

# Kapitel 1

## Einleitung

Die Idee von elementaren Grundbausteinen der Materie stammt aus der Antike. Demokrit (460-370 v. Chr.) formulierte die These von der Existenz unteilbarer Grundbausteine – der Atome. Die Idee der Materiebausteine hat bis heute überlebt, die ihrer Unteilbarkeit jedoch nicht. Seit Beginn der sechziger Jahre des zwanzigsten Jahrhunderts werden in Beschleunigeranlagen Elementarteilchen in hochenergetischen Kollisionen beobachtet. Der Atomkern – bestehend aus Protonen und Neutronen – zeigt eine noch kleinere zugrundeliegende Struktur – die der Quarks. Es ist vom heutigen Standpunkt aus nicht absehbar, ob diese Bausteine die letzte Entdeckung auf dem Weg zu kleineren Abstandsskalen bleiben werden.

Die Theorie der Quarks – die Quantenchromodynamik (QCD) – fügt sich heute als eine von drei Wechselwirkungen in das Standardmodell der Elementarteilchenphysik ein. Die vierte bekannte Wechselwirkung, die Gravitation, ließ sich bisher nicht mit diesem Modell vereinheitlichen. Die QCD beschreibt die stärkste der Wechselwirkungen, die unter anderem Eigenschaften der Atom-Kerne erklärt. Sie zeigt interessante Eigenschaften: Im Grenzfall kleiner Abstände sind die Quarks als freie Teilchen anzusehen, während die Wechselwirkung für große Abstände so stark wird, dass man keine freien Quarks beobachtet – die elektrische Ladung der Quarks in Einheiten von Dritteln der Elementarladung  $e$  bleibt makroskopisch unbeobachtet. Diese Eigenschaft heißt Farbeinschluss (engl. *confinement*) und bringt es mit sich, dass eine störungstheoretische Behandlung der Theorie im Grenzfall kleiner Impulse unsicher wird.

In den siebziger Jahren des vergangenen Jahrhunderts entwickelte Wilson die QCD für diskrete Raum-Zeit-Koordinaten [1]. Zunächst hatte dieser Zweig der Theorie nur “akademische” Bedeutung – das Gitter diente als Regulator. Mit der Zunahme an verfügbarer Rechenleistung wurde es möglich, die QCD auf immer größeren

Gittern mithilfe von Computern zu simulieren und so ein nicht-störungstheoretisches Verfahren zur Berechnung von QCD-Größen bereitzustellen. Es gestattet, störungstheoretische nicht berechenbare Observable wie z.B. das Spektrum der leichten Hadronen zu bestimmen [2, 3]. Auch das *confinement* wird durch statische Quark-Antiquarkpaare auf dem Gitter wiedergegeben: Das Potenzial zwischen einem Quark und einem Antiquark wächst für große Abstände im Ortsraum linear. Diese Erfolge verleihen der Gittereichtheorie einen hohen Stellenwert.

In dieser Arbeit werden wir die hadronische Vakuumpolarisation mit Gittermethoden berechnen. Die phänomenologischen Resultate zu dieser Observablen sind im Grenzfall kleiner Impulsüberträge nicht mehr verlässlich. Wir vergleichen die Resultate der störungstheoretischen und der Gittermethode zur Berechnung von QCD-Observablen am Beispiel dieser Größe.

## 1.1 Überblick

Diese Arbeit ist wie folgt gegliedert: Im Kapitel 2 wird ein Überblick über die phänomenologischen Resultate zur Vakuumpolarisation und das Renormalonproblem gegeben. Insbesondere stellen wir ihre Operatorproduktentwicklung (OPE) vor. Das Kapitel 3 gibt eine ausführliche Einführung in die Grundlagen der Gittereichtheorie. Wir stellen den bosonischen und den fermionischen Teil der Wirkung vor und erläutern allgemeine Aspekte der Rechnersimulation. In Kapitel 4 konstruieren wir eine Vakuumpolarisation auf dem Gitter. Das Kapitel 5 ist der  $O(a)$ -Verbesserung im Allgemeinen und der  $O(a)$ -Verbesserung der Gittervakuumpolarisation im Speziellen gewidmet. Im letzten Kapitel stellen wir die Resultate der Gitteruntersuchung vor und vergleichen die Ergebnisse mit der (Kontinuums-) OPE.