie zwischen El Niño und La Niña relativ zueinander: Die El Niño-Amplituden sind im Mittel deutlich stärker als die La Niña-Amplituden.

Überraschend ist, dass trotz dieser Unregelmäßigkeiten ENSO stets stark an den Jahresgang gekoppelt zu sein scheint: Die Höhepunkte der Warm- und Kaltphasen fallen in der Regel ziemlich genau auf die Zeit um Weihnachten. Diesem, oft als „phase-locking“ bezeichneten Phänomen, verdankt El Niño seinen Namen.

### 6.1.4 Indizes

Über die letzten Jahrzehnte haben sich eine Reihe von Indizes etabliert, mit denen der Zustand des äquatorialen Pazifiks quantifiziert werden kann. Die geläufigsten sollen im Folgenden vorgestellt werden. Anschließend werden Zusammenhänge zwischen ihnen anhand von Daten der letzten 50 Jahre (ERA40-Periode) aufgezeigt.

#### SST-Indizes

Eine Reihe von ENSO-Indizes ergeben sich aus der Meeresoberflächentemperatur des Pazifik. Dabei werden verschiedene Gebiete zu Grunde gelegt, über die jeweils gemittelt wird. Geläufig sind:

NINO1+2	90°W-80°W	0°-10°S
NINO3	150°W-90°W	5°N-5°S
NINO3.4	170°-120°W	5°N-5°S
NINO4	160°E-150°W	5°N-5°S

Der NINO1+2-Index kennzeichnet somit die Wassertemperatur unmittelbar vor der Peruanischen Küste. Mit ansteigender Zahl im Indexnamen liegen die Gebiete immer weiter westlich.

Anstelle der Mittelwerte der SSTs über einem bestimmten Gebiet kann auch die erste Hauptkomponente der monatlichen Anomalien als Index verwendet werden. Da die Hauptkomponenten-Analyse räumliche Korrelationen zusammenfasst, ist es üblich, das Gebiet deutlich größer als bei obigen Indizes zu wählen. Meist wird der gesamte tropische Pazifik verwendet (120°O-60°W, 20°S-20°N), dessen erste Hauptkomponente nach wie vor von ENSO dominiert wird. Sie erklärt etwa 45% der Gesamtvarianz (Hoerling et al., 2001).

### Der Southern-Oscillation-Index

Der Southern-Oscillation-Index (SOI) ist ein atmosphärischer Index, der aus den monatlichen Luftdruckwerten in Meeresspiegelhöhe (SLP) von Darwin und Tahiti berechnet wird. Er geht auf Walker (1925) zurück. Zu seiner Berechnung werden die beiden Druckzeitreihen zunächst separat standardisiert:

$$p_{t/d}^{(s)}(t) := \left( p_{t/d}(t) - \bar{p}_{t/d} \right) / \sigma_{t/d}. \quad (6.1)$$

Dabei bezeichnet  $p_{t/d}(t)$  den SLP in Tahiti/Darwin im Monat  $t$ ,  $\bar{p}_{t/d}$  den mittleren SLP in Tahiti/Darwin und  $\sigma_{t/d}$  die Standardabweichung von  $p_{t/d}(t)$ . Anschließend wird aus den standardisierten Zeitreihen die Differenz gebildet und diese ebenfalls standardisiert:

$$\text{SOI}(t) = \left( p_t^{(s)}(t) - p_d^{(s)}(t) \right) / \sigma. \quad (6.2)$$

Zur Berechnung von Mittelwert und Standardabweichung wird dabei ein Referenzzeitraum von 1951 bis 1980 verwendet.

Diese historische Definition von Walker führt zu einer starken Antikorrelation des SOI mit den SST-Indizes. Der Übersichtlichkeit halber wird daher oft die umgekehrte Differenz anstelle von (6.2) verwendet, so auch im Rahmen dieser Arbeit.

### Der Multivariate-ENSO-Index

Es wurde bereits deutlich, dass neben den Wassertemperaturen und dem Druck zahlreiche weitere Variablen in ENSO involviert sind. Somit erfassen SST-Indizes oder der SOI jeweils nur einen einzigen Aspekt von ENSO. Hier setzt der 1993 entwickelte Multivariate-ENSO-Index (MEI) an (Wolter und Timlin, 1993, 1998). Mit Hilfe einer Hauptkomponenten-Analyse werden die Varianzen von sechs Variablen über dem gesamten äquatorialen Pazifik erfasst und zu einem Index kombiniert. Diese

Variablen sind neben dem Luftdruck auf Meereshöhe (SLP) und der Meeresoberflächentemperatur (SST) der zonale und meridionale Wind an der Oberfläche, die Lufttemperatur an der Oberfläche sowie der Gesamtbedeckungsgrad des Himmels.

### Ozeanische Indizes

Tiefenmessungen der Wassertemperaturen ab Anfang der 80er Jahre beziehungsweise Ozean-Reanalysen ermöglichen die Definition von Indizes, welche die Veränderungen unterhalb der Meeresoberfläche berücksichtigen. Üblich sind vor allem der Wärmegehalt (Heatcontent), das Volumen des warmen Wassers (Warm Water Volume) und, äquivalent dazu, die Tiefe der Thermokline.

Der Heatcontent (HC) ist definiert als die thermische Energie des Ozeanwassers, integriert über eine Fläche  $A$  bis zu einer Tiefe  $z_0$ :

$$\text{HC} := \int_0^{z_0} dz \int_A d c_v T(x, y, z). \quad (6.3)$$

Temperatur- sowie Salzgehaltabhängigkeiten von  $c_v$  werden in der Regel vernachlässigt. Die Grenze  $z_0$  des HC variiert etwas in der Literatur. Im Folgenden soll  $z_0 = 260\text{m}$  verwendet werden (Sun, 2003).

Das Warm Water Volume (WWV) ist definiert als das Wasservolumen in einem Gebiet  $A$ , welches eine Referenztemperatur  $T_0$  übersteigt (in der Regel  $20^\circ\text{C}$ ):

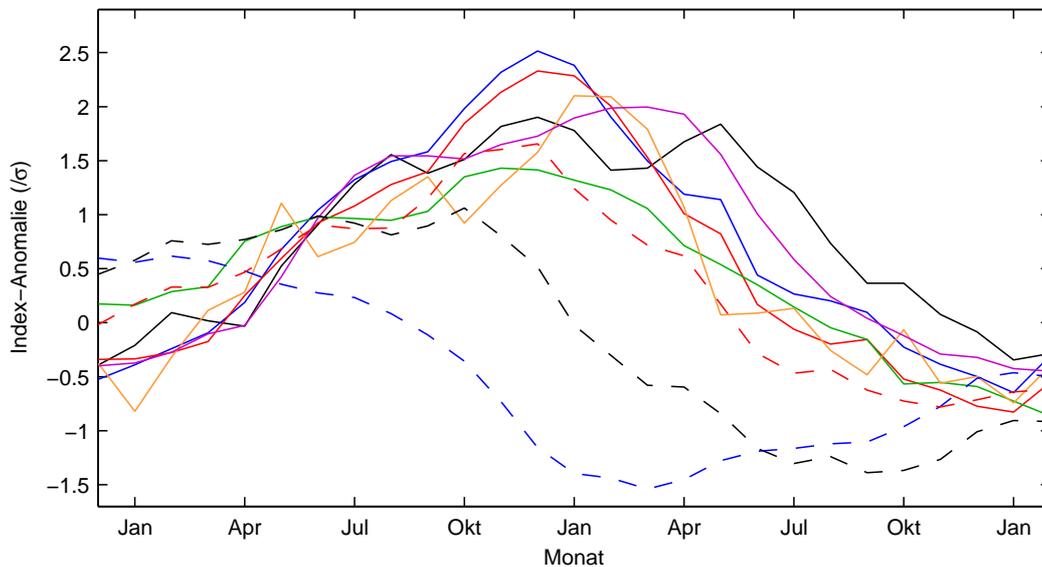
$$\text{WWV} := V \left[ (x, y) \in A; T \geq T_0 \right]. \quad (6.4)$$

Ein weiteres Maß für den Wärmegehalt des Ozeans ist die Tiefe der Thermokline. Aufgrund von Beobachtungen wird deren Lage üblicherweise mit der  $20^\circ\text{C}$ -Isotherme gleichgesetzt und über ein bestimmtes Gebiet gemittelt. Man erhält daher einen zu (6.4) gleichwertigen Index. Auch HC und WWV sind bei ähnlicher Wahl von  $A$  hoch korreliert und unterscheiden sich nur geringfügig.

Für die Fläche  $A$  werden je nach Fragestellung verschiedene Gebiete verwendet. Es wird jedoch meist entweder der gesamte äquatoriale Pazifik, also zonal von etwa  $120^\circ\text{O}$  bis  $80^\circ\text{W}$  und meridional von  $5^\circ\text{S}$  –  $5^\circ\text{N}$  betrachtet oder diese Fläche wird noch einmal in Ost- und Westpazifik (meist bei  $155^\circ\text{W}$ ) unterteilt. Entsprechende Indizes werden im folgenden mit w und o gekennzeichnet für west und ost.

### Vergleich der ENSO-Indizes

Der mittlere zeitliche Verlauf der oben genannten Indizes während eines El Niños ist in Abbildung 6.3 gezeigt. Dabei verhalten sich alle SST-Indizes recht ähnlich. Trotz der Unterschiede im Einzelfall treten ENSO-Ereignisse daher im Mittel zur gleichen Zeit im gesamten Pazifikgebiet auf. Der MEI zeigt gegenüber den SST-Indizes ein etwas späteres Maximum, da sich die Anomalien mancher atmosphärischer Parameter erst mit einer gewissen Verzögerung voll ausbilden. Dies zeigt sich auch im SOI, der sein Maximum Ende Januar erreicht. Die stärksten El Niño-Anomalien finden



**Abbildung 6.3:** El Niño-Composites der normierten monatlichen Anomalien einiger Indizes: NINO1+2 (schwarz), NINO3 (blau), NINO3.4 (rot), NINO4 (grün), SOI (orange) und MEI (violett). Gestrichelt dargestellt ist WWV (schwarz), WWVw (blau) und WWVo (rot). Die Composites wurden aus den El Niños von 1972/73, 1982/83, 1986/87, 1991/92 und 1997/98 gebildet, mit Ausnahme der WWV-Indizes, bei denen der El Niño von 1972/73 fehlt.

sich im NINO3- und NINO3.4- sowie im SOI-Index und liegen über  $2\sigma$ . Das westlich gelegene NINO4-Gebiet wird im Mittel weniger stark von ENSO beeinflusst.

Das WWV des gesamten äquatorialen Pazifik erreicht bereits einige Monate vor der Hochphase des El Niño sein Maximum und fällt danach stark ab. Noch früher findet sich das Maximum des westlichen WWV, während das Maximum des östlichen WWV etwa mit den SST-Maxima zusammen fällt. Daran lässt sich ein Energiezyklus von El Niño erkennen: Zu Beginn besteht eine Warmwasser-Anomalie im Westpazifik. Deren Energie wird zunächst in den Ostpazifik verlagert und anschließend an die angrenzenden Systeme abgegeben (höhere Breiten, Atmosphäre). Es wird dabei wesentlich mehr Energie abgegeben, als der ursprünglichen Anomalie entsprechen würde, sodass eine stark negative Anomalie nach dem El Niño zurück bleibt.

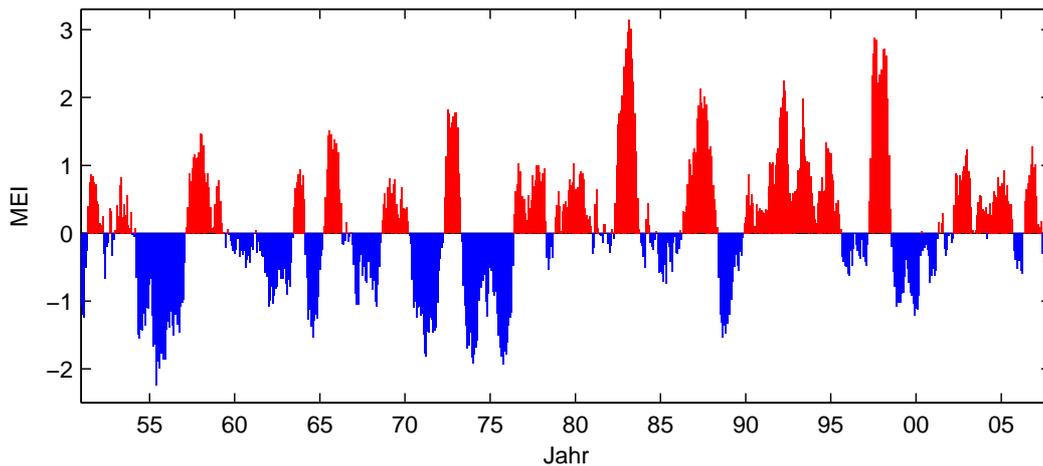
Tabelle 6.1 gibt einen genaueren quantitativen Überblick über die Zusammenhänge zwischen den Indizes anhand der Korrelationskoeffizienten. Im Hinblick auf weitere Analysen in dieser Arbeit wurde dabei der ERA40-Zeitraum verwendet. Die NINO-Indizes zeigen recht hohe Korrelationen untereinander und wie bereits erwähnt praktisch keine Zeitverschiebung. Erwartungsgemäß findet sich die niedrigste Korrelation zwischen dem westlichsten und dem östlichsten Index. SOI, MEI und WWVo zeigen die höchsten Korrelationen zum NINO3.4. WWVw ist antikorreliert mit den SST-Indizes, was erneut auf den schon erwähnten Energietransport vom West- in den Ostpazifik hinweist. Ebenfalls in diesem Zusammenhang stehen die hohen Zeitdifferenzen von bis zu sechs Monaten, die sich beim WWVw finden

	N1+2	N3	N3.4	N4	SOI	MEI	Vw	Vo
N1+2		0.78 (+0)	0.64 (-1)	0.53 (+0)	0.50 (-1)	0.74 (-1)	-0.68 (-4)	0.61 (+3)
N3	0.78		0.94 (+0)	0.79 (+0)	0.63 (-1)	0.88 (-1)	-0.77 (-5)	0.79 (+2)
N3.4	0.64	0.94		0.91 (+0)	0.73 (+1)	0.90 (-1)	-0.76 (-5)	0.83 (+1)
N4	0.53	0.79	0.91		0.72 (+1)	0.86 (+0)	-0.71 (-6)	0.78 (+1)
SOI	0.48	0.63	0.70	0.70		0.79 (-1)	-0.66 (-4)	0.63 (+2)
MEI	0.71	0.87	0.89	0.86	0.76		-0.82 (-3)	0.81 (+3)
Vw	-0.59	-0.58	-0.57	-0.50	-0.46	-0.70		-0.60 (+10)
Vo	0.48	0.73	0.80	0.77	0.60	0.69	-0.22	

**Tabelle 6.1:** Monatliche Anomalie-Korrelationen zwischen einigen ENSO-Indizes innerhalb der ERA40-Periode (1957-2002), dabei steht „N“ für NINO und „V“ für WWV. Bei Vw und Vo wurden Zeitreihen ab 1980 verwendet. Unterhalb der Diagonalen sind die instantanen Korrelationen aufgetragen, oberhalb die maximale Cross-Korrelation, in Klammern die Verschiebung in Monaten. Negative Werte bedeuten, dass der in der Spalte aufgetragene Index führt.

lassen. Das macht die Bedeutung des WWVw als ENSO-Vorläufer-Index deutlich und deutet auf prognostisches Potenzial hin.

Am Beispiel des MEI ist die ENSO-Geschichte der letzten 60 Jahre dargestellt (Abbildung 6.4). Deutlich treten die beiden „Jahrhundert“-El Niños von 1982/83



**Abbildung 6.4:** Zeitreihe der monatlichen Werte des Multivariaten ENSO-Index (MEI).

und 1997/98 hervor. Zwischen ihnen ist die bereits angedeutete Periode verstärkter Warmphasen zu erkennen. Hier finden sich auch der dritt- und viertstärkste El Niño der Zeitreihe. Vor den 80er Jahren haben sich hingegen vermehrt Kaltphasen ereignet

und alle El Niños dort blieben hinter denen der 80er und 90er Jahre zurück. Der stärkste El Niño dieser Periode ereignete sich 1972/73. Die jüngste Vergangenheit war geprägt von kleinen ENSO-Amplituden seit der Jahrtausendwende. Der aktuelle La Niña von 2010/2011 hat allerdings erheblich an Intensität gewonnen und erreichte bislang (Dezember 2010) etwa das Niveau der starken La Niñas der 70er Jahre.

### 6.1.5 Beobachtungssystem

Einen erheblichen Beitrag zu den Erkenntnissen über ENSO in den letzten 20 Jahren hat zweifelsohne das Beobachtungssystem geliefert, mit dessen Installierung Anfang der 80er Jahre als Reaktion auf den verheerenden El Niño von 1982/83 begonnen wurde. Kernstück des TOGA (Tropical Ocean Global Atmosphere) genannten Programms ist der TAO (Tropical Atmosphere Ocean)-Array, bestehend aus etwa 70 fest installierten Bojen (Hayes et al., 1991). Die Bojen befinden sich gleichmäßig verteilt über den gesamten tropischen Pazifik, zonal im Abstand von  $15^\circ$  und meridional bei  $0^\circ$ ,  $2^\circ$ ,  $5^\circ$  und  $8^\circ$ , jeweils nördlich und südlich des Äquators. Sie sind an der Oberfläche ausgestattet mit Wind-, Temperatur- und Feuchtesensoren. Weiterhin verfügen sie über einen SST-Sensor sowie weiterer Temperatursensoren entlang des Befestigungskabels bis in 500m Tiefe. Der Bojen-Array wurde 1994 fertig gestellt (McPhaden, 1995).

Weitere Komponenten des ENSO-Beobachtungssystems sind neben diesen fest installierten Bojen driftende Bojen, spezielle Beobachtungsschiffe, Satelliteninstrumente sowie zahlreiche Gezeitenmessstationen an den Küsten der Kontinente und der Inseln. Eine ausführliche Beschreibung des Beobachtungssystems geben McPhaden et al. (1998).

## 6.2 Konzepte und Modelle

Kernstück aller ENSO-Theorien ist die erstmals von Bjerknes (1969) formulierte positive Wechselwirkung zwischen Ozean und Atmosphäre: Die an der Oberfläche vorherrschenden Ostwinde bewirken zum einen eine geneigte Thermokline und zum anderen verstärktes Aufströmen von Tiefenwasser an die Oberfläche. Dies führt zu den kalten Temperaturen im Osten, dem zonalen Temperaturgradienten und schließlich einem entsprechenden Druckgradienten. Dieser jedoch treibt die Ostwinde weiter an, die am Äquator direkt vom hohen zum tiefen Druck strömen, was wiederum die Thermokline noch stärker neigt und das kalte Aufströmen weiter verstärkt. Analog würde ein schwächerer Temperaturgradient schwächere Ostwinde und damit eine flachere Thermokline bewirken, was wiederum den Ostpazifik weiter erwärmt. Diese lineare, positive Wechselwirkung beschreibt demnach ein instabiles System, bei dem sich eine anfängliche Störung (z.B. eine Kalt- oder Warmanomalie im Ostpazifik) weiter verstärkt und theoretisch über alle Grenzen exponentiell anwächst.

### 6.2.1 Rückkopplungsmechanismen

Um dieses exponentielle Anwachsen zu verhindern, muss es in der Natur Prozesse geben, die in die Gegenrichtung auf das System einwirken und es wieder in Richtung Neutrallage (oder darüber hinaus) zurücktreiben. Jedoch würde eine unmittelbare Wechselwirkung entweder lediglich das exponentiale Wachstum bremsen oder jede Auslenkung aus der Neutrallage sofort unterdrücken. Um oszillatorisches Verhalten zu ermöglichen, müssen solche negativen Rückkopplungen daher entweder nichtlinearer Natur sein und/oder erst nach einer gewissen Verzögerungszeit auf die Auslenkung reagieren.

In den folgenden Abschnitten werden verschiedene konzeptionelle Modelle für solche zeitversetzte, negative Rückkopplung mit ihren wesentlichen Ansatzpunkten kurz beschrieben. Einen ausführlicheren Überblick geben z.B. Wang und Picaut (2004) oder Dijkstra (2006).

#### Der Delayed Action Oscillator

Der Delayed Action Oscillator wurde Ende der 80er Jahre von Suarez und Schopf (1988) und Battisti (1989) vorgeschlagen. In diesem Modell kommt die negative Wechselwirkung durch Reflexion von Ozeanwellen zustande. Dabei wird zunächst angenommen, dass atmosphärische Kopplungen im Westpazifik gering sind und vernachlässigt werden können. Die El Niño-artigen SST-Anomalien und die damit verbundenen Windanomalien erzeugen Rossbywellen der Ozean-Thermokline. Diese bewegen sich westwärts, werden an der westlichen Grenze reflektiert, um anschließend als Kelvin-Welle wieder zurück nach Osten zu wandern. Während dieses Transits ist das Signal von der Atmosphäre vollständig entkoppelt und im Ozean verborgen. Durch die flachere Thermokline und die starken SST-Gradienten im Zentralpazifik findet jedoch eine Wiederankopplung der Kelvinwelle an die Atmosphäre statt, welche El Niño beendet und La Niña-artige Anomalien erzeugt.

Suarez und Schopf (1988) beschrieben diesen Mechanismus durch folgende einfache Differenzialgleichung:

$$\frac{dT}{dt} = T - T^3 - \alpha T(t - \delta). \quad (6.5)$$

Dabei beschreibt  $T$  die SST-Anomalie. Der erste Term auf der rechten Seite erzeugt somit die positive Rückkopplung. Der zweite Term ist ein empirischer, nichtlinearer Dämpfungsterm und der dritte beschreibt die oben beschriebene negative Rückkopplung, die aufgrund der Laufzeiten der Welle mit einer Zeitverzögerung  $\delta$  auftritt. Koeffizienten vor  $T$  und  $T^3$  wurden durch Reskalierung von Zeit und Temperatur eliminiert.

Durch numerische Integration von (6.5) konnten Suarez und Schopf (1988) oszillierende Lösungen für bestimmte Werte von  $\alpha$  und  $\delta$  finden. Dazu muss die Kopplung der verzögerten Kelvin-Welle groß genug ( $\alpha > 1/2$ ) und die Verzögerungszeit lang genug sein ( $\alpha\delta \gtrsim 1$ ). Durch geeignete Wahl der Parameter ist das Modell in der Lage, Oszillationen im Bereich von 2-4 Jahren zu erzeugen.

### Der Recharge Oscillator

Dieses Modell geht letztlich auf eine Idee von Cane und Zebiak (1985) sowie Wyrтки (1985) zurück. Sie wurde von Jin (1997a) in seiner Recharge Oscillator-Theorie aufgegriffen, der erstmals eine einfache, konzeptionelle Gleichung daraus ableiten konnte. Er erklärt die zwei Phasen von ENSO mit einem zyklisch ablaufenden Auf- und Entladeprozess von warmem Wasser unterhalb der Oberfläche. Ostwinde und die damit verbundenen Vorticity-Anomalien jenseits des Äquators führen zu einem Zusammenströmen von warmem Oberflächenwasser am Äquator (Sverdrup-Transport), welches in der Folge absinkt, nach Westen gelangt und so den Wärmegehalt des Westpazifik zunehmend ansteigen lässt. Ist genügend warmes Wasser angesammelt, wandert die Warmwasser-Anomalie ostwärts und erzeugt einen El Niño. Die resultierenden Westwind-Anomalien bewirken nun ein Auseinanderströmen von Oberflächenwasser am Äquator und somit ein Entladen des westpazifischen Wärmegehalts. Diese Kaltwasser-Anomalie wandert ebenfalls westwärts, beendet den El Niño und erzeugt ein La Niña-Ereignis.

Als wesentliche Variable für ENSO führt (Jin, 1997a) deshalb neben der ostpazifischen Temperaturanomalie  $T_E$  die Anomalie der Thermoklinen-Tiefe im Westpazifik  $h_W$  ein und stellt für diese beiden Variablen ein gekoppeltes System gewöhnlicher Differenzialgleichungen auf:

$$\frac{dh_W}{dt} = -rh_W - \alpha b T_E \quad (6.6)$$

$$\frac{dT_E}{dt} = R T_E + \gamma h_W, \quad (6.7)$$

mit den Kopplungskonstanten  $r$ ,  $\alpha$ ,  $b$ ,  $R$  und  $\gamma$ . Der erste Term der rechten Seite von (6.7) beschreibt analog zum Delayed Action Oscillator die Bjerkness'sche positive Rückkopplung. Eine negative Rückkopplung bezüglich der Temperaturanomalie  $T_E$  ergibt sich zunächst für die westliche Thermoklinentiefe durch den zweiten Term der rechten Seite von (6.6). So führt z.B. eine Warmanomalie durch weniger Sverdrup-Transport zu einem Ansteigen der Thermokline. Daneben enthält (6.6) einen Dämpfungstherm, der auf Mischungsprozesse und Energieverluste an den Grenzen des äquatorialen Beckens zurückgeführt wird und in (Jin, 1997b) explizit abgeleitet wird. Über den zweiten Term der Gleichung 6.7 wirkt die Thermoklinen-Anomalie schließlich wieder positiv auf die SSTs im Ostpazifik zurück. Damit kann das System oszillierende Lösungen ausführen, falls  $\omega = \sqrt{\alpha b \gamma - (r + R)^2/4}$  reell ist, das heißt die Kopplungs- und Dämpfungsterme entsprechende Werte annehmen.

Den Auf- und Entlade-Gedanken verfolgte ebenfalls Sun (2003) in seiner Heat-Pump-Hypothese, die weiter unten ebenfalls kurz skizziert wird.

### Western Pacific- und Advective-Reflective Oscillator

Neben den beiden oben genannten Oszillator-Modellen gibt es noch einige weitere, von denen zwei noch kurz erwähnt werden sollen.

Die Theorie des Western Pacific Oscillator (Weisberg und Wang, 1997) vermeidet Wellenreflexionen im Ozean gänzlich. An deren Stelle treten Wechselwirkungen

mit der Atmosphäre, welche die benötigte negative sowie eine zusätzliche positive Rückkopplung erzeugen: Positive SST-Anomalien führen zu verstärkter Konvektion über dem Pazifik und induzieren ein Paar von Zyklonen nördlich und südlich des Äquators. Diese Zyklonen erzeugen Westwindanomalien über dem äquatorialen Pazifik, was wiederum die SST-Anomalie verstärkt. Gleichzeitig führt das durch die Zyklonen ausgelöste Ekman-Pumping zu einem Anstieg der Thermokline und somit zu einem Rückgang der SSTs jenseits des Äquators. Diese Anomalie breitet sich nach Westen aus, reduziert dort den Bodendruck und führt zur Entstehung von Antizyklonen außerhalb des Äquators während der El Niño-Hochphase. Die damit verbundenen Ostwindanomalien im Westpazifik erzeugen zu El Niño inverse Kelvinwellen und beenden damit den El Niño. McPhaden (1999) und Boulanger et al. (2003) fanden Hinweise auf diesen Mechanismus anhand von Beobachtungsdaten.

Der Advective-Reflective Oscillator, vorgeschlagen von Picaut et al. (1997), sieht zonale Advektionsprozesse im Ozean als wesentlichen Mechanismus für ENSO an. Die Westwind-Anomalien während eines El Niño-Ereignisses regen demnach im zentralen Pazifik zunächst westwärts wandernde Rossbywellen und ostwärts wandernde Kelvinwellen an, die jeweils an den Rändern des pazifischen Beckens reflektiert werden. Dabei wandert die Rossbywelle als Kelvinwelle zurück und umgekehrt. Beide Wellen überlagern sich im zentralen Pazifik und erzeugen westwärts gerichtete Strömungen, die den während El Niño ostwärts verlagerten westpazifische Warmpool wieder nach Westen zurück drängen und so den El Niño beenden und die nächste Kaltphase einleiten. Auch für diesen Mechanismus konnten Anzeichen in Beobachtungen und Modellen gefunden werden (Delcroix et al., 2000; Clarke et al., 2000).

### Der Unified Oscillator

Alle oben skizzierten konzeptionellen Modelle waren in der Lage, ENSO-artige Oszillationen zu erzeugen. Trotz einiger Hinweise anhand von Beobachtungen ist jedoch nach wie vor unklar, wie groß die Relevanz dieser einzelnen Prozesse tatsächlich ist. Möglicherweise spielen sie alle eine Rolle, außerdem könnte ihre relative Bedeutung mit der Zeit variieren. Einige Wissenschaftler sehen sie aber als verschiedene Ausprägungen der gleichen physikalischen Prozesse an, die im Modell von Zebiak und Cane (1987) erstmals umfassend formuliert wurden.

Darüber hinaus konnte Wang (2001a,b) zeigen, dass sich alle oben beschriebenen Rückkopplungen in einem einzigen konzeptionellen Modell zusammenfassen lassen, das außerdem äquivalent zum Zebiak-Cane-Modell ist. Als zeitabhängige Parameter führte er dazu die ostpazifische SST-Anomalie  $T$ , die westpazifische Thermoklinentiefe  $h$  sowie  $\tau_w$  und  $\tau_c$ , die zonalen Windstress-Anomalien im westlichen sowie im zentralen Pazifik ein. Ihre zeitlichen Ableitungen sind gegeben durch:

$$\frac{dT}{dt} = a\tau_c - b_1\tau_c(t - \eta) + b_2\tau_w(t - \delta) - b_3\tau_c(t - \mu) - \epsilon T^3 \quad (6.8)$$

$$\frac{dh}{dt} = -c\tau_c(t - \lambda) - R_h h \quad (6.9)$$

$$\frac{d\tau_c}{dt} = dT - R_c\tau_c \quad (6.10)$$

$$\frac{d\tau_w}{dt} = eh - R_w\tau_w \quad (6.11)$$

Darin sind die Parameter  $a, b_1, b_2, b_3, c, d, e$  Kopplungskonstanten, die Parameter  $\eta, \delta, \mu, \lambda$  beschreiben Verzögerungszeiten und die Parameter  $\epsilon, R_h, R_c, R_w$  Dämpfungen.

Die ersten Terme der rechten Seite von Gleichung (6.8) und (6.10) beschreiben die bekannte positive Wechselwirkung: Ein hoher Windstress erhöht die Temperatur im Ostpazifik und diese höhere Temperatur verstärkt wiederum den Windstress. Durch entsprechende Wahl der Parameter kann das Gleichungssystem so vereinfacht werden, dass es jedes der oben erwähnten Oszillator-Modelle beschreibt. Sie sind demnach alle in (6.8)-(6.8) als Spezialfall enthalten. Auch Kombinationen verschiedener Oszillatormodelle lassen sich so realisieren.

### Die Heat-Pump-Hypothese

Sun (2003) betrachtet ENSO in seiner Heat-Pump-Hypothese aus einem energetischen Blickwinkel. Dazu analysierte er Beobachtungsdaten zunächst im Rahmen einer Fallstudie anhand des 1986/87-El Niño (Sun, 2000) unter Verwendung von Daten des Radiation Budget Experiments (ERBE). Später weitete er die Analyse mit NCEP-Daten auf den Zeitraum von 1980 bis 2000 aus (Sun, 2003). Er konnte darin feststellen, dass der Polwärtstransport von äquatorialer Wärme schubweise abläuft und diese Schübe sehr gut mit El Niño-Ereignissen korreliert sind. Er betrachtete daher El Niño als den wesentlichen Mechanismus, über den der äquatoriale Pazifik Wärme polwärts abtransportiert.

Darüber hinaus stellt er fest, dass den schweren El Niños von 1982/83 und 1997/98 eine ungewöhnlich starke Erwärmung des westpazifischen Warmpools vorausging und dass dieses Übermaß an thermischer Energie für die Stärke der El Niños verantwortlich sein könnte. Das Ansammeln von Wärme geschieht dabei während eines La Niña-Zustands: Die Kaltwasserzunge des La Niña führt zu einem erhöhten Wärmestrom in den Pazifik, da Verdunstung und fühlbarer Wärmefluss reduziert sind. Der hohe Zonalgradient der SST bewirkt außerdem verstärkte Ostwinde, die dafür sorgen, dass die eingestrahelte Energie in hohem Maße in tiefere Ozeanschichten im Westpazifik abgeführt und dort akkumuliert wird. Dadurch erfolgt ein allmähliches Ansteigen des westpazifischen Wärmegehalts verbunden mit einem Absinken der Thermokline. Sun vermutet, dass der Ozean dadurch zunehmend an Stabilität verliert und es schließlich zu einem El Niño-Ereignis kommt.

#### 6.2.2 Oszillation oder Folge von Einzelereignissen?

Trotz der Fortschritte der letzten Jahrzehnte konnte die grundsätzliche Frage nach der Natur der (irregulären) Oszillation des ENSO-Phänomens bis heute nicht eindeutig beantwortet werden und ist Gegenstand aktueller Forschung. Vor allem zwei Szenarien werden diskutiert und spalten die Wissenschaftsgemeinde in zwei Lager:

In der ersten Sichtweise ist ENSO ein sich selbst-erhaltender, unstabiler Schwingungszustand des gekoppelten Atmosphären-Ozean-Systems. In der zweiten Sichtweise handelt es sich um eine stabile (das heißt gedämpfte) Mode, die von zufälligem atmosphärischen Rauschen angeregt wird. Es lassen sich Argumente für beide Konzepte finden und die ENSOs dieser beiden Konzepte können sich recht ähnlich verhalten, was es letztlich so schwierig macht, die Frage zu entscheiden. Dennoch ergeben sich daraus wichtige Konsequenzen, etwa im Hinblick auf die prinzipielle Vorhersagbarkeit oder die Möglichkeit von El Niño-Dauerzuständen, die etwa im Zuge der Veränderungen durch die globale Erwärmung auftreten könnten.

Ob das ENSO-System stabil oder instabil ist, lässt sich auf die Frage nach der Stärke der Kopplung zwischen Ozean und Atmosphäre, der Reflektivität an den Grenzen des pazifischen Beckens (insbesondere im Westen) und der Stärke der Dissipation zurück führen. Die heutigen Kenntnisse über diese Prozesse, insbesondere über die Dissipation enthalten aber noch zum Teil erhebliche Unsicherheiten. Bei festen Kopplungskonstanten führt eine hohe Dissipation zu einem stabilen ENSO. Wird sie klein genug, so wird ENSO instabil. Schätzungen der Dissipation gehen weit auseinander. Die Impuls-Dissipationszeit wird z.B. von Thompson und Battisti (2000) mit etwa 7,5 Monaten, von Fedorov (2007) mit etwa 2,3 Jahren angegeben.

Die Stabilität von ENSO beeinflusst auch die prinzipielle Vorhersagbarkeit: Wäre das System z.B. stabil und in erster Linie von atmosphärischem Rauschen angeregt, so wäre die Vorhersagbarkeit entsprechend eher gering. Der schwere El Niño von 1997/98 gab Anlass zu dieser Annahme: Die damaligen Vorhersagen unterschätzten ihn deutlich. Zugleich konnten im Vorfeld, vor allem Anfang 1997, starke Westwinde beobachtet werden, die mit einer ungewöhnlich starken Amplitude Madden-Julian-Oszillation im Zusammenhang standen. Dies gab Anlass, ein stabiles, stark von atmosphärischem Rauschen abhängiges und schlecht vorhersagbares ENSO zu vermuten (McPhaden, 1999). Spätere Studien relativierten diese Ansicht jedoch zum Teil. Eisenman et al. (2005) argumentierten, dass diese „Westerly Windbursts“ (WWB) bereits die Folge des sich entwickelnden El Niño waren und weniger seine Ursache. Chen et al. (2004) betrieben ein ENSO-Modell lediglich mit beobachteten beziehungsweise rekonstruierten SSTs über 148 Jahre und konnten damit eine recht hohe Vorhersagbarkeit von bis zu zwei Jahren feststellen. Sie folgerten daraus, dass ENSO eine selbst-erhaltende Schwingungsmoden ist und atmosphärisches Rauschen eine eher geringe Rolle spielt. Es ist jedoch eine offene Frage, ob die aktuellen Grenzen der ENSO-Vorhersagbarkeit in erster Linie auf Fehler der Modelle und Unsicherheiten im Anfangszustand oder auf einen stärkeren Einfluss des atmosphärischen Rauschen zurückzuführen sind.

### 6.2.3 Globale Zirkulationsmodelle

Neben den oben beschriebenen konzeptionellen Modellen wird ENSO mit wachsendem Erfolg auch mit Hilfe von Globalen Zirkulationsmodellen (GCM) simuliert. Guilyardi et al. (2009) geben hierüber einen Überblick.

Die Simulation von ENSO mit GCMs erwies sich lange Zeit als schwierig, da zunächst große Probleme in der korrekten Simulation des Grundzustands (das heißt

insbesondere des pazifischen Temperaturgradienten) und des Jahresgangs bestanden. Da ENSO in engem Verhältnis zu beiden steht, scheint das jedoch eine wichtige Voraussetzung für eine verlässliche ENSO-Simulation zu sein. Einigen Modellen des vierten Assessment Reports (AR4) des IPCC gelang erstmals eine zufriedenstellende Simulation von ENSO sowie des Grundzustands und des Jahresgangs (Van Oldenborgh et al., 2005). Diese Modelle kamen zudem ohne künstliche Flusskorrekturen aus.

Trotz dieses Erfolgs sind weiterhin ernste systematische Fehler in den Modellen vorhanden. Probleme liegen hier vor allem in einem „zu linearen“ ENSO der Modelle: Die ENSO-Periode ist oft zu regelmäßig, die Kopplung der Kalt- und Warmereignisse an den Jahresgang (das heißt ihr Höhepunkt im Nordwinter) ist meist entweder gar nicht vorhanden oder erfolgt zur falschen Zeit und die beobachtete Asymmetrie zwischen El Niño und La Niña ist in Modellen oft nicht vorhanden.

## 6.3 Auswirkungen von ENSO

Die Auswirkungen starker El Niño- und La Niña-Ereignisse sind sehr vielfältig und erfassen den ganzen Globus. Einige Aspekte sollen in den folgenden Abschnitten kurz angerissen werden.

### 6.3.1 Niederschlag

Von El Niño oder La Niña induzierte Niederschlagsanomalien bewirken wahrscheinlich die größten Einflüsse auf Menschen und Ökosysteme und haben nicht selten zu verheerenden Dürre- beziehungsweise Überschwemmungskatastrophen geführt. Als jüngstes Beispiel kann man hier die Flutkatastrophe in Pakistan im Spätsommer 2010 anführen, die im Zusammenhang mit dem starken La Niña stehen dürfte, der sich ab Juni 2010 im Pazifik entwickelte.

Eine umfassende Untersuchung der mit ENSO verbundenen Niederschlagsanomalien unter Verwendung von Stationsmessungen über Land geben z.B. Ropelewski und Halpert (1996) und Dai et al. (1997). Globale Anomaliefelder finden sich in Dai und Wigley (2000), die zunächst landbasierte Stationsmessungen, Radarmessungen und Satellitenmessungen über den Ozeanen zu einem globalen Niederschlagsdatensatz kombinierten. Dieser Datensatz wurde anschließend einer EOF-Analyse unterzogen, wobei sich eine Korrelation zwischen der 1. Hauptkomponente und dem SOI von 0,76 ergab.

Der engste Zusammenhang zwischen Niederschlagsanomalien und ENSO besteht über dem tropischen Pazifik selbst und den ihn begrenzenden Küstenregionen. Wie schon angedeutet, verschieben sich die Bereiche starker Konvektion und der mit ihnen verbundene Niederschlag in Abhängigkeit der ENSO-Phase (Abbildung 6.2). Während einer Warmphase kommt es dadurch mit sehr hoher Wahrscheinlichkeit zu ungewöhnlich starken Regenfällen in Peru und Dürren in Indonesien und auf den Philippinen. Näherungsweise kann man sagen, dass während einer Kaltphase von ENSO die umgekehrten Niederschlagsanomalien auftreten.

Außerhalb des Pazifik sind im Bereich der Tropen Warmphasen von ENSO verknüpft mit geringeren Niederschlägen über Australien, Indien, Zentral- und Südafrika sowie dem Westatlantik und dem Amazonasgebiet. Jedoch werden die Verbindungen zu ENSO weniger zuverlässig, je weiter man sich vom Pazifik entfernt. Andere Einflüsse des Klimasystems machen sich stärker bemerkbar und reduzieren den Einfluss von ENSO. Somit kann ein einfacher Zusammenhang zur Stärke eines El Niños nicht immer hergestellt werden (Sarachik und Cane, 2010): Der extreme El Niño von 1997/98 z.B. brachte etwa nur eine mäßige Trockenheit in Australien mit sich, der indische Monsoon war sogar vom Klimamittel nicht zu unterscheiden. Der weniger starke El Niño von 1991/92 hingegen bescherte Südafrika die schlimmste Dürrekatastrophe seit 150 Jahren.

Verlässt man die Tropen und geht zu den mittleren Breiten über, so sinken die Einflüsse weiter. Neben dem größeren Abstand zum tropischen Pazifik reagieren die chaotischen Regime der mittleren Breiten auch von Natur aus weniger deutlich auf SST-Felder als die Tropen. Dennoch lassen sich mehr oder weniger signifikante Zusammenhänge ebenso für die mittleren Breiten formulieren, die allerdings mehr als eine Tendenz zu verstehen sind (siehe Abschnitt 6.3.3).

### 6.3.2 Tropische Stürme

Eine weitere, gut dokumentierte Wechselwirkung besteht zwischen ENSO und der Intensität und Häufigkeit tropischer Wirbelstürme, sowohl im Pazifik, als auch im Atlantik.

Über eine geringere Taifun-Aktivität im westlichen Pazifik während El Niño berichtete zunächst Chongyin (1987). Eine umfassendere Untersuchung durch Elsner und Liu (2003) konnte zeigen, dass ENSO die Zugbahnen der Taifune beeinflusst. Während El Niño-Jahren gibt es signifikant weniger Taifune mit geraden Zugbahnen, die die Küsten der Philippinen, Südchinas oder Vietnam treffen. Stattdessen nehmen mehr Taifune eine krumme, meist nach Norden gerichtete Zugbahn ein, die zudem in Richtung Osten verlagert ist. In der Folge treffen während El Niño deutlich weniger Taifune auf Land als in La Niña-Jahren.

Für den Atlantik konnten Bove et al. (1998) zeigen, dass während einer La Niña-Phase signifikant mehr Hurricanes die US-Amerikanische Küste, insbesondere die Golfregion treffen. Dazu untersuchten sie 97 jährige Datenreihen ab 1900. So stieg beispielsweise die Wahrscheinlichkeit, dass zwei oder mehr Hurricanes die Küste erreichten von 28% während einer ENSO-Warmphase auf 66% während einer Kaltphase. Ähnliche Ergebnisse fanden sie für die Frequenz, mit der besonders schwere Hurricanes auf Land trafen. Wenig später konnten Pielke Jr und Landsea (1999) die selben Zusammenhänge in den Hurricane-Schadenssummen der USA nachweisen.

### 6.3.3 Telekonnektionen in die mittleren Breiten

Da ENSO-Telekonnektionen in den mittleren Breiten schwächer ausgeprägt sind als in den Tropen, ist es meist schwierig hier eindeutige Anzeichen zu finden. Reanalyse-Datensätze sind dafür oft zu kurz und liefern keine statistisch verlässlichen Ergebnis-

se. Abhilfe können hier Rekonstruktionen oder auch Modell-Simulationen schaffen.

Über einen Zusammenhang zwischen El Niño und den sehr strengen europäischen Wintern Anfang der 40er Jahre berichteten Brönnimann et al. (2004) und legten damit einen möglicherweise entscheidenden Einfluss von El Niño auf den Verlauf des 2. Weltkriegs nahe. Später bestätigten Brönnimann et al. (2007) derartige Verbindungen zwischen ENSO und dem europäischen Winter anhand rekonstruierter Zeitreihen und Felder sowie alter Stationsmessreihen der letzten 500 Jahre. Sie konnten damit zeigen, dass in El Niño-Jahren vor allem im Spätwinter signifikant verstärkt negative Phasen der Nordatlantischen Oszillation (NAO) auftreten, verbunden mit kaltem, eher trockenem Wetter über Kontinentaleuropa und Russland. In La Niña-Jahren kommen symmetrisch dazu vermehrt positive NAO-Phasen mit durchziehenden Tiefdruckgebieten, höheren Temperaturen und Niederschlagsmengen vor. Der Zusammenhang zwischen NAO und ENSO erwies sich dabei über die letzten 300 Jahre als weitgehend konstant, wird allerdings signifikant von den Bedingungen im Nordpazifik moduliert. Konsistent dazu zeigten Zanchettin et al. (2008), dass der ENSO-Einfluss auf Europa während einer positiven Phase der Pazifisch Dekadischen Oszillation (PDO) größer ist.

#### 6.3.4 Tageslänge

Auch die Tageslänge, das heißt die Winkelgeschwindigkeit der Erde, wird von ENSO beeinflusst. Es liefert dabei nach der Quasi-Biennalen Oszillation (QBO) den stärksten atmosphärischen Beitrag zu deren Variation. Abarca del Rio et al. (2000) untersuchten die Zeitreihe der Tageslänge (LOD) sowie die Zeitreihe des atmosphärischen Drehimpulses (AAM) von 1949-1998 und verglichen sie mit ENSO-Beobachtungen. Dabei fanden sie eine Korrelation zwischen dem troposphärischen Drehimpuls (TAAM) und dem SOI von 0,79 im 1,5-5 Jahresband. Die starken El Niños von 1982/83 und 1997/98 führten außerdem zu den stärksten Ausschlägen der gesamten TAAM-Zeitreihe. Der Zusammenhang lässt sich mit den starken und ausgedehnten Anomalien des zonalen Winds erklären: Westwind-Anomalien während El Niño vergrößern den atmosphärischen Drehimpuls, La Niña-Ostwindanomalien verringern ihn. Aufgrund der Drehimpulserhaltung muss sich der Drehimpuls der festen Erde (und somit deren Winkelgeschwindigkeit) entsprechend umgekehrt verhalten.

## 6.4 Vergangenheit und Zukunft von ENSO

### 6.4.1 Erkenntnisse der Paläoklimatologie

Historische Messreihen ermöglichen mehr oder weniger genaue Rekonstruktionen der Meerestemperaturen bis etwa zur Mitte des 19. Jahrhunderts. Will man noch weiter in die Vergangenheit, so muss man nach Spuren etwa in Baumringen, Sedimenten oder Eisbohrkernen suchen. Erster Schritt ist dabei die Identifizierung solcher Stellvertretergrößen (sogenannter Proxies), die besonders stark auf die Variable reagieren, für die man sich interessiert. Für ENSO können etwa Korallenfossilien, Baumringe oder Sedimente als Proxies verwendet werden.

Entsprechende Untersuchungen ergaben, dass es wahrscheinlich bis wenigstens 130.000 Jahre vor unserer Zeit ENSO im Pazifik gab (Tudhope et al., 2001). Allerdings zeigten Sedimente in einem See in Ecuador Anzeichen für eine Veränderung vor etwa 5.000 Jahren (Rodbell et al., 1999). Diese wurden zunächst als Abwesenheit von ENSO im frühen und mittleren Holozän interpretiert (Fedorov und Philander, 2000). Heute ist man allerdings eher der Auffassung, dass ENSO vor 5.000 Jahren deutlich an Stärke zugenommen hat und El Niño-Ereignisse davor schwächer, aber dennoch vorhanden waren. Zu schwach jedoch, um nachweisbare Spuren im Sediment des Sees zu hinterlassen.

Hinweise für ein Zeitalter ohne ENSO finden sich dagegen im Pliozän, etwa 5 bis 2 Millionen Jahre vor der Gegenwart. Die Proxy-Daten für diesen Zeitraum deuten auf einen permanenten El Niño hin, also einen zeitlich konstanten Zustand ohne wesentlichen Ost-West-Temperaturgradienten (Wara et al., 2005). Weiter fanden sich Hinweise auf eine im Vergleich zu heute wesentlich größere Thermoklinen-Tiefe im Ostpazifik, die vermutlich verhinderte, dass kaltes Tiefenwasser bis an die Oberfläche gelangen konnte und somit den ENSO-Zyklus unterbunden hat.

#### 6.4.2 Globale Erwärmung

Aussagen über die Zukunft von ENSO zu machen, insbesondere seine Entwicklung im Hinblick auf die globale Erwärmung ist im Moment schwierig. Die Modelle des AR4 stimmen in ihrer ENSO-Projektion der verschiedenen Szenarien nicht überein (Meehl et al., 2007). Zwar sagen die meisten Modelle einen im Mittel wärmeren Ostpazifik und damit einen verringerten Ost-West-Gradienten voraus, die Spanne der ENSO-Variationen reicht jedoch von deutlich schwächer über unverändert bis zu deutlich stärker als heute.

Van Oldenborgh et al. (2005) bewertete die Modelle bezüglich ihrer ENSO-Simulationen im gegenwärtigen Klima (20C-Läufe) und stellte dabei erhebliche Unterschiede zwischen den Modellen fest. Anschließend berücksichtigte er nur die Projektionen der sechs besten „ENSO-Modelle“. Dabei zeigte sich eine geringere Evidenz für einen generell wärmeren Pazifik mit vermindertem Zonalgradienten als im Gesamtensemble. Aber auch unter den sechs besten Modellen konnte Van Oldenborgh et al. (2005) keine signifikante Änderung der ENSO-Amplitude in der Zukunft feststellen. Auch Aussagen über die relative Stärke von El Niño und La Niña zueinander seien nicht möglich, da dieses Verhältnis auch im gegenwärtigen Klima nur unbefriedigend simuliert werden könnte. Guilyardi (2006) stellte allerdings unter diesen besten ENSO-Modellen einen signifikanten Trend zu stärkeren El Niño-Amplituden in Szenarien mit hoher CO<sub>2</sub>-Konzentration fest. Bemerkenswert scheint noch, dass keines der AR4-Modelle einen persistenten Warmzustand, also ein Klima ohne ENSO, simulierte und das auch dann nicht, wenn sie mit einer etwa 10fachen CO<sub>2</sub>-Konzentration im Vergleich zu heute angetrieben wurden (Haywood et al., 2007).

Eine Einschätzung der zukünftigen ENSO-Entwicklung anhand eines konzeptionellen Modells gibt auch Sun (1997). Er argumentiert, dass die Stärke von ENSO im wesentlichen von der Differenz der Strahlungsgleichgewichtstemperatur an der

Oberfläche  $T_e$  und die Temperatur des tiefen Ozean in den Tropen  $T_b$  abhängt. Je größer diese Differenz, um so stärker der SST-Gradient und ENSO. Kurzfristig könnte ein durch die globale Erwärmung bedingtes größeres  $T_e$  also zu einer Verstärkung von ENSO führen. Längerfristig erwartet Sun (1997) jedoch einen stärkeren Anstieg der Temperatur  $T_b$ . Diese wird entscheidend von der Temperatur der höheren Breiten bestimmt, von der ein stärkerer Anstieg erwartet wurde. Dies würde zu schwächeren ENSO-Ereignissen führen bis hin zu einem völligen Verschwinden der ENSO-Oszillation.

Der fünfte Assessment-Report des IPCC ist zur Zeit in Vorbereitung. Möglicherweise werden die Fortschritte in der Modellentwicklung in den letzten Jahren zu eindeutigeren ENSO-Prognosen führen und Anhaltspunkte liefern, wie sich ENSO in den nächsten Jahrzehnten und Jahrhunderten entwickeln könnte.



## Kapitel 7

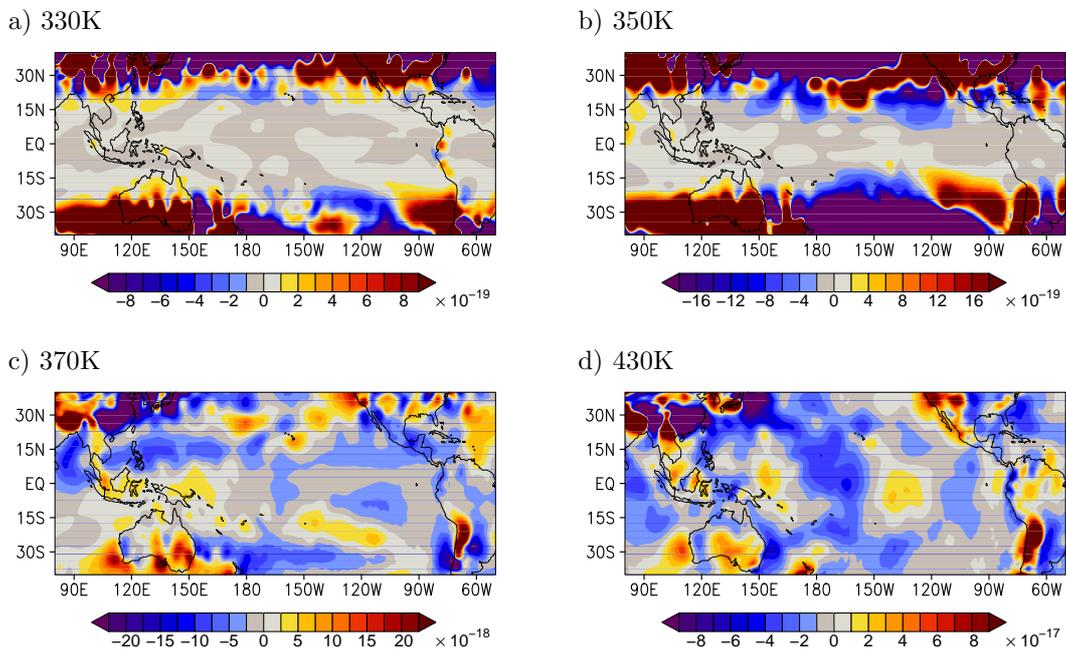
# Ein Dynamischer ENSO-Index

In Teil I der vorliegenden Arbeit wurden DSI-Felder anhand der ERA40-Reanalyse und der operationellen Analyse des ECMWF berechnet. Mit Hilfe dieser Daten sollen im folgenden zweiten Teil Zusammenhänge zwischen dem DSI und ENSO untersucht werden. Dazu wird in diesem Kapitel zunächst, motiviert durch eine auffällige Struktur in der Klimatologie, eine Zeitreihe aus dem DSI-Feld abgeleitet. Nach der Definition dieses „Dynamischen ENSO-Index“ werden seine grundlegenden Eigenschaften und Zusammenhänge zu ENSO beschrieben.

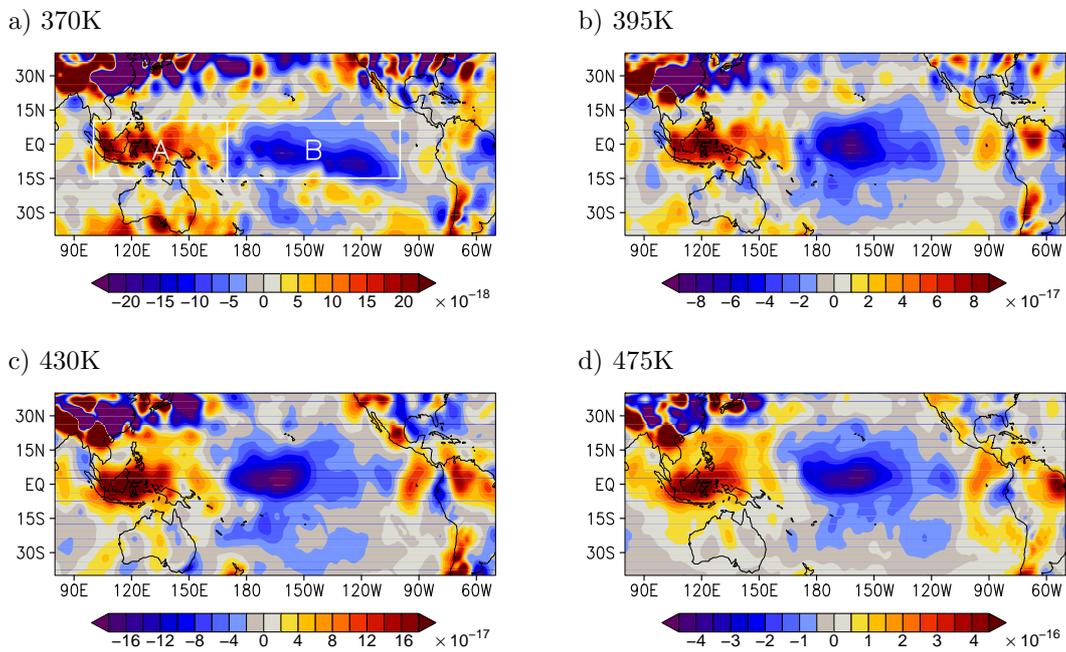
### 7.1 Klimatologie des DSI im ENSO-Gebiet

Betrachtet man die Klimatologien der DSI-Felder über dem tropischen Pazifik, so findet man zunächst kaum Auffälligkeiten oder geordnete Strukturen. Abbildung 7.1 demonstriert dies beispielhaft für vier verschiedene Flächen. In den tieferen Flächen ist ein starker Anstieg der Amplitude der DSI-Fluktuationen zu den Polen hin zu bemerken. Das hängt in erster Linie mit einer entsprechenden Eigenschaft der  $\theta$ -Flächen zusammen, die zu den Polen hin ansteigen. Dieses Verhalten zusammen mit der starken Abhängigkeit des DSI von der Dichte (1.52) führt zu den hohen Werten im Norden und Süden.

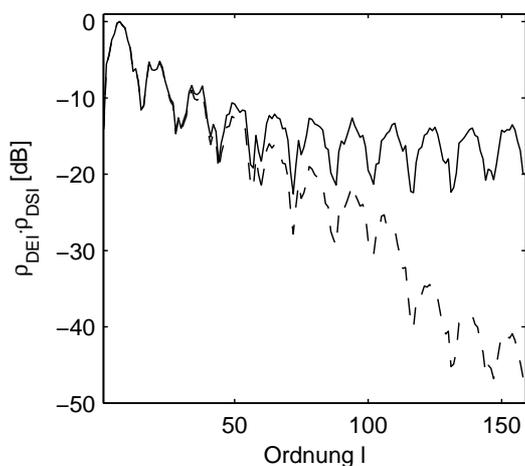
Die Strukturlosigkeit der DSI-Klimatologie ändert sich, wenn man das Klimamittel zeitlich einschränkt auf bestimmte Termine und Jahreszeiten. Abbildung 7.2 zeigt das DSI-Klimamittel für den 0UT-Termin und für den Nordwinter von Januar bis März (JFM). Hier fällt sofort eine klar definierte Dipolstruktur entlang des Äquators auf, die sich von den verrauschten Mustern der höheren Breiten abgrenzt: Man findet positive DSI-Werte über dem maritimen Kontinent und dem äquatorialen Westpazifik sowie negative DSI-Werte über dem Zentral- bis Ostpazifik. Vertikal erstreckt sich diese Struktur von der oberen Troposphäre (370K) bis in die Stratosphäre hinein. Diese Dipolstruktur ist Grundlage der nachfolgenden Untersuchungen.



**Abbildung 7.1:** Klimamittel des DSI-Felds über die gesamte ERA40-Periode (September 1957 bis August 2002) auf vier verschiedenen  $\theta$ -Flächen.



**Abbildung 7.2:** Wie Abbildung 7.1, jedoch für den Nordwinter (JFM) und den 0UT-Termin. Auf der 370K-Fläche sind bereits die zur Definition des Dynamischen ENSO Index benötigten Flächen A und B eingezeichnet, welche den gezeigten Dipol erfassen.

**Abbildung 7.3:**

Produkt der spektralen Dichte des DEI mit der mittleren spektralen Dichte des DSI in 370K für das ERA40 Modell (durchgezogen) und das operationelle Modell (gestrichelt). Die Dezibel-Skala wurde jeweils am Maximum ausgerichtet.

## 7.2 Definition eines Dynamischen ENSO Index

Ob und in wie weit die Ausprägung des oben beschriebene Dipols im Zusammenhang mit ENSO steht, lässt sich am einfachsten durch diese Abbildung auf einen eindimensionalen Index feststellen. Dies kann durch die jeweilige Integration über das positive und das negative Gebiet mit anschließender Differenzbildung erreicht werden. Dieser Index soll in Anlehnung an den DSI als „Dynamischer ENSO Index“ (DEI) bezeichnet werden und wird folgendermaßen definiert:

$$\text{DEI}(t) = \int_A da \text{DSI}(t) - \int_B da \text{DSI}(t), \quad (7.1)$$

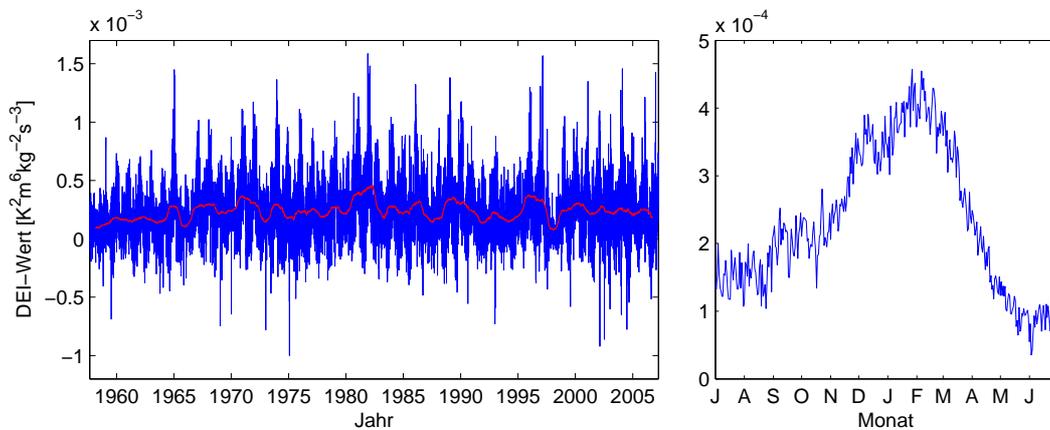
mit den rechteckigen Flächen  $A$  und  $B$ , die jeweils den positiven und den negativen Bereich des Dipols einschließen. Ihre räumliche Ausdehnung wird in Anlehnung an die Klimatologie (Abbildung 7.2) wie folgt festgelegt:

$$\begin{aligned} A &: 100^\circ\text{O} - 170^\circ\text{O}; 15^\circ\text{S} - 10^\circ\text{N} \\ B &: 170^\circ\text{O} - 260^\circ\text{O}; 15^\circ\text{S} - 10^\circ\text{N}. \end{aligned} \quad (7.2)$$

Die Flächen wurden bereits in die Abbildung 7.2a eingezeichnet.

### 7.2.1 Konvergenz

Mathematisch gesehen stellt (7.1) ein lineares Funktional des DSI-Felds in 370K dar. Durch die in Kapitel 4 erläuterten spektralen Eigenschaften des DSI muss zunächst die Frage der Konvergenz von (7.1) bezüglich hoher Spektralmoden untersucht werden. Dies soll anhand der Konvergenz-Bedingung (4.14) geschehen: In Abbildung 7.3 ist das Produkt der spektralen Dichte des DEI-Funktional (7.1) mit der mittleren spektralen Dichte des DSI in 370K dargestellt. Für die Daten der ERA40-Reanalyse zeigt sich ein deutliches Abklingen, sodass die Konvergenz von (7.1) gesichert ist. Allerdings ist dieses Abklingen zum Teil durch die Dämpfung des Modells künstlich



**Abbildung 7.4:** Zeitreihe des DEI aus täglichen OUT Werten (links, blau) und ihr mittlerer Jahresgang (rechts). In rot ist zusätzlich das gleitende Jahresmittel eingezeichnet.

herbeigeführt. Deshalb wurde in der Abbildung 7.3 zusätzlich das spektral deutlich stärker angeregte operationelle Modell berücksichtigt, dessen DSI-Spektrum innerhalb der verfügbaren Auflösung als Realität gelten kann. Erwartungsgemäß ist hier das Abklingen zwar schwächer, dennoch sind die hohen Moden noch um etwa 10-20dB unterdrückt, sodass auch hier die Konvergenz gesichert ist. Dabei ist zu beachten, dass (4.14) eine sehr strenge Bedingung darstellt und die tatsächliche Konvergenz noch weitaus besser sein wird.

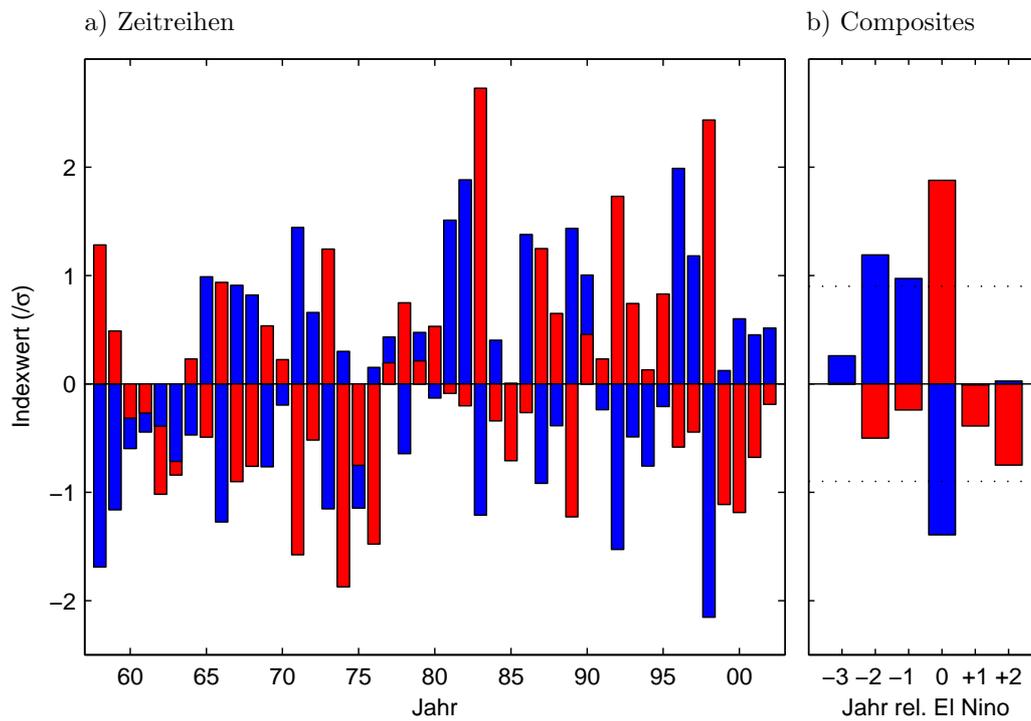
Aufgrund der sichergestellten Konvergenz ist die Definition (7.1) skalenunabhängig und somit auch weitgehend unabhängig von der spektralen Auflösung des Modells und dessen künstlicher Dämpfung.

## 7.2.2 Zeitreihen

Die durch (7.1) definierte tägliche Zeitreihe ist in Abbildung 7.4 zusammen mit dem mittleren Jahresgang dargestellt. Sie zeigt zunächst einen hohen Anteil an hochfrequentem Rauschen und lässt keine weiteren Details erkennen. Im mittleren Jahresgang hingegen zeigt sich klar die bereits erwähnte stärkere Ausprägung des DSI-Dipols im Nordwinter. Daher soll nun eine jährliche Zeitreihe des saisonalen Mittelwertes von Januar bis März (JFM) des DEI betrachtet werden. Sie ist zusammen mit dem entsprechend gemittelten Multivariaten ENSO-Index (MEI) in Abbildung 7.5 dargestellt. Details zum MEI sind in Abschnitt 6.1.4 beschrieben.

El Niño-Jahre sind an hohen Werten des MEI zu erkennen. Da es sich um JFM-Mittelwerte handelt, ist also z.B. der El Niño von 1982/83 dem Jahr 1983 zugeordnet. Die Zeireihe lässt fünf starke El Niños erkennen<sup>1</sup>: 1972/73, 1982/83, 1986/87, 1991/92, 1997/98. Als Kriterium für einen starken El Niño wurde das obere 1 $\sigma$ -Perzentil der MEI-Zeitreihe verwendet (also  $\text{MEI} \geq 1\sigma$ ). Diese Klassifikation soll,

<sup>1</sup>Der El Niño von 1957/58 soll im Folgenden unberücksichtigt bleiben, da für diesen keine Daten im Vorfeld vorliegen.



**Abbildung 7.5:** Normierte und standardisierte jährliche Zeitreihe der JFM-Mittelwerte des DEI um 0UT in 370K (blau) und des MEI (rot) von 1958 bis 2002 (a). Außerdem ist ein El Niño-Composite dieser Zeitreihen aus den El Niños von 1973, 1983, 1987, 1992 und 1998 dargestellt (b). Diese erfüllen das Kriterium  $\text{MEI} \geq 1\sigma$ . Die gestrichelten Linien kennzeichnen das 95%-Signifikanzniveau.

	N1+2	N3	N3.4	N4	SOI	MEI	WWVw	WWVo
mtl	-0.33	-0.36	-0.36	-0.28	-0.29	-0.31	0.35	-0.23
JFM	-0.40	-0.65	-0.68	-0.53	-0.60	-0.61	0.86	-0.37
JFM*	-0.11	-0.48	-0.51	-0.31	-0.43	-0.41	0.77	0.09

**Tabelle 7.1:** Spearman-Korrelationskoeffizienten des DEI mit verschiedenen ENSO-Indizes (ERA40-Periode). Mtl steht für monatliche Zeitreihen (mittlerer Jahresgang wurde entfernt), JFM für jährlichen Zeitreihen des Mittelwerts von Januar bis März. JFM\* entsprechend, jedoch wurden hier alle Jahre, in denen der MEI-Wert  $1\sigma$  überschritt, entfernt. Für die WWV-Korrelationen wurden Zeitreihen ab 1980 verwendet.

solange nicht anders angegeben, während dieser Arbeit beibehalten werden.

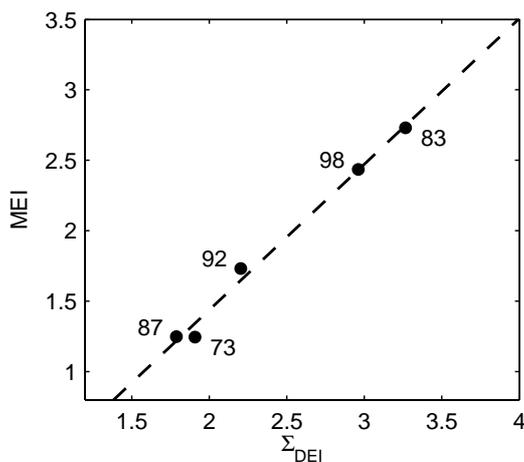
Der DEI zeigt während El Niño entgegengesetzt zum MEI starke negative Ausschläge. Das bedeutet, dass der klimatologisch beobachtete DSI-Dipol während El Niño reduziert beziehungsweise umgekehrt gepolt ist. Ein Blick auf die nichtnormierte DEI-Zeitreihe zeigt jedoch stets positive Werte des DEI, wobei der kleinste Wert 1998 erreicht wurde und nur noch knapp über Null liegt. Eine Umpolung findet also, ganz analog zu den SSTs, nicht statt. Vor allem durch diese Schwächung des Dipols während El Niño kommt eine starke Antikorrelation zwischen dem DEI und dem MEI zustande. Sie beträgt  $-0,61$  bei Verwendung des Spearman'schen Rangkorrelationskoeffizienten. Korrelationen zu weiteren ENSO-Indizes auf Basis verschiedener Zeitreihen sind in Tabelle 7.1 aufgetragen. Zusätzlich zu der jährlichen JFM-Zeitreihe wurden Korrelationen der monatlichen Anomalien angegeben. Außerdem wurden Korrelationen der JFM-Zeitreihen berechnet, nachdem Jahre mit starken El Niño-Ereignissen entfernt wurden. Dies soll Zusammenhänge jenseits dieses Einflusses sichtbar machen.

Lässt man die WWV-Indizes erst einmal außer acht, so finden sich eher geringe Unterschiede der Korrelationen innerhalb einer Zeile. Die monatlichen Korrelationen liegen bei Werten um  $-0,3$  und sind somit deutlich kleiner als die jährlichen Korrelationen. Die Unterschiede dürften auf unkorreliertes, atmosphärisches Rauschen zurück zu führen sein. Bei den jährlichen Zeitreihen findet man die größten Korrelationen zwischen DEI und NINO3.4. Nach El Niño-Entfernung reduzieren sich die Werte deutlich, was obige Vermutung bestätigt, dass die starke Reaktion des DEI auf El Niño ein wesentlicher Teil der Korrelation ist.

Auffällig sind die sehr hohen Korrelationen des WWVw bei Verwendung von jährlichen Zeitreihen. Allerdings muss hier der kürzere Zeitraum im Hinterkopf behalten werden. Der WWVw geht den Standard-ENSO-Indizes um etwa ein halbes Jahr voraus, besitzt also ein hohes prognostisches Potenzial (Tabelle 6.1). Die hohen Korrelationen deuten ein solches auch beim DEI an, was im folgenden Abschnitt näher untersucht werden soll.

### 7.2.3 Prognostisches Potenzial

Lenkt man die Aufmerksamkeit auf La Niña (negative MEI-Werte), so fällt ein uneinheitliches Verhalten des DEI auf: Nicht jedes La Niña-Ereignis führt zu einem positiven DEI-Ausschlag. Viel mehr scheint es so zu sein, dass starke positive Aus-

**Abbildung 7.6:**

El Niño-Stärke (MEI-Wert) über den vor El Niño akkumulierten DEI-Werten ( $\Sigma_{\text{DEI}}$ ) für die fünf stärksten El Niños. Zusätzlich eingezeichnet ist die Regressionsgerade.

schläge des DEI stets im Vorfeld eines El Niños stattfinden, weitgehend unabhängig von der Stärke des La Niña. In drei Fällen folgt auf zwei deutlich erhöhte DEI-Werte im dritten Jahr ein El Niño (1971-73, 1981-83, 1996-98). Dem El Niño von 1986/87 geht ein DEI-Peak voraus. Bei dem El Niño von 1991/92 finden sich wieder zwei DEI-Peaks, allerdings gefolgt von einer Lücke im Jahr 1991. Außerdem findet man auch umgekehrt keinen DEI-Ausschlag über dem Wert von etwa  $1\sigma$ , der nicht in zeitlicher Nähe zu einem El Niño-Ereignis steht.

Dieser Anstieg der DEI-Werte vor schweren El Niños lässt sich weiter verdeutlichen durch Bildung eines Composites aus den oben erwähnten Ereignissen, das heißt Übereinanderlegen dieser El Niños (Abbildung 7.5b). Die sehr hohen DEI-Werte ein und zwei Jahre vor El Niño sind klar zu erkennen und übersteigen die MEI-Werte in der Amplitude deutlich. Ebenso übersteigen sie das 95%-Signifikanzniveau (gestrichelte Linie). Im Zusammenhang mit diesen Anstiegen fällt auch eine deutliche zeitliche Asymmetrie im DEI-Composite auf: Vor El Niño finden sich hohe positive Werte, nach El Niño dagegen liegen die Werte um Null. Im Gegensatz dazu ist das Verhalten des MEI (und weiteren ENSO-Indizes) weitgehend symmetrisch: El Niño entsteht im Mittel aus mäßigen bis schwachen La Niña-Bedingungen und geht anschließend auch wieder in diese über.

Auch zwischen der Stärke der DEI-Ausschläge im Vorfeld und der Stärke des El Niño selbst lässt sich ein enger Zusammenhang finden: Akkumuliert man die DEI-Werte über einen Zeitraum von einem bis drei Jahre vor einem El Niño-Jahr ( $t_{en}$ ),

$$\Sigma_{\text{DEI}}(t_{en}) := \sum_{t=t_{en}-3}^{t_{en}-1} \text{DEI}(t), \quad (7.3)$$

und trägt die Werte über der Stärke der El Niños auf (gemessen durch den entsprechenden MEI-Wert), so erhält man in sehr guter Näherung einen linearen Zusammenhang (Abbildung 7.6).

Diese bemerkenswerten Eigenschaften sind Hinweise auf ein erhebliches prognostisches Potenzial, das bei einem atmosphärischen Index in der hohen Troposphäre

nicht zu erwarten gewesen ist. Ursprung, Relevanz und Verbindungen dieser Zeitreihe genauer zu untersuchen, ist daher das Ziel der verbleibenden Kapitel dieser Arbeit. Dazu sollen die beschriebenen Eigenschaften zunächst durch Parameter quantifiziert werden, die dann für Vergleiche herangezogen werden können. Neben den üblichen Korrelationen sollen folgende Eigenschaften quantifiziert werden:

1. Die Index-Werte vor einem El Niño sind höher als die Werte nachher (Asymmetrie).
2. Es besteht ein linearer Zusammenhang zwischen der Stärke des El Niño und den Index-Ausschlägen im Vorfeld (Linearität).
3. Es finden sich keine starken Index-Ausschläge, die nicht in zeitlicher Nähe zu einem El Niño stehen (Eindeutigkeit).

Die **Asymmetrie** eines Index  $g(t)$  bezüglich El Niño werde durch den Parameter  $a$  beschrieben.  $a$  sei die statistische Signifikanz dafür, dass Composite-Differenz der zwei Jahre vor El Niño und der zwei Jahre nach El Niño von Null verschieden ist:

$$a := \sum_{t \in \mathcal{N}} \left( g(t-2) + g(t-1) - g(t+1) - g(t+2) \right) \cdot a_s. \quad (7.4)$$

Hierin ist  $t$  die Zeit in Jahren,  $\mathcal{N}$  die Menge der El Niño-Jahre und  $a_s$  ein Faktor, der von  $|\mathcal{N}|$  und Varianzen der Zeitreihe  $g(t)$  abhängt. Details zur Berechnung des Signifikanzniveaus von Composite-Differenzen sind in Kapitel 10.1 oder in Taubenheim (1969) zu finden. Gemäß (7.4) ist  $a \in (-1, 1)$ . Null bedeutet, es gibt keinen Unterschied zwischen vor und nach El Niño, 0,95 bedeutet, die Differenz zwischen vor und nach El Niño ist auf 95%igem Signifikanzniveau von Null verschieden und vorher größer als nachher. Bei  $-0,95$  entsprechend vorher kleiner als nachher.

Für die oben erwähnten fünf starken El Niños und den DEI findet man  $a = 0,9996$ , für den MEI hingegen lediglich  $a = 0,5917$ . Ebenso erreicht kein weiterer Standard-ENSO-Index bezüglich der Asymmetrie das 95%-Signifikanzniveau. Somit ist der Anstieg der DEI-Werte vor El Niño sowohl bezogen auf die Grundgesamtheit (Abbildung 7.5b), als auch relativ zu den Werten nach El Niño, statistisch signifikant mit weniger als 5% beziehungsweise 0,1% Irrtumswahrscheinlichkeit.

Die **Linearität** kann über die Steigung der bereits in Abbildung 7.6 eingezeichneten Regressionsgerade quantifiziert werden. Fast wichtiger ist jedoch, auf welchem Signifikanz-Niveau diese Steigung von Null verschieden ist. Dieses Niveau lässt sich aus der Verteilungsfunktion der Steigung  $m$  ableiten, die einer Studentschen  $t$ -Verteilung genügt (Taubenheim, 1969) und wird im Folgenden mit  $s$  bezeichnet. Für die DEI-Zeitreihe ergeben sich  $m = 1,01$  und  $s = 1,00$  (auf zwei Stellen gerundet). Damit ist die Steigung  $m$  mit weniger als 1%-Irrtumswahrscheinlichkeit von Null verschieden.

Ein Parameter für die **Eindeutigkeit** ergibt sich durch Aufsummieren hoher Index-Werte, die nicht vor einem El Niño aufgetreten sind: Es sei  $\mathcal{P}$  die Menge aller Jahre für die der Index gegeben ist, die nicht in die Berechnung von  $\Sigma_{DEI}$  eingegangen sind, also alle Jahre, auf die spätestens nach drei Jahren ein starker El

Niño folgt. Liegt in einem Jahr  $j$  der Menge  $\mathcal{P}$  der Index-Wert über einer Schwelle  $b$ , so wird die Differenz  $g(j) - b$  zu einer Größe  $f$  aufsummiert und anschließend durch die Länge der Zeitreihe  $\Delta t$  in Jahren geteilt<sup>2</sup>:

$$f_b = \frac{100}{\Delta t} \sum_{\substack{j \in \mathcal{P} \\ g(j) > b}} [g(j) - b]. \quad (7.5)$$

Der Faktor 100 wurde lediglich eingeführt, um handliche Werte zu erhalten.  $f_b$  ist somit als Summe nichtnegativer Summanden ebenfalls nichtnegativ und umso größer, je zahlreicher und je stärker hohe DEI-Ausreißer auftreten, die nicht zu einer Vor-El Niño-Periode zählen. Abbildung 7.5 zeigt, dass in der DEI-Zeitreihe der kritische Bereich bei ca.  $1\sigma$  liegt: Werte darüber stehen immer im Zusammenhang mit einem El Niño, daraus folgt  $f_1 = 0$ . Werte darunter erscheinen eher verrauscht und zufällig. Um aber den Bereich um  $1\sigma$  ebenfalls zu erfassen, erscheint es zweckmäßig,  $b = 0,75$  zu wählen. Hieraus ergibt sich für die DEI-Zeitreihe  $f_{0,75} = 1,03$ .

Für  $f_b$  kann unter der Annahme zufällig gaußverteilter Werte der Zeitreihe ein Erwartungswert berechnet werden. Mit  $n$ , der Anzahl der El Niños in der Periode  $\Delta t$  ergibt sich:

$$E(f_b) = \frac{100}{\sqrt{2\pi}} \cdot \left(1 - \frac{4n}{\Delta t}\right) \cdot \int_b^\infty dx (x - b) e^{-x^2/2}. \quad (7.6)$$

Der Faktor  $4n$  bewirkt, dass ebenfalls das El Niño-Jahr selbst aus dem Referenzzeitraum entfernt wird. Für  $b = 0,75$ , fünf El Niños und die 45 Jahre der ERA40-Periode folgt daraus ein Wert von  $E(f_{0,75}) = 7,29$ . Der oben angegebene Wert für die DEI-Zeitreihe liegt somit deutlich darunter.

Der DEI wurde hier auf der 370K-Fläche aus den OUT-Werten und für die Jahreszeit JFM berechnet. Nach einer kurzen statistischen Analyse werden weitere Flächen, Termine und Jahreszeiten betrachtet und anhand dieser und weiterer Parameter verglichen.

### 7.3 Statistische Analyse

Brand (2002) untersuchte, welcher statistischen Verteilungsfunktion die DSI-Werte genügen. Er benutzte dazu auf isentrope Flächen interpolierte Daten über Europa von 1990 bis 2001. In diesem Datensatz stellte er eine starke Abweichung von der Normalverteilung fest und zeigte, dass die DSI-Werte näherungsweise einer asymmetrischen Pareto-Verteilung genügen.

Analog dazu nach einer statistischen Verteilungsfunktion des DSI-Werte für ERA40 zu suchen, erscheint wenig sinnvoll. Der DSI wird von zahlreichen Prozessen beeinflusst, die räumlich und zeitlich sehr unterschiedlich stark ausgeprägt sein können. Die isentropen Flächen sind geneigt und überstreichen große Höhendifferenzen, was die Amplitude der DSI-Ausschläge stark beeinflusst. Außerdem kommt

<sup>2</sup>Dies geschieht, da später unterschiedlich lange Zeitreihen betrachtet werden.

hinzu, dass DSI-Werte an einzelnen Gitterpunkten keine sinnvoll definierten Variablen im Sinne von (4.14) sind und daher extrem von der spektralen Auflösung des Modells abhängen. All diese Faktoren modifizieren die Verteilung und lassen keine elementare Verteilungsfunktion erwarten. Die Interpretierbarkeit einer solchen erscheint zudem sehr eingeschränkt.

Es soll statt dessen die statistische Verteilung der Werte der DEI-Zeitreihe für verschiedene zeitliche Auflösungen untersucht werden. Im Vordergrund steht hierbei die Frage, wie groß die Abweichungen von der Normalverteilung sind. Einige Analysemethoden (etwa Korrelationskoeffizienten nach Pearson oder Signifikanztests) setzen normalverteilte Daten voraus und können bei zu starker Abweichung davon nicht verwendet werden. Auch die bereits durchgeführte Normierung der DEI-Zeitreihe mit der Standardabweichung erscheint fragwürdig, wenn die Daten zu stark von der Normalverteilung abweichen. Um diese Abweichungen zu quantifizieren, bietet sich eine Entwicklung der Zeitreihen in zentrale statistische Momente an. Die ersten Momente dieser Entwicklung können anschließend mit denen der Normalverteilung verglichen werden.

Das zentrale statistische Moment  $k$ ter Ordnung einer Wahrscheinlichkeitsdichte  $f(x)$  ist gegeben durch

$$\mu_k := \int_{-\infty}^{\infty} dx (x - \mu)^k f(x). \quad (7.7)$$

Hierbei ist  $\mu$  der Erwartungswert von  $f$ . Um skalierungsunabhängige Größen zu erhalten, ist es üblich, die Momente mit der  $k$ . Potenz der Standardabweichung  $\sigma$  zu normieren:

$$\bar{\mu}_k = \mu_k / \sigma^k. \quad (7.8)$$

Die ersten beiden Momente sind dann unabhängig von  $f$  festgelegt:

$$\bar{\mu}_1 = 0; \quad \bar{\mu}_2 = 1. \quad (7.9)$$

Außerdem folgt aus (7.7) für alle symmetrischen Verteilungen  $f$  und für ungerades  $k$ :  $\mu_k = 0$ . Die restlichen Momente der Normalverteilung lassen sich analytisch berechnen. Es gilt:

$$\bar{\mu}_k = \begin{cases} 0 & k \text{ ungerade} \\ 2^{-k/2} \cdot \frac{k!}{(k/2)!} & k \text{ gerade.} \end{cases} \quad (7.10)$$

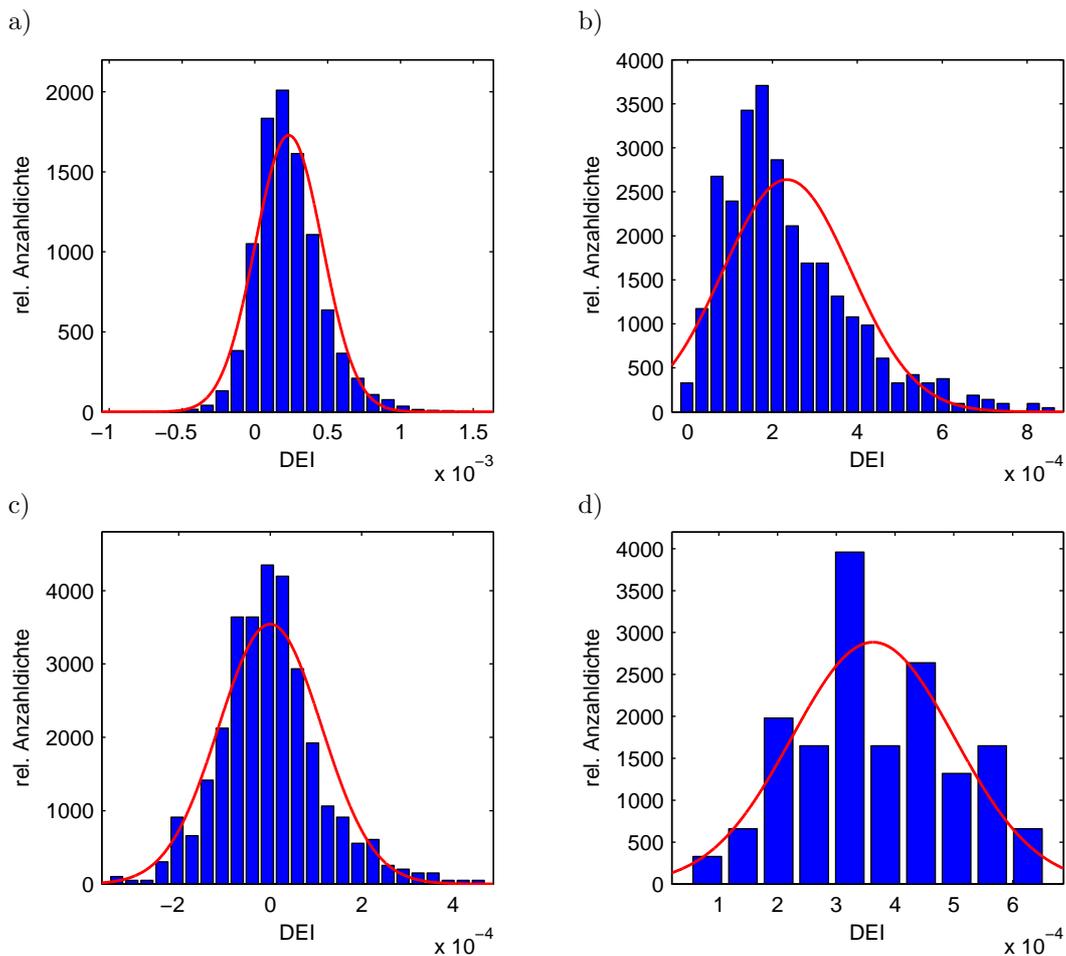
Das dritte normierte Moment wird üblicherweise als Schiefe bezeichnet und kann als Maß dafür angesehen werden, wie stark asymmetrisch die Verteilung ist. Das vierte normierte Moment wird Wölbung oder Exzess genannt und bringt zum Ausdruck, wie stark sich die Werte um den Mittelwert konzentrieren. Je größer diese Wölbung, desto spitzer ist die Verteilungsfunktion. Für die Normalverteilung ergibt sich  $\bar{\mu}_4 = 3$ .

Aus einer gegebenen Zeitreihe (hier dem DEI) lässt sich die Verteilungsfunktion und daraus die genäherte Dichtefunktion mit Hilfe eines Histogramms empirisch abschätzen. Nach numerischer Integration folgen die zentralen statistischen Momente der Verteilung. Tabelle 7.2 zeigt die zentralen Momente drei bis sechs der

Moment:	3	4
Normalverteilung	0	3
DEI (6h)	0,49	4,57
DEI (tgl)	0,72	4,90
DEI (mtl)	1,14	4,34
DEI-Annomalie (mtl)	0,51	4,26
DEI (jährl. JFM)	0,11	2,48

**Tabelle 7.2:**

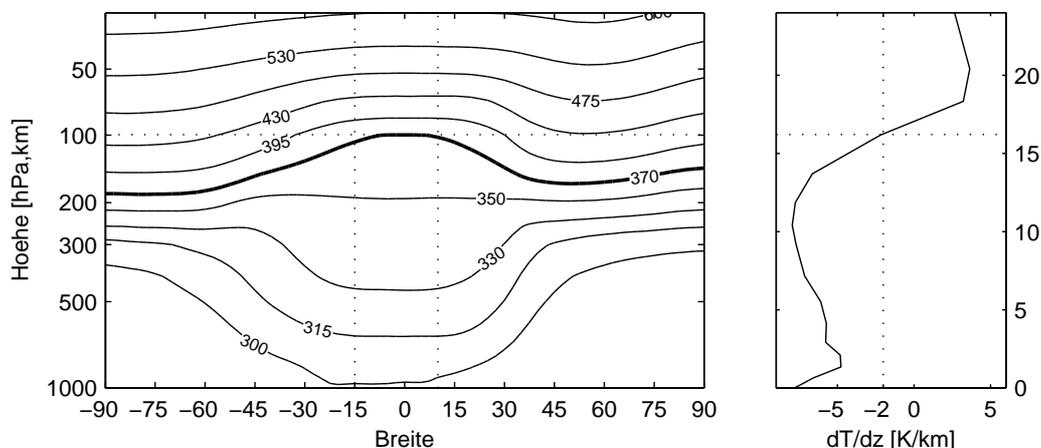
Normierte, zentrale statistische Momente der DEI-Zeitreihen in verschiedener zeitlicher Auflösung. Monatliche DEI-Annomalie bedeutet, dass der mittlere Jahresgang entfernt wurde. Die Werte für die Normalverteilung in Zeile eins ergeben sich aus (7.10).



**Abbildung 7.7:** Histogramme der DEI-Zeitreihe (blau). a) Tägliche DEI-Zeitreihe, b) monatliche DEI-Zeitreihe, c) monatliche DEI-Zeitreihe nach Entfernung des Jahresgangs, d) jährliche JFM-Zeitreihe. Aufgetragen ist die Anzahl in einer Klasse, dividiert durch die Gesamtanzahl, multipliziert mit der Klassenbreite. In rot ist die jeweils angepasste Normalverteilung gezeichnet.

DEI-Zeitreihen in verschiedenen zeitlichen Auflösungen. Die entsprechenden Histogramme sind in Abbildung 7.7 gezeigt.

Bei keiner der dargestellten Zeitreihen finden sich ausgeprägte Abweichungen



**Abbildung 7.8:** Mittlere vertikale Lage der isentropen Flächen im Nordwinter (JFM). Gemittelt wurde zonal von  $100^{\circ}\text{O}$  bis  $100^{\circ}\text{W}$  (DEI-Gebiet) und zeitlich von 1958-2002. Die 370K-Fläche, auf welcher der DEI definiert wurde, ist dick gezeichnet. In der rechten Abbildung ist die Stabilität  $dT/dz$  im Äquatorbereich ( $15^{\circ}\text{S}$ - $10^{\circ}\text{N}$ ) aufgetragen. Vertikale gestrichelte Linien markieren links das DEI-Gebiet und rechts die Tropopausen-Definition der WMO. Die horizontal gestrichelte Linie gibt die Höhe der 370K-Fläche im DEI-Gebiet an.

von der Normalverteilung. Brand (2002) z.B. hatte für Gitterpunktwerte seiner DSI-Felder eine Wölbung (4. Moment) von 11,14 berechnet. Schiefe und Wölbung werden umso kleiner, je größer die zeitliche Auflösung der DEI-Reihe wird. Die jährliche JFM-Zeitreihe zeigt die geringsten Abweichungen von der Normalverteilung. Bemerkenswert ist auch die Tatsache, dass die Schiefe der monatlichen Zeitreihe erheblich abnimmt, nachdem der Jahresgang entfernt wurde.

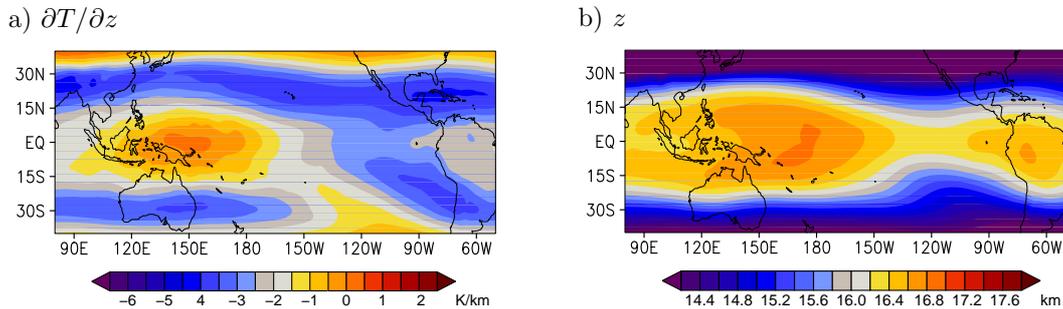
Die Ergebnisse zeigen, dass die Normalverteilung die DEI-Verteilung gut beschreibt und somit die Verwendung von entsprechenden verteilungsabhängigen Kennzahlen in zukünftigen Untersuchungen gerechtfertigt erscheint.

## 7.4 Räumliche Eigenschaften

Nachdem die DEI-Zeitreihe der 370K-Fläche ausführlich beschrieben wurde, soll nun zunächst untersucht werden, in welcher Höhe diese Fläche genau liegt und wie sie in den vertikalen Aufbau der Atmosphäre einzuordnen ist. Anschließend sollen DEI-Zeitreihen weiterer isentropen Flächen untersucht werden.

### 7.4.1 Vertikale Lage der isentropen Flächen

Einen Überblick über den vertikalen Verlauf der isentropen Flächen in meridionaler Richtung gibt Abbildung 7.8. Es wurden alle  $\theta$ -Flächen (bis 600K) eingezeichnet, auf denen der DSI berechnet wurde. Der rechte Teil der Abbildung zeigt den mittleren



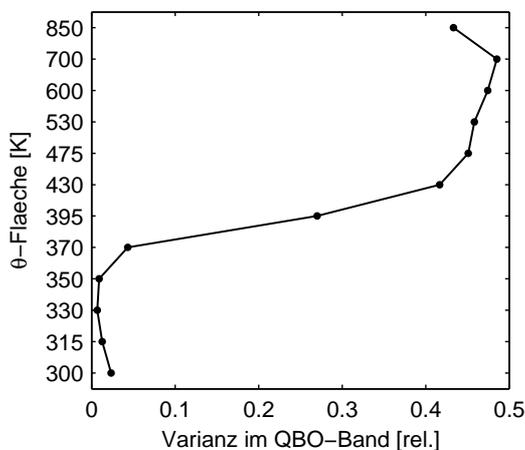
**Abbildung 7.9:** ERA40-Klimatologie (JFM, 0UT) des Stabilitätsparameters  $\partial T/\partial z$  (a) und der Höhe  $z$  (b) für  $\theta = 370\text{K}$ .

Verlauf der Stabilität und die ungefähre  $z$ -Koordinate. Die Mittelwerte beziehen sich auf das DEI-Gebiet und den Zeitraum Januar bis März, entsprechend der DEI-Zeitreihe.

Im Mittel kommt demnach die 370K-Fläche in den Tropen bei ziemlich genau  $100\text{hPa}$  zu liegen, was einer Höhe von ca.  $16\text{km}$  entspricht. Dies ist auch etwa knapp unterhalb des Bereichs, in dem die Stabilität ( $dT/dz$ ) ihr Vorzeichen ändert. Betrachtet man ihre Lage relativ zu den höheren Breiten, so kehren sich hier die Verhältnisse der unteren Troposphäre bereits um: Die Temperatur der Tropen ist niedriger als die Temperatur der Pole. Die Fläche darunter ( $350\text{K}$ ) kann diesbezüglich als neutrale Fläche betrachtet werden. Diese Eigenschaft führt zu einem sehr großen vertikalen Abstand der Flächen  $330\text{K}$  bis  $370\text{K}$  in den Tropen.

Die Frage, ob die 370K-Fläche im DEI-Gebiet zur Troposphäre oder zur Stratosphäre gehört, ist nicht einfach zu beantworten und außerdem definitionsabhängig. Verschiedene Definitionen der Tropopause werden in der Meteorologie verwendet und diskutiert. Einen Überblick gibt z.B. Hoinka (1997). Diese Definitionen lassen sich grob in thermische, dynamische und chemische unterteilen. Dynamische Methoden nutzen die potenzielle Vorticity und sind wegen des Vorzeichenwechsels der planetaren Vorticity am Äquator in den Tropen nicht anwendbar. Chemische Definitionen benutzen meist vertikale Konzentrationsverteilungen von Ozon.

Die World Meteorological Organization (WMO) gibt eine aus dem Temperaturgradienten abgeleitete thermische Definition der Tropopause, basierend auf dem Wert von  $-2\text{K/km}$  (WMO, 1957). Einige weitere Kriterien sollen lokales und zeitlich beschränktes Unterschreiten dieses Gradienten in der Troposphäre ausschließen. Der Schnittpunkt der Linien im rechten Teil der Abbildung 7.8 zeigt, dass auf der 370K-Fläche im DEI-Gebiet dieser Wert sehr genau getroffen wird. Um das genauer zu untersuchen, ist  $\partial T/\partial z$  auf der 370K-Isentrope über dem DEI-Gebiet dargestellt (Abbildung 7.9a). Die Farbskala wurde so gewählt, dass die WMO-Tropopause von  $-2\text{K/km}$  genau zwischen den blauen und roten Farbtönen liegt. Somit gehören rot dargestellte Bereiche im Mittel zur Stratosphäre, der blau dargestellte zur Troposphäre. Damit schneidet die WMO-Tropopause das DEI-Gebiet in zwei Hälften. Die Grenze liegt bei etwa  $150^\circ\text{W}$ . Das Gebiet A gehört im Mittel komplett zur Stratosphäre, das Gebiet B im Westen zur Stratosphäre und im Osten zur Tro-



**Abbildung 7.10:**

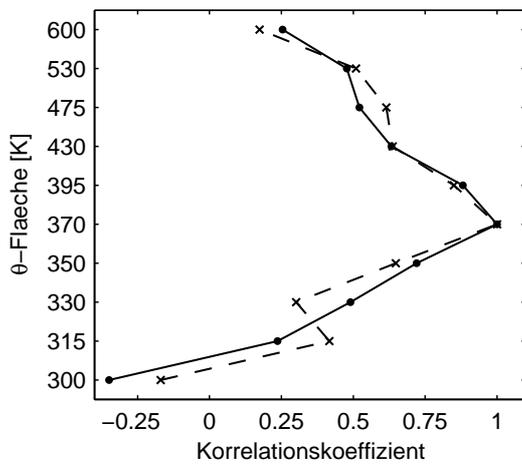
Stärke der QBO in Abhängigkeit von der Höhe ( $\theta$ -Flächen). Zu Grunde gelegt wurde die monatliche Zeitreihe des mittleren zonalen Windes zwischen  $100^\circ\text{O}$  und  $100^\circ\text{W}$  sowie  $5^\circ\text{S}$  und  $5^\circ\text{N}$ . Gezeigt ist das Verhältnis der Varianz im QBO-Band (2,2a-2,4a) zur Gesamtvarianz.

osphäre. Abbildung 7.9b zeigt zusätzlich die Höhe der 370K-Fläche. Man erkennt, dass die 370K-Fläche entsprechend geneigt ist und so die waagerechtere Tropopause schneidet. Seidel et al. (2001) bemerkten, dass obige thermische Definition der Tropopause in den Tropen am geeignetsten sei und bestimmten deren Höhe anhand von Radiosonden-Daten. Nach ihren Ergebnissen liegt sie etwa 200m höher als in den ERA40-Reanalysen.

Eine weitere, übliche Definition der thermischen Tropopause stellt die Fläche der tiefsten Temperatur dar (also bei  $\partial T/\partial z = 0$ ). Diese Tropopause liegt somit etwas höher. Abbildung 7.9 zeigt, dass diesem Fall die 370K-Fläche praktisch vollständig in der Troposphäre liegen würde. Aufgrund der Schwierigkeiten, in den Tropen eine eindeutige Tropopause zu definieren, schlagen einige Autoren vor, stattdessen von einer Übergangsschicht anstelle einer scharfen Grenze zu sprechen (Fueglistaler et al., 2009). Diese Übergangsschicht wird als Tropical Tropopause Layer (TTL) bezeichnet. Während die normale Konvektion diese Schicht nicht erreicht und unter ihr zurückbleibt, können besonders starke, überschießende Konvektionsprozesse dennoch in sie vordringen. Die 370K-Fläche liegt gemäß (Fueglistaler et al., 2009) etwa in der Mitte dieser Schicht.

Das Antreffen der Quasi-Biennalen Oszillation (QBO) des Zonalwindes kann ein weiterer Anhaltspunkt für die vertikale Einordnung sein. Um zu untersuchen, ob die QBO die 370K-Isentrope in den ERA40-Daten erreicht oder nicht, wurde ein Bandpass-Filter auf den zonalen Wind im DEI-Gebiet (meridional auf  $5^\circ\text{S}$  bis  $5^\circ\text{N}$  reduziert) dieser und weiterer Flächen angewendet. Abbildung 7.10 zeigt den zwischen 2,2 und 2,4 Jahren liegenden Anteil an der Gesamtvarianz. Demnach ist ein Einfluss der QBO im betrachteten Gebiet auf der 370K-Fläche fast nicht vorhanden. Die nächst höhere Fläche (395K) hingegen zeigt schon einen deutlichen QBO-Anteil an der Gesamtvarianz. Dieses Ergebnis würde nahelegen, die 370K-Fläche eher zur Troposphäre zu rechnen.

Zusammenfassend lassen die genannten Argumente keine eindeutige Zuordnung des DEI-Gebiets zur Troposphäre oder Stratosphäre zu. Es erscheint daher angemessen, sie der Tropopause oder der Tropopausen-Schicht (TTL) selbst zuzuordnen. Dies

**Abbildung 7.11:**

Korrelationskoeffizient des DEI auf verschiedenen  $\theta$ -Flächen mit dem DEI in 370K (Punkte mit durchgezogenen Linien). Die Korrelationen wurden auf Basis der jährlichen JFM-Zeitreihe, 0 UT berechnet und es wurde der Spearman-Rangkorrelationskoeffizient verwendet. Entsprechende Korrelationen nach Entfernung der El Niños ( $MEI \geq 1\sigma$ ) aus der Zeitreihe sind durch Kreuze und gestrichelte Linien dargestellt.

$\theta$ -Fl	$a$	$m$	$s$	$f_{0,75}$
330K	-0.5055	-0.01	0.03	6.77
350K	0.4452	0.09	0.07	6.68
<b>370K</b>	<b>0.9996</b>	<b>1.01</b>	<b>1.00</b>	<b>1.03</b>
395K	0.9999	0.29	0.93	0.45
430K	0.9998	0.17	0.71	3.10
475K	0.9970	0.02	0.07	4.64

**Tabelle 7.3:**

Vergleichsmaße aus Abschnitt 7.2.3 für die DEI-Indizes (JFM, 0UT) einiger  $\theta$ -Flächen.

zeichnet die 370K-Fläche gegenüber den anderen betrachteten isentropen Flächen aus: Sie ist die einzige, die weder eindeutig zur Troposphäre, noch eindeutig zur Stratosphäre zählt.

#### 7.4.2 Vertikale Ausdehnung

Nach der Einordnung der 370K-Isentrope in die vertikale Struktur der Atmosphäre soll nun untersucht werden, wie stark sich die DEI-Zeitreihen benachbarter Flächen unterscheiden beziehungsweise wie weit insbesondere das Vorhersagepotenzial vertikal ausgedehnt ist. Dazu wurde zunächst die jährliche Zeitreihe aus den JFM-Mittelwerten auf allen verfügbaren isentropen Flächen gebildet und mit der Zeitreihe in 370K korreliert, was einer Art räumlicher Autokorrelation entspricht (Abbildung 7.11). Zusätzlich wurde ein zweiter Satz von Korrelationen gerechnet, in welchem die starken El Niños aus den Zeitreihen herausgenommen wurden. Tabelle 7.3 listet außerdem für einige isentrope Flächen die Parameter aus Abschnitt 7.2.3 auf.

Der höchste Korrelationskoeffizient findet sich mit 0,88 (beziehungsweise 0,85 ohne El Niños) in der nächst höheren Fläche (395K). Alle weiteren Flächen zeigen deutlich geringere Werte. Insbesondere nach unten fällt der Korrelationskoeffizient stark ab, was zum Teil auf den schon angesprochenen großen Abstand der entsprechenden Isentropen zurück geht.

Die Tabelle zeigt ein ähnliches Bild: Die beiden tieferen Flächen unterscheiden sich in allen Parametern von der 370K-Fläche deutlich. Die Asymmetrie ist nicht

Termin	$a$	$m$	$s$	$f_{0,75}$
<b>0UT</b>	<b>0.9996</b>	<b>1.01</b>	<b>1.00</b>	<b>1.03</b>
6UT	0.2414	-0.06	0.18	7.12
12UT	0.9792	0.17	0.43	0.16
18UT	-0.2702	0.10	0.35	6.88

**Tabelle 7.4:**

Vergleichsmaße aus Abschnitt 7.2.3 für die DEI-Indizes (JFM, 370K) verschiedener Termine.

mehr signifikant oder sogar umgekehrt, die Steigung  $m$  liegt fast genau bei Null und der Wert für  $f_{0,75}$  ist in der Größenordnung seines Erwartungswerts für zufällige Werte. Bei den Flächen oberhalb sind hingegen ähnliche Werte wie in 370K zu finden. Die Asymmetrie liegt z.B. noch höher. Die Linearität nimmt mit zunehmender Höhe deutlich ab, bei gleichzeitig zunehmendem  $f_{0,75}$ .

Das prognostische Potenzial der DEI-Zeitreihe geht also völlig verloren, sobald man auch nur eine Fläche weiter nach unten geht. In den darüber liegenden Flächen ist es hingegen noch deutlich erkennbar. Seine Qualität nimmt jedoch mit steigendem Abstand zur 370K-Fläche ab.

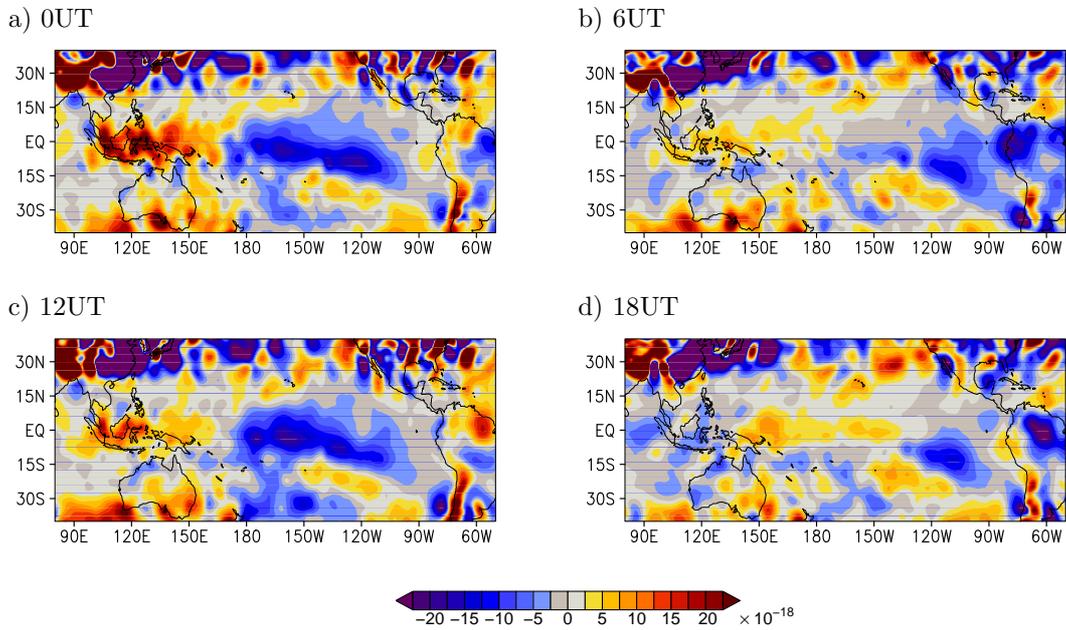
## 7.5 Zeitliche Eigenschaften

Die bisherige Analyse der DEI-Zeitreihe beruhte ausschließlich auf Daten um 0UT, was in etwa 12 Uhr Ortszeit im Zentralpazifik entspricht. Außerdem wurde eine bestimmte Jahreszeit ausgewählt (Januar bis März). In den folgenden beiden Abschnitten soll die Analyse zunächst auf die anderen Termine und anschließend auf die anderen Jahreszeiten ausgeweitet werden.

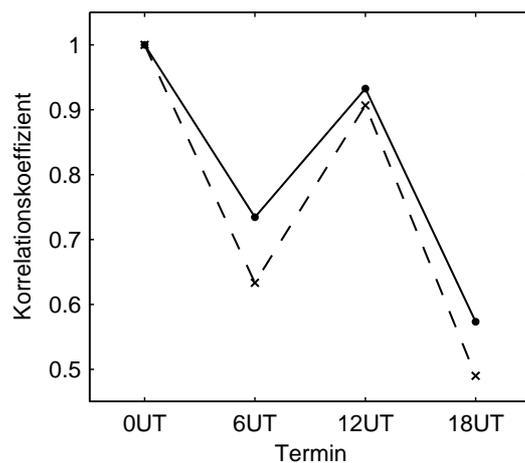
### 7.5.1 Termine

Die in den Abbildungen 7.1 und 7.2 gezeigten Klimatologien lassen bereits vermuten, dass sich für die anderen Termine und/oder die anderen Jahreszeiten Änderungen ergeben. Betrachtet man die JFM-Klimatologie der verschiedenen Termine so finden sich in der Tat deutliche Unterschiede (Abbildung 7.12). Die beiden Haupt- und die beiden Nebentermine zeigen jeweils ähnliche Strukturen. Zwischen ihnen besteht jedoch ein großer Unterschied: Insbesondere der charakteristische Dipol ist bei den Nebenterminen deutlich schwächer ausgeprägt beziehungsweise verschoben. So ist das positive Gebiet schwächer und nach Osten ausgedehnt. Das negative Gebiet ist auf seinen östlichsten Teil zusammengeschrumpft. Dies wirkt sich in analoger Weise auf die entsprechenden Autokorrelationen der entsprechenden DEI-Zeitreihen (Abbildung 7.13) und Vergleichsparameter (Tabelle 7.4) aus.

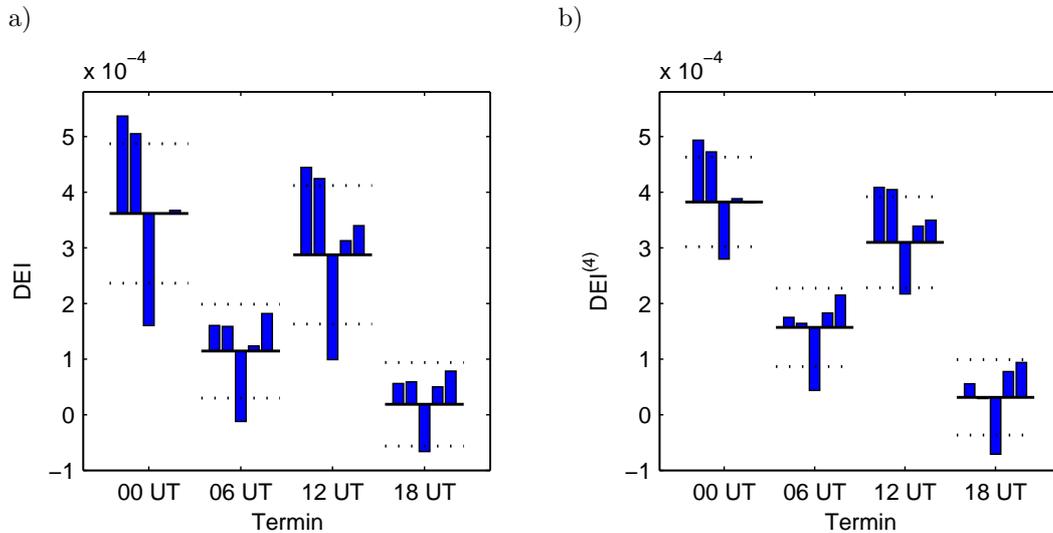
Die Haupttermine sind untereinander hoch korreliert, während die Korrelation der Nebentermine zum 0UT-Termin stark absinkt, insbesondere wenn die El Niño-Jahre ausgelassen werden. Genauso verhalten sich die Parameter der Tabelle: Ähnliche Werte wie um 0UT sind um 12UT zu finden, während sich die Werte um 6UT und 18UT stark unterscheiden. Keine der drei Eigenschaften Asymmetrie, Linearität und Eindeutigkeit sind dort noch vorhanden. Um 12UT ist hingegen nur die Linearität deutlich geringer als um 0UT.



**Abbildung 7.12:** ERA40-Klimamittel (JFM, 370K) des DSI-Felds zu den vier verschiedene Terminen.



**Abbildung 7.13:** Korrelationskoeffizient der DEI-Zeitreihe (JFM, 370K) der verschiedenen Termine mit der 0UT-Zeitreihe (Punkte mit durchgezogenen Linien). Es wurde der Spearman-Rangkorrelationskoeffizient verwendet. Entsprechende Korrelationen nach Entfernung der starken El Niños sind durch Kreuze und gestrichelte Linien dargestellt.

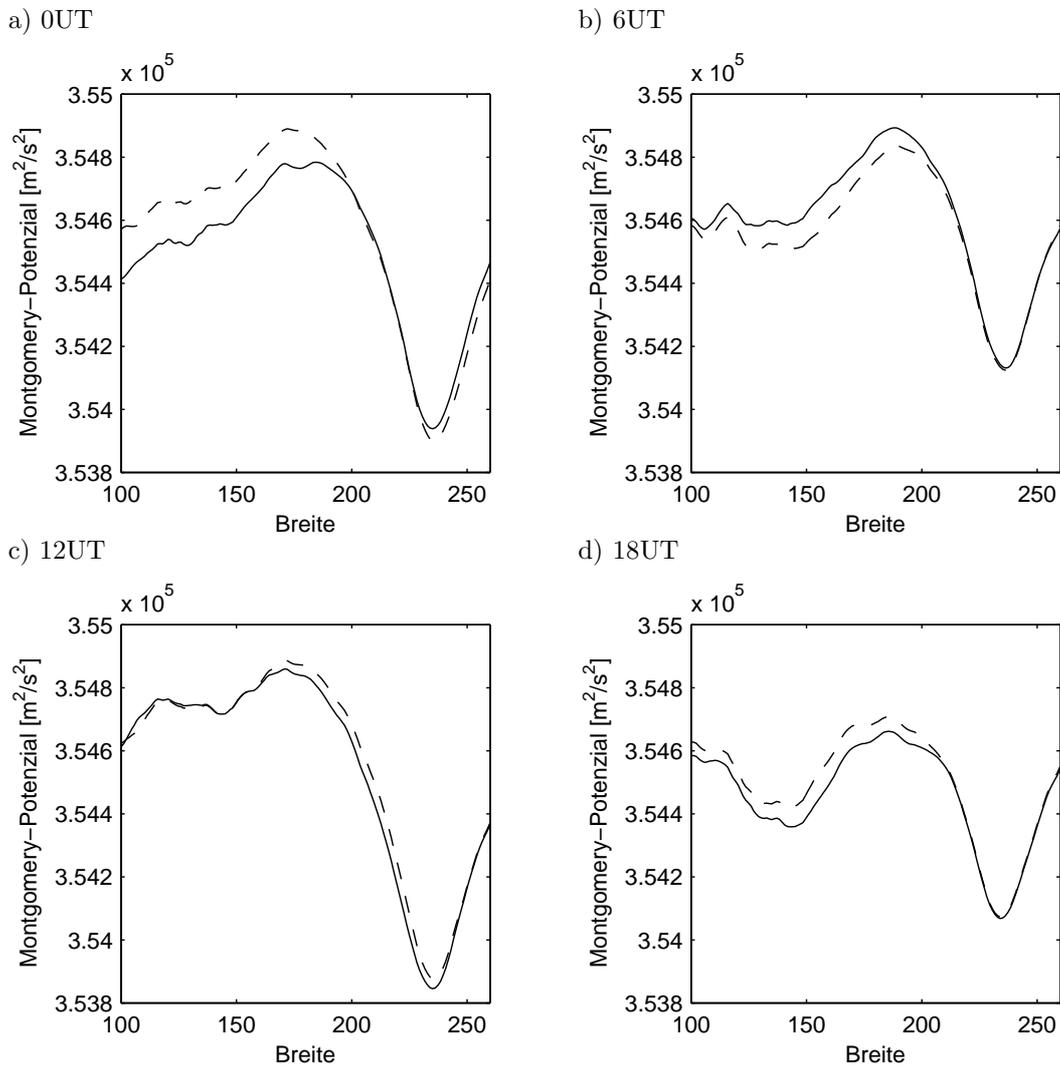


**Abbildung 7.14:** El Niño-Composites der jährlichen Zeitreihe (JFM, 370K) des DEI (a) sowie der DEI-Näherung (7.28), die lediglich vom Montgomery-Potenzial abhängt (b), für alle vier Termine. Die durchgezogenen Linien zeigen die Mittelwerte der Zeitreihen, die gestrichelten Linien das 95%-Signifikanzniveau.

Diese Ergebnisse deuten auf eine 12h-Oszillation im DSI-Feld und in der DEI-Zeitreihe hin. Um ihren Ursprung weiter zu untersuchen, soll an dieser Stelle schon eine Näherungsformel für den DEI vorweggenommen werden, welche lediglich das Montgomery-Potenzial enthält (7.28). Wie später noch ausführlich dargestellt wird, ist das Montgomery-Potenzial maßgeblich für die beobachtete Dipolstruktur des DSI und für dessen Varianz verantwortlich. Abbildung 7.14 zeigt noch einmal explizit die El Niño-Composites des DEI und der Näherung (7.28). Aufgrund der großen Ähnlichkeit erkennt man sofort, dass sich die Unterschiede im DEI zwischen den Terminen auf ebensolche Unterschiede in Montgomery-Potenzial zurückführen lassen. Somit zeigt das Montgomery-Potenzial (also letztlich das Druckfeld) ebenfalls eine 12h-Oszillation. Es genügt daher im Folgenden,  $M$  diesbezüglich näher zu betrachten. Es werden zwei mögliche Ursachen untersucht: Die veränderte Beobachtungssituation zwischen Haupt- und Nebenterminen sowie die atmosphärischen Gezeiten.

### Beobachtungssituation

Der Unterschied zwischen Haupt- und Nebenterminen könnte auf die unterschiedliche Anzahl an Beobachtungen, die in die jeweilige Analyse einfließen, zurückgehen. Während der Haupttermine liegen deutlich mehr Beobachtungen vor, da viele synoptische Stationen nur zweimal, einmal oder noch seltener pro Tag messen. Dies gilt insbesondere auch für Radiosondenaufstiege über dem Pazifik, die hauptsächlich zu den Hauptterminen durchgeführt werden (Seidel et al., 2001). Ob sich solche Differenzen hier bemerkbar machen, lässt sich am einfachsten durch die Verwendung der 6h-Vorhersage-Felder und deren Vergleich mit den Analyse-Feldern untersuchen. Al-



**Abbildung 7.15:** Vergleich von Analyse (durchgezogene Linie) und 6h-Vorhersage (gestrichelte Linie) des Montgomery-Potenzials für Januar 1985 in 370K. Die Zeitangaben beziehen sich auf die Analyse beziehungsweise die Gültigkeit der Vorhersage. Dargestellt ist der Ausschnitt des DEI-Gebiets in zentraler Richtung. Meridional wurde entsprechend von  $15^{\circ}\text{S}$  bis  $10^{\circ}\text{N}$  gemittelt.

lerdings sind 6h-Vorhersagen der ERA40-Reanalyse im Archiv des BADC nur sehr begrenzt vorhanden. Es gibt sie lediglich zu Testzwecken für Januar und Juli 1985. Der Vergleich soll daher für den Januar 1985 durchgeführt werden, da Juli in eine andere Jahreszeit fällt. Der zonale Verlauf des Montgomery-Potenziale in 370K aus Analyse und Vorhersage jeweils für die vier Termine ist in Abbildung 7.15 dargestellt.

Obwohl es sich hier lediglich um Daten aus einem Monat handelt, lassen sich die oben für die Analyse beschriebenen Eigenschaften wiederfinden: Haupt- und Nebentermine gleichen sich untereinander und sind relativ zu einander unterschied-

lich. Schaut man sich die entsprechenden 6h-Vorhersagefelder an, findet man zwar kleinere Abweichung von der Analyse, aber dennoch im Wesentlichen das gleiche Bild. Hätten die Beobachtungen einen entscheidenden Einfluss, so müsste z.B. die an einem Nebentermin gestartete Vorhersage eher der Analyse zum Nebentermin entsprechen. Dies ist jedoch eindeutig nicht der Fall. Die unterschiedliche Beobachtungssituation zwischen Haupt- und Nebenterminen ist daher als Ursache für die 12h-Oszillation im DEI unwahrscheinlich.

### Atmosphärische Gezeiten

Eine natürliche Ursache für eine 12h-Oszillation findet sich in den als atmosphärische Gezeiten bekannten Phänomenen. Darunter versteht man in Anlehnung an die Meeresgezeiten beständige Variationen atmosphärischer Variablen auf Zeitskalen von bis zu einem Tag. Solche Variationen zeigen sich demnach auch in langjährigen Klimamitteln deutlich. Ein triviales Beispiel hierfür ist der Tagesgang der Temperatur. Weniger offensichtlich ist ein lange bekanntes Phänomen in den Bodenluftdruckzeitreihen vor allem tropischer Stationen. Diese Zeitreihen zeigen analog zum DEI eine deutliche 12h-Oszillation (auch semidiurnale Oszillation genannt), welche die 24h-Oszillation in der Amplitude oft übersteigt.

Einen Überblick über das Phänomen der atmosphärischen Gezeiten geben Hagan et al. (2002). Dabei wird zunächst zwischen Sonnen- und Mondgezeiten unterschieden: Darunter werden Oszillationen mit Perioden ganzer Bruchteile des Sonnen- oder des Mondtags verstanden. Im Kontext dieser Arbeit sind lediglich die Sonnengezeiten interessant. Sie werden üblicherweise mit „ $Sx$ “ bezeichnet, wobei  $x$  die Anzahl der Perioden pro Tag angibt. Somit steht S1 für den Tagesgang und S2 für die halbtägliche (semidiurnale) Oszillation.

Gezeiten sind allgemein Schwingungen in Raum und Zeit und können somit durch eine Wellengleichung beschrieben werden:

$$a(\phi, t) = a_0 \cos(s\phi - \omega t + \alpha). \quad (7.11)$$

Hierin ist  $\phi$  die geographische Länge,  $s$  die räumliche Wellenzahl,  $\omega$  die Winkelgeschwindigkeit (Frequenz) der Welle und  $\alpha$  eine Phasenverschiebung.  $a$  bezeichnet eine beliebige atmosphärische Variable. Bei solaren Gezeiten ist es sinnvoll, den Zeitparameter durch die Ortszeit (Sonnenzeit) zu ersetzen. Dies ergibt:

$$t_L(t, \phi) = t - \frac{\phi}{\omega_E}, \quad (7.12)$$

wobei  $\omega_E$  die Winkelgeschwindigkeit der Erde (bzgl. des Sonnentags) bezeichnet. Einsetzen liefert die Wellengleichung in Abhängigkeit der Ortszeit  $t_L$ :

$$a(\phi, t_L) = a_0 \cos\left[\left(s - \frac{\omega}{\omega_E}\right)\phi - \omega t_L + \alpha\right]. \quad (7.13)$$

Aus dieser Gleichung ergibt sich eine wichtige Untergruppe atmosphärischer Gezeiten: Für

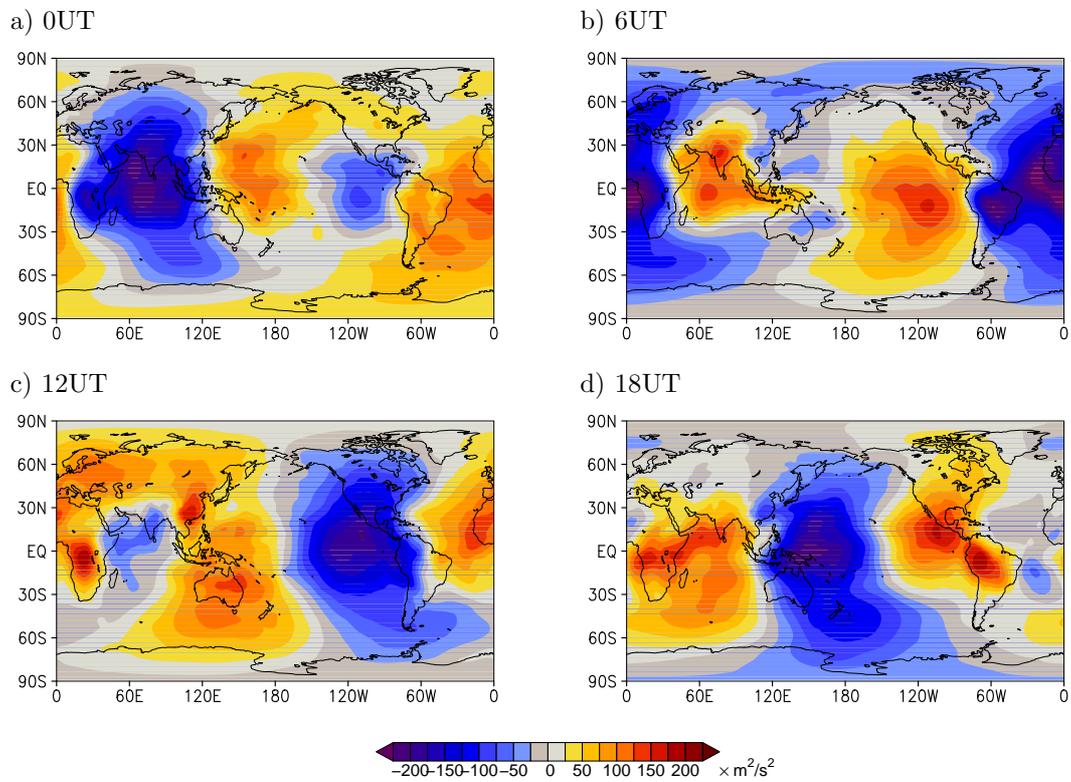
$$s = \omega/\omega_E \quad (7.14)$$

ist (7.13) von der geographischen Länge unabhängig. Dies sind die sogenannten wandernden Gezeiten, die exakt dem Sonnenstand folgen. Über (7.14) sind räumliche und zeitliche Oszillation für diese Art von Wellen fest miteinander verknüpft. Somit ist die räumliche Welle ein Abbild der zeitlichen und umgekehrt.

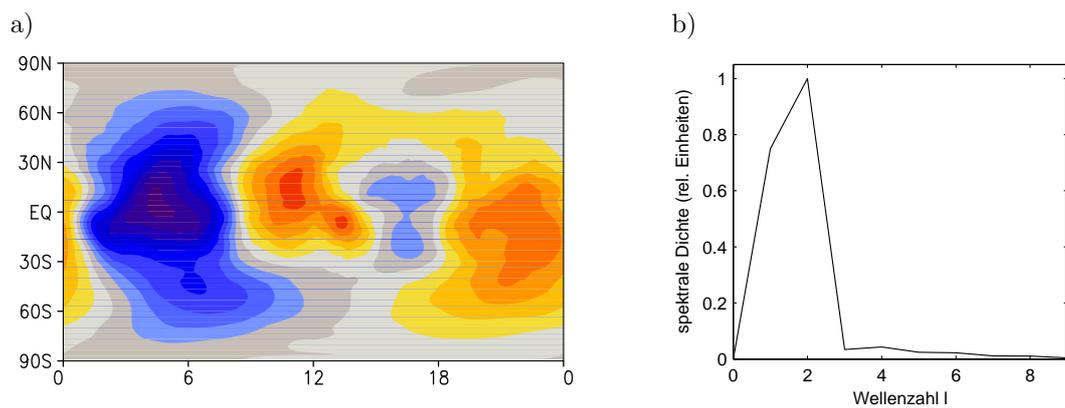
Beide Formen, wandernde und nicht-wandernde Gezeiten, kommen in der Atmosphäre vor. Dai und Wang (1999) führten eine umfassende Analyse des Bodendruckfelds aus Stationsdaten im Hinblick auf die S1- und S2-Wellen durch. Demnach übersteigt die S2-Amplitude die S1-Amplitude im Bereich der Tropen deutlich, mit Ausnahme des afrikanischen Festlands. Vor allem über den tropischen Ozeanen finden sich sehr dominante S2-Amplituden. Außerdem wurde gezeigt, dass es sich bei den S2-Wellen hauptsächlich um wandernde Gezeiten handelt, während die S1-Wellen dominante, nicht-wandernde Anteile enthalten. Ein Vergleich mit NCEP-Reanalysedaten wurde ebenfalls durchgeführt. Eine detailliertere Analyse der Gezeiten in NCEP-Daten geben Van den Dool et al. (1997). Auch für die ERA40-Reanalyse wurde eine solche Untersuchung durchgeführt, z.B. (Hoinka, 2007). Allerdings beziehen sich alle genannten Arbeiten ausschließlich auf die Bodendruckfelder.

Eine Untersuchung der Gezeiten in Reanalyse-Daten wird durch die vergleichsweise geringe zeitliche Auflösung von 6h erschwert: Bereits für die S2-Welle fällt diese mit der Nyquist-Frequenz zusammen und es treten Aliasing-Effekte auf. Dieses Problem lässt sich entschärfen, wenn man sich auf wandernde Gezeiten beschränkt. Da hier Raum- und Zeitkoordinate über (7.12) zusammenhängen kann die vergleichsweise viel höhere räumliche Auflösung zur Analyse der Wellen verwendet werden. Eine solche Analyse soll im Folgenden für das Montgomery-Potenzial in 370K durchgeführt werden. Abbildung 7.16 zeigt zunächst die Klimatologie von  $M$  zu den vier verschiedenen Terminen. Der Mittelwert über alle Termine wurde jeweils entfernt. Deutlich zu erkennen ist die S2-Welle, die mit der Sonne nach Westen wandert. Es scheint außerdem noch eine S1-Welle überlagert. Abbildung 7.17 zeigt außerdem noch einen Mittelwert dieser vier Termin-Anomalien, wobei auf der  $x$ -Achse die Ortszeit anstelle der geografischen Länge aufgetragen ist. Die Abbildung stellt sozusagen ein Tagesmittel aus Sicht der Sonne dar und macht so sämtliche mit der Sonne mitlaufenden Wellen erkennbar. Die spektrale Dichte dieses Feldes bestätigt die deutliche Anregung einer S1- und S2-Welle, wobei letztere stärker angeregt ist. Dies ist völlig analog zu dem von Dai und Wang (1999) beschriebenen Eigenschaften des Bodendruckfelds. Für Wellen jenseits von S2 finden sich keine nennenswerten Anregung mehr.

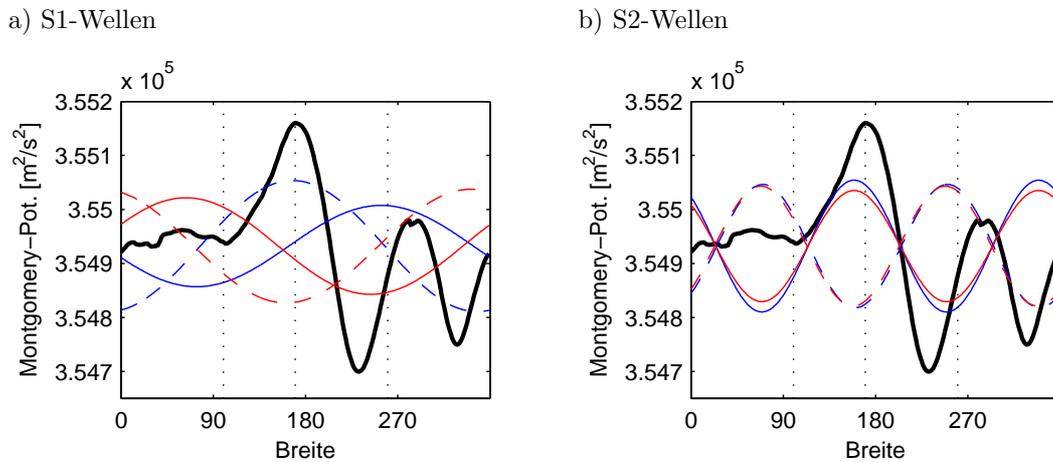
Ein Blick auf die DEI-Näherung (7.28) macht deutlich, dass die relative Lage der Gezeitenwellen zum Integrationsgebiet einen entscheidenden Einfluss auf den Beitrag der Welle zum DEI hat. Diese ist in Abbildung 7.18 für die S1- und S2-Welle jeweils zu den vier Terminen gezeigt. Zusätzlich wurde der Mittelwert über alle Termine und die Grenzen der DEI-Gebiete eingezeichnet. Gemäß (7.28) wird der DEI umso größer, je größer der Wert von  $M$  an der Grenze zwischen den Gebieten A und B ist und je kleiner der Wert am westlichen Rand von A und am östlichen Rand von B ist. Diesbezüglich weist die S1-Welle zu den Hauptterminen eine neutrale Lage auf, zum 6UT-Termin liegt sie leicht konstruktiv, zum 18UT-Termin leicht destruktiv.



**Abbildung 7.16:** Anomalie der JFM-Mittelwerte des Montgomery-Potenzial in 370K um 0, 6, 12 und 18UT. Anomalie bedeutet hier, dass der täglichen Mittelwert jeweils entfernt wurde.



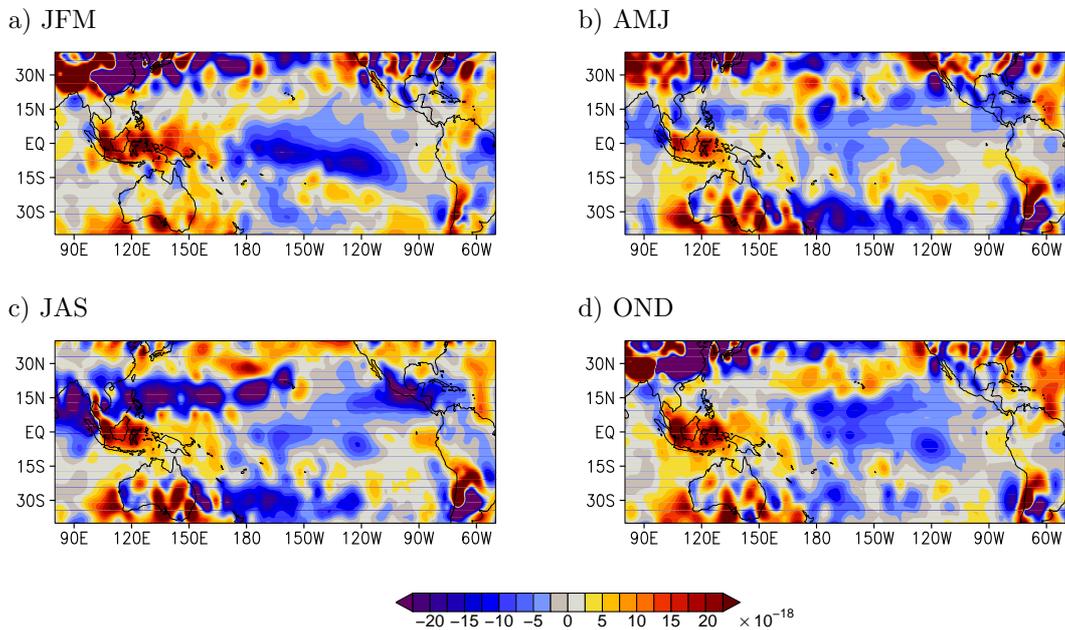
**Abbildung 7.17:** Mittelwert der Anomalien aus Abbildung 7.16 bezüglich der Ortszeit anstelle der geografischen Breite (a) und dessen Spektrale Dichte (b).



**Abbildung 7.18:** Zonaler Verlauf von Tagesmittel und Gezeitenwellen des Montgomery-Potenzials in 370K (JFM). Meridional wurde von  $15^\circ\text{S}$  bis  $10^\circ\text{N}$  gemittelt (DEI-Gebiet). Die schwarze durchgezogene Linie zeigt die Klimatologie von  $M$  für alle Termine. Abbildung (a) zeigt die S1-Wellen, Abbildung (b) die S2-Wellen der vier Tageszeitanomalien um 0UT (blau), 12UT (rot), 6UT (blau gestrichelt) und 18UT (rot gestrichelt). Die gepunkteten vertikalen Linien markieren die zonalen Grenzen der DEI-Gebiete.

Die kleinere und stärker angeregte S2-Welle bewirkt noch stärkere Unterschiede: Sie liegt zu den Hauptterminen fast maximal konstruktiv, während sie zu den Nebenterminen fast maximal destruktiv angeordnet ist. Damit lassen sich die Beobachtungen aus Abbildung 7.14 im Detail erklären: Die destruktive Lage der S2-Welle zu den Nebenterminen senkt den DEI-Wert hier im Vergleich zu den Hauptterminen erheblich ab. Die um 6UT leicht konstruktiv liegende S1-Welle hebt den Wert zu diesem Termin wieder leicht an, während sie um 18UT leicht destruktiv liegt und ihn nochmals absenkt. Auch die Korrelationen der Abbildung 7.13 lassen sich so erklären: Nimmt man an, dass sich die hier relevante zeitliche Varianz von  $M$  (und somit des DSI) auf das Tagesmittel und die Gezeitenwellen verteilt, so kommt es zu konstruktiven Interferenzen an den Hauptterminen und zu destruktiven Interferenzen an den Nebenterminen, die die Varianz dort entsprechend absenken.

Damit konnte die Ursache der 12h-Oszillation des DEI eindeutig auf das Phänomen der atmosphärischen Gezeiten zurückgeführt werden, insbesondere auf die dominante S2-Welle. Die Amplitude der Gezeitenwellen nimmt wegen der geringeren Dichte mit der Höhe stark zu und erreicht auf der 370K-Fläche bereits beträchtliche Werte. Als Ursache für atmosphärische Gezeiten kommen prinzipiell sämtliche Anregungen der Atmosphäre auf der täglichen Zeitskala in Betracht. Dies sind die Gravitationseinflüsse von Sonne und Mond, die Erwärmung der Atmosphäre durch die strahlungsbedingte Erwärmung des Erdbodens und die Erwärmung der Atmosphäre durch Strahlungsabsorption, insbesondere von Wasserdampf und Ozon. Die Gravitationsanregungen sind dabei sehr klein. Die des Mondes kommt wegen ihrer abweichenden Periode hier nicht in Betracht, die der Sonne ist synchron mit den thermischen Anregungen und deshalb von diesen nicht unterscheidbar. Die thermi-



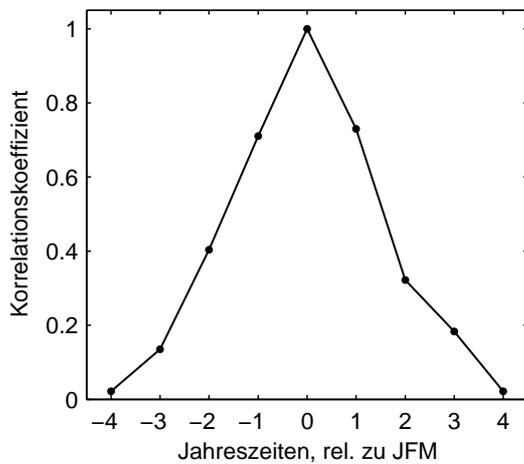
**Abbildung 7.19:** Klimamittel des DSI-Felds (0UT, 370K) zu den vier verschiedenen Jahreszeiten.

sche Anregung durch den Erdboden ist stark unterschiedlich über Wasser und Land. Sie führt daher vor allem zu nichtwandernden täglichen Gezeiten (Dai und Wang, 1999). Wichtig für die wandernden Gezeitenwellen sind in erster Linie die thermischen Anregungen durch Absorption (Chapman und Lindzen, 1970). Aufgrund des zonalen und meridionalen Verlaufs der Anregungsfunktion wird eine atmosphärische Antwort generiert, die dominant mit der doppelten Wellenzahl und Frequenz oszilliert. Man könnte die S2-Gezeiten daher auch als die 1. Oberschwingung bezeichnen.

### 7.5.2 Jahreszeiten

Nach der Untersuchung der Gezeitenschwingung bleibt nun die Analyse des Jahresgangs, also der anderen Jahreszeiten. Der mittlere Jahresgang der DEI-Zeitreihe (0UT, 370K) wurde bereits kurz diskutiert (Abbildung 7.4). Das Maximum der DEI-Werte fällt auf Ende Januar, das Minimum auf Anfang Juni. Der Dipol des DSI-Felds ist also im Januar am stärksten und im Juni stark vermindert und beinahe nicht mehr vorhanden. Er baut sich in den folgenden Monaten langsam wieder auf (Abbildung 7.19).

Analog zu den vergangenen Abschnitten wurden Autokorrelationen (Abbildung 7.20) und Vergleichsparameter (Tabelle 7.5) berechnet. Die Korrelationswerte zeigen ein annähernd symmetrisches Abfallen nach beiden Seiten. Demnach sind DEI-Werte zwei Jahreszeiten später oder früher nicht mehr nennenswert mit dem JFM-Wert korreliert. Ab drei Jahreszeiten sind die Korrelationen nicht mehr sta-

**Abbildung 7.20:**

Autokorrelationsdiagramm der DEI-Zeitreihe in 370K für OUT und die ERA40-Periode. Basis ist die JFM-Zeitreihe, von der aus die vergangenen und folgenden vier Jahreszeiten korreliert wurden. Es wurde der Spearman-Rangkorrelationskoeffizient verwendet.

JZ	$a$	$m$	$s$	$f_{0,75}$
JAS-	0.9999	0.14	0.51	4.57
OND	0.9098	0.41	0.82	2.46
<b>JFM</b>	<b>0.9996</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.03</b>
AMJ	0.8679	0.21	0.62	6.84
JAS+	0.9929	0.18	0.79	0.42

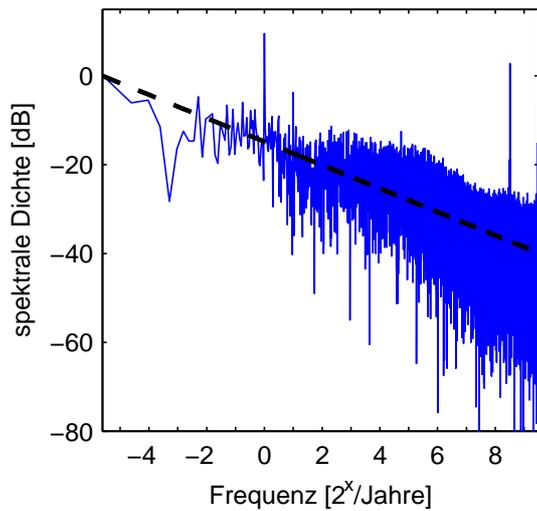
**Tabelle 7.5:**

Vergleichsmaße aus Abschnitt 7.2.3 für die DEI-Indizes (OUT, 370K) zu verschiedenen Jahreszeiten.

tistisch signifikant. Bei den Vergleichsparametern ist zu beachten, dass die MEI-Zeitreihe unverändert belassen wurde, also nicht auf die anderen Jahreszeiten übertragen wurde. Dies erschien wenig sinnvoll, da El Niño in der Regel im Nordwinter seinen Höhepunkt erreicht und die anderen Jahreszeiten somit eine wesentlich niedrigere ENSO-Varianz aufweisen. DEI- und MEI-Zeitreihen sind also zueinander verschoben und zwar um sechs Monate bei führendem DEI in der ersten Zeile von Tabelle 7.5 bis hin zu sechs Monaten bei führenden MEI in der letzten Zeile.

Auffallend ist, dass die Symmetrie in allen Jahreszeiten erhalten bleibt, während sich die anderen Parameter im Vergleich zu JFM deutlich verschlechtern. Für die Zeitreihe JAS+ findet man allerdings einen überraschend niedrigen Wert für  $f_{0,75}$ . Sieht man sich die entsprechende Zeitreihe selbst an (nicht gezeigt), so stellt man sehr hohe Werte in den Jahren 1980-1982 fest. Diese Ausreißer erhöhen die Varianz insgesamt und führen dazu, dass praktisch kein weiterer Wert 0,75 übersteigt. Die Zeitreihe hätte somit lediglich auf den El Niño von 1982/83 hingewiesen. Das Vorhersagepotenzial ist somit deutlich geringer als der Parameter vermuten lässt.

Davon abgesehen bestätigen die Vergleichsparameter das Bild der Autokorrelation, wonach das prognostische Potenzial im Wesentlichen auf den Nordwinter beschränkt bleibt. Dies erscheint allerdings sehr plausibel: Zum einen ist das El Niño-Phänomen selbst in gleicher Weise an den Jahresgang gekoppelt. Zum anderen zeigen zahlreiche weitere, mit ENSO zusammenhängende Phänomene und Telekonexionen dieses saisonale Verhalten, etwa die Madden-Julian Oszillation oder die Pazifische Dekadische Oszillation.



**Abbildung 7.21:** Spektrale Dichte ( $\rho$ ) des DEI in Abhängigkeit der Frequenz, doppelt logarithmisch aufgetragen. In rot ist die Regressionsgerade eingezeichnet. Ihr y-Achsenabschnitt wurde als 0dB festgelegt.

### 7.5.3 Fourier- und Wavelet-Analyse

Nach der Untersuchung der semidiurnalen und saisonalen Variabilität der DEI-Zeitreihe sollen nun allgemeine spektrale Eigenschaften mit Hilfe von Fourier- und Wavelet-Analysen abgeleitet werden. Im Gegensatz zu den räumlichen Spektralanalysen mit Kugelflächenfunktionen in Kapitel 4 geht es nun also um Spektralanalysen von Zeitreihen.

Die Fourier-Transformation wurde bereits durch (4.17) beziehungsweise (4.20) definiert. Diese wurde für die 6h-DEI-Zeitreihe durchgeführt und die spektrale Dichte gemäß (4.21) berechnet. Das Ergebnis ist in Abbildung 7.21 dargestellt. Es sind jeweils vier scharfe Peaks zu erkennen: Der erste bei  $\nu = 1a^{-1}$  ist der Jahresgang, gefolgt von einem weiteren bei  $\nu = 2a^{-1}$ . Dieser Halbjahresgang lässt sich auf die am Äquator vorhandenen zwei Strahlungsmaxima pro Jahr zurückführen. Der dritte Peak bei etwa  $x = 8.5$  markiert den Tagesgang. Der vierte Peak ganz am rechten Rand zeigt nochmals die oben untersuchte 12h-Oszillation. Er fällt mit  $\nu_{max}$  beziehungsweise der Nyquist-Frequenz zusammen, stellt also die obere Grenze des analysierbaren Frequenzbereichs dar.

Außer diesen Spitzen scheinen keine weiteren Frequenzbereiche besonders ausgezeichnet. Man erkennt allerdings eine deutliche Abnahme der Amplituden mit zunehmender Frequenz, also rotes Rauschen. Für den durch (4.22) definierten Exponenten  $\beta$  ergibt sich ein Wert von  $\beta_{DEI} = 0,88$ . Er ist damit konsistent mit den Untersuchungen in Abschnitt 4.5: Da große Moden rotes Rauschen zeigen und der DEI maßgeblich von diesen großen Moden bestimmt wird, muss auch er rotes Rauschen aufweisen.

Trotz der beschriebenen Zusammenhänge zu ENSO fällt weiter auf, dass sich im Spektrum keine erkennbare Anregung im Bereich der ENSO-Bandes findet (etwa  $x = -3$  bis  $x = -1$  in der Abbildung 7.21). Möglicherweise führen Phasenverschiebungen (das heißt die Unregelmäßigkeit von ENSO) dazu, dass sich die Anregungen verschiedener Zeitfenster wegheben. Daher soll die Zeitreihe außerdem noch

einer Wavelet-Analyse unterzogen werden, die die Möglichkeit bietet Anregungen bestimmter Frequenzen in ihrem zeitlichen Verlauf zu beurteilen.

Wie bei der Fourier-Analyse werden auch bei der Wavelet-Analyse Skalarprodukte der Zeitreihe mit den Analysefunktionen gebildet. Die Wavelet-Analysefunktionen können wie Sinus und Cosinus gestaucht und gestreckt, also in ihrer Frequenz verändert werden. Im Gegensatz zu diesen haben sie jedoch eine begrenzte zeitliche Ausdehnung und decken so nur einen Teil des Zeitintervalls ab. Sie können deshalb entlang der Zeitachse verschoben werden. Die Wavelet-Analyse einer Zeitreihe  $f(t)$  hängt daher von zwei reellen Parametern ab:

$$W(t, \nu) = \int dt' f(t') \cdot \psi_{t, \nu}^*(t'). \quad (7.15)$$

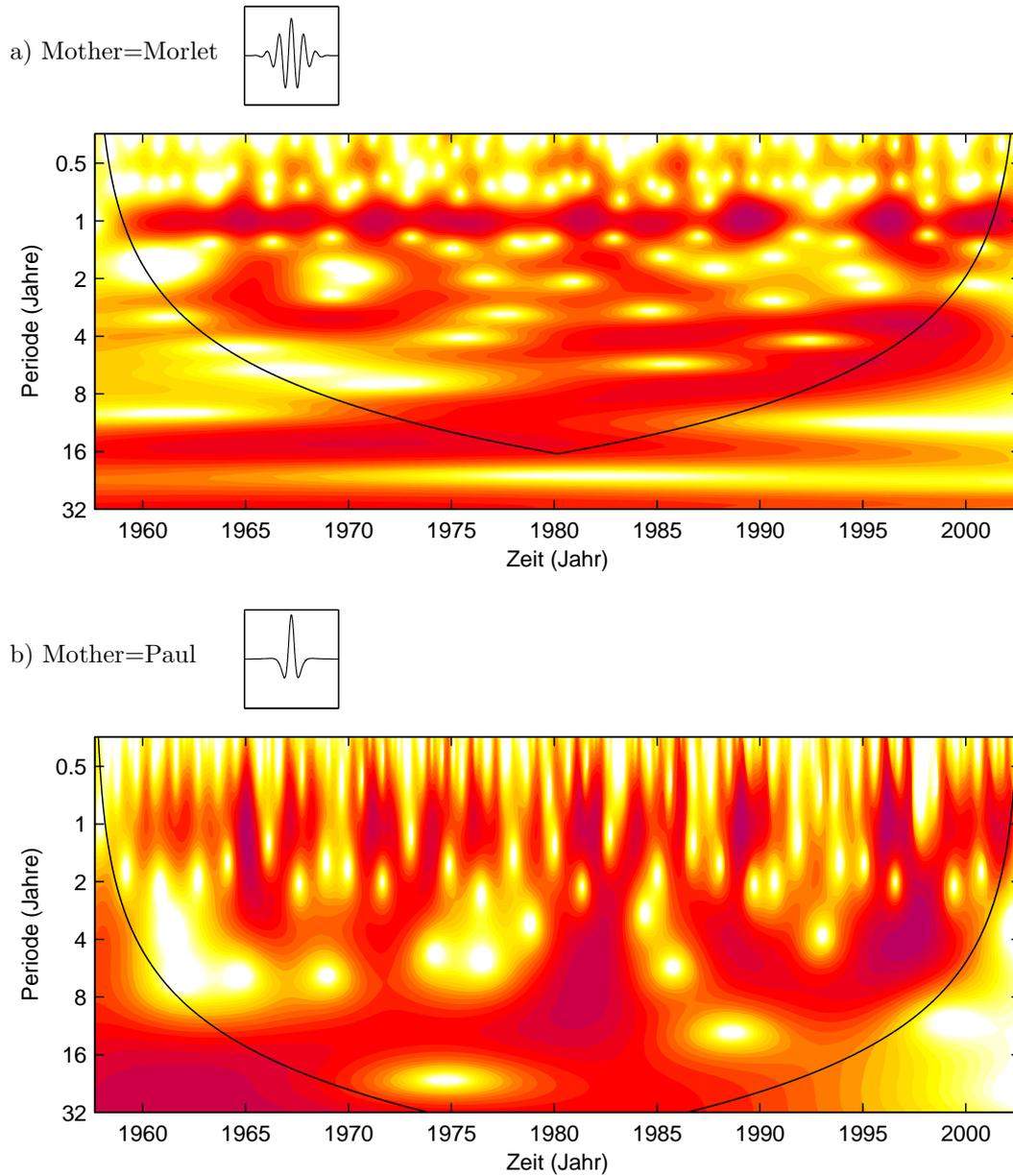
Hierbei ist  $\psi_{t, \nu}(t')$  eine Menge von im Allgemeinen komplexen Analyse-Funktionen, im Folgenden Wavelet-Basis genannt. Die Wavelet-Basis wiederum ergibt sich aus einer einzigen, von einem dimensionslosen Zeitparameter  $\tau$  abhängigen Ausgangsfunktion  $\psi_0(\tau)$ , dem Mother-Wavelet. Das Mother-Wavelet wird so gestreckt und verschoben, dass sein Schwerpunkt bei  $t$  und sein Maximum im Frequenzraum bei  $\nu$  liegt:

$$\psi_0(\tau) \rightarrow \psi_{t, \nu}(t'). \quad (7.16)$$

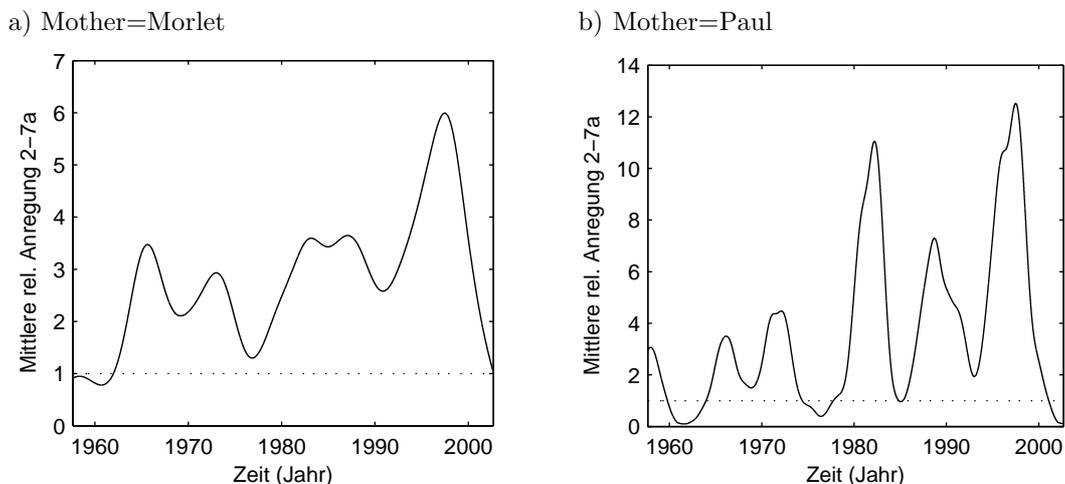
Um eine sinnvoll definierte und umkehrbare Wavelet-Analyse zu erhalten, muss die Funktion  $\psi$  bestimmte Kriterien erfüllen. Ebenso ist (7.15) auf geeignete Weise zu diskretisieren. Näheres dazu ist z.B. in Torrence und Compo (1998) zu finden.

Abbildung 7.22 zeigt das Wavelet-Diagramm (dargestellt ist das Betragsquadrat von 7.15) der täglichen DEI-Zeitreihe (370K, 0UT) für zwei verschiedene Mother-Wavelets (Morlet und Paul). Diese sind in Abbildung 7.22 ebenfalls dargestellt. Analog zur Fourier-Transformation sind auch die Wavelet-Transformationen einer Unschärferelation zwischen Zeit und Frequenz unterworfen: Das Morlet ist im Frequenzraum konzentriert und erlaubt eine in der Frequenz scharfe Wavelet-Analyse, während Paul im Zeitraum konzentriert ist und damit eine entlang der Zeitachse scharfe Wavelet-Analyse liefert. Dieser Effekt ist in Abbildung 7.22 deutlich zu erkennen.

Die mit dem Morlet durchgeführte Analyse zeigt deutlich den Jahres- und Halbjahresgang, der bereits in der Fourier-Analyse zu sehen war. Beide erscheinen jedoch im zeitlichen Verlauf unterschiedlich stark angeregt. Im Gegensatz zum Fourier-Spektrum ist nun aber im Wavelet-Diagramm eine deutliche Anregung im ENSO-Band, das heißt im Frequenzbereich von etwa 2-7 Jahren zu erkennen. Die zeitlich fokussierte Analyse mit dem Paul-Wavelet zeigt außerdem eine Variation der Anregung auf der dekadischen Zeitskala: Besonders in den 80er und 90er Jahren findet man hohe Anregungen, in Übereinstimmung mit der besonders starken El Niño-Aktivität in dieser Zeit. Die starken El Niños von 1982/82 und 1997/98 lassen sich sogar einzeln erkennen. Dies wird noch deutlicher, wenn man über die Anregungen im 2-7 Jahresband integriert und über der Zeit aufträgt (Abbildung 7.23).



**Abbildung 7.22:** Wavelet-Analyse der täglichen DEI-Zeitreihe mit dem Mother-Wavelets Morlet (a) und Paul (b). Dargestellt ist das Betragsquadrat von (7.15).



**Abbildung 7.23:** Mittlere relative Anregung der DEI-Wavelet-Analyse aus Abbildung 7.22 zwischen 2 und 7 Jahren über der Zeit. Die gestrichelte Linie gibt das 95%-Signifikanzlevel an. Die Zeitreihen wurden jeweils damit normiert.

## 7.6 Näherungen

Bei den beschriebenen Eigenschaften der DEI-Zeitreihe im Zusammenhang mit ENSO handelt es sich zunächst um ein rein empirisches Ergebnis, das im obigen Kapitel bezüglich seiner räumlichen, zeitlichen und statistischen Eigenschaften ausführlich untersucht wurde. Die Frage nach einer Erklärung beziehungsweise Theorie kann aber aufgrund dieser Untersuchungen noch nicht beantwortet werden. Dazu erscheint es erst notwendig zu versuchen, den komplexen und viele Felder beinhaltenden DSI auf einen möglichst einfachen Ausdruck zu reduzieren, ohne dabei die wesentlichen Eigenschaften der DEI-Zeitreihe zu verlieren. In den folgenden Abschnitten sollen eine Reihe von Näherungen abgeleitet und mit der ursprünglichen DEI-Zeitreihe verglichen werden. Dadurch wird klar werden, welche Felder wesentlich zu dem im DEI beobachteten prognostischen Potenzial beitragen.

Eine weitere wichtige Aufgabe solcher Näherungen wird sein, Vergleiche mit anderen Datensätzen (Reanalysen und Klimamodellen) zu ermöglichen. Die allgemeine Datenverfügbarkeit ist generell sehr eingeschränkt, sodass eine DSI-Berechnung gar nicht oder nicht in ausreichender Genauigkeit möglich ist. Einfache Näherungen, die Standardfelder auf Druckflächen enthalten, machen Vergleiche dennoch möglich.

Für die Vergleiche der Näherungen sollen erneut Korrelationen und die Parameter aus Abschnitt 7.2.3 verwendet werden. Der Korrelationskoeffizient der täglichen Zeitreihe (0UT) soll dabei mit  $r_{tgl}$ , der der jährlichen Zeitreihe (JFM, 0UT) mit  $r_j$  und der der jährlichen Zeitreihe ohne starke El Niños mit  $r_{joE}$  bezeichnet werden. Zusätzlich soll die mittlere quadratische Abweichung der genäherten Zeitreihe vom DEI (JFM, 0UT) berechnet werden:

$$d = \sqrt{\frac{1}{n} \sum \left( \text{DEI}^{(N)} - \text{DEI} \right)^2}. \quad (7.17)$$

Näherung	$r_{tgl}$	$r_j$	$r_{joE}$	$d$	$a$	$m$	$s$	$f_{0,75}$
<b>0</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>1.00</b>	<b>0.00</b>	<b>0.9996</b>	<b>1.01</b>	<b>1.00</b>	<b>1.03</b>
1	0.73	0.98	0.97	0.22	0.9967	1.75	1.00	1.55
2	0.73	0.97	0.95	0.27	0.9950	1.65	0.94	2.01
3	0.72	0.96	0.94	0.30	0.9994	0.90	1.00	2.76
4	0.70	0.84	0.78	0.57	0.9992	0.36	0.92	1.13
5	0.71	0.88	0.82	0.48	0.9869	0.22	0.88	0.33
6	0.63	0.85	0.79	0.49	0.8614	0.12	0.39	3.44
7	0.70	0.82	0.75	0.59	0.9984	0.32	0.95	1.11

**Tabelle 7.6:** Vergleichsparameter für verschiedene Näherungen des DEI. Die Näherung 0 bezeichnet hier die originale DEI-Zeitreihe. Die Vergleichsparameter sind am Beginn des Kapitels beziehungsweise in 7.2.3 definiert.

### 7.6.1 Näherungen auf isentropen Flächen

Als erster Schritt hin zu Näherungen des DEI erwies es sich als hilfreich, den DSI zunächst in einen statischen und einen dynamischen Anteil aufzuteilen: Mit statischen Feldern sind all jene Felder gemeint, die weder die Strömungsgeschwindigkeit  $\mathbf{v}$  der Luft noch davon abgeleitete Größen enthalten. Für den DSI auf isentropen Flächen sind dies die Stabilität  $\partial\theta/\partial p$  (im Folgenden mit  $\alpha$  abgekürzt) und das Montgomery-Potenzial  $M$ . Dynamische Felder, die in den DSI eingehen sind entsprechend die Vorticity und die kinetische Energie.

Der DSI lässt sich nun zerlegen in einen Summand, welcher ausschließlich statische Felder enthält und einen Summand, welcher sowohl statische und als auch dynamische Felder enthält (im Folgenden Residuum genannt):

$$\text{DSI} =: \text{DSI}_{stat}[\alpha, M] + \text{DSI}_{res}[\alpha, M, \zeta, E_{kin}]. \quad (7.18)$$

Die Abspaltung eines Terms, der ausschließlich dynamische Felder enthält, ist nicht möglich. Anwendung von (7.18) auf (2.30) ergibt (mit der planetaren Vorticity  $f$ ):

$$\text{DSI}_{stat} = g^2 \alpha \vec{k} \cdot [\nabla M \times \nabla(\alpha f)], \quad (7.19)$$

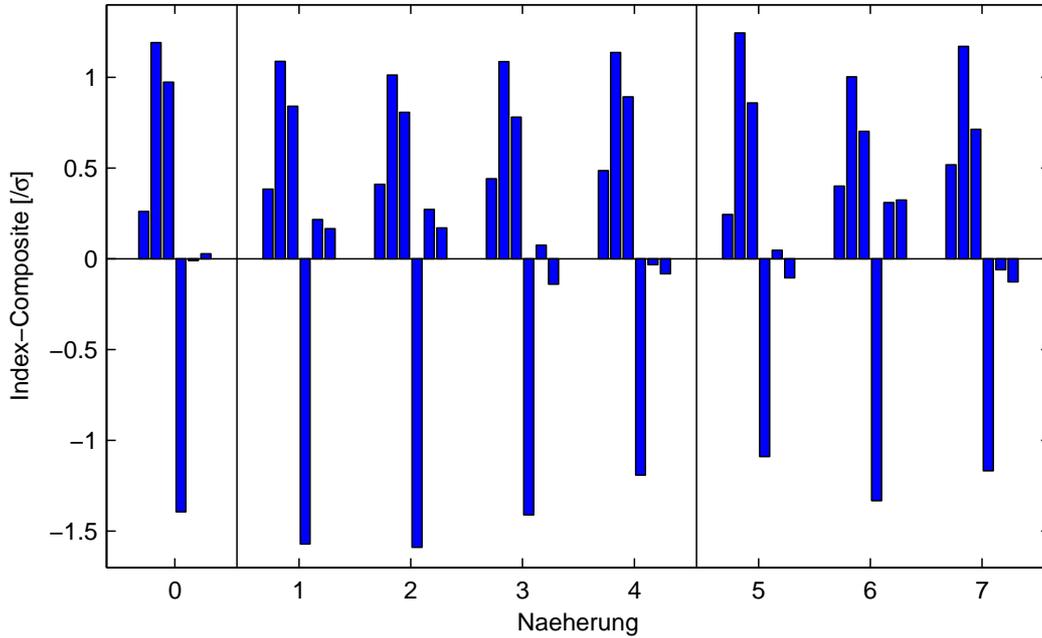
sowie

$$\text{DSI}_{res} = g^2 \alpha \vec{k} \cdot [\nabla B \times \nabla(\alpha \zeta) + \nabla E_{kin} \times \nabla(\alpha f)]. \quad (7.20)$$

Die Aufteilung (7.18) erlaubt nun eine erste Näherung des DSI, indem

$$\text{DSI}^{(1)} = \text{DSI}_{stat} \quad (7.21)$$

gesetzt wird. Mit Hilfe der Definition (7.1) folgt daraus eine entsprechende Näherung für den DEI. Die so gewonnene Zeitreihe ist mit dem ursprünglichen DEI noch hoch korreliert: Die Korrelation der täglichen Zeitreihen beträgt 0,73 (siehe Tabelle 7.6), die entsprechende Korrelation des Residuums mit dem DSI dagegen nur  $-0,07$ . Die Korrelation steigt weiter, wenn man die jährlichen JFM-Zeitreihen betrachtet. Daraus geht eindeutig hervor, dass der entscheidende Beitrag von den statischen Feldern kommt. Dies gilt jedoch nur für den DSI in dem betrachteten Gebiet und lässt sich nicht verallgemeinern, insbesondere nicht auf die mittleren Breiten.



**Abbildung 7.24:** El Niño-Composites der DEI-Zeitreihe wie in Abbildung 7.5b für verschiedene Näherungen. Die 0. Näherung bezeichnet dabei die exakte DEI-Zeitreihe.

Das prognostische Potenzial wird ebenfalls gut wiedergegeben. Dies wird auch im El Niño-Composite nochmals deutlich (Abbildung 7.24). Die Asymmetrie bleibt hochsignifikant ( $a$ ). Die Anstiege vor El Niño sind jedoch im Allgemeinen etwas geringer ausgeprägt, was sich in einem höheren Wert für  $m$  widerspiegelt. Ausreißer kommen etwas häufiger vor, da  $f_{0,75}$  leicht angestiegen ist.

Um weitere Näherungen zu erhalten, soll ab jetzt nur noch der statische Anteil des DSI (7.19) betrachtet und weiter vereinfacht werden. Ausführen von Summe und Produktregel liefert zunächst mit  $\partial_x f = 0$ :

$$\text{DSI}^{(1)} = g^2 \alpha (\alpha \partial_x M \partial_y f + f \partial_x M \partial_y \alpha - \partial_y M \partial_x \alpha). \quad (7.22)$$

Die Klimatologie der Felder  $\alpha$  und  $M$  in 370K und Nordwinter zeigt eine Spiegelsymmetrie bezüglich des Äquators. Gradienten in  $y$ -Richtung dürften daher verhältnismäßig klein sein und sollen vernachlässigt werden. Dies vereinfacht den Ausdruck erheblich und ergibt mit  $\partial_y f = 2\Omega/r_E \cdot \cos \phi$  die zweite Näherung des DSI:

$$\text{DSI}^{(2)} = \frac{2g^2\Omega}{r_E} \cdot \alpha^2 \frac{\partial M}{\partial x}, \quad (7.23)$$

mit der Winkelgeschwindigkeit  $\Omega$  und dem Radius  $r_E$  der Erde. Der mit dieser Näherung berechnete DEI<sup>(2)</sup> zeigt trotz der starken Vereinfachung in der Tat recht geringe Änderungen gegenüber der Näherung 1. Die Vergleichsparameter haben sich nur geringfügig verändert.

Eine weitere Näherung erhält man, indem man auch die vergleichsweise geringe Variation von  $\alpha$  in  $x$ -Richtung ausnutzt: Nach Einsetzen von (7.23) in die DEI-Definition (7.1) kann  $\alpha$  als konstant angenommen (das heißt durch seinen räumlichen Mittelwert ersetzt werden) und aus dem Integral gezogen werden. Es lässt sich dann die Integration über  $\partial_x M$  in  $x$ -Richtung analytisch ausführen. Man erhält

$$\text{DEI}^{(3)} = 2g^2\Omega \Delta\vartheta \overline{\alpha^2} \left[ 2\overline{M}(\phi_m) - \overline{M}(\phi_w) - \overline{M}(\phi_o) \right] \quad (7.24)$$

mit dem meridionalen Mittelwert über Nord-Süd-Erstreckung des DEI-Gebiets

$$\overline{M}(\phi) := \frac{1}{\Delta\vartheta} \int_{\vartheta_s}^{\vartheta_n} d\vartheta M(\phi, \vartheta) \quad (7.25)$$

und  $\Delta\vartheta = \vartheta_n - \vartheta_s$ , wobei

$$\begin{aligned} \phi_w &= 100^\circ\text{O}; & \phi_m &= 170^\circ\text{O}; & \phi_o &= 260^\circ\text{O} \\ \vartheta_s &= 15^\circ\text{S}; & \vartheta_n &= 10^\circ\text{N} \end{aligned} \quad (7.26)$$

die Begrenzungen der DEI-Gebiete A und B aus (7.1) sind und

$$\overline{\alpha^2} = \frac{1}{F(A \cup B)} \int_{A \cup B} da \alpha^2 \quad (7.27)$$

den Mittelwert der Stabilität über beide Gebiete bezeichnet. Auch diese Zeitreihe bleibt mit dem ursprünglichen DEI hoch korreliert. Gegenüber der Näherung 2 sind die Korrelationskoeffizienten nur minimal kleiner. Eine gewisse Veränderung ergibt sich in den restlichen Parametern. Die Steigung der Regressionsgerade  $m$  ist deutlich kleiner geworden und die lineare Anpassung gleichzeitig besser als bei N2. Allerdings finden sich mehr unerwünschte Ausreißer. Die Asymmetrie bleibt auch hier hochsignifikant.

Eine vierte Näherung erhält man, wenn man auch zeitliche Variationen der Stabilität vernachlässigt, diese also durch eine Konstante ersetzt:

$$\text{DEI}^{(4)} = c \left[ 2\overline{M}(\phi_m) - \overline{M}(\phi_w) - \overline{M}(\phi_o) \right] \quad (7.28)$$

mit

$$c = \frac{2g^2\Omega\Delta\vartheta}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} dt \overline{\alpha^2}, \quad (7.29)$$

wobei der genaue Wert der Konstanten wegen der durchzuführenden Normierung ohne Interesse ist. Das bedeutet, dass  $\alpha$  in diese Näherung nicht mehr eingeht und  $M$  als einziges Feld verbleibt. Gleichung (7.28) ist die einfachste mögliche Näherung des DEI auf isentropen Flächen. Hier zeigt sich nun allerdings ein deutlicher Rückgang der Korrelationen sowie eine deutliche Zunahme der Streuung um die Regressionsgerade. Die Stärke der Ausreißer nimmt hingegen etwas ab. Dennoch kann die westentliche Eigenschaft der DEI-Zeitreihe auch mit dieser einfachen Näherung wiedergegeben werden. Entsprechend zeigt die Darstellung der Composites in Abbildung 7.24 kaum Unterschiede zwischen den Näherungen.

### 7.6.2 Näherungen auf Druckflächen

Nach den Näherungen auf isentropen Flächen soll untersucht werden, ob und wie gut sich die DEI-Zeitreihe auch mit Felder auf Druckflächen reproduzieren lässt. Dies ist wichtig, da in vielen meteorologischen Datensätzen Interpolationen auf isentrope Flächen nicht vorhanden oder nicht verfügbar sind. Die 370K-Fläche entspricht dabei ziemlich genau der 100hPa-Fläche (siehe Abbildung 7.8). Es soll daher diese Fläche für die folgenden Rechnungen verwendet werden.

Am Beginn dieser Arbeit wurde ein Algorithmus für die DSI-Berechnung auf Druckflächen beschrieben und durchgeführt (Abschnitt 3.2). Durch Verwendung dieser Daten lässt sich mit (7.1) ein DEI auf Druckflächen berechnen:

$$\text{DEI}^{(5)} = \int_A da \text{DSI}_p - \int_B da \text{DSI}_p. \quad (7.30)$$

Dies stellt noch keine Näherung im eigentlichen Sinne da, lediglich eine geringe räumliche Verschiebung auf die 100hPa-Fläche. Dennoch sind die Korrelationen zum originalen DEI recht gering (Tabelle 7.6). Erstmals fällt hier auch der Asymmetrie-Parameter unter das 99%-Signifikanzniveau. Die schlechten Vergleichswerte dürften zum Großteil auf den numerisch weniger aufwendigen und fehleranfälligen Berechnungsalgorithmus unter Verwendung bereits interpolierter und reduzierter Daten zurückzuführen sein.

Weitere Näherungen auf Druckflächen können analog zu den Näherung 3 und 4 abgeleitet werden. Dabei wird das Montgomery-Potenzial durch das Geopotenzial ersetzt. Man erhält somit

$$\text{DEI}^{(6)} = c' \cdot \overline{\alpha^2} \left[ 2\overline{\Phi}(\phi_m) - \overline{\Phi}(\phi_w) - \overline{\Phi}(\phi_o) \right] \quad (7.31)$$

und

$$\text{DEI}^{(7)} = c'' \cdot \left[ 2\overline{\Phi}(\phi_m) - \overline{\Phi}(\phi_w) - \overline{\Phi}(\phi_o) \right] \quad (7.32)$$

mit

$$\overline{\Phi}(\phi) := \frac{1}{\Delta\vartheta} \int_{\vartheta_s}^{\vartheta_n} d\phi \Phi(\phi, \vartheta). \quad (7.33)$$

Die Konstanten  $c'$  und  $c''$  sind ohne Interesse und wurden lediglich zur Bewahrung der Dimension angeschrieben. Der Stabilitätsparameter  $\alpha$  in (7.31) wurde mittels der Temperatur auf den Druckflächen 100hPa und 150hPa als einfacher Differenzenquotient erster Ordnung berechnet. Die Korrelationen dieser beiden Näherungen mit der Originalzeitreihe haben sich erwartungsgemäß gegenüber N5 weiter verringert. In Näherung 6 ist die Asymmetrie zudem nicht mehr signifikant. Überraschenderweise schneidet die Näherung 7 jedoch in den Parametern  $a$ ,  $s$  und  $f$  deutlich besser ab als die Näherung 6, obwohl sie  $\alpha$  nicht mehr enthält. Dies könnte daran liegen, dass die Lage von isentropen Flächen und Druckflächen zueinander ebenfalls von  $\alpha$  abhängt und es somit in Näherung 7 indirekt bereits in ausreichendem Maße eingeht.

Die guten Vergleichswerte der sehr einfachen Näherung 7 sind ein wichtiges und nützliches Ergebnis. Diese Näherung ist somit sehr gut für Vergleiche mit anderen

Datensätzen geeignet. Sie gibt das im DEI beobachtete Phänomen befriedigend wieder und zu ihrer Berechnung wird lediglich das Geopotenzialfeld in 100hPa benötigt. Die Näherung 7 soll daher zur sprachlichen Vereinfachung im Folgenden als Geopotenzieller ENSO-Index (GEI) bezeichnet werden:

$$\text{GEI} := 2\bar{\Phi}(\phi_m) - \bar{\Phi}(\phi_w) - \bar{\Phi}(\phi_o). \quad (7.34)$$

Außerdem liefert 7.34 eine erste Erklärung für die hohen DEI-Werte: Demnach wird der DEI-Wert umso größer, je höher das Geopotenzial zwischen den Teilgebieten A und B im Vergleich zum Geopotenzial an den westlichen und östlichen Rändern des Gesamtgebiets auf der 100hPa-Fläche ist. Man kann auch sagen, der DEI entspricht ungefähr der zweiten Ableitung (Krümmung) des Geopotenzials in zonaler Richtung bei  $\phi_m = 170^\circ\text{O}$ .

## 7.7 Fortsetzung der Zeitreihe

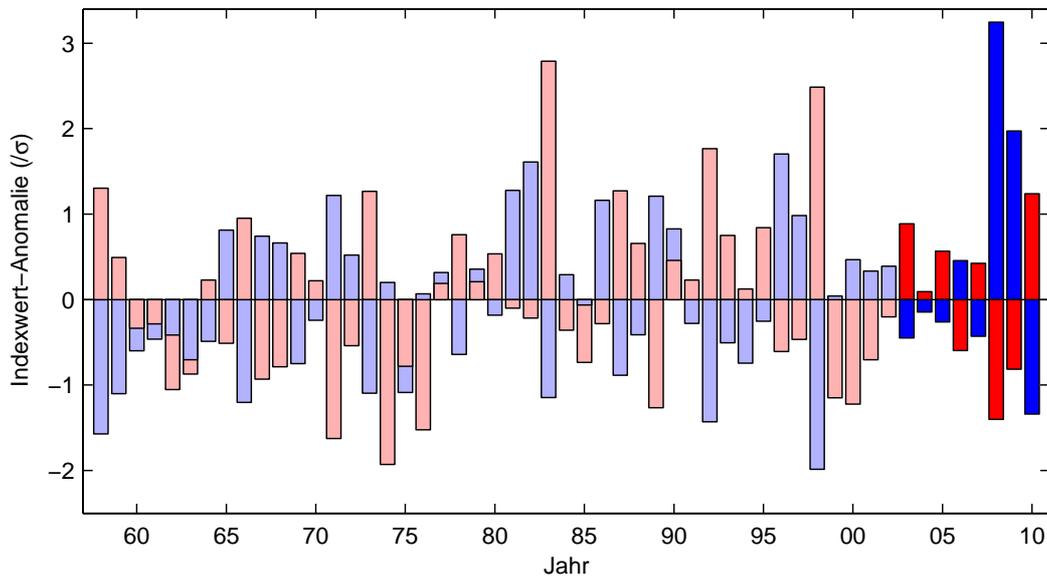
Die ERA40-Reanalyse wurde für einen Zeitraum von September 1957 bis August 2002 gerechnet. Entsprechend endete die DEI-Zeitreihe bisher im Jahr 2002. Eine Fortsetzung der Zeitreihe erscheint dennoch wünschenswert, um das gefundene prognostische Potenzial nutzbar machen zu können. Außerdem könnte so der jüngste El Niño von 2009/10 erfasst werden und damit die Statistik um ein Ereignis mittlerer Stärke erweitert werden. Da die ERA40-Reanalyse nicht fortgeführt wird, muss dazu auf andere Modelle ausgewichen werden. In Betracht kommen hierfür die operationellen Analysen, deren DSI-Felder bereits in Teil I berechnet und untersucht wurden und die ERA-Interim-Analyse, die laufend fortgeführt wird und ab Januar 1989 zur Verfügung steht.

### 7.7.1 Operationelle Analysen

Durch die Reduzierung der operationellen Analysen auf die ERA40-Auflösung seitens des BADC können die für ERA40 benutzten Algorithmen einfach übernommen werden. Wie bereits beschrieben, zeigt das operationelle Modell wesentlich höhere DSI-Anregungen in den höheren Moden. Es wurde jedoch bereits gezeigt, dass diese nicht wesentlich in den DEI eingehen (Abbildung 7.3). Die Fortsetzung der DEI-Zeitreihe aus operationellen Daten ist also sehr einfach möglich.

Abbildung 7.25a zeigt die übliche DEI-Zeitreihe (370K, JFM, 0UT) zusammen mit dem MEI bis 2010. Ab 2003 wurde sie durch operationelle Analysen fortgesetzt. Diese erscheint zunächst bis zum Jahr 2007 plausibel. Danach zeigt sich zwar qualitativ die typische El Niño-Struktur im DEI: Zwei Ausschläge nach oben gefolgt von einem starken Ausschlag nach unten im El Niño-Jahr. Die Amplituden dieser Ausschläge erscheinen jedoch unrealistisch hoch: In 2008 betrug der normierte DEI  $3,2\sigma$ , in 2009  $2,0\sigma$ .

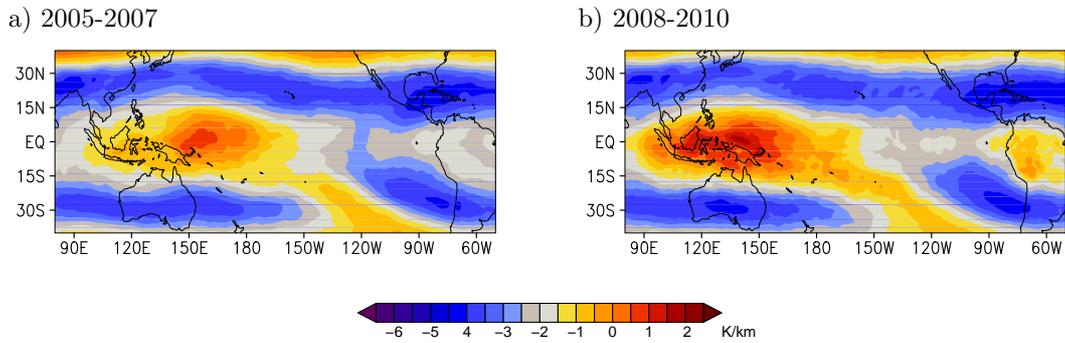
Betrachtet man die Varianz der täglichen DEI-Zeitreihe jeweils während der Monate Januar bis März eines Jahres, so findet man noch extremere Werte in den Jahren 2008 und 2009: Die Varianz in JFM 2008 ist etwa vier mal so groß als das



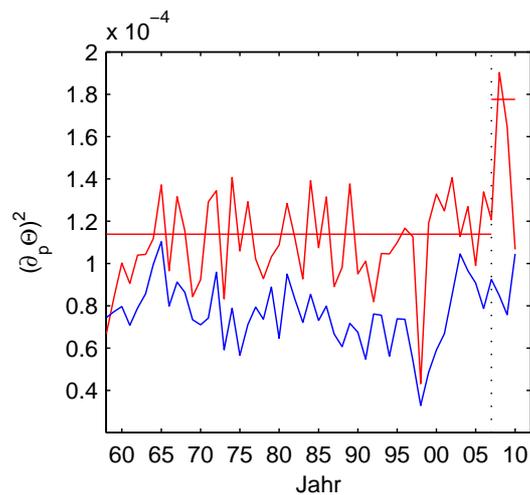
**Abbildung 7.25:** Jährliche JFM-Zeitreihe des DEI (blau) und des MEI (rot), bis zum Jahr 2010 durch operationelle Daten fortgesetzt.

bisherige Maximum in 1997. In 2009 ist sie nur unwesentlich kleiner. Es scheint hier also eine Diskontinuität vorzuliegen. Wahrscheinlich wurde im Zeitraum von April 2007 bis Dezember 2007 eine Veränderung des Modells vorgenommen, die sich auf den DEI entscheidend auswirkt und somit die Vergleichbarkeit zu früheren Modellversionen und zu ERA40 nicht mehr gegeben ist. Die Internetseite des ECMWF gibt einen Überblick über die Versionsgeschichte der operationellen Modelle. Demnach liegen zwei Updates des Modells in dem kritischen Zeitraum. Interessant sind die mit der Version 32r3 am 6. November 2007 eingeführten Änderungen: Dort wurden die Modellphysik und insbesondere das Konvektionsschema signifikant modifiziert. Die Auswirkungen seien global, jedoch in den Tropen besonders stark.

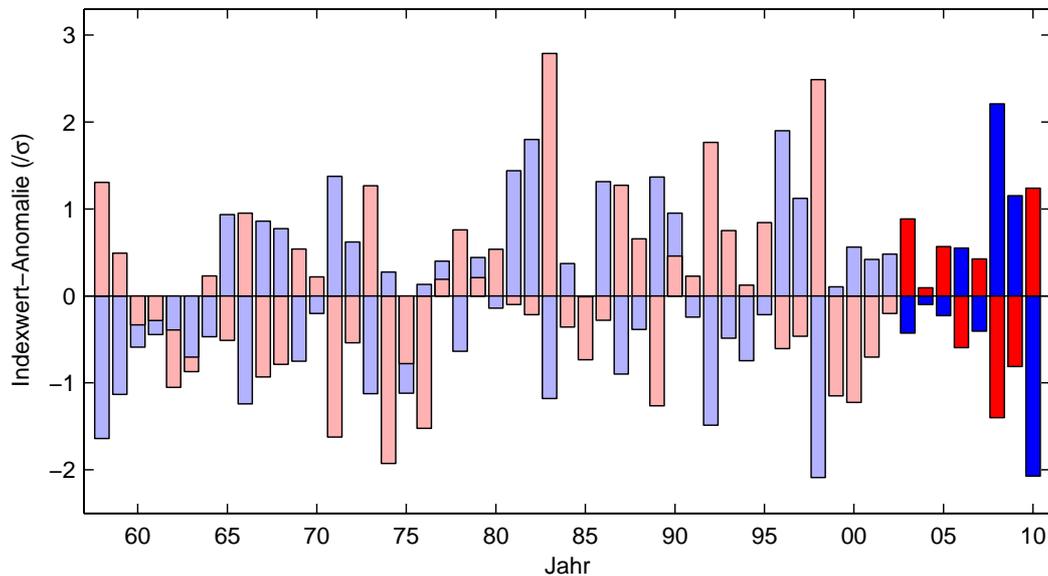
Betrachtet man beide Dipolgebiete A und B getrennt, so ist festzustellen, dass hauptsächlich das positive, westliche Gebiet A für die extremen Werte verantwortlich ist. Schaut man sich weiter die einzelnen Variablen an, so zeigt sich, dass sich vor allem der Stabilitätsparameter  $\partial\theta/\partial p$  entscheidend verändert hat. Diese Änderung wirkt sich auch deshalb besonders stark auf den DSI aus, da  $\partial\theta/\partial p$  gemäß (7.24) näherungsweise quadratisch eingeht. Abbildung 7.26 zeigt jeweils ein 3-Jahresmittel des Parameters  $\partial T/\partial z$  vor und nach der verdächtigen Modellumstellung. Während das Feld vorher weitgehend dem ERA40-Feld entspricht (vergleiche Abbildung 7.9), findet man danach wesentlich höhere Werte für  $\partial T/\partial z$  am Äquator, vor allem westlich von  $180^\circ$ , also im Gebiet A. Die Atmosphäre ist also in diesem Bereich stabiler als vorher und die Tropopause entsprechend tiefer und stärker in Ostwest-Richtung geneigt. Entsprechend ist  $\partial\theta/\partial p$  mehr negativ, also betragsmäßig größer. Abbildung 7.27 zeigt das im zeitlichen Verlauf von  $(\partial\theta/\partial p)^2$ , gemittelt über jeweils die Gebiete A und B, deutlich.



**Abbildung 7.26:** JFM-Mittelwert des Stabilitätsparameters  $\partial T/\partial z$  in 370K für zwei verschiedene 3-Jahreszeiträume.



**Abbildung 7.27:** Zeitlicher Verlauf von  $\alpha^2 = (\partial\theta/\partial p)^2$ , gemittelt jeweils über die Monate Januar bis März sowie über die Gebiete A (rot) und B (blau). Die horizontalen Linien kennzeichnen die zeitlichen Mittelwerte (ausgenommen El Niño-Jahre) von 1958-2007 beziehungsweise von 2008-2010 für das Gebiet A.



**Abbildung 7.28:** Wie Abbildung 7.25, jedoch ab 2008 mit korrigiertem DEI-Werten gemäß (7.35).

Basierend auf der Näherung (7.24) soll versucht werden, die DEI-Werte ab 2008 durch einen geeigneten Faktor zu korrigieren. Dieser soll sich nur auf das positive Gebiet beziehen. Es sei also für den Zeitraum ab 2008:

$$DEI_{korr} = f_A \cdot \int_A da \text{ DSI} - \int_B da \text{ DSI}. \quad (7.35)$$

Der Korrekturfaktor  $f_A$  sei zeitlich konstant und wird über den sprunghaften Anstieg des Parameters  $(\partial\theta/\partial p)^2$  (im Folgenden als  $\alpha^2$  bezeichnet) bestimmt. Er wird aus dem Quotienten der Mittelwerte von  $\alpha^2$  vor und nach der Modellumstellung berechnet. El Niño-Jahre sollen wegen ihrer klimatologischen Besonderheit ausgenommen werden. Damit folgt:

$$f_A = \text{mean}(\alpha_A^2, t \leq 2007) / \text{mean}(\alpha_A^2, t \geq 2008), \quad t \neq \text{El Niño}. \quad (7.36)$$

$\alpha_A^2$  ist der räumliche Mittelwert von  $\alpha^2$  im Gebiet A. Die beiden Mittelwerte aus Gleichung (7.36) sind in Abbildung 7.27 als horizontale Linien eingezeichnet. Der Korrekturfaktor  $f_A$  holt sozusagen die rechte Linie auf das Niveau der linken Linie herunter, sodass dann die Mittelwerte zueinander passen.

Der gemäß (7.35) korrigierte DEI ist in Abbildung 7.28 gezeigt. Die DEI-Werte der Jahre 2008 und 2009 sind nun erheblich kleiner als vor der Korrektur, allerdings erscheinen sie im Vergleich zur restlichen Zeitreihe immer noch sehr hoch. Sie würden einen El Niño erwarten lassen, der etwa in der Größenordnung der El Niños von 1982/83 und 1997/98 liegt. Tatsächlich war er aber deutlich schwächer. Darüber hinaus erscheint der negative DEI-Ausschlag in 2010 nach der Korrektur zu stark. Die intrasaisonale Varianz bestätigt den Verdacht, dass die Korrektur nicht

vollständig gelungen ist: Sie ist in 2008 bis 2010 auch in der korrigierten Zeitreihe stark erhöht und liegt deutlich über dem bisherigen Maximum. Die Diskontinuitäten, die durch Veränderungen des operationellen Modells in 2007 hervorgerufen wurden, lassen sich also durch eine solche einfache Prozedur nur unvollständig beseitigen. Eine sinnvolle Weiterführung der Zeitreihe scheint daher trotz Korrektur nicht möglich. Allerdings soll noch bemerkt werden, dass die DEI-Ausschläge vor 2010 zwar zu stark sind, aber qualitativ dennoch sehr gut ins Bild passen. Wie in den Jahren 1971-73, 1981-83 und 1996-98 zeigen sich zwei DEI-Peaks gefolgt von einem El Niño mit entsprechend negativem Ausschlag.

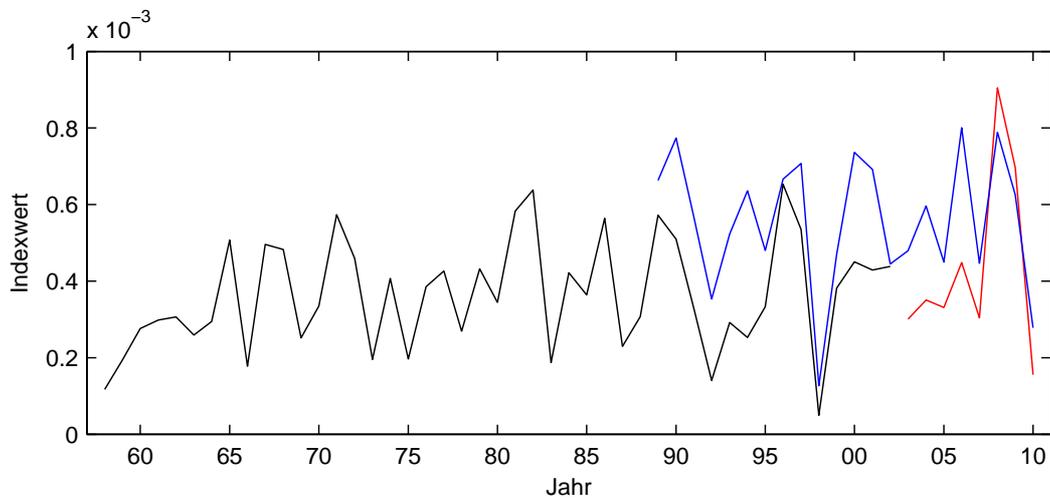
### 7.7.2 ERA-Interim Reanalyse

Da auch über das Ende von ERA40 hinaus ein großes Interesse an homogen reanalysierten Daten bestand, entschied sich das ECMWF dazu, mit ERA-Interim eine weitere Reanalyse zu produzieren. Wie im Namen schon angedeutet ist sie als Übergangslösung gedacht, bis das nächste umfassende Reanalyseprojekt verwirklicht werden kann. Dieses soll dann ERA40 und ERA-Interim ersetzen. Außerdem sollen mit ERA-Interim gewonnene Erfahrungen in dieses zukünftige Projekt einfließen (Simmons et al., 2007a). Die ERA-Interim Reanalyse beginnt im Januar 1989 und wird laufend fortgeführt. Erste Daten waren im Jahr 2007 verfügbar (Simmons et al., 2007b).

Bislang existiert keine umfassende Dokumentation zu den ERA-Interim-Daten. Laut Internetseite des ECMWF ist ein solches Papier allerdings in Vorbereitung. Einige Aspekte dieser Reanalysen wurden jedoch in den Newslettern des ECMWF (Simmons et al., 2007a; Uppala et al., 2008) beschrieben und diskutiert. Über datentechnische Fragen und verfügbare Variablen gibt Berrisford et al. (2009) Auskunft.

Die entscheidenden Veränderungen gegenüber der ERA40-Reanalyse liegen in der Verwendung einer moderneren Version des IFS (Cy29r1), der Erhöhung der Auflösung von T159 auf T255 und vor allem in der Verwendung des 4D-Var Assimilationsschemas anstelle von 3D-Var. Außerdem wurde speziell das Feuchteanalyse-Schema und die entsprechende Modellphysik verbessert, sodass einer der wichtigsten Schwachstellen der ERA40-Reanalyse, der übermäßige Regen über tropischen Ozeanen, beseitigt werden konnte. Die Niederschlags-/Verdunstungsbilanz verbesserte sich ebenfalls deutlich. Daneben konnte die Homogenität des Datensatzes durch moderne Korrekturverfahren systematischer Beobachtungsfehler gegenüber ERA40 gesteigert werden.

Da das ERA-Interim-Reanalyse-Projekt laufend fortgeführt wird und somit Daten bis in die Gegenwart vorliegen, bietet es eine weitere Möglichkeit, die DEI-Zeitreihe fortzusetzen. Darüber hinaus besteht ein Überlapp zu ERA40 von etwa 13 Jahren, der für einen direkten Vergleich genutzt werden kann (Kapitel 8). Das Datenarchiv des BADC, über welches die Daten bezogen wurden, führte allerdings zu einem Problem: Hier fehlen die Datensätze auf Modellflächen. Damit kann der für ERA40 benutzte Berechnungsalgorithmus nicht unverändert übernommen werden, was wiederum Inkonsistenzen erzeugt. Leider muss damit (ausgerechnet) der Parameter  $\partial\theta/\partial p$ , der sich im obigen Abschnitt als besonders kritisch herausgestellt



**Abbildung 7.29:** DEI-Zeitreihe (370K, JFM, 0UT) verschiedener DEI-Versionen. Die Zeitreihen wurden nicht normiert und diesmal als Linie anstatt als Balken dargestellt. Schwarz zeigt den ERA40-DEI, blau den DEI aus ERA-Interim-Daten und rot den DEI aus operationellen Daten.

hatte, auf andere Weise berechnet werden.

Anhand der verfügbaren Felder ergeben sich dafür zwei Möglichkeiten: Berechnung anhand des Druckfelds auf isentropen Flächen oder anhand des Temperaturfelds auf Druckflächen mit anschließender Interpolation. Beide Methoden haben entscheidende Nachteile. Die zur 370K-Fläche benachbarten isentropen Flächen liegen räumlich recht weit weg, insbesondere die untere. Sie liegen außerdem im Bereich der Tropopause, in dem sich der Parameter  $\partial\theta/\partial p$  stark vertikal ändert. Bei der Verwendung des Temperaturfelds auf Druckflächen kommen Unsicherheiten durch eine weitere Interpolation dazu. Allerdings liegen die bereitgestellten Druckflächen um 100hPa sehr dicht mit Abständen von 25-30hPa. Daher ist diese Berechnungsmethode der ersten klar vorzuziehen, insbesondere wenn man bedenkt, dass der Abstand der  $\theta$ -Flächen 370K und 350K etwa 100hPa beträgt.

Der Parameter  $\partial\theta/\partial p$  fließt gemäß (3.43) zudem in die Berechnung der Potenziellen Vorticity ein. Dieses Problem kann jedoch umgangen werden, da die PV selbst auf isentropen Flächen erhältlich ist. Auf ein Einlesen von  $\zeta$  und  $D$  kann somit verzichtet werden. Statt dessen können  $M$ , PV,  $u$  und  $v$  benutzt werden. Damit lässt sich der DSI bis auf den Faktor  $\partial\theta/\partial p$  berechnen. Dieser wird dann aus dem Temperaturfeld auf Druckflächen anhand einer Lagrange-Interpolation 2. Ordnung bestimmt und anschließend auf 370K interpoliert.

Abbildung 7.29 zeigt den entsprechend berechneten DEI aus ERA-Interim-Daten. Außerdem sind die ERA40-Zeitreihe und die operationelle Zeitreihe mit eingezeichnet. Der Übersichtlichkeit halber wurde nun ein Linien-Plot verwendet. Es finden sich zunächst recht große Unterschiede zwischen ERA-Interim und ERA40 im Überlapp-Zeitraum. Der ERA-Interim-DEI liegt um einiges über dem ERA40-DEI.

Darauf wird im kommenden Kapitel näher eingegangen werden. Weiter fällt auf, dass ab der Umstellung des operationellen Modells in 2007 der operationelle DEI und der ERA-Interim-DEI sehr gut übereinstimmen. Daraus kann man folgern, dass auch die Stabilitätsparameter ähnliche Werte annehmen, was wiederum nahelegt, dass auch ERA-Interim bereits die neue Modellkomponente enthält. Aufgrund der bislang knappen Veröffentlichungen zu ERA-Interim lässt sich diese jedoch nicht näher identifizieren. Wie oben erläutert, gibt es Hinweise, dass es sich um das Konvektionsschema handelt.

Aus diesen Gründen lässt sich die ERA40-Zeitreihe des DEI auch nicht durch ERA-Interim konsistent fortsetzen. Wegen der großen Unterschiede im Überlapp-Intervall erscheinen auch Mittelwert-Anpassungen analog zu oben wenig erfolgversprechend.

## Kapitel 8

# Vergleich mit anderen Datensätzen

Die bisher abgeleiteten Erkenntnisse beruhen fast ausschließlich auf reanalysierten Beobachtungsdaten durch das ERA40-Projekt des ECMWF. Im folgenden Kapitel sollen weitere Datensätze hinzugezogen werden: Zunächst weitere Reanalysen (ERA-Interim, NCEP/NCAR, CFSR, JRA-25) und anschließend freie Läufe einiger Klimamodelle, basierend auf vorindustriellen Anfangsbedingungen und beobachteten Antrieben (20C-Läufe). Dabei soll vor allem die Frage untersucht werden, in wie weit die bislang beschriebenen Eigenschaften des aus ERA40-Daten berechneten DEI auch auf andere Datensätze zutreffen.

Der naheliegendste Vergleich wäre für jeden Datensatz eine DEI-Zeitreihe zu erzeugen. Dies ist jedoch mit Ausnahme von ERA-Interim (siehe Abschnitt 7.7.2) nicht durchführbar: Die für eine Berechnung des DSI nach dem in Abschnitt 3.3 beschriebenen Verfahren notwendigen Felder auf isentropen Flächen sind entweder nicht in vollem Umfang vorhanden oder nicht frei verfügbar. Eine Berechnung des DSI auf Druckflächen (Abschnitt 3.2) scheitert in der Regel ebenfalls an fehlenden Variablen oder der geringen, bereitgestellten Auflösung. Um Vergleiche dennoch durchführen zu können soll auf die Näherung (7.34) des DEI zurückgegriffen werden. Für diese wird lediglich das Geopotenzial auf der 100hPa-Fläche benötigt. Dieser Geopotenziale ENSO Index (GEI) ermöglicht Untersuchungen verschiedener Datensätze ohne zusätzliche numerische Inhomogenitäten bei der Indexberechnung.

In Gleichung (7.34) könnten im Prinzip bereits die JFM-Mittelwerte des Geopotenzials eingesetzt werden. Aufgrund des dominanten semidiurnalen Zyklus' muss der Vergleich jedoch ausschließlich anhand der 0UT-Daten durchgeführt werden. Da die von Datenprojekten angebotenen monatlichen Felder normalerweise auf allen Terminen basieren, ist in der Regel trotzdem eine Datenverfügbarkeit auf 6h-Basis erforderlich. Diese ist für ERA-Interim, NCEP/NCAR, CFSR, JRA-25 und ECHAM gegeben. Für weitere Modelle des AR4 jedoch nicht (siehe unten).

Bei den folgenden Analysen sollen insbesondere die folgenden Fragestellungen untersucht werden:

1. Zeigt das Klimamittel (um 0UT) des Geopotenzials in 100hPa über dem Pazifik

die für den DSI-Dipol verantwortliche Struktur? Gibt es also zwei Minima im Bereich der Küsten und ein Maximum über dem zentralen Pazifik? Dies hängt eng mit der Frage zusammen, ob der diurnale und semidiurnale Zyklus im Druckfeld mit dem der ERA40-Reanalyse vergleichbar ist. Nach Terminen separierte Klimatologien können hierüber Aufschluss geben.

2. Zeigt das Geopotenzialfeld eine direkte Reaktion auf El Niño? In den ERA40-Daten sind die zonalen Gradienten des Geopotenzials während El Niño deutlich abgeschwächt. Entsprechend ergeben sich hohe Korrelationen zwischen dem DEI und den ENSO-Indizes (Abschnitt 7.2.2). Das Modell transportiert demnach über die Konvektion SST-Variationen bis in die Tropopause und untere Stratosphäre. Geschieht dies bei anderen Modellen auf vergleichbare Weise? Dies lässt sich mit einem El Niño-Composite des GEI analog zu Abbildung 7.5b oder anhand der Korrelationen zum NINO3.4 feststellen.
3. Die wichtigste Frage ist jedoch, ob sich das in ERA40 beobachtete prognostische Potenzial in anderen Datensätzen ebenfalls wiederfinden lässt. Auch hierzu kann zunächst ein Composite betrachtet werden. Außerdem können die in Abschnitt 7.2.3 beschriebenen Vergleichsparameter berechnet werden. Bei den Reanalysen ist es zudem möglich, die Zeitreihen direkt zu vergleichen.

Die Einbeziehung freier Modellläufe in den Vergleich macht die Generierung eines Standard-ENSO-Index aus den Modelldaten notwendig. Der bislang verwendete Multivariate ENSO-Index (MEI) ist hierfür zu komplex, da er fünf verschiedene meteorologische Felder berücksichtigt, die einer aufwendigen Hauptkomponenten-Analyse unterzogen werden müssen. Er soll daher durch einen geeigneten, einfachen SST-Index ersetzt werden. Hier bietet sich der NINO3.4-Index an, da er im ERA40-Zeitraum die höchste Korrelation mit dem MEI aufwies (Tabelle 6.1). Um einen möglichst einheitlichen Vergleich aller Datensätze zu ermöglichen, soll von nun an auch bei den Reanalysen der NINO3.4 anstelle des MEI verwendet werden. Damit die Anzahl der berücksichtigten starken El Niños im Zeitraum von 1958-2002 unverändert bleibt, wurde der Schwellenwert von  $1\sigma$  auf  $1,1\sigma$  angehoben. Ein El Niño-Jahr liegt im Folgenden (für alle Datensätze einheitlich) also genau dann vor, wenn der JFM-Mittelwert des NINO3.4  $1,1\sigma$  übersteigt.

Die so gewonnenen Vergleichsdaten der verschiedenen Datensätze werden in den folgenden Abschnitten ausführlich diskutiert.

## 8.1 Reanalysen

Es werden im Folgenden vier Reanalyse-Projekte verwendet und mit ERA40 verglichen. Dies sind neben der schon angesprochenen ERA-Interim-Reanalyse des ECMWF (Abschnitt 7.7.2) die sehr häufig verwendete US-amerikanische Reanalyse der National Centers for Environmental Prediction und des National Center for Atmospheric Research (NCEP/NCAR), die Reanalyse (JRA-25) der Japan Meteorological Agency (JMA) sowie die erst kürzlich fertiggestellte Reanalyse CFSR, die ebenfalls von NCEP und dem National Weather Service der USA (NOAA) produziert wurde.

Name	Land	Zeitraum	Auflösung	Assimilation
ERA40	UK	1957 - 2002	T159L60	3D-Var
ERA-Interim	UK	1989 - Gw.	T255L60	4D-Var
NCEP/NCAR	USA	1948 - Gw.	T62L28	3D-Var
JRA-25	Japan	1979 - Gw.	T106L40	3D-Var
CFSR	USA	1979 - Gw.	T382L64	mod. 3D-Var

**Tabelle 8.1:** Übersicht über die Basisdaten der in diesem Abschnitt behandelten Reanalysen. Gw steht für Gegenwart.

	ERA40	ERA-Int	NCEP	GFSR	JRA-25
ERA40		0.68	0.56	0.70	0.64
ERA-Int	0.68		0.57	0.85	0.78
NCEP	0.41	0.42		0.67	0.54
GFSR	0.66	0.77	0.63		0.80
JRA-25	0.66	0.85	0.56	0.83	

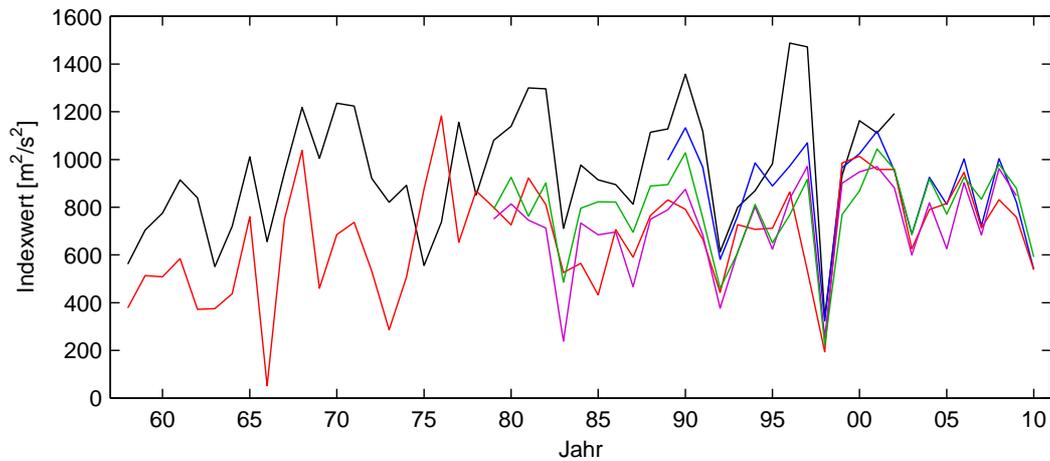
**Tabelle 8.2:** Korrelationsmatrix der jährlichen JFM-Zeitreihen des GEI für fünf Reanalysen. Die Werte oberhalb der Diagonalen beziehen sich auf den maximal möglichen paarweisen Überlapp-Zeitraum. Die Werte unterhalb der Diagonalen beziehen sich auf den gemeinsamen Überlapp-Zeitraum aller Reanalysen (1989-2002).

Die NCEP/NCAR-Reanalyse gibt es bereits seit 1996 und war die erste globale Reanalyse, die die komplette zweite Hälfte des 20. Jahrhunderts (ab 1948) abdeckt. Sie wird zudem bis in die Gegenwart fortgeführt. Eine ausführliche Beschreibung dieser Reanalyse geben Kalnay et al. (1996) oder Kistler et al. (2001). Aufgrund ihres Alters ist sie die Reanalyse mit der geringsten Auflösung (Tabelle 8.1).

Die Climate Forecast System Reanalyse (CFSR) ist die modernste hier betrachtete Reanalyse. Sie wurde 2010 fertig gestellt und besitzt mit Abstand die höchste Auflösung der hier untersuchten Modelle. Im Unterschied zu allen anderen Reanalyse-Modellen ist bei CFSR auch ein Ozean-, Land- und Seeismodell integriert. Es sind Daten ab 1979 verfügbar. CFSR wird in Saha et al. (2010) ausführlich beschrieben. Auch diese Reanalyse wird laufend fortgeführt. Allerdings sind tägliche Geopotenzialwerte in 100hPa im Moment nicht frei verfügbar. Sie konnten jedoch auf Anfrage um OUT von 1979 bis 2009 beschafft werden.

Die Japanische Reanalyse JRA-25 wurde 2005 fertig gestellt und somit etwa zwei Jahre später als ERA40. Sie liefert Daten ab 1979 und wird wie die NCEP/NCAR-Reanalyse unter der Bezeichnung JMA Climate Data Assimilation System (JCDAS) laufend fortgeführt. Ihre Auflösung liegt etwas unter der von ERA40. Details hierzu sind in Onogi et al. (2007) zu finden.

Einen ersten Überblick über Unterschiede und Gemeinsamkeiten der Reanalysen im Hinblick auf die genannten Fragestellungen geben die paarweisen Korrelationen der jährlichen GEI-Zeitreihen (Tabelle 8.2). Diese wurden jeweils sowohl für den paarweisen als auch für den gemeinsamen Überlapp-Zeitraum berechnet. Die Zeitreihen selbst sind in Abbildung 8.1 aufgetragen. Es fällt sofort auf, dass zum Teil erhebliche Unterschiede bestehen und die Korrelationskoeffizienten generell nicht besonders hoch sind. Dies ist sicher der spärlichen und schwierigen Beobach-

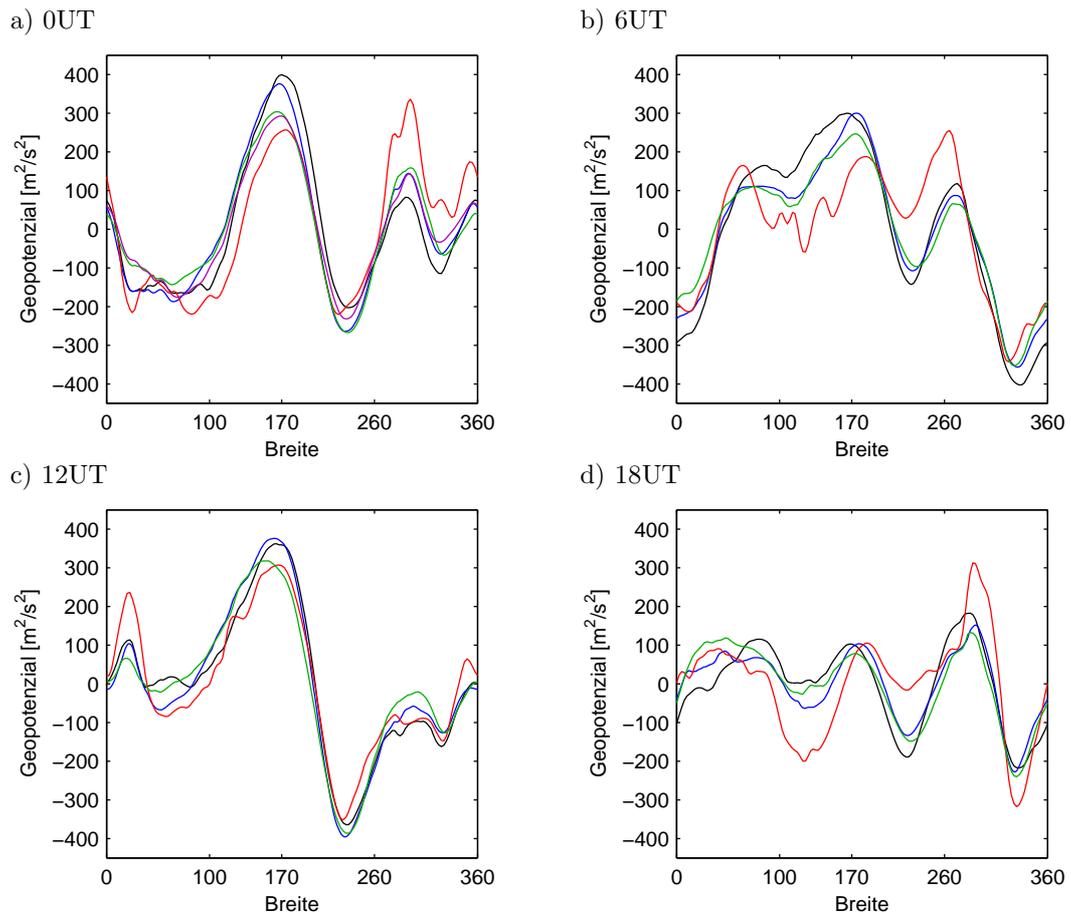


**Abbildung 8.1:** Zeitreihen der JFM-Mittelwerte (0UT) des GEI für fünf verschiedene Reanalysen (schwarz=ERA40, blau=ERA-Interim, rot=NCEP/NCAR, violett=CFSR, grün=JRA-25).

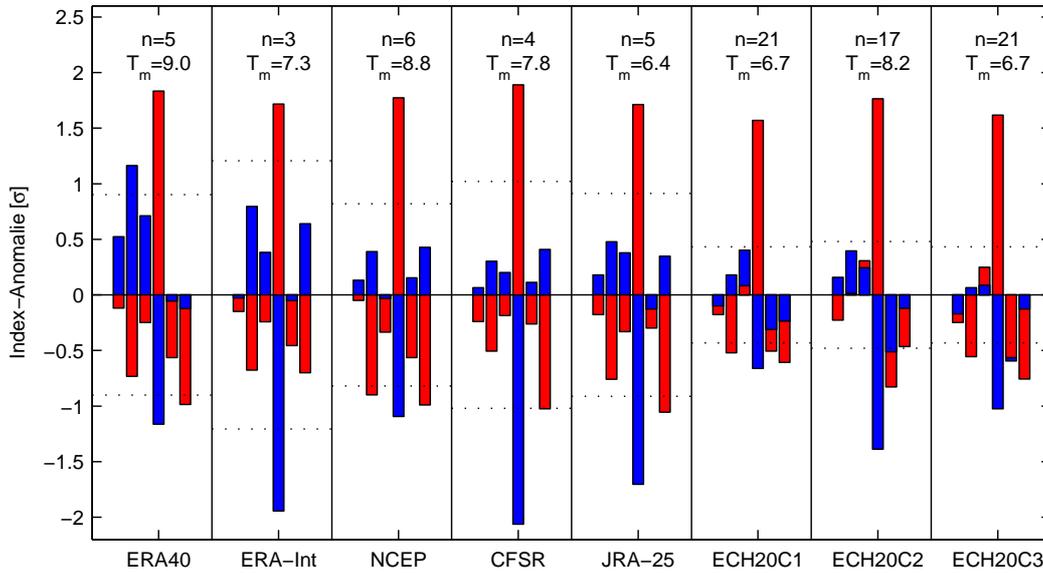
tungssituation in dem betrachteten Gebiet geschuldet. Die Modelle sind dort kaum an Beobachtungen gebunden, sodass sich Unterschiede zwischen ihnen besonders stark bemerkbar machen und zu großen Unsicherheiten führen können. Allerdings zeigen die moderneren Reanalysen (ERA-Interim, CFSR und JRA-25) untereinander vergleichsweise hohe Korrelationen, während die ältere NCEP/NCAR-Reanalyse die geringsten Korrelationen aufweist. Der Abbildung 8.1 ist außerdem zu entnehmen, dass die Differenzen offenbar in den letzten zehn Jahren kleiner geworden sind. Grund dürfte die verbesserte Beobachtungssituation durch moderne Satellitentechnik sein, wodurch die Ausbildung eines modellspezifischen Klimas weitgehend unterbunden wird.

Die zonale Struktur und die Stärke des diurnalen und semidiurnalen Zyklus des 100hPa-Geopotenzials zeigt Abbildung 8.2. Die mittlere Höhe der 100hPa-Fläche unterscheidet sich etwas zwischen den Reanalysen: Sie ist etwa gleich für ERA-Interim und JRA-25 und liegt um etwa 20m höher bei ERA40 und um etwa 50m höher bei NCEP/NCAR. Bei CFSR liegt sie etwa 20m tiefer. Dieser Unterschied wurde in Abbildung 8.2 zur besseren Vergleichbarkeit der zonalen Gradienten entfernt. Darüber hinaus zeigen alle Reanalysen die Gezeitenschwingung in vergleichbarer Ausprägung. Die NCEP-Reanalyse unterscheidet sich dabei am deutlichsten von den anderen drei, insbesondere zu den Nebenterminen. Um 0UT findet sich bei allen Reanalysen die für den DSI-Dipol verantwortliche Tief-Hoch-Tief-Struktur. Diese ist bei den ECMWF-Reanalysen etwas stärker ausgeprägt als bei den anderen beiden. Insgesamt sind die Unterschiede jedoch recht gering, sodass man unterschiedliche Ausprägung beziehungsweise Modellierung der atmosphärischen Gezeiten als Ursache für die teils erheblichen Differenzen der Reanalysen ausschließen kann.

Nach dieser ersten Einordnungen und dem Vergleich der semidiurnalen Oszillation soll nun das Augenmerk auf die ENSO-bezogene Variation der Zeitreihen gelegt



**Abbildung 8.2:** Klimatologie der zonalen Geopotenzialanomalie in  $100\text{hPa}$  zu den vier verschiedenen Terminen für die Reanalysen ERA40 (schwarz), ERA-Interim (blau), NCEP/NCAR (rot) und JRA-25 (grün). Für die CFSR-Reanalyse (violett) lagen nur Daten für 0UT vor. Gemittelt wurde über die Monate JFM und den gemeinsamen Zeitraum von 1989 bis 2002 sowie meridional von  $15^\circ\text{S}$  bis  $10^\circ\text{N}$ .



**Abbildung 8.3:** El Niño-Composites (wie Abbildung 7.5b) für fünf verschiedene Reanalysen (ERA40-, ERA-Interim, NCEP/NCAR, CFSR, JRA-25) und drei verschiedene ECHAM5-20C Läufe. Dargestellt ist die normierte Anomalie der jährlichen JFM-Werte des NINO3.4-Index in rot und des GEI (7.34) in blau. Die Composites wurden aus El Niño-Jahren gebildet, in denen der NINO3.4-Wert über  $1.1\sigma$  lag. Anzahl der sich ergebenden El Niño-Ereignisse und deren mittlerer zeitlicher Abstand sind im oberen Teil der Abbildung vermerkt. Bei den Reanalysen wurde der maximal verfügbare Zeitraum verwendet (bei NCEP ab 1958). Der Zeitraum der ECHAM-Läufe ist 1861-1999. Die gestrichelten Linien geben das jeweilige 95%-Signifikanzniveau an.

Datensatz	$\Delta t$	$n$	$r_j$	$r_{j \circ E}$	$d$	$e_j$	$a$	$m$	$s$	$f_{0,75}$
ERA40	45	5	1.00	1.00	0.00	-0.34	0.9980	0.23	0.92	1.11
ERA-Int	22	3	0.68	0.49	0.51	-0.74	0.9723	0.23	0.76	2.03
NCEP/NCAR	53	6	0.56	0.43	0.96	-0.51	-0.4802	0.34	0.97	10.31
CFSR	31	4	0.70	0.48	0.64	-0.73	-0.0425	0.39	0.70	5.73
JRA-25	32	5	0.64	0.39	0.63	-0.56	0.8597	-0.10	0.25	3.06
ECH20C1	140	20	-	-	-	0.10	0.9947	0.12	0.61	5.75
ECH20C2	140	18	-	-	-	0.02	0.9994	0.06	0.34	4.06
ECH20C3	140	18	-	-	-	-0.04	0.9683	-0.02	0.68	5.72

**Tabelle 8.3:** Vergleichsparameter für den GEI (7.34) aus verschiedenen Datensätzen. Die Vergleichsparameter sind in Abschnitt 7.2.3 und 7.6 definiert. Als Referenz-ENSO-Index wurde hier der NINO3.4 verwendet. Zusätzlich wurde hier noch jeweils die Spearman-Korrelation zwischen dem GEI und dem NINO3.4 ( $e_j$ ) berechnet.  $\Delta t$  bezeichnet die jeweilige Länge der Zeitreihe in Jahren,  $n$  gibt die Anzahl der berücksichtigten El Niños an. Die Parameter  $r_j$  bis  $d$  wurden anhand des jeweiligen, paarweisen Überlapp-Zeitintervalls mit ERA40 berechnet, die restlichen Parameter jeweils für die Gesamtlänge der Zeitreihe.

werden. Abbildung 8.3 zeigt dazu die üblichen El Niño-Composites. Außerdem wurden Korrelationen mit dem NINO3.4-Index berechnet (Parameter  $e_j$  in Tabelle 8.3). Die Composites lassen bei allen Reanalysen ein deutliches Absinken des GEI in El

Niño-Jahren erkennen. Bei NCEP ist dieses Signal minimal schwächer, bei ERA-Interim, CFSR und JRA-25 etwas stärker als bei ERA40. Diese stärkere Reaktion auf El Niño dürfte auch ein Grund für die betragsmäßig höheren Korrelation dieser drei Reanalysen zum NINO3.4 sein ( $e_j$ ). Erstaunlicherweise zeigt ERA40 in diesem Parameter mit Abstand den niedrigsten Wert. Bei allen anderen Reanalysen ist der GEI demnach viel stärker an die SSTs gekoppelt als bei ERA40.

Während die Reaktion des GEI auf El Niño-Ereignisse also bei den Reanalysen zumindest qualitativ übereinstimmt, findet man im Hinblick auf das Vorhersagepotenzial erneut große Unterschiede. Schon ein kurzer Blick auf die Zeitreihen selbst (Abbildung 8.1) lässt erkennen, dass keine weitere Reanalyse die ERA40-Anstiege vor den El Niños aufweist. Composites und Vergleichsparameter liefern das gleiche Bild: Die Asymmetrie  $a$  erreicht nur noch bei ERA-Interim das 95%-Signifikanzniveau. Auch bei JRA-25 findet man mit 0,86 noch einen recht hohen Wert. Dagegen zeigen CFSR eine leichte und NCEP eine stärkere Asymmetrie in die umgekehrte Richtung. Hier sind also die GEI-Werte nach El Niño größer als vorher. Die Linearität ist bei ERA-Interim, CFSR und JRA-25 nicht signifikant. Bei letzt genannter Reanalyse findet sich sogar ein umgekehrtes Vorzeichen in der Steigung  $m$ . NCEP/NCAR zeigt zwar eine signifikante Linearität, diese ist jedoch wegen des extrem hohen Werts für  $f_{0,75}$ , der sogar deutlich über dem Erwartungswert der Nullhypothese liegt, nicht nutzbar. Auch bei den anderen Reanalysen finden sich hier deutlich höhere Werte als für ERA40. Lediglich ERA-Interim kommt noch in die Nähe der ERA40-Werte, enthält nur zwei der auch in ERA40 vorkommenden El Niños.

Diese Untersuchungen zeigen eindeutig, dass die Anstiege des GEI beziehungsweise DEI vor El Niño und das damit verbundene prognostische Potenzial eine Eigenschaft ist, die so nur in der ERA40-Reanalyse vorkommt. ERA-Interim erscheint allerdings wegen der Kürze der Zeitreihe diesbezüglich nicht abschließend bewertbar. CFSR, JRA-25 und vor allem NCEP/NCAR weisen große Differenzen zur ERA40-Zeitreihe auf.

## 8.2 Klimamodellläufe

### 8.2.1 ECHAM5-Modell

Im vergangenen Abschnitt wurden große Unterschiede zwischen den fünf untersuchten Reanalysen im Bereich der tropischen Tropopause deutlich. Eine weitere, unabhängige Vergleichsmöglichkeit stellen Klimamodell-Läufe dar. Im Rahmen der vierten Assessment-Reports (AR4) des IPCC wurden Klimavorhersagen mit einer Vielzahl globaler, gekoppelter Atmosphären- und Ozeanmodelle durchgeführt. In diesem Zusammenhang sind dabei weniger die Extrapolationen in die Zukunft von Interesse als vielmehr Rekonstruktionen der nahen Vergangenheit und Gegenwart. Solche mit 20C3M bezeichneten Modellläufe werden üblicherweise von vorindustriellen Anfangsbedingungen aus gestartet und nach einer Einschwingphase mit beobachteten oder rekonstruierten antropogenen und natürlichen Antrieben versehen.

Dabei handelt es sich etwa um die Sonnenaktivität und deren Variationen oder die Veränderung von Spurengaskonzentrationen (z.B. Treibhausgase) oder Aerosolkonzentrationen (z.B. durch Vulkanausbrüche). Deshalb stellen diese Klimäläufe eine Art „Klima-Reanalyse“ dar. Sie dienen dazu festzustellen, ob und wie gut die Modelle in der Lage sind, das aktuelle Klima wiederzugeben.

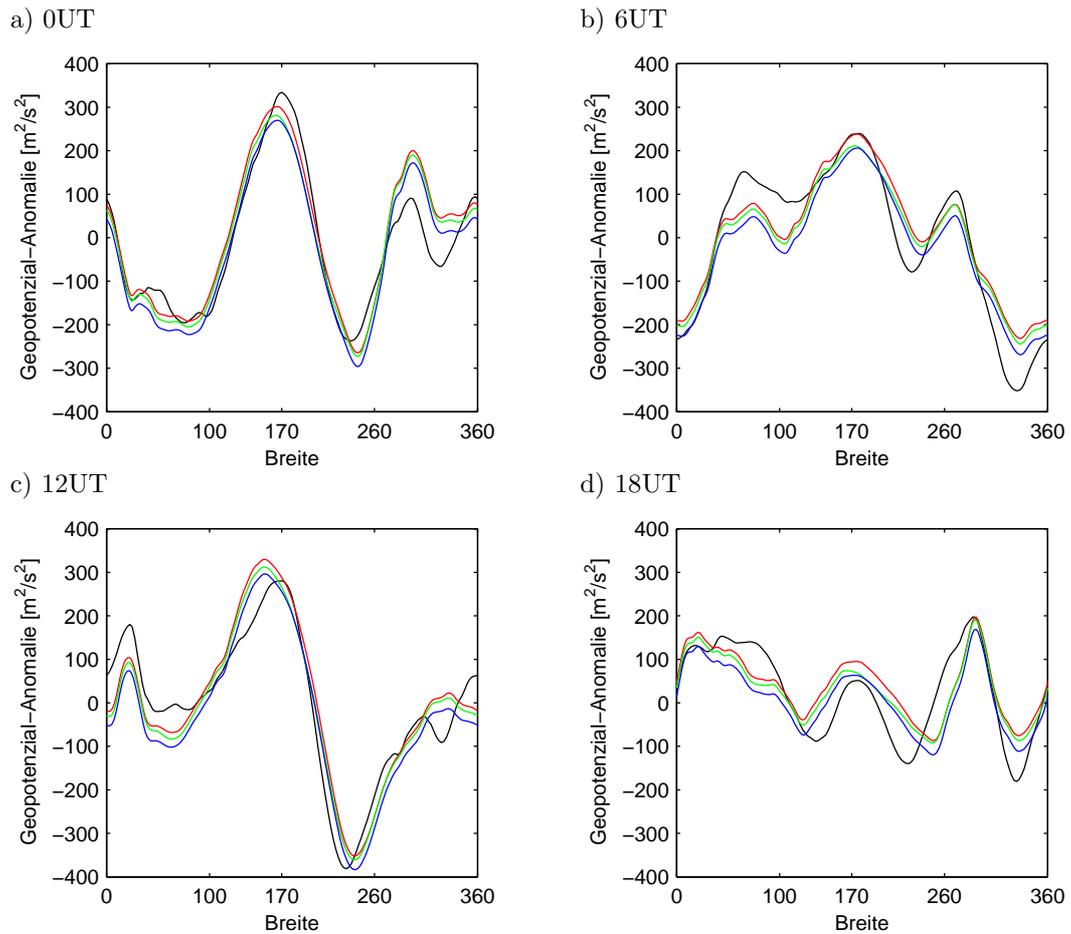
Klimamodelle unterscheiden sich oft erheblich in der Güte, mit der sie bestimmte meteorologische Phänomene simulieren können. Bezüglich ENSO führten Van Oldenborgh et al. (2005) einen Vergleich für 19 der 26 Modellexperimente des AR4 durch. Dabei zeigte das gekoppelte ECHAM5/MPI-OM-Modell (Roeckner et al., 2003) des Max-Planck-Instituts für Meteorologie (MPI-M) weitgehend gute Übereinstimmung mit den Beobachtungen bezüglich Muster, Periode und Amplitude der SST-Anomalie. Problematisch ist jedoch die unzureichende Asymmetrie zwischen El Niño und La Niña, das heißt negative SST-Anomalien sind im Modell ähnlich stark ausgeprägt wie positive, was in der Natur nicht der Fall ist. Dennoch gehört ECHAM5 im Hinblick auf die ENSO-Simulation zu den besten Modellen des AR4. Es ist außerdem das einzige Modell des AR4, für das sechs-stündlich aufgelöste Daten in 100hPa verfügbar waren. Dies ermöglicht die Berechnung des GEI und die direkte Einbeziehung dieses Modells in den obigen Vergleich der Reanalysen. Weitere Modelle des AR4 werden im nächsten Abschnitt betrachtet und müssen mit einer anderen Methode verglichen werden.

Da Klimamodellläufe frei sind (nicht an Beobachtungen assimiliert wurden), ist die Berechnung von Korrelationen und der direkte Vergleich der Zeitreihen mit den Reanalysen nicht sinnvoll. Es soll daher zunächst die nach Terminen unterteilte Klimatologie des 100hPa-Geopotenzials der Monate JFM zwischen 15°S und 10°N betrachtet werden (Abbildung 8.4). Für das ECHAM-Modell wurden drei 20C3M-Läufe produziert, die einzeln berücksichtigt wurden (Roeckner, 2005a,c,e). Es zeigt sich zunächst, dass die drei Läufe sehr dicht beieinander liegen und sich nur um Nuancen unterscheiden. Allerdings liegt bei den ECHAM-Läufen die 100hPa-Fläche ca. 100m unterhalb der von ERA40. Wie auch bei den Reanalysen wurde dieser Offset in der Abbildung 8.4 entfernt. Abgesehen davon stimmen die Modelldaten sehr gut mit der Reanalyse überein. Sowohl die Hoch-Tief-Struktur um 0UT als auch der semidiurnale Zyklus sind fast identisch ausgeprägt. Die Abweichungen zwischen ERA40 und ECHAM sind bis auf den Offset sogar kleiner als die zwischen ERA40 und den anderen Reanalysen. Dies zeigt zum einen den gemeinsamen Ursprung der beiden Modelle<sup>1</sup>, zum anderen wie wenig die Reanalysen im betreffenden Gebiet offenbar von Beobachtungen beeinflusst wurden.

Trotz dieser Übereinstimmung im Klimamittel zeigen sich große Unterschiede in der auf ENSO bezogenen zeitlichen Variation: El Niño-Composites (Abbildung 8.3) fassen die Reaktion des GEI auf die modellierten El Niño-Ereignisse zusammen. Der NINO3.4-Index, berechnet aus Roeckner (2005b,d,f), zeigt zunächst ein recht ähnliches Verhalten im Vergleich zu den Reanalysen. Dies bestätigt, dass ENSO im ECHAM-Modell recht gut simuliert wird. Der Geopotenzial-Index reagiert wie schon

---

<sup>1</sup>Das ECHAM-Modell wurde aus dem Globalmodell des ECMWF heraus entwickelt und zum Zwecke der Klimaforschung angepasst. Entsprechend steht ECHAM für ECMWF-Hamburg.



**Abbildung 8.4:** Zonaler Verlauf des Geopotenzials in 100hPa zu den vier verschiedenen Terminen, gemittelt über JFM von 1958-2002 (ERA40) beziehungsweise 1860-1999 (ECHAM) sowie von 15°S bis 10°N für die ERA40-Reanalyse (schwarz) und die ECHAM5/MPI-OM 20C3M-Läufe (1. rot, 2. grün, 3. blau). Es wurde jeweils der Mittelwert über die Länge und alle Termine, bei ECHAM zusätzlich alle Läufe entfernt.

Name	Land	Auflösung	Läufe	Jahre/Lauf
ECHAM5	Deutschland	T63L31	3	140
MIROC3.2	Japan	T42L20	3	151
HadCM3	UK	$3,75 \times 2,5^\circ$ L19	2	140
HadGEM1	UK	$1,875 \times 1,25^\circ$ L38	2	140
GFDL-CM2.1	USA	$2,5 \times 2^\circ$ L24	3	140

**Tabelle 8.4:** Übersicht über die in diesem Abschnitt untersuchten 20C3M-Modellexperimente. Bezeichnungen und Auflösung beziehen sich auf das entsprechende Atmosphären-Modell.

bei den Reanalysen deutlich auf die El Niño-Ereignisse. Es finden sich signifikante, negative Ausschläge. Dennoch unterscheiden sich die Korrelationen zum NINO3.4 (Parameter  $e_j$  in Tabelle 8.3) erheblich: Sie liegen sehr nahe bei Null und erreichen keine statistische Signifikanz. Dies ist jedoch nicht auf eine schwache Kopplung der SSTs und der hohen Atmosphäre in diesem Modell zurückzuführen, sondern auf eine sichelförmige Verteilung der Datenpunkte im Scatter-Plot (nicht gezeigt). Demnach treiben starke El Niño- und starke La Niña-Ereignisse den GEI des ECHAM-Modells in die gleiche Richtung, wodurch die (lineare) Korrelation verschwindet.

Die Parameter  $m$ ,  $s$  und  $f_{0,75}$  zeigen ebenfalls deutlich andere Werte als bei ERA40 und lassen keinerlei Vorhersagepotenzial des GEI bei ECHAM erkennen. Überraschend ist allerdings, dass dennoch die Asymmetrie hohe Werte annimmt und statistische Signifikanz erreicht. Dies ist auch in den Composites deutlich zu erkennen. Die Ursache hierfür dürfte jedoch eine andere sein als bei ERA40: Der NINO3.4-Index des ECHAM-Modells zeigt selbst eine hohe und statistisch signifikante Asymmetrie, im Gegensatz zum beobachteten NINO3.4. Die Asymmetrie des GEI entsteht demnach offensichtlich dadurch.

Zusammenfassend lässt sich also sagen, dass auch das ECHAM-Modell die charakteristischen Eigenschaften des DEI beziehungsweise GEI bei ERA40 nicht bestätigen kann. Allerdings unterscheidet es sich zudem deutlich von gemeinsamen Eigenschaften aller Reanalysen (z.B. im Parameter  $e_j$ ).

## 8.2.2 Weitere Modelle des IPCC-AR4

Der vierte Assessment-Report des IPCC beinhaltet insgesamt Daten von 26 verschiedenen Modellen. Wie oben bereits erwähnt, sind nicht alle dieser Modelle in der Lage, ENSO befriedigend zu simulieren. Neben dem bereits untersuchten ECHAM5-Modell zeigten nach Van Oldenborgh et al. (2005) vier weitere Modelle gute Übereinstimmung mit den beobachteten ENSO-Charakteristiken. Dies sind: GFDL-CM2.1 (GFDL contact, 2007a,b,c), MIROC3.2 (Nozawa, 2005a,b,c), HadCM3 (Lowe, 2005a,b) und HadGEM1 (Lowe, 2008a,b). Die angegebenen Referenzen beziehen sich jeweils auf die 20C3M-Experimente, die auch hier verwendet werden sollen. Die wichtigsten Parameter dieser Modelle sind in Tabelle 8.4 aufgeführt.

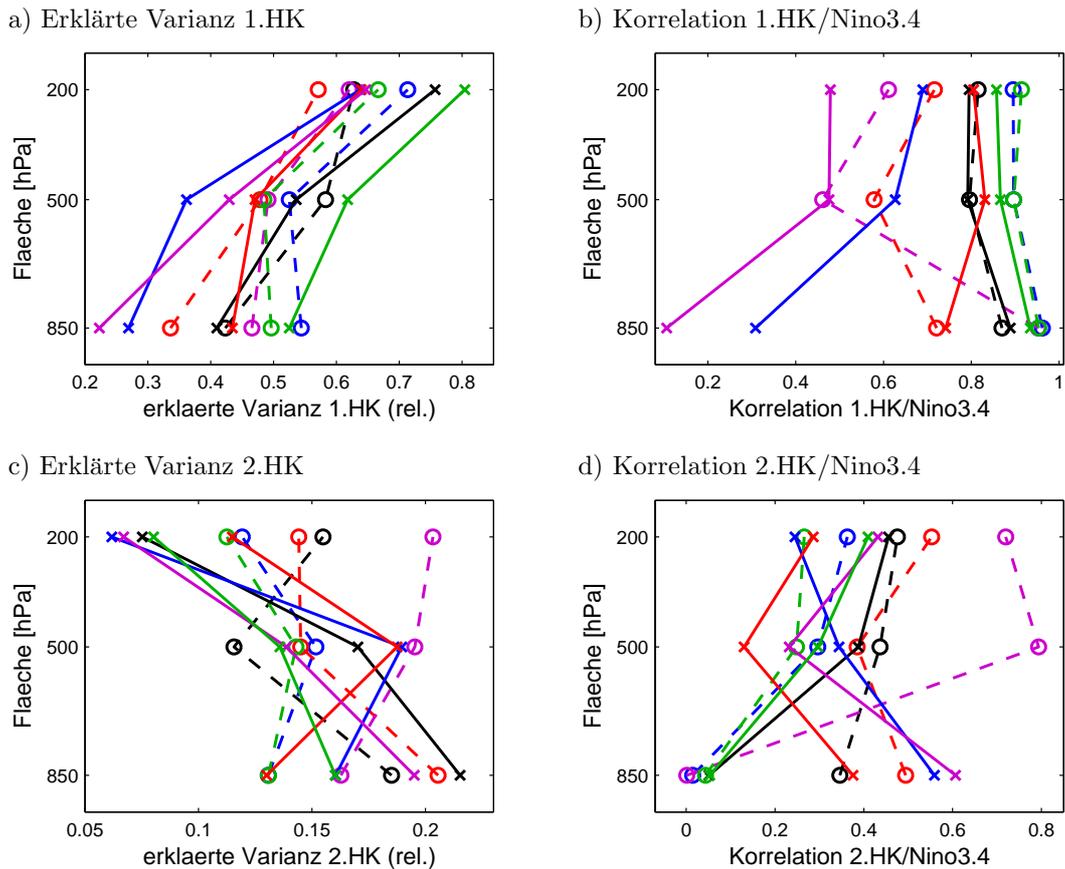
Die Daten der AR4-Modelle wurden über den CERA-Datenserver beschafft. Dabei standen deutlich weniger Felder zur Verfügung, als dies bei ECHAM oder den

Reanalysen der Fall war. Ein Vergleich analog zum vorangegangenen Kapitel anhand des 100hPa-Geopotenzials um 0UT war daher nicht möglich. Zum einen liegt die höchste verfügbare Fläche bei 200hPa, zum anderen sind lediglich Monatsmittel erhältlich, die alle Termine einschließen. Daher kann der semidiurnale Zyklus nicht aufgelöst werden, was aber aufgrund seiner Dominanz für einen konsistenten Vergleich gemäß obigem Abschnitt unerlässlich wäre.

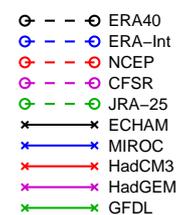
Ein konsistenter Vergleich der fünf Modelle aus Tabelle 8.4 muss sich daher auf die 200hPa-Fläche oder tiefere Flächen beschränken. Dennoch lassen sich hieraus generelle Informationen gewinnen, in welchem Ausmaß die ENSO-Variationen der Wassertemperatur durch die einzelnen Modelle in die hohe Troposphäre transportiert werden. Die Berechnung des GEI in 200hPa aus den Monatsmitteln der Modellläufe ist zwar im Prinzip möglich, erscheint jedoch für den angestrebten Vergleich wenig sinnvoll. Der GEI wurde als Näherung des DEI entwickelt und ist somit an die spezifische Struktur und Variation des Geopotenzials in 100hPa um 0UT angepasst. 200hPa-Monatsmittel aller Termine werden eine völlig andere Struktur zeigen.

Aus diesem Grund soll ein Index für die 200hPa-Fläche und den darunter liegenden, verfügbaren Flächen (500hPa und 850hPa) auf empirischem Wege mit Hilfe einer Hauptkomponentenanalyse berechnet werden. Dazu wurden die jährlichen JFM-Zeitreihen aller Gitterpunkte eines Modelllaufs, die innerhalb von  $60^{\circ}\text{O}$  und  $60^{\circ}\text{W}$  sowie  $30^{\circ}\text{N}$  und  $30^{\circ}\text{S}$  liegen, einer Hauptkomponentenanalyse unterzogen. Ständen zu einem Modell mehrere 20C3M-Läufe zur Verfügung, so wurden die Zeitreihen hintereinander gehängt. Die Reanalysen wurden auf die gleiche Art und Weise behandelt, um auch sie in den Vergleich einbeziehen zu können. Hier wurde der jeweils maximal verfügbare Zeitraum verwendet. Damit ergaben sich Längen der Zeitreihen von 22 Werten (Jahren) für ERA-Interim bis hin zu 453 Werten für MIROC3.2. Die Hauptkomponentenanalyse liefert neue Zeitreihen, die sich als Linearkombination der alten ergeben. Die neuen Zeitreihen sind paarweise unkorreliert und nach ihrer Varianz absteigend geordnet. Die erste Hauptkomponente gibt demnach die Hauptinformation aller ursprünglichen Zeitreihen wieder. Mathematisch handelt es sich bei der Hauptkomponentenanalyse um eine Hauptachsentransformation der Kovarianzmatrix. Näheres dazu ist z.B. in Wilks (1995) oder Navarra und Simoncini (2010) zu finden.

Wichtige Parameter der durchgeführten Hauptkomponenten-Analyse sind die erklärte Varianz der ersten Hauptkomponente sowie deren Korrelation mit dem NINO3.4. Diese Größen sind in Abbildung 8.5 als Funktion der Höhe für die verschiedenen Modelle dargestellt. Zur Ergänzung wurden die entsprechenden Größen der zweiten Hauptkomponente ebenfalls angefügt. Die erklärte Varianz der ersten Hauptkomponente zeigt zunächst eine generelle Zunahme mit der Höhe. Dies bedeutet, dass die räumliche Auto-Korrelation mit zunehmender Höhe größer wird. Grund sind die großräumigeren Strömungsverhältnisse in der höheren Atmosphäre. In allen Höhen finden sich recht große Streuungen unter den Modellen. Auch die Reanalysen sind untereinander erneut recht verschieden. Bei ERA-Interim könnte die sehr kurze Zeitreihe ein Grund dafür sein, aber auch zwischen ERA40 und NCEP/NCAR zeigen sich große Unterschiede selbst in niedrigen Höhen. JRA-25 und CFSR stimmen



**Abbildung 8.5:** Erklärte Varianz und Korrelation zum NINO3.4 der ersten und zweiten Hauptkomponente des Geopotenzials für verschiedene Modelle und Reanalysen in drei verschiedenen Druckflächen. Es wurden alle Gitterpunkte die zwischen  $60^{\circ}\text{O}$  und  $60^{\circ}\text{W}$  sowie  $30^{\circ}\text{N}$  und  $30^{\circ}\text{S}$  in die Hauptkomponentenanalyse einbezogen. Es wurden jährliche JFM-Zeitreihen verwendet, die alle Termine enthalten. Es wurde außerdem jeweils der maximal verfügbare Zeitraum zu Grunde gelegt.



hingegen gut mit ERA-Interim überein. Von den Klimamodellen kommt HadCM3 ERA40 am nächsten. Auch ECHAM zeigt gute Übereinstimmung, allerdings sind in der besonders interessanten 200hPa-Fläche die Unterschiede in der erklärten Varianz doch verhältnismäßig groß.

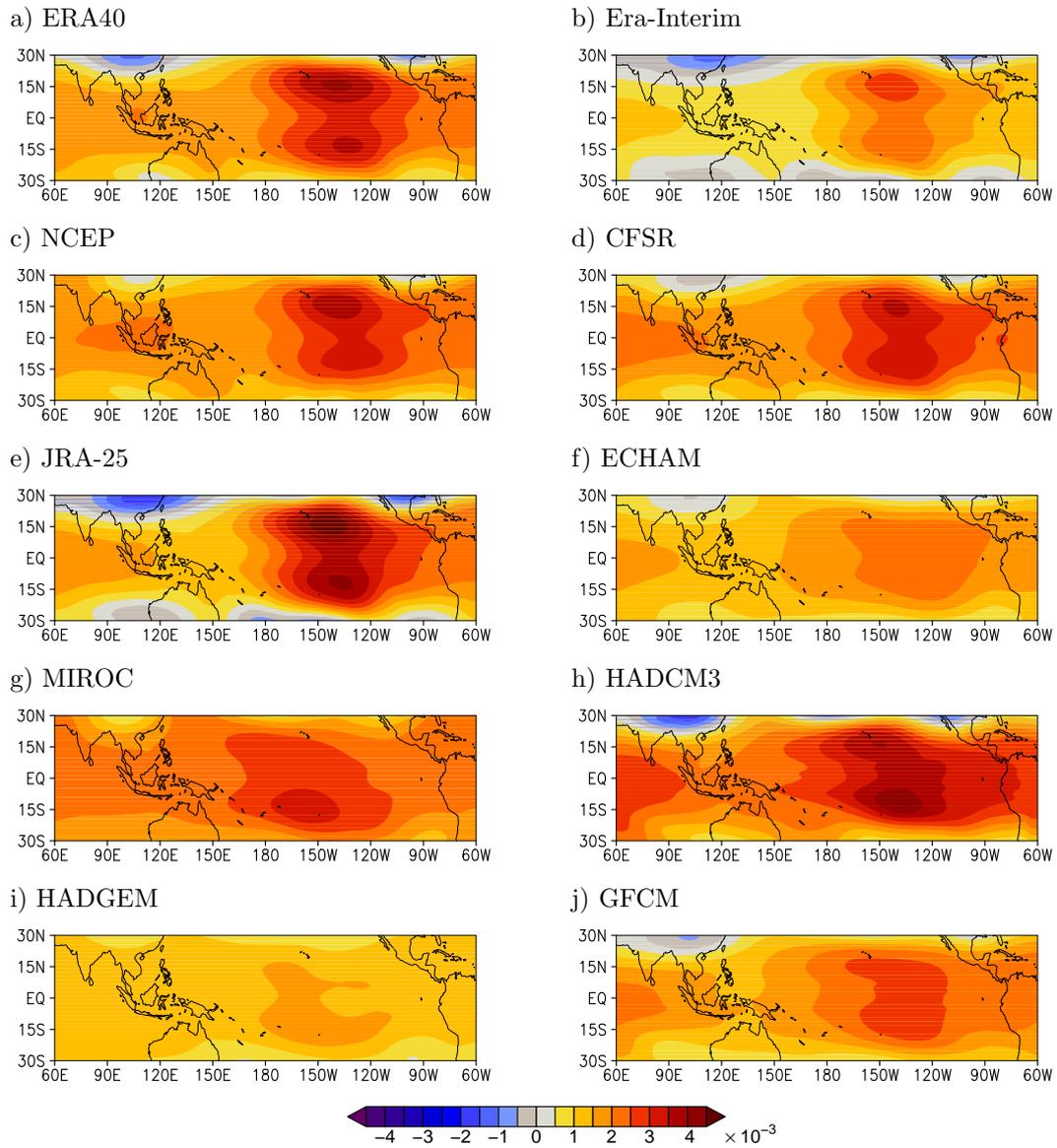
Bei den Korrelationen der ersten Hauptkomponente mit dem NINO3.4 vergrößern sich die Differenzen weiter: Zwei Modelle (HadGEM und MIROC) scheinen hier komplett aus dem Rahmen zu fallen. Das schlechte Abschneiden dieser Modelle lässt sich auf erhöhte Varianzen am nördlichen und südlichen Rand des Gebiets zurückführen, welche die Hauptkomponenten-Analyse stark beeinflussen, jedoch nicht im Zusammenhang mit ENSO stehen. Auch die Reanalysen zeigen in der Korrelation erneut massive Differenzen. Diese sind deutlich größer als zwischen den verbleibenden drei Modellen des AR4, besonders bei CFSR. ERA40 und ECHAM liegen sehr dicht beieinander, auch HadCM3 zeigt gute Übereinstimmung mit ERA40, vor allem in der oberen Atmosphäre.

Die zweite Hauptkomponente ist vor allem wegen CFSR interessant. Hier findet man die höchste erklärte Varianz und die höchste Korrelation aller Modelle in 500hPa und 200hPa. Die fehlenden NINO3.4-Korrelationen der ersten Hauptkomponente werden damit sozusagen wieder ausgeglichen. Der Grund für dieses abweichende Verhalten ist vermutlich die im Vergleich wesentlich höhere Auflösung von GFSR. Damit werden kleinskaligere Prozesse simuliert, die für ein erhöhtes hochfrequentes Rauschen sorgen und die niederfrequenten SST-Korrelationen gewissermaßen in die zweite Reihe verweisen.

Neben den Hauptkomponenten enthält auch der erste Eigenvektor der Kovarianz-Matrix wichtige Informationen und ermöglicht Untersuchungen der räumlichen Struktur. Er liefert die Linearfaktoren, mit denen man die erste Hauptkomponente aus den Zeitreihen der Gitterpunkte erhält. Diese Linearfaktoren sind in Abbildung 8.6 für die 200hPa-Fläche dargestellt. Sie werden in der Meteorologie üblicherweise als Empirische Orthogonalfunktionen (EOF) bezeichnet. Hier findet sich nun eine relativ gute Übereinstimmung der Reanalysen untereinander. Lediglich ERA-Interim zeigt schwächere Amplituden, was erneut auf die kurze zeitliche Abdeckung zurückzuführen sein könnte. JRA-25 und ERA40 stimmen besonders gut überein. Bei den AR4-Modellen findet man bei HadCM3 die größte Ähnlichkeit mit ERA40, gefolgt von MIROC und GFDL. ECHAM und besonders HadGEM unterscheiden sich recht deutlich.

Betrachtet man alle drei gezeigten Größen (erklärte Varianz, Korrelation und EOF) zusammen, so findet sich lediglich bei HadCM3 eine durchgehend gute Übereinstimmung mit ERA40. Selbst die anderen Reanalysen weichen zum Teil erheblich stärker ab. Das ECHAM-Modell stimmt gut mit ERA40 überein in der Korrelation, dafür finden sich recht große Differenzen in der räumlichen Struktur des 200hPa-Geopotenzials.

Zusammenfassend zeichnen die dargestellten Ergebnisse ein Bild von großen Unsicherheiten in der betreffenden Region: Zunächst konnten weder bei den Reanalysen noch beim ECHAM-Modell wesentliche der für ERA40 beschriebenen Eigenschaften wiedergefunden werden. Darüber hinaus zeigten auch weitere Modelle des AR4



**Abbildung 8.6:** Empirische Orthogonalfunktion der ersten Hauptkomponenten (1.EOF) aus Abbildung 8.5 in 200hPa.

---

große Streuungen im Bereich der 200hPa-Fläche und darunter. Noch einmal bemerkt sei, dass lediglich Modelle mit guter ENSO-Simulation berücksichtigt wurden. Die im vorangegangenen Kapitel beschriebenen Veränderungen des DEI durch eine neue Modellversion des operationellen ECMWF-Modells unterstreichen ebenfalls die große Unsicherheit. Offensichtlich ist die Entwicklung der Wetter- und Klimamodellierung noch nicht weit genug fortgeschritten, um in den betrachteten Gebieten und Variablen verlässliche Bedingungen zu simulieren. Die Frage, ob die beschriebenen Eigenschaften der DEI- oder GEI-Zeitreihe der Realität entsprechen, kann daher nicht abschließend beantwortet werden. Der Mangel an Beobachtungen in der betreffenden Region und Höhe begünstigt die Entstehung eines Modellklimas, welches entsprechend stark vom verwendeten Modell abhängt. Die Tatsache, dass Unterschiede zwischen Reanalysen vergleichbar groß sind wie zwischen frei laufenden Klimamodellen, unterstreicht diesen Punkt.



## Kapitel 9

# Korrelationsanalysen

Nach den negativen Ergebnissen der Vergleiche aus Kapitel 8 soll im Folgenden der Zusammenhang der DEI-Zeitreihe zu weiteren Feldern innerhalb der ERA40-Reanalyse genauer untersucht werden. Durch die in Abschnitt 7.6 abgeleiteten DEI-Näherungen wurden bereits erste Zusammenhänge zu einigen meteorologischen Feldern deutlich. Solche Untersuchungen sollen nun auf die gesamte tropische Atmosphäre und den Ozean ausgeweitet werden<sup>1</sup>. Der Schwerpunkt soll dabei erneut nicht auf den Einfluss der El Niño-Ereignisse selbst gelegt werden. Die Auswirkungen von El Niño auf die atmosphärische und ozeanische Zirkulation ist bereits intensiv untersucht und beschrieben worden, siehe z.B. Sarachik und Cane (2010). Vielmehr soll geklärt werden, mit welchen Variablen und Regionen der beobachtete starke Anstieg des DEI im Vorfeld von El Niño in Zusammenhang steht. Dazu werden in diesem Kapitel zunächst Korrelationen untersucht. Die darauf folgenden Kapitel betrachten anschließend Composite-Differenzen und schließlich explizit einige ausgewählte meteorologische Phänomene.

### 9.1 Methode

Zusammenhänge zwischen DEI und weiteren Variablen sollen zunächst anhand von Korrelationsfeldern studiert werden. Entsprechend der beobachteten zeitlichen Eigenschaften des DEI sollen dabei monatlichen Zeitreihen der ERA40-Periode verwendet werden, die allerdings nur aus den Monaten Januar bis März bestehen. Der Jahresgang der monatlichen DEI-Zeitreihe wurde dabei entfernt. Ebenfalls entfernt wurden die Jahre, in denen ein starkes El Niño-Ereignis auftrat, das heißt dass der MEI-Wert für JFM über  $1\sigma$  lag. Dies war innerhalb der ERA40-Periode 1958, 1973, 1983, 1987, 1992 und 1998 der Fall. Der direkte Einfluss von El Niños auf die Korrelationen soll dadurch vermindert werden. Bei Korrelationen mit Ozeanvariablen wurden die jährlichen JFM-Zeitreihen des DEI anstelle der monatlichen verwendet, da im Ozean nur geringe intrasaisonale Varianz anzutreffen ist. Diese Zeitreihen beginnen außerdem erst 1980. Als Korrelationsparameter wurde der Spearman-

---

<sup>1</sup>Da ERA40 kein Ozeanmodell besitzt, wird hierzu auf einen anderen Datensatz zurückgegriffen.

Rangkorrelationskoeffizient verwendet. Dies soll Unabhängigkeit von der jeweiligen statistischen Verteilung der Größen sicherstellen. Dennoch zeigten Kontrollrechnungen mit dem Pearson-Korrelationskoeffizient keine nennenswerten Unterschiede.

Die Frage der einfließenden Termine wurde je nach betrachteter Variable unterschiedlich gehandhabt: Bei der DEI-Zeitreihe wurden wie üblich generell nur 0UT-Termine berücksichtigt. Bei den korrelierten Feldern wurde ebenso verfahren, wenn dort ebenfalls eine starke semidiurnale Oszillation zu erwarten war. In Boden- und Ozeandaten wurden daher alle Termine einbezogen. Gegebenenfalls wurden die Felder über den Tag integriert (z.B. die Bodenflüsse). Es wurden neben gitterpunktweisen horizontalen Korrelationsfeldern, auch meridionale Schnitte sowie vertikal integrierte Felder korreliert.

Bei allen Korrelationsfeldern wurden zudem Signifikanz-Tests durchgeführt. Getestet wurde gegen die Nullhypothese, dass kein Zusammenhang besteht. Das Signifikanzniveau wurde wie allgemein üblich einheitlich auf 95% festgelegt, das heißt Korrelationen werden als signifikant angesehen, wenn die Wahrscheinlichkeit eines  $\alpha$ -Fehlers (auch Fehler 1. Art oder Irrtumswahrscheinlichkeit) unter 5% liegt. Dies gilt für alle Korrelationskoeffizienten  $r$  eines Diagramms, die betragsmäßig größer sind als ein dem Signifikanzniveau entsprechendes  $r_0$ . Der Wert für  $r_0$  hängt außer vom Signifikanzniveau entscheidend von der Anzahl  $n$  der Zeitschritte ab. Durch die je nach verwendetem Datensatz unterschiedliche zeitliche Abdeckung und Auflösung ergeben sich so auch unterschiedliche Signifikanz-Niveaus: Für ERA40-Daten und monatlichen JFM-Zeitreihen liegt es bei  $r_0 = 0,17$ , für Ozeandaten mit jährlichen JFM-Zeitreihen bei  $r_0 = 0,44$ . In allen folgenden Abbildungen sind Korrelationen unterhalb des Signifikanzniveaus grau dargestellt.

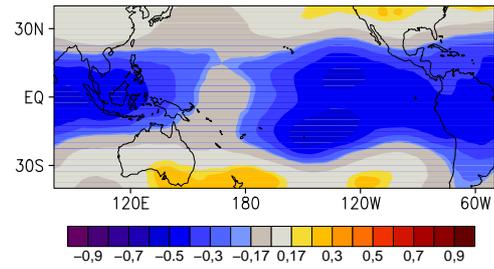
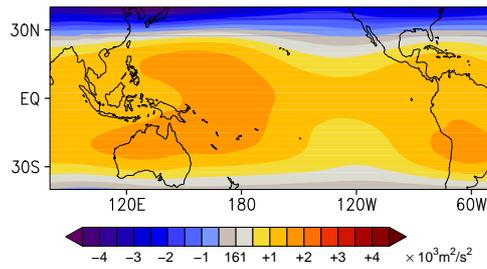
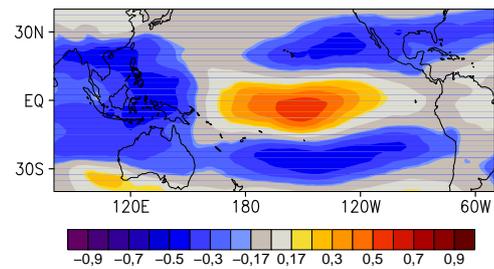
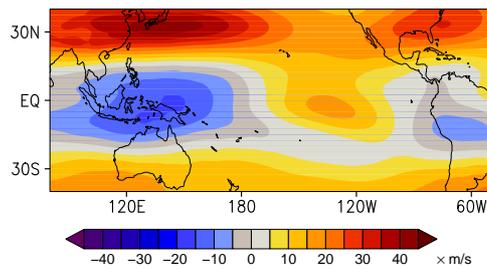
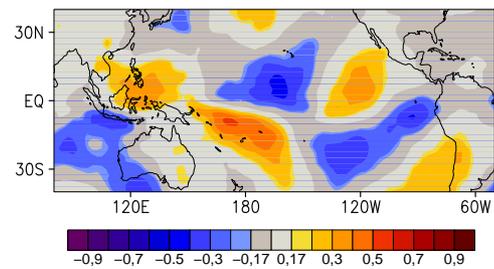
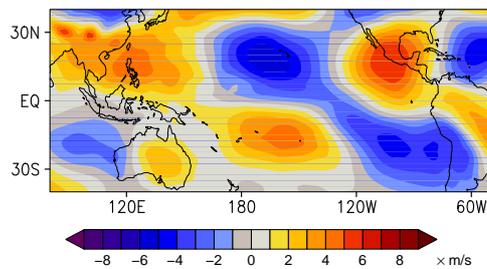
Um die Korrelationen besser beurteilen zu können, ist im Folgenden für jedes Feld zusätzlich das entsprechende Klimamittel dargestellt, das heißt es wurde über alle in die Berechnung der Korrelationen einfließenden Werte gemittelt.

## 9.2 Atmosphäre

### 9.2.1 Tropopause (100hPa)

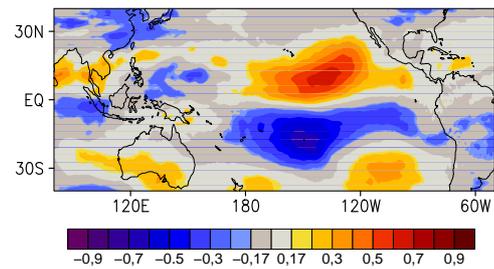
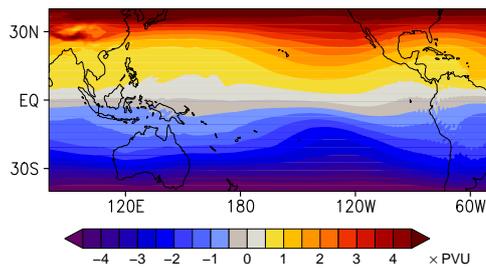
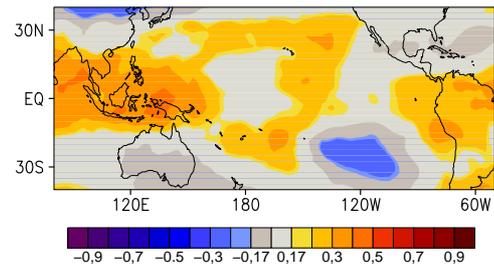
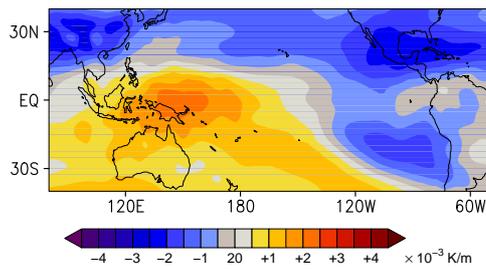
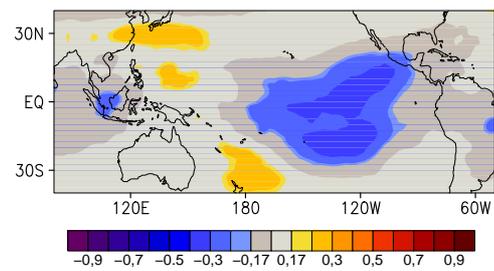
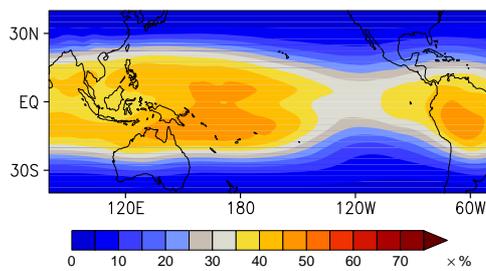
Die Variablen der Tropopause, also jener Region in welcher der DEI selbst berechnet wird, waren z.T. bereits Gegenstand bei der Entwicklung der DEI-Näherungen in Abschnitt 7.6. Um diese nochmal zu bestätigen, sollen sie in die Korrelationsanalyse mit einbezogen werden. Insgesamt wurden sechs Variablen in 100hPa untersucht: Geopotenzial, zonaler und meridionaler Wind, Stabilität, Potenzielle Vorticity und relative Feuchte (Abbildung 9.1 und 9.2). Hierfür wurden monatliche JFM-Zeitreihen benutzt. Aufgrund des dominanten semidiurnalen Zyklus in dieser Region wurde ausschließlich der 0UT-Termin berücksichtigt.

Das Klimamittel des Geopotenzials zeigt die bereits ausführlich besprochene Tief-Hoch-Tief-Struktur. Das Korrelationsfeld zeigt entsprechend die Verstärkung dieser Struktur bei hohen DEI-Werten. Da die Korrelationen sämtlich negativ sind, scheint diese hauptsächlich durch eine Vertiefung der Tiefdruckgebiete im Westen und Osten

a) Geopotenzial,  $\Phi(100\text{hPa})$ b) zonaler Wind,  $u(100\text{hPa})$ c) meridionaler Wind,  $v(100\text{hPa})$ 

**Abbildung 9.1:** Klimatologie (linke Spalte) und Spearman-Korrelation (rechte Spalte) des Geopotenzial und der horizontalen Windkomponenten mit der Anomalie der monatlichen DEI-Zeitreihe (0UT), beschränkt auf die Monate JFM, ausgenommen El Niño-Jahre. Die grauen Bereiche zeigen Korrelationswerte unterhalb des 95%-Signifikanz-Niveaus. Für obige Abbildungen liegt es bei  $\pm 0,17$ .

a) Potenzielle Vorticity, PV(100hPa)

b) Stabilität,  $\partial_z \theta$ (100hPa)c) relative Feuchte,  $f$ (100hPa)

**Abbildung 9.2:** Wie Abbildung 9.1, jedoch für die Felder Potenzielle Vorticity,  $\partial_z \theta$  und relative Feuchte.

zustande zu kommen. Aufgrund der geringen Erdvorticity erfährt die Strömung im betrachteten Gebiet kaum Ablenkung durch die Coriolis-Kraft und reagiert direkt auf das Druckfeld: Das Klimamittel des zonalen Windes zeigt deutlich das Ausströmen aus dem Hoch, die Korrelation eine Verstärkung dieser Ausströmung bei hohen DEI-Werten, entsprechend dem veränderten Druckgradienten.

Der meridionale Wind konvergiert im Klimamittel im Bereich  $180^{\circ}\text{O}$  bis  $120^{\circ}\text{W}$  (also über dem negativen DEI-Gebiet) am Äquator. Der Korrelationsplot zeigt ebenfalls eine Verstärkung dieser Konvergenz bei hohen DEI- beziehungsweise niedrigen Geopotenzialwerten in diesem Gebiet. Es handelt sich hierbei also vor allem um meridionales Einströmen in das östliche Tief. Damit korreliert ist offensichtlich ein Bereich mit meridionalen Ausströmen noch weiter östlich. Im westlichen Gebiet (über dem maritimen Kontinent) sind meridionale Strömungen hingegen weniger stark ausgeprägt und ebenfalls weniger stark mit dem DEI korreliert.

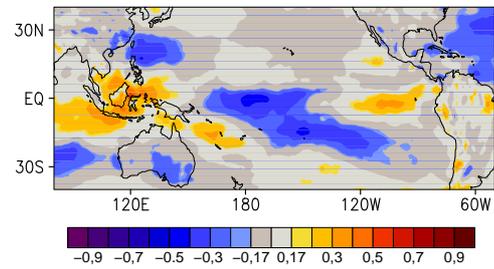
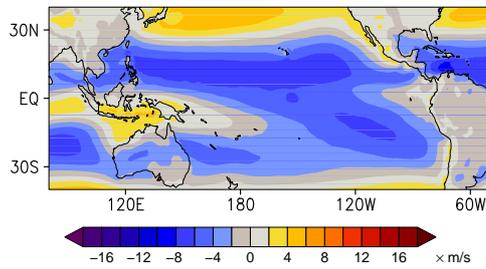
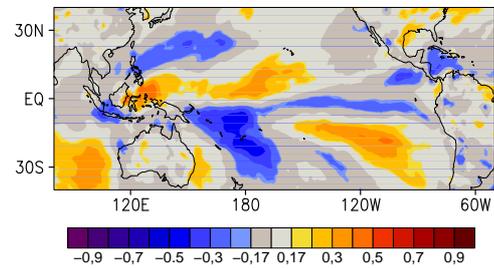
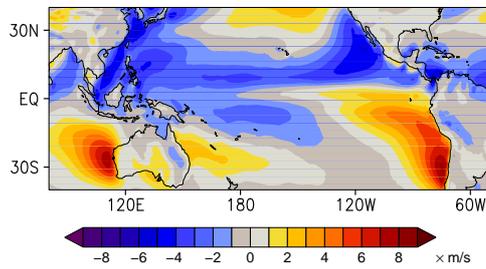
Dieses Strömungsmuster bildet sich entsprechend in der Potenziellen Vorticity ab: Durch den hohen meridionalen Gradienten der Erdvorticity ist ihr Klimamittel zwar weitgehend Breitenkreis-parallel. Dennoch erkennt man erhöhte positive Vorticity im Nordosten und erhöhte negative Vorticity im Südosten des DEI-Gebiets. Im Korrelationsdiagramm ist die DEI-synchrone Verstärkung dieser beiden Wirbel sehr deutlich zu sehen.

Die Stabilität (hier  $\partial\theta/\partial z$ ) zeigt im Klimamittel relativ hohe Werte über dem maritimen Kontinent bis hin zum Zentralpazifik. Im Ostpazifik schließt sich ein Gebiet relativ niedriger Stabilität an. Diese Struktur wurde bereits im Zusammenhang mit der Untersuchung zur Tropopausenhöhe in Abschnitt 7.4.1 diskutiert. Hohe DEI-Werte sind korreliert mit einer weiteren Zunahme der Stabilität, vor allem über dem positiven DEI-Gebiet, was einem Absinken der Tropopause dort entspricht. Dies leuchtet aufgrund der Näherungen (7.24, 7.28, 7.31) auch unmittelbar ein: Im Limes kleiner räumlicher Gradienten von  $\partial\theta/\partial p$  tritt dieser Parameter quadratisch als globaler Faktor in der DSI-Formel auf und amplifiziert so den durch die Geopotenzialstruktur bedingten Dipol.

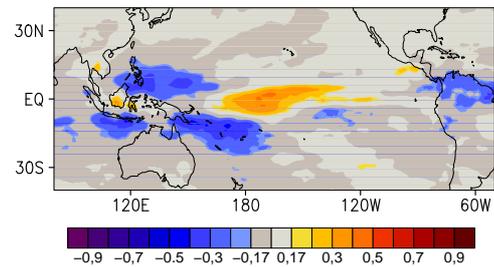
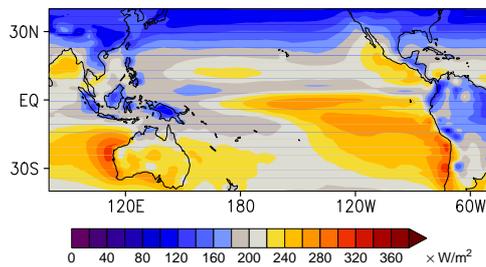
Die relative Feuchte in 100hPa bildet im Klimamittel deutlich die innertropische Konvergenzzone sowie den zonalen SST-Gradienten im Pazifik ab: Je wärmer die Erdoberfläche, umso mehr Feuchtigkeit kann bis in die Tropopause transportiert werden. Korrelationen mit dem DEI sind hier ausschließlich im östlichen Gebiet ausgeprägt. Bei hohen DEI-Werten nimmt die Feuchte dort signifikant ab.

### 9.2.2 Erdoberfläche

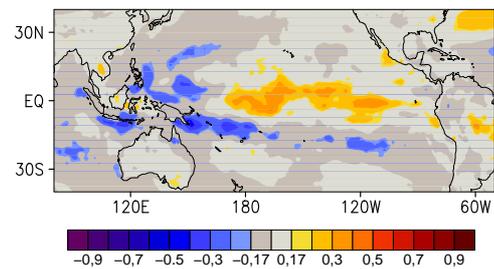
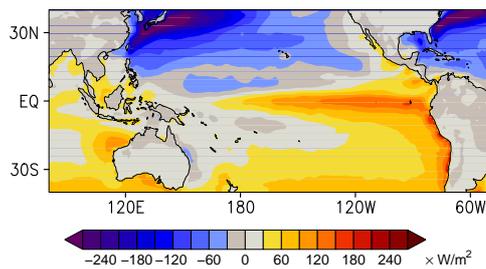
Im Hinblick auf mögliche ursächlichen Zusammenhänge zwischen dem DEI und ENSO wurden vier Variablen ausgewählt, welche für die Wechselwirkungen zwischen Atmosphäre und Ozean besonders wichtig sind: Der zonale und meridionale Wind, die kurzwellige Einstrahlung und der Bodenwärmestrom (Abbildung 9.3). Die beiden letzten Größen stammen aus dem 24h-Vorhersagelauf und wurden über diesen integriert. Die Angaben beziehen sich auf die entsprechende mittlere Leistung pro Fläche. Flüsse in Richtung Erdmittelpunkt sind positiv definiert. Erwartungsgemäß dominieren im Klimamittel über dem Pazifik Ostwinde als Reaktion auf den starken

a) zonaler Wind,  $u(10m)$ b) meridionaler Wind,  $v(10m)$ 

c) Kurzwellige Einstrahlung (Boden)



d) Bodenwärmestrom



**Abbildung 9.3:** Wie Abbildung 9.1, jedoch für folgende Variablen der Erdoberfläche: Horizontaler Wind in 10m, kurzwellige Einstrahlung und Bodenwärmestrom. Sämtliche Daten stammen von der ERA40-Analyse und -Vorhersage. Abbildung (a) und (b) enthalten alle vier Termine, Abbildungen (c) und (d) sind über den um 0UT gestarteten 24h-Vorhersagelauf integriert.

Gradienten der Meeresoberflächentemperaturen zwischen West- und Ostpazifik. Im Bereich des maritimen Kontinents herrschen schwache Westwinde vor. Über dem zentralen Pazifik finden sich besonders hohe Korrelationen zum DEI, das heißt die oberflächlichen Ostwinde sind besonders stark während positiver DEI-Phasen. Die Westwinde im Westen sind ebenfalls verstärkt. Dies ist vor allem durch die gemeinsame Kopplung von DEI und Oberflächenwind an die Meeresoberflächentemperaturen zu erklären (siehe auch folgende Abschnitte).

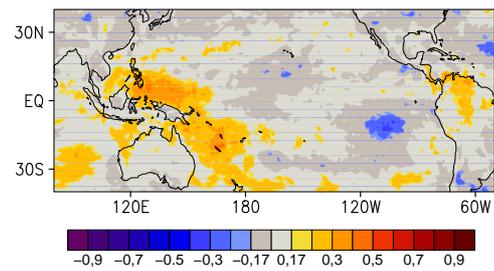
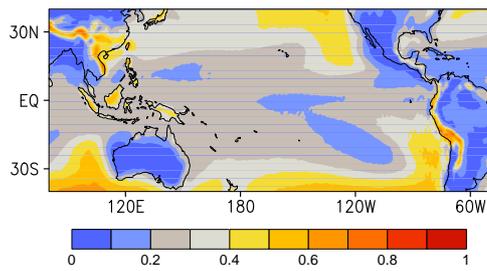
Der meridionale Wind zeigt im Klimamittel Konvergenz im Bereich der amerikanischen Küste. Im Rest des Pazifiks herrschen Nordwinde vor. Das ist offensichtlich auf die betrachtete Jahreszeit zurückzuführen (Nordwinter). Die innertropische Konvergenzzone liegt also südlich des Äquators. Die Korrelationen zeigen bei hohen DEI-Werten eine leicht verstärkte Konvergenz im Ostpazifik, der eine Divergenz im Westen gegenüber steht.

Das Klimadiagramm der kurzwelligen Einstrahlung ist ebenfalls in erster Linie eine Folge der betrachteten Jahreszeit. Sie zeigt ein deutliches Süd-Nord-Gefälle. Erhöhte Einstrahlung findet sich außerdem im Ostpazifik entsprechend der durch die geringen Wassertemperaturen unterdrückten Konvektion. Entsprechend ähnlich verhält sich das Klimadiagramm des Bodenwärmestroms. Die Korrelationsfelder beider Größen zeigen einen positiven Bereich über dem zentralen Pazifik. Somit geht mit einem erhöhten DEI-Wert eine erhöhte solare Aufheizung des zentralen Pazifik am Äquator einher. Im Westen, nördlich und südlich des Äquators finden sich Gebiete mit geringerer Aufheizung bei hohem DEI.

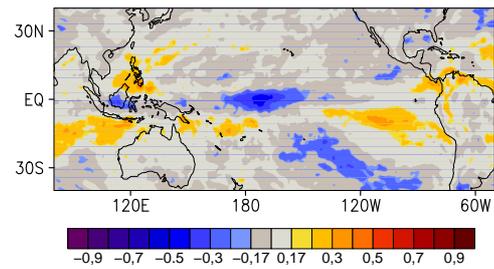
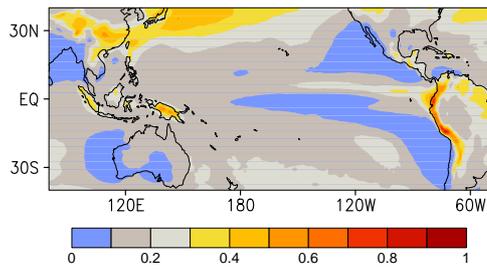
### 9.2.3 Bedeckungsgrad

Zur Untersuchung der Bewölkung wurden ebenfalls Daten der ERA40-Reanalyse verwendet. Zur Verfügung steht der relative Bedeckungsgrad in drei Schichten (tief, mittel, hoch). Klimadiagramm und Korrelationen sind in Abbildung 9.4 aufgetragen. Im Klimamittel zeigt sich über dem gesamten äquatorialen Pazifik nur recht wenig tiefe und mittelhohe Bewölkung. Hohe Bewölkung ist dagegen erheblich mehr vorhanden, insbesondere über dem Westpazifik und dem maritimen Kontinent. Korrelationen mit dem DEI finden sich ebenfalls vor allem in der hohen Bewölkung: Hier ist ein DEI-Anstieg mit einem Rückgang der Bewölkung über dem zentralen äquatorialen Pazifik verbunden, eingerahmt von einem Anstieg im Nordwesten und Süden. Auch die mittelhohe Bewölkung zeigt noch einen leichten Rückgang über dem Zentralpazifik. Konsistent dazu ist die oben gezeigte erhöhte Einstrahlung am Erdboden zu erklären: Bekanntermaßen wird die Strahlungsbilanz am Boden zum Großteil durch ausgedehnte hohe Bewölkung beeinflusst. Die Korrelationsfelder der kurzwelligen Einstrahlung und des Bodenwärmestroms (Abbildung 9.3c und d) sind entsprechend weitgehend invers zum Korrelationsfeld der hohen Bewölkung.

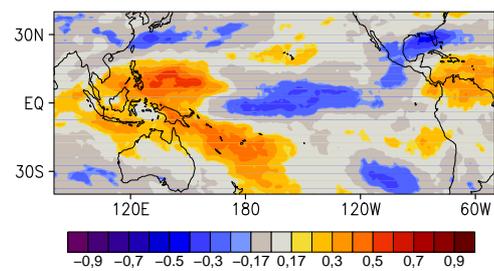
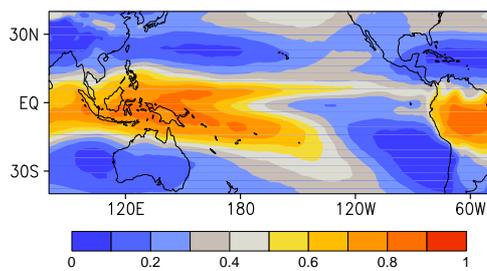
## a) Tiefe Bewölkung



## b) Mittlere Bewölkung



## c) Hohe Bewölkung



**Abbildung 9.4:** Wie Abbildung 9.1, hier für die Bedeckungsgrade mit tiefen, mittelhohen und hohen Wolken. Es wurden ERA40-Daten um 0UT verwendet.

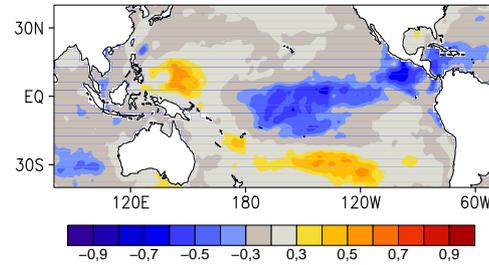
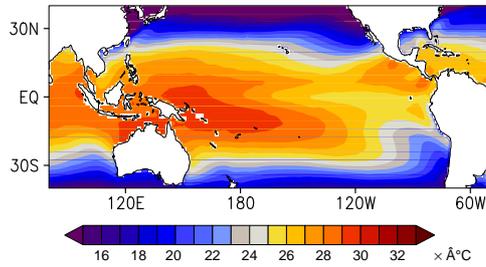
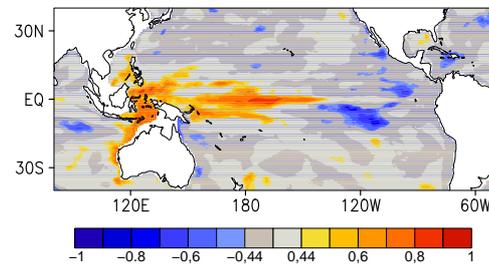
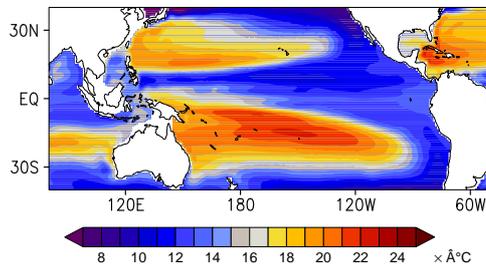
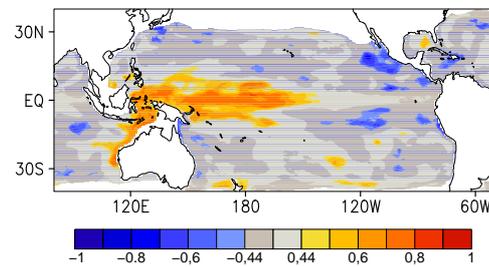
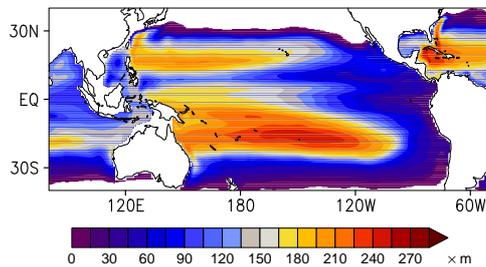
### 9.3 Ozean

Der folgende Abschnitt untersucht Zusammenhänge zwischen dem DEI und einigen Variablen des Ozeans. Da in das El Niño-Phänomen in hohem Maße auch unter der Ozeanoberfläche liegenden Schichten involviert sind (Kapitel 6), sollten auch diese mit einbezogen werden. Außer den SSTs stellen die ERA40-Reanalysen allerdings keine weiteren Ozeanfelder zur Verfügung. Es wurde daher auf Daten des Global Ocean Data Assimilation System (GODAS) zurückgegriffen. Es stehen monatliche Daten ab Januar 1980 zur Verfügung. Die SST-Felder wurden der ERA40-Reanalyse entnommen. Für die Korrelationen wurden hier jährliche JFM-Zeitreihen benutzt, da die intrasaisonale Varianz im Ozean sehr viel kleiner ist als in der Atmosphäre. Abbildung 9.5 zeigt Klima und Korrelation der Oberflächentemperatur, der Temperatur in 205m Tiefe, der Tiefe der 20°C-Isotherme sowie dem Heatcontent (HC) der Wassersäule bis 260m Tiefe. Die Wasseroberflächentemperaturen zeigen neben dem meridionalen Gradienten erwartungsgemäß einen starken zonalen Gradienten zwischen West- und Ostpazifik. Dieser Gradient erscheint verstärkt während einer positiven DEI-Phase entsprechend der bereits in Abschnitt 7.2.2 untersuchten Korrelation des DEI mit den ENSO-Indizes. Allerdings sind die negativen Korrelationen auf den zentralen Pazifik beschränkt. Die amerikanischen Küste ist nicht beteiligt.

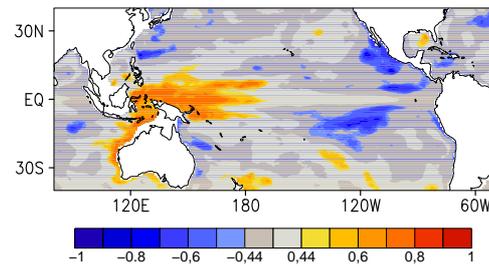
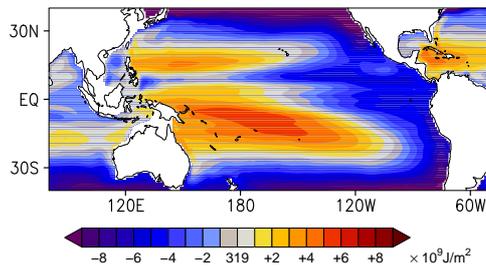
Noch stärkere Temperaturgradienten als an der Wasseroberfläche finden sich in 205m Tiefe. Auch hier ist der Ostpazifik kalt und der Westpazifik deutlich wärmer. Allerdings umgeben von noch wärmerem Wasser nördlich und vor allem südlich des Äquators. Die Felder 20°C-Isothermentiefe und Wärmegehalt zeigen eine ganz ähnliche Struktur und beinhalten im Wesentlichen die gleiche Information. Auch die Korrelationen dieser drei Felder mit dem DEI unterscheiden sich nur minimal voneinander: Es lassen sich übereinstimmend hohe positive Korrelationen im Westpazifik erkennen. Bereits in Tabelle 7.1 war ein hoher Korrelationskoeffizient zwischen dem DEI und dem WWVw aufgefallen. Der DEI scheint also hochkorreliert mit dem Wärmegehalt des Westpazifischen Warmpools, der wiederum mit starken El Niño-Ereignissen in Verbindung gebracht wurde (Sun, 2003).

### 9.4 Zonale Vertikalschnitte

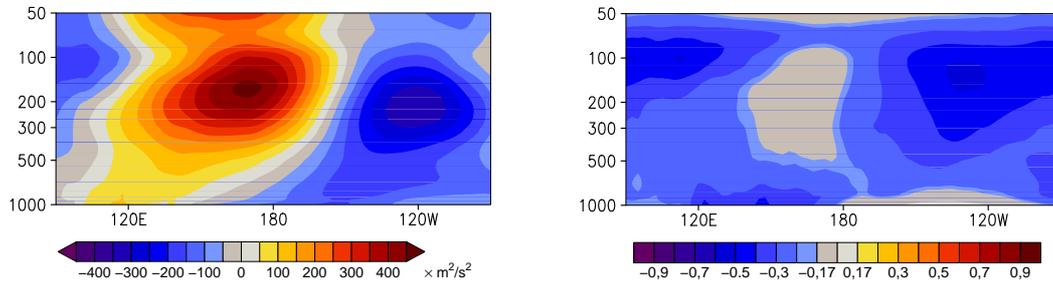
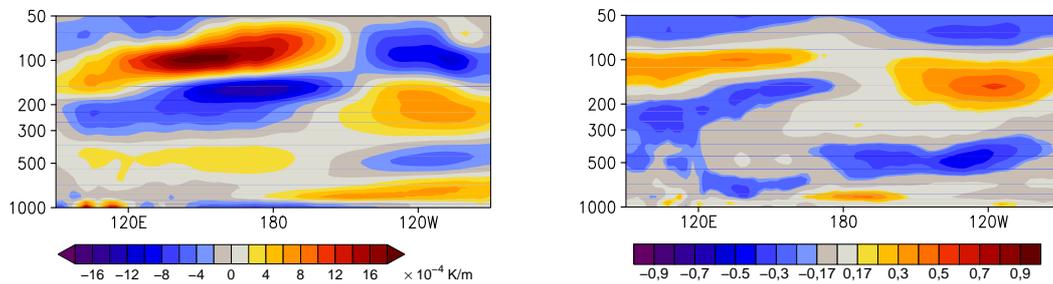
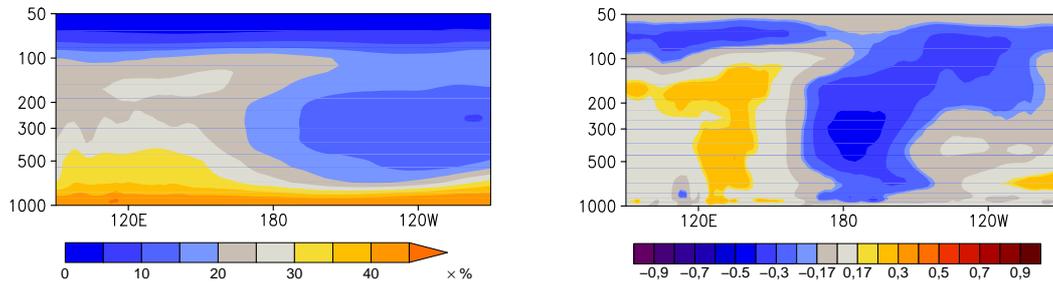
Zum besseren Verständnis der dreidimensionalen Strömungsmuster über dem tropischen Pazifik und deren mit dem DEI verbundenen Änderungen sollen zusätzlich Vertikalschnitte einiger Variablen entlang des Äquators betrachtet werden. Es handelt sich dabei nicht um einen Schnitt durch den Äquator im engeren Sinne, sondern um meridionale Mittelwerte der entsprechenden Variablen von 5°S-5°N in der Atmosphäre beziehungsweise von 3°S-3°N im Ozean. Korrelationen wurden nach Bildung dieser Mittelwerte berechnet, analog zum in Abschnitt 9.1 beschriebenen Verfahren. Abbildung 9.6 und 9.7 geben zunächst Klima und DEI-Korrelationen sechs verschiedener atmosphärischer Variablen an. Abbildung 9.8 zeigt das Temperaturfeld für die Atmosphäre und den Ozean. Bei den Variablen Geopotenzial, Stabilität und Temperatur wurde außerdem in der Klimatologie der zonale Mittelwert entfernt. Der

a) SST,  $T(0m)$ b) Temperatur,  $T(205m)$ c) Thermoklinentiefe,  $z(20^\circ\text{C})$ 

d) Wärmegehalt (HC)

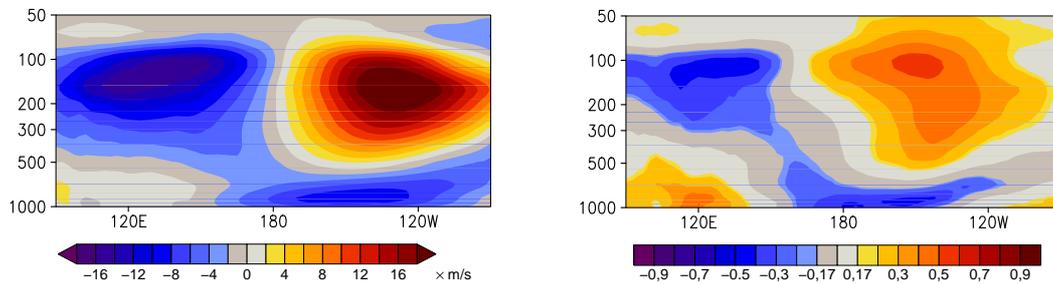
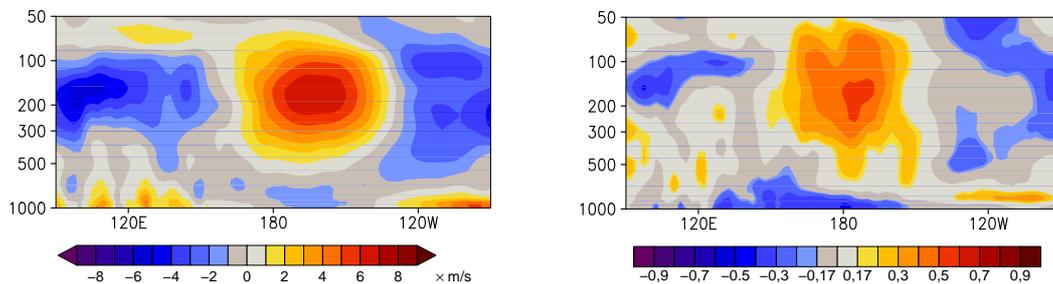
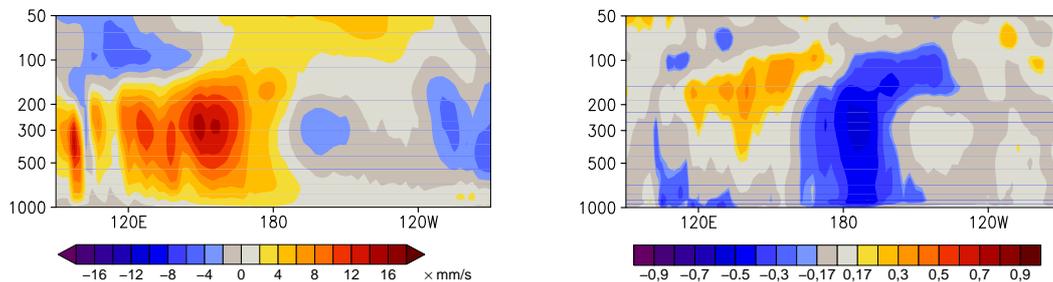


**Abbildung 9.5:** Wie Abbildung 9.1, jedoch für vier verschiedene Ozean-Felder. Korrelationen wurden anhand jährlicher JFM-Zeitreihen berechnet. Die SSTs stammen von ERA40, für die Abbildungen b-d wurden GODAS-Daten verwendet. Das 95%-Signifikanz-Niveau liegt hier bei  $\pm 0,30$  für Abbildung a und bei  $\pm 0,44$  für Abbildung b-d.

a) Geopotenzial ( $\Phi$ )b) Stabilität ( $\partial_z \theta$ )c) relative Feuchte ( $f$ )

**Abbildung 9.6:** Vertikalschnitt des Klimamittel (links) und der Spearman-Korrelation mit der monatlichen Anomalie der JFM-Zeitreihe des DEI (rechts), ausgenommen El Niño-Jahre. Dabei wurde über einen Bereich von  $5^\circ\text{S}$ - $5^\circ\text{N}$  gemittelt. Es wurden OUF-Felder der ERA40-Reanalyse verwendet. In Geopotenzial und Stabilität wurde in jeder Fläche der zonale Mittelwert entfernt.

starke vertikale Gradient dieser Variablen würde sonst die Darstellung dominieren. Beim meridionalen Wind wurde die Konvergenz in den  $5^\circ\text{S}$ - $5^\circ\text{N}$ -Streifen anstelle des Mittelwerts betrachtet. Im Klimamittel des Geopotenzial zeigt sich erneut die bereits beschriebene Tief-Hoch-Tief-Struktur. Die maximalen Gradienten sind bei etwa 200hPa zu finden. Die Korrelationsfelder zeigen ebenfalls eine Verstärkung dieser Struktur bei steigendem DEI in 100hPa an, welche sich hauptsächlich durch Vertiefen der Tiefdruckgebiete vollzieht (vergleiche Abbildung 9.1). Diese Korrelation nimmt, entsprechend der Ergebnisse aus Abschnitt 7.4.2, sowohl nach unten als auch nach oben schnell ab. Im Stabilitätsfeld erkennt man deutlich die schon be-

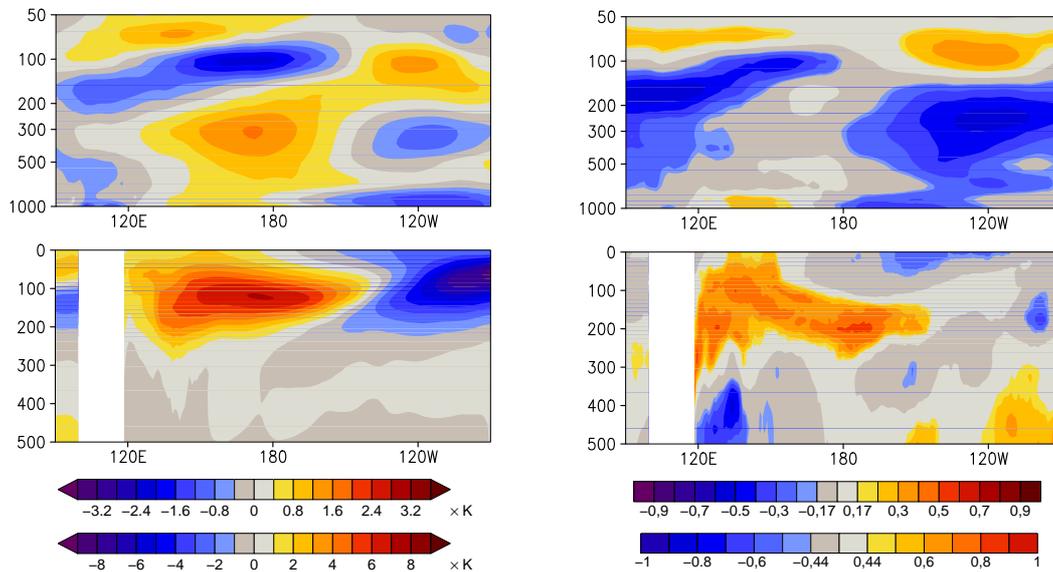
a) Zonaler Wind ( $u$ )b) meridionale Konvergenz ( $v$ )c) vertikaler Wind ( $w$ )

**Abbildung 9.7:** Wie Abbildung 9.6, jedoch für den zonalen sowie den vertikalen Wind und die meridionale Konvergenz.

schriebene nach Osten ansteigende Neigung der Tropopause und deren Verstärkung bei hohen DEI-Werten. Die relative Feuchte spiegelt im Klimamittel erneut den zonalen Temperaturgradient des Ozeans wieder: Im Westen finden sich höhere Werte als im Osten. Die Korrelation zeigt eine markante Abnahme der relativen Feuchte bei hohen DEI über einen großen Höhenbereich bei ca.  $180^\circ\text{O}$ . Dies ist konsistent zu der entsprechenden Abnahme der mittelhohen und hohen Bewölkung und der entsprechenden Zunahme der kurzwelligen Einstrahlung am Boden.

Abbildung 9.7 zeigt Klima und Korrelation der drei Komponenten der Windgeschwindigkeit. Aufgrund der nicht vorhandenen (horizontalen) Coriolis-Kraft am Äquator, folgt der zonale Wind weitgehend dem Geopotenzialfeld. Dies gilt ebenso für die Korrelation: Die mit hohen Druckgradienten verbundenen hohen DEI-Werte äußern sich in verstärktem Ausströmen aus dem zentralen Hoch in 100hPa. Auch

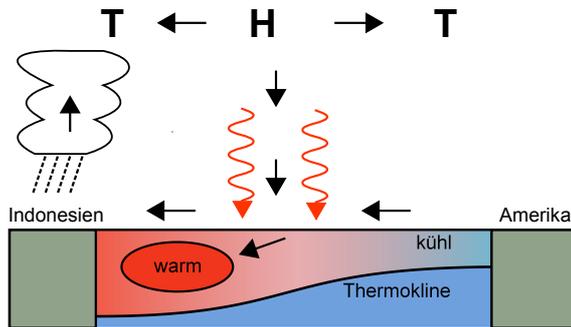
## Temperatur



**Abbildung 9.8:** Wie Abbildung 9.6, jedoch für die Temperatur von Atmosphäre und Ozean. Die y-Achse gibt den Druck in hPa beziehungsweise die Tiefe in Metern an. Die obere Farbskala bezieht sich auf die Atmosphäre, die untere auf den Ozean. Es wurde auf jeder Fläche der zonale Mittelwert entfernt.

die hohe Korrelation zu bodennahen Ostwinden ist klar erkennbar. Eng mit dem zonalen Wind verbunden sind die Muster der meridionalen Konvergenz, die sich im Wesentlichen aus der Kontinuitätsgleichung ergeben. Man findet in der Höhe meridionales Zusammenströmen bei etwa  $180^{\circ}\text{O}$  und dessen Verstärkung bei hohem DEI. Die Klimatologie des Vertikalwindes ist geprägt durch Aufwinde im Bereich des warmen Westpazifik und des maritimen Kontinents. Die Korrelation zeigt eine leichte Verstärkung dieser Aufwinde synchron zum DEI an. Deutlicher ist jedoch ein vermindertes Aufsteigen beziehungsweise Absinken bei hohem DEI im Bereich von  $180^{\circ}\text{O}$ . Es zeigt sich ein sehr ähnliches Muster wie bei der relativen Feuchte. Dieses Absinken und die mit ihm verbundene adiabatische Erwärmung dürfte somit die dynamische Erklärung für die geringere relative Feuchte und Bewölkung bei hohen DEI-Werten in diesem Gebiet sein. Daraus resultiert wiederum der oben beschriebene Anstieg der solaren Einstrahlung und des Bodenwärmestrom.

Abschließend zeigt Abbildung 9.8 das Vertikalprofil der Temperatur, sowohl für die Atmosphäre, also auch für den Ozean. Die Ozeanfelder stammen aus Ozean-Reanalysen des NCEP Global Ocean Data Assimilation System (GODAS). Eine Beschreibung dieser Daten, die ab 1980 zur Verfügung stehen, ist in Behringer (2007) zu finden. Die Klimatologie der Atmosphärentemperatur zeigt ein komplexes Muster. Erkennbar ist am Boden der West-Ost-Gradient, der bis etwa 200hPa bestehen bleibt und sich dann umkehrt. Den gleichen Gradienten findet man im Ozean, wobei dessen Amplitude mit der Tiefe erheblich zunimmt und in etwa 100m Tiefe ihr Maximum erreicht. In der Atmosphäre lassen sich die Ursachen für die beiden Tiefs an



**Abbildung 9.9:**  
Schematische Darstellung der mit hohen DEI-Werten verbundenen Strömungsmuster.

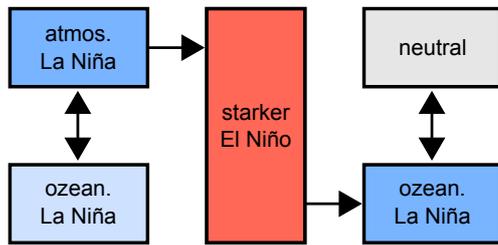
den Rändern des DEI-Gebiets erkennen: Kalte Luft sowohl im Ostpazifik als auch im Westen über dem maritimen Kontinent. Im Zentrum des Pazifik ist die Korrelation mit der Temperatur dagegen gering, entsprechend der geringen Korrelation von DEI und Geopotenzial dort. Im Ozean findet man an der Oberfläche negative Korrelationen, die die bekannte Verbindung hoher DEI-Werte mit La Niña widerspiegeln. Erneut findet man in tieferen Ozeanschichten wesentlich höhere Korrelationen als an der Oberfläche: Positive Korrelationen zeigen sich vor allem im Westpazifik (Warm-pool) mit einem zungenartigen Ausläufer bis östlich von  $180^\circ\text{O}$ .

## 9.5 Eine erweiterte Heat-Pump-Hypothese

Die Korrelationsanalysen der vorangegangenen Abschnitte liefern ein umfassendes Bild der mit dem DEI gekoppelten Strömungsmuster (Abbildung 9.9): Hohe Werte des DEI sind hoch korreliert mit hohem Luftdruck über dem zentralen Pazifik und tiefem Luftdruck über dem West- beziehungsweise Ostpazifik im Tropopausenbereich. Damit verbunden ist eine Dämpfung insbesondere der hochreichenden Konvektion in diesem Gebiet, was an der negativen Korrelation des DEI zum Bedeckungsgrad mit hohen Wolken, als auch zum Vertikalwind erkennbar ist. Da insbesondere hohe, ausgedehnte Bewölkung einen erheblichen Anteil des Sonnenlichts in den Weltraum reflektiert, zeigt sich eine entsprechende positive Korrelation mit der Sonneneinstrahlung am Erdboden und dem Bodenwärmestrom. In Jahren mit hohen DEI-Werten gelangt also mehr Wärme in den Zentralpazifik als sonst. Der Bodenwärmestrom wird also nicht nur durch die Oberflächentemperatur des Ozean bestimmt, sondern es kommt eine von der Atmosphäre verursachte Variabilität hinzu.

Darüber hinaus besteht eine starke Korrelation zum zonalen Wind am Erdboden: Hohe DEI-Werte sind verbunden mit stärkerem Aufsteigen über dem maritimen Kontinent und Absinken über dem zentralen Pazifik, was zu Ostwind-Anomalien führt. Damit verbundene dynamische Prozesse im Ozean könnten außerdem bewirken, dass mehr warmes Oberflächenwasser in die Tiefe gelangt, nach Westen strömt und diese Wärme sich schließlich im Westpazifik, hauptsächlich unterhalb der Oberfläche, akkumuliert wird.

Diese Prozesse decken sich im Wesentlichen mit den in Kapitel 6 beschriebenen



**Abbildung 9.10:**  
Schematische Darstellung einer erweiterten Heat-Pump-Hypothese.

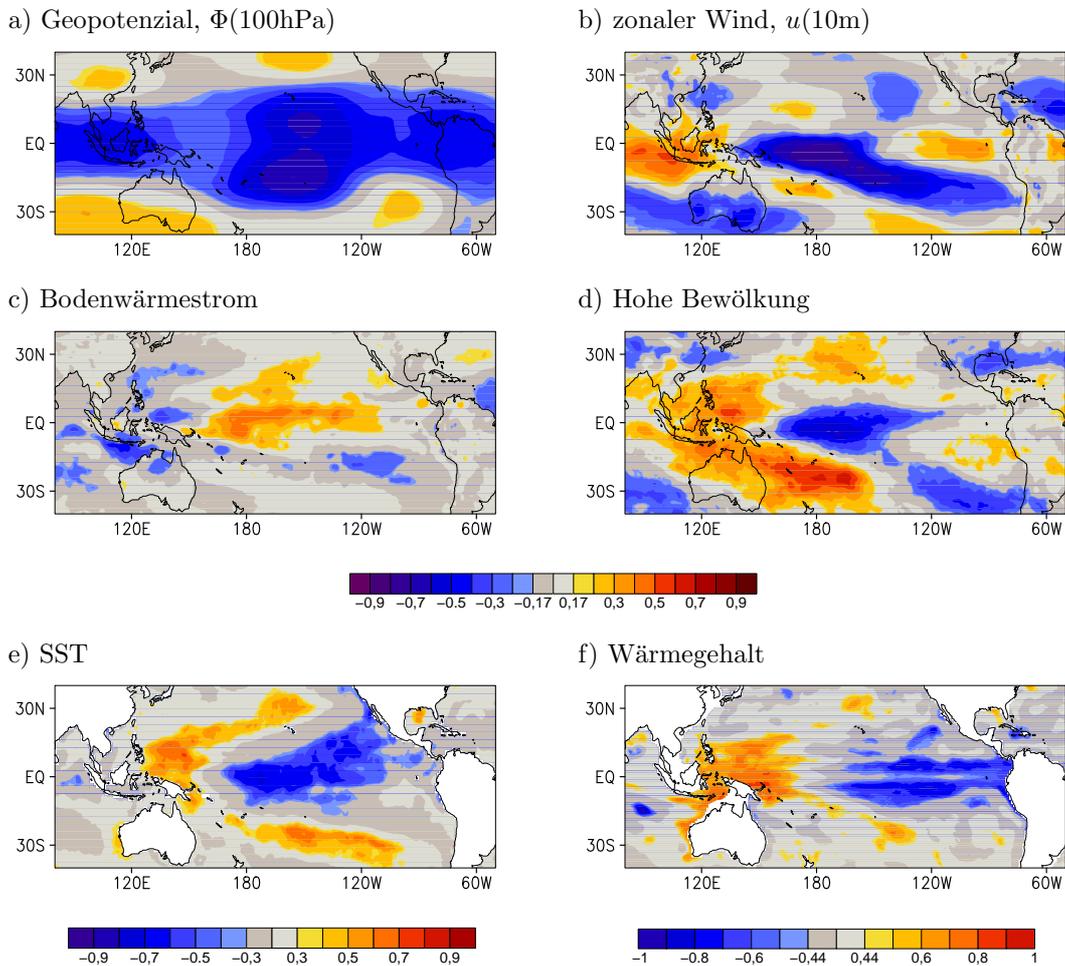
Zirkulationsmustern eines La Niña-Ereignisses und mit der in Sun (2003) vorgeschlagenen Heat-Pump-Hypothese (siehe auch Abschnitt 6.2.1): Das Ansammeln von Wärme während La Niña destabilisiert den Pazifik zunehmend und verursacht schließlich ein El Niño-Ereignis, bei dem die gespeicherte Energie wieder freigesetzt und in Richtung Pole abtransportiert wird. Die Ergebnisse legen nahe, dass der DEI ein Indikator für diese Wärmeakkumulation sein könnte. Während Sun (2003) die Wärmeakkumulation jedoch an die La Niña-artigen SST-Anomalien knüpft, lassen die hier gewonnenen Erkenntnisse eine größere „Selbstständigkeit“ der Atmosphäre vermuten, insbesondere in höheren Schichten.

In der Tat lässt sich kein Zusammenhang zwischen der Stärke eines La Niñas und der Stärke des darauffolgenden El Niños herstellen (vergleiche z.B. Abbildung 6.4). Die verheerenden El Niños von 1997/98 und insbesondere 1982/83 entstanden aus schwachen Kaltanomalien beziehungsweise neutralen Verhältnissen. Dies legt eine erweiterte Heat-Pump-Hypothese nahe, die zwischen ozeanischem und atmosphärischem La Niña unterscheidet: Beide hängen zwar eng zusammen, können aber unterschiedlich stark ausgeprägt sein. Während die Standard-ENSO-Indizes die Stärke des ozeanischen La Niñas wiedergeben, ist der DEI ein guter Index für den atmosphärischen Anteil. Es scheint vor allem das atmosphärische La Niña zu sein, das für die Wärmeakkumulation verantwortlich ist und das vor El Niño-Ereignissen stark ausgeprägt ist. Nach diesen El Niños hingegen ist dann vor allem das ozeanische La Niña stark. Diese Hypothese ist in Abbildung 9.10 schematisch dargestellt.

## 9.6 Vergleich mit ENSO-Mustern

Um die oben aufgestellte Hypothese einer selbstständigeren Atmosphäre zu überprüfen, sollen die wichtigsten der oben gezeigten DEI-Korrelationsfelder nochmals erstellt werden, diesmal jedoch anhand eines Standard-ENSO-Index anstelle des DEI. Zur größtmöglichen Vergleichbarkeit soll der SOI als Standard-ENSO-Index verwendet werden<sup>2</sup>, da auch er ein atmosphärischer Index ist und sich hier gewisse Analogien zum DEI finden lassen: Der SOI beschreibt einen zonalen Druckgradienten am Erdboden, also am unteren Rand der Troposphäre, während der DEI gemäß Näherung (7.34) als zonale Druckkrümmung am oberen Rand der Troposphäre aufgefasst werden kann. Andererseits ist der SOI wesentlich stärker an die SSTs gekoppelt (Tabellen 6.1 und 7.1): Seine monatliche Anomalie-Korrelation zum NINO3.4

<sup>2</sup>Damit SOI und DEI gleichgerichtet auf ENSO reagieren, wird der SOI hier nicht wie sonst üblich mit -1 multipliziert.



**Abbildung 9.11:** Korrelationsfelder wie Abbildung 9.1a, 9.3a, d, 9.4c, 9.5a, d, jedoch wurden die Variablen jeweils mit dem SOI anstelle des DEI korreliert. Der SOI wurde nicht wie sonst üblich mit -1 multipliziert.

beträgt -0,70, während der DEI lediglich einen Wert von -0,36 erreicht. Gibt es also eine von den SSTs unabhängige, hohe Atmosphäre und stehen diese unabhängigen Variationen in Zusammenhang mit den beschriebenen Aufladeprozessen über die Strahlung, so müssten sich in den entsprechenden SOI-Korrelationsfeldern deutlich niedrigere Werte finden, als dies bei DEI der Fall war. Die maßgeblichen Felder sind in Abbildung 9.11 gezeigt.

Es fällt sofort eine weitgehende Ähnlichkeit der SOI-Korrelationsfelder mit den DEI-Korrelationsfeldern auf. Die SOI-Korrelationen erreichen in der Regel noch etwas höhere Werte, insbesondere auch bei der hohen Bewölkung und dem Bodenwärmestrom. Daraus kann gefolgert werden, dass die oben mit dem DEI assoziierten Strömungsmuster in erster Linie mit La Niña zusammenhängen und erst in zweiter Linie mit dem DEI und zwar indirekt durch dessen Korrelation mit ENSO. Hinweise auf von den SSTs unabhängige atmosphärische Variationen, insbesondere

---

im Hinblick auf das oben vermutete „atmosphärische La Niña“, finden sich demnach nicht. Damit bleibt auch weiter unklar, wodurch die hohen DEI-Werte letztlich hervorgerufen werden, da obige Untersuchungen lediglich die Prozesse gezeigt haben, die den DEI an ENSO koppeln.



# Kapitel 10

## Composite-Analysen

Die Korrelationsmuster meteorologischer Variablen mit dem DEI waren den Korrelationsmustern mit dem SOI in weiten Teilen ähnlich. Entsprechend konnte die Frage nach Ursachen und Folgen hoher DEI-Werte mit Hilfe der Korrelationsanalysen nicht zufriedenstellend beantwortet werden. Diese Frage soll daher im folgenden Kapitel anhand von Composites erneut untersucht werden.

### 10.1 Methode

Grundlage der folgenden Analysen sind jährliche JFM-Zeitreihen der ERA40-Periode (1958-2002). Sei  $G_0$  die Menge all dieser 45 Jahre. Ausgehend von  $G_0$  werden zunächst zwei Teilmengen  $G_{1,2} \subset G_0$  anhand von noch zu definierenden Kriterien gebildet. Diese beiden Teilmengen definieren dann zwei Composites  $\bar{f}_{1,2}$  einer meteorologischen Variable  $f$ :

$$\bar{f}_{1,2} := \frac{1}{n_{1,2}} \sum_{j \in G_{1,2}} f(j), \quad (10.1)$$

mit  $n_{1,2} = |G_{1,2}|$ . Die Composites  $\bar{f}_{1,2}$  werden anschließend subtrahiert und bilden eine Composite-Differenz:

$$\Delta f := \bar{f}_1 - \bar{f}_2. \quad (10.2)$$

Die Größe  $\Delta f$  gibt also den Unterschied zwischen dem Mittelwert der Variable  $f$  in den Jahren  $G_1$  und dem Mittelwert von  $f$  in den Jahren  $G_2$  an.

Wie bei der Korrelationsanalyse ist auch hier ein Signifikanz-Test erforderlich, das heißt eine Beurteilung der Wahrscheinlichkeit, mit der eine bestimmte Composite-Differenz zufällig zustande gekommen sein könnte. Die entsprechende Nullhypothese lautet: Die Elemente der Mengen  $f(G_1)$  und  $f(G_2)$  stammen aus der gleichen Grundgesamtheit. Anders ausgedrückt: Es gibt keinen Zusammenhang zwischen den Merkmalen, nach denen die Menge  $G_0$  unterteilt wurde und der Variable  $f$  selbst. Bei Gültigkeit der Nullhypothese genügt die Testgröße

$$t = \frac{\Delta f}{s_\Delta} \cdot \sqrt{\frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}} \quad (10.3)$$

einer Studentischen Verteilung (Taubenheim, 1969). Dabei ist  $s_{\Delta}$  die entsprechend gewichtete mittlere Streuung:

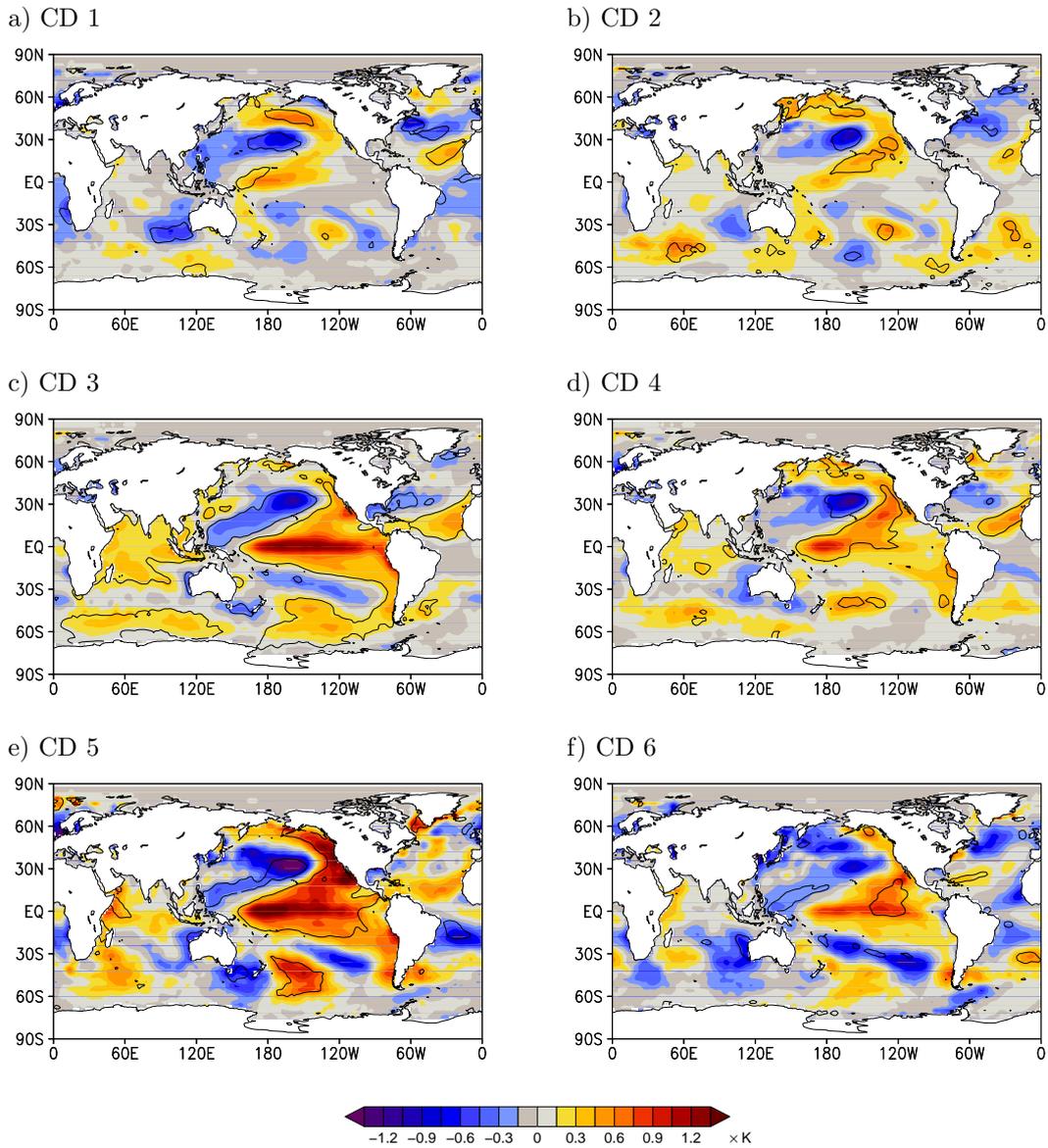
$$s_{\Delta}^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}. \quad (10.4)$$

Überschreitet der Betrag der Größe  $t$  einen bestimmten Wert, welcher von der Anzahl der Freiheitsgrade ( $n_1 + n_2 - 2$ ) und dem Signifikanzniveau abhängt, so kann die Nullhypothese mit entsprechender Wahrscheinlichkeit verworfen werden.

Zur Bildung von Composite-Differenzen ist nun noch eine Definition der Mengen  $G_{1,2}$  erforderlich. Die Einteilung soll dabei so erfolgen, dass einerseits die hohen DEI-Ausschläge vor El Niño von den übrigen Werten getrennt werden, aber andererseits nicht erneut lediglich die ENSO-Muster sichtbar werden, wie das bei den Korrelationsanalysen des vorangegangenen Kapitels der Fall war. Es sollen daher folgende Einteilungen zunächst daraufhin untersucht werden:

1. Für die betrachteten fünf El Niños mit  $MEI \geq 1\sigma$  sollen jeweils die beiden Jahre vor dem El Niño Gruppe 1 und die beiden Jahre nachher Gruppe 2 zugeordnet werden. Die Gruppen bestehen also aus jeweils 10 Elementen, wobei ein Jahr (1985) in beiden Gruppen vorkommt. Diese Methode entspricht der Berechnung des Asymmetrie-Parameters  $a$  (7.4).
2. Alle Jahre mit starken DEI-Ausschlägen ( $\geq 1\sigma$ ) werden Gruppe 1 zugeordnet. Alle Jahre mit La Niña-artigem Zustand ( $MEI < 0$ ), die nicht in Gruppe 1 fallen, werden Gruppe 2 zugeordnet.
3. Die Regressionsgerade zwischen den DEI- und MEI-Werten trennt die Jahre in zwei Gruppen: Gruppe 1 sind alle Jahre oberhalb der Gerade, Gruppe 2 sind alle Jahre unterhalb der Gerade.
4. Einteilung wie in 3, jedoch werden davon nur Jahre mit La Niña-artigem Zustand ( $MEI < 0$ ) berücksichtigt.
5. Einteilung wie in 3, jedoch werden davon nur Jahre mit starkem DEI-Peak ( $DEI \geq 1$ ) berücksichtigt.
6. Alle Jahre mit  $DEI \geq 1\sigma$  werden in zwei gleichgroße Gruppen mit jeweils vier Elementen geteilt. Gruppe 1 enthält die Jahre mit den niedrigen MEI-Werten, Gruppe 2 die Jahre mit den höchsten MEI-Werten.

Tabelle 10.1 führt die Elemente der Mengen  $G_{1,2}$  dieser Einteilungen explizit auf. Ob und mit welcher Methode die oben formulierten Ziele am besten erreicht werden können, lässt sich anhand der sich ergebenden Composite-Differenzen von DEI und MEI selbst feststellen. Diese sind ebenfalls in der Tabelle angegeben, zusammen mit dem jeweiligen Signifikanzniveau. Außerdem sind die Composite-Differenzen der SSTs für die sechs Methoden in Abbildung 10.1 dargestellt.



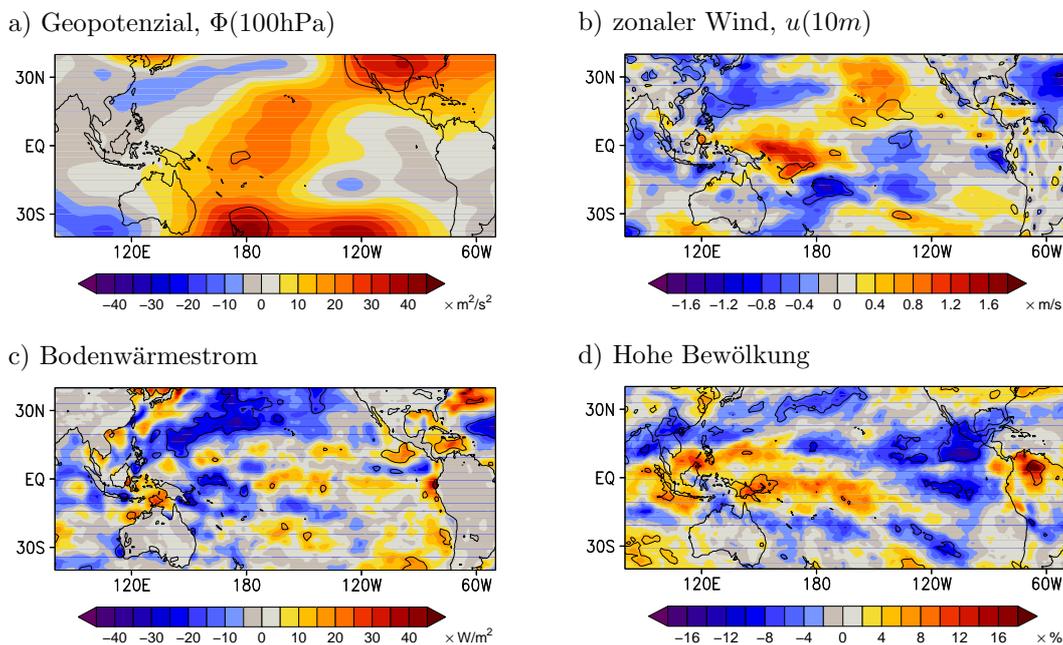
**Abbildung 10.1:** Composite-Differenzen (CD) gemäß (10.2) für die obenstehenden sechs Einteilungen und  $f = \text{SST}$ . Die schwarzen Linien gebe die Grenze des 95%-Signifikanzniveaus an.

Nr	$n_1$	$n_2$	$\Delta\text{DEI}$	$\Delta\text{MEI}$	Elemente $G_1$	Elemente $G_2$
1	10	10	1,07 (>99)	0,20 (45)	71, 72, 81, 82, 85, 86, 90, 91, 96, 97	74, 75, 84, 85, 88, 89, 93, 94, 99, 00
2	8	17	1,32 (>99)	0,30 (81)	71, 81, 82, 86, 89, 90, 96, 97	60, 61, 62, 63, 65, 67, 68, 72, 74, 75, 76, 84, 85, 99, 00, 01, 02
3	25	20	-0,15 (37)	1,32 (>99)	58, 65, 66, 69, 70, 73, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 86, 87, 88, 90, 91, 92, 93, 95, 96, 97, 98, 02	59, 60, 61, 62, 63, 64, 67, 68, 71, 72, 74, 75, 76, 84, 85, 89, 94, 99, 00, 01
4	7	17	1,11 (>99)	0,59 (>99)	65, 81, 82, 86, 96, 97, 02	60, 61, 62, 63, 67, 68, 71, 72, 74, 75, 76, 84, 85, 89, 99, 00, 01
5	6	2	0,05 (14)	1,21 (99)	81, 82, 86, 90, 96, 97	71, 89
6	4	4	-0,07 (20)	0,93 (97)	81, 82, 86, 90	71, 89, 96, 97

**Tabelle 10.1:** Tabelle zur Definition der Composite-Differenzen anhand der oben stehenden Kriterien. Die Spalten  $\Delta\text{DEI}$  und  $\Delta\text{MEI}$  geben die Composite-Differenz des normierten DEI beziehungsweise MEI gemäß (10.2) an. In Klammern ist das entsprechende Signifikanz-Niveau in Prozent angegeben. Die beiden rechten Spalten geben die in den Mengen  $G_1$  und  $G_2$  enthaltenen Jahre explizit an.

Aus Tabelle 10.1 und Abbildung 10.1 geht klar hervor, dass die Methoden 3, 5 und 6 zur Bildung der Composites im Hinblick auf die oben formulierte Fragestellung völlig ungeeignet sind. Solche Composites würden lediglich erneut ENSO-Variationen reproduzieren. Methode 4 scheint bedingt geeignet, Methode 1 und 2 erfüllen den beabsichtigten Zweck: Sie liefern signifikante Differenzen im DEI und kleine, nicht signifikante Differenzen im MEI. Auch die SST-Felder zeigen im ENSO-Gebiet entsprechend kleine Ausschläge. Methode 1 und 2 unterscheiden sich jedoch in einem wesentlichen Punkt: Bei Methode 1 erfolgt die Einteilung lediglich auf Grundlage des MEI, während der DEI hier nicht vorkommt. Möchte man jedoch erneut Vergleiche z.B. mit den anderen Reanalysen anhand der DEI-Näherung (7.34) durchführen, so ist man auf die zweite Methode angewiesen. Sie soll deshalb im Folgenden verwendet werden.

Abgesehen von den ENSO-Mustern fällt in allen sechs Abbildungen 10.1 ein praktisch gleiches Muster im Nordpazifik auf: Ein ovales, negatives Gebiet über dem zentralen Nordpazifik ist halbkreisförmig umrandet von positiven Werten nördlich, östlich und südlich davon. Trotz unterschiedlicher Ausprägung in den Absolutwerten übersteigt diese Struktur in fünf von sechs Fällen das 95%-Signifikanzniveau. Diese Struktur zeigt große Ähnlichkeit mit der 1. EOF der SSTs im Nordpazifik. Da diese eine ausgeprägte Variationen auf der dekadischen Zeitskala besitzt, ist sie als Pazifisch Dekadische Oszillation (PDO) bezeichnet worden (Mantua et al., 1997). Ein möglicher Zusammenhang zwischen PDO und DEI wird in Abschnitt 11.4 genauer untersucht.



**Abbildung 10.2:** Composite-Differenzen vier meteorologischer Felder gemäß der Methode 2 aus Abschnitt 10.1. Die schwarzen Linien kennzeichnen das 95%-Signifikanzniveau.

## 10.2 ERA40-Composites

Im Hinblick auf die in Abschnitt 9.5 formulierte erweiterte Heat-Pump-Hypothese sollen die Felder der Abbildung 9.11 erneut, diesmal mit der oben beschriebenen Composite-Differenzmethode untersucht werden. Die Ergebnisse sind in Abbildung 10.2 dargestellt.

Die Composites-Differenzen zeigen wenig Ähnlichkeit mit den Korrelationen aus Kapitel 9. Das Geopotenzial in 100hPa ist in gewisser Weise sogar invers zum Korrelationsfeld: Während sich dort negative Korrelationen an den beiden Rändern des Gebiets ergaben, finden sich im Composite positive Differenzen in der Mitte. Beides führt jedoch wegen (7.34) gleichermaßen zu hohen DEI-Werten, sodass auch hier der starke Zusammenhang des DEI zur Geopotenzialkrümmung bestätigt wird. Die Vertiefung der Tiefs scheint aber ein mit ENSO verbundener Effekt zu sein, während die Erhöhung des Hochs davon unabhängig zu hohen DEI-Werten beiträgt.

Der zonale Wind unterscheidet sich ebenfalls von der Korrelationsanalyse (Abbildung 9.3). Auffällig sind vor allem positive Differenzen über dem Westpazifik, die in Verbindung mit der MJO und den Westerly Wind Bursts stehen könnten. Allerdings erreichen sich nicht die 95%-Signifikanzschwelle. Ein möglicher Zusammenhang zur MJO wird unten noch ausführlicher diskutiert (Abschnitt 11.3).

Im Bodenwärmestrom lässt sich ein schwacher Rest der positiven Korrelation über dem zentralen Pazifik wieder finden. Trotz recht kleiner Absolutwerte erreicht er die Grenze der statistischen Signifikanz. Ebenfalls wiederfinden lassen sich negative Werte über dem Pazifischen Warmpool. Im Unterschied zum Korrelationsdiagramm

zeigen sich nördlich des Äquators starke negative Anomalien. In etwa dem gleichen Gebiet finden sich auch die bereits angesprochenen negativen SST-Differenzen (Abbildung 10.1b).

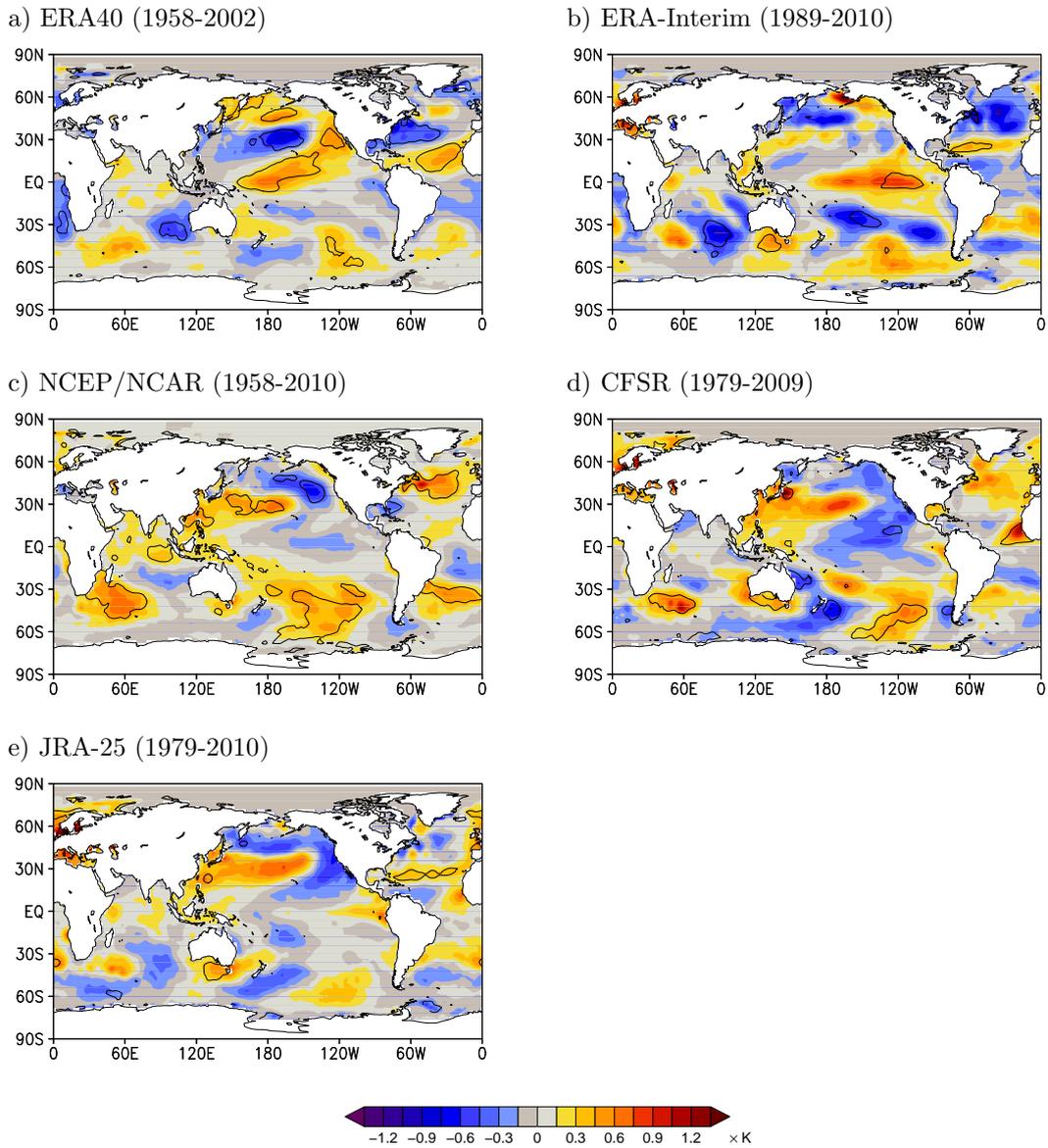
Bereiche geringer hoher Bewölkung scheinen nach Osten bis an die amerikanische Küste hin verschoben. Im Bereich des restlichen Pazifik finden sich nun erhöhte Werte an hoher Bewölkung, die im Westpazifik statistische Signifikanz erreichen und für die dortigen negativen Differenzen im Bodenwärmestrom verantwortlich gemacht werden können.

Im Hinblick auf die oben aufgestellt Hypothese (Abbildung 9.10) liefern also auch die Composite-Differenzen keine zwingenden Hinweise. Es konnte lediglich eine leichte Erhöhung des Bodenwärmestroms im äquatorialen Zentral-Pazifik in Zusammenhang mit hohen DEI-Werten festgestellt werden. Außerdem zeigte sich keine entsprechende Anomalie in der hohen Bewölkung. Die Composite-Differenzen scheinen vielmehr außertropische Gebiete im Nordpazifik ins Spiel zu bringen: Sowohl für die SSTs als auch für den Bodenwärmestrom ergaben sich starke negative und signifikante Anomalien. Hohe DEI-Werte stehen also offenbar im Zusammenhang mit einer verstärkten Abkühlung des ohnehin kalten Nordpazifik im Bereich von etwa 30°N.

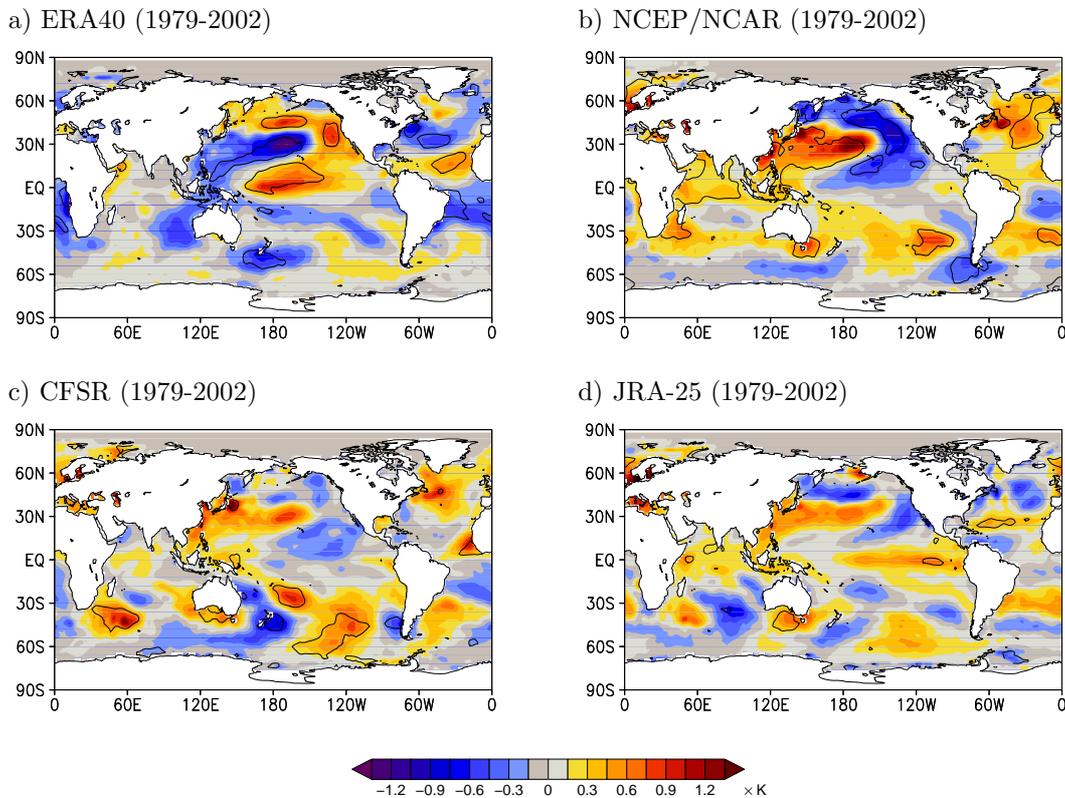
### 10.3 Composites aus weiteren Reanalysen

Nachdem sich in den Composites anhand des DEI bei ERA40 signifikante Differenzen im Nordpazifik ergaben liegt die Vermutung nahe, dass diese im Zusammenhang mit dem beobachteten prognostischen Potenzial stehen. Da die anderen Reanalysen dieses nicht zeigten, sollten sich auch ihre Composites deutlich unterscheiden. Das soll im Folgenden untersucht werden. Dazu wird wie in Kapitel 8 der Geopotential-Index in 100hPa (GEI) als DEI-Näherung und die Methode 2 aus Abschnitt 10.1 zur Bildung der Composite-Differenzen verwendet: Gruppe 1 enthält also alle Jahre mit  $GEI \geq 1$ , Gruppe 2 alle Jahre mit  $MEI < 0$ , die nicht in Gruppe 1 sind. Da sich die GEI-Zeitreihen der Reanalysen unterscheiden, ergeben sich entsprechend für jede Reanalyse andere Gruppierungen. Die Mittelwerte der SSTs der beiden Gruppen wurden jeweils voneinander abgezogen und auf Signifikanz überprüft. Abbildung 10.3 zeigt das Ergebnis, das sich für die fünf Reanalysen ergibt, wenn man jeweils den maximal verfügbaren Zeitraum zugrunde legt. Die SST-Felder stammen dabei alle einheitlich aus dem „Extended Reconstructed Sea Surface Temperature“-Projekt der NOAA (Smith et al., 2008).

Zunächst ist festzustellen, dass für ERA40 das Composite anhand der GEI (Abbildung 10.3a) und das anhand des DEI (Abbildung 10.1b) gut übereinstimmt. Dies bestätigt erneut, dass der GEI die wesentlichen Eigenschaften des DEI wiedergibt und rechtfertigt den hier durchgeführten Vergleich. Die Composites der anderen Reanalysen zeigen hingegen deutliche Unterschiede (Abbildung 10.3b-e). Diese sind vor allem im Bereich des Nordpazifik zu finden: Die bei ERA40 dort festgestellte Struktur ist bei keiner der anderen Reanalysen wiederzufinden. ERA-Interim zeigt sehr geringe Differenzen im Nordpazifik, dafür eine stärkere ENSO-Beteiligung. Bei



**Abbildung 10.3:** Composite-Differenzen (CD) gemäß (10.2) die Version 2 und bei den fünf verschiedenen Reanalysen. Die schwarzen Linien gebe die Grenze des 95%-Signifikanzniveaus an.



**Abbildung 10.4:** Wie Abbildung 10.4, jedoch beschränkt auf den Zeitraum von 1979-2002. Die ERA-Interim-Reanalyse ist nicht mehr dargestellt.

NCEP/NCAR, CFSR und JRA-25 findet man gar zu ERA40 inverse Muster, wobei NCEP/NCAR als einzige weitere Reanalyse im Nordpazifik statistische Signifikanz erreicht. Im Südpazifik dagegen ergeben sich bei allen Reanalysen ähnliche Muster, jedoch generell schwächer und weniger signifikant.

Zu beachten ist allerdings, dass Abbildung 10.3 den maximal verfügbaren Zeitraum der jeweiligen Reanalyse verwendet. Der zeitliche Umfang der Daten ist entsprechend stark unterschiedlich, von 22 Jahren bei ERA-Interim bis zu 53 Jahren bei NCEP. Um auszuschließen, dass die Differenzen in Abbildung 10.3 lediglich dadurch entstehen, wurde eine weitere Abbildung (10.4) erzeugt. Hier wurde ein einheitlicher Zeitraum von 1979 bis 2002 verwendet. Die ERA-Interim-Reanalyse blieb unberücksichtigt, da sie als einzige erst 1989 beginnt. Trotz einiger kleinerer Veränderungen der Amplituden und der Signifikanzen ergeben sich keine wesentlichen Unterschiede durch die Begrenzung des Zeitraums im Vergleich zu Abbildung 10.3. Das heißt, die Diskrepanzen zwischen den Reanalysen bleiben auch hier bestehen und sind somit grundlegender Natur.

Neben Hinweisen auf die Entstehung hoher DEI-Werte bei ERA40 liefert der Nordpazifik also auch Anhaltspunkte für das unterschiedliche Verhalten der anderen Reanalysen: Die verschiedenen Modelle, die wie gesagt im DEI-Gebiet kaum

an Beobachtungen gebunden sind, generieren dort offensichtlich eine unterschiedliche Antwort auf die nordpazifischen SST-Felder. Das ERA40-Modell scheint dabei am stärksten auf den Nordpazifik zu reagieren, dafür weniger stark auf die ENSO-Anomalien. NCEP/NCAR reagiert ebenfalls stark auf den Nordpazifik, allerdings in ziemlich genau entgegengesetzter Weise. Damit lassen sich die besonders geringen Übereinstimmungen zwischen diesen beiden Reanalysen erklären, die dennoch eine geringe ENSO-Korrelation gemeinsam haben (Tabelle 8.3). CFSR und JRA-25 reagieren dagegen stärker auf ENSO und weniger stark auf die pazifischen SSTs, dort allerdings ebenfalls invers zu ERA40.



# Kapitel 11

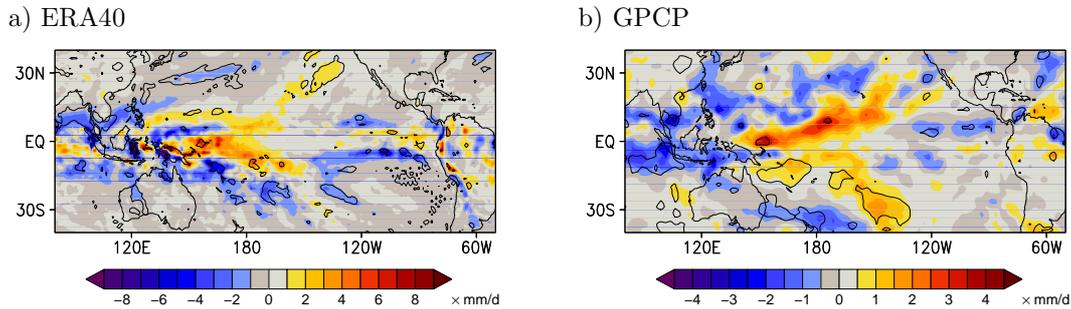
## Spezielle Phänomene

Die bisherigen Arbeiten haben nahegelegt, noch einige spezielle meteorologische Phänomene auf mögliche Zusammenhänge zum DEI zu untersuchen. Dies soll zum Abschluss dieser Arbeit im folgenden Kapitel geschehen.

### 11.1 Übermäßiger ERA40-Niederschlag

In Abschnitt 3.1.2 wurde bereits auf eine wesentliche Schwachstelle der ERA40-Reanalyse hingewiesen: Über tropischen Ozeanen gelangt aufgrund eines Assimilationsproblems mit Satellitendaten zu viel Feuchtigkeit in das Modell, was dort zu übermäßigem Niederschlagssummen führt. Das Niederschlags-/Verdunstungsverhältnis gerät ebenfalls aus dem Gleichgewicht und künstliche Verstärkungen der tropischen Zirkulation durch zu hohe Mengen latenter Wärme werden für möglich gehalten (Andersson et al., 2005). Zwar zeigten Vergleiche mit der späteren ERA-Interim-Reanalyse und JRA-25, dass die Überschätzung der Niederschläge durch das ERA40-Modell räumlich und zeitlich isotrop entlang des Äquators auftritt (Uppala et al., 2008). Ein Zusammenhang zwischen diesem Fehler und den nur bei ERA40 beobachteten DEI-Eigenschaften kann dennoch nicht ausgeschlossen und soll hier näher untersucht werden.

Würden sich fehlerhafte Assimilation und damit verbundene Niederschläge auf die DEI-Zeitreihe auswirken und insbesondere die Anstiege dieses Index vor El Niño verursachen, so würde man umgekehrt erwarten, dass auch die Größe der Niederschlagsfehler in der Zeit entsprechend variiert. Das würde also bedeuten, dass bei DEI-Anstiegen vor El Niño auch die Feuchteassimilation und damit die Niederschlagsberechnung besonders fehlerhaft war. Wenn das der Fall ist müssten sich deutliche und signifikante Muster in der Composite-Differenz des ERA40-Niederschlags zeigen. Diese ist in Abbildung 11.1a dargestellt. Es wurde ein Zeitraum von 1979 bis 2002 gewählt, da die Niederschlagsfehler einerseits durch Satellitenmessungen verursacht wurden und andererseits für diesen Zeitraum ein direkter Vergleich mit Niederschlagsdaten des Global Precipitation Climatology Project (GPCP) möglich ist (Abbildung 11.1b). Im Rahmen dieses Projekts wurden Niederschlagsbeobachtungen von Satelliten über See und Radarmessungen über Land zu einem globalen,



**Abbildung 11.1:** Composite-Differenz nach Methode 2 aus Abschnitt 10.1 des mittleren täglichen Niederschlags aus ERA40- (a) und GPCP-Daten (b). Die Niederschlagsmengen von ERA40 stammen aus dem 24h-Vorhersagelauf. Es wurde ein Zeitraum von 1979-2002 verwendet.

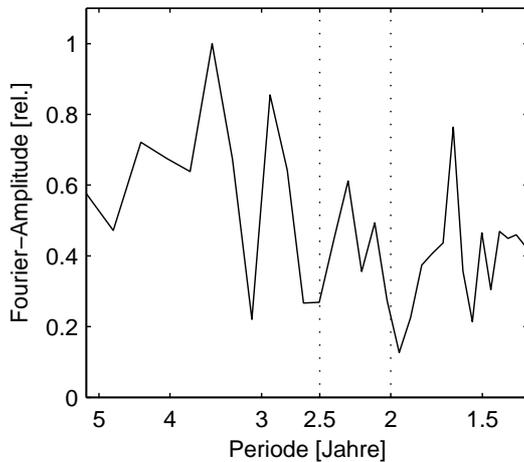
gegitterten Datensatz zusammengefasst (Huffman et al., 1997; Adler et al., 2003).

Man erkennt zunächst, dass die Absolutwerte der Composite-Differenzen bei ERA40 tatsächlich etwa doppelt so hoch sind als bei GPCP. Dies zeigt in der Tat verstärkte Niederschlagsamplituden, jedoch finden sich auch bei weiteren Reanalysen generell höhere Niederschlagswerte in den Tropen als bei GPCP (Uppala et al., 2008). Neben den Amplituden unterscheiden sich auch die Muster nicht unerheblich voneinander. Beide Datensätze zeigen jedoch übereinstimmend positive Werte über dem westlichen äquatorialen Pazifik und negative Werte westlich davon. Besonders wichtig im Hinblick auf die Fragestellung dieses Abschnittes sind jedoch die Signifikanz-Niveaus. Danach sind die Differenzen des ERA40-Niederschlags im Äquatorbereich nur an ganz wenigen Stellen signifikant von Null verschieden (im äquatorialen Westpazifik und etwas südlicher im Zentralpazifik) und an diesen Stellen konform mit den GPCP-Daten, die dort ebenfalls signifikante Differenzen zeigen. Es erscheint daher unwahrscheinlich, dass die Fehler in den ERA40-Niederschlagsfeldern mit hohen DEI-Werten ursächlich in Verbindung stehen.

## 11.2 Quasi-Biennale Oszillation

Die isentrope Fläche, auf welcher der DEI berechnet wurde, ist gemäß Abschnitt 7.4.1 der Tropopause zuzuordnen. Allerdings wurde bislang lediglich nach Wechselwirkungen zwischen dem DEI und der Troposphäre beziehungsweise des Ozeans gesucht. Die Frage nach Einflüssen aus der Stratosphäre soll in diesem Abschnitt behandelt werden. Da die tropische Stratosphäre von der Quasi-Biennalen Oszillation (QBO) geprägt ist, geht es hier speziell um deren Einfluss auf den DEI.

In der Literatur finden sich einige Arbeiten zu möglichen Kopplungen von ENSO und der Stratosphäre: Angell (1992) spekulierte über einen Zusammenhang zwischen El Niño und der QBO-Ostphase. Aufgrund der unterschiedlichen Frequenzen der beiden Phänomene müssen jedoch Phasensprünge auftreten, welche einem bestimmten Muster folgen. Gray et al. (1992) beschrieben einen Mechanismus, wonach die QBO auf die meridionale Verteilung der tiefen Konvektion in der westpazifi-



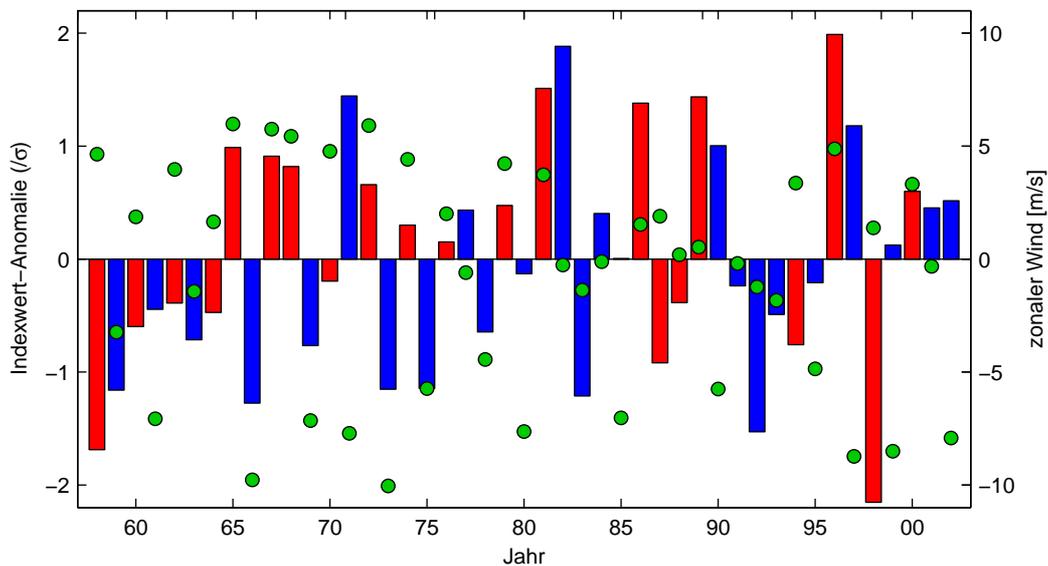
**Abbildung 11.2:**  
DEI-Spektrum der OUT-Zeitreihe im Bereich der QBO-Zeitskala

schen Warmpool-Region Einfluss nimmt und darüber Wechselwirkungen zu ENSO zustande kommen. Demnach würden QBO-Ostphasen die Entstehung von El Niño begünstigen. Collimore et al. (2003) untersuchten ebenfalls den Zusammenhang zwischen der QBO und der tiefen Konvektion. Sie benutzten dazu Satellitenmessungen (vor allem OLR) als Konvektionsmaß und konnten hier das QBO-Signal klar wiederfinden. Eine Verbindung zwischen ENSO-artigen Variationen der Konvektion und dem QBO-Signal konnten sie jedoch nicht nachweisen. Die Autoren nennen außerdem drei mögliche Prozesse über welche die QBO die tiefe Konvektion beeinflussen könnte: a) Modulation der Tropopausenhöhe, b) Modulation der Windscherung und c) Modulation der relativen Vorticity. Diese Prozesse könnten auch die DEI-Werte beeinflussen.

In Abschnitt 7.4 wurde zur Einordnung der Lage der 370K-Fläche bereits kurz auf die QBO eingegangen. Dort wurde untersucht, wie stark die Anregung des Zonalwindes im QBO-Band auf den verschiedenen  $\theta$ -Flächen ist. Im Windfeld in 370K konnte dabei nur noch ein äußerst kleiner Einfluss der QBO festgestellt werden (Abbildung 7.10). Betrachtet man das Spektrum der DEI-Zeitreihe (Abbildung 7.21), so lässt sich mit bloßem Auge ebenfalls keine verstärkte Anregung im QBO-Band erkennen. Eine vergrößerte Darstellung dieses Bandes zeigt Abbildung 11.2, jedoch ist auch hier keine verstärkte Anregung zu sehen.

Zur weiteren Analyse wurden in Abbildung 11.3 die jährlichen JFM-Zeitreihen von QBO und DEI direkt übereinander gelegt. Die QBO-Zeitreihe wurde dabei aus dem zonalen Wind der ERA40-Reanalyse in 70hPa bestimmt. Es wurde in zentraler Richtung über das gesamte DEI-Gebiet gemittelt. Die meridionale Ausdehnung wurde aber auf  $\pm 5^\circ$  beschränkt. Es wurde die 70hPa-Fläche ausgewählt, da sie die tiefste ist, in der die QBO noch deutlich hervortritt und somit am nächsten an der 370K-Fläche des DEI liegt.

Die Abbildung lässt ebenfalls keinen einfachen Zusammenhang zwischen DEI und QBO erkennen: Hohe DEI-Werte kommen sowohl zusammen mit starken Westwinden (etwa 1996), als auch mit starken Ostwinden (etwa 1971) vor. Treten zwei DEI-Peaks hintereinander auf, so findet ein Wechsel der QBO-Phase zwischen ih-

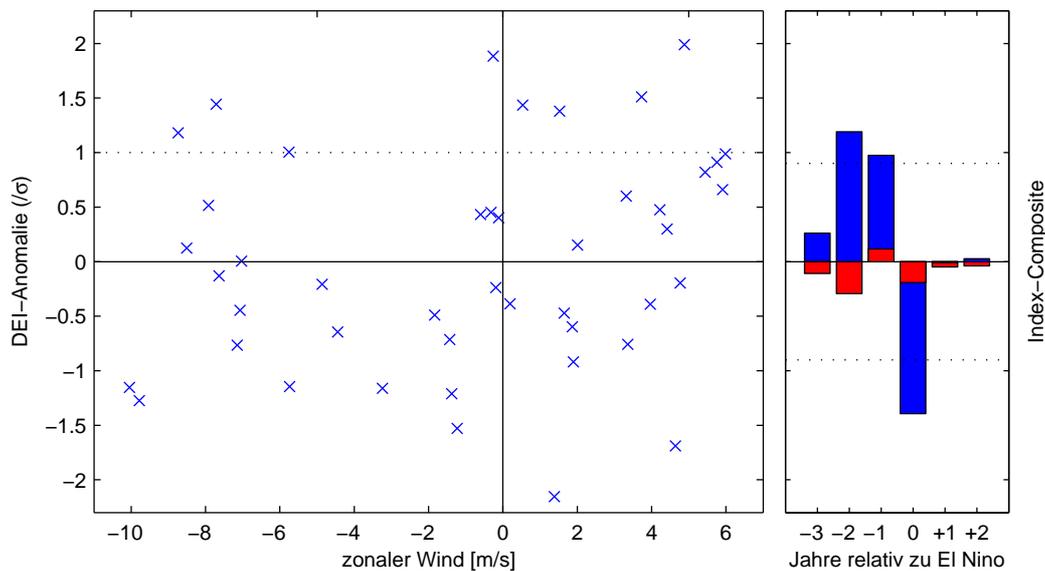


**Abbildung 11.3:** Aufgetragen ist die bekannte DEI-Zeitreihe (JFM, 0UT) zusammen mit der QBO. Bei den QBO-Werten handelt es sich ebenfalls um JFM-Werte des zonalen Winds in  $70hPa$ , gemittelt über  $100^{\circ}W$  bis  $260^{\circ}W$  und  $5^{\circ}S$  bis  $5^{\circ}N$ . Die DEI-Zeitreihe wurde gemäß der QBO-Phase eingefärbt (rot=west, blau=ost). Die QBO selbst ist durch grüne Kreise dargestellt.

nen statt. Der erste Peak fällt dabei in drei Fällen auf die Westphase (1981, 1989, 1996), in einem Fall auf die Ostphase (1971). Zur weiteren Untersuchung wurde aus den beiden Zeitreihen ein Scatter-Plot sowie das übliche El Niño-Composite erstellt (Abbildung 11.4). Der Scatter-Plot zeigt eine recht gleichmäßige Verteilung der Datenpunkte. Es fällt hier eine gewisse Häufung in der rechten oberen Ecke auf, das heißt positive DEI-Werte scheinen häufiger mit QBO-West verbunden zu sein. Bei den interessanten DEI-Werten über  $1\sigma$  bleibt das Bild jedoch uneinheitlich. Auch das Composite bestätigt diesen Eindruck: Weder im El Niño-Jahr selbst, noch in den Jahren davor lassen sich Besonderheiten im QBO-Index erkennen. Alle Ergebnisse sind mit der Nullhypothese, dass kein Zusammenhang besteht verträglich.

Ein Grund für den scheinbar nicht vorhandenen Einfluss der QBO auf den DEI könnte dessen Konstruktion als Differenz zweier Flächenintegrale sein. Der Einfluss der zonal isotropen QBO könnte daher bei der Differenzbildung herausfallen beziehungsweise unterdrückt werden: Hohe DEI-Werte sind verbunden mit einem verstärkten zonalen Ausströmen aus dem zentralen Hoch, was zu verstärkten Westwinden im Osten und verstärkten Ostwinden im Westen führt (Abbildung 9.7a). Je nach QBO-Phase ist dann jeweils in einem Gebiet die Scherspannung verstärkt, in dem anderen Gebiet abgeschwächt.

Modulationen der Tropopausenhöhe wurden oben ebenfalls als mögliche Einflussfaktoren der QBO genannt, da auch das Temperaturfeld der Stratosphäre quasi-biennale Oszillationen zeigt. Da der Stabilitätsparameter  $\partial\theta/\partial p$  außerdem näherungsweise quadratisch in den DEI eingeht (Gleichung 7.24), sollten sich solch Effekte



**Abbildung 11.4:** Scatter-Plot (links) und El Niño-Composite (rechts) der DEI- und QBO-Zeitreihen aus Abbildung 11.3.

der QBO auf dessen Amplitude auswirken und als erhöhte Anregung im QBO-Band sichtbar sein. Dies ist jedoch nicht der Fall (Abbildung 11.2).

Zusammenfassend scheint also ein direkter Einfluss der QBO auf den DEI nicht zu bestehen. Selbstverständlich sind Einflüsse in höheren Ordnungen dennoch denkbar, die mit den hier durchgeführten, einfachen Analysen nicht erfasst werden können. Allerdings scheint klar, dass die wesentlichen Eigenschaften der DEI-Zeitreihe, insbesondere das beobachtete prognostische Potenzial, mit großer Wahrscheinlichkeit nicht aus der Stratosphäre kommen können.

### 11.3 Madden-Julian Oszillation

Die Bedeutung von intrasaisonalen Variabilität, insbesondere auch der Madden-Julian-Oszillation (MJO) für das ENSO-Phänomen wurde und wird in der Meteorologie kontrovers diskutiert (Kapitel 6). In diesem Abschnitt soll eine mögliche Beziehung zwischen der MJO und dem DEI untersucht werden.

Die Madden-Julian Oszillation (Madden und Julian, 1972) ist die dominante Komponente der intrasaisonalen Variabilität in den Tropen. Sie beeinflusst jene Bereiche des Indischen und Pazifischen Ozeans, in denen die Wassertemperaturen hoch sind, also den Westpazifik und den Ostindik. In unregelmäßigen Perioden von etwa 30-90 Tagen verlagert sich das Zentrum der hochreichenden Konvektion vom maritimen Kontinent zunächst nach Osten bis in den Bereich des Ostpazifik. Dabei wird es gleichzeitig immer schwächer, während sich ein neues Konvektionszentrum über dem Ostindik aufbaut. Dieses wandert ebenfalls ostwärts und verstärkt sich dabei, bis es seinerseits den maritimen Kontinent erreicht und den Zyklus der MJO

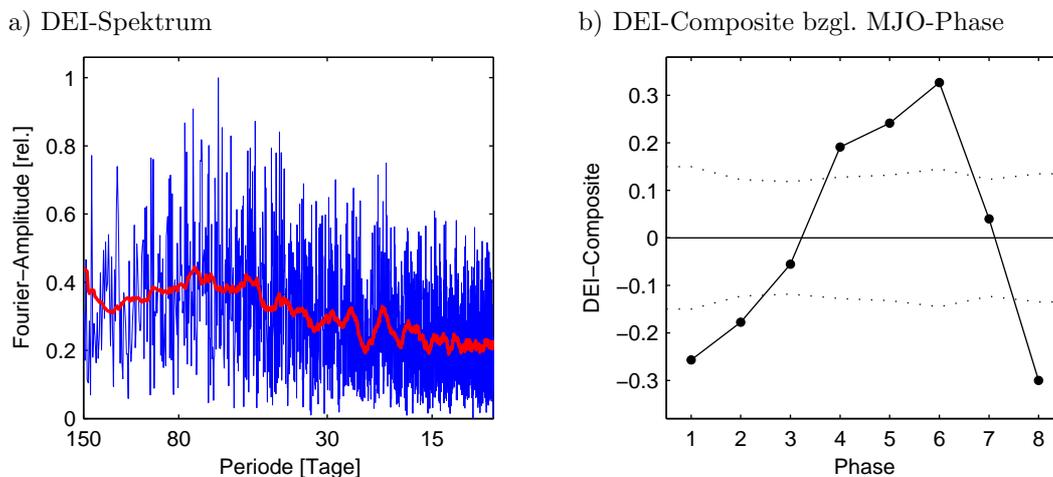
schließt. Einen umfassenden Überblick über diese Oszillation gibt z.B. Zhang (2005).

Die MJO lässt sich in fast allen Variablen der Tropen wiederfinden. Besonders deutlich zeigt sie sich z.B. im zonalen Wind am Erdboden. Dessen Verhältnis zum DEI wurde bereits untersucht (Abbildung 9.3). Diese Korrelationsanalysen scheinen aber im Hinblick auf die MJO nicht besonders geeignet, da sie auf monatlichen oder jährlichen Zeitreihen beruhen, die MJO jedoch eine Periodendauer von nur ca. 30-90 Tagen aufweist. Somit liegt in der für die DEI-Zeitreihe gewählten Jahreszeit (JFM) immer mindestens eine volle MJO-Periode.

Als Maß für die MJO kann der von Wheeler und Hendon (2004) entwickelte Index herangezogen werden: Dieser basiert auf einer EOF-Analyse des zonalen Windfelds in 850hPa und 200hPa sowie der abgehenden langwelligen Strahlung (OLR). Die Strahlungsdaten stammen aus Satellitenbeobachtungen, die Windfelder stammen aus der NCEP/NCAR-Reanalyse. Wheeler und Hendon stellen fest, dass die ersten beiden Hauptkomponenten dieser Variablen (im Folgenden RMM1 und RMM2 genannt) etwa die gleiche Varianz aufweisen und zusammen 25% der Gesamtvarianz erklären. Ihr Spektrum zeigt starke Anregungen im Bereich von 30-80 Tagen. Analog zu Real- und Imaginärteil in der komplexen Ebene werden RMM1 und RMM2 in einem rechtwinkligen Koordinatensystem übereinander aufgetragen, woraus sich Phase und Amplitude der MJO bestimmen lässt. Üblich ist, zwischen acht verschiedenen Phasen zu unterscheiden. Der Moment, in dem sich die Konvektion im Westen über dem Indischen Ozean aufzubauen beginnt wird als Phase 1 bezeichnet. Entsprechend liegt in Phase 4-5 das Konvektionszentrum über dem maritimen Kontinent. Der 1. Oktant im RMM1/RMM2-Diagramm entspricht Phase 5.

Um Zusammenhänge zwischen dem DEI und der MJO zu analysieren soll zunächst das Spektrum des DEI im Bereich der MJO-Zeitskala genauer betrachtet werden (Abbildung 11.5a). Es zeigt sich in der Tat eine verstärkte Anregung des DEI im Bereich zwischen 30 und 80 Tagen im Vergleich zu den unmittelbar benachbarten Frequenzen. Allerdings ist diese Verstärkung recht schwach ausgeprägt. Ein deutlicher, statistisch signifikanter Zusammenhang findet sich im DEI-Composite, eingeteilt nach MJO-Phasen (Abbildung 11.5b): Demnach zeigen sich während der MJO-Phasen 4, 5 und 6 signifikant höhere DEI-Werte, während der Phasen 8, 1 und 2 signifikant niedrigere. Diese Kopplung lässt sich anhand der Windanomalienmuster der oberen Troposphäre, die mit MJO und DEI verbunden sind leicht erklären: In den Phasen 4-6, wenn das Zentrum der verstärkten Konvektion über dem maritimen Kontinent und dem Westpazifik liegt, zeigen sich positive Anomalien des zonalen Winds in 200hPa östlich von etwa  $180^\circ$  und negative westlich davon (Hendon und Salby, 1994; Waliser et al., 2003; Wheeler und Hendon, 2004). Dies entspricht exakt der mit hohen DEI-Werten verbundenen Windanomalie in 100hPa (Abbildung 9.1b). Für die Phasen 8, 1 und 2 kehren sich die Verhältnisse gerade um. Hier liegt der Bereich verstärkter Konvektion im Indischen Ozean.

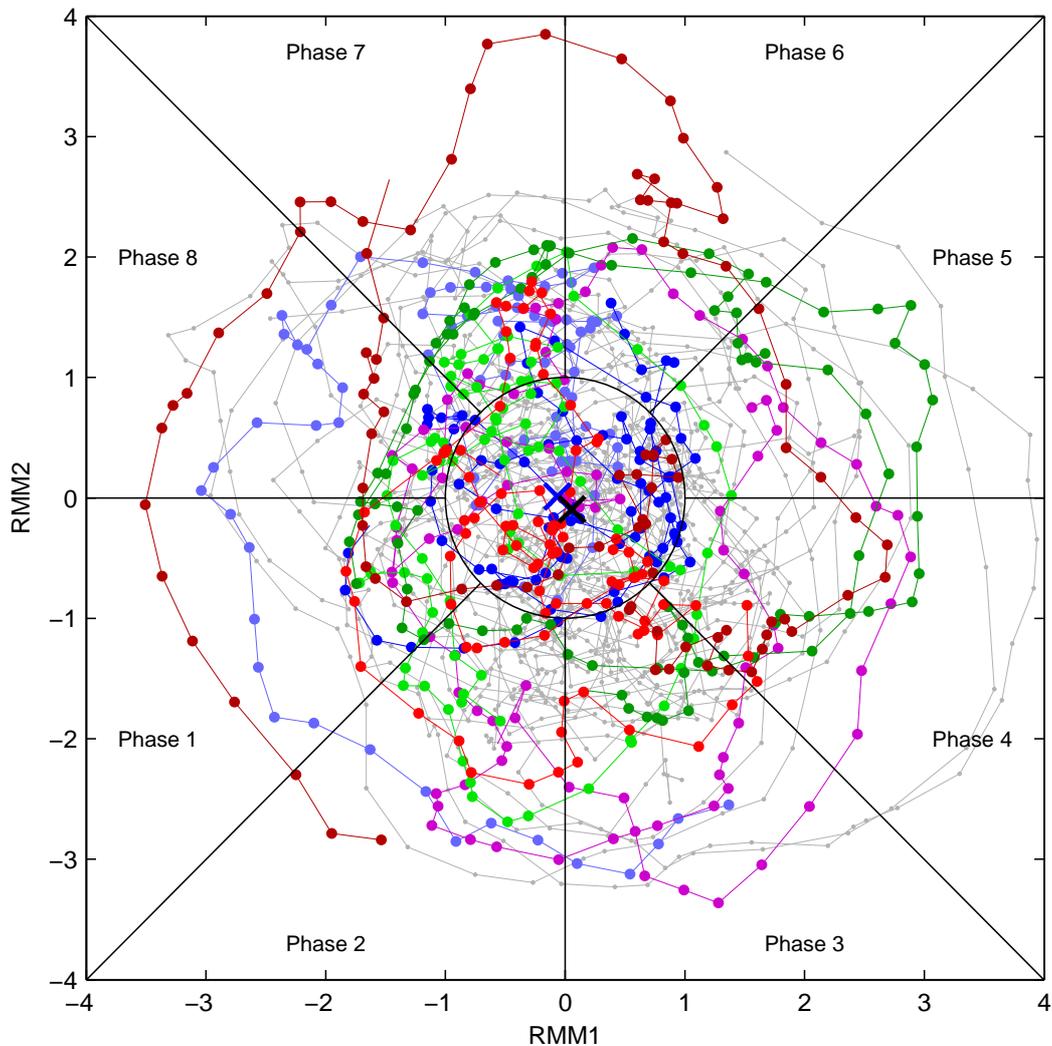
Obwohl diese Zusammenhänge zwischen der MJO und dem DEI statistisch hoch signifikant sind, so ist die mit der MJO verbundene Variabilität des DEI im Vergleich zu seiner Gesamtvariabilität eher gering. Hinzu kommt, dass stets mindestens ein voller MJO-Zyklus in der Jahreszeit JFM durchlaufen wird, sodass sich positive und



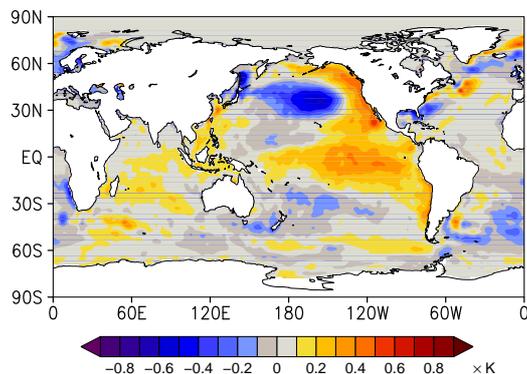
**Abbildung 11.5:** a) DEI-Spektrum im Bereich der MJO-Zeitskala (blau). Die rote Linie gibt den gleitenden Mittelwert aus 50 Datenpunkten an. b) Composite der täglichen Werte des DEI (1979-2002, JFM, 0UT) nach MJO-Phasen gemäß Wheeler und Hendon (2004). Die gestrichelten Linien markieren das 95%-Signifikanz-Niveau. Die üblichen El Niño-Jahre wurden entfernt.

negative Anomalien zum Großteil wieder aufheben. Ein Zusammenhang zwischen der MJO und den starken Anstiegen des DEI vor El Niño könnte aber z.B. dadurch entstehen, dass die Phase 4-6 der MJO besonders stark ausgeprägt sind oder dass die MJO besonders lange in diesen Phasen verweilt. Um dies zu untersuchen wurden tägliche Werte von RMM1 und RMM2 im Zeitraum von 1979 bis 2002 und für die Jahreszeit JFM in das (RMM1, RMM2)-Phasenraumdiagramm eingetragen (Abbildung 11.6). Es ist quasi analog zur Abbildung 7 in Wheeler und Hendon (2004). In diesem Diagramm wurden nun die Jahre, in denen der DEI Werte von über  $1\sigma$  erreichte farblich markiert, wobei jedem Jahr eine andere Farbe zugewiesen wurde. Zwei aufeinander folgende Jahre habe jeweils den gleichen Grundfarbton, wobei das spätere Jahr dunkler dargestellt ist.

Auf den ersten Blick scheinen die farbigen Datenpunkte recht gleichverteilt. Es fällt jedoch auf, dass unter diesen viele extreme MJO-Zyklen zu finden sind. Insbesondere im Jahr 1997 zeigen sich extreme Ausschläge der MJO von Phase 6 bis Phase 2. Diese Extrema und der darauffolgende schwere El Niño von 1997/98 ließen Spekulationen über mögliche Zusammenhänge zwischen der MJO beziehungsweise den mit ihr verbundenen Westerly Wind Bursts und ENSO entstehen (Abschnitt 6.2.2). Einen ähnlichen Verlauf findet man im Jahr 1981, der El Niño ereignete sich hier jedoch erst ein Jahr später. In den Jahren 1986 und 1989 findet man recht große Ausschläge der MJO in den Phasen 3 bis 5. Eine Bevorzugung der Phasen 4-6, wie es die Composites nahelegen, ist jedoch generell nicht zu finden. Im Gegenteil: Der Schwerpunkt der farbigen Datenpunkte ist gegenüber dem Schwerpunkt aller Datenpunkte nach links-oben in Richtung Phase 8 verschoben, jener Phase, die im Composite am stärksten mit negativen Ausschlägen verknüpft ist.



**Abbildung 11.6:** (RMM1,RMM2)-Phasenraum-Punkte für alle Tage der JFM-Jahreszeit von 1979 bis 2002, ausgenommen El Niño-Jahre. Punkte in Jahren mit DEI-Werten über  $1\sigma$  sind farbig dargestellt. In einzelnen sind dies: 1981 (hellblau), 1982 (dunkelblau), 1986 (violett), 1989 (hellgrün), 1990 (dunkelgrün), 1996 (hellrot) und 1997 (dunkelrot). Das blaue Kreuz im Zentrum markiert den Schwerpunkt der farbigen Datenpunkte, das schwarze Kreuz den Schwerpunkt aller Datenpunkte.

**Abbildung 11.7:**

Anomalie-Composite der SSTs bei positivem PDO-Index für den Nordwinter (JFM) und die ERA40-Periode.

Unter diesem Blickwinkel erscheint ein Zusammenhang zwischen starken DEI-Ausschlägen vor El Niño und der MJO unwahrscheinlich. Der DEI wird zwar signifikant von der MJO moduliert, innerhalb einer Jahreszeit heben sich diese Einflüsse wegen der hohen Frequenz der MJO allerdings auf und können nicht für starke saisonale Anstiege des DEI verantwortlich gemacht werden.

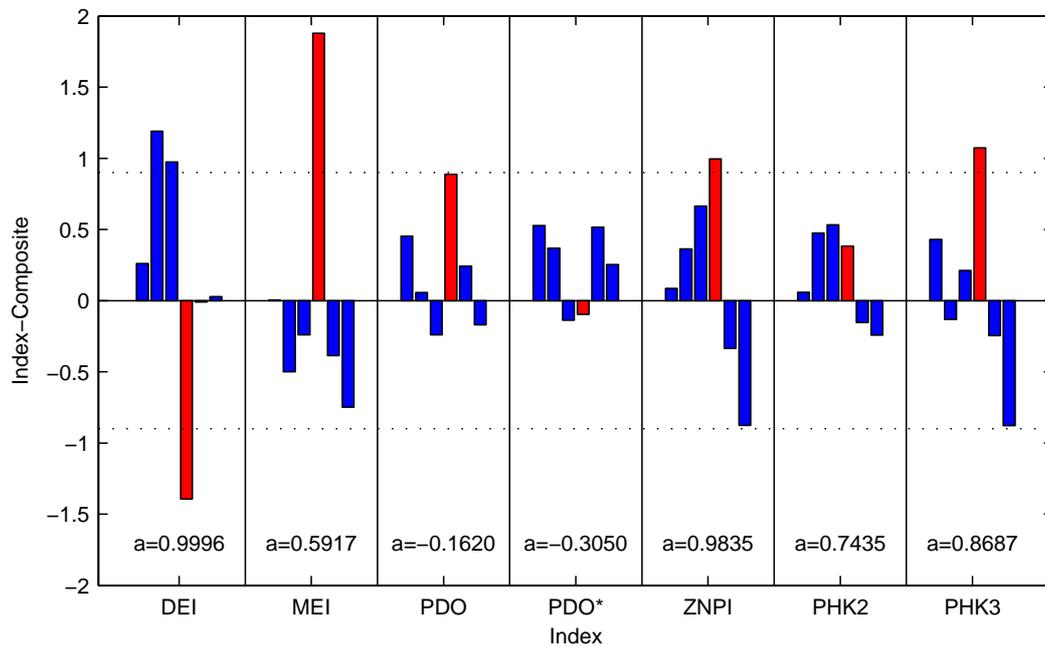
## 11.4 Pazifische Dekadische Oszillation

Die Pazifische Dekadische Oszillation (PDO) wurde zuerst von Mantua et al. (1997) beschrieben als ein beständiges Muster ozeanischer und atmosphärischer Klimavariabilität über dem Nordpazifik der mittleren Breiten. Die Autoren führten eine Hauptkomponenten-Analyse der monatlichen nordpazifischen SST-Anomalien (nördlich von 20°N) durch und definierten die erste Hauptkomponente als PDO-Index. Dieser zeigt insbesondere irreguläre Variationen auf jährlichen bis hin zu dekadischen Zeitskalen.

Untersuchungen der SSTs des gesamten 20. Jahrhunderts ergaben eine Periodendauer der PDO von etwa 15-25 Jahren. Dieser Oszillation ist möglicherweise eine weitere, 50-70 jährige Oszillation überlagert (Mantua und Hare, 2002). Demnach gab es nur zwei vollständige PDO-Zyklen im 20. Jahrhundert: Kalte PDO-Bedingungen bestanden von 1890-1924 und von 1947-1976, während von 1925-1946 und von 1977 bis etwa zur Jahrtausendwende warme Bedingungen vorherrschten.

Neben Auswirkungen auf die Fischbestände vor Alaska und der amerikanischen Westküste (Mantua et al., 1997) sind Zustandsänderungen der PDO vor allem in Nordamerika zu spüren (Mantua, 1999): Die Warmphase der PDO führt beispielsweise im Westen der USA zu wärmeren Wintern mit weniger Niederschlag, während sich im Südosten umgekehrte Anomalien zeigen. Abbildung 11.7 zeigt ein Composite der mit der PDO-Warmphase verbundenen SST-Anomalien im Pazifik.

Neben diesen Telekonnectionen findet man enge Wechselbeziehungen auch zu ENSO: Nach Newman et al. (2003) besteht eine Verbindung zwischen der PDO und ENSO auf allen Zeitskalen, wobei sich der PDO-Index zu großen Teilen durch ein einfaches, statistisches Modell beschreiben lässt. Danach setzt sich dieser zusammen aus einem Persistenzterm (PDO-Index vom Vorjahr), einem simultanen ENSO-



**Abbildung 11.8:** El Niño-Composites analog zu Abbildung 7.5b für fünf verschiedene Indizes (siehe Text). Zur besseren Übersicht ist das El Niño-Jahr selbst rot markiert. Am unteren Rand der Abbildung ist außerdem der Asymmetrieparameter  $a$  (7.4) angegeben.

Term und weißem Rauschen. Unter diesem Blickwinkel ist die dekadische Variabilität im Nordpazifik in erster Linie eine Folge der entsprechenden dekadischen Variabilität von ENSO. Allerdings gibt es umgekehrt auch Anzeichen für Einflüsse ozeanischer und atmosphärischer Variabilität im Nordpazifik auf ENSO, zum Beispiel bei Vimont et al. (2003).

Es wurde bereits erwähnt, dass die SST-Muster der positiven PDO-Phase (Abbildung 11.7) und die SST-Composites (10.1) insbesondere über dem Nordpazifik sehr ähnlich sind: Die ovale, negative Anomalie über dem zentralen Nordpazifik, welche halbmondartig von einer positiven Anomalie umgeben ist, findet sich übereinstimmend in allen Composites. Es soll daher im folgenden Abschnitt zum Abschluss dieser Arbeit untersucht werden, ob mit der PDO verbundene SST-Variationen im Nordpazifik in Verbindung mit den beschriebenen Eigenschaften des DEI gebracht werden können. Dazu kann zunächst wie üblich ein El Niño-Composite des PDO-Index betrachtet werden (Abbildung 11.8). Hier ist zwar der ENSO-Anteil der PDO klar zu erkennen, aber sowohl vor als auch nach El Niño finden sich unauffällige Werte. Entsprechend ist keine nennenswerte Asymmetrie zu erkennen. Der Parameter  $a$  ergibt sich zu  $-0,16$  und hat damit nicht einmal das zu den Abbildungen 10.1 passende Vorzeichen.

Eine mögliche Erklärung für dieses negative Ergebnis könnte der simultane ENSO-Anteil sein, der im PDO-Index enthalten ist. Um ihn vom ENSO-Term zu

isolieren, soll eine lineare Dekorrelation mit dem MEI durchgeführt werden. Sei also

$$\text{PDO}^*(t) := \text{PDO}(t) + \alpha \text{MEI}(t) \quad (11.1)$$

ein modifizierter PDO-Index mit der Zeit  $t$  in Jahren und wie üblich normierten und standardisierten JFM-Zeitreihen. Der Parameter  $\alpha$  wird nun so bestimmt, dass die Korrelation zwischen  $\text{PDO}^*$  und MEI für die ERA40-Periode Null wird. Dies ist bei  $\alpha = -0,52$  der Fall, was dem Wert von Newman et al. (2003) ungefähr entspricht. Im El Niño-Composite zeigt sich die ENSO-Dekorrelation des modifizierten PDO-Index im Vergleich zur originalen PDO deutlich: Während eines El Niño-Jahres liegt der Wert nun fast bei Null. Auch die Asymmetrie ist etwas größer geworden, die Veränderung geht jedoch in die falsche Richtung. Sie ist durch den negativen Wert für  $\alpha$ , also die negative Korrelation zwischen PDO und MEI sowie durch die leichte, positive Asymmetrie des MEI zu erklären. Die Diskrepanz zu den Abbildungen 10.1 ist also nach der ENSO-Dekorrelation scheinbar noch etwas größer geworden.

Sieht man sich aber das PDO-Muster (Abbildung 11.7) und die Composite-Differenzen (Abbildung 10.1) etwas genauer an, so stellt man fest, dass die negativen Bereiche, die sich jeweils über dem zentralen Nordpazifik finden räumlich gegeneinander verschoben sind: Bei dem PDO-Muster liegt dieser Bereich etwas weiter im Osten und Norden. Ob dieser Unterschied relevant ist kann ein SST-Index zeigen, der im Zentrum der negativen Struktur der Composite-Differenz aus Abbildung 10.1b angesiedelt werden soll. Er soll die Bezeichnung ZNPI erhalten (Zentral-Nordpazifik-Index) und sei die Zeitreihe der mittleren SSTs von  $190^\circ\text{O}$ - $200^\circ\text{O}$  und  $25^\circ\text{N}$ - $35^\circ\text{N}$ , multipliziert mit  $-1$ .

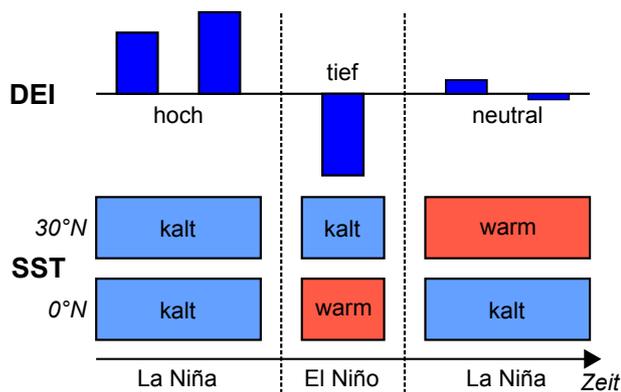
Die Abbildung 11.8 bestätigt, dass sich die El Niño-Composites dieses Index deutlich von denen des PDO-Index und des modifizierten PDO-Index unterscheiden. Auch die Asymmetrie ist nun sehr deutlich ausgeprägt und statistisch signifikant. Verschiebt man allerdings das kleine Gebiet des ZNPI um nur  $10^\circ$  nach Osten und  $5^\circ$  nach Norden, so sinkt die Asymmetrie deutlich auf nichtsignifikante  $0,42$ , bei gleichzeitig steigender Korrelation zum PDO-Index von  $0,60$  auf  $0,85$ . Daraus wird deutlich, dass die Muster zwar ähnlich sind und räumlich nahe beieinander liegen, dass aber nicht die PDO als Ganzes, sondern insbesondere eine Temperaturanomale im zentralen Nordpazifik mit dem DEI in Verbindung gebracht werden kann.

Aus diesem Grund erscheint es naheliegend, noch weitere Hauptkomponenten der nordpazifischen SSTs zu betrachten. Da die höheren Hauptkomponenten der PDO nicht erhältlich sind, musste die Hauptkomponentenanalyse selbst durchgeführt werden. Die PDO musste also „nachgebaut“ werden. Dies gelang mit einer Korrelation von  $0,95$  (JFM-Zeitreihen). Unterschiede sind vermutlich auf verschiedene SST-Datensätze zurückzuführen. Hier wurde wie schon in Abschnitt 10.3 der erweiterte SST-Datensatz der NOAA (Smith et al., 2008) verwendet.

Die El Niño-Composites der so gewonnenen zweiten und dritten Hauptkomponente (im Folgenden als PHK2 und PHK3 bezeichnet) sind ebenfalls in Abbildung 11.8 dargestellt. Die Asymmetrie-Werte verfehlen zwar knapp das Signifikanzniveau, sind aber deutlich höher als bei der ersten Hauptkomponente (dem PDO-Index). Ein Vergleich der zweiten und dritten Hauptkomponente mit dem ZNPI zeigt außerdem, dass letzterer von den ersten beiden maßgeblich bestimmt wird.

	PDO	PDO*	ZNPI	PHK2	PHK3
ERA40	0.13 (19)	-0.17 (23)	1.67 (97)	1.14 (95)	1.36 (99)
NCEP	-0.69 (80)	-0.73 (84)	-1.63 (95)	-1.37 (97)	-0.12 (16)
CFSR	-0.51 (59)	-0.45 (54)	-1.09 (72)	-0.16 (16)	-0.21 (23)
JRA-25	-0.41 (44)	-0.77 (68)	-0.80 (52)	-0.19 (17)	-0.73 (66)

**Tabelle 11.1:** Composite-Differenzen verschiedener Indizes (Spalten) bezüglich der Methode 2 aus Abschnitt 10.1 anhand des GEI der vier verschiedenen Reanalysen (Zeilen) von 1979 bis 2002. Alle Indizes wurden zuvor normiert und standardisiert. Die Zahl in Klammern gibt das Signifikanz-Niveau in Prozent an.



**Abbildung 11.9:**

Schematische Darstellung des Zusammenhangs zwischen pazifischen SST-Bedingungen und dem DEI.

Auch im Vergleich von ERA40 mit den anderen Reanalysen wird die Bedeutung der höheren Hauptkomponenten für den DEI beziehungsweise den GEI deutlich: Für die Indizes der Abbildung 11.8 wurden die Composite-Differenzen gemäß der Methode 2 aus Abschnitt 10.1 anhand des GEI für weitere Reanalysen berechnet (Tabelle 11.1). Zunächst zeigen sich wie erwartet positive, signifikante Werte bei der ERA40-Reanalyse und den Indizes ZNPI, PHK2 und PHK3. Daneben findet man, in Übereinstimmung zu den Abbildungen 10.4, bei ERA40 eine zu den anderen drei Reanalysen umgekehrte Reaktion auf diese Indizes: ERA40 zeigt durchgehend signifikante, positive Werte. Die NCEP-Reanalyse weist ebenfalls signifikante Werte für ZNPI und PHK2 auf, die allerdings negativ sind. CFSR und JRA-25 reagieren ebenfalls negativ und nicht signifikant. Es fällt außerdem auf, dass die Unterschiede in Bezug auf die 1. Hauptkomponente der SSTs (PDO und PDO\*) deutlich kleiner sind.

Aufgrund dieser Untersuchungen scheint nun weitgehend klar, wodurch die hohen DEI-Werte der ERA40-Reanalyse entstehen (Abbildung 11.9): Sie ergeben sich durch gleichzeitiges Auftreten von Kaltanomalien im Ostpazifik (La Niña) und im zentralen Nordpazifik. Der folgende El Niño bewirkt nun zum einen über die in Abschnitt 6.2.1 beschriebenen Rückkopplungen, dass sich der Ostpazifik ein Jahr später in der Regel wieder in einem Kaltzustand befindet. Im Nordpazifik hingegen bleiben die Spuren des El Niño deutlich länger bestehen und führen dort zu signifikant höheren Temperaturen als vorher (Abbildung 10.1a). Bei den anderen Reanalysen finden sich nun einerseits stärkere Reaktionen des GEI auf die tropischen SSTs, dafür weniger starke und umgekehrte Reaktionen auf die nordpazifischen SSTs, was die

Unterschiede zu ERA40 und das Fehlen eines prognostischen Potenzials erklärt.

Offen bleibt allerdings, welche atmosphärischen Prozesse die SST-Information vom Nordpazifik in die tropische Tropopause bringen und vor allem, ob diese Prozesse in der Natur tatsächlich zu finden sind. Damit in Zusammenhang steht auch die generelle Frage nach Einflüssen außertropischer Variabilität auf ENSO. In der Literatur sind einige Anknüpfungspunkte für weitere Forschungsarbeiten zu finden: So beschreibt beispielsweise Sun et al. (2004) einen verstärkenden Effekt auf El Niño durch subtropische Abkühlung mittels eines „Ozean-Tunnels“. Matei et al. (2008) fanden über die Atmosphäre vermittelte Wechselwirkungen zwischen ENSO und den Subtropen, allerdings deutlich stärker auf der Südhalbkugel. Einen sehr interessanten Beitrag liefern auch Vimont et al. (2003): Sie beschreiben einen „Seasonalen Footprinting“-Mechanismus (SFM), durch den die mittleren Breiten, insbesondere der Nordpazifik, ENSO effektiv beeinflussen könnten.



## Kapitel 12

# Zusammenfassung, Diskussion und Ausblick (Teil II)

Im zweiten Teil dieser Arbeit wurden die in Teil I berechneten DSI-Felder im Hinblick auf eine mit ENSO in Verbindung stehende Variabilität hin untersucht, die besonders deutlich auf der 370K-Fläche beobachtet werden konnte: Die Klimatologie des DSI-Felds im Nordwinter (JFM) und um 0UT zeigte eine markante Dipolstruktur entlang des Äquators mit positiven Werten über dem maritimen Kontinent und Westpazifik und negativen Werten über dem Zentral- und Ostpazifik (Abbildung 7.2). Um die zeitliche Variation dieses Dipols zu untersuchen, wurde jeweils über das positive und negative Gebiet integriert und anschließend die Differenz gebildet. Die so entstandene Zeitreihe wurde als Dynamischer ENSO-Index (DEI) bezeichnet.

Dieser Index zeigte ein deutliches ENSO-Signal: Die jährliche Nordwinter-Zeitreihe (JFM) ist stark antikorreliert mit ENSO-Standardindizes. Die größten Werte und die größte Varianz finden sich ebenfalls in dieser Jahreszeit. El Niño-Ereignisse schwächen die Ausprägung des DSI-Dipols ab und lassen den Wert des DEI entsprechend absinken. Besonders bemerkenswert an der DEI-Zeitreihe sind jedoch starke Anstiege ein bis drei Jahre vor jedem stärkeren El Niño-Ereignis in der ERA40-Periode (Abbildung 7.5). Insbesondere vor den beiden „Jahrhundert“-El Niños von 1982/83 und 1997/98 konnten sehr hohe DEI-Werte festgestellt werden. Teil II dieser Arbeit handelt davon, dieses Ergebnis näher zu untersuchen und zu bewerten.

Eine statistische Analyse konnte zunächst zeigen, dass die DEI-Werte, insbesondere bei jährlichen Zeitreihen, in guter Näherung einer Gaußverteilung genügen. Anschließend wurden räumliche und zeitliche Eigenschaften des Index betrachtet. Die 370K-Isentrope, auf welcher dieser berechnet wurde, liegt in einer Höhe von rund 16km und konnte weder eindeutig der Troposphäre, noch der Stratosphäre zugeordnet werden. Legt man die Definition der WMO zugrunde, so verläuft die mittlere Tropopause von West nach Ost ansteigend mitten durch das DEI-Gebiet. Korrelationen mit entsprechenden Indizes in benachbarten Flächen nehmen schnell ab, insbesondere, wenn die El Niño-Jahre selbst aus den Zeitreihen herausgenommen werden. Autokorrelationen mit vergangenen und zukünftigen Jahreszeiten nehmen

ebenfalls schnell ab und sind ab drei Jahreszeiten nicht mehr signifikant von Null verschieden. Korrelationen der JFM-Zeitreihe um 0UT zu den anderen drei synoptischen Terminen liefern sehr hohe Werte zu 12UT, jedoch wesentlich geringere zu 6UT und vor allem 18UT. Sie geben Hinweise auf eine semidiurnale Oszillation. Die im Druckfeld dominierende, wandernde solare Gezeitenwelle der Wellenzahl zwei (S2) konnte als Ursache hierfür identifiziert werden: Sie liegt zu den Hauptterminen konstruktiv, zu den Nebenterminen destruktiv zum DEI-Gebiet. Daher heben sich im letzteren Fall die ENSO-Variationen zum Teil heraus. Insgesamt sind die beschriebenen Eigenschaften des DEI, insbesondere sein prognostisches Potenzial, also auf einen räumlich und zeitlich engen Bereich beschränkt.

Aufgrund systematischer Unterschiede der DEI-Zeitreihen von ERA40 und ERA-Interim sowie der operationellen Analysen ab Ende 2007 gelang es leider nicht, den DEI über das Ende von ERA40 in 2002 hinaus konsistent fortsetzen. Dies machte es leider auch unmöglich, das beschriebene prognostische Potenzial praktisch zu nutzen.

Um hinter den beobachteten Phänomenen stehende Prozesse identifizieren zu können und um Vergleiche über die ERA40-Reanalyse hinaus zu ermöglichen, wurden Näherungen des DEI abgeleitet. Diese sollten möglichst einfach sein und möglichst wenige Felder beinhalten, aber dennoch vor allem das prognostische Potenzial der ursprünglichen Zeitreihe wiedergeben. Eine Reihe von quantitativen Vergleichsparametern wurde zu diesem Zweck definiert, die dann für sieben verschiedene Näherungen ausgewertet wurden. Es stellte sich heraus, dass insbesondere ein sehr einfacher Index anhand des 100hPa-Geopotenzialfeldes die ursprüngliche DEI-Zeitreihe befriedigend wiedergeben kann. Dieser Index beschreibt in etwa die zweite Ableitung (Krümmung) des Geopotenzials in zonaler Richtung bei  $170^{\circ}\text{O}$  am Äquator und wurde als Geopotenzieller ENSO-Index (GEI) bezeichnet.

Für vier weitere Reanalysen (ERA-Interim, NCEP/NCAR, CFSR und JRA-25) wurde der GEI berechnet und mit der ERA40-Reanalyse verglichen. Dabei stellte sich heraus, dass die beschriebenen prognostischen Eigenschaften ausschließlich bei der ERA40-Reanalyse zu finden sind. In einigen Parametern zeigte ERA-Interim zwar ähnliche Werte, wegen des kurzen Überlapp-Zeitraums zu ERA40 ist eine endgültige Bewertung jedoch schwierig. Die verbleibenden drei Reanalysen waren bezüglich des GEI stärker an die ENSO-Indizes und damit an die äquatorialen SSTs gekoppelt. Sie zeigten keinerlei prognostisches Potenzial.

Die 20C3M-Läufe des ECHAM5/MPI-OM-Modells, die für den vierten Assessment-Report (AR4) des IPCC erstellt worden waren, konnten ebenfalls in den Vergleich mit einbezogen werden. Auch hier fanden sich keine Hinweise auf Vorhersagepotenzial. Für weitere, im AR4 zusammengestellte Klimamodelle konnten die erforderlichen Daten für obigen Vergleich nicht beschafft werden. Für diese wurde daher, zusammen mit den Reanalysen und dem ECHAM-Modell, ein Vergleich anhand der Geopotenzialfelder in 850, 500 und 200hPa durchgeführt. Dabei wurde mit Hilfe einer Hauptkomponentenanalyse untersucht, wie stark die Kopplung des Geopotenzials an die SSTs generell ist und wie diese Kopplung mit der Höhe variiert. Es wurden große Streuungen festgestellt, insbesondere auch unter den Reanalysen. Dies ist ein Hinweis, dass insbesondere in höheren Schichten die Reanalysen nur schwach

an die (wenigen) Beobachtungen gebunden werden und weitgehend ungestört ein Modellklima entwickeln können. Auch „Verwandschaften“ unter den Modellen waren erkennbar (ERA40/ECHAM, NCEP/CFRSR) und bestätigten diese Vermutung.

Im Anschluss wurde nach weiteren Ursachen für das Zustandekommen hoher DEI-Werte innerhalb der ERA40-Reanalyse und darüber hinaus gesucht. Die zentrale Frage dabei war, wie der DEI mit anderen meteorologischen Feldern außerhalb der Tropopause zusammenhängt. Dazu wurden Korrelationen und Composite-Differenzen betrachtet. Entsprechend der bisherigen Erkenntnisse konnten zunächst hohe Korrelationen zwischen dem DEI und der Druckverteilung der hohen tropischen Tropopause festgestellt werden. Hohe DEI-Werte sind demnach verbunden mit verstärkten Differenzen zwischen einem Hoch über dem zentralen Pazifik relativ zu zwei Tiefs westlich und östlich davon über dem maritimen Kontinent und dem Ostpazifik. Das zonale Windfeld folgt dieser Druckverteilung und weht verstärkt aus dem Hoch in die Tiefs. Auch an der Erdoberfläche lassen sich hohe Korrelationen zum Zonalwind finden. Dieser weht verstärkt aus Ost bei hohem DEI. Gleichzeitig findet man verstärktes großflächiges Absinken über dem Zentralpazifik, verbunden mit geringerer hoher und mittlerer Bewölkung und einer Verstärkung des Bodenwärmestroms in den Pazifik.

Basierend auf den Korrelationsfeldern, die im Wesentlichen den La Niña-Strömungsmustern entsprechen, wurde aufbauend auf Sun (2003) eine erweiterte Heat-Pump-Hypothese aufgestellt (Abbildung 9.10): Nach dieser sind La Niña-Zustände in Ozean und Atmosphäre zwar eng miteinander verbunden, können aber unterschiedlich stark ausgeprägt sein. Vor einem El Niño ist vor allem das atmosphärische La Niña stark, nach dem El Niño vor allem das ozeanische. Führt man die Korrelationen allerdings erneut mit dem SOI anstelle des DEI durch, so ergeben sich ähnliche, in der Regel sogar stärkere Zusammenhänge, obwohl der SOI kein entsprechendes Vorhersagepotenzial und keine nennenswerte Asymmetrie bezüglich El Niño aufweist. Die Korrelationen meteorologischer Variablen mit dem DEI sind also im Wesentlichen durch dessen Korrelation mit ENSO zu erklären.

Um Prozesse hinter dieser ENSO-Korrelation aufzuspüren, wurden anschließend Composite-Differenzen berechnet und auf statistische Signifikanz hin untersucht. Die Differenzen wurden aus dem Mittelwert aller Jahre mit hohen DEI-Werten und dem Mittelwert aller Jahre mit La Niña-artigen Bedingungen ohne hohe DEI-Werte gebildet. Es wurde gezeigt, dass damit der ENSO-Einfluss weitgehend beseitigt werden kann. Diese Composite-Differenzen der oben untersuchten Felder zeigten wie vermutet ein etwas anderes Bild als die Korrelationen. So konnte z.B. nur noch eine leichte Verstärkung des äquatorialen Bodenwärmestroms östlich von etwa  $180^\circ$  festgestellt werden. Dafür eine starke Verringerung desselben in den nördlichen Subtropen bei etwa  $30^\circ\text{N}$ . Im gleichen Bereich ergaben sich stark negative und signifikante Differenzen in den SSTs, umgeben von einem halbmondförmigen Bereich positiver Differenzen im Norden, Osten und Süden. Diese Struktur ähnelt dem räumlichen Muster der Pazifischen Dekadischen Oszillation (PDO).

Ersetzt man erneut den DEI durch den GEI, so sind auch Vergleiche mit den anderen Reanalysen anhand der Composite-Differenzen möglich. Diese ergaben ent-

scheidende Unterschiede zu ERA40: Mit Ausnahme von ERA-Interim zeigten die drei anderen Reanalysen ein entgegengesetztes Muster in den nordpazifischen SSTs. Vor allem NCEP wies stark entgegengesetzte Differenzen auf, die signifikant waren. Die Differenzen von CFSR und JRA-25 blieben unterhalb des Signifikanzniveaus. Damit konnten unterschiedliche Reaktionen der Reanalyse-Modelle auf die SSTs, insbesondere am Äquator und im Nordpazifik als wahrscheinliche Ursache für die Unterschiede in den GEI-Zeitreihen identifiziert werden. In ERA40 erscheint die Atmosphäre der tropischen Tropopause schwächer an die ENSO-SSTs und stärker an die nordpazifischen SSTs gekoppelt zu sein. Im NCEP-Modell ist es ähnlich, jedoch reagiert dieses umgekehrt auf die nordpazifischen Variationen. CFSR und JRA-25 zeigen wesentlich stärkere ENSO-Kopplungen und werden entsprechend weniger vom Nordpazifik beeinflusst.

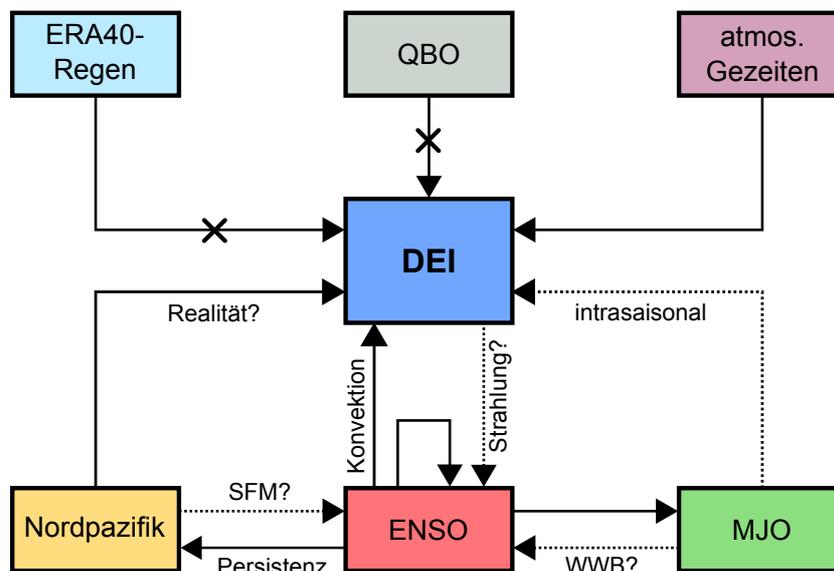
Zum Abschluss der Arbeit wurden noch einige ausgewählte Phänomene gesondert untersucht; zunächst die Frage, ob die starken DEI-Ausschläge in Verbindung mit einer Schwachstelle in der Feuchteassimilation der ERA40-Reanalyse stehen. Diese äußert sich vor allem in übermäßigem Niederschlag über den tropischen Ozeanen. Ein Vergleich der Composite-Differenzen des ERA40-Niederschlags mit dem GPCP-Niederschlag erbrachte aber außer generell höheren Amplituden keine besonderen Auffälligkeiten. Eine kurze Analyse möglicher Zusammenhänge zur Stratosphäre, insbesondere zur Quasi-Biennalen Oszillation (QBO), wurde im Anschluss durchgeführt. Einfache Beziehungen ergaben sich dabei nicht. Es wurde dargelegt, dass selbst eventuell vorhandene Einflüsse der QBO auf die Troposphäre im DEI heraus fallen, bedingt durch dessen Definition als Differenz.

Um die Frage nach der Bedeutung hochfrequenter atmosphärischer Variationen für ENSO aufzugreifen, wurde untersucht, ob ein Zusammenhang zwischen der Madden-Julian Oszillation (MJO) und dem DEI besteht. Ein solcher konnte eindeutig nachgewiesen werden, sowohl im Spektrum des DEI, als auch in MJO-Phasen Composites. Demnach treten in der MJO-Phase sechs, in welcher das Zentrum der Konvektion über dem Westpazifik liegt, tendenziell die höchsten DEI-Werte auf. Allerdings führt die Kürze der MJO-Periode dazu, dass sich die Einflüsse während einer Jahreszeit weitgehend aufheben.

Als letzter Punkt wurde das Verhältnis von DEI und PDO analysiert. Oben beschriebene Composite-Muster hatten einen Zusammenhang nahegelegt. Im PDO-Index selbst konnte jedoch kein signifikanter Zusammenhang zu den DEI-Eigenschaften hergestellt werden, insbesondere wies dieser keine nennenswerte Asymmetrie auf. Dafür fanden sich solche Zusammenhänge in Variationen höherer Ordnung (insbesondere in der zweiten und dritten Hauptkomponente der nordpazifischen SSTs) sowie in einem Teilbereich des zentralen Nordpazifiks.

Abbildung 12.1 fasst die untersuchten Wechselbeziehung zwischen dem DEI und dem Klimasystem schematisch zusammen. Hieraus ergeben sich zahlreiche Ansatzpunkte für weitergehende Forschungsarbeiten, die im Folgenden diskutiert werden sollen.

Die entscheidende Frage scheint dabei zu sein, inwiefern die in ERA40 beobachteten Variationen des DSI oder auch des Geopotenzials Realität sind oder nicht.



**Abbildung 12.1:** Schema über die in dieser Arbeit untersuchten Wechselbeziehungen des DEI. Durchgestrichene Pfeile bedeuten, dass ein Zusammenhang unwahrscheinlich ist.

Eine einfache und schnelle Beantwortung dieser Frage ist im Moment nicht möglich. Aus dem Blickwinkel der negativen Ergebnisse der anderen Reanalysen bezüglich des Vorhersagepotenzials erscheinen die ERA40-Ergebnisse eher unrealistisch. Allerdings sind die ECMWF-Modelle nachweislich von hoher Qualität und zählen im Bereich der Wettervorhersage zu den besten weltweit. Vergleiche mit moderneren ECMWF-Modellversionen wären daher wünschenswert, sind im Moment aber schwierig: Die ERA-Interim-Reanalyse liefert zwar teilweise ähnliche Vergleichsparameter, erscheint aber zu kurz für eine abschließende Beurteilung. Zukünftige Reanalyseprojekte des ECMWF könnten bald hierüber Klarheit bringen.

Auch unabhängig davon legen die Untersuchungen einen möglichen Einfluss der Subtropen, insbesondere des Nordpazifik, auf ENSO nahe. Solche Effekte können durchaus Realität sein, auch wenn sie vom Modell nur teilweise richtig wiedergegeben werden. Sollten zukünftige Reanalysen die hier beschriebenen Eigenschaften der DEI-Zeitreihe widerlegen, so könnten diese dennoch ein (falscher) Teilaspekt eines realen Prozesses sein. Zahlreiche mögliche Einflüsse der Subtropen auf ENSO sind bereits in der Literatur beschrieben worden. Ein zu dem hier beschriebenen Phänomen gut passender Ansatz könnte der Seasonal Footprinting-Mechanismus (SFM) sein (Vimont et al., 2003). Danach wirken SST-Anomalien im Nordpazifik, die durch atmosphärische Variabilität im Zusammenhang mit der Nordpazifischen Oszillation (NPO) entstehen, verstärkend auf El Niño zurück. Diese Anomalien stimmen räumlich gut mit den hier gezeigten Composite-Differenzen überein (Abbildung 10.1b). Ein möglicher Mechanismus für eine solche Wechselwirkung könnte die im Rahmen der erweiterten Heat-Pump-Hypothese beschriebene erhöhte Einstrahlung über dem

äquatorialen Pazifik sein. Klare Indizien dafür konnten allerdings in den ERA40-Daten nicht gefunden werden.

Außerdem konnte gezeigt werden, dass die Symmetrie der Kaltphasen vor und nach El Niño im Nordpazifik gebrochen wird: Im Anschluss an El Niño ist der zentrale Nordpazifik signifikant wärmer als vorher (Abbildung 10.1). Diese Asymmetrie ist sehr wahrscheinlich für die entsprechende Asymmetrie im DEI verantwortlich. Außertropische Einflüsse auf ENSO könnten so eine regelmäßige El Niño-La Niña-Kette durchbrechen: Die Warmanomalie im Nordpazifik muss zunächst wieder abgebaut werden, um die Voraussetzungen für das nächste (starke) El Niño-Ereignis zu schaffen. Das Fehlen solcher Prozesse in Modellen könnte ein Grund für deren zu regelmäßiges ENSO sein. Entsprechende Fortschritte im Verständnis und der Modellierung außertropischer Wechselwirkungen können daher ein wichtiger Schritt hin zu besseren ENSO-Modellen sein (Sarachik und Cane, 2010).

# Symbol- und Abkürzungsverzeichnis

Im Folgenden werden die wichtigsten in dieser Arbeit verwendeten Symbole und Abkürzungen tabellarisch zusammengefasst und kurz erläutert.

## Mathematische Symbole

$\alpha$	$\partial\theta/\partial p$
$\delta_{ij}$	Kronecker-Delta
$\epsilon^{ijk}$	Levi-Civita-Symbol (2.9)
$\kappa$	Adiabatexponent
$\mu$	Meridionalcoordinate (= $\sin \vartheta$ )
$\Omega$	Winkelgeschwindigkeit der Erde
$\phi$	geografische Länge
$\Phi$	Geopotenzial
$\Pi$	Potenzielle Vorticity
$\rho$	Dichte (trockene Luft)
$\rho(l)$	spektrale Dichte (3.17)
$\vartheta$	geografische Breite
$\theta$	Potenzielle Temperatur (1.6)
$\zeta$	relative Vorticity (1.10)
$B$	Bernoulli-Funktion (1.14)
$da$	Flächenelement
$d\Omega$	Winkelement (= $\cos \vartheta d\vartheta d\phi$ )
$E_{kin}$	spezifische kinetische Energie (3.45)
$\mathbb{E}$	Einheitstensor
$\mathbb{F}$	Reibungstensor
$\mathbf{F}_R$	Reibungsbeschleunigung
$f$	horizont. planetare Vorticity (2.15)
$g$	Erdbeschleunigung
$g_{ij}$	Metrischer Tensor
$M$	Montgomery-Potenzial (1.15)
$p$	Luftdruck
$p_s$	Bodenluftdruck
$p_0$	Referenzdruck (=1000hPa)
$r$	Abstand vom Erdmittelpunkt
$r_E$	Erdradius
$t$	Zeit
$T$	Temperatur
$\mathbb{T}$	Reibungs-Spannungstensor

$u$	zonale Windgeschwindigkeit
$v$	meridionale Windgeschwindigkeit
$\mathbf{v}$	Dreidimensionaler Windvektor
$w$	vertikale Windgeschwindigkeit
$x$	zonale Längenkoordinate
$y$	meridionale Längenkoordinate
$Y_{lm}$	Kugelflächenfunktion (3.6)
$z$	Höhe über der Erdoberfläche

## Abkürzungen

AR4	Vierter Assessment-Report des IPCC
BADC	British Atmospheric Data Centre
CD	Composite-Differenz
CFSR	Climate Forecast System Reanalysis
DSI	Dynamic State Index, Dynamischer Zustandsindex (1.1)
DSI <sup>(N)</sup>	$N$ . Näherung des DSI (siehe Abschnitt 7.6)
DEI	Dynamischer Enso Index (7.1)
DEI <sup>(N)</sup>	$N$ . Näherung des DEI (siehe Abschnitt 7.6)
ECHAM	ECMWF-Hamburg, Atmosphärenmodell des MPI für Meteorologie
ECMWF	European Centre for Medium-range Weather Forecasts
ENSO	El Niño/Southern Oscillation
ERA40	Reanalyse-Projekt des ECMWF
ERA-Interim	Reanalyse-Projekt des ECMWF
GEI	Geopotenzial ENSO Index (7.34)
GODAS	Global Ocean Data Assimilation System
GPCP	Global Precipitation Climatology Project
HC	Heatcontent (6.3)
IPCC	Intergovernmental Panel on Climate Change
JCDAS	JMA Climate Data Assimilation System
JMA	Japan Meteorological Agency
JRA-25	JMA Reanalyse
MEI	Multivariater ENSO Index
MJO	Madden-Julian-Oszillation
MPI-M	Max-Planck-Institut für Meteorologie
NCAR	National Center for Atmospheric Research (USA)
NCEP	National Centers for Environmental Prediction (USA)
NINOx	SST-basierte ENSO-Indizes (siehe Abschnitt 6.1.4)
NOAA	National Oceanic and Atmospheric Administration (USA)
OLR	Outgoing Longwave Radiation
PDO	Pazifische Dekadische Oszillatione
QBO	Quasi Bienale Oszillation
SFM	Seasonal Footprinting Mechanismus
SOI	Southern Oscillation Index
SST	Meeresoberflächentemperatur
TTL	Tropical Tropopause Layer
UT	Universal Timecode
WMO	World Meteorological Organization
WWV	Warm Water Volume (6.4)
WWV <sub>o</sub>	WWV östlich von 155°W
WWV <sub>w</sub>	WWV westlich von 155°W

# Literaturverzeichnis

- [Adams und Swarztrauber 1999] ADAMS, J.C. ; SWARZTRAUBER, P.N.: SPHEREPACK 3.0: A model development facility. In: *Monthly Weather Review* 127 (1999), Nr. 8
- [Adler et al. 2003] ADLER, RF ; HUFFMAN, GJ ; CHANG, A. ; FERRARO, R. ; XIE, P. ; JANOWIAK, J. ; RUDOLF, B. ; SCHNEIDER, U. ; CURTIS, S. ; BOLVIN, D. et al.: The Version-2 Global Precipitation Climatology Project(GPCP) Monthly Precipitation Analysis(1979-Present). In: *Journal of Hydrometeorology* 4 (2003), Nr. 6, S. 1147–1167
- [Andersson et al. 2005] ANDERSSON, E. ; BAUER, P. ; BELJAARS, A. ; CHEVALLIER, F. ; HOLM, E. ; JANISKOVA, M. ; KALLBERG, P. ; KELLY, G. ; LOPEZ, P. ; MCNALLY, A. et al.: Assimilation and modeling of the atmospheric hydrological cycle in the ECMWF forecasting system. In: *Bulletin of the American Meteorological Society* 86 (2005), Nr. 3, S. 387–402. – ISSN 0003–0007
- [Andersson et al. 1998] ANDERSSON, E. ; HASELER, J. ; UNDÉN, P. ; COURTIER, P. ; KELLY, G. ; VASILJEVIC, D. ; BRANKOVIC, C. ; GAFFARD, C. ; HOLLINGSWORTH, A. ; JAKOB, C. et al.: The ECMWF implementation of three-dimensional variational assimilation (3D-Var). III: Experimental results. In: *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* 124 (1998), Nr. 550, S. 1831–1860. – ISSN 1477–870X
- [Angell 1992] ANGELL, JK: Evidence of a relation between El Niño and QBO, and for an El Niño in 1991–92. In: *Geophysical Research Letters* 19 (1992), Nr. 3, S. 285–288. – ISSN 0094–8276
- [Battisti 1989] BATTISTI, D.S.: On the role of off-equatorial oceanic Rossby waves during ENSO. In: *Journal of physical Oceanography* 19 (1989), Nr. 4, S. 551–560
- [Behringer 2007] BEHRINGER, D. W.: The global ocean data assimilation system (GODAS) at NCEP. In: *11th Symposium on Integrated Observing and Assimilation Systems for the Atmosphere, Oceans, and Land Surface*, 2007, S. 14–18
- [Bengtsson et al. 1982] BENGTTSSON, L. ; KANAMITSU, M. ; KALLBERG, P. ; UPPALA, S.: FGGE 4-dimensional data assimilation at ECMWF. In: *Bull. Amer. Meteor. Soc* 63 (1982), S. 29–43
- [Berrisford et al. 2009] BERRISFORD, P. ; DEE, D. ; FIELDING, K. ; FUENTES, M. ; KALLBERG, P. ; KOBAYASHI, S. ; UPPALA, S.: The ERA-Interim archive. In: *ERA Report Series* 1 (2009)
- [Bjerknes 1969] BJERKNES, J.: Atmospheric Teleconnections from the Equatorial PACIFIC1. In: *Monthly Weather Review* 97 (1969), S. 163–172
- [Boullanger et al. 2003] BOULLANGER, J.P. ; CRAVATTE, S. ; MENKES, C.: Reflected and locally wind-forced interannual equatorial Kelvin waves in the western Pacific Ocean. In: *Journal of Geophysical Research* 108 (2003), Nr. C10, S. 3311
- [Bove et al. 1998] BOVE, M.C. ; O'BRIEN, J.J. ; EISNER, J.B. ; LANDSEA, C.W. ; NIU, X. et al.: Effect of El Niño on US landfalling hurricanes, revisited. In: *Bulletin of the American Meteorological Society* 79 (1998), Nr. 11, S. 2477–2482. – ISSN 0003–0007

- [Brand 2002] BRAND, S.: Ein dynamischer Wetter- und Klimazustandsindex auf der Grundlage der Energie-Wirbel-Theorie. In: *Diplomarbeit Freie Universität Berlin* (2002)
- [Brönnimann et al. 2004] BRÖNNIMANN, S. ; LUTERBACHER, J. ; STAHELIN, J. ; SVENDBY, TM ; HANSEN, G. ; SVENØE, T.: Extreme climate of the global troposphere and stratosphere in 1940–42 related to El Niño. In: *Nature* 431 (2004), Nr. 7011, S. 971–974. – ISSN 0028–0836
- [Brönnimann et al. 2007] BRÖNNIMANN, S. ; XOPLAKI, E. ; CASTY, C. ; PAULING, A. ; LUTERBACHER, J.: ENSO influence on Europe during the last centuries. In: *Climate Dynamics* 28 (2007), Nr. 2, S. 181–197. – ISSN 0930–7575
- [Bronstein et al. 2008] BRONSTEIN, I.N. ; SEMENDJAJEW, K.A. ; MUSIOL, G. ; MÜHLIG, H.: *Taschenbuch der Mathematik*. Harri Deutsch Verlag, 2008. – ISBN 3817120079
- [Cane und Zebiak 1985] CANE, M.A. ; ZEBIAK, S.E.: A theory for El Niño and the Southern Oscillation. In: *Science* 228 (1985), Nr. 4703, S. 1085
- [Chapman und Lindzen 1970] CHAPMAN, S. ; LINDZEN, R.S.: *Atmospheric tides: thermal and gravitational*. D. Reidel Publishing Company, 1970. – ISBN 0677618107
- [Chen et al. 2004] CHEN, D. ; CANE, M.A. ; KAPLAN, A. ; ZEBIAK, S.E. ; HUANG, D.: Predictability of El Niño over the past 148 years. In: *Nature* 428 (2004), Nr. 6984, S. 733–736. – ISSN 0028–0836
- [Chongyin 1987] CHONGYIN, L.: A Study on the influence of El Niño upon Typhoon action over Western Pacific. In: *Acta Meteorologica Sinica* 2 (1987)
- [Clarke et al. 2000] CLARKE, A.J. ; WANG, J. ; VAN GORDER, S.: A Simple Warm-Pool Displacement ENSO Model. In: *Journal of Physical Oceanography* 30 (2000), Nr. 7, S. 1679–1691. – ISSN 1520–0485
- [Claußnitzer und Névir 2009] CLAUSSNITZER, A. ; NÉVIR, P.: Analysis of quantitative precipitation forecasts using the Dynamic State Index. In: *Atmospheric Research* 94 (2009), Nr. 4, S. 694–703. – ISSN 0169–8095
- [Claußnitzer et al. 2008] CLAUSSNITZER, A. ; NÉVIR, P. ; LANGER, I. ; REIMER, E. ; CUBASCH, U.: Scale-dependent analyses of precipitation forecasts and cloud properties using the Dynamic State Index. In: *Meteorologische Zeitschrift* 17 (2008), Nr. 6, S. 813–825
- [Collimore et al. 2003] COLLIMORE, C.C. ; MARTIN, D.W. ; HITCHMAN, M.H. ; HUESMANN, A. ; WALISER, D.E.: On the relationship between the QBO and tropical deep convection. In: *Journal of Climate* 16 (2003), Nr. 15, S. 2552–2568. – ISSN 1520–0442
- [Courtier et al. 1998] COURTIER, P. ; ANDERSSON, E. ; HECKLEY, W. ; VASILJEVIC, D. ; HAMRUD, M. ; HOLLINGSWORTH, A. ; RABIER, F. ; FISHER, M. ; PAILLEUX, J.: The ECMWF implementation of three-dimensional variational assimilation (3D-Var). I: Formulation. In: *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* 124 (1998), Nr. 550, S. 1783–1807. – ISSN 1477–870X
- [Dai et al. 1997] DAI, A. ; FUNG, I.Y. ; DEL GENIO, A.D.: Surface observed global land precipitation variations during 1900–88. In: *Journal of Climate* 10 (1997), S. 2943–2962
- [Dai und Wang 1999] DAI, A. ; WANG, J.: Diurnal and semidiurnal tides in global surface pressure fields. In: *Journal of the Atmospheric Sciences* 56 (1999), S. 3874–3891
- [Dai und Wigley 2000] DAI, A. ; WIGLEY, T.M.L.: Global patterns of ENSO-induced precipitation. In: *Geophysical Research Letters* 27 (2000), Nr. 9, S. 1283–1286

- [Delcroix et al. 2000] DELCROIX, T. ; DEWITTE, B. et al.: Equatorial waves and warm pool displacements during the 1992–1998 El Nino Southern Oscillation events: Observation and modeling. In: *Journal of Geophysical Research* 105 (2000), Nr. C11, S. 26045. – ISSN 0148–0227
- [Dijkstra 2006] DIJKSTRA, H.A.: The ENSO phenomenon: theory and mechanisms. In: *Advances in Geosciences* 6 (2006), S. 3–15
- [Van den Dool et al. 1997] DOOL, H.M. Van d. ; SAHA, S. ; SCHEMM, J. ; HUANG, J.: A temporal interpolation method to obtain hourly atmospheric surface pressure tides in reanalysis 1979–1995. In: *J. Geophys. Res* 102 (1997), Nr. 22, S. 013–22
- [Eisenman et al. 2005] EISENMAN, I. ; YU, L. ; TZIPERMAN, E.: Westerly wind bursts: ENSO’s tail rather than the dog? In: *Journal of Climate* 18 (2005), Nr. 24, S. 5224–5238. – ISSN 1520–0442
- [Elsner und Liu 2003] ELSNER, J.B. ; LIU, KB: Examining the ENSO-typhoon hypothesis. In: *Climate Research* 25 (2003), Nr. 1, S. 43–54. – ISSN 0936–577X
- [Ertel 1942] ERTEL, H.: Ein neuer hydrodynamischer Erhaltungssatz. In: *Naturwissenschaften* 30 (1942), Nr. 36, S. 543–544
- [Fedorov 2007] FEDOROV, A.V.: Net energy dissipation rates in the tropical ocean and ENSO dynamics. In: *Journal of Climate* 20 (2007), Nr. 6, S. 1108–1117. – ISSN 1520–0442
- [Fedorov und Philander 2000] FEDOROV, A.V. ; PHILANDER, S.G.: Is El Nino Changing? In: *Science* 288 (2000), Nr. 5473, S. 1997
- [Fließbach 1998] FLIESSBACH, T.: *Allgemeine Relativitätstheorie. 3. Auflage. Spektrum.* Akademischer Verlag. Heidelberg und Berlin, 1998
- [Fueglistaler et al. 2009] FUEGLISTALER, S. ; DESSLER, AE ; DUNKERTON, TJ ; FOLKINS, I. ; FU, Q. ; MOTE, P.W.: Tropical tropopause layer. In: *Reviews of Geophysics* 47 (2009), Nr. 1. – ISSN 8755–1209
- [GFDL contact 2007a] GFDL CONTACT: *IPCC DDC AR4 GFDL-CM2.1 20C3M run1. World Data Center for Climate. CERA-DB GFDL-CM2.1-20C3M\_1.* 2007. – [http://cera-www.dkrz.de/WDCC/ui/Compact.jsp?acronym=GFDL-CM2.1-20C3M\\_1](http://cera-www.dkrz.de/WDCC/ui/Compact.jsp?acronym=GFDL-CM2.1-20C3M_1)
- [GFDL contact 2007b] GFDL CONTACT: *IPCC DDC AR4 GFDL-CM2.1 20C3M run2. World Data Center for Climate. CERA-DB GFDL-CM2.1-20C3M\_2.* 2007. – [http://cera-www.dkrz.de/WDCC/ui/Compact.jsp?acronym=GFDL-CM2.1-20C3M\\_2](http://cera-www.dkrz.de/WDCC/ui/Compact.jsp?acronym=GFDL-CM2.1-20C3M_2)
- [GFDL contact 2007c] GFDL CONTACT: *IPCC DDC AR4 GFDL-CM2.1 20C3M run3. World Data Center for Climate. CERA-DB GFDL-CM2.1-20C3M\_3.* 2007. – [http://cera-www.dkrz.de/WDCC/ui/Compact.jsp?acronym=GFDL-CM2.1-20C3M\\_3](http://cera-www.dkrz.de/WDCC/ui/Compact.jsp?acronym=GFDL-CM2.1-20C3M_3)
- [Gibson et al. 1997] GIBSON, JK ; KÅLLBERG, P. ; UPPALA, S. ; HERNANDEZ, A. ; NOMURA, A. ; SERRANO, E.: ERA-15 description. In: *ECMWF Reanalysis Project Report Series* 1 (1997), S. 72
- [Gray et al. 1992] GRAY, W.M. ; SHEAFFER, J.D. ; KNAFF, J.A.: Influence of the stratospheric QBO on ENSO variability. In: *J. Meteor. Soc. Japan* 70 (1992), S. 975–995
- [Guilyardi 2006] GUILYARDI, E.: El Niño–mean state–seasonal cycle interactions in a multi-model ensemble. In: *Climate Dynamics* 26 (2006), Nr. 4, S. 329–348. – ISSN 0930–7575
- [Guilyardi et al. 2009] GUILYARDI, E. ; WITTENBERG, A. ; FEDOROV, A. ; COLLINS, M. ; WANG, C. ; CAPOTONDI, A. ; JAN, G.: Understanding El Niño in Ocean–Atmosphere General Circulation Models. In: *Bull. Amer. Meteor. Soc* 90 (2009), S. 325–340

- [Hagan et al. 2002] HAGAN, ME ; FORBES, JM ; RICHMOND, AD: Atmospheric tides. In: *The Encyclopedia of Atmospheric Sciences* (2002), S. 159–165
- [Hayes et al. 1991] HAYES, SP ; MANGUM, LJ ; PICAUT, J. ; SUMI, A. ; TAKEUCHI, K.: TOGA-TAO: A moored array for real-time measurements in the tropical Pacific Ocean. In: *Bulletin of the American Meteorological Society* 72 (1991), Nr. 3, S. 339–347
- [Haywood et al. 2007] HAYWOOD, A.M. ; VALDES, P.J. ; PECK, V.L.: A permanent El Niño-like state during the Pliocene? In: *Paleoceanography* 22 (2007), Nr. 1. – ISSN 0883–8305
- [Hendon und Salby 1994] HENDON, H.H. ; SALBY, M.L.: The life cycle of the Madden-Julian oscillation. In: *Journal of the Atmospheric Sciences* 51 (1994), Nr. 15, S. 2225–2237
- [Hoerling et al. 2001] HOERLING, Martin P. ; KUMAR, Arun ; XU, Taiyi: Robustness of the Nonlinear Climate Response to ENSO's Extreme Phases. In: *Journal of Climate* 14 (2001), Nr. 6, S. 1277–1293
- [Hoinka 1997] HOINKA, K.P.: The tropopause: Discovery, definition and demarcation. In: *Meteorologische Zeitschrift* 6 (1997), S. 281–303
- [Hoinka 2007] HOINKA, K.P.: Semi-diurnal pressure fluctuation in the ERA40 Data. In: *Meteorologische Zeitschrift* 16 (2007), Nr. 3, S. 255–260
- [Huffman et al. 1997] HUFFMAN, G.J. ; ADLER, R.F. ; ARKIN, P. ; CHANG, A. ; FERRARO, R. ; GRUBER, A. ; JANOWIAK, J. ; McNAB, A. ; RUDOLF, B. ; SCHNEIDER, U.: The Global Precipitation Climatology Project (GPCP) Combined Precipitation Dataset. In: *Bulletin of the American Meteorological Society* 78 (1997), S. 5–20
- [Jin 1997a] JIN, F.F.: An equatorial ocean recharge paradigm for ENSO. Part I: Conceptual model. In: *Journal of the Atmospheric Sciences* 54 (1997), S. 811–829
- [Jin 1997b] JIN, F.F.: An equatorial ocean recharge paradigm for ENSO. Part II: A stripped-down coupled model. In: *Journal of the Atmospheric Sciences* 54 (1997), S. 830–847
- [Källberg et al. 2005] KÄLLBERG, P. ; BERRISFORD, P. ; HOSKINS, B. ; SIMMONS, A. ; UPPALA, S. ; LAMY-THÉPAUT, S. ; HINE, R.: ERA-40 Atlas, ERA-40 Project Report Series No. 19. In: *Reading, England* (2005)
- [Källberg et al. 2004] KÄLLBERG, P. ; SIMMONS, A. ; UPPALA, S. ; FUENTES, M.: The ERA-40 archive. In: *ERA-40 Project report series* 17 (2004), S. 31
- [Kalnay et al. 1996] KALNAY, E. ; KANAMITSU, M. ; KISTLER, R. ; COLLINS, W. ; DEAVEN, D. ; GANDIN, L. ; IREDELL, M. ; SAHA, S. ; WHITE, G. ; WOOLLEN, J. et al.: The NCEP/NCAR 40-year reanalysis project. In: *Bulletin of the American Meteorological Society* 77 (1996), Nr. 3, S. 437–472
- [Kistler et al. 2001] KISTLER, R. ; KALNAY, E. ; COLLINS, W. ; SAHA, S. ; WHITE, G. ; WOOLLEN, J. ; CHELLIAH, M. ; EBISUZAKI, W. ; KANAMITSU, M. ; KOUSKY, V. et al.: The NCEP/NCAR 50-year reanalysis. In: *Bulletin of the American Meteorological Society* 82 (2001), Nr. 2, S. 247–267
- [Lowe 2005a] LOWE: *IPCC DDC AR4 UKMO-HadCM3 20C3M run1. World Data Center for Climate. CERA-DB „UKMO-HadCM3\_20C3M\_1“*. 2005. – [http://cera-www.dkrz.de/WDC/ui/Compact.jsp?acronym=UKMO-HadCM3\\_20C3M\\_1](http://cera-www.dkrz.de/WDC/ui/Compact.jsp?acronym=UKMO-HadCM3_20C3M_1)
- [Lowe 2005b] LOWE: *IPCC DDC AR4 UKMO-HadCM3 20C3M run2. World Data Center for Climate. CERA-DB „UKMO-HadCM3\_20C3M\_2“*. 2005. – [http://cera-www.dkrz.de/WDC/ui/Compact.jsp?acronym=UKMO-HadCM3\\_20C3M\\_2](http://cera-www.dkrz.de/WDC/ui/Compact.jsp?acronym=UKMO-HadCM3_20C3M_2)

- [Lowe 2008a] LOWE: *IPCC DDC AR4 UKMO-HadGEM 20C3M run1. World Data Center for Climate. CERA-DB „UKMO-HadGEM\_20C3M\_1“*. 2008. –  
[http://cera-www.dkrz.de/WDC/ui/Compact.jsp?acronym=UKMO-HadGEM\\_20C3M\\_1](http://cera-www.dkrz.de/WDC/ui/Compact.jsp?acronym=UKMO-HadGEM_20C3M_1)
- [Lowe 2008b] LOWE: *IPCC DDC AR4 UKMO-HadGEM 20C3M run2. World Data Center for Climate. CERA-DB „UKMO-HadGEM\_20C3M\_2“*. 2008. –  
[http://cera-www.dkrz.de/WDC/ui/Compact.jsp?acronym=UKMO-HadGEM\\_20C3M\\_2](http://cera-www.dkrz.de/WDC/ui/Compact.jsp?acronym=UKMO-HadGEM_20C3M_2)
- [Madden und Julian 1972] MADDEN, R.A. ; JULIAN, P.R.: Description of global-scale circulation cells in the tropics with a 40-50 day period. In: *Journal of the Atmospheric Sciences* 29 (1972), Nr. 6, S. 1109–1123. – ISSN 1520–0469
- [Mantua 1999] MANTUA, N.J.: The Pacific decadal oscillation and climate forecasting for North America. In: *Climate Risk Solutions* 1 (1999), Nr. 1, S. 10–13
- [Mantua und Hare 2002] MANTUA, N.J. ; HARE, S.R.: The Pacific decadal oscillation. In: *Journal of Oceanography* 58 (2002), Nr. 1, S. 35–44. – ISSN 0916–8370
- [Mantua et al. 1997] MANTUA, N.J. ; HARE, S.R. ; ZHANG, Y. ; WALLACE, J.M. ; FRANCIS, R.C.: A Pacific interdecadal climate oscillation with impacts on salmon production. In: *Bulletin of the American Meteorological Society* 78 (1997), Nr. 6, S. 1069–1079. – ISSN 1520–0477
- [Matei et al. 2008] MATEI, D. ; KEENLYSIDE, N. ; LATIF, M. ; JUNGCLAUS, J.: Subtropical forcing of tropical Pacific climate and decadal ENSO modulation. In: *Journal of Climate* 21 (2008), Nr. 18, S. 4691–4709. – ISSN 1520–0442
- [McPhaden 1995] MCPHADEN, M.J.: The tropical atmosphere ocean array is completed. In: *American Meteorological Society, Bulletin* 76 (1995), Nr. 5, S. 739–741
- [McPhaden 1999] MCPHADEN, M.J.: Genesis and evolution of the 1997-98 El Niño. In: *Science* 283 (1999), Nr. 5404, S. 950
- [McPhaden et al. 1998] MCPHADEN, M.J. ; BUSALACCHI, A.J. ; CHENEY, R. ; DONGUY, J.R. ; GAGE, K.S. ; HALPERN, D. ; JI, M. ; JULIAN, P. ; MEYERS, G. ; MITCHUM, G.T. et al.: The Tropical Ocean-Global Atmosphere observing system- A decade of progress. In: *Journal of Geophysical Research* 103 (1998), Nr. C7, S. 14169–14240
- [Meehl et al. 2007] MEEHL, GA ; STOCKER, TF ; COLLINS, W. ; FRIEDLINGSTEIN, P. ; GAYE, A. ; GREGORY, J. ; KITOH, A. ; KNUTTI, R. ; MURPHY, J. ; NODA, A. et al.: Global climate projections Climate Change 2007: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Fourth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change. In: *Cambridge University Press* (2007), S. 747–845
- [Nambu 1973] NAMBU, Y.: Generalized hamiltonian dynamics. In: *Physical Review D* 7 (1973), Nr. 8, S. 2405–2412. – ISSN 1550–2368
- [Navarra und Simoncini 2010] NAVARRA, A. ; SIMONCINI, V.: *A Guide to Empirical Orthogonal Functions for Climate Data Analysis*. Springer, 2010
- [Névir 1998] NÉVIR, P.: Die Nambu-Felddarstellungen der Hydro-Thermodynamik und ihre Bedeutung für die dynamische Meteorologie. In: *Habilitationschrift Freie Universität Berlin* (1998)
- [Névir 2004] NÉVIR, P.: Ertel’s vorticity theorems, the particle relabelling symmetry and the energy-vorticity theory of fluid mechanics. In: *Meteorologische Zeitschrift* 13 (2004), Nr. 6, S. 485–498

- [Névir und Blender 1993] NÉVIR, P. ; BLENDER, R.: A Nambu representation of incompressible hydrodynamics using helicity and enstrophy. In: *Journal of Physics A: Mathematical and General* 26 (1993), S. L1189
- [Névir und Sommer 2009] NÉVIR, P. ; SOMMER, M.: Energy-Vorticity Theory of Ideal Fluid Mechanics. In: *Journal of the Atmospheric Sciences* 66 (2009), Nr. 7, S. 2073–2084. – ISSN 1520–0469
- [Newman et al. 2003] NEWMAN, M. ; COMPO, G.P. ; ALEXANDER, M.A.: ENSO-Forced Variability of the Pacific Decadal Oscillation. In: *Journal of Climate* 16 (2003), Nr. 23, S. 3853–3857. – ISSN 1520–0442
- [Nozawa 2005a] NOZAWA: *IPCC DDC AR4 CCSR-MIROC3.2\_(med-res) 20C3M run1. World Data Center for Climate. CERA-DB MIROC3.2\_mr\_20C3M\_1*. 2005. – [http://cera-www.dkrz.de/WDC/ui/Compact.jsp?acronym=MIROC3.2\\_mr\\_20C3M\\_1](http://cera-www.dkrz.de/WDC/ui/Compact.jsp?acronym=MIROC3.2_mr_20C3M_1)
- [Nozawa 2005b] NOZAWA: *IPCC DDC AR4 CCSR-MIROC3.2\_(med-res) 20C3M run2. World Data Center for Climate. CERA-DB MIROC3.2\_mr\_20C3M\_2*. 2005. – [http://cera-www.dkrz.de/WDC/ui/Compact.jsp?acronym=MIROC3.2\\_mr\\_20C3M\\_2](http://cera-www.dkrz.de/WDC/ui/Compact.jsp?acronym=MIROC3.2_mr_20C3M_2)
- [Nozawa 2005c] NOZAWA: *IPCC DDC AR4 CCSR-MIROC3.2\_(med-res) 20C3M run3. World Data Center for Climate. CERA-DB MIROC3.2\_mr\_20C3M\_3*. 2005. – [http://cera-www.dkrz.de/WDC/ui/Compact.jsp?acronym=MIROC3.2\\_mr\\_20C3M\\_3](http://cera-www.dkrz.de/WDC/ui/Compact.jsp?acronym=MIROC3.2_mr_20C3M_3)
- [Onogi et al. 2007] ONOGI, K. ; TSUTSUI, J. ; KOIDE, H. ; SAKAMOTO, M. ; KOBAYASHI, S. ; HATSUSHIKA, H. ; MATSUMOTO, T. ; YAMAZAKI, N. ; KAMAHORI, H. ; TAKAHASHI, K. et al.: The JRA-25 reanalysis. In: *Journal of the Meteorological Society of Japan* 85 (2007), Nr. 3, S. 369–432. – ISSN 0026–1165
- [Philander 1990] PHILANDER, S.G.: *El Nino, La Nina, and the southern oscillation*. Academic Pr, 1990
- [Picaut et al. 1997] PICAUT, J. ; MASIA, F. ; DU PENHOAT, Y.: An advective-reflective conceptual model for the oscillatory nature of the ENSO. In: *Science* 277 (1997), Nr. 5326, S. 663
- [Pielke Jr und Landsea 1999] PIELKE JR, R.A. ; LANDSEA, C.N.: La Nina, El Nino, and Atlantic hurricane damages in the United States. In: *Bulletin of the American Meteorological Society* 80 (1999), Nr. 10, S. 2027–2033. – ISSN 1520–0477
- [Abarca del Rio et al. 2000] RIO, R. Abarca d. ; GAMBIS, D. ; SALSTEIN, DA: Interannual signals in length of day and atmospheric angular momentum. In: *Annales Geophysicae* Bd. 18 Springer, 2000, S. 347–364
- [Rodbell et al. 1999] RODBELL, D.T. ; SELTZER, G.O. ; ANDERSON, D.M. ; ABBOTT, M.B. ; ENFIELD, D.B. ; NEWMAN, J.H.: An  $\sim 15,000$ -year record of El Niño-driven alluviation in southwestern Ecuador. In: *Science* 283 (1999), Nr. 5401, S. 516
- [Roeckner 2005a] ROECKNER, E.: *IPCC MPI-ECHAM5-T63L31 MPI-OM-GR1.5L40 20C3M\_all run no.1: atmosphere 6 HOUR values MPImet/MaD Germany. World Data Center for Climate. CERA-DB EH5-T63L31\_OM\_20C3M\_1\_6H*. 2005. – [http://cera-www.dkrz.de/WDC/ui/Compact.jsp?acronym=EH5-T63L31\\_OM\\_20C3M\\_1\\_6H](http://cera-www.dkrz.de/WDC/ui/Compact.jsp?acronym=EH5-T63L31_OM_20C3M_1_6H)
- [Roeckner 2005b] ROECKNER, E.: *IPCC MPI-ECHAM5-T63L31 MPI-OM-GR1.5L40 20C3M\_all run no.1: atmosphere monthly mean values MPImet/MaD Germany. World Data Center for Climate. CERA-DB EH5-T63L31\_OM\_20C3M\_1\_MM*. 2005. – [http://cera-www.dkrz.de/WDC/ui/Compact.jsp?acronym=EH5-T63L31\\_OM\\_20C3M\\_1\\_MM](http://cera-www.dkrz.de/WDC/ui/Compact.jsp?acronym=EH5-T63L31_OM_20C3M_1_MM)

- [Roeckner 2005c] ROECKNER, E.: *IPCC MPI-ECHAM5-T63L31 MPI-OM-GR1.5L40 20C3M\_all run no.2: atmosphere 6 HOUR values MPImet/MaD Germany. World Data Center for Climate. CERA-DB EH5-T63L31\_OM\_20C3M\_2\_6H*. 2005. –  
[http://cera-www.dkrz.de/WDC/ui/Compact.jsp?acronym=EH5-T63L31\\_OM\\_20C3M\\_2\\_6H](http://cera-www.dkrz.de/WDC/ui/Compact.jsp?acronym=EH5-T63L31_OM_20C3M_2_6H)
- [Roeckner 2005d] ROECKNER, E.: *IPCC MPI-ECHAM5-T63L31 MPI-OM-GR1.5L40 20C3M\_all run no.2: atmosphere monthly mean values MPImet/MaD Germany. World Data Center for Climate. CERA-DB EH5-T63L31\_OM\_20C3M\_2\_MM*. 2005. –  
[http://cera-www.dkrz.de/WDC/ui/Compact.jsp?acronym=EH5-T63L31\\_OM\\_20C3M\\_2\\_MM](http://cera-www.dkrz.de/WDC/ui/Compact.jsp?acronym=EH5-T63L31_OM_20C3M_2_MM)
- [Roeckner 2005e] ROECKNER, E.: *IPCC MPI-ECHAM5-T63L31 MPI-OM-GR1.5L40 20C3M\_all run no.3: atmosphere 6 HOUR values MPImet/MaD Germany. World Data Center for Climate. CERA-DB EH5-T63L31\_OM\_20C3M\_3\_6H*. 2005. –  
[http://cera-www.dkrz.de/WDC/ui/Compact.jsp?acronym=EH5-T63L31\\_OM\\_20C3M\\_3\\_6H](http://cera-www.dkrz.de/WDC/ui/Compact.jsp?acronym=EH5-T63L31_OM_20C3M_3_6H)
- [Roeckner 2005f] ROECKNER, E.: *IPCC MPI-ECHAM5-T63L31 MPI-OM-GR1.5L40 20C3M\_all run no.3: atmosphere monthly mean values MPImet/MaD Germany. World Data Center for Climate. CERA-DB EH5-T63L31\_OM\_20C3M\_3\_MM*. 2005. –  
[http://cera-www.dkrz.de/WDC/ui/Compact.jsp?acronym=EH5-T63L31\\_OM\\_20C3M\\_3\\_MM](http://cera-www.dkrz.de/WDC/ui/Compact.jsp?acronym=EH5-T63L31_OM_20C3M_3_MM)
- [Roeckner et al. 2003] ROECKNER, E. ; BÄUML, G. ; BONAVENTURA, L. ; BROKOPF, R. ; ESCH, M. ; GIORGETTA, M. ; HAGEMANN, S. ; KIRCHNER, I. ; KORNBLUEH, L. ; MANZINI, E. et al.: The atmospheric general circulation model ECHAM 5. PART I: Model description. (2003)
- [Ropelewski und Halpert 1996] ROPELEWSKI, C.F. ; HALPERT, M.S.: Quantifying southern oscillation-precipitation relationships. In: *Journal of Climate* 9 (1996), Nr. 5, S. 1043–1059. – ISSN 0894-8755
- [Saha et al. 2010] SAHA, S. ; MOORTHY, S. ; PAN, H.L. ; WU, X. ; WANG, J. ; NADIGA, S. ; TRIPP, P. ; KISTLER, R. ; WOOLLEN, J. ; BEHRINGER, D. et al.: The NCEP Climate Forecast System Reanalysis. In: *Bulletin of the American Meteorological Society* 91 (2010), S. 1015–1057
- [Sarachik und Cane 2010] SARACHIK, E.S. ; CANE, M.A.: *The El Niño-Southern Oscillation Phenomenon*. Cambridge University Press, 2010. – ISBN 0521847869
- [Schär 1993] SCHÄR, C.: A generalization of Bernoulli's theorem. In: *Journal of the Atmospheric Sciences* 50 (1993), Nr. 10, S. 1437–1443
- [Seidel et al. 2001] SEIDEL, D.J. ; ROSS, R. ; ANGELL, J.K. ; REID, G.C.: Climatological characteristics of the tropical tropopause as revealed by radiosondes. In: *Journal of Geophysical Research* 106 (2001), Nr. D8, S. 7857–7878
- [Simmons et al. 2007a] SIMMONS, A. ; UPPALA, S. ; DEE, D. ; KOBAYASHI, S.: ERA-Interim: New ECMWF reanalysis products from 1989 onwards. In: *ECMWF Newsletter* 110 (2007), S. 25–35
- [Simmons et al. 2007b] SIMMONS, AJ ; UPPALA, SM ; DEE, DP: Update on ERA-Interim. In: *ECMWF Newsletter* 111 (2007), Nr. 5
- [Smith et al. 2008] SMITH, T.M. ; REYNOLDS, R.W. ; PETERSON, T.C. ; LAWRIKORE, J.: Improvements to NOAA's historical merged land-ocean surface temperature analysis (1880-2006). In: *Journal of Climate* 21 (2008), Nr. 10, S. 2283–2296. – ISSN 1520-0442
- [Sommer und Névir 2009] SOMMER, M. ; NÉVIR, P.: A conservative scheme for the shallow-water system on a staggered geodesic grid based on a Nambu representation. In: *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* 135 (2009), Nr. 639, S. 485–494. – ISSN 1477-870X
- [Stroustrup et al. 2000] STROUSTRUP, B. ; JOSUTTIS, N. ; LÖRKE, A.: *Die C++-Programmiersprache*. Pearson Education Deutschland, 2000

- [Suarez und Schopf 1988] SUAREZ, M.J. ; SCHOPF, P.S.: A delayed action oscillator for ENSO. In: *Journal of the Atmospheric Sciences* 45 (1988), Nr. 21, S. 3283–3287
- [Sun 1997] SUN, D.Z.: El Niño: A coupled response to radiative heating? In: *Geophysical Research Letters* 24 (1997), Nr. 16, S. 2031–2034
- [Sun 2000] SUN, D.Z.: The heat sources and sinks of the 1986–87 El Niño. In: *Journal of Climate* 13 (2000), S. 3533–3550
- [Sun 2003] SUN, D.Z.: A possible effect of an increase in the warm-pool SST on the magnitude of El Niño warming. In: *Journal of Climate* 16 (2003), S. 185–205
- [Sun et al. 2004] SUN, D.Z. ; ZHANG, T. ; SHIN, S.I.: The effect of subtropical cooling on the amplitude of ENSO: A numerical study. In: *Journal of Climate* 17 (2004), Nr. 19, S. 3786–3798. – ISSN 1520–0442
- [Swarztrauber 2004] SWARZTRAUBER, P.N.: *Computing on the sphere: Part I-III*. 2004. – [Online verfügbar unter <http://www.cisl.ucar.edu/css/staff/pauls/tutorials/index.html>]
- [Taubenheim 1969] TAUBENHEIM, J.: *Statistische Auswertung Geophysikalischer und Meteorologischer Daten*. Akademische Verlagsgesellschaft, 1969
- [Thompson und Battisti 2000] THOMPSON, C.J. ; BATTISTI, D.S.: A linear stochastic dynamical model of ENSO. Part I: Model development. In: *Journal of Climate* 13 (2000), Nr. 15, S. 2818–2832. – ISSN 0894–8755
- [Torrence und Compo 1998] TORRENCE, C. ; COMPO, G.P.: A practical guide to wavelet analysis. In: *Bulletin of the American Meteorological Society* 79 (1998), Nr. 1, S. 61–78
- [Trenberth und Smith 2005] TRENBERTH, K.E. ; SMITH, L.: The mass of the atmosphere: A constraint on global analyses. In: *Journal of Climate* 18 (2005), Nr. 6, S. 864–875. – ISSN 1520–0442
- [Tudhope et al. 2001] TUDHOPE, A.W. ; CHILCOTT, C.P. ; MCCULLOCH, M.T. ; COOK, E.R. ; CHAPPELL, J. ; ELLAM, R.M. ; LEA, D.W. ; LOUGH, J.M. ; SHIMMIELD, G.B.: Variability in the El Niño-Southern Oscillation through a glacial-interglacial cycle. In: *Science* 291 (2001), Nr. 5508, S. 1511
- [Uppala et al. 2008] UPPALA, S. ; DEE, D. ; KOBAYASHI, S. ; BERRISFORD, P. ; SIMMONS, A.: Towards a climate data assimilation system: Status update of ERA-Interim. In: *ECMWF Newsletter* 115 (2008), S. 12–18
- [Uppala et al. 2006] UPPALA, S.M. ; KÄLLBERG, P.W. ; SIMMONS, A.J. ; ANDRAE, U. ; BECHTOLD, V.D.C. ; FIORINO, M. ; GIBSON, J.K. ; HASELER, J. ; HERNANDEZ, A. ; KELLY, G.A. et al.: The ERA-40 re-analysis. In: *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* 131 (2006), Nr. 612, S. 2961–3012
- [Van Oldenborgh et al. 2005] VAN OLDENBORGH, G.J. ; PHILIP, S. ; COLLINS, M.: El Niño in a changing climate: a multi-model study. In: *Ocean Science Discussions* 2 (2005), Nr. 3, S. 267–298
- [Vimont et al. 2003] VIMONT, D.J. ; WALLACE, J.M. ; BATTISTI, D.S.: The Seasonal Footprinting Mechanism in the Pacific: Implications for ENSO. In: *Journal of Climate* 16 (2003), S. 2668–2675. – ISSN 0894–8755
- [Waliser et al. 2003] WALISER, D.E. ; LAU, N.M.J. ; STERN, W. ; JONES, C.: Potential Predictability of the Madden-Julian Oscillation. In: *Bulletin of the American Meteorological Society* 84 (2003), S. 33–50

- [Walker 1925] WALKER, G.T.: CORRELATION IN SEASONAL VARIATIONS OF WEATHER—A FURTHER STUDY OF WORLD WEATHER1. In: *Monthly Weather Review* 53 (1925), S. 252–254
- [Wang 2001a] WANG, C.: A unified oscillator model for the El Niño–Southern Oscillation. In: *Journal of Climate* 14 (2001), S. 98–115
- [Wang 2001b] WANG, C.: On the ENSO mechanisms. In: *Advances in Atmospheric Sciences* 18 (2001), Nr. 5, S. 674–691. – ISSN 0256–1530
- [Wang und Picaut 2004] WANG, C. ; PICAUT, J.: Understanding ENSO physics—A review. In: *Earth's Climate: The Ocean-Atmosphere Interaction, Geophys. Monogr* 147 (2004), S. 21–48
- [Wara et al. 2005] WARA, M.W. ; RAVELO, A.C. ; DELANEY, M.L.: Permanent El Niño-like conditions during the Pliocene warm period. In: *Science* 309 (2005), Nr. 5735, S. 758
- [Weber und Névir 2007] WEBER, T. ; NÉVIR, P.: Storm tracks and cyclone development using the theoretical concept of the Dynamic State Index (DSI). In: *Tellus A* 60 (2007), Nr. 1, S. 1–10
- [Weisberg und Wang 1997] WEISBERG, R.H. ; WANG, C.: A Western Pacific Oscillator Paradigm for the El Niño–Southern Oscillation. In: *Geophysical Research Letters* 24 (1997), Nr. 7, S. 779–782
- [Wheeler und Hendon 2004] WHEELER, M.C. ; HENDON, H.H.: An all-season real-time multivariate MJO index: Development of an index for monitoring and prediction. In: *Monthly weather review* 132 (2004), Nr. 8, S. 1917–1932
- [Wilks 1995] WILKS, D.S.: *Statistical methods in the atmospheric sciences: an introduction*. Academic press San Diego, 1995
- [WMO 1957] WMO, M.A.: three-dimensional science: Second session of the commission for aerology. In: *WMO Bull., IV* 4 (1957), S. 134–138
- [Wolter und Timlin 1993] WOLTER, K. ; TIMLIN, M.S.: Monitoring ENSO in COADS with a seasonally adjusted principal component index. In: *Proc. of the 17th Climate Diagnostics Workshop*, 1993, S. 52–7
- [Wolter und Timlin 1998] WOLTER, K. ; TIMLIN, M.S.: Measuring the strength of ENSO events: How does 1997/98 rank? In: *Weather-London-* 53 (1998), S. 315–323
- [Wyrtki 1985] WYRTKI, K.: Water displacements in the Pacific and the genesis of El Niño cycles. In: *Journal of Geophysical Research* 90 (1985), Nr. C4, S. 7129–7132. – ISSN 0148–0227
- [Zanchettin et al. 2008] ZANCHETTIN, D. ; FRANKS, S.W. ; TRAVERSO, P. ; TOMASINO, M.: On ENSO impacts on European wintertime rainfalls and their modulation by the NAO and the Pacific multi-decadal variability described through the PDO index. In: *International Journal of Climatology* 28 (2008), Nr. 8, S. 995–1006. – ISSN 1097–0088
- [Zebiak und Cane 1987] ZEBIAK, S.E. ; CANE, M.A.: A model El Niño–Southern Oscillation. In: *Monthly Weather Review* 115 (1987), Nr. 10, S. 2262–2278
- [Zhang 2005] ZHANG, C.: Madden-Julian Oscillation. In: *Reviews of Geophysics* 43 (2005), Nr. 2. – ISSN 8755–1209



# Danksagung

Mein Dank geht an erster Stelle an Herrn PD Dr. Peter Névir für die Betreuung dieser Arbeit. Er hat mir mit dem DSI ein neues und sehr anspruchsvolles Analyse-Werkzeug meteorologischer Daten zur Verfügung gestellt. Für Gespräche und fachlichen Rat stand er immer gerne zur Verfügung.

Ich danke Frau Prof. Dr. Ulrike Langematz für ihre Bereitschaft, die Zweitbegutachtung zu übernehmen.

Ebenfalls danken möchte ich allen Institutionen, die meteorologische Daten für diese Arbeit zur Verfügung gestellt haben: Dem ECMWF und dem BADC für die ERA40-, ERA-Interim- und die operationellen Daten, dem NCEP für Reanalyse-Daten von Atmosphäre und Ozean (GODAS), der JMA für die JRA-25- und die JCDAS-Reanalysedaten und dem GPCP für die Niederschlagsanalysen. Außerdem dem MPI für Meteorologie für ECHAM5-Modellläufe und die Bereitstellung weitere Modellläufe des AR4.

Dank auch an alle Mitarbeiter der Arbeitsgruppe Theoretische Meteorologie für Unterstützung und fachlichen Rat, insbesondere an Matthias Sommer und Antje Claußnitzer.

Ich danke Thomas Bergmann und Ingo Kirchner für die schnelle und kompetente Hilfe bei Computerproblemen.

Ich danke der Studienstiftung des Deutschen Volkes und dem Center for Scientific Simulations für die finanzielle Förderung der vorliegenden Arbeit.

Besonders danken möchte ich Markus Schulze und vor allem Anja Korschak für das Korrekturlesen der Arbeit.