Masterarbeit
im Masterstudiengang für das Lehramt an Integrierten Sekundarschulen und Gymnasien an der Freien Universität Berlin

Inklusives Lernen im Mathematikunterricht – dialogisches Lernen und Differenzierungs-matrizen zum Thema Funktionen

1. Prüfer/in (Betreuer/in): Prof. Dr. Brigitte Lutz-Westphal

2. Prüfer/in: Dr. Martina Lenze

vorgelegt von: Kristin Piel

Berlin, den 09.11.2020

Selbständigkeitserklärung zur Abschlussarbeit

Ich erkläre ausdrücklich, dass es sich bei der von mir eingereichten schriftlichen Arbeit mit dem Titel

„Inklusives Lernen im Mathematikunterricht – dialogisches Lernen und Differenzierungsmatrizen zum Thema Funktionen“

um eine von mir selbst und ohne unerlaubte Beihilfe verfasste Originalarbeit handelt.

Ich bestätige überdies, dass die Arbeit als Ganze oder in Teilen nicht zur Abgeltung anderer Studienleistungen eingereicht worden ist.

Ich erkläre ausdrücklich, dass ich sämtliche in der oben genannten Arbeit enthaltenen Bezüge auf fremde Quellen (einschließlich Tabellen, Grafiken u. Ä.) als solche kenntlich gemacht habe. Insbesondere bestätige ich, dass ich nach bestem Wissen sowohl bei wörtlich übernommenen Aussagen (Zitaten) als auch bei in eigenen Worten wiedergegebenen Aussagen anderer Autorinnen oder Autoren (Paraphrasen) die Urheberschaft angegeben habe.

Ich nehme zur Kenntnis, dass Arbeiten, welche die Grundsätze der Selbständigkeitserklärung verletzen – insbesondere solche, die Zitate oder Paraphrasen ohne Herkunftsangaben enthalten –, als Plagiat betrachtet werden können.

Ich bestätige mit meiner Unterschrift die Richtigkeit dieser Angaben.

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung

1.1 Persönliche Erfahrungen mit inklusivem Unterricht

Im Rahmen eines Orientierungspraktikums am Anfang meines Studiums hatte ich die Möglichkeit, inklusiven Unterricht zu beobachten und auch mit den Schüler*innen darüber ins Gespräch zu kommen. An der integrierten Sekundarschule in Berlin-Schöneberg, an der ich mein Praktikum absolvierte, befanden sich in vielen Klassen zwei bis drei Schüler*innen mit besonderen Förderschwerpunkten. Der Mathematikunterricht fand für diese Schüler*innen drei Wochenstunden im Klassenverband und dann eine Doppelstunde in einer Fördergruppe mit einem Sonderpädagogen statt. Ich konnte beide Lernzusammensetzungen beobachten. In den Mathestunden im Klassenverband hatten viele der Schüler*innen mit einem Förderschwerpunkt einen Schulhelfer, der ihnen beim Bearbeiten der Aufgaben half und damit die Lehrkraft entlastete. Das führte als Nebeneffekt aber regelmäßig dazu, dass die Lernenden nur mit dem Schulhelfer die Aufgaben bearbeiteten und wenig Austausch mit Mitschüler*innen stattfand. Insgesamt hatte ich oft den Eindruck, dass diese Schüler*innen, obwohl sie mit den anderen in einem Raum saßen, doch separat unterrichtet wurden. Dies wurde auch dadurch verstärkt, dass sie häufig andere Aufgaben bekamen, weil für sie auch andere Lernziele im Fokus standen. Ich erinnere mich z. B., dass zwei Schülerinnen der achten Klasse sich intensiv auf die BBr-Prüfung vorbereiteten, während der Rest der Klasse trigonometrische Funktionen durchnahm. In manchen Fällen war es auch nötig, für diese Schüler*innen eigene Aufgaben zu erstellen, da das kognitive Niveau der Schüler*innen sich doch stark von dem der restlichen Klasse unterschied. Ich beobachtete z. B. eine Zehntklässlerin mit Downsyndrom, die die Grundrechenarten im Zahlenraum bis 20 übte, während der Rest der Klasse die trigonometrischen Funktionen behandelte.

Mir fiel schnell auf, dass alle Schüler*innen in der Fördergruppe aktiver waren, wohingegen sie sich im Regelunterricht häufig sehr still verhielten und wenig beteiligten. Auf Nachfrage erzählten mir die Schüler*innen, dass sie das Gefühl hätten, in der kleineren Gruppe mehr zu lernen und dass es ihnen hier leichter fiele, Fragen zu stellen. Das fand ich schade, weil ein Unterricht in einer separaten Gruppe dem inklusiven Gedanken widerspricht, nach dem allen Schüler*innen eine Teilhabe am gemeinsamen Unterricht ermöglicht werden soll. Dass einzelne unterstützende Förderstunden dabei helfen können, dieses Ziel zu erreichen, ist sicher richtig. Ich hatte jedoch den Eindruck, dass hier ein paralleler Unterricht stattfand. Neben vielen Problemen des inklusiven Unterrichts, die häufig auch organisatorisch bedingt waren, beobachtete ich auch einige gut funktionierende Stunden, in denen es der Lehrkraft gelang, alle Schüler*innen einzubinden und

Arbeitsmaterialien auf verschiedenen Niveaus zu einem Thema zur Verfügung zu stellen. Besonders im Gedächtnis geblieben ist mir eine Stunde zum Ausmultiplizieren von Klammern, in der mit Legematerialien und Einfärben von Flächen das Vorgehen erarbeitet wurde. Diese Stunden beeindruckten mich damals sehr und zeigten mir, dass inklusives gemeinsames Lernen eben doch auch in der Praxis möglich ist.

1.2 Motivierung aus dem aktuellen Forschungsstand

Inklusiver Unterricht gewinnt in den letzten Jahren gesellschaftlich und politisch immer mehr an Bedeutung, da sich Deutschland im Rahmen der UN-Behindertenrechtskonvention von 2006 dazu verpflichtet hat, ein inklusives Bildungssystem auf allen Ebenen zu schaffen und damit jedem Kind den Besuch einer Regelschule zu ermöglichen (Korff, 2016, S. 1; Schöttler, 2019, S. 7). Von daher steigen die Zahlen der Schüler*innen mit sonderpädagogischem Förderbedarf (SFB), die eine allgemeinen Schule besuchen, und stellen damit die Schulen und Lehrkräfte vor neue Herausforderungen. Es müssen neue Organisationsformen, didaktische Konzepte und Methoden gefunden werden, um auch in sehr heterogenen Lerngruppen jeden einzelnen Lernenden fördern zu können und einen Unterricht zu gestalten, der keinen mehr ausschließt (Noll, 2020, S. 17). Diese Herausforderungen bergen aber gleichzeitig das Potential, den Unterricht weiterzuentwickeln und die Unterrichtsqualität für alle Lernenden zu verbessern (Musenberg & Riegert, 2015, S. 23f). Insofern ist es nicht verwunderlich, dass viel Unterrichtsforschung sich in den letzten Jahren mit den verschiedenen Aspekten des inklusiven Unterrichts beschäftigt, um inklusives Lernen besser zu verstehen und daraus bessere Handlungskonzepte abzuleiten und zu erproben (Scherer, 2018, S. 42; vgl. Noll, 2020; Sasse & Schulzeck, 2017; Herkenhoff, 2020; Schöttler, 2019). Es wird aber auch versucht, konkrete Unterrichtsvorschläge bereit zu stellen (vgl. Musenberg & Riegert, 2015). Dennoch gibt es zurzeit weiterhin einen großen Bedarf an Konzepten zur Unterrichtsgestaltung und viele offene fachdidaktische Fragen zu inklusivem Unterricht (Oechsle, 2020, S. 59; Musenberg & Riegert, 2015, S. 21).

So stehen viele Lehrkräfte einem inklusiven Unterricht generell positiv gegenüber, fühlen sich aber unzureichend darauf vorbereitet, selbst inklusiven Unterricht zu geben. Bemängelt werden hier neben organisatorischen Rahmenbedingungen vor allem fehlende Ausbildungs- und Fortbildungsmöglichkeiten sowie passende Unterrichtskonzepte und -materialien (Forsa, 2017, S. 34f; Oechsle, 2020, S. 52f). Zusätzlich gibt es große Unterschiede zwischen dem Primär- und Sekundärbereich. Dabei ist die Grundschule im Bereich der Inklusion und in der Organisation eines gemeinsamen Unterrichts heterogener Lerngruppen deutlich weiter, während Inklusion in der Sekundarschule noch weitestgehend „ein didaktisches Niemandsland“ darstellt (Musenberg & Riegert, 2015, S. 23).

Dies hat seine Ursache zum Teil sicher auch in der äußeren Differenzierung, die durch das dreigliedrige Schulsystem in der Sekundarstufe in Deutschland umgesetzt wird, und spiegelt sich auch in der Menge der vorhandenen Materialien und Unterrichtkonzepte wider (Heimlich, 2012, S. 101; Herkenhoff, 2020, S. 120). So wurde in einer Analyse von mathematischen Lehrwerken festgestellt, dass die vorhandenen Materialien sich fast ausschließlich auf den Grundschulbereich und überwiegend auf die Leitidee Zahlen und Operationen beziehen, während bei der Entwicklung von geeigneten Materialien und Konzepten für die Sekundarstufe I noch ein großer Handlungsbedarf besteht (Oechsle, 2020, S. 73).

Aus diesen Gründen gibt es auch von Seiten der Mathematikdidaktik in den letzten Jahren verstärkt Bemühungen, bestehende fachdidaktische Konzepte auf eine Eignung für inklusiven Unterricht zu prüfen und gegebenenfalls abzuwandeln, sowie allgemeine didaktische Konzepte für inklusives Lernen für den Mathematikunterricht anzupassen (vgl. Lenze & Lutz-Westphal, 2015; Sasse & Schulzeck, 2013). Zwei Konzepte, die in diesem Zusammenhang vielversprechend scheinen, sind zum einen das dialogische Lernen aus der Mathematikdidaktik (Lenze & Lutz-Westphal, 2015, S. 46) und zum anderen die Differenzierungsmatrizen aus der Inklusionspädagogik (Schwager, 2017, S. 59f).

Die beschriebenen Erfahrungen und Forschungsergebnisse motivierten mich, die didaktischen Konzepte des dialogischen Lernens und der Differenzierungsmatrizen unter dem Gesichtspunkt des inklusiven Unterrichts zu betrachten und der Frage nachzugehen, inwieweit sie bei der Planung von inklusivem Lernmaterial zum Thema „Einführung in den Funktionsbegriff" genutzt bzw. für diesen angepasst werden können.

2. Inklusion

In diesem Kapitel soll zunächst geklärt werden, woher der Begriff der Inklusion stammt und wie er sich im pädagogischen Diskurs entwickelt hat. Im Anschluss wird der Begriff „inklusiver Unterricht", wie er in dieser Arbeit verstanden wird, definiert. Danach wird der Stand der Entwicklung der Inklusion in Deutschland und Berlin dargestellt und es werden Herausforderungen, Vorteile und Qualitätsmerkmale des inklusiven Unterrichts erläutert. Daran anschließend werden allgemeine didaktische Konzepte für den inklusiven Unterricht vorgestellt und abschließend der inklusive Mathematikunterricht mit seinen fachspezifischen Herausforderungen und didaktischen Konzepten in den Blick genommen.

2.1 Inklusion im deutschen Bildungssystem

Inklusion-eine Begriffsklärung

Der Begriff der Inklusion (lat. Inclusio = Einschließung) stammt ursprünglich aus der Soziologie und wird dort vor allem als Gegenentwurf zur Exklusion bei der Kategorisierung von Gesellschaftssystemen verwendet (Oechsle, 2020, S. 17). Im Zusammenhang mit dem Bildungssystem ist der Begriff vor allem in den letzten zehn Jahren in Mode gekommen und hat den älteren Begriff der Integration abgelöst. Im englischsprachigen Raum wird der Begriff schon länger verwendet und wurde zunächst im Deutschen weiterhin mit „Integration“ übersetzt (Oechsle, 2020, S. 20). Im fachlichen Diskurs besteht keine einheitliche Meinung dazu, wie der Begriff der Inklusion zu definieren ist (Noll, 2020, S. 5). Vielmehr ist der Begriff Gegenstand einer kontroversen bildungspolitischen Diskussion (Schöttler, 2019, S. 7). Teilweise wird er mit dem Begriff der Integration gleichgesetzt. So wird er vor allem auch in der Gesellschaft und Schulpraxis synonym verwendet (Görel, 2019, S. 10; Oechsle, 2020, S. 20f). Andere Forscher, z.B. Wocken oder Sander, grenzen den Begriff der Inklusion vehement vom Begriff der Integration ab oder verstehen Inklusion sogar als eine Weiterentwicklung und Verbesserung von Integration (Görel, 2019, S. 10). Es wird zwischen „engen“ und „weiter“ gefassten Definitionen von Inklusion unterschieden. Die Definitionen, die Inklusion im engeren Sinne auffassen, beziehen sich auf ein gemeinsames Lernen von Schüler*innen mit und ohne SFB und folgen damit der sogenannten „Zwei-Gruppen-Theorie“ (Schöttler, 2019, S. 8). Andere sehen gerade in der „Überwindung der dichotomen Unterteilung“ in Lernende mit und ohne Behinderung den Vorteil des Inklusionsbegriffes gegenüber dem Integrationsbegriff (Korff, 2016, S. 21). Diese folgen damit einer weitergefassten Begriffsauffassung, die alle möglichen Lernbarrieren berücksichtigt und dabei viele verschiedene Heterogenitätsdimensionen wie Religion, Geschlecht, sozioökonomischen Status, kulturellen Hintergrund, Nationalität, Muttersprachen etc. in den Blick nimmt (Schöttler, 2019, S. 8). Als ein gemeinsamer Kern aller Definitionen kann nach Grosche, Piezunka & Schaffus die „Überwindung von Diskriminierung aufgrund von sozial konstruierter Gruppenzugehörigkeit [...], um Teilhabe in Schule und Gesellschaft zu ermöglichen“, angesehen werden (Piezunka, Schaffus, & Grosche, 2017, S. 216).

Für diese Arbeit wird der Inklusionsbegriff so verstanden, dass er sich vom Begriff der Integration abgrenzt und als eine der fünf Qualitätsstufen von Wocken zum Umgang mit Menschen mit Behinderung zu verstehen ist. Wocken unterscheidet in seinem Konzept zwischen Extinktion, Exklusion, Separation, wie es bei der Beschulung in externen Sonderschulen auftritt, Integration und Inklusion (2010, zitiert nach Görel, 2019, S. 8f). Dabei stellt die Inklusion als höchste Stufe das Ziel dar. Im Sinne der Inklusion haben alle

Menschen dieselben Rechte und insbesondere auch das gleiche Recht auf Bildung. Es wird auf eine Kategorisierung der Lernenden, z. B. durch die Zuweisung von Sonderförderbedarfen, verzichtet und die Heterogenitätsdimensionen werden erweitert (Noll, 2020, S. 8). Außerdem ändert sich im Vergleich zum integrativen Bildungssystem auch die Sichtweise auf die Schüler*innen. Es geht dann nicht mehr darum, wie und mit welcher Unterstützung die Schüler*innen den Anforderungen des Bildungssystem genügen können, sondern wie das Bildungssystem die Bedürfnisse aller Lernenden erfüllen kann (Noll, 2020, S. 8; Schöttler, 2019, S. 9).

In diesem Sinne versteht man unter inklusivem Unterricht einen Unterricht, der die Lernenden individuell fördert, die Vielfalt in der Lerngruppe wertschätzt und als Ressource für die Lernprozesse nutzt (Korff, 2016, S. 1). Die Vielfalt bezieht sich dabei auf viele Heterogenitätsdimensionen wie sprachliche, kulturelle und soziale Hintergründe, Fähigkeiten und Talente der Schüler*innen. Das bedeutet in der Praxis auch, dass die Lerngruppe nicht mehr in Schüler*innen mit und ohne SFB unterteilt werden, sondern beim Unterrichten mit Lehrkräften und Sonderpädagog*innen eine echte gemeinsame Zuständigkeit für alle Lernenden besteht (Görel, 2019, S. 15; Korff, 2016, S. 28).

Stand der inklusiven Beschulung in Deutschland und Berlin

Deutschland hat sich im Rahmen der UN-Behindertenrechtskonvention von 2006 dazu verpflichtet, ein inklusives Bildungssystem auf allen Ebenen zu schaffen und damit jedem Kind den Besuch einer Regelschule zu ermöglichen. Damit einhergehend sollen Sonderschulen abgebaut werden (Korff, 2016, S. 1). Das bedeutet, dass spätestens ab 2009 mit dem Inkrafttreten dieser Konvention das deutsche Schulsystem zu einem inklusiven umgebaut werden muss. Die Kultusministerkonferenz (KMK) veröffentlicht alle zwei Jahre aktuelle Zahlen über die Schüler*innen mit SFB und deren Beschulungsart sowie aktuelle Förderquoten und Förderschulbesuchsquoten und stellt damit wichtige statistische Daten zur Verfügung (KMK, 2020a, S. X). Anhand dieser soll unter Berücksichtigung der Studie von Klemm (2018) aus quantitativer Sicht der Stand der inklusiven Beschulung in Deutschland und im Land Berlin kurz dargestellt werden. Im Schuljahr 2018/2019 wurden insgesamt 556.300 Schüler*innen mit einem SFB in Deutschland unterrichtet. Die größten Gruppen an Förderbedarfen stellen dabei der SFB Lernen (192.600 Schüler*innen), SFB emotionale und soziale Entwicklung (95.765 Schüler*innen), SFB geistige Entwicklung (GENT) (94.192 Schüler*innen) und SFB Sprache (56.345 Schüler*innen) dar (KMK, 2020a, S. XVf). 42,3% der erfassten Schüler*innen mit SFB besuchten eine allgemeine Schule. Auffällig ist aber, dass dieser Anteil für den SFB GENT mit 13,45% deutlich darunter liegt. Die SFB emotionale und soziale

Entwicklung, Lernen, Sehen, Hören und Sprache liegen dagegen bei 50% oder darüber (KMK, 2020b, S. XIXff). Insgesamt ist der Inklusionsanteil, welcher den Anteil der Schüler*innen mit SFB an einer allgemeinen Schule an der Gesamtzahl aller Schüler*innen mit SFB angibt, über die letzten Jahre stetig gestiegen, was im Sinne der Entwicklung eines inklusiven Schulsystems positiv bewertet wird (Noll, 2020, S. 13). Dabei ist nicht gesichert, dass Schüler*innen mit SFB an allgemeinen Schulen wirklich inklusiv beschult werden. Teilweise werden Schüler*innen mit SFB auch an allgemeinen Schulen in separaten Gruppen unterrichtet, was jedoch zahlenmäßig nicht erfasst wird (Klemm, 2015, S. 29). Dies kann leicht dazu führen, dass der Inklusionsanteil den Erfolg auf dem Weg zum inklusiven Schulsystem überschätzen lässt. Der Inklusionsanteil ist außerdem in seiner Aussagekraft eingeschränkt, weil er von der Gesamtzahl der Schüler*innen mit SFB abhängt. Einige Bundesländer erheben seit mehreren Jahren nicht mehr alle SFB und damit wird die Anzahl der Schüler*innen mit tatsächlichem SFB und davon abhängig auch der Inklusionsanteil in diesen Ländern unterschätzt. (Klemm, 2018, S. 8). Gleichzeitig steigt die Gesamtzahl der Schüler*innen mit SFB in den letzten Jahren, da mehr SFB bei Schüler*innen an allgemeinen Schulen diagnostiziert werden und diese den Inklusionsanteil nach oben ziehen, ohne dass Schüler*innen aus den Sonderschulen an einer allgemeinen Schule aufgenommen werden (Klemm, 2018, S. 9). Klemm rät daher, die Exklusionsquote als Maßstab in der Entwicklung zu einem inklusiven Schulsystem zu wählen. Diese berechnet sich aus dem Anteil der Schüler*innen mit SFB, die an einer Förderschule unterrichtet werden, an der Gesamtzahl der Schüler*innen im Schulsystem (Klemm, 2018, S. 9). Im Bericht der KMK wird sie Förderschulbesuchsquote genannt (KMK, 2020a, S. XIV).

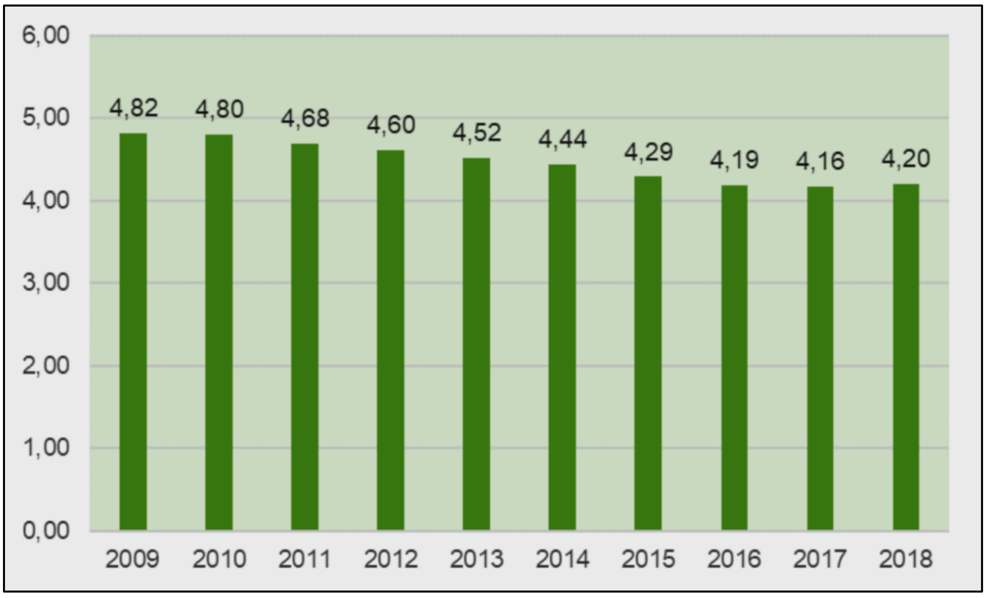


Abb. 1 Entwicklung der Exklusionsquote über die Schuljahre 2009/2010 bis 2018/2019. Aus (KMK, 2020a, S. XVII)

Sie ist deswegen geeignet, weil sie zeigt, wie viele Kinder momentan noch nicht gemeinsam beschult werden und wo daher Handlungsbedarf besteht (Klemm, 2018, S. 9f). Abbildung 1 zeigt die Entwicklung der Exklusionsquote der Schuljahre 2009/2010 bis 2018/2019. Es wird deutlich, dass die Exklusionsquote in den letzten Jahren um den Bereich von 4,20 % herum stagniert. Damit ist der hier ermittelte Fortschritt deutlich kleiner als der „Inklusionsanteil" mit einem Wachstum um 22,5 Prozentpunkte im selben Zeitraum vermuten lässt.

In Berlin sank die Exklusionsquote im betrachteten Zeitraum von 4,2% auf 2,4% und liegt damit unter dem Bundesdurchschnitt. Die Verteilung der verschiedenen SFB für Berlin aus dem Schuljahr 2018/2019 sind in Abbildung 2 dargestellt. Insgesamt wurden 26.259 Schüler*innen mit SFB erfasst, von denen 18.092 eine allgemeine Schule besuchten. Wie in Deutschland besuchten auch die 4.258 Schüler*innen mit SFB GENT in Berlin vergleichsweise selten (33,7%) eine allgemeine Schule. Die Exklusionsquote für Schüler*innen mit SFB GENT ist im betrachteten Zeitraum sowohl in Berlin als auch in Deutschland sogar angestiegen (KMK, 2020a, S. 43).

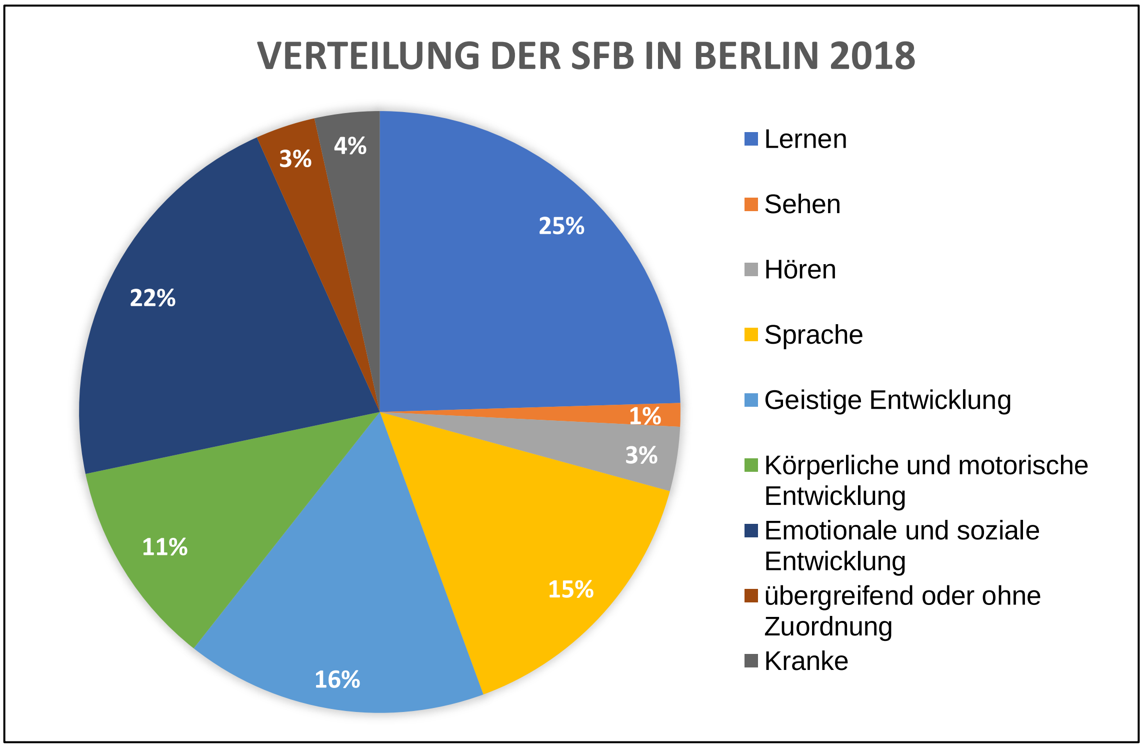


Abb. 2: Verteilung der SFB für das Schuljahr 2018/2019.
Erstellt aus Daten der KMK (KMK, 2020a, S. 25-30; 53-58)

Im Sinne der oben ausgeführten Inklusionsdefinition muss man feststellen, dass das deutsche Schulsystem unabhängig von den statistischen Zahlen noch weit von seinem inklusiven Ziel entfernt ist. Das äußert sich z.B. darin, dass die personelle, räumliche und finanzielle Ausstattung in vielen Bundesländern von der Anzahl der Schüler*innen mit SFB abhängt und eine Vermeidung der Kategorisierung damit unmöglich macht. Einige

Bundesländer verzichten aber inzwischen auf eine Feststellung eines SFB bei den Förderschwerpunkten Lernen, emotionale und soziale Entwicklung und Sprache und verteilen die Förderressourcen systematisch auf die Schulen (Klemm, 2018, S. 8). Dies ist als eine Entwicklung in Richtung Inklusion zu beurteilen. Auch das ab der Sekundarstufe umgesetzte dreigliedrige Schulsystem in vielen Bundesländern widerspricht dem inklusiven Gedanken des gemeinsamen Lernens und könnte mit ein Grund darstellen, warum Inklusion in der Sekundarstufe sich nur langsam entwickelt (Heimlich, 2012, S. 97f; Herkenhoff, 2020, S. 120). Außerdem steht die gesetzliche Lage in Berlin und anderen Bundesländern in einigen Punkten einem inklusiven Unterricht im Weg, da ein Unterricht nach einem individuellen Curriculum, wie im idealen inklusiven Unterricht nötig, nur für Schüler*innen mit SFB Lernen oder GENT erlaubt ist (vgl. Berliner Schulgesetz, §37,3). Für alle anderen Schüler*innen sind die Bildungsziele des Rahmenlehrplans bindend und legen ein zielgleiches Lernen fest (Schöttler, 2019, S. 9). Damit wird es auch in dieser Arbeit notwendig, gesondert auf Schüler*innen mit SFB Bezug zu nehmen und die gängigen Klassifizierungen für die Förderbedarfe zu verwenden. Das später entwickelte Unterrichtsmaterial soll innerhalb des rechtlichen Rahmens dennoch ein Lernen im Sinne des oben definierten inklusiven Unterrichts ermöglichen.

Es kann abschließend festgehalten werden, dass das Bildungssystem in Deutschland in Teilen ein integratives ist, die Qualitätsstufe Inklusion bisher aber nicht erreicht wurde und somit als „Ziel“ verbleibt (Oechsle, 2020, S. 22).

2.2 Inklusiver Unterricht

Inklusiver Unterricht aus Sicht der Lehrkräfte

Neben den politischen und rechtlichen Vorgaben spielen Lehrkräfte und ihre Einstellungen bei der Umsetzung von inklusivem Unterricht eine wichtige Rolle (Görel, 2019, S. 23). Daher soll kurz die Sicht der Lehrkräfte auf inklusiven Unterricht dargestellt werden. Bei einer repräsentativen Befragung, die die Forsa im Auftrag des Verbandes Bildung und Erziehung 2017 durchführte, wurden insgesamt 2050 Lehrkräfte befragt, von denen 747 in inklusiven Klassen unterrichten (Forsa, 2017, S. 1). Von allen Befragten gaben 54% an, dass sie den gemeinsamen Unterricht aller Schüler*innen für sinnvoll erachten. Vorteile sehen die Lehrenden vor allem in der Förderung von Toleranz, sozialen Kompetenzen und einem „Voneinander Lernen“ (Forsa, 2017, S. 4). Als Gründe gegen eine gemeinsame Beschulung werden die Befürchtungen, Kindern mit SFB nicht gerecht werden bzw. diese nicht ausreichend fördern zu können, genannt. Viele Lehrkräfte sehen auch bei der aktuellen Umsetzung von inklusivem Unterricht Probleme. So werden fehlendes Fachpersonal, eine unzureichende Ausbildung der Lehrkräfte und eine fehlende materielle und finanzielle Ausstattung an den Schulen als Hinderungsgründe genannt (Forsa, 2017, S. 5). Des Weiteren finden 86% der Befragten eine dauerhafte Doppelbesetzung in inklusiven Lerngruppen sinnvoll. Gleichzeitig geben nur 33% der betroffenen Lehrkräfte an, dass diese an ihren Schulen umgesetzt wird. Auch fühlt sich die Mehrheit nicht ausreichend auf das inklusive Unterrichten vorbereitet. Genannt werden unzureichende Fortbildungsmöglichkeiten, fehlende Erfahrungen und Austauschmöglichkeiten sowie geringe Unterstützung und Vorbereitungszeiten (Forsa, 2017, S. 35).

Oechsle befragt in einer qualitativen Interviewstudie 19 Lehrkräfte aus Baden-Württemberg, die größtenteils in der Grundschule arbeiten, zu ihren Erfahrungen mit inklusivem Mathematikunterricht und legt dabei einen Fokus auf gemeinsame Lernsituationen. Sie stellt fest, dass die Lehrkräfte insgesamt wenig Erfahrung mit inklusivem Unterricht haben und Inklusion im Lehramtsstudium der Lehrkräfte kaum eine Rolle gespielt hat (Oechsle, 2020, S. 207f). Acht der befragten Lehrkräfte geben daher an, dass sie mehr Grundlagenwissen zum Thema Unterrichtsgestaltung in inklusiven Settings brauchen (Oechsle, 2020, S. 208). In der Unterrichtsgestaltung orientieren sich die Lehrkräfte nach eigenen Angaben hauptsächlich am Rahmenlehrplan der Regelschüler*innen und nehmen ggfs. Modifikationen für die Schüler*innen mit SFB vor. Die Förderpläne finden bei der Planung kaum Beachtung (Oechsle, 2020, S. 209). Große Leistungsunterschiede sehen die Lehrkräfte gerade für die Gestaltung gemeinsamer Lernsituationen als sehr herausfordernd an. Das führt auch dazu, dass wegen steigenden Leistungsspannweiten gemeinsame Lernsituationen in höheren Klassenstufen und in Lerngruppen mit Schüler*innen mit SFB GENT als schwerer realisierbar beschrieben werden (Oechsle, 2020, S. 216).

Die Ergebnisse zeigen, dass die von den Lehrkräften wahrgenommenen Schwierigkeiten im inklusiven Unterricht groß sind und die Unterstützung unbedingt weiter ausgebaut werden muss, damit sich die Sichtweise der Lehrenden auf inklusiven Unterricht und damit auch dieser verbessern kann. Auch aus der Forschung kommen ähnliche Forderungen, wie von den Lehrkräften. Herkenhoff beispielsweise schreibt, dass inklusiver Unterricht Lehrkräfte und Schulen vor nicht zu unterschätzende Herausforderungen stellt, da sich die Spannweite der Heterogenität, die auch im „normalen" Unterricht durch die unterschiedlichen Lernvoraussetzungen gegeben ist, im inklusiven Unterricht erheblich vergrößert (Herkenhoff, 2020, S. 120). Um den neuen Anforderungen gerecht zu werden, brauchen Lehrkräfte „erweiterte professionelle Kompetenzen, die persönlicher, struktureller und inhaltlicher Natur sind" (Herkenhoff, 2020, S. 121). Dafür sollten sie umfangreiche Unterstützungsangebote erhalten. Außerdem ist festzuhalten, dass die Unterrichtsorganisation in inklusiven Settings einen hohen Arbeitsaufwand verlangt und fachdidaktisch neue Formen der Lehrstoffaufbereitung benötigt (Herkenhoff, 2020, S. 121; Noll, 2020, S. 17). Es soll nun erläutert werden, worin genau die unterrichtlichen Herausforderungen in inklusiven Lerngruppen bestehen.

Herausforderungen inklusiven Unterrichts

Eine besondere und tiefere Bedeutung kommt im inklusiven Unterricht demnach dem **Umgang mit Heterogenität** und dem „Spannungsfeld von Gemeinsamkeit und Vielfalt“ zu (Korff, 2016, S. 45), da die Lernenden nicht alle nach einem Rahmenlehrplan unterrichtet werden können und die Differenzierung neben Lerngeschwindigkeit, -weg und -material auch die Lernziele betrifft (Korff, 2016, S. 54). **Differenzierung** erhält damit im inklusiven Unterricht eine umfassende Bedeutung und wird zu einer Notwendigkeit (Görel, 2019, S. 26; Korff, 2016, S. 48f). Die Schwierigkeit besteht darin, trotz bestmöglicher individueller Förderung jedes einzelnen, einen inhaltlichen Austausch der Lernenden untereinander und Kooperation zu ermöglichen, da gerade dies nach aktueller Entwicklungsforschung entscheidend für den Lernprozess ist (Korff, 2016, S. 60; Krauthausen & Scherer, 2007, S. 165). Es geht also darum, zwischen **individueller Förderung** und **gemeinsamem Lernen** eine Balance zu finden (Görel, 2019, S. 24; Korff, 2016, S. 38). Ein weiteres Spannungsfeld stellt nach Noll die Anschluss- und Abschlussorientierung dar. Da Schüler*innen mit SFB GENT und SFB Lernen in der Schule nicht nach dem allgemeinen Rahmenlehrplan, sondern nach Förderplänen unterrichtet werden, wird ein zieldifferenter Unterricht, der drei oder mehr Curricula berücksichtigt, notwendig. Besonders für die Schüler*innen mit SFB ist dabei eine **Anschlussorientierung** der Lerninhalte an spätere nachschulische Bildungsangebote wichtig, da viele dieser Schüler*innen die Schule ohne einen Bildungsabschluss verlassen. Das bringt Schwierigkeiten bei der **Frage nach geeigneten Lerninhalten** mit sich. Unter anderem deswegen wird die Entwicklung eines gemeinsamen Kerncurriculums für alle Schüler*innen gefordert (Noll, 2020, S. 19). Auch die **Leistungsbewertung** im inklusiven Unterricht stellt wegen unterschiedlicher Niveaustufen und Rahmenlehrplänen eine große Herausforderung dar. Dabei ist besonders die Notengebung problematisch (Sasse & Schulzeck, 2014, S. 46f).

Vorteile des inklusiven Unterrichts

Trotz dieser Herausforderungen konnte aber gezeigt werden, dass inklusiver Unterricht, wenn er gelingt, verschiedene Vorteile bietet. So werden soziale Fähigkeiten wie z. B. gegenseitige Toleranz und Hilfsbereitschaft höher entwickelt (Oechsle, 2020, S. 58; Heimlich, 2012, S. 102). Auch lässt die Mehrzahl der Studien vermuten, dass der inklusive Unterricht leicht positive Effekte auf die Leistungsentwicklung von Schüler*innen mit

SFB hat (Schöttler, 2019, S. 16; Oechsle, 2020, S. 57). Einen möglichen Grund hierfür könnte das anregendere Lernumfeld darstellen (Heimlich, 2012, S. 101; Schöttler, 2019, S.13). Außerdem haben Schüler*innen mit SFB aus inklusiven Lerngruppen später bessere berufliche Perspektiven als Schüler*innen an der Förderschule (Schöttler, 2019, S. 13). Auch der Lernzuwachs von Schüler*Innen ohne SFB scheint in inklusiven Lerngruppen nicht niedriger, sondern eher leicht höher zu liegen als bei Schüler*innen in Regelklassen (Oechsle, 2020, S. 58; Schöttler, 2019, 15f). Wichtig scheinen an der Stelle, aber vor allem die Qualität des Unterrichts und eine ausreichende Anzahl an lern- und leistungsstarken Schüler*innen in der Lerngruppe zu sein (Oechsle, 2020, S. 57; Schöttler, 2019, S. 16)

Merkmale guten inklusiven Unterrichts

Daher werden nun Merkmale guten inklusiven Unterrichts dargestellt, der den Lernenden eine solche Entwicklung ermöglicht. Dabei unterscheidet sich guter inklusiver Unterricht nicht grundsätzlich von „normalem“ guten Unterricht und daher müssen Merkmale von gutem Unterricht für inklusive Lernsettings nicht vollständig neu entwickelt werden. So kann als zentrales Ziel des inklusiven Unterrichts die Ermöglichung einer gleichberechtigten Teilhabe und damit eine bestmögliche Förderung aller Lernenden angesehen werden. Dieses Ziel schließt an die allgemeine Forderung guten Unterrichts an, allen Schüler*innen eine nachhaltige Kompetenzentwicklung zu ermöglichen (Herkenhoff, 2020, S. 119). So wird an mehreren Stellen festgestellt, dass die Qualitätsmerkmale eines guten und effektiven Unterrichts auch für den inklusiven Unterricht gelten und lediglich erweitert oder angepasst werden müssen (Görel, 2019, S. 24; Herkenhoff, 2020, S. 123; Korff 2016, S. 31ff).

Prengel nennt sieben Qualitätskriterien als „orientierende Maxime“ für das Gelingen inklusiven Unterrichts (Prengel, 2013, S. 177): So sind der Aufbau haltgebender Schüler*innen-Lehrkraft-Beziehungen, respektvolle Peer-Beziehungen der Schüler*innen untereinander und eine differenzierende Didaktik, die zum einen durch gestufte Standards die individuellen Ausgangslagen der Schüler*innen berücksichtigt und zum anderen offen für die Themen der Lernenden ist, für sie essenziell (Prengel, 2013, S. 178ff). Das angebotene Unterrichtsmaterial muss diese Differenzierung dann umsetzen (Prengel, 2013, S. 181). Außerdem braucht es für den inklusiven Unterricht eine Diagnostik, die die Differenzierung durch formative Analysen des Lehr-Lernprozesses ermöglicht, einen mehrperspektivischen Leistungsbegriff und die Kooperation in multiprofessionellen Teams (Prengel, 2013, S. 181ff). Als bedeutsam für den inklusiven Unterricht stellt sie damit den adäquaten Umgang mit Heterogenität und ein positives, lernförderliches

Klassenklima heraus (Görel, 2019, S. 25). Diese beiden Aspekte finden sich auch bei anderen Autor*innen wieder (vgl. Herkenhoff, 2020, S. 122; Korff, 2016, S. 28). Zusätzlich werden Strukturierung und Klarheit als wichtige Merkmale im inklusiven Unterricht genannt, von denen gerade lernschwache Schüler*innen profitieren (Görel, 2019, S. 30f; Herkenhoff, 2020, S. 123). Herkenhoff zählt außerdem viele weitere Merkmale guten inklusiven Unterrichts auf und gibt damit einen Gesamtüberblick über die Forschungslage (Herkenhoff, 2020, S. 119-139).

2.2.1 Didaktische Konzepte für den inklusiven Unterricht

Eine inklusive Didaktik hat insbesondere folgende zwei zentrale Anforderungen zu erfüllen: Zum einen sollen alle Lernenden einbezogen, optimal gefördert und gefordert werden. Zum anderen soll die Vielfalt als Potential für das Lernen aller Kinder genutzt werden (Korff, 2016, S. 101f). Die einzigen zwei Gesamtkonzeptionen einer inklusiven fächerunabhängigen Didaktik stammen von Feuser und Seitz und setzen sich speziell mit der Frage nach gemeinsamen Lernsituationen bei individueller Förderung jedes einzelnen auseinander (Korff, 2016, S. 35; Oechsle, 2020, S. 39f).

Allgemeine Pädagogik und entwicklungslogische Didaktik nach Feuser

Die „entwicklungslogische Didaktik" von Feuser beschäftigt sich mit der Frage „wie Inhalte unter Berücksichtigung der heterogenen Lern- und Entwicklungsbedürfnisse von Lerner_innen differenziert zugänglich gemacht werden können" (Korff, 2016, S. 40). Als Konzept stellt er das Lernen am Gemeinsamen Gegenstand[1] vor. Im gemeinsamen Unterricht sollen alle Schüler*innen „in Kooperation miteinander auf ihrem jeweiligen Entwicklungsniveau [...] in Orientierung auf die nächste Zone ihrer Entwicklung an und mit einem Gemeinsamen Gegenstand spielen, lernen und arbeiten" (Feuser, 2007, S. 3). Er entwickelt damit ein theoretisches Konzept, wie Unterricht durchgeführt werden kann, der keinen sozialen Ausschluss zulässt und keinem Lernenden einen Lerninhalt vorenthält. Dabei wendet er sich explizit gegen jede Form der äußeren Differenzierung und fordert, dass auf Lernschwierigkeiten nicht mit einer Reduktion der Inhalte reagiert werden darf, da das zu einem sinnentleerten Lernen führt (Feuser, 2007, S. 3). Der Vielfalt der Lernenden begegnet er dadurch, dass „nach Maßgabe ihrer momentanen Wahrnehmungs-, Denk- und Handlungskompetenz" eine entwicklungsniveaubedingte Individualisierung der Kooperation am Gemeinsamen Gegenstand erfolgt. So lernt jede*r das für ihn am Gemeinsamen Gegenstand Bedeutsame. Für diesen Unterricht sind seiner Meinung nach nur offene Unterrichtsformen und insbesondere ein durchgehender

[1] Feuser meint mit dem „Gemeinsamen Gegenstand" einen feststehenden Fachbegriff und schreibt gemeinsam daher konsequent groß (Feuser, 2007, S. 1). Diese Schreibweise wird, wenn der von Feuser geprägte Fachbegriff gemeint ist, für diese Arbeit übernommen.

Projektunterricht geeignet (Feuser, 2007, S. 3). Um das didaktische Feld des Lernens am Gemeinsamen Gegenstand zu beschreiben, verwendet Feuser das Modell eines Baumes. So repräsentiert der Stamm die „äußere thematische Struktur des Projektes“, während die Wurzeln den wissenschaftlichen Erkenntnisstand zu einzelnen Sachgebieten darstellen. Die Äste repräsentieren schließlich die Vielzahl an Handlungsmöglichkeiten, die entlang des Astes - vom Astansatz auf sinnlich-konkreter Ebene bis zur Astspitze auf abstrakt-logischer Ebene - durch abstrakter werdende Zugänge erfahrbar werden (Feuser, 1995, S. 180f; Feuser, 2007, S. 8). Das Innere des Stammes spiegelt dann den Gemeinsamen Lerngegenstand wider, der „keine Objektkategorie“ und damit nicht gegenständlich fassbar und in einem Curriculum fixierbar ist (Feuser, 2019, S. 4). Vielmehr handelt es sich dabei um „eine Subjektkategorie, die auf das Erkenntnisinteresse des Menschen über die Welt, über sich selbst, die Menschen und die Formen ihrer Vergesellschaftung gerichtet ist“ (Feuser, 2019, S. 4). Der Gemeinsame Gegenstand ist also „das Ganze“, das in jedem der Lern-Handlungsfelder, an denen im Projektunterricht gearbeitet wird, vorhanden ist und was in „kommunikativen Prozessen“ der Gruppe als gemeinsame Erkenntnis ausgehandelt wird (Feuser, 2019, S. 12). Es verpflichtet jede*n, in „arbeitsteiliger Kooperation“ verantwortungsvoll zu handeln und eigene Ergebnisse der Gruppe zur Verfügung zu stellen (Feuser, 2019, S. 12). Feuser sieht seine Didaktik als dreidimensional, die neben der Struktur des Lerngegenstands vor allem auch die entwicklungslogische Dimension der Menschen und mögliche Handlungen in der Auseinandersetzung mit dem Inhalt berücksichtigt (Feuser, 1995, S. 178; Feuser, 2019, S. 8). Daher braucht es für die Planung eines solchen Unterrichts neben der Sachstrukturanalyse auch eine Tätigkeits- und eine Handlungsstrukturanalyse (Feuser, 2007, S. 6f).

Feusers Didaktik wird häufig zitiert und als wegweisende erste Gesamtkonzeption genannt (Korff, 2016, S. 39f; Oechsle, 2020, S. 37; Wocken, 1998, S. 37). Es gibt allerdings auch viele Kritikpunkte. So wird kritisiert, dass unkonkret bleibt, wie der Gemeinsame Gegenstand aussehen kann und wie der Unterricht nach Feusers Didaktik im Detail ausgestaltet wird (Korff, 2016, S. 45f). Das macht es schwierig, sein Konzept auf den Fachunterricht anzuwenden (Oechsle, 2020, S. 38). Außerdem wird später von Inklusionspädagog*innen seine Forderung kritisiert, im inklusiven Unterricht ausschließlich kooperatives Lernen am Gemeinsamen Gegenstand stattfinden zu lassen (Korff, 2016, S. 49; Wocken, 1998, S. 40).

Wocken hingegen hält verschiedene, in der Praxis des inklusiven Unterrichts gefundene Lernsituationen mit unterschiedlich viel Austausch für berechtigt und wichtig und kategorisiert diese nach Beziehungs- und Inhaltsaspekten (Wocken, 1998, S. 40). Er stellt damit dem Alleinigkeitsanspruch des „Lernen[s] am Gemeinsamen Gegenstand“ eine

Vielfalt an gemeinsamen Lernsituationen gegenüber. Damit berücksichtigt er die Notwendigkeit der Differenzierung stärker und fasst den Begriff der Gemeinsamkeit weiter. Er unterscheidet „koexistente Situationen“, bei denen jeder für sich nebeneinander arbeitet, von „kommunikativen Situationen“, in denen ein Austausch ohne Bezug zum inhaltlichen Thema stattfindet, wie z. B. in Privatgesprächen (Wocken, 1998, S. 43f). Erstere sieht er als wichtig an, um „der Differenz der Kinder“ Rechnung zu tragen (Wocken, 1998, S. 44). Aus Letzteren entwickeln sich die „soziale Atmosphäre“ und das Unterrichtsklima, die wiederum für die Lernprozesse sehr wichtig sind (Wocken, 1998, S. 44f). Als weitere typische Lernsituationen zählt Wocken „subsidiäre Lernsituationen“ auf, in denen die Schüler*innen sich gegenseitig unterstützen und doch jeweils eigene Ziele verfolgen, bzw. diese für die Ziele anderer kurzzeitig sogar zurückstellen (prosoziale Situationen). Hier betont er, dass prosoziale Situationen im inklusiven Unterricht nicht überhandnehmen sollten (Wocken, 1998, S. 47). Schließlich unterscheidet er in „kooperativen Lernsituationen“ zwischen Situationen, in denen gleiche oder zusammenhängende verschiedene Ziele verfolgt werden (komplementär), und Situationen, in denen ein gemeinsames Ziel verfolgt wird (solidarisch) (Wocken, 1998, S. 48). Seine solidarischen Lernsituationen, in denen ein Lernen am Gemeinsamen Gegenstand stattfindet, sind somit „Sternstunden“ des inklusiven Unterrichts, können aber nicht die ganze Zeit stattfinden (Wocken, 1998, S. 50).

Allgemeine inklusive Didaktik nach Seitz

Seitz entwickelte 2006 empirisch basiert eine allgemeine inklusive Didaktik, wobei sie vorhandene didaktische Ansätze für den inklusiven Unterricht, insbesondere auch Feusers Theorie, einbezieht und weiterentwickelt (Korff, 2016, S. 43; Seitz, 2006, S. 4). Im Gegensatz zu Feuser stellt sie die „Kindorientierung“ konsequent in den Mittelpunkt (Korff, 2016, S. 43). Das Zentrum der didaktischen Analyse bildet die Frage, was aus Sicht der Kinder den „Kern der Sache“ darstellt (Seitz, 2006, S. 9). Dafür werden Gemeinsamkeit und Vielfalt als ein dicht miteinander verwobenes Geflecht begriffen, bei dem, je nach Perspektive, das eine oder das andere in den Vordergrund rückt. Das Geflecht aus Gemeinsamkeit und Vielfalt zeigt sich im Unterricht „zunächst in den perspektivengebundenen und dynamischen Kinderkonstruktionen zu einem Lernfeld, die diese in den Unterricht mitbringen“ (Seitz, 2006, S. 5). Diese Zugänge und Eigenkonstruktionen sind hoch individuell mit den jeweiligen Erfahrungen der Kinder verknüpft und gleichzeitig von „Ähnlichkeiten durchzogen“ (Seitz, 2006, S. 5). Man kann sie mit selbstähnlichen, fraktalen Mustern vergleichen. Bei diesen wiederholt sich eine zugrundeliegende Grundstruktur immer wieder in verschiedenen Größen und Gestalten und formt so ein komplexes Bild. Die „Ähnlichkeiten 'hinter' aller Unterschiedlichkeit im Handeln […] sind die für viele Kinder ähnlich bedeutsamen, Motivation bildenden Strukturen“ (Seitz, 2006, S. 6f). Diese deuten auf den „Kern der Sache“ hin, der Verbindungen zwischen den Sichtweisen herstellt und so Begegnungen der Kinder auf ihren jeweiligen Lernwegen ermöglichen kann. „Das Wesentliche des Lerninhaltes“ wird also von den Kindern durch „subjektive Bedeutungszuschreibung“ selbst bestimmt (Seitz, 2006, S. 9). Voraussetzung für einen solchen Unterricht ist zum einen die Sensibilität der Lehrkräfte für die Ähnlichkeiten in den Handlungen der Kinder und zum anderen eine offene Gestaltung der Lernangebote, damit die Kinder entdecken und handelnd zeigen können, was für sie der „Kern der Sache“ ist (Seitz, 2006, S. 7).

Für die Unterrichtsplanung bedeutet dies ein hohes Maß an Flexibilität und eine enge Verknüpfung von Didaktik und Diagnostik. Dabei werden die Kinderperspektiven aus verschiedenen Sichtweisen analysiert. Mit einem „universellen Blick“ werden mögliche selbstähnliche Strukturen innerhalb der Konstruktionen der Kinder betrachtet, indem mögliche lernfeldbezogene Zugangsweisen auf Gemeinsamkeiten hin untersucht werden (Seitz, 2006, S. 8f). Über einen „kollektiven Blick“ werden dann verschiedene gesellschaftliche Gruppen in den Blick genommen und deren Sichtweisen verglichen. Zum Beispiel kann nach Unterschieden in den Sichtweisen von Jungen und Mädchen gefragt werden. Die Zuordnung zu den Gruppierungen erfolgt vom jeweiligen Untersuchungspunkt aus und daher werden Kinder auch in mehrere Gruppen eingeordnet. Zuletzt werden mit einem „individuellen Blick“ auf die Lerngruppe die individuelle Einzigartigkeit jedes Kindes und spezifische Momente der Individualbiografie in den Blick genommen (Seitz, 2006, S. 9). Diese Analyse ermöglicht es, das Heterogenitätsgeflecht besser zu verstehen. Lerninhalte können „dann im Unterricht gewissermaßen 'entlang' der spezifischen Zugänge und Deutungsmuster jeder einzelnen, unverwechselbaren Persönlichkeit“ aufgefächert werden und die Motivationen der Kinder deutlich hervortreten lassen (Seitz, 2006, S. 10). Anschließend werden diese auch mit wissenschaftlichen und fachwissenschaftlichen Erkenntnissen in Bezug gesetzt und vernetzt (Seitz, 2006, S. 11).

So entsteht eine „Didaktik der Potentialität“, die auf vertikale Hierarchisierungen der Zugänge, eine Kategorisierung der Schüler*innen und Vorabreduzierungen in Differenzierungsangeboten verzichtet (Seitz, 2006, S. 13). Daraus ergibt sich eine Unterrichtsgestaltung, die diagnostische Anteile im Unterricht implementiert, indem an offenen Handlungsangeboten beobachtet wird, welche Motivationen die Kinder beim Einstieg in ein neues Lernfeld entwickeln. Ausgehend davon werden dann flexibel die weiteren Unterrichtsstrukturen angepasst. Die Lehrkraft wird somit zum beobachtenden und unterstützenden Lernbegleiter (Seitz, 2006, S. 13).

Oechsle kritisiert, dass auch bei Seitz offen bleibt, wie ihr didaktisches Konzept in einen allgemeinen Unterrichtsalltag und auf verschiedene Fächer übertragen werden kann (Oechsle, 2020, S. 39). Korff stellt fest, dass in beiden Konzepten nicht ausreichend konkretisiert wird, unter welchen Voraussetzungen und an welchem Inhalt eine Kooperation der Schüler*innen auf inhaltlicher Ebene gelingen kann (Korff, 2016, S. 50). Auch der allgemeine inklusionsdidaktische Kurs drehte sich bislang hauptsächlich um die Frage, wie viel Kooperation im inklusiven Unterricht stattfinden soll, und nicht darum, wie und an welchen Inhalten sie ermöglicht werden kann (Korff, 2016, S. 106; Seitz, 2006, S. 2).

Die Frage nach geeigneten Inhalten kann nur fachspezifisch beantwortet werden (Korff, 2016, S. 56). Daher soll nun gezielt der inklusive Unterricht fachspezifisch für die Mathematik beleuchtet werden. Dabei werden zunächst Schwierigkeiten und Herausforderungen im inklusiven Matheunterricht erläutert und davon ausgehend Anknüpfungspunkte und Entwicklungsbedarfe der Mathematikdidaktik für den inklusiven Unterricht aufgezeigt.

2.2.2 Inklusiver Mathematikunterricht

Inklusiver Mathematikunterricht aus der Lehrkraftperspektive

Korff stellt in ihrer Interviewstudie zu Belief-Systemen von Grundschullehrkräften (n=14) zu inklusivem Mathematikunterricht und deren Einfluss auf die Praxis fest, dass auch die Organisation des gemeinsamen Unterrichts Auswirkungen auf die Überzeugungen der Lehrkräfte zur Umsetzung des inklusiven Mathematikunterrichts hat. So sehen alle Lehrkräfte im Lernbereich Mathematik besondere Herausforderungen für ein Mit- und voneinander Lernen. Aber nur die Lehrkräfte, bei denen Schüler*innen mit SFB und Regelschüler*innen nur zeitweise gemeinsam in sogenannten KOOP-Klassen unterrichtet werden, sehen darin einen Hinderungsgrund für gemeinsamen Unterricht. Die anderen Lehrkräfte, die alle Schüler*innen dauerhaft zusammen unterrichten, empfinden den Unterricht, auch wenn ganz viel nebeneinander stattfindet, trotzdem als gemeinsam. So ergeben sich bei letzteren spontane und ungeplante Austauschmöglichkeiten und Anknüpfungspunkte zwischen den Gruppen, die im ersten Setting verwehrt bleiben (Korff, 2016, S. 248f). Als zweites zentrales Ergebnis stellt Korff heraus, dass vor allem symbol- und arbeitsblattorientierte Arbeitsweisen als Barriere für ein Mit- und voneinander Lernen angesehen werden und die Lehrkräfte besonders im Bereich der Arithmetik keine alternativen Zugänge sehen. Eine zentrale Herausforderung für den gegenseitigen Austausch stellt damit die symbolische Ebene dar (Korff, 2016, S. 249).

Bezogen auf den Mathematikunterricht kommt Oechsle in ihrer oben beschriebenen Studie ergänzend zu dem Ergebnis, dass für einen Teil der Lehrkräfte besonders im Fach Mathematik die kognitiven Unterschiede der Lernenden eine schwierige Rolle einnehmen und dadurch der gemeinsamen Unterricht im Fach Mathematik erschwert wird. Der andere Teil der Lehrkräfte hingegen sieht keinen Unterschied zu anderen Fächern (Oechsle, 2020, S. 216). Eine besondere Herausforderung im gemeinsamen Mathematikunterricht scheinen aus diesem Grund auch Schüler*innen mit SFB GENT darzustellen. Zum einen findet der Mathematikunterricht in Lerngruppen mit Schüler*innen mit SFB GENT seltener inklusiv statt. Zum anderen beschreibt eine Lehrkraft, dass es ihr gerade für diese Schüler*innen schwerfällt, Anknüpfungspunkte zu finden (Oechsle, 2020, S. 217). Wie bei Korff haben die Lehrkräfte zudem unterschiedliche Auffassungen dazu, was eine gemeinsame Lernsituation ausmacht und nennen auch verschiedene Gründe für diese. Manche Lehrkräfte wollen mit gemeinsamen Lernsituationen besonders soziale Kompetenzen aller Schüler*innen fördern, andere haben den Eindruck, damit besonders das Selbstbewusstsein der Schüler*innen mit SFB zu stärken, und ein Teil sieht darin inhaltliche Chancen bzw. eine Umsetzung des Grundrechts „Bildung für alle“ (Oechsle, 2020, S. 219). Als Hinderungsgrund werden der hohe „Stoffdruck“ für die Regelschüler*innen im Fach Mathematik (Oechsle, 2020, S. 216) und die Sorge genannt, im gemeinsamen Unterricht nicht allen Schüler*innen gerecht werden zu können und zwar sowohl bezogen auf eine Unterforderung der Regelschüler*innen als auch bezogen auf eine Vernachlässigung der Schüler*innen mit SFB (Oechsle, 2020, S. 223).

Weitere Befunde zum inklusiven Mathematikunterricht

Auch andere Autor*innen kommen zu dem Schluss, dass der Mathematikunterricht unter anderem wegen des kumulativen Lernens und der damit steigenden Bedeutung der kognitiven Unterschiede für heterogene Lerngruppen eine besondere Herausforderung darstellt. In der Sekundarstufe I gehen die Lernvoraussetzungen manchmal zwei Entwicklungsjahre oder mehr auseinander und erschweren damit die dauerhafte Umsetzung gemeinsamen Lernens (Höveler & Prediger, 2017, S. 11). Schöttler sieht in der „hohen Relevanz von Fachbegriffen und dem stark hierarchischen Aufbau der Unterrichtsinhalte, die zunehmend abstrakter werden und damit scheinbar einen Zugang für alle Schülerinnen und Schüler versperren“, eine spezielle Schwierigkeit des Mathematikunterrichts. Außerdem verweist er auf Studien, die gezeigt haben, dass gerade Lehrkräfte in der Sekundarstufe I Schwierigkeiten mit einer schülerzentrierten und differenzierenden Ausrichtung des Unterrichts haben, wie sie für heterogene Lerngruppen aber notwendig ist (Schöttler, 2019, S. 21). Des Weiteren wird an verschiedenen Stellen festgestellt, dass im Fach Mathematik nicht an allen Inhalten und Themen ein gemeinsames

Lernen umsetzbar ist und daher besonders nach geeigneten Inhalten gesucht werden muss (Herkenhoff, 2020, S. 138; Leuders & Prediger, 2017, S. 104f). In einer Textanalyse verfügbarer Lehrwerke und Unterrichtsvorschlägen aus der Mathematikdidaktik für inklusiven Unterricht stellt Oechsle fest, dass besonders für die Sekundarstufe und außerhalb der Leitidee „Zahlen und Operationen“ Unterrichtsmaterialien fehlen. Außerdem gibt es wenige Materialien, die Schüler*innen mit SFB GENT berücksichtigen (Oechsle, 2020, S. 73). Dies deckt sich mit dem von Lehrkräften geäußerten Wunsch nach mehr Unterrichtsmaterialien für den inklusiven Fachunterricht (Oechsle, 2020, S. 61).

Anknüpfungspunkte und Entwicklungsbedarfe der Mathematikdidaktik

Im Bereich der Mathematikdidaktik kann auf viele Konzepte zum Umgang mit Heterogenität zurückgegriffen werden, da das Thema dort schon vor der Inklusionsdebatte verstärkt in den Blick genommen worden ist (Herkenhoff, 2020, S. 137; Korff, 2016, S. 65; Noll, 2020, S. 17). Freudenthal beschäftigte sich zum Beispiel schon 1974 mit der Struktur von mathematischen Lernprozessen und dem Umgang mit heterogenen Lerngruppen, indem er beschreibt, wie die Schüler*innen miteinander am gleichen Gegenstand auf verschiedenen Stufen lernen, und damit den Grundstein der natürlichen Differenzierung legt (Korff, 2016, S. 67; Noll, 2020, S. 17). Allerdings umfasst das in den meisten mathematikdidaktischen Konzepten in den Blick genommene Heterogenitätsspektrum bislang nur rechenschwache bis hochbegabte Schüler*innen und muss für den inklusiven Unterricht erweitert werden (Herkenhoff, 2020, S. 137f; Korff, 2016, S. 74).

Schöttler sieht besonders in den mathematikdidaktischen Prinzipien der fundamentalen Ideen und des Spiralprinzips ein besonderes Potential, um Lernen am Gemeinsamen Gegenstand im inklusiven Unterricht zu ermöglichen (Schöttler, 2019, S. 31). So hilft die Orientierung an den fundamentalen Ideen der Mathematik dabei, die „wesentlichen und unverzichtbaren“ mathematischen Inhalte aufzuspüren, die die gesamte Mathematik durchziehen. Nach dem Spiralprinzip wird eine fundamentale Idee im Laufe des Lernprozesses immer wieder aufgegriffen, mit neuen Inhalten angereichert und weiter herausgearbeitet und abstrahiert (Schöttler, 2019, S. 31). Hier sieht Schöttler die Möglichkeit, mit dem zugrundeliegenden, strukturgebenden Kern einer fundamentalen Idee, wenn dieser Kern entsprechend dem Spiralprinzip genügend ausdifferenziert wird, um auf unterschiedlichen Niveaus bearbeitet werden zu können, einen Gemeinsamen Lerngegenstand im Sinne von Feuser zu schaffen (Schöttler, 2019, S. 32). Allerdings haben fundamentale Ideen kritische Stellen, die Lernende verstehen müssen, damit der Lernprozess gelingen kann. Diese sind besonders für Schüler*innen mit SFB in den Blick zu nehmen und ihnen genügend Möglichkeiten zur Auseinandersetzung mit diesen zu geben. Insgesamt stellt er fest, dass durch fundamentale Ideen und das Spiralprinzip zu vielen mathematischen Inhalten, aber nicht zu allen, Zugänge für alle Schüler*innen ermöglicht werden können (Schöttler, 2019, S. 32). Daher führt er neben dem Lernen am Gemeinsamen Gegenstand auch noch das Lernen entlang einer gemeinsamen Idee und das gemeinsame Lernen an verschiedenen Gegenständen als gemeinsame Lernsituationen an. Bei ersteren werden verschiedene Aspekte einer fundamentalen gemeinsamen Idee fokussiert. Dies bietet sich an, wenn Inhalte vertieft werden sollen oder einzelne Inhalte für manche Lernende außerhalb ihrer mathematischen Kompetenzen liegen (Schöttler, 2019, S. 35). Beim gemeinsamen Lernen an verschiedenen Gegenständen arbeiten verschiedene Gruppen an Inhalten, die keine gemeinsame Idee aufweisen. Ein Austausch bzw. Kooperation findet dann nur in diesen Gruppen statt. Diese Situation eignet sich z. B., wenn angepasst an den jeweiligen Stand der Lernenden gezielt Themen aufgearbeitet oder wiederholt werden sollen (Schöttler, 2019, S. 36).

Auch eine Unterrichtsgestaltung nach dem Konzept des dialogischen Lernens von Gallin und Ruf wird an verschiedenen Stellen als hilfreich für die Inhaltsauswahl und Planung von gemeinsamen Lernsituationen im inklusiven Unterricht genannt (Lenze & Lutz-Westphal, 2015, S. 46; Lutz-Westphal & Skutella, 2019, S. 104f; Seitz, 2006, S. 2). Besonders eine Orientierung an Kernideen bei der Planung scheint hier gewinnbringend nutzbar, da diese bei der Elementarisierung von Inhalten helfen, ohne das Wesentliche der Sache aus den Augen zu verlieren (Lenze & Lutz-Westphal, 2015, S. 47). Auf das Konzept des dialogischen Lernens wird in Kapitel 3 näher eingegangen. An anderen Stellen wird für die Fokussierung auf das Wesentliche auch eine Orientierung an Grundvorstelllungen als hilfreich befunden. Für den inklusiven Unterricht müssen die Konzepte zu diesen aber noch weiterentwickelt werden (Noll, 2020, S. 19).

Korff dagegen sieht Anknüpfungspunkte für den Unterricht in heterogenen Lerngruppen an die aktuelle Mathematikdidaktik besonders in offenen Aufgabenformaten mit natürlicher Differenzierung und an der Umsetzung einer Material-, Handlungs- und Alltagsorientierung. Beides erweist sich nach ihrer Studie im Grundschulbereich in der Praxis als gewinnbringend (Korff, 2016, S. 250). Die natürliche Differenzierung wird auch an verschiedenen anderen Stellen als aufgabenbezogener Ansatz zum Umgang mit Heterogenität genannt, der im inklusiven Unterricht genutzt werden sollte (Noll, 2020, S. 18; Oechsle, 2020, S. 48). Nach dem Prinzip der natürlichen Differenzierung arbeiten alle Lernenden an einer gemeinsamen, inhaltlich ganzheitlichen Problemstellung, wobei jeder Lernende den Lerngegenstand auf seinem Niveau bearbeitet und dabei frei Wege, Hilfsmittel und Darstellungsweisen auswählen kann. Dafür wird ein Arbeitsauftrag an die Lerngruppe gestellt, der eine gewisse Komplexität haben muss und Fragestellungen unterschiedlichen Schwierigkeitsgrades zulässt. Die Differenzierung erfolgt dann von den

Schüler*innen aus, indem sie die Aufgabe auf einem passenden Schwierigkeitsniveau bearbeiten (Krauthausen & Scherer, 2007, S. 228f). Aus den verschiedenen Lösungsstrategien und Bearbeitungsweisen ergeben sich im Austausch mit anderen dann vertiefende Erkenntnisse (Korff, 2016, S. 68f). Bei Lenze und Lutz-Westphal werden selbstdifferenzierende Aufgaben und damit ein offenes Differenzierungsformat ebenfalls als besonders geeignet für den inklusiven Unterricht angesehen (Lenze & Lutz-Westphal, 2015, S. 50f).

Ergänzend dazu stellt Noll das E-I-S-Prinzip von Bruner als hilfreich dar. Denn durch dieses „können mathematische Inhalte reichhaltig und für unterschiedliche Denkstile passend dargestellt werden" (Noll, 2020, S. 18). Das E-I-S-Prinzip unterscheidet zwischen der enaktiven (handelnden), ikonischen (bildlichen) und symbolischen (abstrakten) Repräsentationsebene eines Lerngegenstands und fordert, dass alle Ebenen im Lernprozess genutzt und Übertragungen zwischen diesen geübt werden (Käpnick, 2014, S. 53ff). Lutz-Westphal und Skutella halten eine Ergänzung des E-I-S-Prinzips um eine basal-ästhetische (wahrnehmende) Ebene im inklusiven Unterricht für sinnvoll. Mithilfe einer intensiven Analyse des Unterrichtsgegenstandes auf diesen Ebenen steht ein Planungswerkzeug zur Verfügung, um ein passendes Unterrichtsangebot zu gestalten (Lutz-Westphal & Skutella, 2019, S. 102). Im Zusammenhang mit der natürlichen Differenzierung wird außerdem häufig auf sogenannte substanzielle Lernumgebungen verwiesen (vgl. Korff, 2016, S. 68; Oechsle, 2020, S. 48; Krauthausen & Scherer, 2007, S. 198). Substanzielle Lernumgebungen beziehen sich auf fundamentale Ideen oder Prinzipien der Mathematik, die in der Lernumgebung durch zentrale Ziele und Inhalte des Mathematikcurriculums der Schulstufe repräsentiert werden, und bieten reichhaltige Möglichkeiten für mathematische Aktivitäten. Außerdem sollen sie flexibel einsetzbar und damit leicht an Lerngruppen anpassbar sein und auch psychologische und pädagogische Aspekte des Lernens berücksichtigen (Krauthausen & Scherer, 2007, S. 197f). Weskamp kommt zu dem Schluss, dass substanzielle Lernumgebungen eine inhaltliche Offenheit bieten, da zugleich verschiedene Darstellungsformen bei der Bearbeitung zur Verfügung gestellt und verschiedene Lernwege und Zugänge, auch unabhängig der Repräsentationsebenen, zugelassen werden. Dadurch bieten sie eine Möglichkeit zur natürlichen Differenzierung (Weskamp, 2019, S. 30f).

Trotz der guten Anschlussmöglichkeiten an bestehende Konzepte sehen alle Autor*innen weiterhin einen großen mathematikdidaktischen Entwicklungsbedarf (vgl. Herkenhoff, 2020, S. 122; Korff, 2016, S. 103; Musenberg & Riegert, 2015, S. 20f; Noll, 2020, S. 20; Oechsle, 2020, S. 59). Lenze und Lutz-Westphal stellen fest, dass noch Konzepte fehlen, wie Lernende wieder zusammengebracht werden können, wenn

Unterschiede in der inhaltlichen Erarbeitung nach dem gemeinsamen Einstieg schnell sehr groß werden und wie man trotz der auseinanderdriftenden Lernvoraussetzungen gemeinsam in ein neues Teilthema einsteigen kann. Insbesondere für spätere Phasen in einer Unterrichtseinheit fehlen also noch Konzepte. Auch muss geklärt werden, wie viel Elementarisierung ein Thema verträgt, bevor es seine Charakteristik verliert (Lenze & Lutz-Westphal, 2015, S. 54f).

Korff sieht den Entwicklungsbedarf in der Mathematikdidaktik vor allem in einer Verknüpfung der mathematischen Basiskompetenzen und Unterrichtsthemen und bei der Entwicklung neuer methodisch-didaktischer Zugänge. Beides ist wichtig, um auch Schüler*innen mit einem niedrigen kognitiven Niveau einzubeziehen. So müssen nicht-sprachliche Zugänge entwickelt werden, die allen die Möglichkeit eines Ausdrucks und Austausches eigener Denk- und Lösungswege ermöglichen. Außerdem muss gerade für inhaltliche Themen, die in späteren Klassenstufen angesiedelt sind, die Nutzung verschiedener geeigneter Zugänge weiter ausdifferenziert werden und dabei die Verbindung zur symbolischen Bearbeitungsebene herausgearbeitet werden (Korff, 2016, S. 251f). Zusätzlich müssen Hilfen erarbeitet werden, die auch Schüler*innen mit komplexem Unterstützungsbedarf die Entwicklung eigener Lösungswege und eine Arbeit in geöffneten Unterrichtsstrukturen ermöglicht, ohne inhaltlich oder strukturell einzuschränken (Korff, 2016, S. 104). Sie differenziert damit die Forderung an die Mathematikdidaktik aus, ein höheres Heterogenitätsspektrum und speziell auch Schüler*innen mit SFB GENT in den Blick zu nehmen (Korff, 2016, S. 74; Oechsle, 2020, S. 226).

Oechsle folgert aus ihren Ergebnissen, dass Lehrkräfte mehr Hilfe bei der Gestaltung von gemeinsamen Lernsituationen in Gruppen mit einer großen Heterogenitätsspanne brauchen und daher ein großer Entwicklungsbedarf in Konzepten hierfür besteht. Eine Erweiterung der bestehenden Konzepte hält sie an vielen Stellen für nicht ausreichend, da Basisfertigkeiten wie Lesen oder Zählen im inklusiven Unterricht nicht bei allen Schüler*innen gegeben sind. Sie schließt sich der oben genannten Forderung, vermehrt Schüler*innen mit SFB GENT in den Blick zu nehmen, an und sieht insbesondere in der Entwicklung geeigneter Unterrichtsmaterialien für alle Schüler*innen eine zentrale Forschungsaufgabe. Außerdem braucht es ihrer Meinung nach eine Überarbeitung bzw. Parallelisierung der Bildungspläne, um mehr Anknüpfungspunkte bereit zu stellen (Oechsle, 2020, S. 226). Letzterer Punkt findet sich auch bei Noll wieder (Noll, 2020, S. 19).

In den folgenden beiden Kapiteln sollen nun die didaktischen Konzepte des dialogischen Lernens und der Differenzierungsmatrix dargestellt werden, nach denen später exemplarisch für den Funktionsbegriff Lernmaterial entwickelt wird. Dabei wird jeweils zunächst die Entwicklung des Konzepts und seine theoretische Grundlage vorgestellt und dann der Mehrwert dieses Konzepts für den inklusiven Unterricht diskutiert.

3. Dialogisches Lernen – Lernen entlang von Kernideen

Entstehung des Konzeptes

Das Konzept des dialogischen Lernens entwickelten Urs Ruf und Peter Gallin ausgehend von einem Vergleich ihrer Unterrichtspraxis in den Fächern Deutsch und Mathematik an einem Schweizer Gymnasium (Gallin, 2006, S. 1). Beide stellten Defizite fest, die das Lernen der Schüler*innen behinderten, und entwickelten hierfür ab 1985 als Lösung das Konzept des dialogischen Lernens (Ruf & Gallin, 1999, S. 179). Das Besondere ist, dass das Konzept also direkt aus der Praxis stammt und von den Autoren sowie weiteren Lehrkräften auch immer wieder in der Praxis getestet und weiterentwickelt wurde (Ruf & Gallin, 1999, S. 179). Heute ist das dialogische Lernen besonders in der Mathematikdidaktik verbreitet, aber findet auch im Deutschunterricht und anderen Fächern Anwendung (vgl. Keller, Ruf, & Winter, 2008). Es bietet didaktische und methodische Hilfen dabei, einen Unterricht zu organisieren, der die Lernenden und deren Auseinandersetzung mit dem Stoff in den Mittelpunkt stellt. Für den Mathematikunterricht gibt es zahlreiche berichtete Unterrichtsverläufe mit Schülerbeiträgen und Einstiegsideen (vgl. Gallin, 2006; Keller, Ruf, & Winter, 2008; Ruf & Gallin, 1999), sodass das Konzept gut nachvollziehbar ist und auch auf den eigenen Unterricht übertragen werden kann.

3.1 Das theoretische Konzept des dialogischen Lernens

Grundlegende Ideen

Ruf machte in seiner anfänglichen Lehrtätigkeit die Erfahrung, dass eine ausschließliche Fokussierung auf die Angebotsseite im Unterricht nicht zu einer Verbesserung des Unterrichts führt, da diese nur eintreten kann, wenn die Angebote auch von den Lernenden genutzt werden können (Ruf, 2008a, S. 13f). Ein gutes didaktisches Konzept muss seiner Meinung nach auch die Nutzungsorientierung und damit eine Orientierung an den Schüler*innen in den Blick nehmen (Ruf, 2008b, S. 238). Wenn Schüler*innen nur das fertige fachliche Produkt in aufbereiteter Form präsentiert bekommen, führt dies dazu, dass die Lernenden nur schwer eine „interessierte Beziehung" zu dem Thema aufbauen können und viele Schüler*innen sich von dem Fach abwenden (Ruf & Gallin, 1998, S. 19). Gallin beobachtete, dass der weithin praktizierte Mathematikunterricht den Schüler*innen häufig die Lösungen bzw. Algorithmen zu mathematischen Problemen präsentiert, bevor diese sich ausreichend mit dem Problem auseinandergesetzt haben und so ein eindimensionales Bild von Mathematik erzeugt wird. Mathematik wird als ein Umwandeln von Fragen durch Algorithmen in Lösungen wahrgenommen (Gallin, 2010, S. 4). Dies bezeichnet er als „Mathematikschädigung“. Ein verlorenes Selbstvertrauen in die eigene mathematische Kompetenz auf Seiten der Schüler*innen ist die Folge (Gallin, 2006, S. 1). Ausgehend von ihren Erfahrungen und Überlegungen entwickelten beide das dialogische Lernmodell mit dem Ziel, die Individualität der am Lernprozess beteiligten Personen und die Attraktivität des Unterrichtsstoffes mehr in den Mittelpunkt zu rücken (Ruf & Gallin, 1999, S. 179). So werden die Lernenden zu authentischen Auseinandersetzungen mit dem Stoff herausgefordert und dazu angeregt, ein umfangreiches Bild von der Mathematik zu entwickeln (Ruf & Gallin, 1998, S. 24).

Dafür wurde dem fachlichen Spannungsfeld von Frage und Lösung das Individuum als „Ich“ gegenübergestellt, das mit dem mathematischen Problem in Austausch tritt, es erkundet und so Mathematik treibt (Gallin & Hußmann, 2006, S. 2). Die verwendete Sprache ist hierbei die des Verstehens, die sich von der Fachsprache, in der Lösungen später präsentiert werden und Lehrbücher formuliert sind, unterscheidet (Gallin, 2010, S. 5). Es ist also eine Sprache des Prozesses und nicht des Produkts (Ruf & Gallin, 1998, S. 34). Durch Durchdringen des Problems kann dann die Lösung gefunden und die dahinterliegende Mathematik verstanden werden. Im Lernprozess braucht es für das wirkliche Verstehen allerdings den Dialog mit anderen. Im Austausch mit anderen erhält der Lernende Rückmeldungen, Impulse und neue Anregungen für seine Auseinandersetzung. Damit wird die Berücksichtigung des „Du“ als Dialogpartner*in im Diagramm notwendig (Gallin, 2010, S. 6). Der Lernprozess wird so auf zwei Dimensionen – der singulären Dimension des Austausches zwischen dem „Ich“ und „Du“ und der regulären Dimension zwischen Frage und Lösung – abgebildet (vgl. Abb. 3). An der Schnittstelle beider Dimensionen treffen die

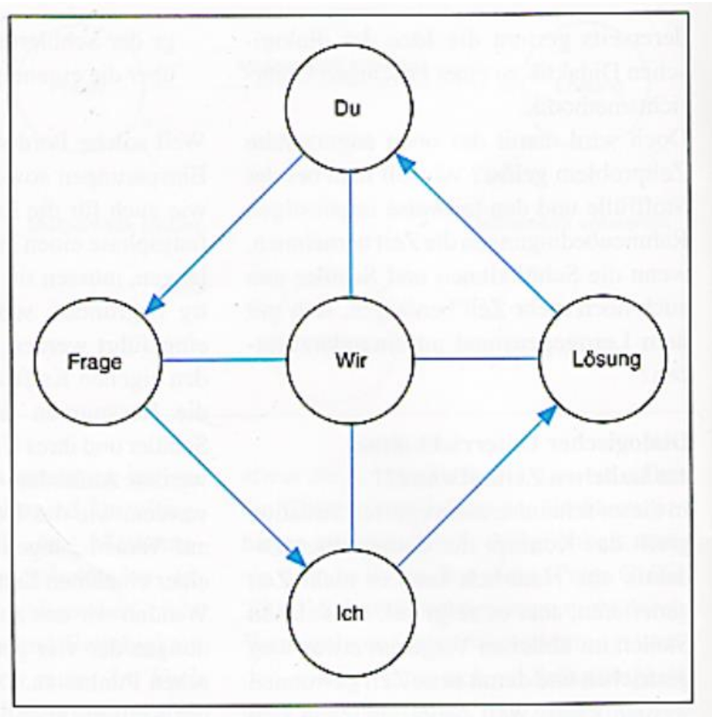


Abb. 3 Die zwei Dimensionen des dialogischen Lernens (Gallin & Hußmann, 2006, S.4)

regulären Erkenntnisse der Fachwissenschaft auf die im Dialog ausgehandelten singulären Einsichten und werden zur vereinbarten Norm (Gallin, 2010, S. 6). Dies wird durch das „Wir" in der Mitte des Diagramms zum Ausdruck gebracht. Durch Einbeziehen beider Dimensionen können Formeln, Regeln und Algorithmen als die Ergebnisse dialogischer Aushandlungsprozesse verstanden werden, die sie sind (Gallin & Hußmann, 2006, S. 4).

Für eine Umsetzung des Lernmodells im Unterricht sind einige Veränderungen in der Haltung der Lehrkraft und in der Unterrichtsorganisation notwendig. So muss sich die Rolle der Lehrkraft von einer erklärenden, anleitenden zu einer zuhörenden und erzählenden entwickeln, um in einen Dialog zwischen gleichberechtigten Partnern eintreten zu können (Ruf & Gallin, 1999, S. 181). Außerdem müssen singuläre Schülerleistungen und -texte gegenüber regulären Lehrmitteln aufgewertet werden. Im Unterricht leistet die Lehrkraft dann mehr Einzelberatung statt Klassenunterricht und die Eigentätigkeit der Lernenden nimmt mehr Zeit ein. Stoffgebiete werden selbstständig von den Lernenden erkundet, bevor Fachbegriffe und Algorithmen eingeführt werden (Ruf & Gallin, 1999, S. 180). In der Vorbereitung des Unterrichts verschiebt sich der Fokus vom Ausarbeiten eines passenden und umfangreichen Angebots hin zu einer eigenen vertieften Auseinandersetzung mit dem Stoff, die dann für eine Strukturierung des Lernfeldes in Form einer Kernidee genutzt wird (Ruf & Gallin, 1999, S. 181). Das dialogische Lernen ist mit einer gemeinsamen Reise von Lehrendem und Lernenden vergleichbar, deren Ziel zu Beginn nicht endgültig festgelegt ist, da alle den Verlauf der Reise mitbestimmen (Ruf & Gallin, 1999, S. 10). Das macht den Unterricht nicht im Voraus detailliert planbar und fordert ein flexibles Agieren und Reagieren der Lehrkraft im Unterricht (Ruf & Gallin, 1999, S. 181). Trotzdem ist der Unterrichtsverlauf beim dialogischen Lernen nicht willkürlich, sondern wird durch eine enge Verknüpfung von Produktion und Rezeption bestimmt, die sich in einem Kreislauf immer wieder phasenweise ablösen (Ruf & Gallin, 1999, S. 11). Dieser Kreislauf und die darin enthaltenden zentralen Elemente sollen nun kurz dargestellt werden.

Zentrale didaktische Elemente des dialogischen Lernens

Der dialogische Unterricht arbeitet mit den vier Hauptinstrumenten Kernideen, Arbeitsaufträge, Reisetagebücher und Rückmeldungen, die sich in einem Kreislauf immer wieder abwechseln. Zu Beginn sucht die Lehrkraft nach einer **Kernidee**, die den Lernenden den Blick auf das große Stoffgebiet ermöglicht und in ihnen etwas bewirkt (Ruf & Gallin, 1998, S. 60). Tragfähige Kernideen sollten dabei einen persönlichen Aspekt des Erzählenden besitzen, ihren Gegenüber zum aktiv Werden herausfordern und „den Witz an der Sache auf den Punkt bringen" (Ruf & Gallin, 1999, S. 28f). Für das Aufspüren einer eigenen Kernidee ist ein Erkunden der persönlichen Betroffenheit zum Stoff wichtig. Die eigene Grundhaltung, Erfahrungen und Beweggründe, sich damit auseinanderzusetzen, stehen im Mittelpunkt. Häufig finden sich Kernideen daher bei alltäglichen Tätigkeiten oder im Dialog mit einer fachfremden Person (Ruf & Gallin, 1999, S. 17). Ein Beispiel für eine gelungene Kernidee zum Thema Bruchrechnung, die die oberen Aspekte vereint, ist „Geteilt durch einhalb gibt mehr“ (Ruf & Gallin, 1999, S. 28). Nachdem die Lehrkraft ihre Kernidee präsentiert und diese bei den Schüler*innen etwas ausgelöst hat, müssen auch die Lernenden sich auf den Weg machen und eigene Kernideen aufspüren (Ruf & Gallin, 1999, S. 17). Denn um nachhaltiges Lernen zu ermöglichen, ist es notwendig, dass die Schüler*innen einen Lerninhalt mit ihren individuellen Erlebnissen und Erfahrungen verbinden und so das „Fachwissen dauerhaft mit ihrer Person“ verknüpfen. Dies erfolgt über individuelle Kernideen, die die Lernenden beim Sammeln eigener Erfahrungen zu einer Sache ausbilden und die auch nach langer Zeit eine erneute Rekonstruktion des Wissens erlauben (Gallin, 2006, S. 7). Es wird also deutlich, dass eine Kernidee immer an Personen und Situationen gebunden ist, in denen sie wirkt. Trotzdem gibt es Beispiele gelungener Kernideen, wie die oben aufgeführte, die sich in der Praxis zum Einstieg in ein Thema bewährt haben und eine Leitlinie sein können (Gallin, 2010, S. 7)

An die Präsentation einer Kernidee schließt sich ein offener **Arbeitsauftrag** für die Lernenden an, der viele Lösungen zulässt und die kreative Eigeninitiative der Schüler*innen anregt. Wichtig bei dem Arbeitsauftrag ist, dass er allen Lernenden die Möglichkeit gibt, produktiv zu werden und sich gleichzeitig auch starke Schüler*innen gefordert fühlen. Durch die verschiedenen Lösungswege, die möglich sind, wird ein anschließender Austausch über die Lösungsstrategien für alle sinnvoll und spannend (Ruf & Gallin, 1999, S. 49). Durch einen gelungenen Arbeitsauftrag wird die Aufmerksamkeit und Neugier, die die Kernidee geweckt hat, nun in eine fruchtbare Auseinandersetzung mit dem Stoff überführt und es wird eine Phase der Produktion ausgelöst.

Diese wird in einem **Reisetagebuch**, auch Lernjournal genannt, dokumentiert und festgehalten. Das Reisetagebuch erfüllt dabei verschiedene Funktionen: Zum einen dient es der Dokumentation der einzelnen Lernwege und macht diese damit für die Lehrkraft und Mitschüler*innen sichtbar. Auch wenn der Arbeitsauftrag nicht richtig gelöst werden konnte, bekommt die Lehrkraft durch die Dokumentation einen Einblick in Irrwege und Lernschwierigkeiten und kann dazu dann gezielte Hilfestellungen und Rückmeldungen geben. Die Lernenden werden gezwungen über ihr eigenes Handeln nachzudenken, zu begründen und zu erklären. Das Finden einer Lösung ist nur noch ein Teil der zu leistenden Arbeit. Die Reistagebücher dokumentieren außerdem die Lernentwicklung über einen längeren Zeitraum und bieten damit den Schüler*innen eine gute Grundlage zur

Selbsteinschätzung. Es werden so heuristische Fähigkeiten, Metakognition und Eigenverantwortung gestärkt (Ruf & Gallin, 1999, S. 7).

Nach der sogenannten „Ich -Phase“, in der sich jeder allein mit dem Arbeitsauftrag beschäftigt, folgt mit dem Austausch mit anderen in der „Du-Phase“ nun eine Phase der Rezeption. Der Lernende bekommt eine individuelle **Rückmeldung** zu seinem Tun. Das kann durch einen Kommentar im Reisetagebuch entweder durch die Lehrkraft oder über Mitschüler*innen passieren. Bei der Rückmeldung wird nicht nur die Korrektheit der Lösungen, sondern vor allem auch der Lösungsweg in den Blick genommen. Dabei sollten die Rückmeldungen persönlich sein, Entwicklungsmöglichkeiten aus dem Produzierten aufzeigen, erreichte persönliche Leistungen hervorheben und sich möglichst konkret auf das Geschriebene beziehen (Ruf & Gallin, 1999, S. 147 f). In der Auseinandersetzung mit den Reisetagebüchern der Schüler*innen wird für die Lehrkraft deutlich, wo die Lernenden stehen und wie der nächste Entwicklungsschritt aussehen kann. So steckt in der Rückmeldung zugleich auch eine Aufforderung zu einer erneuten Auseinandersetzung und aus den persönlichen und sachbezogenen Rückmeldungen ergeben sich neue Kernideen und Arbeitsaufträge, die zu einer weiteren Produktionsphase führen. Damit beginnt der Kreislauf wieder von vorn (Ruf & Gallin, 1999, S. 148f).

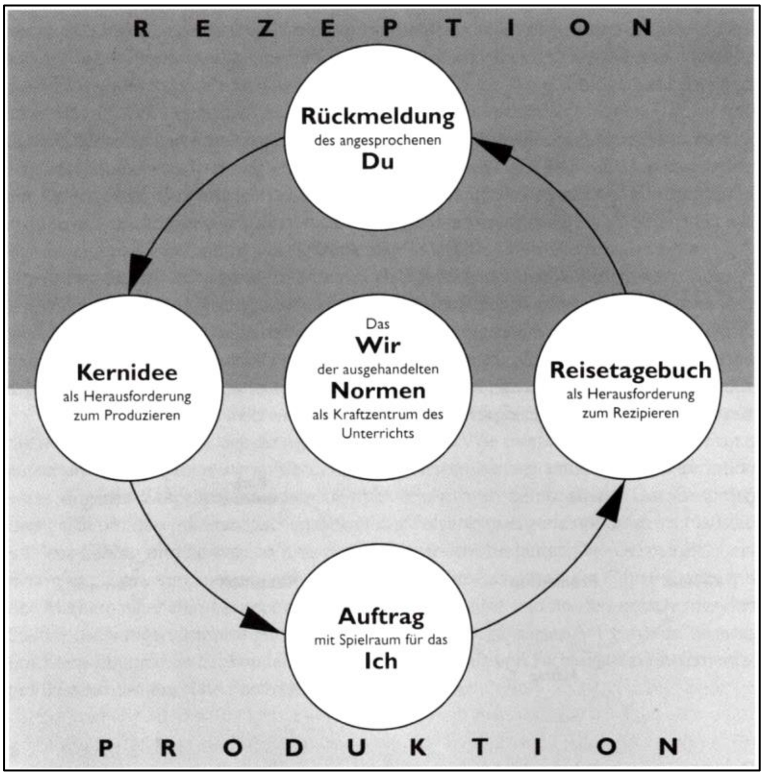


Abb. 4: Der Kreislauf des dialogischen Lernens in der Schule. (Gallin & Ruf, 1999, S. 12)

Neben diesen vier Hauptinstrumenten des dialogischen Lernmodells, die den Kreislauf des Lernprozesses gestalten (s. Abbildung 4), gibt es noch zwei weitere (methodische) Instrumente im dialogischen Unterricht. In einer **Autografensammlung** stellt die Lehrkraft gelungene und vielversprechende Lösungsansätze aus den Reisetagebüchern zusammen, gruppiert und kommentiert sie. Die Autografensammlung stellt damit das Gelungene der vorherigen Arbeitsphase strukturiert und im Kontext des Fachwissens beurteilt dar und bildet somit eine gemeinsam erarbeitete Wissensgrundlage, aus der sich der weitere Lernprozess ableitet. Sie bietet auch ein Instrument, um Schüler*innen auf verschiedene Vorgehensweisen aufmerksam zu machen und einen fachlichen Austausch anzuregen (Ruf, 2008a, S. 22f).

Beim dialogischen Lernen wird eine **zweidimensionale Leistungsbewertung** umgesetzt. Sie stellt sicher, dass die Leistungen der Schüler*innen nicht nur aus einer Defizitperspektive beurteilt werden, sondern auch die Entwicklungsperspektive berücksichtigt wird. So werden neben einer Kontrolle zum Erreichen der Lernziele am Ende eines Quartals oder Semesters (Nachweis der Produktqualität) auch die Leistungen bei der Beschäftigung mit den offenen Arbeitsaufträgen, dokumentiert in den Reisetagebüchern, zur Bewertung herangezogen. Die Lernenden sind jederzeit gefordert zu zeigen, dass sie sich intensiv und regelmäßig mit der Sache befassen (Nachweis der Prozessqualität). Durch diese Leistungsbewertung kann dauerhaft eine höhere Leistungsbereitschaft und Motivation erreicht werden, da die Schüler*innen das Gefühl haben, ihren Erfolg selbst in der Hand zu haben (Ruf, 2008a, S. 23).

3.2 Mehrwert des dialogischen Lernens für den inklusiven Unterricht

Aus den obigen Ausführungen ergeben sich direkt einige Vorteile des dialogischen Lernmodells für den inklusiven Unterricht. So fällt eine große Nähe zu Feusers Lernen am Gemeinsamen Gegenstand auf. Skutella und Lutz-Westphal führen dies folgendermaßen aus: Die Suche nach Kernideen zu einem Thema hilft bei dessen fachlicher Durchdringung und so bieten die Kernideen Leitlinien für die Elementarisierung und Reduktion der Komplexität eines Unterrichtsgegenstands, ohne dass dieser dabei fachlich seine Spezifizität verliert (Lutz-Westphal & Skutella, 2019, S. 104). Nach Roth bilden Kernideen daher die Basis eines schülerorientierten Unterrichts, der die Heterogenität einer Lerngruppe ernst nimmt und zum Ziel hat, jeden Lernenden individuell zu fordern und zu fördern (Roth, 2017, S. 183). Kernideen helfen also dabei, ein Thema zu einem fachlich substanziellen Gemeinsamen Gegenstand auszuarbeiten (Lutz-Westphal & Skutella, 2019, S. 101). Das Lernen auf dem jeweiligen Entwicklungsstand aus Feusers Konzept wird durch die individuelle Auseinandersetzung mit dem Unterrichtsstoff in der „Ich-Phase“ umgesetzt. Die Orientierung auf die Zone der nächsten Entwicklung wird dabei vor allem durch die persönliche Rückmeldung der Lehrkraft in der „Du-Phase“ berücksichtigt. Die geforderte inhaltliche Kooperation findet schließlich im Austausch mit anderen über deren Wege, Ideen (Du-Phase) und beim dialogischen Aushandeln der gemeinsamen Normen (Wir-Phase) statt (Lutz-Westphal & Skutella, 2019, S. 105).

Ruf sieht in seinem Artikel zum theoretischen Hintergrund des dialogischen Lernmodells das dialogische Lernen gegenüber dem klassischen Unterricht im Umgang mit

Heterogenität klar im Vorteil. Der Vorteil besteht darin, dass Lernende aktiv an der Passung von Lernangebot und Lernvoraussetzung beteiligt werden, indem durch einen klar strukturierten Austausch von Lehrendem und Lernenden Angebote und deren Nutzung immer besser aufeinander abgestimmt werden (Ruf, 2008b, S. 236f). Ziel dabei ist es, die Lernenden zu befähigen, ihren Lernprozess immer stärker selbst zu steuern und die Heterogenität der sie umgebenden Gruppe für sich zu nutzen (Ruf, 2008b, S. 237). Eine wichtige Rolle dabei spielt die singuläre Standortbestimmung, zu der die Lernenden über einen offenen Auftrag aufgefordert werden. So entsteht im dialogischen Lernprozess das Potenzial, jedem Lernenden einen eigenen Zugang zu einem Thema zu ermöglichen und die unterschiedliche Nutzung des Angebots durch die Schüler*innen sichtbar zu machen, weil der Blick von einem richtigen Resultat hin zu dem Prozess der Problemlösung gelenkt wird (Ruf, 2008b, S. 240f). „Durch den offenen problemorientierten Auftrag wird - vom Anfänger bis zum Experten - jeder herausgefordert, indem er die Komplexität des Problems nach Maßgabe seines Vorwissens selbst festlegt“, beschreibt Ruf (Ruf, 2008b, S. 241). Damit entspricht der offene Arbeitsauftrag in seiner Zielsetzung dem didaktischen Prinzip der natürlichen Differenzierung, das für den inklusiven Unterricht als besonders geeignet angesehen wird. Die konsequente Orientierung an den Lernenden ähnelt der „Kindorientierung“ von Seitz inklusiver Didaktik, da auch im dialogischen Lernen die Sichtweisen der Schüler*innen auf ein Thema im Mittelpunkt stehen. Auch die „Entwicklungsperspektive“, die vor allem in den Rückmeldungen zum Ausdruck kommt, ist für den inklusiven Unterricht notwendig, um gezielt fördern zu können und die Vielfalt als Potenzial wahrzunehmen (Lenze & Lutz-Westphal, 2015, S. 46).

Die beschriebene Form der zweidimensionalen Leistungsbewertung bezieht von Beginn an neben fachlichen Normen auch individuelle Lernbereitschaft und -entwicklungen und damit die individuelle Bezugsnorm mit ein. Sie bietet so die Möglichkeit, auch im zieldifferenten Unterricht nachvollziehbar und individuell zu bewerten. Die Einträge im Reisetagebuch spielen dabei als Dokumentationsgrundlage eine wichtige Rolle. Der Lernverlauf, der im Reisetagebuch dokumentiert ist, kann außerdem die Grundlage für eine begleitende formative Diagnostik bilden. Damit lassen sich mit dem dialogischen Lernmodell auch noch zwei weitere der Qualitätskriterien, die Prengel für gelingenden inklusiven Unterricht aufzählt, umsetzen.

Trotzdem sind die Prinzipien des dialogischen Lernens nicht ohne Anpassungen auf jede Lerngruppe übertragbar. Ein Problem stellt der große Fokus auf die schriftliche Fixierung der Gedanken und Gefühle dar. Besonders das Instrument des Reisetagebuchs, das im dialogischen Unterricht viele Funktionen erfüllt, ist für Schüler*innen, die aufgrund fehlender sprachlicher oder motorischer Fähigkeiten nicht schreiben können, nicht nutzbar.

Hier muss der Dialog in direkter Form, z.B. durch Beobachten der Handlungen und gezeigten Reaktionen oder mündliches Erklären der Ideen, erfolgen (Lenze & Lutz-Westphal, 2015, S. 46f). Wie dieser im Unterricht, bei dem es viele Schüler*innen gleichzeitig zu berücksichtigen gilt, umgesetzt werden kann, ist noch offen.

Außerdem können die in der singulären Standortbestimmung erarbeiteten Positionen so weit voneinander abweichen, dass manche der Lernenden die Herangehensweisen und Lösungswege der anderen nicht mehr nachvollziehen können. Sie sind dann nicht in der Lage, eine inhaltliche Rückmeldung zu geben und das von ihnen Erarbeitete mit dem der anderen zu vergleichen. Hier kann vielleicht zunächst durch einen Folgeauftrag, der gerade stärkere Schüler*innen auffordert, Gemeinsamkeiten zwischen einer handelnden und einer abstrakten Lösung zu entdecken, nachgeholfen werden. Gallin und Ruf merken dazu allerdings an, dass bei zu großen Wissensunterschieden in der Lerngruppe Gespräche über authentische Probleme schwierig werden und neue, „passende" Gesprächspartner gesucht werden müssen (Ruf & Gallin, 1998, S. 80). Eine weitere Möglichkeit, die das dialogische Lernen Schüler*innen mit kognitiven Einschränkungen zur Beteiligung am Dialog eröffnet, ist der Einbezug von individuellen Erfahrungen und Gefühlen in den Lernprozess. So kann ein Austausch, wenn die fachlichen Differenzen zu weit auseinander liegen, evtl. auf dieser Metaebene stattfinden, die auch für den Lernprozess wichtig ist.

Eine dritte Schwierigkeit stellt die hohe Selbstständigkeit dar, die die Schüler*innen brauchen, um sich mit dem offenen Arbeitsauftrag auseinanderzusetzen und für sich gewinnbringend zu bearbeiten. Solche offenen Arbeitsformen stellen hohe Anforderungen an die Lernenden und müssen intensiv unterstützt und geübt werden (Leuders & Prediger, 2017, S. 17). Gerade anfangs oder für schwächere Schüler*innen kann daher zusätzliche Unterstützung bei der Wahl der Hilfsmittel oder der Arbeitsorganisation notwendig werden (Sasse & Schulzeck, 2013, S. 16; Scherer, 2018, S. 45). Es hat sich gezeigt, dass aktiv-entdeckendes Lernen sich generell auch für Schüler*innen mit SFB GENT eignet. Gleichzeitig muss aber beachtet werden, dass ein Teil dieser Schüler*innen eine umfassende Strukturierung für ihr Lernen braucht und diese nur schrittweise abgebaut werden kann (Ratz, 2015, S. 69; Werning & Lütje-Klose, 2016, S. 158f).

4. Differenzierungsmatrizen

Entwicklung des Konzeptes

Differenzierungsmatrizen wurden von Sasse und Schulzeck im Rahmen der wissenschaftlichen Begleitung eines Schulversuchs in den Schuljahren 2009/10 bis 2014/15 in

Thüringen als pädagogisch-didaktische Handlungsmodelle entwickelt. Durch die seit 2003/04 umgesetzte gemeinsame Beschulung von Schüler*innen mit SFB Lernen und Schüler*innen ohne SFB in Thüringen wurde es in der Praxis notwendig, neue Regelungen für die Leistungsbewertung zu finden und bessere Anknüpfungspunkte zwischen den verschiedenen Curricula im zieldifferenten Unterricht zu schaffen (Sasse & Schulzeck, 2017, S. 2). Ziel des Schulversuches war es, „ein Modell für die Planung, Gestaltung und Reflexion von Unterricht für heterogene Lerngruppen zu entwickeln, das zugleich eine geeignete Grundlage für transparente Leistungsbewertung sein kann“ (Sasse & Schulzeck, 2013, S. 15).

Dabei wurde die „Struktur-Niveau-Theorie schulischen Lernens“, die Kutzer 1982 für den Lernbereich Mathematik entwickelte und die „Lernstrukturgitter“, die er in seiner Theorie beschreibt, als Grundlage genommen (Sasse & Schulzeck, 2013, S. 16f). Kutzer kommt zu dem Schluss, „dass eine optimale Lernorganisation nicht möglich ist, wenn lediglich die inhaltliche Seite [..] berücksichtigt wird, vielmehr ist das Lernen immer zugleich auch durch die Variablen ‚Niveau der Bewältigung‘ und ‚Lernart‘ mitbestimmt“ (Kutzer, 1979, S. 38). Die „Lernstrukturgitter“, „in denen – entwicklungspsychologisch basiert – der Lernweg von Schüler/innen zu konkreten mathematischen Lernprozessen beschrieben wird“, bilden in seinem Konzept die Grundlage der Unterrichtsplanung (Sasse & Schulzeck, 2013, S. 17).

Im Rahmen des Schulversuchs wurden diese Lernstrukturgitter weiterentwickelt und auch auf andere Unterrichtsfächer „als Modelle der Unterrichtsplanung und Leistungsbewertung“ übertragen (Sasse & Schulzeck, 2013, S. 18). Die Gitterstruktur der Lernstrukturgitter wird in den Differenzierungsmatrizen allerdings nicht zur Beschreibung von „empirisch belegten Entwicklungsschritten genutzt“, sondern als „Orientierungsrahmen, um Bildungsinhalte so zu analysieren, dass für alle Lernenden innerhalb einer heterogenen Gruppe passende Lerngelegenheiten vorbereitet werden können“ (Sasse & Schulzeck, 2013, S. 19). Sie helfen damit den Lehrkräften beim Ordnen der didaktischen Entscheidungen zur Ausdifferenzierung eines Lerngegenstands (Sasse & Lada, 2014, S. 123). Es wurden viele Differenzierungsmatrizen zu unterschiedlichsten Fächern sowohl für die Grundschule, als auch für die Sekundarstufe I erstellt und auf der Internetseite der Thüringer Forschungs- und Arbeitsstelle für gemeinsamen Unterricht zur Verfügung gestellt.

Nach Beendigung des Schulversuchs wurden Differenzierungsmatrizen von verschiedenen innerschulischen und schulübergreifenden Arbeitsgruppen aufgegriffen und auch als pädagogisch-didaktisches Handlungsmodell in Fort- und Weiterbildungen von

Lehrkräften in verschiedenen Bundesländern eingesetzt (Sasse & Schulzeck, 2017, S. 8). An der Friedrich-Schiller-Universität in Jena wurden Differenzierungsmatrizen in adaptierter Form in einem Seminar für Lehramtsstudierende eingesetzt (Greiner & Kracke, 2018, S. 74). Ziel war es, dabei sowohl der Heterogenität der Studierenden besser gerecht zu werden, als auch Lehramtsstudierenden die Möglichkeit zu geben, binnendifferenzierten Unterricht zu erproben und zu reflektieren (Greiner & Kracke, 2018, S. 71f). Die Arbeitsgruppe hat die Differenzierungsmatrix auch in eine digitale Form überführt und sie so auch für große Lehrveranstaltungen wie Vorlesungen nutzbar gemacht (vgl. Greiner, Kämpfe, Weber-Liel, Kracke, & Dietrich, 2019). Im Rahmen von QUA-LiS NRW wurden die Lernstrukturgitter von Kutzer und Differenzierungsmatrizen nochmals als Planungsinstrumente für den naturwissenschaftlichen Unterricht weiterentwickelt, indem die Kategorien auf den Achsen weiter präzisiert wurden, um eine sachlogische Planung der Unterrichtsthemen zu ermöglichen. Diese Weiterentwicklung der Differenzierungsmatrix bezieht sich im Unterschied zu beiden vorherigen Konzepten explizit auf den Erwerb von Kompetenzen und stellt eine Verknüpfung zu Feusers Theorie her (QUA-LiS NRW, 2020b, S. 4).

4.1 Das theoretische Konzept der Differenzierungsmatrizen

Bei der Unterrichtsplanung von gemeinsamem Unterricht für Kinder mit und ohne SFB stellt Sasse insbesondere folgende drei Schwierigkeiten fest: Es fehlen pädagogisch-didaktische Handlungsmodelle, die die Lehrkräfte für eine Öffnung und Ausdifferenzierung des Unterrichts nutzen können, da die bestehenden reformpädagogischen Ansätze am Beginn der Entwicklung eines gemeinsamen Unterrichts für die Lehrkräfte meist nicht ohne Probleme umsetzbar sind (Sasse & Lada, 2014, S. 121). Außerdem müssen verschiedene Lehrpläne mit unterschiedlichen Bildungsinhalten berücksichtigt werden, die das Finden eines gemeinsamen Lerngegenstands so erschweren. Diese Trennung der Lehrpläne begünstigt zudem eine gedankliche Ausgliederung der Schüler*innen mit SFB Lernen und GENT und macht es noch schwieriger auch für diese Schüler*innen pädagogisch-didaktische Zugänge zu Themen des Rahmenlehrplans der allgemeinen Schule zu eröffnen (Sasse & Lada, 2014, S. 121f). Die dritte Schwierigkeit besteht darin, dass verfügbare Materialien meist Lernangebote in drei Niveaustufen bereitstellen. Diese verführen dazu, die Lerngruppe in drei feste Teilgruppen einzuteilen und mit dem entsprechenden Material zu versorgen. Dies verkennt die eigentliche Heterogenität der Lerngruppe und verhindert, „dass verschieden kompetente Schüler/innen sich gemeinsam neue Handlungsmöglichkeiten erarbeiten“ (Sasse & Lada, 2014, S. 122). Bei diesen Schwierigkeiten setzt Sasse mit dem Modell der doppelten Anschlussfähigkeit umgesetzt in Form der Differenzierungsmatrix an.

Das Modell der doppelten Anschlussfähigkeit

Das „Modell der doppelten Anschlussfähigkeit von Unterrichtsplanung und Leistungseinschätzung“ steht dabei hinter dem Handlungskonzept der Differenzierungsmatrix (Sasse & Lada, 2014, S. 132f) und soll daher kurz erläutert werden, bevor näher erklärt wird, wie diese Anschlussfähigkeit in der Differenzierungsmatrix umgesetzt wird. Das Modell der doppelten Anschlussfähigkeit, das in Abbildung 5 dargestellt ist, führt Lehrplananforderungen und Schüler*innenvoraussetzungen zusammen und ermöglicht so den Unterricht von Schüler*innen mit SFB Lernen nach dem Rahmenlehrplan der besuchten Klassenstufe umzusetzen (Sasse & Schulzeck, 2014, S. 52).

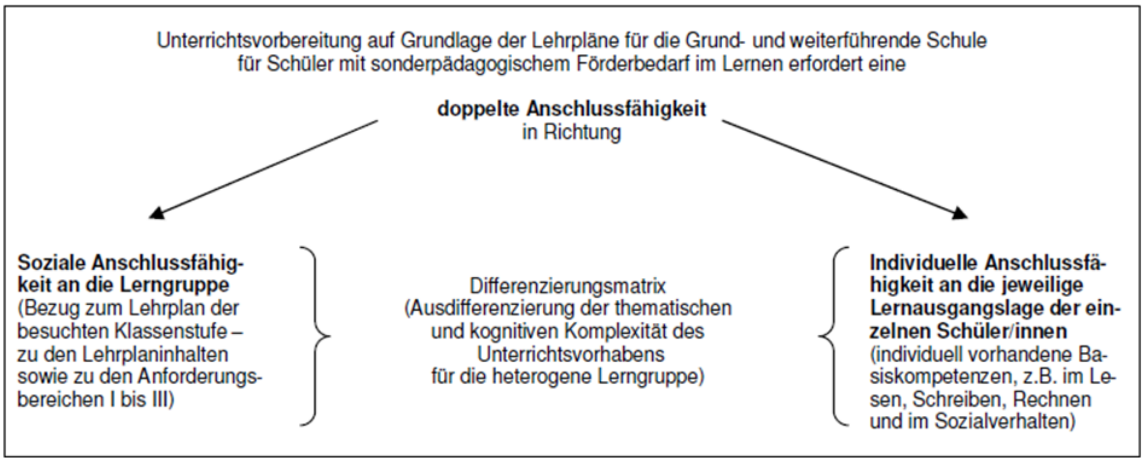


Abb. 5: Das Modell der doppelten Anschlussfähigkeit von Unterrichtsplanung und Leistungseinschätzung (Sasse & Lada, 2014, S. 123)

Zum einen ist bei der Unterrichtsvorbereitung die Anschlussfähigkeit des Lernangebots an die jeweilige Lernausgangslage der einzelnen Schüler*innen (individuelle Anschlussfähigkeit) zu berücksichtigen. Diese kann sich zum Beispiel auf Basiskompetenzen im Lesen, Schreiben, Rechnen oder Sozialverhalten beziehen. Damit eine Individualisierung der Lernangebote aber nicht zu einer Isolation der Schüler*innen von der Lerngruppe führt, ist zum anderen ein Bezug zum Lehrplan der besuchten Klassenstufe und deren Lerninhalten (soziale Anschlussfähigkeit an die Lerngruppe) herzustellen. Das bedeutet, dass Schüler*innen mit SFB Lernen wie auch allen anderen Schüler*innen im Unterricht individuelle, auf das jeweilige Lernbedürfnis zugeschnittene Angebote gemacht werden, diese aber in einem ausgewogenen Verhältnis zu Angeboten stehen, „die sich (nach ihrer thematischen und kognitiven Komplexität ausdifferenziert) an die gesamte Lerngruppe richten“ (Sasse & Lada, 2014, S. 132). Um diese doppelte Anschlussfähigkeit in Bezug zum jeweiligen Unterrichtsvorhaben herzustellen, kann die Differenzierungsmatrix als Handlungskonzept herangezogen werden. Sie kann jedoch sicherlich auch über andere Handlungskonzepte erreicht werden (Sasse & Lada, 2014, S. 132f).

Das Modell der doppelten Anschlussfähigkeit wird auch auf die Leistungsbeurteilung angewendet, indem eine curricular individualisierte Leistungseinschätzung erfolgt. Bei dieser wird zur Beurteilung der Leistung im Sinne der individuellen Anschlussfähigkeit auf den Lehrplan der Klassenstufe zurückgegriffen, der an den Lernstand des Kindes anschlussfähig ist. Das kann auch der Lehrplan der Grundschule sein. Für erworbene Kompetenzen, die im Lehrplan der besuchten Klassenstufe stehen und in der Unterrichtseinheit behandelt wurden, wird auch dieser bei der Beurteilung bzw. Beschreibung herangezogen (Sasse & Lada, 2014, S. 134f). Die Leistungseinschätzung erfolgt dann verbal und in Form einer Note bzw., sofern es an der Schule allgemein üblich ist, nur in verbaler Form (Sasse & Schulzeck, 2014, S. 55f).

Differenzierungsmatrizen als Planungswerkzeuge der Unterrichtsgestaltung

Differenzierungsmatrizen sollen also den drei beschriebenen Schwierigkeiten der Unterrichtsplanung vorbeugen und im Sinne der doppelten Anschlussfähigkeit die Vorbereitung eines gemeinsamen Lernangebots für die gesamte heterogene Lerngruppe ermöglichen, das jedem potenziellen Zugang zu dem Lerngegenstand eröffnet (Sasse & Lada, 2014, S. 123). Die Differenzierungsmatrix ist, wie in Abbildung 6 dargestellt, ein zunächst leeres Diagramm, auf dessen Achsen die kognitive und die thematische Komplexität betrachtet werden. Dieses Diagramm wird dann während der Vorbereitung durch passende Lernangebote gefüllt. In den Spalten werden dabei die „Lernangebote nach ihrer thematischen Komplexität“ geordnet dargestellt, wobei die Komplexität von links nach rechts zunimmt (Sasse & Schulzeck, 2013, S. 19). In den Zeilen werden die Lernangebote nach ihrer kognitiven Komplexität angeordnet. Dabei steigt diese von unten nach oben (Sasse & Schulzeck, 2013, S. 19). Bei der Ausdifferenzierung der zunehmenden kognitiven Komplexität hat es sich im Schulversuch gezeigt, dass die Lehrkräfte sich meist an den „Niveaustufen des Denkens“ von Kutzer orientieren (Sasse & Lada, 2014, S. 124). Dieser unterscheidet zwischen „konkreten/anschaulichen Handlungen“, „teilweise vorstellenden Handlungen“, „vollständig vorstellenden Handlungen“, „symbolischen Denkoperationen“ und „abstrakten Denkoperationen“ (Sasse & Lada, 2014, S. 123). Es hat sich in der Praxis außerdem gezeigt, dass eine

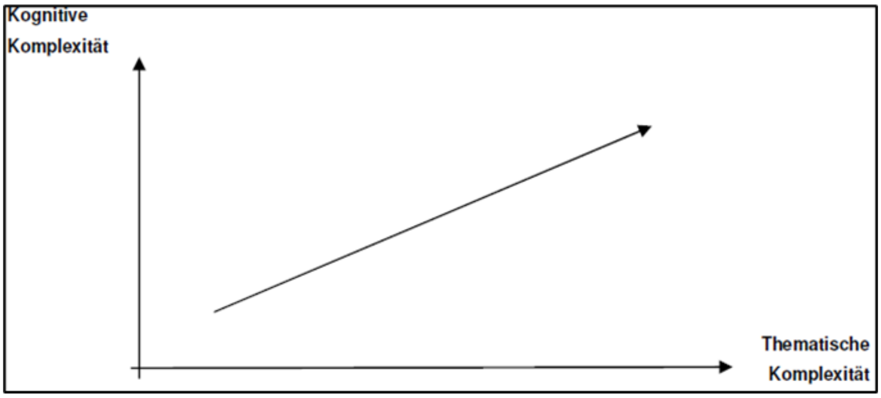


Abb. 6:Struktur der Differenzierungsmatrix (Sasse & Lada, 2014, S. 124)

Differenzierungsmatrix von fünf Spalten und fünf Zeilen ausreichend Differenzierungsmöglichkeiten für einen gemeinsamen Unterricht bietet. Es müssen aber nicht alle Felder zu jedem Thema ausgefüllt werden. Die Matrix kann individuell an Lerngruppe und Thema angepasst werden und bietet so eine flexible Strukturierungshilfe. Das Ausfüllen der Matrix ist nicht einfach, da hier die wichtigen didaktischen Entscheidungen getroffen werden müssen. Daher sollte eine solche Matrix am besten im Team von drei bis vier Personen erstellt werden. Lehrkräfte aus verschiedenen Fächern daran zu beteiligen, kann dabei durchaus hilfreich sein, weil so thematische Routinen aufgebrochen werden und auch fächerübergreifende Zugänge in den Blick geraten (Sasse & Lada, 2014, S. 123f). Es gibt verschiedene konkrete Vorschläge der methodischen Umsetzung bei der Planungsarbeit, z. B. eine „begehbare" Differenzierungsmatrix, bei der die Matrix aus Zetteln auf den Boden gelegt wird oder eine „bewegliche „ Differenzierungsmatrix", bei der beidseitig beschriftete Karten in eine Einsteckfolie gesteckt werden (Sasse & Lada, 2014, S. 127f). Bei der Planung ist, eine zwischenzeitliche Trennung von der Ausdifferenzierung der thematischen und kognitiven Komplexität und der dazu angedachten Materialien und Sozialformen zu beachten. Letztere sollten erst in einem zweiten Schritt dazu gedacht werden und dafür sichtbar auf der Rückseite notiert werden (Sasse & Lada, 2014, S. 126). Eine Einhaltung dieser Reihenfolge bewirkt auch, dass vorhandenes Material nicht mehr die Unterrichtsgestaltung festlegt, sondern in eine gut überlegte Unterrichtsstruktur eingearbeitet werden kann (Sasse & Lada, 2014, S. 128). Auch die Schüler*innen können mit ihren Wünschen und Interessen bei der Ausgestaltung des Lernangebots und dem Aufstellen der Differenzierungsmatrix einbezogen werden (Sasse & Schulzeck, 2013, S. 19). Am Ende der Planung wird dann festgelegt, wie viele und welche Felder der Matrix von allen Schüler*innen bearbeitet werden sollen und zwischen welchen Schüler*innen frei auswählen können. Außerdem werden die Zuständigkeiten für die Aufgaben in der Gruppe der Lehrenden verteilt (Sasse & Lada, 2014, S. 127).

Differenzierungsmatrizen im Unterricht

Wenn die Differenzierungsmatrix fertig erstellt und das Material vorbereitet ist, bietet es sich an, den Schüler*innen die Matrix zur Übersicht und als Orientierung durch die Unterrichtseinheit zur Verfügung zu stellen. Die Schüler*innen können auf dieser auch notieren, welche Aufgaben sie in welcher Reihenfolge bearbeitet haben und so ihren persönlichen Lernweg sichtbar machen (Sasse & Schulzeck, 2013, S. 20f). Lada berichtet, dass an ihrer Schule dann aufgrund der „Kinder-Matrix" eine individualisierte Lernzielkontrolle erstellt werden kann, weil sichtbar ist, auf welchem Niveau und in welchem Bereich das Kind gelernt hat (Sasse & Lada, 2014, S. 30). Insofern dient die

Differenzierungsmatrix auch als Grundlage für die Leistungsbewertung und erlaubt dabei eine Berücksichtigung des individuellen Lernfortschritts des Einzelnen und seine Einordnung in Bezug auf die gesamte Lerngruppe (Sasse & Schulzeck, 2013, S. 21). Sie macht damit die soziale und die individuelle Anschlussfähigkeit der einzelnen Lernprozesse für die Schüler*innen, Eltern und Lehrkräfte deutlich (Sasse & Lada, 2014, S. 134). Nach der Unterrichtseinheit kann die Matrix zusammen mit dem benötigten Material in einer Box aufbewahrt werden und steht damit als Grundlage für eine Unterrichtseinheit zu diesem Thema in anderen Lerngruppen bereit. Damit kann der zunächst höhere Planungsaufwand effektiv für die ganze Schule nutzbar werden, indem zukünftig nur noch kleinere Anpassungen vorgenommen werden müssen (Sasse & Lada, 2014, S. 129).

4.2 Mehrwert der Differenzierungsmatrizen im inklusiven Unterricht

Im Gegensatz zu dem Konzept des dialogischen Lernens wurden Differenzierungsmatrizen explizit für die Unterrichtsplanung in inklusiven Lerngruppen entwickelt und erprobt. Sie haben sich in der Praxis für die Lehrkräfte bereits als hilfreiche Handlungskonzepte für die Planung eines inklusiven Unterrichts bewiesen (vgl. Sasse & Schulzeck, 2017, S. 46 & 50). Von daher bieten sie auf viele der in Kapitel 2 geschilderten Schwierigkeiten im inklusiven Unterricht Antworten und sind anschlussfähig an die Merkmale guten inklusiven Unterrichts. So legen sie in der Planung eine Kooperation zwischen Lehrkräften und in multiprofessionalen Teams nahe (Sasse & Schulzeck, 2017, S. 18), da es notwendig wird, die Zuordnungen von Aufgaben in der Differenzierungsmatrix explizit zu diskutieren und pädagogisch zu begründen (Sasse & Lada, 2014, S. 126). Auch der Umfang der Planung macht eine Zusammenarbeit verschiedener Lehrkräfte notwendig. Dabei wird eine gemeinsame Zuständigkeit aller Lehrkräfte für alle Schüler*innen umgesetzt (Sasse & Lada, 2014, S. 127). Die curricular individualisierte Leistungseinschätzung, bei deren Umsetzung die individuell ausgefüllten Differenzierungsmatrizen der Lernenden einbezogen werden, bietet durch den Einbezug der individuellen Bezugsnorm ein Bewertungssystem, das mit inklusivem, zieldifferentem Unterricht vereinbar ist. Die „Kinder-Matrizen" ermöglichen außerdem eine konkrete Rückmeldung zum Leistungsstand und daraus folgend eine Diagnose der nächsten Entwicklungsschritte (Sasse & Lada, 2014, S. 133f). Damit werden mit der Kooperation im Team, dem Leistungsbegriff und der formativen Diagnostik drei Merkmale erfüllt, die Prengel als wichtig für guten inklusiven Unterricht ansieht (Prengel, 2013, S. 177-183).

Des Weiteren wird darauf Wert gelegt, den Lerngegenstand qualitativ zu differenzieren, anstatt für manche den Stoff zu reduzieren und für andere mehr Aufgaben zu schaffen (Sasse & Lada, 2014, S. 126). Das wird durch die Struktur der Differenzierungsmatrix und der gleichzeitigen Berücksichtigung der kognitiven Komplexität und der thematischen Komplexität bei der Erstellung von Aufgaben unterstützt. Schwager merkt an, dass Differenzierungsmatrizen damit einen „Unterricht plus" überwinden, bei dem ein Unterrichtsangebot für Schüler*innen ohne SFB und dazu extra Förderaufgaben für Schüler*innen mit SFB erstellt werden (Schwager, 2017, S. 63). Auch wird die Erstellung von Förderaufgaben ohne Bezug zur Reihe verhindert (Schwager, 2017, S. 60). Die Umsetzung des „Modells der doppelten Anschlussfähigkeit", die durch die Differenzierungsmatrix möglich wird, entspricht dem Gedanken, Schüler*innen mit geringeren kognitiven Fähigkeiten dennoch komplexe Probleme zu präsentieren und eine Zerstückelung des Lernstoffes zu vermeiden, wie es auch Feuser fordert (Feuser, 2007, S. 3). Indem jeder Lerninhalt des Rahmenlehrplans als passend für alle Schüler*innen angesehen wird und der Unterricht für Schüler*innen mit SFB daher keinen eigenen Lehrplan benötigt, sondern vielmehr die Themen für diese Schüler*innen passend aufbereitet werden müssen und die Schüler*innen nach individuellem Tempo arbeiten können, wird eine wichtige Forderung der Inklusionspädagogik umgesetzt (Sasse & Schulzeck, 2014, S. 39; Sasse & Schulzeck, 2017, S. 18). Die Ausdifferenzierung des Lernangebots mit der Differenzierungsmatrix und deren Einsatz im Unterricht weist dabei eine große Nähe zur Aufbereitung des Gemeinsamen Gegenstands auf, wie sie in Feusers Baummodell dargestellt wird. So wird der Lerninhalt auf der horizontalen Achse in verschiedene Teilthemen (Äste) zerlegt und zu diesen werden jeweils in ihrer kognitiven Komplexität verschiedene Bearbeitungsmöglichkeiten (von Ansatz bis zur Spitze) angeboten. In Bezug auf das gemeinsame Lernen sieht Schwager einen großen Vorteil der Differenzierungsmatrizen darin, dass sie differenzierende Aspekte in kooperativen Arbeitsformen integrieren und damit eine Verkürzung und Trennung der bestehenden adaptiven und kooperativen Unterrichtsmodelle aufheben (Schwager, 2017, S. 63).

Zudem stellt die Matrizenform die Differenzierung des Lernangebots sichtbar und nachvollziehbar dar und ermöglicht so allen Schüler*innen die Teilhabe an Entscheidungen zum Unterrichtsverlauf, da diese ihr Bearbeitungsniveau und die Aufgaben selbst auswählen (Schwager, 2017, S. 59f). Dadurch wird eine Durchlässigkeit der Bildungsgänge schon bei der Planung des Lernangebots berücksichtigt, da allen Schüler*innen alle Aufgaben zur Verfügung stehen (Schwager, 2017, S. 60f). Somit kann auch die „Zwei-Gruppen-Theorie" überwunden werden, da alle Schüler*innen in Bezug auf die Differenzierung gleichgestellt werden. Einen weiteren Vorteil der Aufgabenauswahl beim Einsatz von Differenzierungsmatrizen im Unterricht findet sich bei Greiner und Kracke. Sie stellen fest, dass die klare Strukturierung der offenen Lernumgebung in der Matrizenform einen „cognitive overload" der Lernenden reduziert, die Aufgabenauswahlmöglichkeit der Schüler*innen auf diese motivierend wirkt und so das psychologische

Grundbedürfnis nach Autonomie befriedigt werden kann. Die Passung von Aufgabenkomplexität und individuellen Lernvoraussetzungen, die für ein Kompetenzerleben wichtig ist, entsteht dabei durch selbstreguliertes Lernen der Schüler*innen (Greiner & Kracke, 2018, S. 73).

Die Entscheidungsfreiheit innerhalb der Matrix kann aber auch problematisch werden, indem zu hohe Erwartungen an die Entscheidungsfähigkeit der Lernenden gestellt werden und davon ausgegangen wird, dass alle Schüler*innen ihre Fähigkeiten und Interessen realistisch einschätzen können und dazu passende Angebote wählen (Schwager, 2017, S. 62). Hier besteht die Gefahr, dass Schüler*innen sich selbst permanent über- oder unterfordern und dies dann zu Frustration und Leistungsverweigerung führen kann (Schwager, 2017, S. 62). Stattdessen müsste man berücksichtigen, dass die Lerngruppe auch in ihrer Fähigkeit zu sachbezogenen und angemessenen Entscheidungen heterogen ist und differenziert behandelt werden muss, damit die Schüler*innen diese von ihrem Stand aus verbessern können (Schwager, 2017, S. 62). Hieran anschließend kann allgemein kritisiert werden, dass die Differenzierung durch die Differenzierungsmatrix nur auf einer kognitiven Ebene stattfindet und andere Dimensionen wie die sprachliche oder soziale Vielfalt in dem Konzept nicht explizit berücksichtigt werden (Schwager, 2017, S. 62). Dadurch wird die Komplexität der Unterrichtssituation nach Schwagers Ansicht unzureichend in dem Handlungsmodell der Differenzierungsmatrix abgebildet (Schwager, 2017, S. 63). Mit Blick auf Seitz Didaktik ist zu kritisieren, dass in der Differenzierungsmatrix die verschiedenen kognitiven Abstraktionsstufen hierarchisch angeordnet werden und so eine vertikale Hierarchisierung der Zugänge stattfindet.

Da es sich um ein fächerübergreifendes Handlungsmodell handelt, werden zudem fachspezifische Probleme der Planung nicht berücksichtigt. So bleibt weiterhin unklar, wie der genaue Gemeinsame Gegenstand z. B. von mathematischen Themen bestimmt wird und passende thematische Komplexitätsstufen festgelegt werden. Es finden sich keine Angaben zu Kriterien oder Leitfragen für diese in dem Konzept von Sasse und Schulzeck. Vielmehr wird die Bestimmung dieser in die Hände des vorbereitenden Lehrkräfteteams gelegt (Sasse & Lada, 2014, S. 127). In der Weiterentwicklung der Differenzierungsmatrizen für inklusiven naturwissenschaftlichen Unterricht formuliert Bethge dagegen feste Kategorien, die auf das Thema angepasst werden können (QUA-LiS NRW, 2020b, S. 5). Auch wird an vielen Stellen zwar dargestellt, dass kooperatives Lernen durch die Differenzierungsmatrix systematisch ermöglicht werden kann und bei der Erstellung mitgeplant werden muss (Greiner & Kracke, 2018, S. 73; Sasse & Lada, 2014, S. 126), wie dies methodisch umsetzbar ist und an welchen Aufgabenformaten die Kooperation entsteht, bleibt aber offen. Greiner und Kracke führen für ihren Einsatz an der

Hochschule aus, dass manche Aufgaben nur im Team gelöst werden können (Greiner & Kracke, 2018, S. 76).

Man kann daher festhalten, dass der Einsatz von Differenzierungsmatrizen hilfreich für die strukturierte Planung und den Einbezug verschiedener, zur Differenzierung wichtiger Größen wie dem kognitiven Abstraktionsgrad, der inhaltlichen Komplexität und der individuellen und sozialen Anschlussfähigkeit der Lernausgangslagen ist. Andere heterogen ausgeprägte Einflussgrößen auf das Lernen wie Selbsteinschätzung, Kooperationsfähigkeit etc. werden bei der Differenzierung nicht in den Blick genommen. Diese müssen - ebenso wie die fachliche Bestimmung der Komplexität des Lerngegenstands - im Lehrkräfteteam unter Bezugnahme auf dessen professionelle Kompetenzen und gegebenenfalls weitere fachdidaktische Konzepte gelöst werden.

5. Thema Funktionen

In diesem Abschnitt soll nun das inhaltliche Thema, zu dem das Unterrichtsmaterial entwickelt wird, fachlich und didaktisch analysiert werden. Zunächst wird kurz erläutert, welchen Beitrag Funktionen als Thema im Mathematikunterricht zum allgemeinen Bildungsauftrag leisten. Danach wird eine mathematische Definition des Funktionsbegriffs gegeben und seine fachwissenschaftliche Bedeutung aufgezeigt. Es folgt eine Analyse des Themas Funktionen im Berliner Rahmenlehrplan. Im Anschluss werden Grundvorstellungen zum Funktionsbegriff erläutert und Phänomene aufgezählt, an denen tragfähige Grundvorstellungen ausgebildet werden können. Zuletzt werden typische Fehlvorstellungen der Schüler*innen zum Funktionsbegriff und mögliche Lernhindernisse bei der Beschäftigung mit funktionalen Abhängigkeiten dargestellt.

Funktionen ermöglichen Grunderfahrungen nach Winter (1995)

Im Berliner Rahmenlehrplan heißt es unter der Leitidee „L4 Gleichungen und Funktionen“: „Funktionen sind zur Bearbeitung einer Vielzahl von Realsituationen aus Natur, Wissenschaft und Gesellschaft als Modelle geeignet“ (Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Sport Berlin , 2015, S. 9). Damit wird einerseits deutlich, dass Funktionen die erste Grunderfahrung nach Winter - die Wahrnehmung und das Verständnis von Erscheinungen der Welt durch Anwendung mathematischer Werkzeuge – ermöglichen (vgl. Winter, 1995, S.37). Andererseits wird direkt ein großer Alltagsbezug und die enge Verknüpfung dieses Inhaltsbereiches mit der prozessbezogenen Kompetenz „Modellieren“ deutlich. Denn schon ab dem Grundschulalter begegnen die Lernenden in vielen Bereichen funktionalen Abhängigkeiten, wie z. B. beim Einkaufen, Verreisen, in Spielen oder bei den Wetternachrichten (Greefrath, Oldenburg, Siller, Ulm, & Weigand, 2016, S.

36). und beginnen „in Sachsituationen funktionale Zusammenhänge zur Beschreibung und Problemlösung zu nutzen“ (Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Sport Berlin , 2015, S. 9).

Aber auch innerhalb der wissenschaftlichen Mathematik stellen Funktionen einen zentralen Inhaltsbereich dar (Greefrath et al, 2016, S. 23). Der Begriff der Funktion wurde von vielen Mathematiker*innen über Jahrhunderte hinweg an Problemen aus der Umwelt entlang entwickelt und ist dabei immer weiter ausgeschärft und erweitert worden (Büchter & Henn, 2010, S. 16f). Wenn Schüler*innen diese Entwicklung nachvollziehen und wichtige Schritte der Begriffsentwicklung selbst erleben, sammeln sie Erfahrungen mit einer wichtigen Arbeitsweise der Mathematik. Sie können so Einblicke in die „deduktive Welt der Mathematik“ erlangen und damit kann die zweite Grunderfahrung nach Winter ermöglicht werden (vgl. Winter, 1995, S. 39). Von besonderer Wichtigkeit im Umgang mit Funktionen ist ein flexibler Einsatz und Wechsel von verschiedenen Darstellungsformen, um mit Funktionen Probleme lösen zu können. Hier wird ein Bezug zu Winters dritter Grunderfahrung deutlich, weil der „Darstellungswechsel“ als heuristisches Prinzip auch zum Problemlösen in Bereichen außerhalb der Mathematik genutzt wird (vgl. Winter, 1995, S. 42).

5.1 Fachliche Analyse des Themas

Was versteht man unter funktionaler Abhängigkeit bzw. einer Funktion?

Eine funktionale Abhängigkeit zwischen zwei Werten besteht, wenn eine der Größen aufgrund der anderen Größe eindeutig bestimmt wird. Dies bedeutet, dass der Wert der ersten Größe (unabhängige Größe) den Wert der zweiten Größe (abhängige Größe) festlegt. Dabei muss nicht immer einsichtig sein, wie die Größen zusammenhängen. Wichtig ist aber, dass ein eindeutig zugeordneter Wert existiert.

Formal definiert man eine Funktion dann als eine Zuordnung zwischen zwei nichtleeren Mengen, bei der jedem Element der Definitionsmenge genau ein Element der Wertemenge zugeordnet wird (Greefrath et al, 2016, S. 47). Diese Definition ist eng an die historische Entwicklung des Funktionsbegriffs angelehnt und besitzt mit dem nicht näher bestimmten Wort „Zuordnung“ eine gewisse mathematische Ungenauigkeit. Gleichzeitig lässt sich diese Definition in vielen Bereichen sehr gut anwenden und bietet über das Wort der Zuordnung einen intuitiven und alltagstauglichen Zugang. Um dieser Unschärfe in der Definition auszuweichen, existiert eine zweite, äquivalente fachwissenschaftliche Definition (Büchter & Henn, 2010, S. 19). Eine Funktion ist demnach eine Teilmenge des kartesischen Produkts zweier nichtleerer Mengen. Für diese Teilmenge muss gelten, dass zu jedem Element der ersten Menge genau ein Element aus der zweiten Menge existiert. Die Funktion ist dann die Menge solcher Wertepaare. Für diese Definition wird der Begriff des kartesischen Produkts und der Teilmenge benötigt. Daher wird sie in der Schule nur selten genutzt (Greefrath et al, 2016, S. 47). Beide Definitionen stellen unterschiedliche Aspekte des Funktionsbegriffs in den Vordergrund. Bei der ersten Definition wird der Zuordnungsaspekt und damit eine dynamische Sichtweise betont. In der zweiten Definition steht der Paarmengenaspekt im Fokus, der eine eher statische Sicht auf das Thema erlaubt. Für funktionales Denken wird aber ein dynamischer Umgang mit dem Funktionsbegriff benötigt (Büchter & Henn, 2010, S. 19). Auch deswegen wird für das Lernmaterial der Zuordnungsaspekt im Vordergrund stehen.

Fachwissenschaftliche Einordnung des Funktionsbegriffes

Der Mathematiker David Hilbert bezeichnete den Funktionsbegriff schon vor über 100 Jahren neben dem Zahlbegriff als den wichtigsten Begriff für die moderne Mathematik. Dies verdeutlicht die große Bedeutung, die Funktionen innerhalb der Mathematik einnehmen. Man findet sie heutzutage in allen Bereichen der Mathematik immer dort, wo „mathematische Objekte einander zugeordnet werden“ (Büchter & Henn, 2010, S. 25). Dies soll nun anhand einiger Beispiele aus großen mathematischen Teilgebieten aufgezeigt werden, die auch für die Schulmathematik eine Rolle spielen.

Von größter Bedeutung sind Funktionen dabei sicherlich in der Analysis und die Entwicklungen dieses mathematischen Gebietes ist mit der historischen Entwicklung des Funktionsbegriffs verknüpft (Greefrath et al, 2016, S. 25ff). In der Analysis sind Funktionen die Gegenstände für die Beschäftigung mit Differenzial- und Integralrechnung, die auch in der Sekundarstufe II eine wichtige Rolle spielen (Wittmann, 2019, S. 201). Aber auch in der Mittelstufe beschäftigt sich die Schulmathematik bei Fragen nach Nullstellen oder Eigenschaften der verschiedenen Funktionstypen mit Themen der Analysis (Büchter & Henn, 2010, S. 7). In der Geometrie sind Abbildungen - wie Spiegelungen, Drehungen und Streckungen - wichtig. Dabei werden stets die Punkte einer geometrischen Figur auf ihre Bildpunkte abgebildet. Es handelt sich hier um Funktionen von $\mathbb{R}^2$ nach $\mathbb{R}^2$ bzw. im Raum von $\mathbb{R}^3$ nach $\mathbb{R}^3$. Die Funktionsvorschrift kann dabei durch eine Abbildungsmatrix angegeben werden. Auch bei der Bestimmung von Flächeninhalten und Volumina von Figuren und Körpern findet der funktionale Blick Anwendung. So kann z. B. der Flächeninhalt eines Kreises in Abhängigkeit des Radius desselben als eine Funktion angesehen werden. Auch andersherum ergibt sich eine Funktion, wenn zum Flächeninhalt eines Kreises der passende Radius gesucht wird. Hier ergeben sich auch schnell Funktionen, die von mehreren Variablen abhängen.

Im Bereich der Stochastik beruht die gesamte Wahrscheinlichkeitstheorie auf dem Funktionsbegriff (Büchter & Henn, 2010, S. 26), da das Wahrscheinlichkeitsmaß als Funktion definiert ist, die einem Ereignis einen reellen Wert zwischen null und eins zuordnet. Auch in der beschreibenden Statistik finden sich Funktionen, wenn einer Datenreihe ihre statistischen Kenngrößen wie z. B. der arithmetische Mittelwert zugeordnet werden. Auch hier kann man fragen, wie sich der Mittelwert verändert, wenn einzelne Daten ausgeschlossen werden. Des Weiteren stellen Folgen, die z. B. im Bereich der Arithmetik oder Analysis betrachtet werden, auf den natürlichen Zahlen definierte Funktionen dar. Hier wird deutlich, dass es nicht immer eine als explizite Formel formulierbare Funktionsvorschrift geben muss. Viele Folgen werden beispielsweise erstmal nur rekursiv formuliert. Ein bekanntes Beispiel dafür ist die Fibonaccifolge, bei der die rekursive Bildungsvorschrift wesentlich leichter als die explizite ist (Hummenberger & Schuppar, 2019, S. 15f). Einer der größten Anwendungsbereiche der Funktionen ist aber sicher die angewandte Mathematik. Funktionen kommt innerhalb des Optimierens und des Modellierens zahlreicher Vorgänge in Natur, Technik und Wirtschaft eine große Rolle zu (Henn & Eschenbroich, 2014, S. 2). Fast alle Wissenschaften, die die Mathematik als „Hilfswissenschaft“ nutzen, greifen als Werkzeug auch auf Funktionen zurück. So werden Funktionen, z. B. zur Beschreibung von Bremsvorgängen oder physikalischen Gesetzen, aber auch in der Planung von Produktionsprozessen benötigt (Büchter & Henn, 2010, S. 29).

Innerhalb der Mathematik verknüpft der Funktionsbegriff selbst die Themenbereiche der Geometrie, indem Graphen als geometrische Objekte betrachtet werden, mit dem der Algebra. Der Funktionsgraph einer reellwertigen Funktion stellt nämlich gleichzeitig die Lösungsmenge einer algebraischen Gleichung mit zwei Variablen dar (Büchter & Henn, 2010, S. 19). Eine weitere Besonderheit von Funktionen sind die vielen Darstellungsformen. Reellwertige Funktionen können als verbale Zusammenhänge, Terme, Graphen oder über Tabellen dargestellt werden. Dabei bietet jede Darstellungsform Vor- und Nachteile und muss passend zur Problemstellung gewählt werden. Auch Darstellungswechsel spielen daher im Umgang mit Funktionen eine wichtige Rolle (Büchter & Henn, 2010, S. 35; Hummenberger & Schuppar, 2019, S. 7ff).

5.2 Didaktische Analyse

Funktionen im Rahmenlehrplan Berlin

Es soll nun aus den Rahmenlehrplänen herausgearbeitet werden, welche Kompetenzen die Schüler*innen im Bereich „Funktionen und Zuordnungen“ erlernen sollen und wie diese mit anderen Stoffgebieten und vorherigem Wissen vernetzt werden können. Nach dem Spiralcurriculum taucht das Thema Funktionen in allen Jahrgangsstufen ab der ersten Klasse immer wieder auf. Dabei nehmen sowohl die Komplexität der betrachteten funktionalen Zusammenhänge als auch das Abstraktionsniveau zu. So geht es in den Niveaustufen A und B noch darum Musterfolgen zu erkennen, herzustellen und fortzusetzen, während in Niveaustufe C, D und E das Prinzip der Zuordnung und dann besonders proportionale und indirekt proportionale Zuordnungen behandelt werden. In der neunten Klasse der Sekundarschule werden in Niveaustufe F dann lineare Funktionen untersucht. Hier wird der Begriff der Funktion das erste Mal explizit in einer Kompetenzformulierung verwendet. Dabei wird auf den Funktionsbegriff und die Vorstellungen, die die Schüler*innen zu diesem entwickeln sollen nicht eingegangen, sondern die Kompetenzformulierungen dieser Niveaustufe beziehen sich nur auf die Klasse der linearen Funktionen (Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Sport Berlin, 2015, S. 29). In den höheren Niveaustufen werden dann weitere Funktionstypen wie quadratische Funktionen, trigonometrische Funktionen oder Exponentialfunktionen behandelt und auf immer mehr Eigenschaften hin untersucht. Damit wird der Grundstein für die Differentialrechnung in der Sekundarstufe II gelegt. Auch in höheren Niveaustufen wird keine Definition des Funktionsbegriffs gefordert. Die Schüler*innen sollen aber Eigenschaften von Funktionen beschreiben können (Niveau H). Hier wird die Eindeutigkeit in der Zuordnung nicht genannt. Ob sie als entscheidende Eigenschaft einer Funktion mitgemeint ist, bleibt daher unklar (Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Sport Berlin , 2015, S. 57).

Insgesamt sind die inhaltlichen Kompetenzen zum Thema „Zuordnung und Funktion“ in die drei Teilkompetenzen „Funktionen untersuchen“, „Funktionen darstellen“ und „Eigenschaften funktionaler Zusammenhänge nutzen“ unterteilt. Dadurch wird die wichtige Bedeutung von verschiedenen Darstellungen und auch der flexible Wechsel zwischen diesen für den Umgang mit Funktionen sowie die Bedeutung der Funktionen für Modellierungsvorgänge nochmals betont.

Das entwickelte Lernmaterial bezieht sich auf den Funktionsbegriff und sollte daher für die Einführung des Funktionsbegriffs in der neunten oder achten Klasse vor der Behandlung von linearen Funktionen eingesetzt werden. Gemäß des Rahmenlehrplans kann hier an das „Beschreiben von Eigenschaften von Zuordnungen und Unterscheidung zwischen direkt und indirekt proportionalen Zuordnungen (auch in Alltagssituationen)“ aus Niveaustufe E angeknüpft werden (Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Sport Berlin , 2015, S. 55). Schüler*innen mit SFB Lernen befinden sich laut Rahmenlehrplan in der neunten Jahrgangsstufe auf Niveaustufe D-E und sollen daher den Umgang mit proportionalen Zuordnungen erlernen (Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Sport Berlin , 2015, S. 12). Ein Anknüpfungspunkt zwischen beiden Niveaus stellt die Beschäftigung mit Zuordnungen dar, zum einen um Funktionen von allgemeinen Zuordnungen unterscheiden zu können, zum anderen um dann die proportionale Zuordnung als spezielle Zuordnung zu verstehen.

Im Rahmenlehrplan für SFB GENT taucht der Themenbereich Funktionen nicht auf. Unter dem Inhaltsbereich „Zahlen und Operationen“ wird aber gefordert, dass die Schüler*innen „bei der Beschäftigung mit Zahlen und beim Rechnen ausreichend Gelegenheit erhalten, Muster, Strukturen und Zuordnungen zu entdecken und diese in unterschiedlicher Weise darzustellen“ (Senatsverwaltung für Bildung , Wissenschaft und Forschung Berlin, 2011, S. 63). Diese Formulierung ähnelt sehr den Kompetenzformulierungen in den Niveaustufen A-C und zeigt, dass sich auch im Rahmenlehrplan GENT auf elementarer Ebene Anknüpfungspunkte zum Themenbereich Funktionen finden. Weitere Kompetenzformulierungen, die anschlussfähig an das Thema Funktionen sind, finden sich beim „Vergleichen von Mengen durch direkte Zuordnungen“ (Senatsverwaltung für Bildung , Wissenschaft und Forschung Berlin, 2011, S. 67). Hier nutzen die Schüler*innen bijektive Zuordnungen, um die Größenunterschiede von Mengen erfahrbar zu machen. Auch die vierte Leitkompetenz „Die Schülerinnen und Schüler stellen Ereignisse aus ihrem Alltag dar“ betont die Bedeutung von Darstellungsformen für die Alltagsbewältigung und die Mathematik und bietet Anknüpfungspunkte an Funktionen. Insbesondere sollen Schüler*innen Häufigkeiten darstellen und damit jedem Ereignis eine eindeutige Zahl zuordnen (Senatsverwaltung für Bildung , Wissenschaft und Forschung Berlin, 2011, S. 69).

Warum ein tragfähiges Verständnis des Funktionsbegriffs für die weitere Lernentwicklung im Bereich der Leitidee „Gleichungen und Funktionen“ entscheidend ist und wie man es fördern kann, wird in den folgenden Abschnitten erläutert.

Grundvorstellungen zum Funktionsbegriff

Orientiert am Vorgehen des Buches „Didaktik der Analysis“ von Greefrath et al. sollen nun die Grundvorstellungen zu Funktionen erläutert werden, die beim Unterrichten dieses Themas berücksichtigt werden müssen. Grundvorstellungen zu einem Begriff ermöglichen das „Erfassen eines fachlichen Aspektes“ und ein Verknüpfen dessen mit sinnvollen Kontexten, damit die Bedeutung des Begriffs in diesen verstanden werden kann (Greefrath et al, 2016, S. 17). Das Entwickeln von tragfähigen Grundvorstellungen ist damit eine wichtige Voraussetzung für nachhaltiges und verständnisorientiertes Lernen (Greefrath et al, 2016, S. 20). Grundvorstellungen geben in der Fachdidaktik Antwort auf die Frage, was die Lernenden sich „generell und idealer Weise“ unter einem mathematischen Begriff vorstellen sollen und damit für die Lehrenden eine Leitlinie, wie ein mathematischer Begriff im Unterricht eingeführt werden sollte (Greefrath et al, 2016, S. 18).

Die drei gängigen Grundvorstellungen zu Funktionen sind die Kovariationsvorstellung, die Zuordnungsvorstellung und die Objektvorstellung. Die **Kovariationsvorstellung** nimmt in den Blick, wie sich eine Veränderung der einen Größe auf die andere Größe auswirkt. Es werden also lokale Bereiche der Mengen betrachtet und ein Verlauf des Graphen in den Blick genommen. Fachdidaktisch hängt die Kovariationsvorstellung zu Funktionen damit eng mit dem „Veränderlichenaspekt" von Variablen zusammen, da hier der gewählte Wert in der Definitions- bzw. Wertemenge verändert wird. Eine typische Aufgabe, die diese Grundvorstellungen fördert, wäre die Frage: Wie verändert sich der Umfang eines Quadrats, wenn ich die Seitenlänge verdopple? (Greefrath et al, 2016, S. 48f). Die **Zuordnungsvorstellung** betont, dass jedem Element der Definitionsmenge genau ein Element der Zielmenge zugeordnet wird. Hierbei wird der funktionale Zusammenhang punktuell betrachtet und es werden Wertepaare gesucht, die auf dem Funktionsgraphen liegen. Diese Vorstellung hängt mit einem anderen Aspekt der Variablen zusammen, dem Simultanaspekt. Hier wird die Variable als beliebige, feste Größe gesehen, sodass der funktionale Zusammenhang einen statischen Charakter bekommt. Gib die Seitenlänge eines Quadrats mit einem Flächeninhalt von 25 FE an, wäre hierfür eine typische Frage (Greefrath et al, 2016, S. 47ff). Neben diesen beiden Vorstellungen ist besonders als Grundlage für die höhere Analysis dann auch noch die **Objektvorstellung** wichtig. Bei dieser wird die „Funktion als eigenes mathematisches Objekt [angesehen], das einen Zusammenhang als Ganzes beschreibt". Dadurch wird es möglich, Funktionen Eigenschaften zuzuschreiben und sie in Funktionsklassen einzuteilen. Es werden dabei der gesamte Funktionsgraph oder die Funktionsgleichung besonders in den Blick genommen. Auch bildet die Objektvorstellung die Grundlage, um aus einfacheren Funktionen z. B. durch Verkettung komplexere zu erzeugen. Eine Aufgabenstellung, die diese Vorstellung benötigt, ist z. B. die Frage: Ist der Graph der Funktion symmetrisch? Oder die Frage: Wie verhält sich die Steigung der Funktion? (Greefrath et al, 2016, S. 49f)

Entwickeln von tragfähigen Grundvorstellungen zum Thema Funktionen über die Beschäftigung mit Phänomenen

Damit Schüler*innen diese Grundvorstellungen ausbilden können, ist es notwendig, dass sie im Unterricht zahlreiche Phänomene betrachten und untersuchen, denen eine funktionale Abhängigkeit zugrunde liegt (Greefrath et al, 2016, S. 36). Viele solcher Phänomene sind den Schüler*innen schon aus dem Alltag und früherem Unterricht bekannt.

Wenn nun der Begriff der Funktion entwickelt werden soll, ist es sinnvoll, auf diese zurückzugreifen und die Vorerfahrungen einzubinden und zu reflektieren (Greefrath et al, 2016, S. 36f). Typische Phänomene mit funktionalen Abhängigkeiten, an die dabei angeknüpft werden kann, sind zeitliche Entwicklungen wie z. B. Wachstum, Kausalzusammenhänge wie z. B. physikalische Gesetze und Zuordnungen von Eigenschaften zu einem Objekt wie z. B. Haarfarben, Körpergrößen etc.. Hier ergeben sich Anknüpfungspunkte an den Themenbereich „Daten", in dem die Schüler*innen häufig bereits mit solchen Erhebungen in Kontakt gekommen sind. Ein weiteres mögliches Phänomen stellen „funktionale Zusammenhänge bei Rechentermen" dar. In der Grundschule haben die Schüler*innen Erfahrungen mit dem sogenannten „Päckchen rechnen" gesammelt und geübt, beispielsweise bei der Summenbildung Muster zu finden und zu beschreiben. Hier bietet sich ein guter Anschluss an die „Kovariationsvorstellung" und den „Veränderlichenaspekt" von Variablen (Greefrath et al, 2016, S. 39f). Auch im Bereich der Geometrie sind die Schüler*innen mit dem Phänomen der Funktionen, hier meist Abbildung genannt, z. B. beim Spiegeln, Verschieben oder Drehen von geometrischen Figuren in Kontakt gekommen. Es wird deutlich, dass in vielen Bereichen Erfahrungen mit funktionaler Abhängigkeit gesammelt werden können und auch sehr niederschwellig und ohne viel Formalismus eine Annährung an den Funktionsbegriff möglich ist. Dies ist gerade in Hinblick auf elementare Zugänge im inklusiven Unterricht wichtig.

*Typische Schüler*innen-Fehler und Lernhindernisse zum Funktionsbegriff*

Neben Grundvorstellungen sollten bei der Einführung von mathematischen Begriffen auch intuitive Vorstellungen und evtl. Fehlvorstellungen, die Lernende mitbringen, berücksichtigt werden (Weigand, 2015, S. 276). Auch typische Schüler*innen-Fehler und ihre Ursachen sind für die Unterrichtsvorbereitung hilfreich, da diese, wenn sie bekannt sind, im Unterricht leichter erkannt, thematisiert und Gegenmaßnahmen ergriffen werden können (Hofmann & Roth, 2018, S. 819). Nitsch stellt fest, dass Lernschwierigkeiten im Bereich der funktionalen Zusammenhänge häufig in Bezug auf den Funktionsbegriff auftreten. Schüler*innen haben vor allem Schwierigkeiten dabei, Funktionen von andersartigen Zuordnungen zu unterscheiden. Ein Erklärungsansatz dafür könnte sein, dass die Schüler*innen auf zwei unzureichend verknüpfte Funktionskonzepte zurückgreifen (Nitsch, 2015, S. 104). So bilden Lernende neben einer Definition des Begriffs, genannt concept definition, auch einen mentalen Komplex aus, genannt concept image, der Vorstellungen, Ideen und Deutungen zu dem Begriff und seinem Umfeld enthält. Dieser mentale Komplex hat großen Einfluss auf das mathematische Handeln (vom Hofe, Lotz, & Salle, 2015, S. 161). In Bezug auf den Funktionsbegriff wurde festgestellt, dass gerade die concept images von Lernenden inkonsistent und unvollständig sind, während die concept definition häufig der Funktionsdefinition aus dem jeweiligen Lehrbuch ähnelt (Nitsch, 2015, S. 106). Die Hauptschwierigkeiten zum Funktionsbegriff sind unter anderem eine Überbetonung von linearen oder proportionalen Funktionen, ein nicht Zulassen von unstetigen und diskreten Funktionen als Funktionen und eine fehlende Verbindung zwischen der verbalen Definition und der grafischen Darstellung (Nitsch, 2015, S. 109). In einer Studie mit Gymnasialschüler*innen der siebten und achten Klasse konnte außerdem gezeigt werden, dass über 60% der Lernenden nicht die Eindeutigkeit von Funktionen beachten (Hofmann & Roth, 2018, S. 820). Als mögliche Ursache wird genannt, dass auch Lehramtsstudierende diesen Fehler selten erkennen und er daher evtl. auch im Unterricht wenig thematisiert wird. Dies stellt aber die Voraussetzung für eine Verbesserung bei den Lernenden dar. Deswegen sollten Lehrkräfte sehr sensibel auf diese Eigenschaft der Funktion achten (Hofmann & Roth, 2018, S. 821). Marxer sieht ein Problem im Umgang mit dem Funktionsbegriff an der Schule darin, dass zu kurz Mengen von diskreten Wertepaaren behandelt werden. Eine schnelle Betrachtung von stetigen Funktionen und Graphen führt dazu, dass der Graph mit der Funktion gleichgesetzt wird. Dabei ist das Verständnis des Graphen als eine Punktmenge wichtig, um die beschriebene funktionale Beziehung erkennen zu können. Gelingt das nicht, sind viele Fehler wie z. B. der „Bild als Graph Fehler“ die Folge (Marxer, 2015, S. 616f). Marxer empfiehlt daher, vor allem am Anfang aber auch zwischendurch immer wieder diskrete Funktionen und die Bedeutung einzelner Punkte zu behandeln (Marxer, 2015, S. 617).

Lengnink knüpft in ihrem geschilderten Zugang zur Entwicklung des Funktionsbegriffs an die Vorerfahrungen der Lernenden an, indem diese sich mit Abhängigkeiten von Größen aus ihrem Lebensumfeld auseinandersetzen. Dadurch dass sie den Lernenden Raum gibt, ihre eigenen Vorstellungen zu entfalten, werden auch Vorstellungen sichtbar, die einem mathematischen Verständnis von funktionaler Abhängigkeit zunächst im Weg stehen. Auf diese kann dann gezielt eingegangen werden. Sie beschreibt, dass einige Schüler*innen die Veränderungen von Abhängigkeiten mit einer Vorhersagbarkeit gleichsetzen und ihr Verständnis des Abhängigkeitsbegriffs hier ausgeweitet werden muss (Lengnik, 2005, S. 14). Eine andere Schwierigkeit mancher Schüler*innen liegt darin, dass die Abhängigkeit von Größen mit einer Ursache-Wirkungs-Beziehung gleichgesetzt wird. Hier ist der mathematische Begriff von der inhaltlichen Aussagekraft geringer (Lengnik, 2005, S. 17). Die von ihr beschriebenen Vorstellungen sind nicht validiert, können aber trotzdem einen Hinweis geben, wo Schwierigkeiten bei der Beschäftigung mit Funktionen auftauchen können.

6. Unterrichtsmaterial zu Funktionen nach ausgewählten fachdidaktischen Konzepten

In diesem Kapitel sollen nun die Erkenntnisse zum inklusiven Fachunterricht mit den inhaltlichen und didaktischen Erkenntnissen zum Thema Funktionen zusammengebracht werden, um für den inklusiven Unterricht geeignetes Unterrichtsmaterial nach den in Kapitel 3 und 4 vorgestellten Konzepten des dialogischen Lernens und der Differenzierungsmatrix zu entwickeln. Das Lernziel der Unterrichtseinheit besteht darin, dass die Schüler*innen sich eine tragfähige Funktionsdefinition erarbeiten, die es ihnen ermöglicht Funktionen in verschiedenen Darstellungsformen zu erkennen und von anderen Zuordnungen zu unterscheiden. Das Lernmaterial richtet sich damit an eine neunte Klasse der Sekundarschule, weil in dieser der Funktionsbegriff im Kontext der linearen Funktionen zum ersten Mal auftaucht. Der zeitliche Rahmen beträgt ungefähr sechs Unterrichtsstunden, muss aber je nach Lerngruppe angepasst werden. Da es sich um Lernmaterial für den inklusiven Unterricht handelt, wird von einer heterogenen Lerngruppe ausgegangen, in der auch Schüler*innen mit SFB GENT und SFB Lernen vertreten sind.

6.1 Beispielhaftes dialogisches Lernmaterial zu Funktionen

Wie nach dem Konzept des dialogischen Lernens üblich wird nun zuerst eine eigene Kernidee entwickelt und ausgehend von dieser dann ein offener Arbeitsauftrag formuliert. Die entscheidende Eigenschaft einer funktionalen Abhängigkeit ist ihre eindeutige Zuordnung. Diese Eigenschaft ist der Kern der Idee der funktionalen Abhängigkeit. Nur durch sie werden Berechnungen mit Funktionen und deren sinnvolle graphische Darstellung möglich. Daher sollte diese Eigenschaft in einer Kernidee zum Thema Funktionen auftauchen, um den Schüler*innen direkt einen Blick auf den Zusammenhang im großen Bereich der Funktionen zu ermöglichen. Bei der Reflexion meines eigenen Lernwegs und Verständnis zum Funktionsbegriff fiel mir auf, dass mir diese entscheidende Eigenschaft der Funktionen erst in der Oberstufe bzw. im Studium bewusst wurde. Lange Zeit vorher kannte ich bereits Definitionen der verschiedenen Funktionstypen, aber Gemeinsamkeiten dieser wurden in der Mittelstufe nicht reflektiert. Das führte dazu, dass in meiner Vorstellung die vielen, bis dahin behandelten Funktionstypen nicht miteinander verknüpft wurden und die Eindeutigkeit der funktionellen Zuordnung nie bewusst wahrgenommen wurde. Die Kernidee „In der Welt der Funktionen bleibt keiner allein" bringt nun genau die Eigenschaft einer eindeutigen Zuordnung auf den Punkt und ermöglicht so einen Überblick über den Themenbereich und eine Vernetzung der verschiedenen Funktionstypen. Sie bildet auch eine Leitlinie für die Elementarisierung des Funktionsbegriffs, ohne das Wesentliche dabei zu verlieren.

Von dieser Kernidee ausgehend wird ein offener Auftrag für eine materialgestützte Einzelarbeit entwickelt. Er soll den Schüler*innen ermöglichen zunächst Erfahrungen mit Zuordnungen zu sammeln, um dann die Besonderheit der Funktion besser zu erkennen und Funktionen von anderen Zuordnungen abgrenzen zu können. Dafür erhalten die Schüler*innen verschiedenfarbige geometrische Figuren in unterschiedlicher Größe als Ausgangsmenge (s. Anhang), für die sie sich nun Zuordnungen überlegen und diese festhalten sollen. Der konkrete Arbeitsauftrag lautet:

Arbeitsauftrag 1) Sortiere die geometrischen Figuren nach verschiedenen Merkmalen und dokumentiere deine Ergebnisse. Führe möglichst drei verschiedene Durchgänge durch.

Der Arbeitsauftrag ist handlungs- und materialorientiert, besitzt damit eine geringe Einstiegsschwelle und fordert direkt zum produktiv Werden heraus. Das Ordnen von den verschiedenen Figuren nach selbstgewählten Kategorien besitzt ein großes Differenzierungspotential. Schüler*innen, die noch nicht sicher messen oder zählen können, haben die Möglichkeit, zunächst nach Farben oder Figuren zu sortieren und dann im Sinne einer Förderung „in der Zone der nächsten Entwicklung" Kantenlängen zu messen und Streckenlängen der Größe nach zu ordnen. Hier wird an Vorerfahrungen aus dem Gebiet der Statistik und Geometrie angeknüpft. Es können auch haptische Erfahrungen mit einbezogen werden, indem die Figuren z. B. aus Holz zur Verfügung gestellt werden. So können Kanten oder Ecken an Holzfiguren nachgefühlt und gezählt werden. Es sind aber auch Kategorisierungen nach Winkelgrößen oder Flächeninhalten möglich, die höhere mathematische Kenntnisse voraussetzen. Es wird deutlich, dass die Aufgabe eine große Offenheit in Bezug auf mögliche Lösungen besitzt, die unterschiedliches Vorwissen benötigen.

Auch in Bezug auf die Art der Erarbeitung und Dokumentation sind verschiedene Möglichkeiten denkbar: Die Schüler*innen können z.B. die Zuordnungen legen und danach fotografieren oder die gelegten Figuren dann abpausen. Andere mögliche Dokumentationsformen sind Tabellen, in denen die Merkmalskategorien benannt und die Figuren hineingeschrieben werden. Auch Veranschaulichungen in Mindmaps, bei denen passende Figuren um das Merkmal herumgruppiert werden, oder in Mengenpfeildiagrammen sind nahe liegend und zielführend. Einige Schüler*innen werden vielleicht auch Säulendiagramme zur Darstellung von bestimmten Eigenschaften wählen, da sie diese aus der Statistik kennen. Das Ergebnis des Arbeitsauftrags sind dann viele verschiedene Zuordnungsvarianten, die unterschiedlich dargestellt werden und in der Gruppe Anlass zum Vergleichen und Ordnen geben. Insofern kann die Vielfalt der Lösungen produktiv für alle nutzbar werden.

Die vorgegebene Ausgangsmenge an geometrischen Figuren begrenzt dabei die Offenheit der Aufgabe. Sie setzt die Aufgabe damit aber in einen überschaubaren Rahmen und ermöglicht den Vergleich zwischen verschiedenen Zuordnungen, da alle von denselben Objekten ausgehen. Auch wird dadurch eine vorläufige Begrenzung auf diskrete Funktionen mit einer überschaubaren Definitionsmenge vorgenommen. Diese erleichtert die Unterscheidung von verschiedenen Zuordnungsvarianten und damit ein Erkennen der Eindeutigkeit einer Zuordnung, da alle Elemente konkret zugeordnet und dargestellt werden können. Die geometrischen Figuren sind in ihren Eigenschaften so gewählt, dass schon bei einfachen Zuordnungen wie nach Farbe und Anzahl der Ecken unterschiedliche Zuordnungsmuster entstehen. Während bei der Anzahl der Ecken jeder Figur eine eindeutige Zahl zugeordnet werden kann, lässt sich der Kreis nicht eindeutig einer Farbe zuordnen. Durch die Aufforderung drei unterschiedliche Zuordnungen zu erzeugen, müssen die Schüler*innen sich auch über weniger offensichtliche Eigenschaften Gedanken machen und es wird wahrscheinlicher, dass sie verschiedene Zuordnungsvarianten finden.

Mögliche Lösungen sind:

- Zuordnen nach Farben: Es ergibt sich eine Zuordnung mit drei Kategorien (blau, rot, grün), denen drei Objekte zugeordnet sind und eine Figur (bunter Kreis), die nicht eindeutig eingeordnet werden kann. Dieses Problem bleibt bestehen, wenn man die Kategorie bunt hinzufügt, weil der Kreis dann weiterhin in mehrere Kategorien passt.
- Zuordnen nach Figuren (bzw. 2D) und Körpern (3D): Alle Objekte werden der Kategorie Figur zugeordnet.
- Zuordnen nach Art der geometrischen Figuren: Es können unterschiedlich feine Kategorien gewählt werden. Möglich sind Rechteck, Quadrat, Raute, spitzwinkliges Dreieck, rechtwinkliges Dreieck, stumpfwinkliges Dreieck, regelmäßiges Sechseck, unregelmäßiges Sechseck und Kreis. Bis auf das unregelmäßige Sechseck wird je eine Figur in eine Kategorie eingeordnet. Es lassen sich auch gröbere Unterscheidungen festlegen.
- Zuordnen nach Anzahl der Ecken: Es ergibt sich eine Zuordnung mit drei Kategorien (drei, vier, sechs), denen drei Objekte zugeordnet sind, und einer Kategorie (null) mit einer Figur.
- Zuordnen nach Größe der Fläche: Auch hier gibt es mehrere Möglichkeiten. Es ergibt sich z. B. eine Zuordnung mit drei Kategorien (klein, mittel groß), denen

drei Objekte zugeordnet sind und ein Objekt (Kreis), das nicht eindeutig eingeordnet werden kann, weil es nur einmal auftaucht. Es kann aber auch der Flächeninhalt betrachtet werden und jede Figur einem genauen Zahlenwert zugeordnet werden.

- Zuordnen nach größter Seitenlänge: Jede Figur außer dem Kreis kann einer eigenen Zahl zugeordnet werden. Der Kreis besitzt keine Seite und damit keine Seitenlänge.
- Zuordnen nach Winkeln: Denkbar sind eine Betrachtung der gesamten Innenwinkelsumme oder der Winkelgröße des jeweils kleinsten oder größten Winkels. Es sind auch Zuordnungen denkbar, bei denen jeweils ein beliebiger Winkel gewählt wird. Der Kreis fällt hier raus, da er keine Winkel besitzt. Auch eine Zuordnung nach „rechter Winkel" und „kein rechter Winkel" ist möglich. Hier gehört der Kreis in die zweite Kategorie.
- Zuordnen nach Umfang: Jede Figur kann einer eigenen Zahl zugeordnet werden.
- Zuordnen nach Symmetrieeigenschaften: Es kann nach Achsen- und Punktsymmetrie oder nach Anzahl der Symmetrieachsen unterschieden werden.

Weitere Zuordnungen sind sicherlich möglich.
Nach der Einzelarbeitsphase werden die Ergebnisse der Schüler*innen eingesammelt, durch die Lehrkraft gesichtet und für jede*n Schüler*in eine individuelle Rückmeldung verfasst. Aus dem Pool an Zuordnungen können außergewöhnliche, häufige oder besonders dargestellte Zuordnungen für eine Präsentation in der Gruppe zusammengestellt werden. Dabei sollten gemäß der Kernidee und mit Blick auf das Unterrichtsziel auch Zuordnungen, die Funktionen sind, und solche, die keine sind, ausgewählt werden. Mögliche Reflexionsfragen für die Auswahl sind: Finden sich Zuordnungen, wo mehrere Figuren oder sogar alle Figuren einer Kategorie zugeordnet werden? Gibt es Zuordnungen, wo jedes Objekt seine eigene Kategorie bekommt? Gibt es Zuordnungen, bei denen manche Figuren nicht eingeordnet werden, oder welche, bei denen eine Figur in mehrere Kategorien eingeordnet wird?

Die Zuordnungsauswahl würdigt dann die Beiträge der Schüler*innen und bildet die Grundlage für den Folgeauftrag. Dabei gibt es die Möglichkeit einzelne Zuordnungen zunächst an der Tafel mit Magnetfiguren nochmal durchführen zu lassen. Hier lassen sich auch schwächere Schüler*innen gut einbinden. Eventuell haben sich auch Zuordnungen ergeben, die nach gleichen Merkmalen kategorisiert, aber einzelne Figuren unterschiedlich eingeordnet haben. Hier können Argumente gegenübergestellt und es kann überlegt werden, worin die Uneindeutigkeit begründet liegt.

Wenn die erstellten Zuordnungen noch nicht sehr vielfältig sind, weil z. B. keine Zuordnungen gefunden wurden, die keine Funktionen darstellen, kann dieser Folgeauftrag zu der Zuordnungsauswahl gestellt werden.

Folgeauftrag 1a Was passiert eigentlich, wenn man die Zuordnungen umdreht? Suche dir drei Zuordnungen aus und ordne nun die Merkmale den Figuren zu. Halte deine Ergebnisse fest.

Dieser Folgeauftrag bringt eine neue Idee, die Umkehrung, ins Spiel. Eventuell wurde auch diese Idee aus Versehen oder beabsichtigt in einem Schüler*innenbeitrag schon durchgeführt. Durch die Umkehrung lassen sich sehr schnell viele Zuordnungen finden, bei denen die Kategorien mehreren Figuren zugeordnet werden. Man kann sich über diesen Auftrag also von der anderen Seite aus dem Funktionsbegriff annähern, indem die Schüler*innen die Erfahrung machen, zu welchen Problemen die Uneindeutigkeit führen kann. Die Umkehrungen können wieder auf verschiedenen Handlungsebenen durchgeführt werden. Durch den Vergleich der Umkehrzuordnung mit ihrer ursprünglichen Zuordnung kann später ein Vorteil der bijektiven Zuordnung entdeckt werden, ohne diesen Fachbegriff zu gebrauchen. Eine mögliche weitere Unterrichtsentwicklung ist dann ähnlich wie bei Folgeauftrag 1b die Herausbildung von Zuordnungsmustern.

Wenn direkt nach dem ersten Auftrag verschiedenartige Zuordnungen in der Auswahl zusammengestellt wurden, kann ein möglicher erster Folgeauftrag für eine Gruppenarbeit oder Partnerarbeit dann lauten:

Folgeauftrag 1b Vergleicht die unterschiedlichen Zuordnungen und ordnet diese. Gebt euren Kategorien passende Namen. Zum Beispiel: „Alle auf einen“, „Jeder findet einen Partner“,…

Die Gruppen können dabei die ausgeteilten Zuordnungen ausschneiden, gruppieren und auf einem Flipchart aufkleben und benennen. Anschließend können die Ergebnisse präsentiert und verglichen werden. Dabei können die besten Namen für einzelne Funktionsmuster z. B. durch ein Abstimmungsverfahren festgelegt werden. Mögliche Kategorien und Namen sind: „eins zu eins“ (bijektiv), „viele zu eins“, „alle zu eins“ „eins bleibt übrig“ oder „eins zu mehreren“. Bei diesem Auftrag wird es den Schüler*innen mit SFB GENT vielleicht schwerfallen sich einzubringen. Vorstellbar ist, dass sie in der Gruppe eine besondere Aufgabe übernehmen und z. B. bei der Gestaltung des Plakates helfen oder Zuordnungen nochmal mit dem Material nachlegen und dabei die Unterschiede erfahren. So sind sie auf jeden Fall sozial in die Gruppe mit eingebunden. Denkbar ist aber auch, dass sie im inklusiven Unterricht in dieser Phase einen eigenen Auftrag zur individuellen

Förderung bekommen und z. B. an ihre Ergebnisse zum ersten Arbeitsauftrag anknüpfen. Beim Vergleichen der Gruppenergebnisse können die verschiedenen Zuordnungskategorien zur Unterstützung in einem abstrakten Mengenpfeildiagram dargestellt werden. Vielleicht taucht dieses oder eine ähnliche Form bei der Darstellung der Zuordnungen in den Reisetagebüchern auf. Eventuell finden und nutzen die Schüler*innen in den Gruppen auch eine andere Darstellungsform, mit der sich die unterschiedlichen Muster gut darstellen lassen und an die angeknüpft werden kann. Die Schüler*innen können dann die Zuordnungsmuster mit Namen als gemeinsames Ergebnis der „Wir-Phase" in ihr Reisetagebuch übernehmen. Im nächsten Unterrichtsschritt sollten dann die Zuordnungsmuster, die eine Funktion darstellen, unter diesem Begriff zusammengefasst werden. Als Vorbereitung dafür kann den Schüler*innen folgender Reflexionsauftrag gestellt werden.

Folgeauftrag 2
Welches der Zuordnungsmuster gefällt dir am besten? Begründe.

Durch diesen Arbeitsauftrag wird eine individuelle Standortbestimmung eingefordert, indem die Schüler*innen subjektiv beschreiben können, welche Zuordnungsmuster sie schön finden und dabei auch ihre Haltung zum Thema reflektieren. Diese Aufgabe ist wieder für alle Schüler*innen bearbeitbar, weil jede*r irgendetwas in Bezug auf die Zuordnungsmuster empfindet. Auch Schüler*innen, die nicht schreiben können, können ihre „Lieblingszuordnung" z. B. durch einen Klebestern festlegen oder mündlich erklären. Es ist auch vorstellbar, dass sie durch Mitschüler*innen oder die Lehrkraft beim Beantworten und Dokumentieren unterstützt werden. Durch die geforderte Begründung müssen Schüler*innen sich Gedanken über mögliche Bewertungskriterien machen. Die Schüler*innen können hierbei über die in der Kategorie enthaltenen Zuordnungen argumentieren oder darüber, welche Zuordnungsmuster sie leicht bzw. praktisch finden. Denkbar ist aber auch, dass die Zuordnungsmuster in einer Darstellungsform verglichen werden und auf ästhetischer Ebene argumentiert wird. Es ist dabei vorstellbar, dass die Funktionen aufgrund ihrer Eindeutigkeit als „Lieblingszuordnungen" genannt werden, da hier alles aufgeht und das als „schön" empfunden wird. Für den Zeitpunkt des Auftrags sind verschiedene Stellen und Formen denkbar. Diese hängen vom genauen Unterrichtsverlauf und der Lerngruppe ab und sollen daher als Möglichkeiten nur kurz beschrieben werden. Eine Möglichkeit ist es, den Auftrag nach der Präsentation der Gruppenarbeit z. B. als Hausaufgabe zu stellen. Es ist aber auch denkbar, diesen Auftrag in die Gruppenarbeit und damit in Folgeauftrag 1b zu integrieren, da so die Einstiegsschwelle der anspruchsvollen Kategorisierungsaufgabe gesenkt wird. Ein Nachteil dabei ist, dass dann eine Begründung in der Gruppe stattfindet und die Meinungen einzelner

Schüler*innen möglicherweise untergehen. Wird der Auftrag dagegen jedem Lernenden persönlich gestellt, wird sich auch eher jede*r mit seiner eigenen Position zu dem Thema auseinandersetzen.

An die Bewertungskriterien der Schüler*innen kann dann in der nächsten Stunde angeknüpft werden, indem die Schüler*innen ihre Argumente austauschen. Hier bietet sich bei der Hausaufgabenvariante auch eine zwischengeschobene „Murmelphase" zu zweit an. Anschließend kann die Lehrkraft dann darstellen, dass die Eindeutigkeit der Zuordnung in der Mathematik sehr wichtig ist und diese eindeutigen Zuordnungen daher mit dem Funktionsbegriff einen eigenen Namen bekommen. Ein weiterer Folgeauftrag soll dann die Anwendung der Zuordnungsmuster und der Funktionsdefinition erproben:

Folgeauftrag 3
1) Ordne jetzt deine am Anfang erstellten Zuordnungen einem der Zuordnungsmuster zu. Handelt es sich um Funktionen?
2) Erstelle dann zu den Zuordnungsmustern weitere eigene Zuordnungen. Du kannst dafür auch neue Figuren hinzunehmen oder einige weglassen.

Dieser Arbeitsauftrag greift die in der Gruppe gefundenen Zuordnungsmuster auf. Dabei besitzt er eine Problemorientierung, da die Schüler*innen ihre eigenen Zuordnungen nun mit den Mustern vergleichen und einordnen müssen. Dies soll die Anwendung der Zuordnungsmuster und vor allem des Funktionsbegriffs einüben und dadurch das Verständnis vertiefen. Die Option, weitere Figuren hinzuzunehmen oder wegzulassen, öffnet die Aufgabe und bietet vor allem Differenzierungspotential nach oben, weil die Zuordnungen so systematisch verändert werden können. Gleichzeitig können schwächere oder langsamere Schüler*innen durch eine Reduktion der Ausgangsmenge entlastet werden, indem sie weitere Zuordnungen nur noch für weniger Figuren durchführen. Dabei haben die Schüler*innen jederzeit die Möglichkeit wieder auf das Material vom Anfang zurückzugreifen und die Zuordnung zu legen. Nach dieser Aufgabe sollte die Lehrkraft die Reisetagebücher wieder sichten, um gezielt Probleme zum Funktionsbegriff frühzeitig zu erkennen und dann gegebenenfalls zu diesen passende Aufgaben zu stellen. Um eine tragfähige Vorstellung zu Funktionen zu entwickeln, muss der Funktionsbegriff anschließend vom Kontext der abzählbaren Definitionsmenge und den geometrischen Figuren gelöst werden. Dazu kann zunächst folgender offener Auftrag gestellt werden:

Folgeauftrag 4:
Jetzt hast du schon Erfahrungen mit Funktionen gesammelt. Aber die gibt es natürlich in ganz verschiedenen Bereichen. Fallen dir Funktionen in deinem Alltag ein, mit denen du zu tun hast?
Stelle auch diese dar und vergleiche sie mit deinen vorherigen Funktionen. Was ist anders?

Dieser Auftrag fragt nach den Vorerfahrungen der Lernenden und fordert sie auf, neue Beispiele zu finden. Wie in der didaktischen Analyse ausgeführt wurde, lassen sich in fast jedem Lebensbereich Funktionen finden. Es bleibt den Schüler*innen überlassen, wie weit sie sich von den diskreten Beispielen aus den vorherigen Aufgaben entfernen. Die Ergebnisse dieses Folgeauftrags sind dann verschiedene Funktionen aus unterschiedlichen Lebenskontexten und können als Sammlung wieder in die Lerngruppe gegeben werden. Es bietet sich auch an, bestimmte Themenfelder aus den Schüler*innen-vorschlägen im weiteren Lernverlauf dann nochmal zu vertiefen und z. B. für die Untersuchung linearer Funktionen zu nutzen.

6.2 Beispielhafte Differenzierungsmatrix zum Thema Funktion

Die zum Thema Funktionsbegriff entwickelte Differenzierungsmatrix verfolgt dieselben Lernziele wie das dialogische Lernmaterial, um eine bessere Vergleichbarkeit herzustellen. Daher werden auch für dieses Lernmaterial ungefähr sechs Unterrichtsstunden zugrunde gelegt. Da sich die Differenzierungsmatrix damit auf eine eher kurze Unterrichtseinheit bezieht und der thematische Gegenstand enger gefasst wird als in vielen anderen Matrizen, wurde dieser nur in vier Spalten ausdifferenziert. Es entsteht damit eine 5x4 Matrix mit insgesamt 20 Aufgabenfeldern. Die Matrix ist in Tabelle 1 dargestellt. Das Niveau der Auseinandersetzung mit dem Inhalt wird in die üblichen fünf Niveaustufen „konkrete Handlung“, „teilweise vorstellende Handlung“, „vorstellende Handlung“, „symbolische Ebene“ und „abstrakte Ebene“ eingeteilt. Der Lerngegenstand des Funktionsbegriffs wurde dabei in die Komplexitätsstufen „Zuordnungen erfahren/erkennen“, „Zuordnungen vergleichen“, „Funktionen erkennen und von anderen Zuordnungen unterscheiden“ und „Funktionen in verschiedenen Darstellungsformen erkennen“ unterteilt. Dabei ist ersichtlich, dass die Komplexitätsstufen operationalisiert formuliert sind und Kompetenzformulierungen ähneln. Dies erscheint sinnvoll, da so eine Verbindung zu Handlungen und Lernzielen deutlich wird und diese bei der Erstellung bzw. Auswahl von Aufgaben hilfreich ist.

Die erste Komplexitätsstufe ähnelt dabei der im Rahmenlehrplan Berlin auf Niveaustufe B dargestellten Kompetenz „Zuordnungen und Muster erkennen“ (Senatsverwaltung für

Bildung, Jugend und Sport Berlin , 2015, S. 29). Damit wurde durch Zuhilfenahme des Grundschullehrplans eine Anschlussfähigkeit des Lernangebots an die möglicherweise noch niedrigen Lernausgangslagen von Schüler*innen geplant. In der nächsten Komplexitätsstufe werden dann zwei oder mehr Zuordnungen betrachtet und verglichen. Dies erfordert eine Wahrnehmung der Zuordnung als Ganzes (Objektvorstellung) und eine Wahrnehmung und Unterscheidung verschiedener Eigenschaften dieser und ist daher komplexer. Hier kann der Bogen zur in Niveaustufe E dargestellten Kompetenz „Eigenschaften von Zuordnungen beschreiben“ geschlagen werden (Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Sport Berlin , 2015, S. 29). Allerdings wird nicht zwischen proportionalen und indirekt proportionalen Fällen unterschieden, da dieser Vergleich für die Entwicklung des Funktionsbegriffs nicht hilfreich ist. Die zweite Stufe bereitet dabei auf die nächste Komplexitätsstufe vor, in der die entscheidende Eigenschaft einer Funktion erkannt werden soll und zur Kategorisierung von Zuordnungen nach „Funktion“ oder „keine Funktion“ genutzt wird. Die vierte Komplexitätsstufe, bei der die verschiedenen Darstellungsformen von Funktionen in den Blick genommen werden, weist eine große Nähe zur dritten Stufe auf, da auch in der dritten Stufe Zuordnungen in verschiedenen Darstellungsformen betrachtet werden. Daher lassen sich einige Aufgaben zwischen diesen letzten beiden Stufen nicht eindeutig zuordnen. Die vierte Stufe wurde allerdings hinzugenommen, da die verschiedenen Darstellungsformen von Funktionen Auswirkungen darauf haben, wie die Eindeutigkeit der Zuordnung sichtbar wird. Verschiedene Forschungsergebnisse haben gezeigt, dass es Schüler*innen gerade schwerfällt die Definition des Funktionsbegriffs mit der Darstellung im Koordinatensystem zu verknüpfen (Nitsch, 2015, S. 109). Daher sollen die Schüler*innen in den Aufgaben der vierten Komplexitätsstufe Gelegenheit bekommen, ihre Funktionsdefinition mit den Darstellungsformen und entsprechenden mentalen Bildern zu verknüpfen.

Zu jeder Aufgabe in der Matrix sind jeweils ein Titel, der den inhaltlichen Kontext darstellt, und eine Beschreibung der erwarteten Handlung zu finden. Dies soll den Schüler*innen die Auswahl der Aufgaben nach thematischen Vorlieben, aber auch nach Anforderungen erleichtern. Als Vorgabe an die Lerngruppe bietet es sich an, die Schüler*innen aufzufordern mit der ersten Spalte zu beginnen und im Lernverlauf keine Spalte zu überspringen. Dies erscheint wegen der aufeinander aufbauenden Kompetenzen sinnvoll. Die Lernenden haben dann immer noch die Wahlmöglichkeiten, wie viele und welche Aufgaben aus einer Spalte sie bearbeiten und wie weit sie in den Spalten nach rechts vorangehen wollen.

Differenzierungsmatrix zu Zuordnungen und Funktionen

Abstrakte Ebene	Aus eins mach zwei *Zuordnungen zwischen Zahlen erfinden und passende Wertetabellen erstellen*	Zuordnungen im Mengenpfeildiagramm *Im Mengenpfeildiagramm verschiedene Zuordnungen erstellen und vergleichen*	Funktionen im Mengenpfeildiagramm *Funktionen in Mengenpfeildiagrammen erkennen und die entscheidende Eigenschaft formulieren*	**Funktionsdomino** ***Wie erkennt man Funktionen in den verschiedenen Darstellungsformen?***
Symbolische Ebene	Wetter und Klima *In Diagrammen dargestellte Zuordnungen erkennen und ablesen*	Geburtstage *Darstellungen verschiedener Zuordnungen und ihrer Umkehrungen vergleichen*	Das Physikexperiment *Messwerte vergleichen, darstellen und funktionelle Abhängigkeit erkennen*	**Graphen vergleichen** ***Welche Graphen stellen Funktionen dar?***
Vorstellende Handlung	Sportwettkampf *Verschiedene Zuordnungen mit abhängiger und unabhängiger Größe zum Thema Sport angeben*	**Lieblingsmusiker*in/Bands** ***Welchem Genre kann ich meine*n Künstler*in zuordnen?*** ***Uneindeutige Zuordnungen erkennen***	Funktionen im Alltag *Bei Zuordnungen aus dem Alltag Funktionen erkennen und eigene Funktionen ausdenken*	Kerzen *Brenndauern von Kerzen in Tabellen darstellen und Funktionen in Tabellen erkennen?*
Teilweise vorstellende Handlung	**Wasserexperimente** ***Funktionelle Zuordnungen mit abhängigen und unabhängigen Variablen erfahren***	Geometrische Figuren *Verschiedene dargestellte Zuordnungen nachvollziehen und vergleichen*	Pizzabestellungen *Wie lassen sich Preise und Bestellungen zuordnen?*	Das Gummibandmodell *Mit Kreissehnen experimentieren und Vorhersagen treffen*
Konkrete Handlung	Zuordnungen am eigenen Körper *Eigenschaften, wie Größe, Augenfarbe, etc. messen, zuordnen und darstellen*	Formen, Farben, Ecken, Längen… *Geometrische Figuren nach vorgegebenen Kriterien zuordnen und diese Zuordnungen vergleichen*	**Das lebende Koordinatensystem** ***In der Gruppe verschiedene Zuordnungen am lebenden Koordinatensystem darstellen***	Funktionen legen *Eine Funktionsvorschrift ausführen und in einer Tabelle und im Koordinatensystem darstellen*
	Zuordnungen erfahren / erkennen	**Zuordnungen vergleichen**	**Funktionen erkennen und von anderen Zuordnungen unterscheiden**	**Funktionen in verschiedenen Darstellungsformen erkennen**

Tabelle 1: Differenzierungsmatrix

Die einzelnen Aufgaben finden sich mit konkreten Aufgabenstellungen und Angaben zum Material im Anhang. Hier sollen nun exemplarisch fünf der Aufgaben herausgegriffen und ihre Einordnung in die Matrix begründet werden. Dabei wird aus jeder der fünf kognitiven Stufen und der thematischen Komplexitätsstufen eine Aufgabe ausgewählt, um das gesamte Differenzierungsspektrum möglichst gut abzubilden. Die erläuterten Aufgaben sind in der Matrix (vgl. Tabelle 1) fett dargestellt.

Auf der Stufe der konkreten Handlung wurde die Aufgabe **„Das lebende Koordinatensystem“** aus der Komplexitätsstufe „Funktionen erkennen und von anderen Zuordnungen unterscheiden“ ausgewählt. Bei dieser Aufgabe handelt es sich um eine Gruppenaufgabe, bei der die Schüler*innen selbst durch Aufstellen in einem auf den Boden geklebten Koordinatensystem eine Funktion darstellen. Dabei werden gegenseitiges Erklären, Helfen und Diskutieren notwendig, da die Gruppe durch leere Karten bzw. Karten mit zwei Werten vor Probleme gestellt wird. Mögliche Lösungen sind, sich breitbeinig an zwei Punkte zu stellen und dass der/die Schüler*in mit der leeren Karte außerhalb des Koordinatensystems bleibt. Ziel dieser Aufgabe ist es, durch direktes Erleben der Schüler*innen am eigenen Körper nachdrückliche Erinnerungen zu den Eigenschaften einer Funktion zu schaffen, indem sie die Probleme der uneindeutigen Zuordnungen selbst erfahren. Außerdem erleben die Schüler*innen die Bedeutung eines „Funktionspunktes“ am eigenen Körper und die Entstehung der Funktion durch eine Betrachtung aller Gruppenmitglieder. Somit wird auch die Auffassung einer Funktion als eine Menge an Punktpaaren und die Darstellung einer diskreten Funktion erfahrbar. Insofern wird es möglich, sich handelnd zu erarbeiten, wie eine Funktion im Koordinatensystem aussieht. Die letzte Teilaufgabe stellt dann eine Sicherung des Verständnisses dar, indem die Schüler*innen nun in einer Umkehraufgabe aufgefordert werden selbst eine Funktion darzustellen.

In die kognitive Komplexitätsstufe der teilweise vorstellenden Handlung wurde die Aufgabe **„Wasserexperimente“** eingeordnet. Sie gehört in die inhaltliche Komplexitätsstufe „Zuordnungen erfahren und erkennen“. In der ersten Teilaufgabe ist die Zuordnung „Wassermenge → Wasserstand“ handelnd zu erzeugen. Daher gehört diese Teilaufgabe sicher in den Bereich der konkreten Handlung. In der zweiten Teilaufgabe sollen dann aber die Erkenntnisse zu dieser Zuordnung innerhalb des gleichen Handlungskontexts auf ein anderes Gefäß übertragen werden. Dafür sollen die Schüler*innen Vorhersagen treffen, indem sie sich das Füllen vorstellen. Anschließend sollen sie ihre Vermutungen dann in der Handlung überprüfen. Diesen Vorgang können sie mit mehreren Gefäßen durchführen, um ihr Gefühl für die Abhängigkeit und ihre Schätzung zu verbessern. Dabei sollen die Schüler*innen erkennen, dass die Höhe des Wasserstands von der

Wassermenge und der Form des Gefäßes abhängt. Als Sozialform eignet sich eine Partnerarbeit, da so das Füllen und Messen gut aufgeteilt werden kann und alle sich aktiv beteiligen können, was bei einer größeren Gruppe nicht der Fall wäre. Auch ist es von Vorteil, wenn die Schüler*innen ihre Schätzungen untereinander abstimmen und diskutieren können.

Die Aufgabe **„Lieblingsmusiker*in/Bands“** wird in die Stufe der vorstellenden Handlung eingeordnet, da die Schüler*innen sich die Lieder vorstellen müssen, um sie zuordnen zu können. Es ist zwar auch denkbar, dass einzelne Lieder angehört werden können, aber das sollte eher den Ausnahmefall darstellen, da sonst viel Zeit verloren geht. Diese Aufgabe setzt damit ein großes Interesse im Bereich der Musik und viel Expertise im Bereich der Musikgenres voraus und ist daher sicher nicht für jeden Lernenden bearbeitbar. Aus diesem Grund sollte die Möglichkeit zur Recherche gegeben werden und eine Auswahl möglicher Künstler*innen z. B. in Form von Bildern bereitgestellt werden. Gleichzeitig besitzt Musik für viele Jugendliche eine große Bedeutung und stellt eine Identifikationsmöglichkeit dar, sodass diese Aufgabe gerade für Schüler*innen, die der mathematische Kontext wenig anspricht, motivierend sein kann. Auch bietet sich hier eine Öffnung für die Musik in verschiedenen Kulturen an. Außerdem stellt die Einteilung von Musiker*innen nach Genres eine authentische Situation einer uneindeutigen Zuordnung dar, weil manche Musiker*innen im Laufe ihrer Karriere ihren Musikstil ändern und die Genres meist unscharf definiert sind. Die zweite Teilaufgabe soll dann die verschiedenen veränderbaren Bestandteile einer Zuordnung – Definitionsmenge, Zuordnungsvorschrift, Wertemenge – in den Blick rücken. Die Schüler*innen können ihre Zuordnung verändern, indem sie Künstler*innen weglassen, neue Genres hinzufügen oder die Vorschrift zu „Genre des letzten Albums/des bekanntesten Songs“ etc. verändern. So werden neue Zuordnungen erstellt, die sich in diesen Bestandteilen unterscheiden. Damit passt die Aufgabe in die Komplexitätsstufe „Zuordnungen vergleichen“, da Unterscheidungsmerkmale erarbeitet werden. Für diese Aufgabe ist der Austausch mit anderen essenziell, um bei den Anpassungen verschiedene Vorschläge zu erstellen, aber auch um die Uneindeutigkeit in der Einteilung erfahrbar zu machen. Daher bietet sich eine Gruppenarbeit nach der „Ich-Du-Wir-Methode“ an, bei der zunächst jeder Lernende sich eigene Gedanken macht und man sich dann mit der/dem Partner*in und schließlich in der Gesamtgruppe austauschen kann.

Mit der Aufgabe **„Graphen vergleichen“** wurde eine Aufgabe aus der Komplexitätsstufe „Funktionen in verschiedenen Darstellungsformen erkennen“ ausgewählt. Ziel ist es, dass die Schüler*innen in einer Auswahl verschiedener Graphen Funktionsgraphen erkennen und so vielfältige mentale Repräsentationen, wie Funktionen aussehen können, gebildet werden. Daher ist es wichtig, dass hier auch diskrete Funktionen dargestellt werden. Die zur Verfügung gestellten Gegenbeispiele bewirken dabei eine Ausschärfung des Begriffs Funktionsgraph und verhindern so eine Übergeneralisierung des Funktionsgraphen, z. B. als beliebige Linie im Koordinatensystem. Die Partnerarbeit ist geeignet, um die eigene Lösung zu überprüfen und zu begründen. Es sollte aber eine Musterlösung zur abschließenden Überprüfung geben bzw. eine Kontrolle durch die Lehrkraft erfolgen, damit falsche Vorstellungen frühzeitig erkannt werden und gegengesteuert werden kann. Insofern bietet die Aufgabe ein gutes Diagnosepotential hinsichtlich der ausgebildeten Schüler*innenvorstellungen zum Funktionsbegriff. Die Auseinandersetzung mit dem Lerninhalt findet in dieser Aufgabe auf der symbolischen Ebene statt, weil der Funktionsbegriff anhand seiner Darstellungsform als Graph unterschieden wird.

Auf abstrakter Ebene beschäftigen sich die Schüler*innen in der Aufgabe „**Funktionsdomino**“ mit dem Funktionsbegriff. Das Domino wird zwar in der Gruppe oder allein handelnd gelegt, die Entscheidung für die richtige Antwort wird aber auf abstrakter Ebene getroffen. Die Fragen beziehen sich auf den Funktionsbegriff und seine verschiedenen Darstellungsformen und sind losgelöst von Handlungen oder Alltagsbeispielen. Diese Aufgabe stellt im Gegensatz zu den anderen Aufgaben eher eine „Testaufgabe“ dar. Mit Hilfe der Aufgabe kann der Lernende spielerisch kontrollieren, wie gut er den Funktionsbegriff verstanden hat und gegebenenfalls Schwachstellen aufdecken. Dies kann dann Grundlage für die Auswahl einer zu den individuellen Schwierigkeiten passenden Aufgabe aus der Differenzierungsmatrix sein. Hier kann die Lehrkraft, die den besseren Überblick über die Aufgaben hat, beraten. Das Prinzip des Lerndominos erlaubt eine Selbstkontrolle, weil alle Karten in eine Reihe gebracht werden müssen und so falsche Antworten an anderer Stelle fehlen. Dies erleichtert die Aufgabe gleichzeitig ein Stück weit, weil nach dem Ausschlussprinzip gearbeitet werden kann. Es handelt sich - wie bei Kontrollaufgaben üblich - um ein geschlossenes Aufgabenformat, weil dieses die Kontrolle der Lösung erleichtert.

7. Vergleichende Gegenüberstellung der Konzepte

Die Konzepte sollen nun in verschiedenen Punkten verglichen werden. Berücksichtigt werden dabei insbesondere die Unterrichtsvorbereitung, die Art der Differenzierung, das Schaffen von gemeinsamen (kooperativen) Lernsituationen, die Schüler*innenorientierung, die Einbindung von Schüler*innen mit SFB GENT in das Lernangebot und die Rolle der Lehrkraft im Unterricht. Schüler*innen mit SFB GENT werden dabei als Lernendengruppe speziell in den Blick genommen, da in der Inklusionsdidaktik an vielen Stellen bemängelt wird, dass diese Schüler*innen bei inklusiven Unterrichtskonzepten und -materialien nicht ausreichend berücksichtigt werden (vgl. Kapitel 2.2.2).

In Bezug auf die **Unterrichtsvorbereitung** legen beide Konzepte unterschiedliche Schwerpunkte. Bei den *Differenzierungsmatrizen* steht eine Vorbereitung in der Gruppe und eine Ausdifferenzierung des Lerninhalts durch Entwickeln eines vielfältigen Unterrichtsangebots im Mittelpunkt. Das setzt voraus, dass die Lehrkräfte die Lernvoraussetzungen der Lernenden und deren Interessen gut einschätzen können, um passende Aufgaben zu entwickeln. Auch werden insbesondere Zugänge zum Lerninhalt auf unterschiedlich anspruchsvollen Niveaus bereitgestellt. Der Planungsaufwand ist wegen der Menge an Aufgaben und Materialien sehr hoch. Bei der Erstellung der Differenzierungsmatrix zum Funktionsbegriff bestand die größte Schwierigkeit darin, trotz aufeinander aufbauender Kompetenzen unabhängige Aufgaben zu schaffen. Diese Unabhängigkeit der Aufgaben ist wichtig, damit die Schüler*innen später frei wählen können. Auch fiel es unterschiedlich schwer, den angestrebten Kompetenzzuwachs auf den verschiedenen Handlungsebenen umzusetzen, da z. B. „Zuordnungen erfahren“ einen Alltagsbezug nahe legt, der sich auf abstrakter Ebene nur schwer verwirklichen lässt.

Dagegen liegt der Schwerpunkt in der Vorbereitung des *dialogischen Unterrichts* auf einer Reflexion der Lehrkraft über ihre Sicht auf den Unterrichtsstoff. Diese Auseinandersetzung kann im Gespräch mit anderen erfolgen, muss es aber nicht. Hier steht explizit die Frage nach dem Elementaren des Lerngegenstands und dem Kern der Sache im Mittelpunkt und führt schließlich zur Kernidee. Bei der Erstellung des offenen Arbeitsauftrags muss die Möglichkeit von verschiedenen Bearbeitungsweisen und -niveaus im Sinne der natürlichen Differenzierung gegeben werden. Diese Zugänge sind dann aber von Seiten der Lernenden zu finden und passend auszuwählen und werden nicht von der Lehrkraft geplant. Der Vorbereitungsaufwand liegt im Gegensatz zur Differenzierungsmatrix nicht vor der Unterrichtseinheit, sondern verteilt sich auf diese, da immer wieder Reisetagbücher gesichtet und im Anschluss daran passende Folgeaufträge geplant werden. Hier lag die Schwierigkeit beim erstellten Unterrichtsmaterial zunächst in der knappen und ansprechenden Formulierung einer geeigneten Kernidee. Nachdem diese gefunden war, ließen sich daraus sehr gut ein Arbeitsauftrag und mögliche Folgeaufträge ableiten. Die genaue Formulierung der Arbeitsaufträge war dabei nicht einfach, da auch sie möglichst kurz formuliert und offen sein und doch zu produktiven Ergebnissen führen sollten.

Wie bereits erwähnt, findet beim *dialogischen Lernen* eine natürliche **Differenzierung** statt. Durch den offenen Auftrag sollen alle Schüler*innen angeregt werden, sich mit dem

Lerngegenstand auseinanderzusetzen. Die Lehrkraft hat allerdings die Möglichkeit, über die Rückmeldungen im Reisetagebuch Vorschläge für Materialien oder Zugänge zu machen, wenn sie diese bei der weiteren Auseinandersetzung mit dem Lerninhalt für hilfreich hält. Durch diese Art der offenen Differenzierung wird von den Schüler*innen ein hohes Maß an Selbstverantwortung und Selbstständigkeit erwartet. Dies kann im inklusiven Unterricht eventuell nicht von allen Schüler*innen geleistet werden und erfordert viel Übung (Leuders & Prediger, 2017, S. 27f). Bei ausreichend komplexen Aufgaben bietet dieses offene Differenzierungsformat aber die Möglichkeit, dass jeder Lernende auf seinem Niveau durch die Aufgabe gefordert und gefördert wird (Leuders & Prediger, 2017, S. 27). Auch bei der in der *Differenzierungsmatrix* umgesetzten Art der Differenzierung handelt es sich um innere Differenzierung, da die Lerngruppe nicht aufgeteilt wird (Leuders & Prediger, 2017, S. 9). In der Vorbereitung wird Differenzierung von der Lehrkraft geplant und dabei werden die angenommenen Voraussetzungen der Lernenden berücksichtigt. Dies spricht für ein geschlossenes Differenzierungsformat. Da die Schüler*innen aber gleichzeitig selbst Aufgaben aus dem Angebot wählen und dabei in ihrer Entscheidung frei sind, findet auch eine Differenzierung vom Lernenden aus (offene Differenzierung) statt. Es handelt sich daher um ein teiloffenes Differenzierungsformat (Leuders & Prediger, 2017, S. 27f). Die Gefahr bei geschlossenen Differenzierungsformaten besteht darin, dass das Lernangebot nicht ausreichend zu den Lernausgangslagen der Lernenden passt und diese unter- oder überschätzt werden. Wie gut die Differenzierung hier gelingt, hängt von der Diagnosesicherheit der Lehrkraft ab (Leuders & Prediger, 2017, S. 27). Ein Vorteil der Differenzierung mit der Matrix besteht darin, durch die vielen verschiedenen Aufgaben auch Förderaufgaben im Lernangebot zu integrieren und für verschiedene Schüler*innengruppen unterschiedliche Vorgaben festlegen zu können und so Strukturierungshilfen im Lernprozess zu geben.

Als wichtig im inklusiven Unterricht werden **gemeinsame Lernsituationen und kooperatives Arbeiten** in der heterogenen Gruppe am gemeinsamen Lerngegenstand angesehen. Die Form der *Differenzierungsmatrix* selbst legt eher ein individuelles Arbeiten nahe, weil jeder Lernende seinen eigenen Weg durch das Lernangebot beschreitet. Es bestehen dabei aber zwischen allen Aufgaben inhaltliche Gemeinsamkeiten und Überschneidungen, da sich alle Aufgaben auf ein Thema beziehen. Das ermöglicht auch zwischen Lernenden, die verschiedene Aufgaben bearbeiten, einen inhaltlichen Austausch. Inwieweit kooperatives Arbeiten umgesetzt wird, hängt meiner Einschätzung nach dann sehr von den einzelnen Aufgaben ab. Durch Aufgaben, die nur in der Gruppe bearbeitet werden können, oder eine verpflichtende Anzahl an „Gruppenaufgaben“ kann Kooperation in Kleingruppen gezielt gefördert werden. In der Differenzierungsmatrix zum

Funktionsbegriff wurde zum Beispiel mit der Aufgabe „Das lebende Koordinatensystem“ eine Aufgabe gestellt, die in der Gruppe bearbeitet werden muss. Beim Konzept des *dialogischen Lernens* starten alle mit derselben Aufgabenstellung. Die singuläre Standortbestimmung nimmt dann aber viel Unterrichtszeit ein. Eine Zusammenarbeit der Schüler*innen ist dabei nicht verboten, wird aber auch nicht angeregt. Problematisch ist es, wenn der Dialog, z. B. in Form der Rückmeldungen, nur über die Lehrkraft läuft, da dann wenig Kooperation zwischen den Lernenden stattfinden kann (Käpnick, 2014, S. 41). Über den Sesseltanz oder die Autografensammlung, die auch in der Gruppe betrachtet werden kann, werden aber auch Methoden zur inhaltlichen Zusammenarbeit zwischen den Schüler*innen vorgestellt. Auch hier hängen die Möglichkeiten zur Kooperation meiner Meinung nach von der weiteren methodischen Ausgestaltung des Unterrichts ab. Im vorgestellten Unterricht wurde ein Folgeauftrag z. B. als Gruppenarbeit gestaltet und so explizit ein direkter Austausch unter den Lernenden angeregt. Die inhaltliche Grundlage für Kooperation ist mit der gemeinsamen Lernsituation auf jeden Fall gegeben.

Die **Schüler*innenorientierung** wird im *dialogischen Lernen* durch die offenen Arbeitsaufträge und individuellen Rückmeldungen konsequent umgesetzt. Die Schüler*innen haben die Möglichkeit, sich gemäß ihren Voraussetzungen und mit Hilfsmitteln ihrer Wahl mit dem Lerngegenstand auseinanderzusetzen, und wissen, dass dabei ihre Gedanken und Gefühle ernst genommen werden. Ihre Lernergebnisse tragen außerdem zum weiteren Unterrichtsgeschehen bei und haben somit Einfluss auf die Unterrichtsentwicklung. Die Interessen der Schüler*innen können einerseits bei dem Arbeitsauftrag durch die Lehrkraft berücksichtigt werden, andererseits wenn die Lernenden diese in ihren Reisetagebüchern miteinbringen, indem sie z. B. Beispiele aus einem bestimmten Gebiet auswählen oder Verknüpfungen zu ihrem Alltag aufzeigen. Dies wird im Lernmaterial zum Funktionsbegriff besonders im Folgeauftrag 4 möglich, wenn die Schüler*innen Funktionen aus ihrem Alltag benennen sollen. Die Umsetzung der Schüler*innenorientierung findet also hauptsächlich durch die Lernenden selbst statt. Auch im Konzept der *Differenzierungsmatrix* wird eine Schüler*innenorientierung umgesetzt. Diese geht aber größtenteils von der Lehrkraft aus, indem sie Lernausgangslagen und Interessen der Schüler*innen in der Planung berücksichtigt. Auch hier ist es dann wieder entscheidend, dass die Lehrkraft ihre Klasse gut kennt. Alternativ kann vor der Planung auch eine Befragung durchgeführt werden, um die Schüler*innen mehr einzubeziehen. Die Lernenden haben während des Unterrichts aber auch die Möglichkeit, ihren eigenen Lernprozess zu gestalten und Aufgaben nach ihren Interessen zu wählen. Die Differenzierungsmatrix hat hier, wie auch in der Beispielmatrix deutlich wird, durch die Vielfalt an

Aufgaben den Vorteil, mehrere Zugänge anzubieten und so viele Interessen abzudecken. Es ist aber sicher nicht möglich, dadurch alle Schüler*inneninteressen zu berücksichtigen. Es lassen sich allerdings auch in einer Differenzierungsmatrix gut offene Arbeitsaufträge integrieren, durch die die Lernenden eigene Interessen einbringen können, wie z. B. bei den Aufgaben „Sportwettkampf" oder „Funktionen im Alltag".

Ein auf inhaltlicher Basis gemeinsamer Unterricht mit **Schüler*innen mit SFB GENT** lässt sich durch die beiden Konzepte nur teilweise ermöglichen. Hier bleiben vorher geschilderte Schwierigkeiten weiter aktuell. *Differenzierungsmatrizen* sind ursprünglich für einen gemeinsamen Unterricht von Schüler*innen mit SFB Lernen mit Regelschüler*innen entwickelt worden. Sie bieten aber in der Planung gute Möglichkeiten auch Lernende mit SFB GENT zu integrieren. Allerdings kann hier die Entscheidungsfreiheit bei der Aufgabenauswahl für diese Schüler*innen überfordernd sein (Ratz, 2015, S. 69). Ein anderes Problem besteht in der Konzeption von Aufgaben, die sowohl Regelschüler*innen ansprechen und fordern als auch Schüler*innen mit SFB GENT. Die Gefahr besteht, in der Matrix in der ersten Spalte bzw. untersten Zeile einige Aufgaben für Schüler*innen mit SFB GENT zu entwickeln und die restlichen Aufgaben für die restliche Schüler*innengruppe. Das würden die Schüler*innen schnell merken und am Ende wären zwei getrennte Angebote für zwei verschiedene Gruppen in einem Plan die Folge. Beim *dialogischen Lernen* stößt auch der offene Arbeitsauftrag bei einem zu großen Heterogenitätsspektrum an seine Grenzen, weil alle Schüler*innen herausgefordert, aber nicht überfordert werden sollen. Hier bieten aufeinander aufbauende Teilaufträge eine Möglichkeit, alle anzusprechen und sowohl eine niedrige Einstiegsschwelle als auch eine Rampe für gute Schüler*innen zu bieten. Eine weitere große Schwierigkeit stellt dann die Dokumentation der Lernergebnisse dar, da Reisetagebücher - wie bereits ausgeführt - für einige Schüler*innen keine Option sind. Hier müssen dann andere, kreative Lösungen gefunden werden. Beim erstellten Lernmaterial wurde dies durch das Arbeiten mit konkreten Gegenständen und einem Abfotografieren der gelegten Lösungen versucht. Dies kann die schriftliche Reflexion aber sicher nur teilweise ersetzen. Die dritte Schwierigkeit liegt beim weiteren Unterrichtsverlauf, wenn allen Schüler*innen ein gemeinsamer Folgeauftrag gestellt werden soll, die Lernstände aber weit auseinander gehen. Eine Möglichkeit besteht darin, in Abhängigkeit der Ergebnisse vom letzten Arbeitsauftrag verschiedene Folgeaufträge anzubieten. Auch das wurde an einigen Stellen bei der Beschreibung des Lernmaterials angedeutet. Auch die offene und selbstorganisierte Arbeitsweise beim dialogischen Lernen kann bei Schüler*innen mit SFB GENT nicht im gleichen Maße vorausgesetzt werden wie bei den anderen Schüler*innen und muss gegebenenfalls erst eingeübt werden (Werning & Lütje-Klose, 2016, S. 158f).

Zuletzt sollen nun die **Rolle der Lehrkraft** und ihre Aufgaben im Unterricht verglichen werden. In beiden Konzepten kommt der Lehrkraft im Unterricht eher eine begleitende Rolle zu, da sich jeweils die Schüler*innen eigenständig den Lerngegenstand erarbeiten. Die Lehrkraft hat also Zeit, die Lernenden zu beobachten, individuell zu unterstützen und zu beraten. Beim *dialogischen Lernen* wird das explizit ausgeführt und durch den Dialog zwischen Lernenden und Lehrendem umgesetzt. Hier bietet das Konzept im Gegensatz zu vielen anderen sicher die Möglichkeit, jeden Lernenden in den Blick zu nehmen und zu unterstützen, da alle ihr Reisetagebuch abgeben. Die Rückmeldung und Diagnose der Lernstände findet außerhalb der Unterrichtszeit statt. Im Unterricht mit der *Differenzierungsmatrix* muss die Lehrkraft im Unterricht selbst sicherstellen, dass sie alle Lernenden und die vielen Lernstände im Blick behält. Hier hilft die individuelle Matrix jedes Lernenden durch ihre Strukturierung den Überblick zu behalten. Für die Diagnose von Lerngegenständen müssen dann gegebenenfalls die Matrix und einzelne Aufgabenergebnisse eingesammelt werden.

8. Fazit und Ausblick

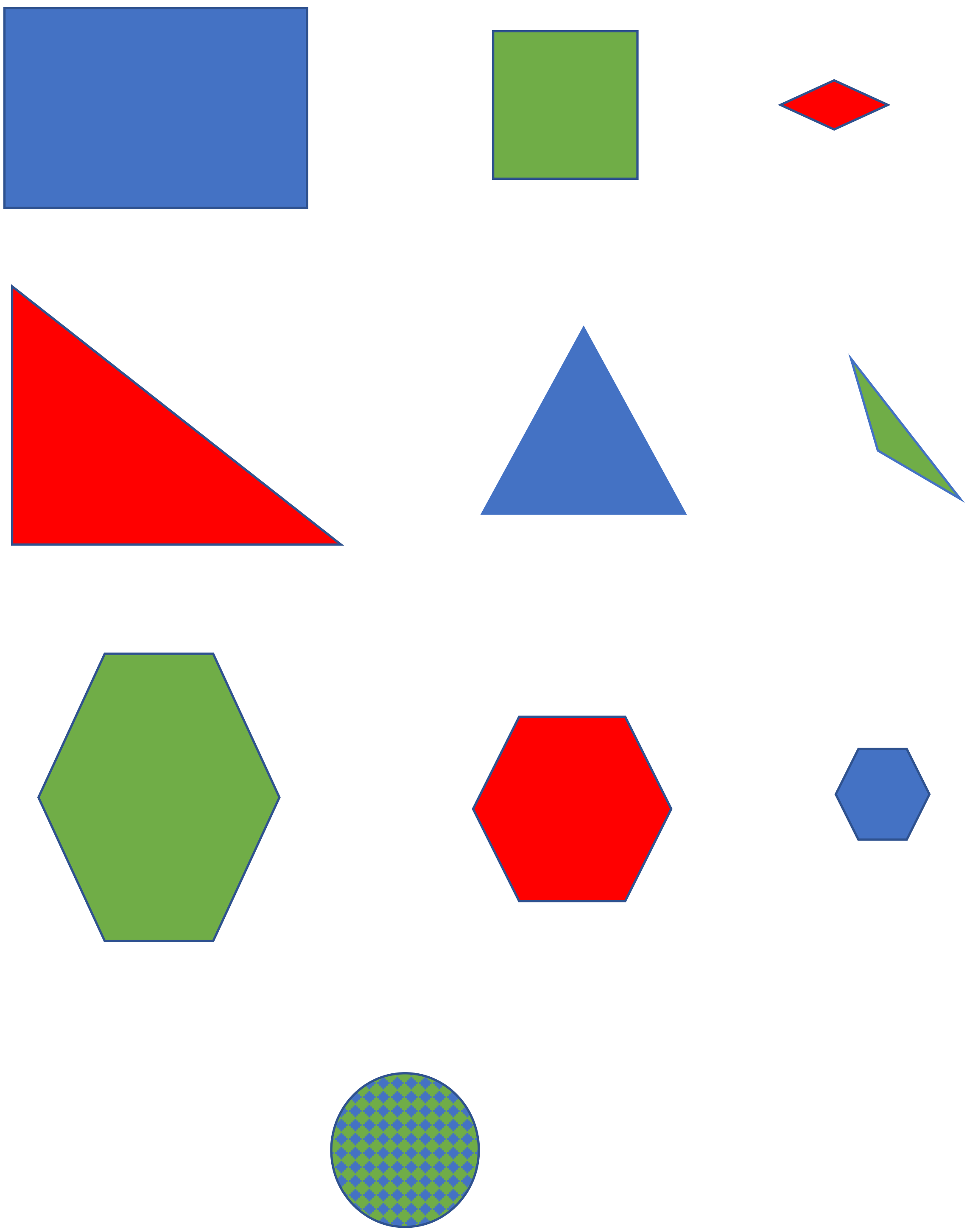
Die Gegenüberstellung der Konzepte macht deutlich, dass unterschiedliche Herangehensweisen an eine inklusive Unterrichtsgestaltung möglich sind. Das dialogische Lernen und die Differenzierungsmatrizen bieten Lehrkräften Möglichkeiten, einen inklusiven Unterricht zu planen, können aber nicht für alle in Kapitel 2.2 genannten Probleme Lösungen bereitstellen. Insbesondere für den Unterricht mit Schüler*innen mit SFB GENT fehlen auch bei diesen Konzepten z. B. in Bezug auf die Dokumentation ihrer Ergebnisse oder Unterstützungsformen für die offene Arbeitsweise Lösungsvorschläge. Hier müssen die Konzepte ergänzt oder andere Konzepte entwickelt werden. Es konnte aber am erstellten Lernmaterial aufgezeigt werden, dass beide Konzepte sich insgesamt für die Planung von inklusivem Unterricht in der Sekundarstufe I eignen und auf verschiedene Themen, auch außerhalb der Leitidee „Zahl und Operation", angewendet werden können.

Des Weiteren wurden die Bedeutung, die dem Funktionsbegriff für ein erfolgreiches Lernen in der Sekundarstufe I und II zukommt, und auch niederschwellige Zugänge zu dem Thema aufgezeigt. So konnte für den inklusiven Unterricht Lernmaterial zu einem zentralen Begriff im Mathematikunterricht der Sekundarstufe entwickelt werden, das die aktuellen didaktischen Prinzipien und Forschungserkenntnisse zum inklusiven Mathematikunterricht, aber auch zum Funktionsbegriff berücksichtigt. Einschränkend bleibt aber festzustellen, dass bei der Entwicklung des Lernmaterials die geforderte Schüler*innenorientierung nicht konsequent umgesetzt werden konnte, da keine konkrete

Lerngruppe zur Verfügung stand. Dadurch kann insbesondere bei der Differenzierungsmatrix, bei der die Differenzierung zu großen Teilen von der Lehrkraft ausgeht, nicht sichergestellt werden, dass das geplante Unterrichtsangebot für eine konkrete inklusive Lerngruppe passend ist. Hier müssen die Aufgaben der Matrix als Vorschläge verstanden werden, die an Interessen und Lernausgangslagen der Schüler*innen einer konkreten Lerngruppe anzupassen sind. Außerdem wurde das entwickelte Lernmaterial nicht im Unterricht erprobt und validiert und somit ist nicht sichergestellt, dass es die Anforderungen an guten inklusiven Unterricht auch wirklich erfüllt. Hier könnten weitere Forschungsarbeiten anknüpfen und den Einsatz des konkreten Unterrichtsmaterials, aber auch der didaktischen Konzepte der Differenzierungsmatrix und des dialogischen Lernens in inklusiven Unterrichtssettings untersuchen. Dadurch könnten die aus der Theorie herausgearbeiteten Vorteile und Schwierigkeiten, die der Einsatz dieser Konzepte für den inklusiven Unterricht bringt, auch in der Praxis überprüft werden.

Anhang

A) Lernmaterial für die Arbeitsaufträge zum dialogischen Lernen



B) Arbeitsaufträge in der Differenzierungsmatrix

1. Zuordnungen am eigenen Körper

Sozialform: Gruppenarbeit (3-6 Schüler*innen)
Material: Messbänder, Waage, Flipchart
Aufgabe: Jede*r von euch besitzt eigene Merkmale. Messt eure Körpergröße, Schuhgröße oder euer Gewicht und ordnet jedem aus eurer Gruppe seine Zahlenwerte zu. Überlegt euch weitere Messungen. Stellt die Ergebnisse in Diagrammen auf dem Flipchart dar.

2. Wasserexperimente

Sozialform: Partnerarbeit
Material: verschiedene Gefäße, Wasser, 100 ml Becher, Lineal, leere Diagramme
Aufgabe:
a) Sucht ein Gefäß aus und füllt 100 ml Wasser hinein, messt dann den Wasserstand. Im Anschluss füllt ihr erneut 100 ml hinein und messt wieder. Wiederholt das Auffüllen und Messen solange, bis das Gefäß voll ist. Tragt die Messwerte im Diagramm ein.
b) Bevor ihr das nächste Gefäß füllt, schätzt, wie viel Wasser hineinpasst und überlegt für alle 100ml-Schritte, wie hoch das Wasser stehen wird. Notiert eure Überlegungen. Dann probiert es aus. Wie genau habt ihr geschätzt?
c) Von welchen Größen hängt der Wasserstand ab?

Ideen von (Affolter, 2005) *und* (Landesinstitut für Lehrerfortbildung, Lehrerweiterbildung und Unterrichtsforschung von Sachsen-Anhalt, 2003, S. 24)

3. Sportwettkampf

Sozialform: Einzelarbeit oder Partnerarbeit
Material: Bild von Sportereignis (z. B. eines bekannten Sportwettkampfs oder den letzten Bundesjugendspielen der Schule)
Aufgabe:
Im Bereich von Sportveranstaltungen und Wettkämpfen kommt es zu vielen Zuordnungen. Welche Zuordnungen fallen dir ein? Du kannst dir Anregungen von dem Bild holen, um dich in die Situation hineinzuversetzen.
Gib für jede Zuordnung die zwei Größen an und überlege dir, welche der Größen von der anderen abhängt. Notiere deine Zuordnungen folgendermaßen:

unabhängige Größe → abhängige Größe

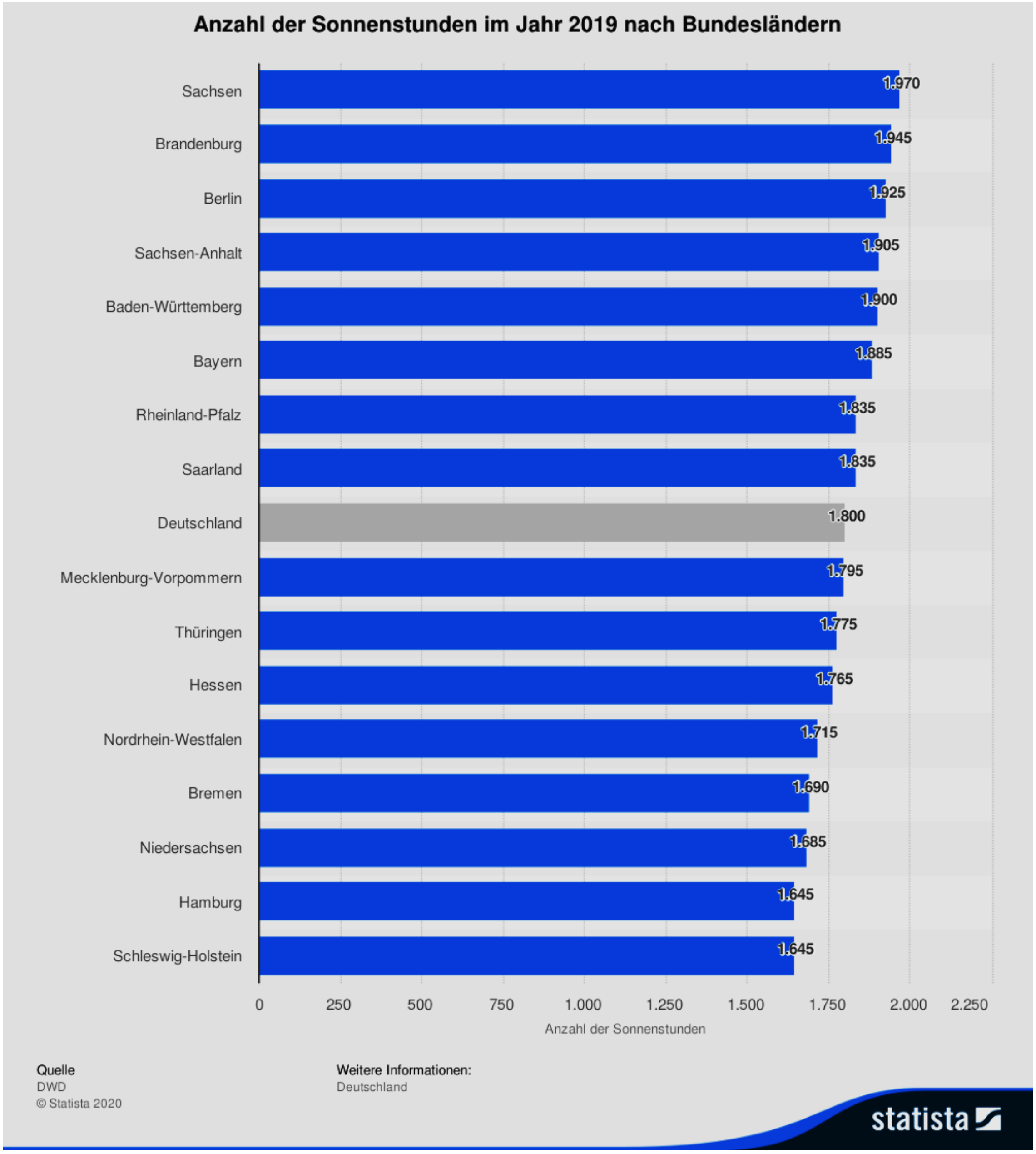
Beispiel Weitwurf: Name des Sportlers → Wurfweite (in Metern)

4. Wetter und Klima

Sozialform: Einzelarbeit oder Partnerarbeit

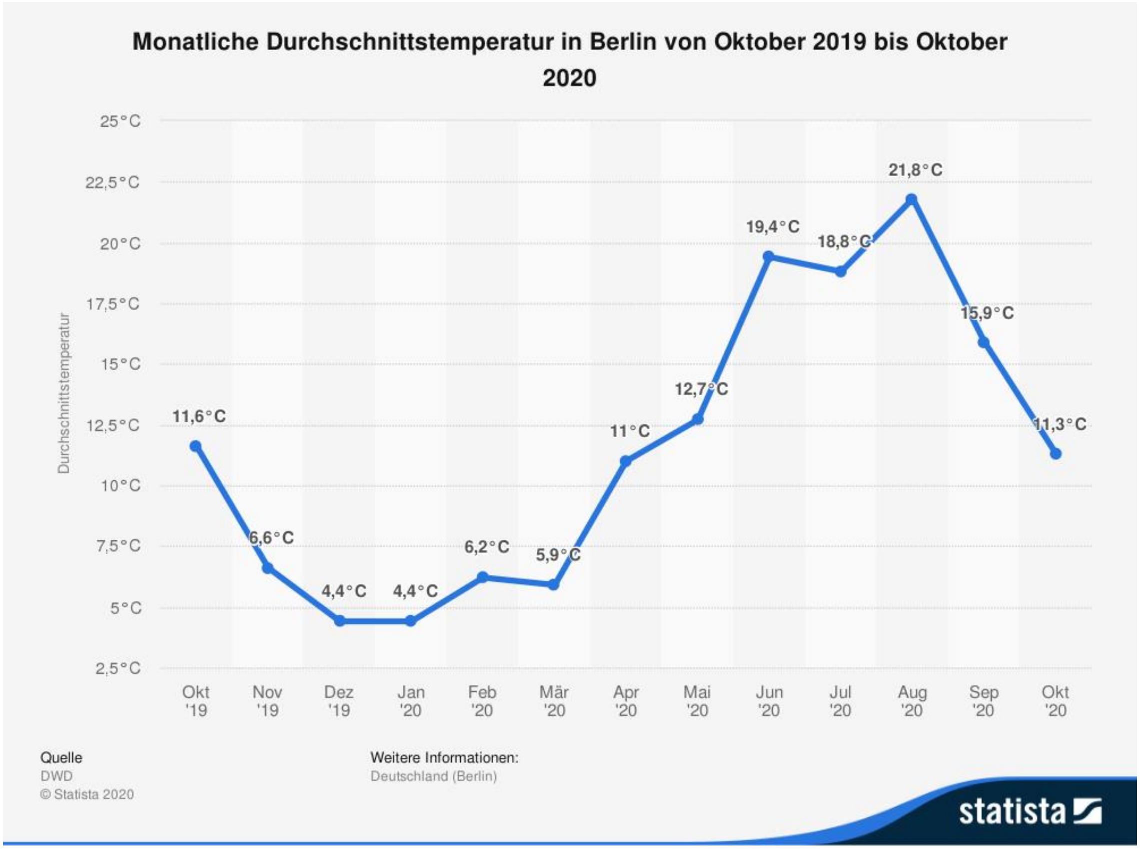
Material: Klima- und Temperaturdiagramme

Diagramm 1



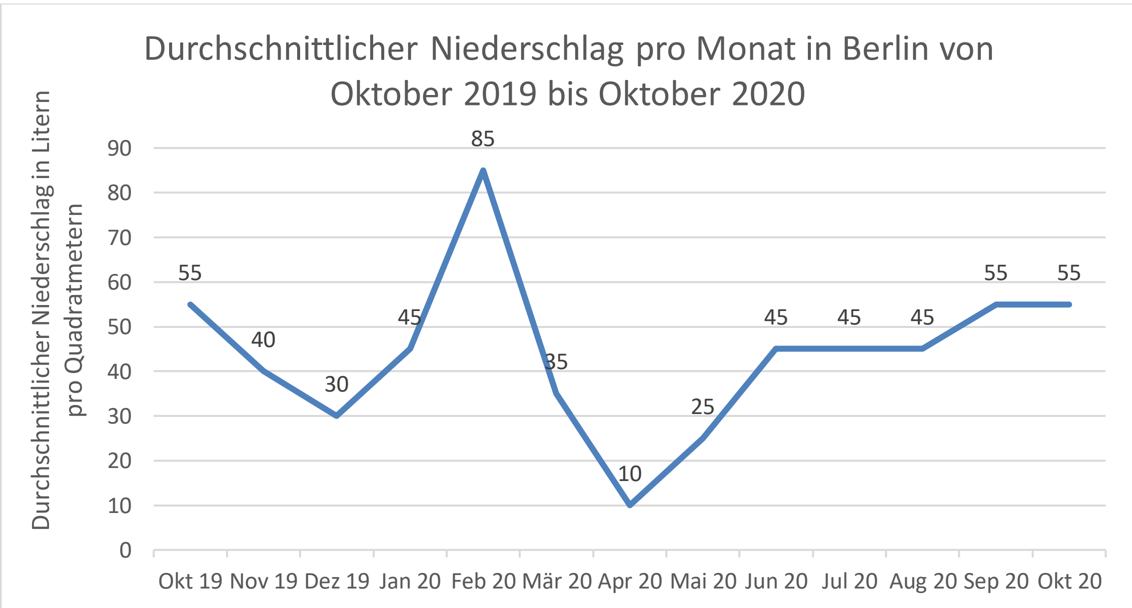
(https://de.statista.com/statistik/daten/studie/249928/umfrage/temperatur-im-jahr-nach-bundeslaendern/)

Diagramm 2



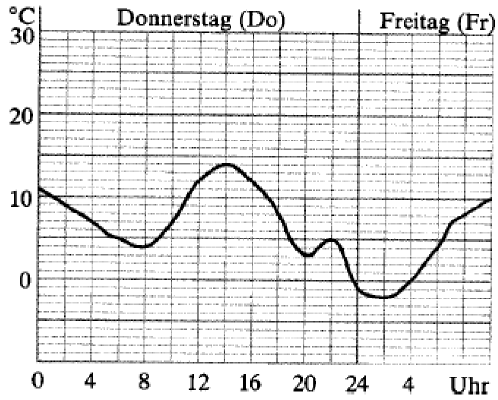
(https://de.statista.com/statistik/daten/studie/576575/umfrage/monatliche-durch-schnittstemperatur-in-berlin/)

Diagramm 3



(Daten abgerufen von: https://de.statista.com/statistik/daten/studie/576843/um-frage/durchschnittlicher-niederschlag-pro-monat-in-berlin/)

Diagramm 4: Temperaturkurve eines Temperaturschreibers



(Landesinstitut für Lehrerfortbildung, Lehrerweiterbildung und Unterrichtsforschung von Sachsen-Anhalt, 2003, S. S. 12)

Aufgabe:

a) In den Diagrammen vor dir sind verschiedene Zuordnungen dargestellt. Schaue dir die Diagramme an und überlege dir, wie die Größen einander zugeordnet werden. Beachte dabei die Achsenbeschriftungen.
Formuliere zu den Diagrammen Sätze.

b) Überlege dir Fragen, die mit den Diagrammen beantwortet werden können.

5. Aus eins mach zwei

Sozialform: Einzelarbeit

Aufgabe:

Zuordnungen müssen sich nicht immer aus einem inhaltlichen Kontext ergeben, sondern können auch einfach zwischen Zahlen gebildet werden.
Ein Beispiel für eine solche Zuordnung ist: Ordne jeder Zahl ihr Doppeltes zu.
a) Führe die Zuordnung für die Werte 1,3,4,6,7,10 durch und trage sie in eine Wertetabelle ein. Wie lautet die allgemeine Zuordnungsvorschrift: x → ?
b) Erfinde weitere Zuordnungen und gebe die Vorschrift in Worten und als Term an. Erstelle jeweils eine Wertetabelle.

6. Formen, Farben, Ecken, Längen…

Sozialform: Einzelarbeit oder Partnerarbeit

Material: Geometrische Figuren aus Anhang A aus Holz; Geodreieck

Aufgabe:

1. Schau dir die Figuren an. Sie bilden jetzt deine Definitionsmenge. Führe die folgenden Zuordnungen durch. Halte deine Ergebnisse fest.

a) Sortiere die Figuren nach ihrer Farbe.

b) Sortiere die Figuren nach der Anzahl ihrer Ecken.

c) Ordne jeder Figur ihren Umfang zu.

d) Ordne jeder Figur ihre geometrische Form zu.

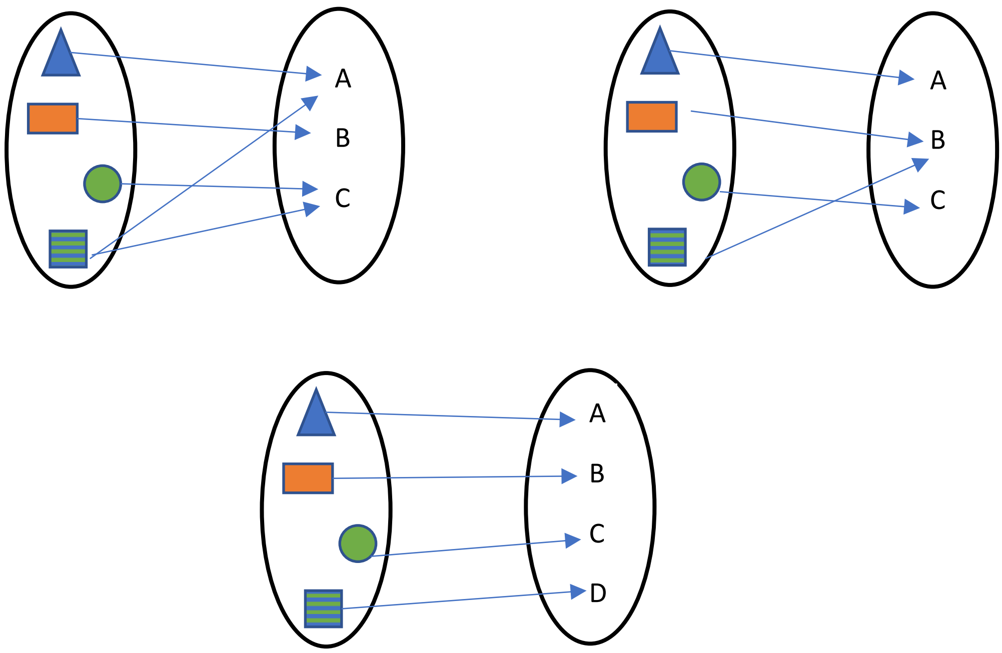
2. Vergleiche nun deine Zuordnungen. Was fällt dir auf? Worin unterscheiden sich die Zuordnungen?

7. Geometrische Figuren

Sozialform: Einzelarbeit

Material: geometrische Figuren und Zuordnungsdiagramme

Jede Figur wird den Kategorien A, B, C oder D zugeordnet!



Aufgabe:

1. Schau dir die Figuren und die Zuordnungsdiagramme an. Überlege dir zunächst nach welchem Kriterium jeweils geordnet wurde und wofür die Buchstaben jeweils stehen. Wenn du es überprüfen willst, führe die Zuordnung erneut durch.

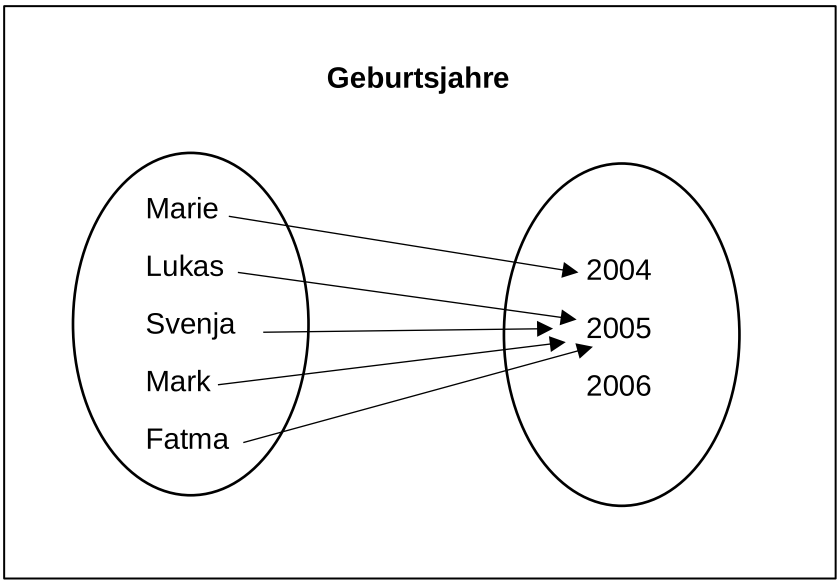
2. Die Diagramme sehen unterschiedlich aus. Benenne alle Unterschiede, die dir auffallen. Wodurch entstehen die Unterschiede?

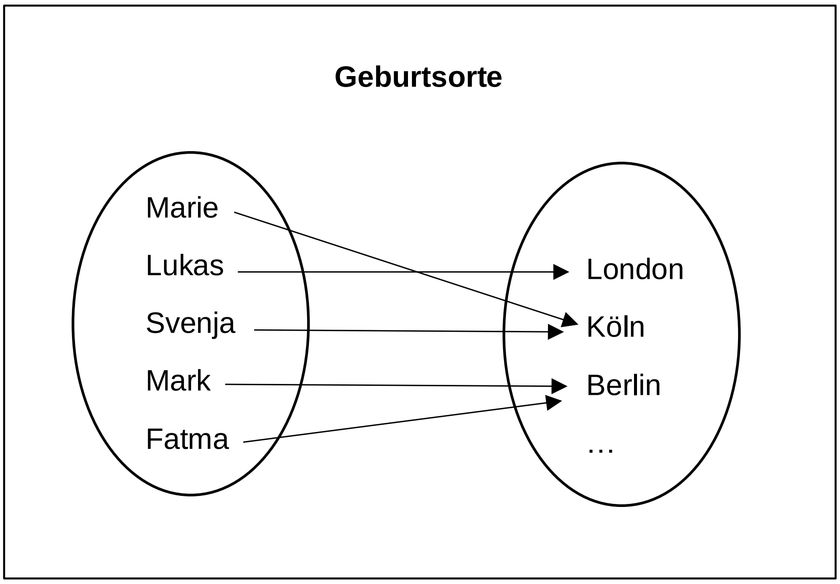
8. Lieblingsmusiker*in/Bands

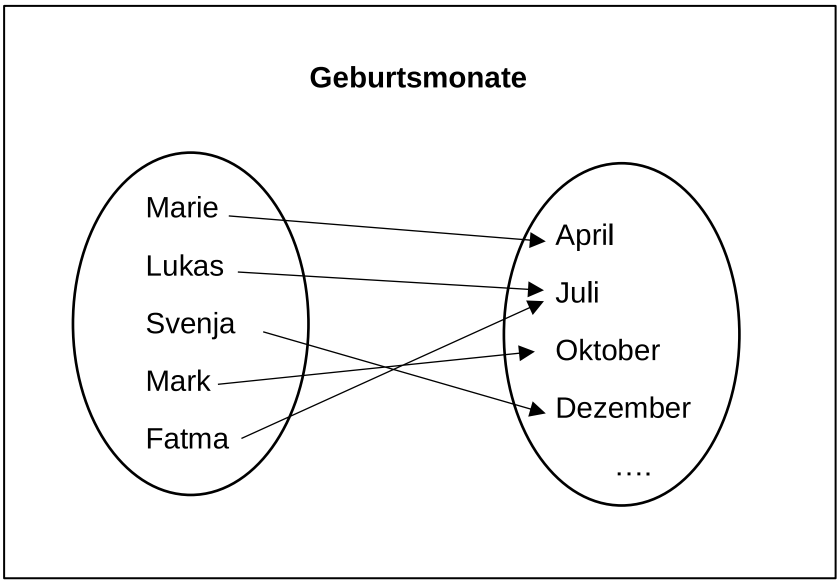
Sozialform: Gruppenarbeit (Ich-Du-Wir-Methode)
Material: Recherchemöglichkeit, Auswahl an verschiedenen bekannten und beliebten Musiker*innen, Bands
Aufgabe:
a) (Ich) Hast du einige Lieblingskünstler*innen? Im Bereich der Musik ist es nicht immer einfach diese nach Genres zu sortieren. Versuche deine Lieblingskünstler*in in die Musikgenres Schlager, Pop, Hip-Hop, Rap, Rock, Klassik, etc. in die Tabelle einzuordnen. Wenn dir keine Künstler*innen einfallen, kannst du die an der Station ausgelegten Musiker*innen zuordnen.
b) (Du) Tausche dich dann mit deinem Partner/deiner Partnerin über die Einordnung aus. Wenn ihr nicht sicher seid, könnt ihr gern recherchieren.
Gibt es Musiker*innen, die sich nicht eindeutig zuordnen lassen? Was ist das Problem? Wie könntet ihr die Zuordnung „Musiker*in → Genre“ verändern, damit sie für eure Musiker eindeutig wird?
c) (Wir) Stellt euch eure Zuordnungen und die aufgetretenen Probleme vor. Könnt ihr eine Zuordnung finden, sodass alle Musiker*innen der Gruppe eindeutig eingeordnet werden können?

9. Geburtstage

Sozialform: Gruppenarbeit (5 Schüler*innen, dann kann mit eigenen Daten gearbeitet werden; dazu die Aufträge in Klammern) oder Einzelarbeit (dann wird mit den Beispieldaten gearbeitet)
Material: verschiedene Diagramme







Aufgabe:

Marie, Lukas, Svenja, Mark und Fatma machen sich Gedanken um Daten rund um ihren Geburtstag. Sie interessieren sich dabei für Geburtsmonate, -jahre und -orte und erstellen die abgebildeten Zuordnungen. (Erstellt die Zuordnungen auch für eure Gruppe.)

Marie fällt dabei auf, dass vier von ihnen im gleichen Jahr geboren wurden und es auch bei den Orten Überschneidungen gibt. (Wie ist das bei euch?) Es wäre auch spannend die Zuordnungen einmal umzudrehen, denkt sie.

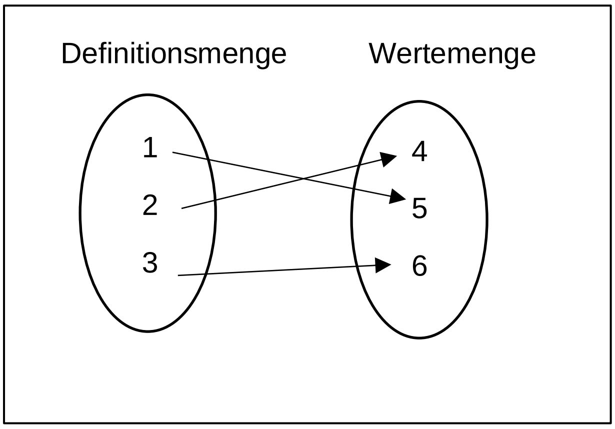
a) Hilf Marie und erstelle zu allen Zuordnungen die umgekehrte Zuordnung. (Dreht eure Zuordnungen um.)

b) Vergleiche jetzt deine umgekehrten Zuordnungen mit den Vorherigen. Was ist anders? Was passiert bei der Zuordnung „Geburtsjahr → Kind“?

10. Zuordnungen im Mengenpfeildiagramm

Sozialform: Einzelarbeit

Material: Ein mögliches Mengenpfeildiagramm



Aufgabe:

In diesem Mengenpfeildiagramm ist eine mögliche Zuordnung zwischen den beiden Zahlenmengen {1,2,3} und {4,5,6} dargestellt.

a) Suche neun weitere unterschiedliche Zuordnungen zwischen diesen Zahlenmengen. Zwei Zuordnungen sind unterschiedlich, wenn mindestens ein Element anders zugeordnet wird. Stelle deine Zuordnungen in Mengenpfeildiagrammen dar.

b) Vergleiche deine gefundenen Zuordnungen. Gibt es Ähnlichkeiten oder Unterschiede?

c)* Wie viele verschiedene Zuordnungen sind zwischen diesen Mengen insgesamt möglich?

11. Das lebende Koordinatensystem

Sozialform: Gruppenarbeit (6-8 Schüler*innen)

Material: 1. Quadrant des Koordinatensystem auf den Boden kleben, 3 Umschläge mit je 8 Funktionskarten (einmal jeweils ein Wert, einmal zwei Karten leer, einmal zwei Karten mit je zwei Werten)

Aufgabenstellung:

a) Sucht euch einen Umschlag aus und stellt euch in einer Reihe an einer Achse des Koordinatensystems auf. Dies ist die x-Achse. Zieht jeder eine Karte aus dem Umschlag. Dort steht der für euch gültige y-Wert. Nehmt diesen ein, indem ihr euch in das Koordinatensystem stellt. Bei Schwierigkeiten überlegt in der Gruppe, wie ihr sie lösen könnt. Wie sieht euere jeweilige Zuordnung aus? Macht ein Foto.

b) Vergleicht die drei Zuordnungen. Was war jeweils gleich, was anders?
c) Funktionen sind eindeutige Zuordnungen. Das heißt jedem x-Wert wird ein eindeutiger y-Wert zugeordnet. War bei den Zuordnungen eine Funktion dabei?
d) Denkt euch eine eigene Funktion aus und stellt euch auf.

Aufgabe entwickelt nach der Idee von (Henninger, Dettling, & Schöneich, 2013)

12. Pizzabestellungen

Sozialform: Partnerarbeit oder Gruppenarbeit
Material: Karte für Bestellungen

Bestellkarte Pizzeria am Park

Getränke		***Pizzen***	
Cola	1,50€	Margherita	6,50€
Wasser	1,20€	Salami	7,00€
Mate	2,00€	Thunfisch	8,00€
Desserts		***Extras für die Pizza***	
Tiramisu	2,50€	Oliven	0,40€
Eis	1,50€	Champignons	0,60€
Kuchen	3,00€	Rucola	0,80€

Aufgabe:
a) Schaut euch das Angebot auf der Karte an. Ihr habt genau 10 Euro zur Verfügung. Schreibt verschiedene mögliche Bestellungen auf, bei denen ihr genau die 10 Euro ausgebt.
b) Bei der Zuordnung „Preis → Bestellung“ handelt es sich nicht um eine eindeutige Zuordnung. Wieso nicht?
c) Funktionen sind Zuordnungen, bei denen jedem Element der Definitionsmenge genau ein Element der Wertemenge zugeordnet wird. Erfindet Einschränkungen für die Bestellung, sodass die Zuordnung eindeutig und damit zur Funktion wird.

Aufgabe entwickelt nach Ideen vom (Landesinstitut für Lehrerfortbildung, Lehrerweiterbildung und Unterrichtsforschung von Sachsen-Anhalt, 2003, S. 29f.)

13. Funktionen im Alltag

Sozialform: Einzel- oder Partnerarbeit
Aufgabe: Eindeutige Zuordnungen sind solche, bei denen jedem Element der Definitionsmenge genau ein Element der Wertemenge zugeordnet wird. Sie werden auch Funktionen genannt
1) Welche Zuordnungen sind Funktionen? Begründe deine Antwort! Tausche dich dann mit deinem Partner aus.

a) Anzahl der Arbeitsstunden → Lohn
b) Seitenlänge eines Quadrates → Umfang des Quadrates
c) Heizdauer → Wassertemperatur
d) Umfang eines Rechtecks → Seitenlänge eines Rechtecks
e) Fahrkartenpreis → Bahnkilometer
f) Bahnkilometer → Fahrkartenpreis
g) Zahl → Doppelte der Zahl
h) Körpergröße → Körpermasse
i) Parkdauer → Parkgebühr
j) Parkgebühr → Parkdauer
k) Ort → Postleitzahl
l) Postleitzahl → Ort
m) Schüler*in → Halbjahresnote Mathe

2) Überlege dir weitere Beispiele von Funktionen.

(Landesinstitut für Lehrerfortbildung, Lehrerweiterbildung und Unterrichts-forschung von Sachsen-Anhalt, 2003, S. 32)

14. Physikexpertiment

Sozialform: Einzelarbeit
Aufgabe:
Bei einem Schülerexperiment wurden folgende Messprotokolle aufgenommen:
Messreihe 1:

U in Volt	2	4	6	8	10
I in mA	20	40	60	80	100

Messreihe 2:

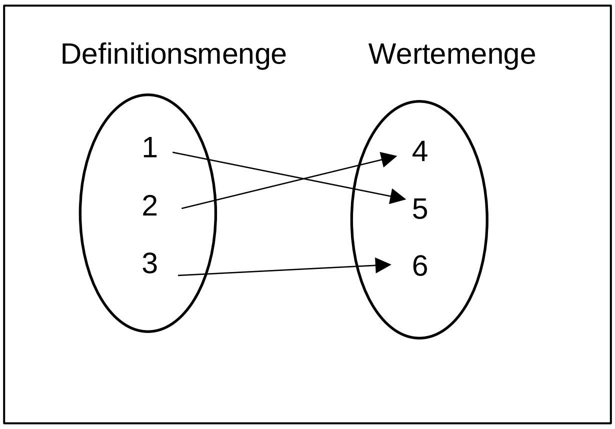
U in Volt	2	4	6	8	10
I in mA	25	44	65	65	98

a) Übertrage die Messwerte jeweils in ein Koordinatensystem!

b) Überprüfe, ob eine Funktion vorliegt! Eine Funktion ist dabei eine Zuordnung, bei der jedem Element der Definitionsmenge genau ein Element der Wertemenge zugeordnet wird.

15. Funktionen im Mengenpfeildiagramm

Sozialform: Einzelarbeit oder Partnerarbeit
Material:



Aufgabe:
In diesem Mengenpfeildiagramm ist eine mögliche Funktion zwischen den beiden Zahlenmengen dargestellt. Eine Funktion ist dabei eine Zuordnung, bei der jedem Element der Definitionsmenge genau ein Element der Wertemenge zugeordnet wird.
a) Suche alle weiteren Funktionen, die zwischen den Mengen möglich sind und stelle sie in Mengenpfeildiagrammen dar.
b) Gib zwei Beispiele für Zuordnungen zwischen den Mengen, bei denen es sich nicht um Funktionen handelt.
c) Formuliere in eigenen Worten, wodurch man eine Funktion im Mengenpfeildiagramm erkennen kann.

16. Funktionen legen

Sozialform: Einzelarbeit oder Partnerarbeit
Material: viele Spielsteine, Koordinatensystemfeld, Tabellenvorlage
Aufgabe:
Zuordnungsvorschrift 1: Ordne jeder Zahl ihr Doppeltes zu.
Zuordnungsvorschrift 2: Verdopple in jedem Schritt den vorherigen

Funktionswert.

1) Lies dir Zuordnungsvorschrift 1 durch und wähle eine Darstellungsform (Tabelle oder Koordinatensystem). Beginne bei eins und führe die Zuordnungsvorschrift aus. Lege dafür die Anzahl der Plättchen an die richtige Stelle des Koordinatensystems oder der Tabelle. Lege dann die Funktion in der anderen Darstellungsform. Musst du nochmal neu rechnen?

2) Mache nun dasselbe mit der Zuordnungsvorschrift 2. Vergleiche die beiden Funktionen. Was fällt dir auf? Warum sind trotzdem beides Funktionen?

17. **Das Gummibandmodell**

Sozialform: Partnerarbeit

Material: Stabilen Kreis, an dem an einer Stelle (P) am Außenrand ein Gummiband fixiert ist. Alternativ ist auch eine Bearbeitung mit Geogebra möglich *(https://www.juergen-roth.de/dynageo/sehne_aenderung/kreissehne.html)*

„Gummibandmodell“: Man stelle sich die Sehne *s* als Gummiband vor, das man an einer Seite festhält und spannt. Wie (d. h. in welche Richtung) muss man am anderen Ende ziehen, damit sich die Länge des Gummibandes maximal bzw. überhaupt nicht ändert? Die maximale Längenänderung erfolgt offensichtlich, wenn man in die durch die aktuelle Lage des Gummibandes festgelegte Richtung weiter zieht. Keine Änderung erfolgt, wenn man das Ende senkrecht zur aktuellen „Sehnenrichtung“ bewegt.

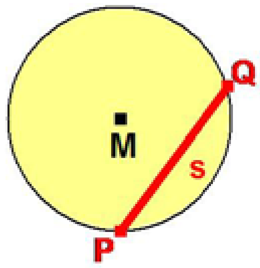


Tabelle 1

Punkt auf dem Kreis	Sehnenlänge
A	
B	
C	
D	

Tabelle 2

Sehnenlänge	Punkt auf dem Kreis

Aufgabe:

1) Schau dir das Gummibandmodell an. Es wird genutzt, um Sehnenlängen darzustellen. (Hinweis: Eine Sehne ist die Strecke zwischen zwei

Kreispunkten.)

2) Stell dir vor, wie der zweite Punkt der Sehne (Q) die Kreislinie entlangwandert. Auf dem Kreis sind verschiedene Punkte markiert. Überlege dir, wie lang die Sehne an diesen Punkten ungefähr wäre, messe nach und fülle Tabelle 1 aus. (Alternativ: Lies die Sehnenlängen für die Punkte im Modell in Geogebra ab.) Trag danach in Tabelle 2 ein, welche der Seitenlängen an welchem Punkt angenommen werden.

3) Vergleiche die Tabellen. Was fällt auf? Hast du eine Funktion entdeckt.

Angelehnt an (Roth, 2005)

18. Kerzen

Sozialform: Einzelarbeit

Aufgabe:

a) Kerzen brennen unterschiedlich schnell ab. Woran kann das liegen? Überlege dir Zuordnungen, bei denen die Brenndauer die abhängige Größe darstellt.

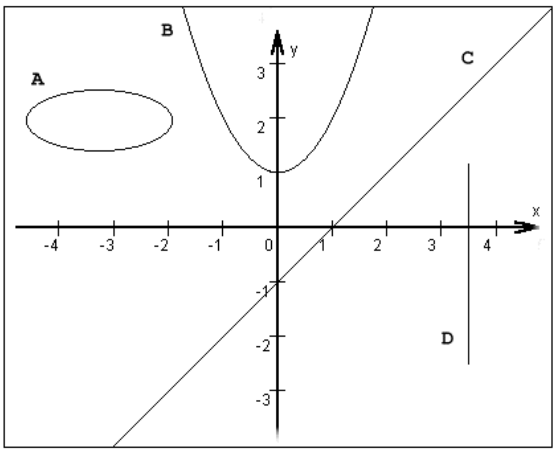
b) Trag deine Zuordnungen in eine Tabelle und denke dir Werte aus.

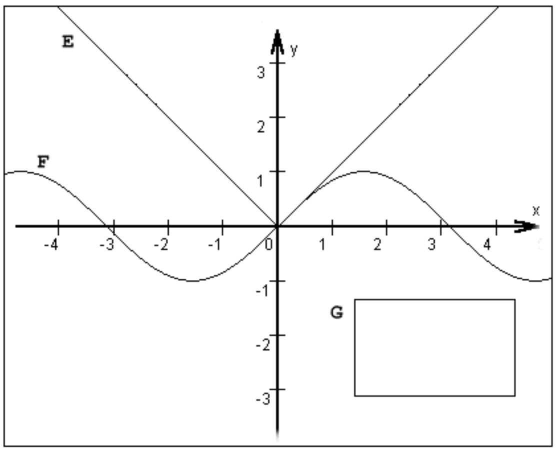
c) Handelt es sich um Funktionen?

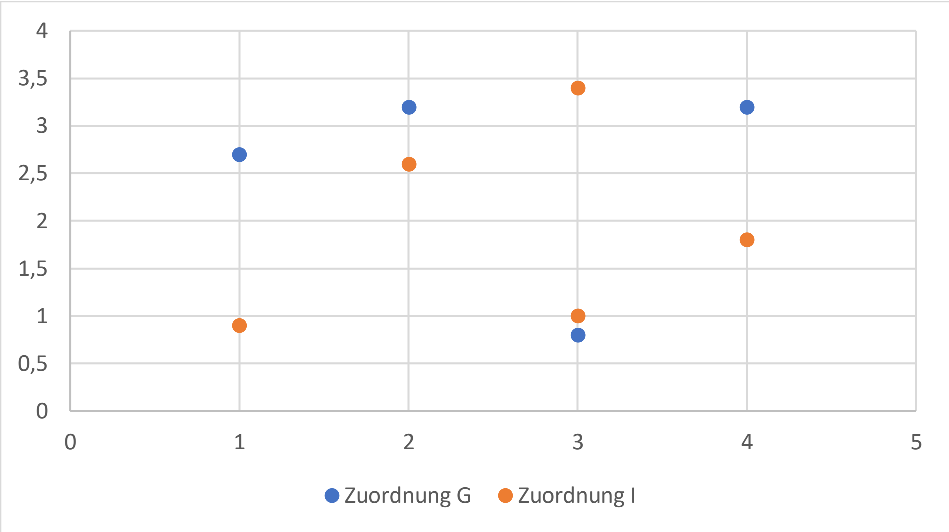
19. Graphen vergleichen

Sozialform: Partnerarbeit

Material:







Aufgabe:

Bei welchen der Graphen A bis I handelt es sich um Funktionsgraphen? Begründe deine Entscheidung. Diskutiere deine Auswahl dann mit deinem Partner/deiner Partnerin. Wenn ihr unsicher seid, vergleicht mit der Beispiellösung oder fragt eure Lehrkraft.

(Landesinstitut für Lehrerfortbildung, Lehrerweiterbildung und Unterrichtsforschung von Sachsen-Anhalt, 2003, S. 33)

20. Funktionsdomino

Sozialform: Partnerarbeit oder Einzelarbeit

Material: ausgeschnittenes Domino

Aufgabe: Mischt die "Dominosteine" und verteilt sie untereinander. Beantwortet die rechts stehenden Fragen und sucht die zugehörigen, links stehenden Antworten. Bildet eine Reihe vom START über „Was ist eine Funktion“ – zugehörige Antwort – nächste Frage – zugehörige Antwort usw. bis ENDE.

Start	Was ist eine Funktion?
Eine eindeutige Zuordnung, bei der jedem x genau ein Wert y zugeordnet wird.	Wie nennt man eine Beziehung zwischen einer abhängigen und einer unabhängigen Variablen?

Zuordnung (Spezialfall: Funktion)	Woran erkennt man Funktionen im Koordinatensystem?
Es gibt keine senkrechten Striche. Jede senkrechte Linie schneidet den Funktionsgraphen in maximal einem Punkt.	Woran erkennt man Funktionen im Mengenpfeildiagramm?
Von jedem Element der Definitions-menge geht genau ein Pfeil ab.	Was unterscheidet eine Funktion von einer Zuordnung?
Eine Funktion ordnet jedem x genau ein y zu, bei einer Zuordnung gibt es x-Werte, die mehreren oder keinem y-Wert zugeordnet werden.	Liegen die Punkte A(1; 4) und B(1; 7) auf einem Funktionsgraphen?
Nein, denn es werden einem x-Wert zwei y-Werte zugeordnet.	Nennt grundlegende Arten der Dar-stellung von Funktionen.
Funktionsgleichung/Zuordnungsvor-schrift Wertetabelle Graph Mengenpfeildiagramm Text	Woran erkennt man Funktionen in der Wertetabelle?
Zu jedem x-Wert ist auch ein y-Wert eingetragen. Das heißt kein Feld bei den y-Werten bleibt leer oder enthält mehrere Werte.	Ende

(QUA-LiS NRW, 2020a)

Literaturverzeichnis

Affolter, W. (2005). Vom Experiment zur Interpretation von Graphen. Ein Unterrichtsbeispiel zum aktiv-entdeckenden Lernen in der Sekundarstufe. *Prasix der Mathematik in der Schule*, 47 (2), S. 8-12.

Büchter, A., & Henn, H.-W. (2010). *Elementare Analysis. Von der Anschauung zur Theorie.* Heildelberg: Spektrum.

Feuser, G. (1995). *Behinderte Kinder und Jugendliche: zwischen Integration und Aussonderung.* Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft.

Feuser, G. (2007). *Lernen am "Gemeinsamen Gegenstand".* Luzern: Pädagogische Hochschule Zentralschweiz. Abgerufen am 2. 10. 2020 von https://www.georg-feuser.com/wp-content/uploads/2019/06/Feuser-Lernen-am-Gem-Geg.pdf

Feuser, G. (2019). *Schulisch-unterrichtliche Inklusion - Eine Frage der Didaktik.* Abgerufen am 2. 10. 2020 von https://www.georg-feuser.com/wp-content/uploads/2019/05/Feuser-G.-Schulisch-unterrichtliche-Inklusion-eine-Frage-der-Didaktik-Uni-M%C3%BCnster-20-05-2019.pdf

Forsa. (2017). *Inklusion an Schulen aus Sicht der Lehrkräfte in Deutschland - Meinungen, Einstellungen und Erfahrungen. Ergebnisse einer repräsentativen Lehrerbefragung.* Abgerufen am 28.09.2020 von https://www.vbe.de/fileadmin/user_upload/VBE/Service/Meinungsumfragen/2017_05_10_Inklusion_an_Schulen_Auswertung.pdf

Gallin, P. (2006). *Kernideen als Brücke zwischen Erfahrung und Fachwissen.* Abgerufen am 07.07.2020 von https://www.gallin.ch/ArtikelGallinKernideen.pdf

Gallin, P. (2010). Dialogisches Lernen. Von einem pädagogischen Konzept zum täglichen Unterricht. *Grundschulunterricht Mathematik*, 57 (2), S. 4-9. Abgerufen am 7. 10. 2020 von http://www.zora.uzh.ch

Gallin, P., & Hußmann, S. (Februar 2006). Dialogischer Unterricht - aus der Praxis in die Praxis. *Praxis der Mathematik in der Schule,* 48 (7), S. 1-6.

Görel, G. (2019). *Inklusiver Unterricht aus Sicht von Grundschullehrkräften. Die Bedeutung von persönlichen Ressourcen.* Wiesbaden: Springer VS.

Greefrath, G., Oldenburg, R., Siller, H.-S., Ulm, V., & Weigand, H.-G. (2016). *Didaktik der Analysis: Aspekte und Grundvorstellungen zentraler Begriffe.* Berlin-Heidelberg: Springer Spektrum.

Greiner, F., & Kracke, B. (2018). Heterogenitätssensible Hochschullehre- Einsatz einer Differenzierungsmatrix. *Zeitschrift für Hochschulentwicklung*, 13 (1), S. 69-83.

Greiner, F., Kämpfe, N., Weber-Liel, D., Kracke, B., & Dietrich, J. (2019). Flexibles Lernen in der Hochschule mit Digitalen Differenzierungsmatrizen. *Zeitschrift für Hochschulentwicklung*, 14 (3), S. 287-302.

Heimlich, U. (2012). *Gemeinsam von Anfang an. Inklusion für unsere Kinder mit und ohne Behinderung.* München: Ernst Reinhardt Verlag.

Henn, H.-W., & Eschenbroich, H.-J. (2014). Funktionen analysieren. *Mathematik lehren,* 187, S. 2-7.

Henninger, P., Dettling, N., & Schöneich, B. (2013). Das lebende Koordinatensystem. In M. Kramer (Hrsg.), *Algebra und Analysis als Abenteuer. Eine handlungs- und erlebnisorientierte Vorlesung.* (S. 113-115). Freiburg: Uni Freiburg. Abgerufen am 11. 4. 2020 von http://home.mathematik.uni-freiburg.de/didaktik/downloads.html

Herkenhoff, J. (2020). *Inklusiver Mathematikunterricht. Entwicklung eines Instruments zur Planung von Mathematikunterricht in einem inklusiven Setting.* Wiesbaden: Springer VS.

Hofmann, R., & Roth, J. (2018). *Von der Situation zum Graph und umgekehrt – Hindernisse und Schülervorstellungen.*

Höveler, K., & Prediger, S. (2017). Vielfältige Rechenwege finden, erläutern und begründen. Gemeinsames Lernen in inklusiven Klassen inszenieren. *mathematik lehren*, 201, S. 11-16.

Hummenberger, H., & Schuppar, B. (2019). *Mit Funktionen Zusammenhänge und Veränderungen beschreiben.* Berlin: Springer Spektrum.

Käpnick, F. (2014). *Mathematiklernen in der Grundschule.* Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum.

Keller, S., Ruf, U., & Winter, F. (Hrsg.). (2008). *Besser lernen im Dialog: Dialogisches Lernen in der Unterrichtspraxis.* Seelze-Velber: Kallmayer, Klett.

Klemm, K. (2015). *Inklusion in Deutschland. Daten und Fakten.* Gütersloh: Bertelsmann Stiftung.

Klemm, K. (2018). *Unterwegs zur inklusiven Schule. Lagebericht 2018 aus bildungsstatistischer Perspektive.* Gütersloh: Bertelsmann Stiftung.

KMK. (2020a). *Sonderpädagogische Förderung in Schulen 2009 bis 2018.* Berlin.

KMK. (2020b). *Sonderpädagogische Förderung in allgemeinen Schulen (ohne Förderschulen) 2017/2018.* Berlin.

Korff, N. (2016). *Inklusiver Mathematikunterricht in der Primarstufe: Erfahrungen, Perspektiven und Herausforderungen.* Baltmannsweiler: Schneider Verlag Hohengehren.

Krauthausen, G., & Scherer, P. (2007). *Einführung in die Mathematikdidaktik* (3. Auflage.). Heidelberg: Springer Spektrum.

Kutzer, R. (1979). Anmerkungen zum Struktur- und Niveauorientierten Unterricht. In H. Probst (Hrsg.), *Kristische Behindertenpädagogik in Theorie und Praxis* (S. 29-62). Oberbiel: Jarick.

Landesinstitut für Lehrerfortbildung, Lehrerweiterbildung und Unterrichtsforschung von Sachsen-Anhalt (2003). *„Zuwachs von Kompetenz erfahrbar machen: Kumulatives Lernen“ Modul 5 .* Abgerufen am 22.10.2020 von https://www.bildung-lsa.de/archiv/sinus/material.htm

Lengnik, K. (2005). "Abhängigkeit von Größen"- zwischen Mathematikunterricht und Lebenswelt (7.-9. KL). *Praxis der Mathematik in der Schule*, 47 (2), S. 13-19.

Lenze, M., & Lutz-Westphal, B. (2015). Fachdidaktische Ansätze für einen inklusiven Mathematikunterricht am Beispiel der Einführung in die beschreibende Statistik. In J. Riegert, & O. Musenberg (Hrsg.), *Inklusiver Fachunterricht in der Sekundarstufe* (S. 43-57). Stuttgart: Kohlhammer.

Leuders, T., & Prediger, S. (2017). *Flexibel differenzieren und fokussiert fördern im Mathematikunterricht* (2. Auflage). Berlin: Cornelsen Verlag.

Lutz-Westphal, B., & Skutella, K. (2019). Lernen am Gemeinsamen Gegenstand – Ansatzpunkte für einen inklusiven Mathematikunterricht. In A. Behrendt, F. Heyden, & T. Häcker (Hrsg.), *"Das Mögliche, das im Wirklichen (noch) nicht sichtbar ist..." Planung von Unterricht für heterogene Lerngruppen – im Gespräch mit Georg Feuser* (S. 97-118). Düren: Shaker Verlag.

Marxer, M. (2015). Funktionale Zusammenhänge auf den Punkt gebracht. Oder: Warum sich Funktionen nicht gerne „verschieben" lassen. In F. Caluori, H. Linneweber-Lammerskitten, & C. Streit (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht* (S. 616-619). Münster: WTM-Verlag.

Musenberg, O., & Riegert, J. (2015). Inklusiver Fachunterricht als didaktische Herausforderung. In J. Riegert, & O. Musenberg (Hrsg.), *Inklusiver Fachunterricht in der Sekundarstufe* (S. 13-28). Stuttgart: Kohlhammer.

Nitsch, R. (2015). *Diagnose von Lernschwierigkeiten im Bereich funktionaler Zusammenhänge. Eine Studie zu typischen Fehlermustern bei Darstellungswechseln.* Wiesbaden: Springer Spektrum.

Noll, A. (2020). *Lesebarrieren in einem inklusiven Mathematikunterricht überwinden. Ergebnisse einer qualitativen und einer quantitativen Studie.* Wiesbaden: Springer Spektrum.

Oechsle, U. (2020). *Mathematikunterricht im Kontext von Inklusion. Fallstudien zu gemeinsamen Lernsituationen.* Wiesbaden: Springer Spektrum.

Piezunka, A., Schaffus, T., & Grosche, M. (2017). Vier Definitionen von schulischer Inklusion und ihr konsensueller Kern. Ergebnisse von Experteninterviews mit Inklusionsforschenden. *Unterrichtswissenschaft,* 45 (4), S. 2017-222.

Prengel, A. (2013). Humane entwicklungs- und leistungsförderliche Strukturen im inklusiven Unterricht. In V. Moser (Hrsg.), *Die inklusive Schule. Standards für die Umsetzung* (2. Auflage, S. 177-183). Stuttgart: Kohlhammer.

QUA-LiS NRW. (2020a). *Lerndomino zum Funktionsbegriff.* Abgerufen am 22.10.2020 von https://www.schulentwicklung.nrw.de/materialdatenbank/material/view/4710

QUA-LiS NRW. (2020b). *Lernstrukturgitter als Planungshilfe im zieldifferent geplanten naturwissenschaftlichen Unterricht.* Verfügbar unter https://www.schulentwicklung.nrw.de/cms/inklusiver-fachunterricht/zu-den-naturwissenschaftlichen-faechern/lernstrukturgitter-als-planungshilfe/index.html

Ratz, C. (2015). "Das Kind da abholen, wo es steht"- mathematische Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern mit dem Förderschwerpunkt Geistige Entwicklung in der Sekundarstufe als Voraussetzung für inklusiven

Mathematikunterricht. In J. Riegert, & O. Musenberg (Hrsg.), *Inklusiver Fachunterricht in der Sekundarstufe* (S. 57- 70). Stuttgart: Kohlhammer.

Roth, J. (2005). Figuren verändern – Funktionen verstehen. In G. Graumann (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2005. Vorträge auf der 39. Tagung für Didaktik der Mathematik vom 28.2. bis 4.3.2005 in Bielefeld* (S. 481-484). Hildesheim: Franzbecker Verlag.

Roth, J. (2017). Wirksamer Mathematikunterricht – Ausrichtung an Kernideen der mathematischen Inhalte und den Lernenden. In M. Vogel, *Wirksamer Mathematikunterricht* (S. 182-188). Hohengehre: Schneider Verlag.

Ruf, U. (2008a). Das dialogische Lernmodell. In U. Ruf, S. Keller, & F. Winter, *Besser Lernen im Dialog: Dialogisches Lernen in der Unterrichtspraxis* (S. 13-23). Seelze-Velber: Kallmeyer, Klett.

Ruf, U. (2008b). Das dialogische Lernmodell vor dem Hintergrund wissenschaftlicher Theorien und Befunde. In U. Ruf, S. Keller, & F. Winter, *Besser Lernen im Dialog: Dialogisches Lernen in der Unterrichtspraxis* (S. 233-270). Seelze-Velber: Kallmeyer, Klett.

Ruf, U., & Gallin, P. (1998). *Dialogisches Lernen in Sprache und Mathematik. 1, Austausch unter Ungleichen : Grundzüge einer interaktiven und fächerübergreifenden Didaktik.* Seelze-Velber: Kallmeyer.

Ruf, U., & Gallin, P. (1999). *Dialogisches Lernen in Sprache und Mathematik. 2, Spuren Legen - Spuren Lesen : Unterricht mit Kernideen und Reisetagebüchern.* Seelze-Velber: Kallmeyer.

Sasse, A., & Lada, S. (2014). Unterrichtsvorbereitung und Leistungseinschätzung im Gemeinsamen Unterricht. In S. Peters, & U. Widmer-Rockstroh, *Gemeinsam unterwegs zur inklusiven Schule* (S. 118-137). Frankfurt am Main: Grundschulverband.

Sasse, A., & Schulzeck, U. (2013). Differenzierungsmatrizen als Modell der Planung und Reflexion inklusiven Unterrichts – zum Zwischenstand in einem Schulversuch. In A. Jantowski (Hrsg.), *Thillm.2013. Gemeinsam leben, Miteinander lernen* (S. 13-22). Bad Berka. Abgerufen am 21.09.2020 von http://www.gu-thue.de/material/Beitrag_Sasse_Schulzeck_Thillm_Jahr2013.pdf

Sasse, A., & Schulzeck, U. (2014). Von der Schülerleistung zur Leistungsbewertung im Gemeinsamen Unterricht - erneuter Zwischenstand in einem Schulversuch. In Thillm (Hrsg.), *Unterricht im Spannungsfeld zwischen Kompetenz- und Standardorientierung* (S. 38-57). Bad Berka. Abgerufen am 10.10.2020 von http://www.gu-thue.de/material/Beitrag_Sasse_Schulzeck_Thillm_Jahr2014.pdf

Sasse, A., & Schulzeck, U. (2017). *Zentrale Ergebnisse des Thüringer Schulversuchs „Unterrichtung von Schülern mit sonderpädagogischem Förderbedarf im Lernen im gemeinsamen Unterricht nach den Lehrplänen der Grund- und Regelschule“.* Abgerufen am 09. 10. 2020 von http://www.gu-thue.de/svgu.htm

Scherer, P. (2018). Mathematik Inklusiv – Herausforderungen und Möglichkeiten für Unterricht und Lehrerbildung. In Fachgruppe Didaktik der Mathematik der Universität Paderborn (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2018* (S. 41-48). Münster: WTM-Verlag.

Schöttler, C. (2019). *Deutung dezimaler Beziehungen. Epistemologische und partizipatorische Analysen von dyadischen Interaktionen im inklusiven Mathematikunterricht.* Wiesbaden: Springer Spektrum.

Schwager, M. (2017). Zusammen Gemeinsam Lernen. In H. Wocken (Hrsg.), *Beim Haus der inklusiven Schule. Praktiken - Kontroversen - Statistiken* (S. 47- 67). Hamburg: Feldhaus Verlag.

Seitz, S. (2006). Inklusive Didaktik: Die Frage nach dem "Kern der Sache". *Zeitschrift für Inklusion, 1*(1). Abgerufen am 2. 10. 2020 von https://www.inklusion-online.net/index.php/inklusion-online/article/view/184

Senatsverwaltung für Bildung , Wissenschaft und Forschung Berlin. (2011). *Rahmenlehrplan für Schülerinnen und Schüler mit dem sonderpädagogischen Förderschwerpunkt "Geistige Entwicklung" Jahrgangsstufe 1-10.* Abgerufen am 2. 10. 2020 von https://www.berlin.de/sen/bildung/unterricht/faecher-rahmenlehrplaene/rahmenlehrplaene/

Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Sport Berlin . (2015). *Rahmenlehrplan für die Jahrgangsstufen 1-10. Mathematik.* Abgerufen am 2.10.2020 von https://bildungsserver.berlin-brandenburg.de/fileadmin/bbb/unterricht/rahmenlehrplaene/Rahmenlehrplanprojekt/amtliche_Fassung/Teil_C_Mathematik_2015_11_10_WEB.pdf

vom Hofe, R., Lotz, J., & Salle, A. (2015). Analysis: Leitidee Zuordnung und Veränderung. In R. Bruder, L. Hefendehl-Hebeker, B. Schmidt-Thieme, & H.-G. Weigand (Hrsg.), *Handbuch der Mathematikdidaktik* (S. 149-184). Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum.

Weigand, H.-G. (2015). Begriffsbildung. In R. Bruder, L. Hefendehl-Hebeker, B. Schmidt-Thieme, & H.-G. Weigand (Hrsg.), *Handbuch der Mathematikdidaktik* (S. 255-278). Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum.

Werning, R., & Lütje-Klose, B. (2016). *Einführung in die Pädagogik bei Lernbeeinträchtigungen* (4. Auflage). München: Ernst Reinhardt Verlag.

Weskamp, S. (2019). *Heterogene Lerngruppen im Mathematikunterricht der Grundschule. Design Research im Rahmen substanzieller Lernumgebungen.* Wiesbaden: Springer Spektrum.

Winter, H. (1995). Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*, 61, S. 37-46.

Wittmann, G. (2019). *Elementare Funktionen und ihre Anwendungen* (2. Auflage). Berlin: Springer Spektrum.

Wocken, H. (1998). Gemeinsame Lernsituationen. Eine Skizze zur Theorie des gemeinsamen Unterrichts. In A. Hildeschmidt, & I. Schnell, *Integrationspädagogik. Auf dem Wege zu einer Schule für alle.* (S. 37-52). Weinheim: Juventa Verlag.