

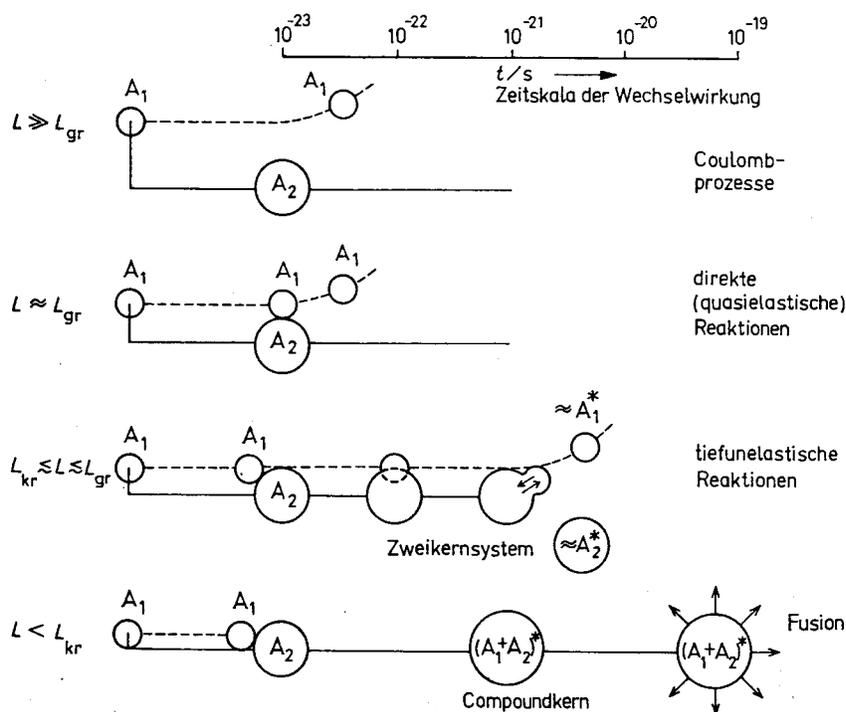
### 3 Theoretische Grundlagen der Kerndeformation und Compoundkernbildung

Dieses Kapitel beschäftigt sich mit den Grundlagen der Kerndeformation und den Reaktionsmechanismen, die zu derartigen Phänomenen führen. Zunächst wird in Abschnitt 3.1 auf die Bildung und den Zerfall von Compoundkernen eingegangen. Danach werden in Abschnitt 3.2 zwei grundlegende theoretische Ansätze, die hyperdeformierte Konfigurationen voraussagen, erläutert.

#### 3.1 Compoundkernbildung und -Zerfall

##### 3.1.1 Schwerioneninduzierte Reaktionen

Bei der groben Klassifizierung der Wechselwirkungsmechanismen zwischen zwei schweren Ionen unterscheidet man vier Reaktionstypen, die in Abbildung 6 mit der Angabe der Zeitskala, auf der die einzelnen Reaktionen ablaufen, dargestellt sind. Für die im Rahmen



**Abbildung 6:** Klassifizierung des Wechselwirkungsmechanismus zwischen zwei schweren Ionen  $A_1, A_2$  gegebener Einschussenergie nach dem Stoßparameter (Drehimpuls  $L$ ) und der Wechselwirkungszeit  $t$  (aus [Mus95]).

dieser Arbeit untersuchten Effekte wurden Reaktionen vom letztgenannten Typ, nämlich Compoundkern-Reaktionen benutzt. In Tabelle 2 sind die wichtigsten Kenngrößen der benutzten Reaktionen aufgelistet. Wie schon in Abschnitt 2 erwähnt, wurden zwei verschiede-

Projektil	Target	$E_{Lab}$	$E_{c.m.}$	$E/amu$	$V_C^{c.m.}$	$Q_0$	$E^*$
$^{36}\text{Ar}$	$^{24}\text{Mg}$	195	78.0	5.42	35.9	10.02	88.0
$^{32}\text{S}$	$^{24}\text{Mg}$	163.5	70.1	5.14	32.6	13.95	84.0
$^{32}\text{S}$	$^{24}\text{Mg}$	130	55.7	4.06	32.6	13.95	69.7

**Tabelle 2:** Wichtige Parameter der Reaktionen, die im Lauf dieser Arbeit benutzt wurden.  $E_{Lab}$  ist die Einschüßenergie im Laborsystem und  $E_{c.m.}$  selbige im Schwerpunktsystem.  $V_C^{c.m.}$  ist die Coulombbarriere im Schwerpunktsystem,  $Q_0$  der Reaktions-Q-Wert und  $E^*$  die resultierende Anregungsenergie des Compoundkerns. Diese Energien sind jeweils in MeV angegeben.  $E/amu$  ist die Einschüßenergie in MeV pro Nukleon.

ne Reaktionsmechanismen, die sich beide unter dem Oberbegriff Compoundkernreaktionen zusammenfassen lassen, zur  $\gamma$ -Spektroskopie benutzt. Zum einen handelt es sich hierbei um die binäre Spaltung des Compoundkerns, ggfs. mit einer weiteren Emission leichter geladener Teilchen (LCP), und zum anderen um die Spektroskopie von Verdampfungsrestkernen nach Verdampfung von LCP's aus dem Compoundkern. Ersterer Reaktionstyp eignet sich besonders zur vollständigen Rekonstruktion der Kinematik, wenn die schweren Fragmente vollständig nachgewiesen werden. Durch Verwendung einer inversen Kinematik, bei der das Projektil schwerer ist als der Targetkern, wird die Reaktion nach vorne fokussiert, d.h. die Winkelsumme der Flugbahnen der Spaltfragmente gegenüber der Strahlachse ist deutlich kleiner als im entgegengesetzten Fall, wenn der schwerere Kern als Target verwendet wird. Da diese Streuwinkel und Geschwindigkeiten der  $\gamma$ -emittierenden Kerne aber dennoch zu groß für eine Dopplerkorrektur der  $\gamma$ -Energie-Verschiebung durch alleinige Verwendung der Teilchengeschwindigkeit ohne Berücksichtigung der Streuwinkel sind, ist es notwendig, ein oder beide Spaltfragmente zu detektieren, um die für die Dopplerkorrektur notwendigen Informationen hinsichtlich der Winkel und Flugzeit des  $\gamma$ -emittierenden Kerns zu erhalten. Das wiederum führt zu einer Reduktion der Statistik im Vergleich zu dem Fall des Nachweises jedes in der Reaktion freigesetzten  $\gamma$ -Quants, sofern die Teilchendetektoren nicht den gesamten Emissionswinkelbereich der Spaltprodukte erfassen.

Bei der Spektroskopie von Verdampfungsrestkernen, die nur um einige Grad aus der Strahlrichtung herausgestreut werden, kann man die leichten Teilchen (p, d,  $\alpha$ ) aus der Reaktion detektieren und so die Kinematik der Reaktion zumindest so gut rekonstruieren, daß eine verbesserte Korrektur der Dopplerverschiebung der emittierten  $\gamma$ -Quanten möglich ist. Dieses Verfahren schränkt die Statistik durch den Nachweis der Teilchen nur wenig ein, sofern zum LCP-Nachweis ein Silizium-Ball mit annähernd  $4\pi$  Raumwinkelabdeckung verwendet wird. Allerdings ist zur Unterdrückung des Untergrunds in den  $\gamma$ -Spektren, d.h. der Ereignisse, die nicht durch entsprechende Filterbedingungen in den Teilchen-Parametern unterdrückt wurden (mehr dazu in den Abschnitten 4 und 6), eine höhere  $\gamma$ -Multiplizität nachzuweisen.

### 3.1.2 Zustände mit hohem Drehimpuls

Die Fusion schwerer Ionen, wie sie bei den in dieser Arbeit vorgestellten Reaktionen benutzt wird, führt zu Compoundkernzuständen mit hohem Drehimpuls. Der maximale Drehimpuls, der bei einem solchen Prozeß vom Compoundkern aufgenommen werden kann,

läßt sich abschätzen nach [Mus95]

$$L_0 = I_{max} \approx (R_1 + R_2) \sqrt{2\mu_{12}(E_S - V_C^{(B)})/\hbar} = Rk \quad . \quad (3)$$

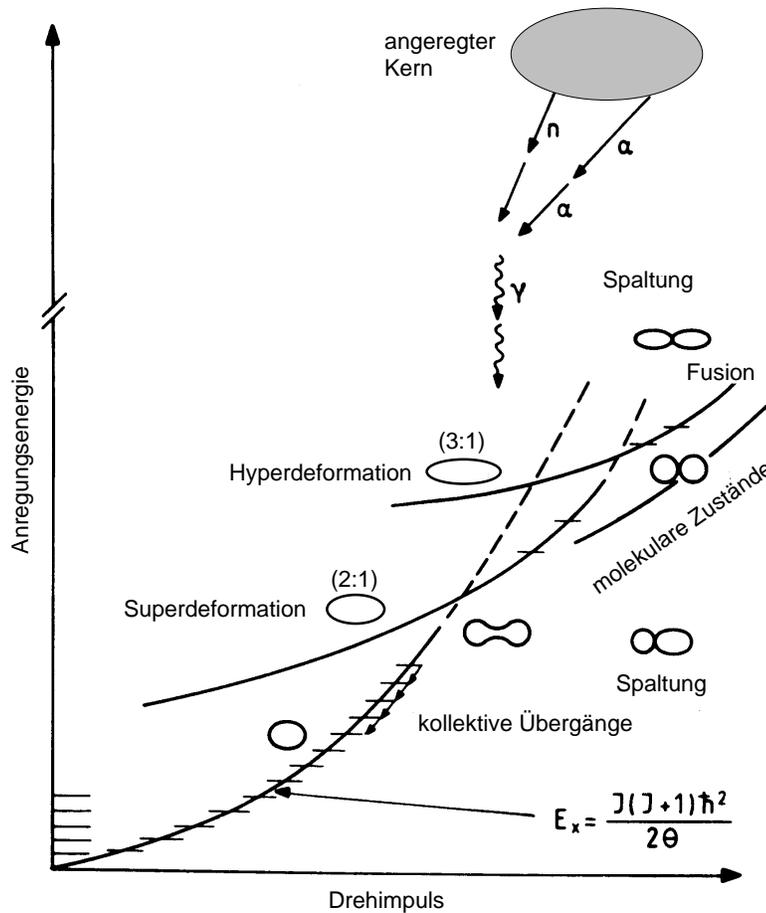
Dabei sind  $R_1$  und  $R_2$  die Wechselwirkungsradien der Kerne,  $\mu_{12}$  die reduzierte Masse des Systems und  $E_S - V_C^{(B)}$  die über der Coulombbarriere  $V_C^{(B)} = Z_1 Z_2 \varepsilon^2 / (R_1 + R_2)$  verfügbare kinetische Energie ( $Z_i$  Ladungszahl,  $\varepsilon^2 = e^2 / 4\pi\varepsilon_0$ ).

Die Bildung des Compoundkerns in einer Fusionsreaktion erfolgt nach einer Wechselwirkungszeit von etwa  $10^{-21}$  s. Nach etwa  $10^{-19}$  s setzt eine statistische Verdampfung von Neutronen (oder anderen leichten Teilchen) ein, die zu einer Abregung des hochangeregten Systems führt. Die Emission eines Neutrons vermindert die Anregungsenergie um etwa 8 MeV [Mus95] bis 13 MeV [Mor83] und den Drehimpuls um etwa  $1\hbar$ . Die benötigte Energie für die Emission eines Protons beträgt ca. 18 MeV, für die eines  $\alpha$ -Teilchens etwa 22 MeV [Mor83]. Diese Nukleonenkaskade bricht ab, wenn die Anregungsenergie des verbleibenden Restkerns kleiner als die Neutronenbindungsenergie geworden ist. Danach erfolgt die weitere Abregung des Compoundkerns, der noch einen hohen Drehimpuls trägt, durch eine Folge hauptsächlich schneller elektrischer Dipolübergänge (E1), bis die Yrast-Linie erreicht ist. Die Yrast-Linie kennzeichnet die Grenze im  $I$ - $E_x$ -Diagramm, unterhalb derer keine Zustände existieren, d.h. der Kern kann nur durch Verringerung seines Drehimpulses mittels elektromagnetischer Übergänge Anregungsenergie abbauen<sup>12</sup>. Es schließt sich eine Reihe kollektiver Quadrupolübergänge (E2) längs der Yrast-Linie an, die bei deformierten Kernen schließlich in der Grundzustandsbande mündet. Dies ist in Abbildung 7 gezeigt, in der die Anregungsenergie als Funktion des Drehimpulses dargestellt ist. Eingezeichnet sind u.a. typische Verläufe der Yrast-Kurven für verschiedene Deformationskonfigurationen.

Für die Niveaus in der Nähe der Yrast-Linie erwartet man selbst bei hohen Drehimpulsen eine einfache Struktur der Zustände und damit eine relativ niedrige Niveaudichte, während bei gegebenem Drehimpuls die Niveaudichte mit wachsender Anregungsenergie stark ansteigt. Mit zunehmendem Drehimpuls ändert sich infolge der größer werdenden Zentrifugalkräfte auch die Gleichgewichtsform des Kerns, so daß sich längs der Yrast-Linie prolate, triaxiale und oblate Deformationen ausbilden, bis die Stabilität des Kerns bei einem kritischen Drehimpuls  $I_{krit}$  durch die einsetzende Spaltung begrenzt wird, was ein Abbrechen der Yrast-Linie zur Folge hat.  $I_{krit}$  wächst mit der Größe des Kerns zunächst an und erreicht bei mittelschweren Kernen mit  $I_{krit} \approx 100\hbar$  sein Maximum. Wegen der abstoßenden Coulombkräfte fällt  $I_{krit}$  für wachsende Kernmassen  $A$  dann stark ab, so daß oberhalb von  $A \approx 300$  der Kern selbst bei verschwindender Rotation nicht mehr stabil bleibt. Dies ist in Abbildung 8, in der  $I_{krit}$  als Funktion der Kernmasse gegeben ist, dargestellt.

Für die Bevölkerung von Hochspin-Zuständen in den Spaltfragmenten ist es notwendig, möglichst viel Drehimpuls vom Compoundkern zu übernehmen. Zur Veranschaulichung

<sup>12</sup>Der Ursprung des Wortes "Yrast" wird von Grover [Gro67] angegeben. Die englische Sprache scheint keinen schönen Superlativ für Adjektive zu haben, die die Rotation ausdrücken. Professor F. Rumpin (Sektion für germanische Sprachen der staatlichen Universität von New York, Stony Brook) schlug deshalb vor, das schwedische Adjektiv *yr* für die Bezeichnung dieser speziellen Niveaus zu verwenden. Dieses Wort ist von dem gleichen altnordischen Verb *hvirfla* (wirbeln) abgeleitet wie das englische Wort *whirl* und bildet den natürlichen Superlativ *yrast*.

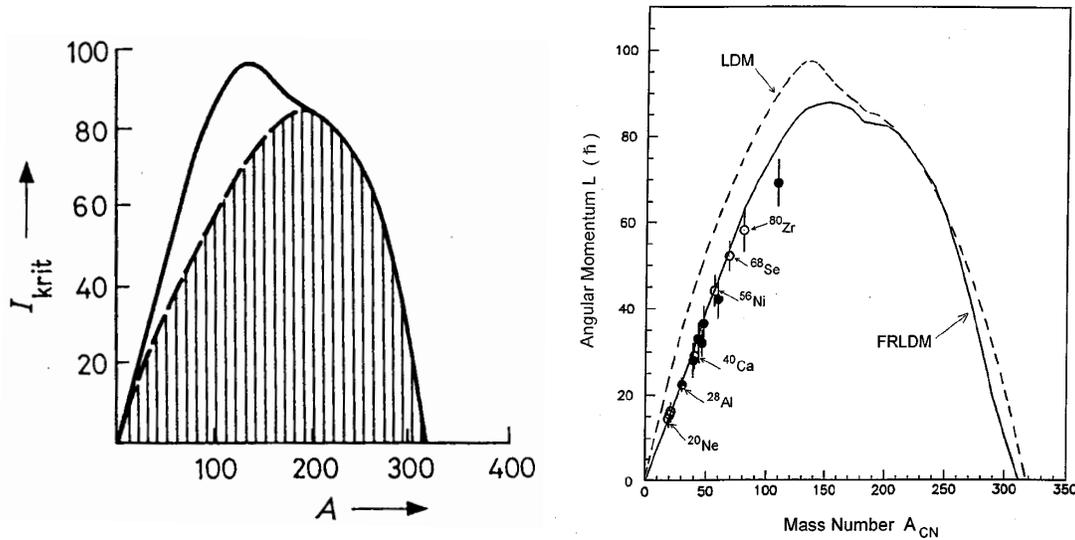


**Abbildung 7:** Schematische Darstellung der Compoundkernabregung im E-I-Diagramm. Zustände auf oder oberhalb der Yrast-Kurve bilden mit ansteigender Anregungsenergie zunehmend starke Deformationen aus. Zustände unterhalb der Yrast-Kurve, also mit höheren Drehimpulsen bei gleicher Anregungsenergie, führen zur Spaltung des Kerns. Hat der Kern eine Anregungsenergie, die weit oberhalb des Bereichs, in dem sich Rotationsbanden ausbilden, liegt, wird er über Nukleonen-Kaskaden abgeregt, bis er auf eine Bande trifft, der er durch  $\gamma$ -Abregung folgen kann.

dieses Prozesses dient das Modell des “Sticking Limit” [Boc77]. Dabei stellt man sich vor, daß sich die beiden Anfangskerne in engem Kontakt ein Stück weit um den gemeinsamen Schwerpunkt drehen und dann die Reaktionsfragmente freigegeben werden. Der dabei auf das schwerere Spaltfragment übertragene Drehimpuls  $I_3$  ist dabei

$$\frac{I_3}{L_0} = \frac{\frac{2}{5}M_3R_3^2 \left(1 + \frac{1}{3}\delta\right)}{\mu R_S^2 + \frac{2}{5}M_4R_4^2 + \frac{2}{5}M_3R_3^2 \left(1 + \frac{1}{3}\delta\right)}, \quad (4)$$

wobei  $L_0$  der Drehimpuls des Compoundkerns,  $\mu$  die reduzierte Masse,  $M_{3,4}$  die Massen und  $R_{3,4}$  die Radien der Reaktionsfragmente sind.  $R_S$  ist der Gesamtradius des Compoundkerns (siehe auch Gl. 8, S.18) und  $\delta$  der in Gl. 14 (S. 20) definierte Deformationsparameter, hier als Deformation des schwereren Fragments gegeben. Gl. 4 resultiert aus der Anwendung des Steinerschen Satzes für die Projektion des Trägheitsmomentes, wobei für das schwerere Reaktionsfragment die Deformation direkt in das Trägheitsmoment eingeht.



**Abbildung 8: Links:** Im Tröpfchenmodell berechnete Stabilität des rotierenden Korns gegenüber Spaltung in Abhängigkeit von der Massenzahl  $A$ . Die Spaltbarriere verschwindet bei  $I_{krit}$ . Im schraffierten Bereich entspricht die Gleichgewichtsform des Korns einer prolaten Deformation, im Bereich zwischen den beiden Kurven liegt eine triaxiale Deformation vor (aus [Mus95]).

**Rechts:** Wie links, aber mit experimentellen Werten (Punkte) sowie neben der Vorhersage des Tröpfchenmodells (LDM, gestrichelt) einer Rechnung unter Benutzung des *finite range liquid drop*-Modells (FRLDM, durchgezogene Linie), erweitert für rotierende Kerne [Sie86] (aus [Bec96a]). Hierbei wurde ein zusätzliches kurzreichweitiges attraktives Potential zwischen aufeinanderfolgenden Kernen am Sattelpunkt benutzt, um die experimentell bestimmten dreimpulsabhängigen Barrieren zu reproduzieren.

### 3.1.3 Die erweiterte Hauser-Feshbach-Methode (EHFM) für Compoundkern-Reaktionen

Um die in Abschnitt 6 aus experimentellen Daten ermittelte Bevorzugung der Emission von  $^8\text{Be}$  aus dem Compoundkern gegenüber der Emission von 2  $\alpha$ -Teilchen mit theoretischen Modellvorhersagen zu vergleichen, wurden Rechnungen nach der erweiterten Hauser-Feshbach-Methode (EHFM) [Mat97] durchgeführt. An dieser Stelle soll diese Methode und das zugrunde liegende Kernmodell erläutert werden. In Abschnitt 6.3 werden die in Abschnitt 6 erhaltenen experimentellen Ergebnisse mit solchen EHFM-Rechnungen verglichen.

Die Kernaussage der Hauser-Feshbach-Theorie [Hau52] ist, daß sich der “gemittelte Compoundkern” im statistischen Gleichgewicht befindet und hinsichtlich der Teilchenemission wie ein isolierter CN-Zustand verhält, aus dem Teilchen  $b$  in die unterschiedlichen Reaktionskanäle mit der gleichen Wahrscheinlichkeit ausgesandt werden, mit der einlaufende Teilchen  $a$  der gleichen Sorte absorbiert werden. So erhält man für den Compoundkernwirkungsquerschnitt den Ausdruck

$$\sigma_{ab}^{HF} = \pi \lambda_a^2 T_a \frac{T_b}{\sum_i T_i} \quad i=1, \dots, N \quad , \quad (5)$$

wobei  $T$  die Transmissionskoeffizienten der entsprechenden Kanäle und  $\lambda$  die zugehörigen

Comptonwellenlängen sind. Gl. 5 besagt letztlich, daß sich infolge guter statistischer Mittelung über sehr viele CN-Zustände die Interferenzglieder vollständig herausmitteln. Da bei den Reaktionssystemen, die in den hier behandelten Experimenten benutzt wurden, die binäre Spaltung, auch mit anschließender Emission von leichten Teilchen, eine große Rolle spielt, ist die alleinige Betrachtung von LCP-Emissionen in diesem Falle nicht hinreichend. Die EHF<sub>M</sub> behandelt den binären Zerfall (d.h. die Spaltung und/oder Verdampfung von IMF's<sup>13</sup>) zusätzlich zu den Prozessen der Verdampfung von leichten Teilchen ( $n$ ,  $p$ ,  $\alpha$ ). Diese Methode ist auf diverse Systeme in der Massengegend  $A_{CN} = 40 - 80$  angewandt worden [Mat97, Bec96b, Bec98] und zeigt eine sehr gute Übereinstimmung mit experimentellen Daten. An dieser Stelle sollen nur einige für das Verständnis wichtige Größen erläutert werden. Für weitere Details sei auf die Arbeit von Matsuse et al. [Mat97] verwiesen.

Die Zerfallsbreite  $\Gamma_I$  eines bestimmten Zerfallskanals ist gegeben durch

$$\Gamma_I = \frac{P_I}{2\pi\rho_I(\varepsilon)} \quad , \quad (6)$$

wobei  $\rho_I$  die Niveaudichte wie in der üblichen Fermigas-Beschreibung [Boh81] ist,  $\varepsilon$  die Anregungsenergie im Tochterkern und  $P_I$  das Phasenraumintegral für den Zerfall in den Tochterkern. In letzterem sind die Transmissionskoeffizienten im binären Kanal von großer Bedeutung, da diese indirekt die Deformation der beiden Fragmente, die die Coulombbarriere definiert, beschreiben. Das totale Potential zwischen den beiden Fragmenten läßt sich parametrisieren durch

$$V(L) = V_{\text{Coul}} + \frac{\hbar^2}{2\mu_f R_S^2} L(L+1) \quad . \quad (7)$$

Hierbei wurden folgende Definitionen benutzt:  $\mu_f$  – reduzierte Masse im Schwerpunktsystem,  $R_S$  – die Distanz zwischen den beiden Fragmenten, die durch die Radien der leichten und schweren Fragmente  $R_L$  und  $R_H$  sowie einem sog. *Neck*-Parameter  $d$ , dem Abstand der Oberflächen beider Fragmente am Sattelpunkt, gegeben ist durch

$$R_S = R_L + R_H + d \quad . \quad (8)$$

Aus der Untersuchung einer großen Anzahl von Schwerionenreaktionen [Nou97, Bec99] wurde eine lineare Abhängigkeit des Parameters  $d$  von der Masse des Compoundkerns gefunden. Für den vorliegenden Fall läßt sich  $d = 3.0 \pm 0.5$  fm angeben [Mat97]. Für  $R_L$  und  $R_H$  wird im allgemeinen der Radiusparameter  $r_0 = 1.2$  fm benutzt [Mat97, Bec99]. Um die experimentellen Daten zu beschreiben, wurde die Deformation des Compoundkerns simuliert, indem der Neckparameter  $d$  variiert wurde. Ein größerer Abstand der Fragmente, der einer größeren Deformation entspricht, reduziert die Barriere und erhöht damit die Transmissionswahrscheinlichkeit. Die Deformation des zerfallenden Systems wird daher i.a. eine bevorzugte Emission von schweren Fragmenten bewirken, wie schon von Bann und Komoto [Bla81] vorgeschlagen wurde.

Der zweite Effekt, der eine bedeutende Auswirkung auf das Phasenraumintegral hat, ist die Niveaudichte  $\rho_I(E^*)$  im Tochterkern mit Spin  $I$  und Anregungsenergie  $E^*$ ,

$$\rho_I(E^*) = \frac{1}{12} \left( \frac{a\hbar}{2\theta} \right)^{3/2} (2I+1) a \frac{e^{2\sqrt{X}}}{X^2} \quad (9)$$

---

<sup>13</sup>Intermediate Mass Fragments mit  $3 \leq Z \leq Z_{\text{Projektil}}$

$$\text{mit} \quad X = a \left( E^* - \frac{\hbar^2}{2\theta} I(I+1) - \Delta_{\text{pair}} \right) . \quad (10)$$

Wichtig dabei sind der Niveaudichteparameter  $a$ , sowie das Trägheitsmoment  $\theta$ , das die Lage der Yrast-Linie des Tochterkerns bestimmt. Für größere Deformationen wird die Yrast-Linie nach unten gebogen, so daß ein größerer Phasenraum für den Zerfall gebildet wird. Statt der üblichen Parametrisierung für  $a = A/8$  [Mat97]<sup>14</sup> wurde bei den im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Rechnungen eine Temperaturabhängigkeit von  $a$  [Bec99] verwendet, die sich als zutreffender für Streusysteme in dieser Massengegend erwiesen hat [Nou97]. Vor allem bei leichten Kernen führt die Abweichung von der Parametrisierung  $a = A/8$  zu erheblichen Unterschieden in den Rechnungen.

## 3.2 Kerndeformation

### 3.2.1 Das Nilsson-Modell

Obwohl das Schalenmodell die magischen Zahlen und die Eigenschaften vieler Niveaus sehr gut beschreibt, zeigt es doch eine Reihe von Unzulänglichkeiten. Besonders auffallend ist die Tatsache, daß viele Quadrupolmomente von Kernen mit nichtmagischen Nukleonenzahlen größer sind als vom Schalenmodell vorhergesagt [Tow49]. Rainwater [Rai50] zeigte, daß man solche großen Quadrupolmomente im Rahmen des Schalenmodells erklären kann, wenn man annimmt, daß der Rumpf mit abgeschlossener Schale deformiert ist. Tatsächlich zeigt ein ellipsoidförmiger Rumpf ein Quadrupolmoment, das zur Deformation proportional ist. Die Rumpfformation ist ein Beweis für Vielkörpereffekte und kollektive Anregungen sind möglich. Dies führte zur Entwicklung des vereinheitlichten (*unified*) Kernmodells [Boh51]. Die wichtigsten Eigenschaften können sehr leicht anhand der Beschreibung zweier extremer Situationen erläutert werden: Kerne mit abgeschlossenen Schalen sind kugelsymmetrisch und nicht deformiert. Die ersten kollektiven Bewegungen solcher Kerne sind Oberflächenschwingungen, ähnlich wie die Oberflächenwellen eines Flüssigkeitströpfchens. Für kleine Oszillationen werden harmonische, rücktreibende Kräfte angenommen, und es ergeben sich äquidistante Vibrationsniveaus. Weit weg von der abgeschlossenen Schale polarisieren die Nukleonen außerhalb einer Schale den Kernrumpf, der dadurch eine dauerhafte Deformation erhält. Der gesamte deformierte Kern kann rotieren und diese Art der kollektiven Anregung führt zum Auftreten von Rotationsbanden (Kollektivmodell). Der deformierte Kern wirkt wie ein nichtsphärisches Potential für die viel schnellere Einteilchenbewegung; die Energieniveaus eines Einzelteilchens in einem solchen deformierten Potential können im Nilsson-Modell [Nil55] untersucht werden. Dieses Modell, das sozusagen den Versuch darstellt, Schalen- und Kollektivmodell zu einem Modell zu vereinen, betrachtet den deformierten Kern so, als ob er aus unabhängigen Valenz-Teilchen bestünde, die sich in einem deformierten Potential bewegen.

Beim Schalenmodell werden die Zustände in einem sphärischen Potential behandelt, wobei das mittlere Potential, das von den Nukleonen gesehen wird, der Dichteverteilung im Kern

---

<sup>14</sup>Für den Niveaudichteparameter  $a$  gibt es eine Reihe von verschiedenen, aber ähnlichen, Parametrisierungen als Funktion der Massenzahl  $A$  [Jae99].

ähnelt. Das Potential für das Schalenmodell kann geschrieben werden als

$$V(r) = \frac{1}{2}m\omega^2 r^2 - C \mathbf{1} \cdot \mathbf{s} \quad . \quad (11)$$

Der erste Term ist das Zentralpotential, wobei als Näherung in dieser Diskussion der harmonische Oszillator angenommen wurde, und der zweite das Spin-Bahn-Potential. Der Faktor  $\omega$  ist durch die Beziehung  $E = (N + 3/2)\hbar\omega$  mit der Energie eines Oszillatorpotentials verknüpft. Die Zustände im Potential der Gl. 11 sind durch die Quantenzahlen  $N$ ,  $l$  und  $j$  gekennzeichnet. Wegen der Rotations- und Paritätsinvarianz sind der Gesamtdrehimpuls  $j$  und der Bahndrehimpuls  $l$  (oder die Parität) des Nukleons gute Quantenzahlen, und  $N$ ,  $l$  und  $j$  werden benutzt, um die Niveaus zu kennzeichnen.

Da manche Kerne große permanente Deformationen besitzen, wie zuvor beschrieben wurde, muß Gl. 11 verallgemeinert werden. Eine gutbekannte Verallgemeinerung geht auf Nilsson zurück, der statt Gl. 11

$$V_{def} = \frac{1}{2}m \left[ \omega_{\perp}^2 (x^2 + y^2) + \omega_z^2 z^2 \right] + C \mathbf{1} \cdot \mathbf{s} + D l^2 \quad (12)$$

schrrieb. Dieses Potential beschreibt eine axialsymmetrische Situation; man kann es bei den meisten Kernen anwenden. Die z-Achse ist hierbei die Symmetrieachse des Rotationsellipsoids, so daß  $\omega_{\perp} = \omega_x = \omega_y$ .  $C$  bestimmt die Spin-Bahn-Wechselwirkung und der Term  $D l^2$  korrigiert die mit wachsendem Bahndrehimpuls steigende Abweichung des Potentials vom harmonischen Oszillator. Für eine reine Quadrupoldeformation werden die Koeffizienten  $\omega_{\perp}$  und  $\omega_z$  durch den Deformationsparameter  $\varepsilon$  und die Frequenz  $\omega_0$  des nicht deformierten Potentials ausgedrückt:

$$\begin{aligned} \omega_z &= \omega_0 \left( 1 - \frac{2}{3}\varepsilon \right) \\ \omega_{\perp} &= \omega_0 \left( 1 + \frac{1}{3}\varepsilon \right) \end{aligned} \quad (13)$$

Der Deformationsparameter  $\varepsilon$  ist verknüpft mit dem geometrisch definierten Deformationsparameter  $\delta$ ,

$$\delta = \frac{c - a}{R_0}; \quad R_0 = \frac{a + c}{2} \quad , \quad (14)$$

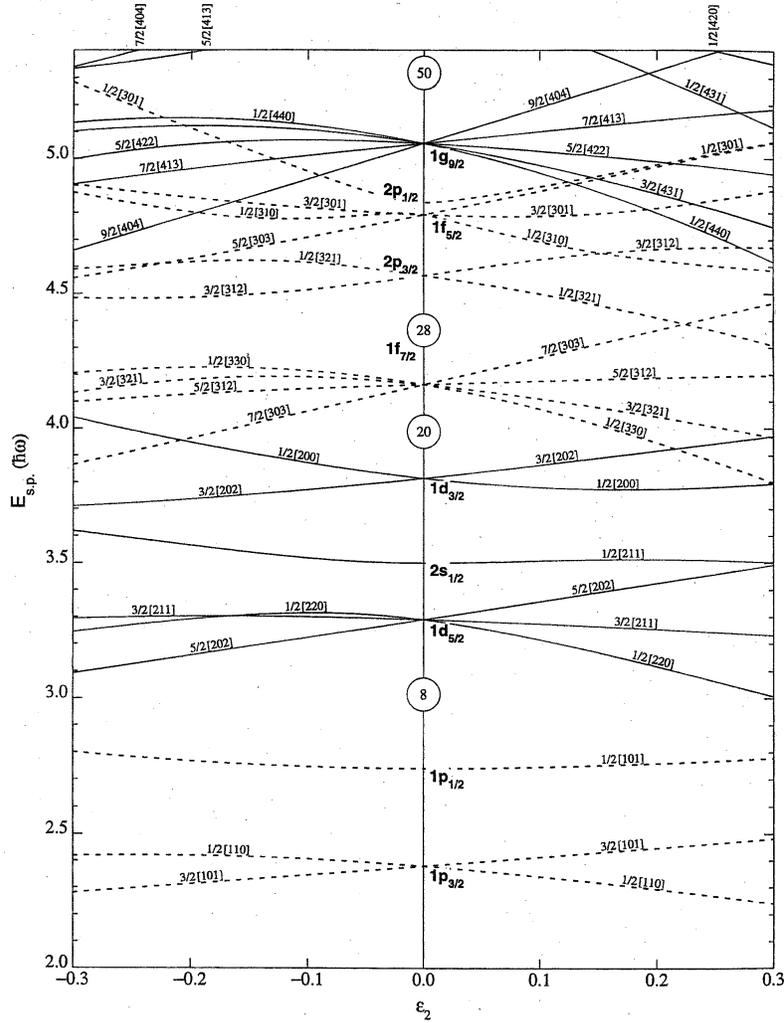
wobei  $c$  und  $a$  die Halbachsen des Ellipsoids sind, durch die Beziehung

$$\delta = \varepsilon \left( 1 + \frac{1}{2}\varepsilon \right) \quad . \quad (15)$$

Aus der Bedingung der Inkompressibilität der Kernmaterie folgt mit dem Radius  $R_K$  einer Kugel gleichen Volumens

$$\frac{4\pi}{3} R_K^3 = \frac{4\pi}{3} a^2 c \quad . \quad (16)$$

Die Lösung der Schrödingergleichung mit dem Nilsson-Potential der Gl. 12 liefert die Zustandsenergie der Nukleonen als Funktion des Deformationsparameters  $\delta$ . Die Parameter  $C$  und  $D$  werden so gewählt, daß für den kugelsymmetrischen Fall mit  $\delta = 0$  die experimentell bestimmten Einteilchenzustände erhalten werden. Zur graphischen Darstellung



**Abbildung 9:** Einteilchenzustände im Schalenmodell mit Nilsson-Potential bis  $Z = N = 50$  aus [Fir96]. Die Notation der Quantenzahlen folgt der in Gl. 18 beschriebenen.

wählt man das Nilsson-Diagramm. Der Nilsson-Quadrupol-Deformationsparameter  $\varepsilon_2$ , der auch in den später (Abschnitt 3.2.2) erläuterten Nilsson-Strutinsky-Diagrammen verwendet wird, ist über die Beziehung

$$\varepsilon_2 = \delta + \frac{1}{6}\delta^2 + \frac{5}{18}\delta^3 + \dots \quad (17)$$

mit dem geometrisch in Gl. 14 definierten  $\delta$  verknüpft. In Abbildung 9 sind die untersten Zustände bis  $N=Z=50$  eingezeichnet. Für  $\varepsilon_2 = \delta = 0$  ergeben sich die über  $C$  und  $D$  eingegangenen experimentellen Einteilchen-Zustände. Links davon ist für  $\varepsilon_2 < 0$  der Verlauf der Einteilchenenergie bei linsenförmiger (oblater) Deformation zu entnehmen, rechts davon für  $\varepsilon_2 > 0$  der für zigarrenförmige (prolate) Deformation. Im Unterschied zum Einteilchen-Schalenmodell, in dem die Zustände durch die drei Quantenzahlen  $n$ ,  $l$ ,  $j$  und die aus  $l$  über die Beziehung  $P_l = (-1)^l$  folgende Paritätsquantenzahl gekennzeichnet werden, sind

hier weitere vier Quantenzahlen erforderlich. Sie wurden an jeder Zustandsenergiekurve in Abbildung 9 in der Form

$$\Omega^\pi [N, n_z, \Lambda] \quad (18)$$

angegeben. Die Parität  $\pi$  und die Projektion  $\Omega$  des Nukleonendrehimpulses  $j$  auf die Symmetrieachse  $z'$  folgen direkt aus der  $P$ -Invarianz und der Axialsymmetrie des Kernpotentials als Erhaltungsgrößen der Einteilchenbewegung. Die neueingeführten Quantenzahlen

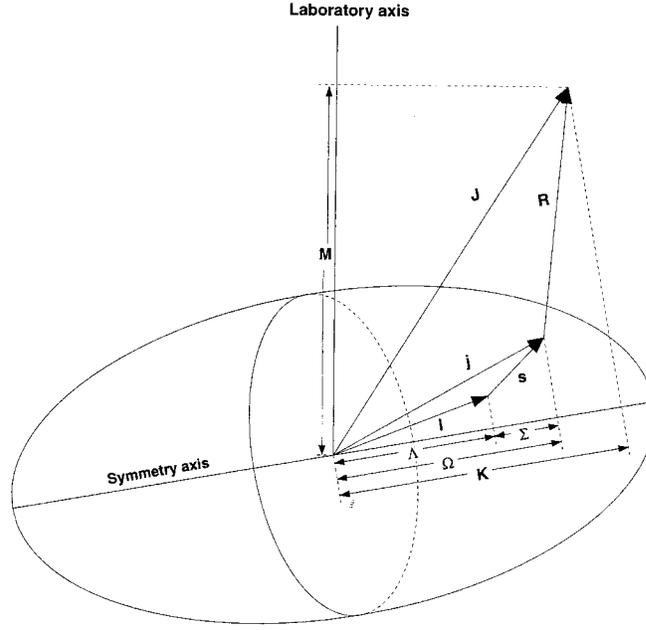


Abbildung 10: Drehimpulsprojektionen des Nukleons im Feld des statisch deformierten Kerns.

$n_z, n_\perp, \Lambda, \Sigma$ , die in Abbildung 10 anschaulich gemacht sind, sind nur näherungsweise Erhaltungsgrößen. Streng gelten sie erst bei großen Deformationen. Der Deformationsparameter  $\beta_2$  ist durch den Zusammenhang

$$\beta_2 = \sqrt{\pi/5} \left[ \frac{4}{3}\varepsilon_2 + \frac{4}{9}\varepsilon_2^2 + \frac{4}{27}\varepsilon_2^3 + \dots \right] \quad (19)$$

mit  $\varepsilon_2$  definiert. Er beschreibt die Abweichung der Kernform von einer Kugel durch  $R(\theta) = R_K(1 + \beta_2 Y_{20}(\theta))$ .  $R_K$  ist dabei der Radius einer Kugel gleichen Volumens,  $Y_{20}(\theta)$  die rotationssymmetrische ( $m=0$ ) Kugelflächenfunktion zweiter Ordnung und  $\theta$  der Winkel zwischen der Vorzugsachse des Kerns und der Rotationsnormalen. Das intrinsische Quadrupolmoment  $Q_0$  steht mit  $\beta_2$  in folgendem Zusammenhang:

$$Q_0 = \sqrt{16\pi/5} Z e R_0^2 \beta_2 \quad (20)$$

Wie zu Beginn dieses Abschnitts bemerkt, ist die Ursache der Kerndeformation ein statisches Quadrupolmoment. Dieses ist mit der experimentellen Übergangsstärke  $B(E2)$  eines E2-Übergangs verknüpft durch

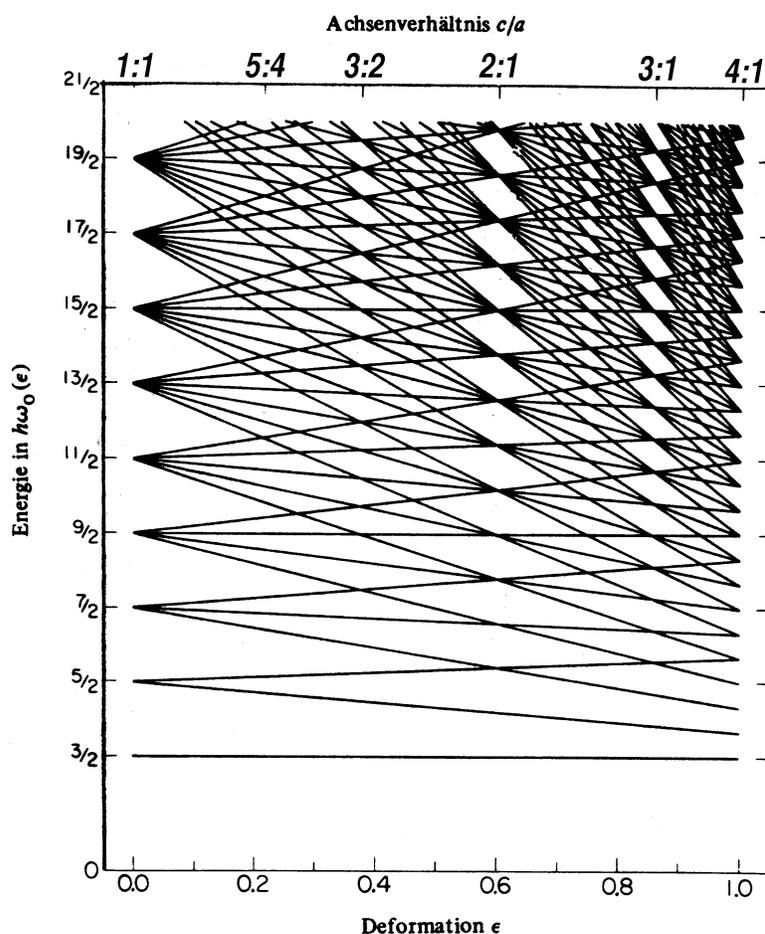
$$B(E2) = B(JK \rightarrow J-2 K) = \frac{5}{16\pi} Q_0^2 \langle JK20 | J-2 K \rangle^2 (eb)^2 \quad , \quad (21)$$

wobei folgender Zusammenhang zwischen  $B(E2)$  und der Lebensdauer  $\tau$  des Zustands bei einem E2-Übergang besteht

$$B(E2) = \frac{0.05659}{\tau(E2)(E_\gamma)^5} (eb)^2 \quad . \quad (22)$$

### 3.2.2 Nilsson-Strutinsky-Rechnungen

Die Nilsson-Strutinsky-Methode ist ein Versuch, kollektive und Einteilchen-Eigenschaften von Kernen zu vereinigen. Zu diesem Zweck wird ein *Liquid-Drop-Potential* durch einen mikroskopisch bestimmten Schalenkorrekturterm modifiziert. Dieser Korrekturterm wird berechnet aus dem Nilsson-Schema, so daß die Stabilitätsänderung des deformierten Kerns bei Variation der zugehörigen Einteilchen-Struktur wiedergespiegelt wird. Auf diese Wei-



**Abbildung 11:** Energieniveaus für das Potential eines harmonischen Oszillators mit gestreckter (prolater) Deformation (nach [Fra95]).

se erhält man eine strukturierte Potential-Fläche, die oft Minima bei Deformationswerten  $\varepsilon_2 \neq 0$  aufweist. Diese Minima sind direkt korreliert mit besonders großen Abständen der



Energieniveaus im Nilsson-Potential und können daher als spezielle Einteilchen-Zustände im harmonischen Oszillator verstanden werden. Dies ist in Abbildung 11, in der die Energieniveaus für das Potential eines harmonischen Oszillators mit gestreckter (prolater) Deformation als Funktion des Deformationsparameters  $\varepsilon$  (zur Definition von  $\varepsilon$  siehe Gl. 15, S. 20) aufgetragen sind, zu sehen. Zusätzlich ist auf der oberen Achse das zugehörige Achsenverhältnis  $c/a$  der langen Achse eines Rotationsellipsoids zu dessen kurzer Achse angegeben. Zu erkennen sind die Lücken bei den Werten 2:1 und 3:1 des Achsenverhältnisses  $c/a$ . Dies entspricht einer super- bzw. hyperdeformierten Konfiguration des Kerns. Hier ist die Niveaudichte der Zustände besonders klein, so daß diese Konfiguration bevorzugt bevölkert wird, wenn der Deformationswert in der Nähe dessen für die entsprechende geradzahlige Konfiguration liegt.

Abbildung 12 zeigt die Ergebnisse solcher Nilsson-Strutinsky-Rechnungen für  $^{20}\text{Ne}$ ,  $^{24}\text{Mg}$  und  $^{32}\text{S}$ . Die Dichteverteilungen in der Abbildung, die an einigen der Minima eingezeichnet sind, stammen aus den Wellenfunktionen der zugehörigen Konfigurationen im harmonischen Oszillator. Dies zeigt, daß die zu diesen Minima verknüpften Wellenfunktionen besondere Symmetrien aufweisen, die auf eine Cluster-Struktur hinweisen. Die Harvey-Regeln, die in Abschnitt 3.2.4 genauer beschrieben werden, bestimmen nun, in welche Zustände im harmonischen Oszillator diese Konfigurationen zerfallen können.

### 3.2.3 Das $\alpha$ -Cluster-Modell

Eine andere Möglichkeit der Beschreibung von deformierten Zuständen in leichten und mittelschweren  $N=Z$ -Kernen (mit geradem  $N$ ) ist das Bloch-Brink- $\alpha$ -Cluster-Modell [Bri66]. Der Hamiltonian dieses  $A = 4N$ -Teilchen-Systems (wobei  $N$  ganzzahlig und gleich der Anzahl der Cluster ist) ist, unter Vernachlässigung der Coulombenergie,

$$H = T + \sum_{i \neq j} V_{ij} - T_{c.m.} \quad . \quad (23)$$

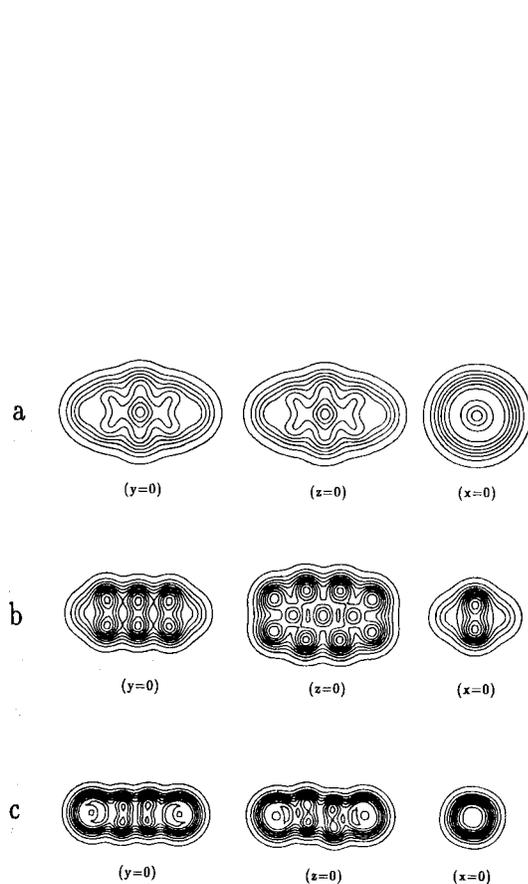
Hierbei ist  $T$  die kinetische Energie,  $V_{ij}$  beschreibt die Nukleon-Nukleon-Wechselwirkungen und  $T_{c.m.}$  ist der Schwerpunkt-Term der kinetischen Energie. Im Block-Brink-Modell wird der  $A$ -Teilchen-Zustand konstruiert aus den  $N = \frac{1}{4}A$   $\alpha$ -Cluster-Orbitalen, von denen jedes mit vier Nukleonen mit unterschiedlicher Zuordnung in Spin und Isospin besetzt ist. Die räumlichen Wellenfunktionen, nämlich die eines 0s-Zustands eines harmonischen Oszillators mit der Oszillatorfrequenz  $\omega_0$ , sind zentriert an den Punkten  $R_1, R_2, \dots, R_N$  ( $\hbar = m = 1$ ):

$$\phi_i(x_j) = (\omega_0/\pi)^{3/4} \exp \left[ -\frac{1}{2} \omega_0 (x_j - R_i)^2 \right] \chi_j, \quad (24)$$

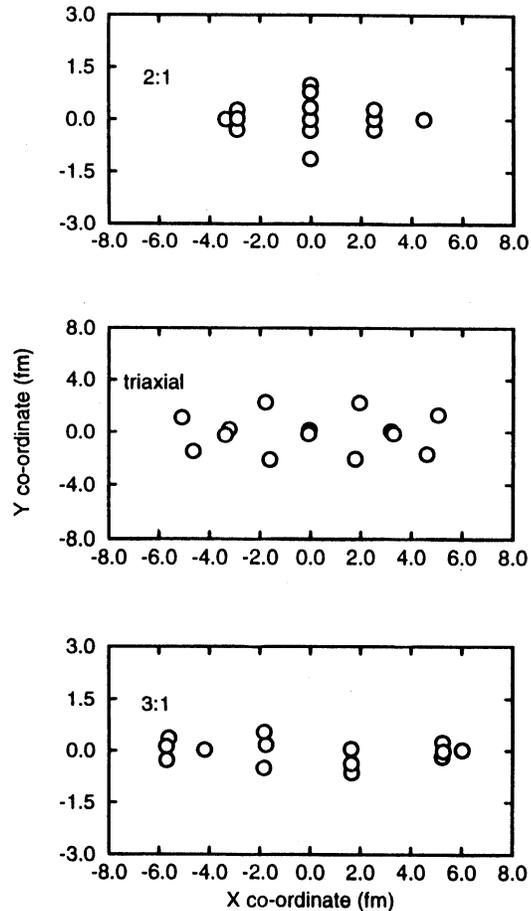
wobei  $i, j$  ( $i = 1, 2, \dots, A$ ;  $j = 1, 2, \dots, N$ ) die  $\alpha$ -Cluster-Zentren bzw. die Nukleonen und  $\chi_j$  die Spin- und Isospin-Zustände der Nukleonen kennzeichnen. Die Vielteilchen-Wellenfunktion des Systems  $\Phi(R_1, R_2, \dots, R_N)$  ist die normierte Slater-Determinante der Einteilchen-Wellenfunktionen  $\phi_i(x_j)$ , die in Gl. 24 definiert sind.

Als Wechselwirkungskraft zwischen den Nukleonen wird häufig die Brink-Boeker B1-Nukleon-Nukleon-Kraft [Bri67] verwendet, die beschrieben wird durch die Summe zweier Gaußfunktionen. Der Grund dafür ist die Einfachheit dieses Ansatzes und der Möglichkeit, RMS-Radien in Übereinstimmung mit experimentellen Daten zu reproduzieren. Die

totale Bindungsenergie wird durch die Brink-Boeker-Kraft allerdings nicht korrekt absolut wiedergegeben, wohl aber die Änderung der Bindungsenergie zwischen verschiedenen Zuständen eines Kerns oder zwischen benachbarten Kernen.



**Abbildung 13:** Drei Ansichten (aus x-, y- und z-Richtung) der Dichteverteilungen für  $^{56}\text{Ni}$  mit (a) 2:1-, (b) triaxialer und (c) 3:1-Deformation aus  $\alpha$ -Cluster-Modellrechnungen (aus [Zha94a]).



**Abbildung 14:** Geometrische Anordnungen der  $\alpha$ -Cluster für die Konfigurationen in Abb. 13 (aus [Zha94a]).

Als Ergebnis solcher Rechnungen ist in Abbildung 13c die Vorhersage von hyperdeformierten Zuständen (Achsenverhältnis 3:1) in  $^{56}\text{Ni}$  gezeigt. Die anderen beiden dargestellten Konfigurationen sind (a) eine superdeformierte Konfiguration mit einem Achsenverhältnis von 2:1 und (b) eine triaxiale Konfiguration. Gezeigt sind für jeden Fall die Projektionen auf alle möglichen Ebenen (x-z, x-y und y-z). In Abbildung 14 sind die dazugehörigen geometrischen Anordnungen der  $\alpha$ -Teilchen aus der Modellrechnung gezeigt. Weitere Vorhersagen für die Existenz hyperdeformierter Zustände in  $\alpha$ -Cluster-Kernen sind aufgrund von  $\alpha$ -Cluster-Modellrechnungen gemacht worden [Zha94b, Rae92].

### 3.2.4 Die Harvey-Regeln

Um festzustellen, ob eine Reaktion mit bekannten Konfigurationen bzw. Deformationen der Kerne eine bestimmte Konfiguration im Compound-Kern bzw. in binären Spaltfragmenten bevölkern kann, wurden von Harvey [Har75] Auswahlregeln aufgestellt. Als Illustration dessen ist in Abbildung 15 die Bevölkering des Compoundkerns  $^{56}\text{Ni}^*(3:1)$  in der Reaktion  $^{32}\text{S}_{g.s.} + ^{24}\text{Mg}_{g.s.}$  und die Spaltung dieses Zustands in den Ausgangskanal  $^{16}\text{O}_{4p-4h} + ^{40}\text{Ca}^*(3:1)$  dargestellt. In dieser Abbildung ist die Bevölkering von  $\alpha$ -Teilchen-Zuständen im Energieschema des 3-dimensionalen harmonischen Oszillators dargestellt. Jeder Zustand mit  $(n_x, n_y, n_z)$  kann höchstens von einem  $\alpha$ -Teilchen besetzt werden. Die Orientierung des Kerns ist durch eine bestimmte Vorzugsrichtung (hier die z-Achse) gegeben. Bei Bevölkering der Zustände im Folgekern (markiert durch die eingezeichneten Linien, die die Zustände verbinden) können sich nur die Oszillator-Quantenzahlen in der z-Richtung ändern, in der kinetische Energie zur Verfügung steht, während die Quantenzahlen in x- und y-Richtung in erster Näherung nicht geändert werden. Dadurch ergibt sich in Abbildung 15 eine mögliche Bevölkering des hyperdeformierten 3:1-Zustands in  $^{56}\text{Ni}^*$ . Dieser spaltet dann unter Beachtung der genannten Regeln in den  $^{16}\text{O}_{4p-4h} + ^{40}\text{Ca}^*(3:1)$  Ausgangskanal, bei welchem  $^{40}\text{Ca}$  in einem hyperdeformierten Zustand und  $^{16}\text{O}$  nicht im Grundzustand, sondern im ersten angeregten 4-Teilchen-4-Loch-Zustand vorliegt.

Wie in Abbildung 15 deutlich wird, ist es von entscheidender Bedeutung für einen meßbaren Reaktionsquerschnitt des stark deformierten Ausgangskanals, daß die Kerne im Eingangskanal bereits im Grundzustand in einer bestimmten Weise deformiert sind. Mit anderen Konfigurationen läßt sich eine derartige stark deformierte Konfiguration im Compoundkern nicht erzielen. Dies wird bei der Überlegung zur Wahl des Streusystems in Abschnitt 5.1 (S. 63) noch einmal aufgegriffen werden.

### 3.2.5 Ergänzende Bemerkungen zur Auswahl geeigneter Reaktionen zur Untersuchung hyperdeformierter Zustände in $\alpha$ -Cluster-Kernen

Wesentliche Aspekte der Kerndeformation wurden schon bei der Diskussion der Modelle zur Berechnung deformierter Kernzustände (Abschnitt 3.2.1, S. 19) angesprochen. An dieser Stelle soll die Auswahl geeigneter Reaktionen diskutiert werden.

In den Streusystemen  $^{24}\text{Mg} + ^{24}\text{Mg}$  [Zur83] und  $^{28}\text{Si} + ^{28}\text{Si}$  [Bet81] (und schwächer ausgeprägt in einigen benachbarten Streusystemen) wurden in der elastischen und inelastischen Streuung und einigen  $\alpha$ -Transfer-Kanälen für bestimmte Einschußenergien und Drehimpulse in den genannten Kanälen korrelierte Resonanzen gefunden, deren Breite von 100-150 keV bei den niedrigsten Resonanzen mit zunehmender Einschußenergie anwächst. Für deren Erklärung existieren zwei alternative Hypothesen:

1. Compoundkernspaltung aus hochangeregten, jedoch relativ langlebigen Resonanzen aus den Compoundkernen  $^{48}\text{Cr}$  und  $^{56}\text{Ni}$  heraus [Bet81].
2. Kurzlebige molekulare Resonanzen im Streusystem, z.B.[Bec96b].

Harvey model:

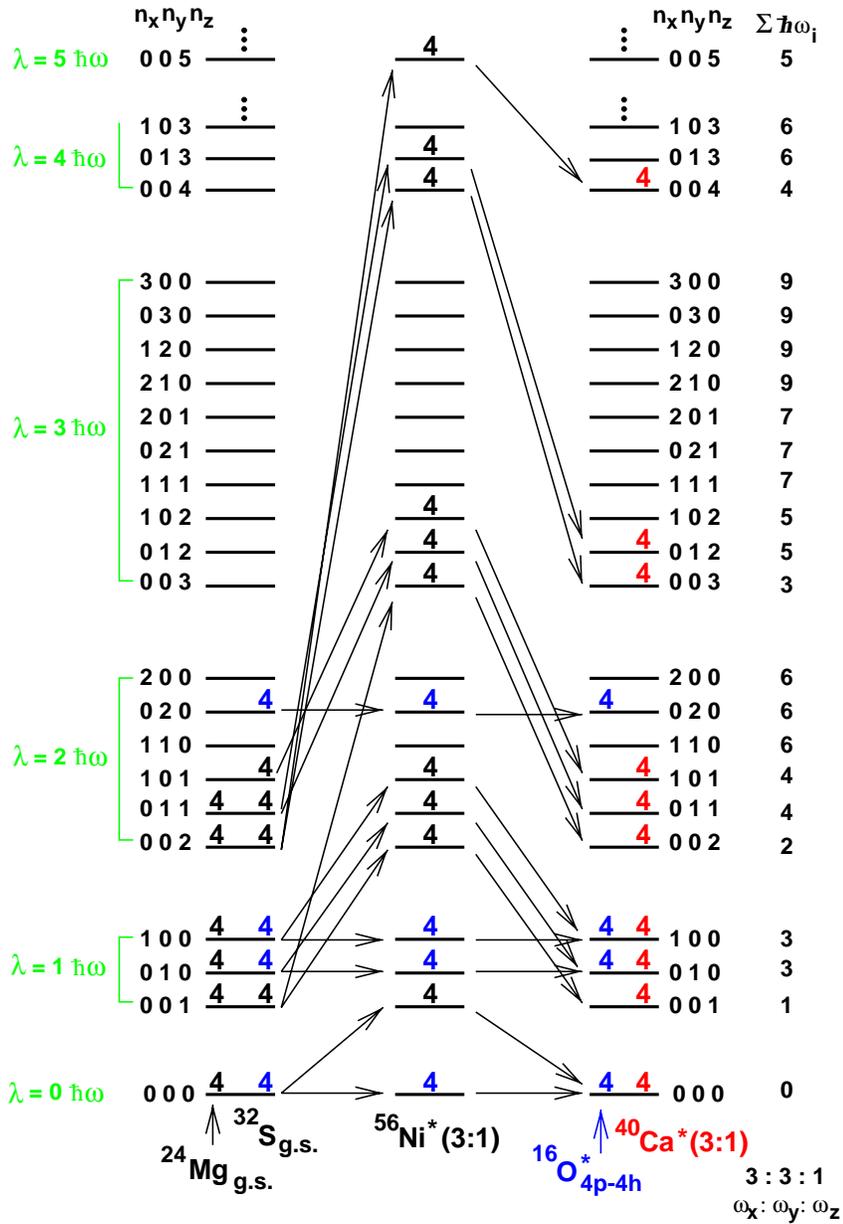
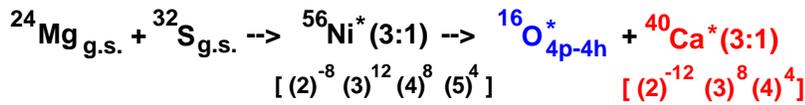
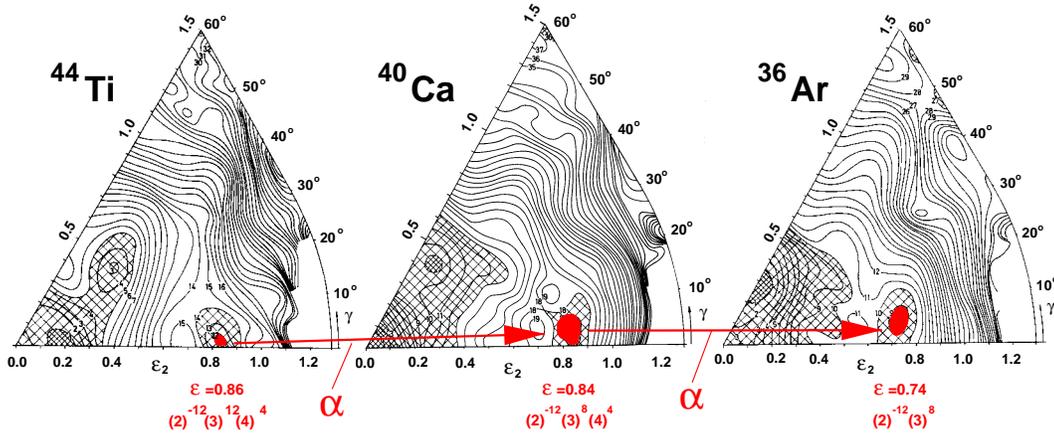
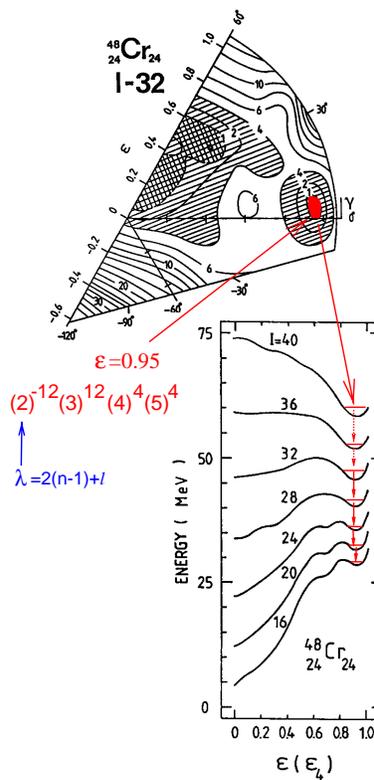


Abbildung 15: Harvey-Diagramm für die Bevölkung von  $^{16}\text{O}_{4\text{p-4h}} + ^{40}\text{Ca}^*(3:1)$  in der  $^{32}\text{S} + ^{24}\text{Mg}$ -Reaktion durch Population und Spaltung eines hyperdeformierten Zustands im  $^{56}\text{Ni}$ -Zwischenkern [Geb96]. Aufgetragen ist die Bevölkung der  $\alpha$ -Cluster-Zustände im harmonischen Oszillatormodell für die Richtungen x, y und z mit den Oszillatorquantenzahlen  $n_x, n_y$  und  $n_z$ . Die Übergänge zwischen den  $\alpha$ -Cluster-Niveaus in der Reaktion sind durch die Pfeile angedeutet.



**Abbildung 16:** Potential-Energie-Flächen (Nilsson-Strutinsky-Diagramme) für  $^{44}\text{Ti}$ ,  $^{40}\text{Ca}$  und  $^{36}\text{Ar}$  (aus [Lea75]). Eingezeichnet ist, daß der  $\alpha$ -Zerfall der stark deformierten Konfigurationen zu den nächst ähnlichen Konfigurationen im Tochterkern führt. Die hyperdeformierten Minima sind mit ihrer Konfiguration im harmonischen Oszillator und der Deformation gekennzeichnet (aus [Geb98b]).



**Abbildung 17:** Deformation von  $^{48}\text{Cr}$  für verschiedene Werte des Drehimpulses. Im oberen Teil der Abbildung ist ein Nilsson-Strutinsky-Diagramm für den Drehimpuls  $L = 32$  gezeigt. Der untere Teil der Abbildung zeigt einen Schnitt durch die Potentialenergieflächen entlang  $\gamma = 0^\circ$  für Drehimpulse  $L = 16$  und  $L = 40$  als Funktion des Deformationsparameters  $\varepsilon_2$  (in der Abbildung als  $\varepsilon$  bezeichnet) mit einem festen Anteil von  $\varepsilon_4$  (nach [Åbe90]).

Die Compoundkernresonanzen lassen sich mit den in Nilsson-Strutinsky- und  $\alpha$ -Cluster-Rechnungen übereinstimmend gefundenen hyperdeformierten Zuständen in den Compoundkernen  $^{48}\text{Cr}$  und  $^{56}\text{Ni}$  korrelieren.

Das Harvey-Modell bietet eine Möglichkeit, die Streusysteme und Ausgangskanäle zu selektieren, die über hyperdeformierte Compoundkernresonanzen verlaufen können. Bei einer systematischen Untersuchung aller Reaktionskanäle, für die in der Literatur Messungen zur Auffindung von Resonanzen in  $\alpha$ -Cluster-Kernen berichtet wurden, wurde eine vollständige Übereinstimmung der Meßergebnisse mit den Vorhersagen des Harvey-Modells festgestellt [Geb96]. Insbesondere wurde verstanden, warum die in den Rechnungen gefundenen hyperdeformierten Zustände in  $^{44}\text{Ti}$ ,  $^{40}\text{Ca}$  und  $^{36}\text{Ar}$  in den Messungen nicht oder weniger deutlich auftraten.

Zwischen den o.g. hypothetischen Reaktionsmechanismen kann entschieden werden, indem eine Resonanz nicht oberhalb, sondern bei etwas niedrigerer Energie direkt unterhalb der Schwelle für binäre Spaltung populiert wird. Falls keine Spaltung oder Abregung der Resonanz durch Emission leichter Teilchen erfolgen kann, wird sie durch  $\gamma$ -Emission (zunächst entlang der hyperdeformierten Yrast-Bande, s. Abschnitt 5.1) abgereggt. Die Messung dieser  $\gamma$ -Übergänge ist daher ein experimenteller Beweis für die Langlebigkeit des hyperdeformierten Zustands. Aus den Übergangsenergien in der hyperdeformierten Rotationsbande kann die Deformation des Zustands bestimmt werden.

Für eine konkurrierende Emission leichter Teilchen kommt bei hyperdeformierten  $\alpha$ -Cluster-Kernen nur der  $\alpha$ -Zerfall in Betracht. Untersuchungen von Kumar et al. [Kum94] zeigen, daß der  $\alpha$ -Zerfall eines hyperdeformierten Zustands im Kern der Masse  $A$  zum hyperdeformierten Zustand mit der nächst ähnlichen Konfiguration im Kern der Masse  $A-4$  führt. Dieser Sachverhalt ist in Abbildung 16 für den  $\alpha$ -Zerfall von hyperdeformierten Zuständen in  $^{44}\text{Ti}$  und  $^{40}\text{Ca}$  dargestellt. Wie eine genaue Betrachtung zeigt, sind jedoch die  $\alpha$ -Zerfälle innerhalb der hyperdeformierten Konfigurationen von  $^{44}\text{Ti}$  nach  $^{40}\text{Ca}$  und von  $^{40}\text{Ca}$  nach  $^{36}\text{Ar}$  am Einstiegspunkt in die Bande energetisch verboten, während die Zerfälle von  $^{48}\text{Cr}$  und  $^{36}\text{Ar}$  erlaubt sind [Geb96]. Aufgrund dieser Überlegungen erscheinen  $^{44}\text{Ti}$  und  $^{40}\text{Ca}$  als bessere Kandidaten zur Untersuchung der  $\gamma$ -Abregung der hyperdeformierten Zustände als  $^{48}\text{Cr}$  und  $^{36}\text{Ar}$ .

Die Resultate der Nilsson-Strutinsky-Rechnungen wurden in Abbildung 16 für  $L = 0$  angegeben. Die Rechnungen zeigen, daß sogar ohne Drehimpuls stabile stark deformierte sekundäre Minima mit inneren Barrieren von über 1 MeV und höheren äußeren Barrieren existieren. Wie die in Abbildung 17 für  $^{48}\text{Cr}$  dargestellten Ergebnisse zeigen, nimmt für höhere Drehimpulse die Höhe der inneren Barriere zu, während die äußere Barriere abnimmt, bis der Kern spaltet.