

# 3 Elektrische Charakterisierung von Halbleitern

Eine ausführliche Darstellung verschiedenster Charakterisierungsmethoden für Halbleitermaterialien wird in [31] gegeben.

Zur elektrischen Charakterisierung in dieser Arbeit verwendeter Halbleiter wurden Hall- und Leitfähigkeitsmessungen bei Raumtemperatur, sowie die Messung der Thermospannung  $U_{th}$  durchgeführt. Sie ermöglichten die Bestimmung des Leitungstyps p- oder n-, der Konzentration  $n$  oder  $p$  der Ladungsträger, ihrer Mobilität  $\mu$  und ihrer Diffusionskonstanten  $D$ . In temperaturabhängigen Messungen können darüberhinaus Aussagen über als Streuzentren wirkende Verunreinigungen und Ladungsträgerstreu- prozesse gemacht werden.

## 3.1 Grundlagen [21, 25]

Die Leitfähigkeit  $\sigma$  ist definiert als Quotient von Stromdichte  $J$  und elektrischer Feldstärke  $E$ , ihr Kehrwert ist der spezifische Widerstand  $\rho$ :

$$\sigma \equiv \frac{J}{E} = \frac{1}{\rho} . \quad (3.1)$$

Die Mobilität  $\mu$  der Ladungsträger, d.h. ihre Geschwindigkeit  $v$  in einem elektrischen Feld  $E$  ist definiert als:

$$\mu \equiv \frac{v}{E} . \quad (3.2)$$

Bei Vorhandensein nur eines Ladungsträgertyps, hier von Elektronen der Konzentration  $n$ , analog aber auch bei Löchern der Konzentration  $p$ , besteht folgender einfacher Zusammenhang:

$$\sigma = e_0 \mu n , \quad (3.3)$$

während bei Vorhandensein beider Typen die unterschiedlichen Mobilitäten der Elektronen  $\mu_n$  und Löcher  $\mu_p$  berücksichtigt werden müssen:

$$\sigma = e_0 (\mu_n n + \mu_p p) . \quad (3.4)$$

Die **Einstein-Beziehung** stellt für nichtdegenerierte Halbleiter, die eine wesentlich höhere effektive Zustandsdichte  $N_{eff}$  als vorhandene Ladungsträger besitzen und für

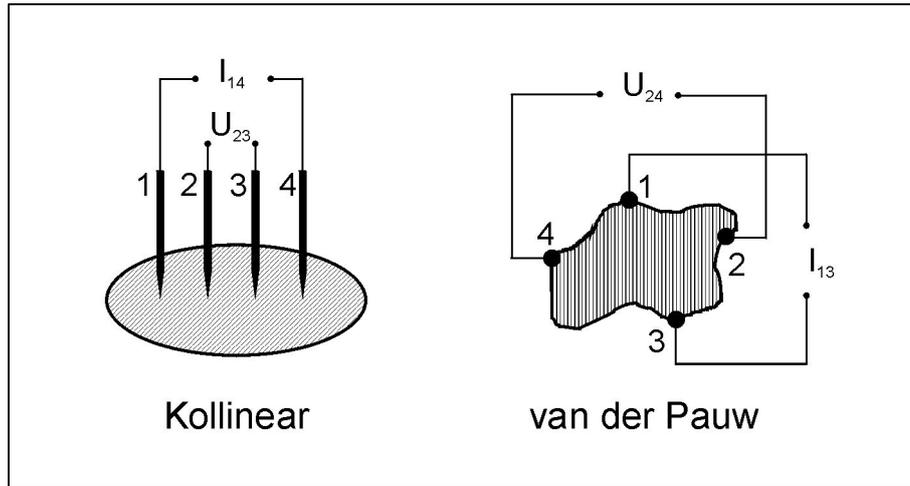


Abb. 3.1: Meßanordnungen bei Leitfähigkeitsmessungen

den Fall eines dominierenden Ladungsträgertyps, folgenden einfachen Zusammenhang zwischen der Diffusionskonstanten  $D$  und der Konzentration  $n$  oder  $p$  der Ladungsträger her:

$$D_n = \left( \frac{kT}{e_0} \right) \mu_n \quad \text{bzw.} \quad D_p = \left( \frac{kT}{e_0} \right) \mu_p . \quad (3.5)$$

### 3.2 Leitfähigkeitsmessung mit kollinearere Kontaktanordnung

Für Leitfähigkeitsmessungen stehen eine Vielzahl möglicher Meßkontaktnordnungen [21, 31] zur Verfügung, von denen die beiden wichtigsten in Abbildung 3.1 dargestellt sind.

Im ersten Fall sind die Meßspitzen kollinear mit gleichem Abstand  $s$  angeordnet, und durch die beiden äußeren Kontakte fließt ein Strom, während die Spannung zwischen den mittleren gemessen wird. Im Grenzfall unendlich ausgedehnter Proben dimensionen in Schichtdicke und Probendurchmesser wird folgender Zusammenhang für den spezifischen Widerstand  $\rho$  der Probe abgeleitet:

$$\rho = 2\pi s (U_{23}/I_{14}) . \quad (3.6)$$

Ein Meßfehler von jeweils  $\leq 1\%$  wird bei einer Schichtdicke  $d \geq 4s$  und einem Probendurchmesser  $d_{diam} \geq 30s$  erreicht, wobei die Prüfspitzen in der Mitte der runden Probe angebracht sein müssen.

Da diese Bedingungen meist nicht eingehalten werden können, müssen Korrekturfaktoren eingeführt werden:

$$\rho = 2\pi s (U_{23}/I_{14}) \cdot F_1 \left( F_2 \frac{\ln 2}{\pi} \right) F_3 . \quad (3.7)$$

$F_1$  korrigiert Abweichungen durch die Probendicke  $d$ ,  $F_2$  Abweichungen durch den Probendurchmesser  $d_{diam}$  und  $F_3$  Fehler durch die Probenform. Da der Einfluß der Probengeometrie schon ab einem Probendurchmesser  $d_{diam} \geq 4$  vernachlässigbar wird, wird im folgenden nur kurz auf  $F_1$  und  $F_2$  eingegangen.

Für einen nichtleitenden Probenboden gilt für  $F_1$

$$F_1 = \frac{d/s}{2 \ln \frac{\sinh(d/s)}{\sinh(d/2s)}} \quad (3.8)$$

und bei leitendem Probenboden

$$F_1 = \frac{d/s}{2 \ln \frac{\cosh(d/s)}{\cosh(d/2s)}} \quad (3.9)$$

Der Korrekturfaktor  $F_2$  für den Probendurchmesser wird beschrieben durch:

$$F_2 = \frac{\pi}{\ln 2 + \ln \frac{(d_{diam}/s)^2+3}{(d_{diam}/s)^2-3}} \quad (3.10)$$

Ein wichtiger Grenzfall ist der für dünne Schichtdicken ab  $d \leq s/2$ .  $F_1$  wird dann bei nicht leitendem Probenboden zu

$$F_1 = \frac{d/s}{2 \ln 2} \quad (3.11)$$

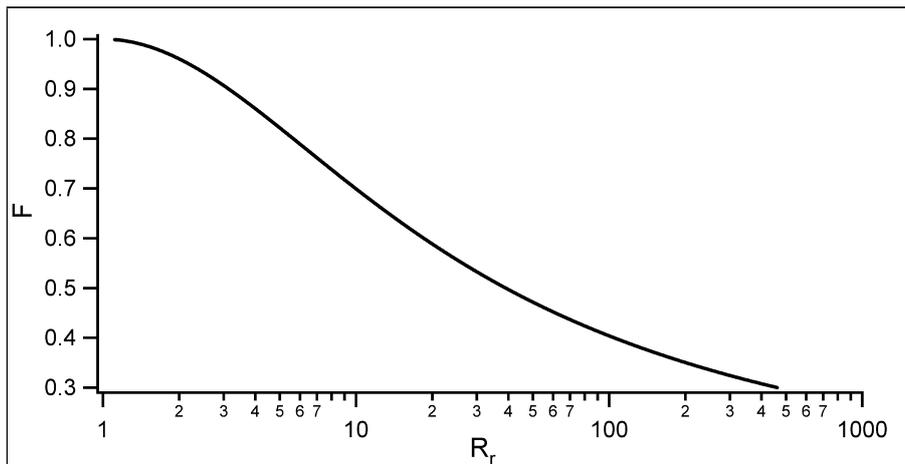
und bei genügend großen Probendimensionen folgt mit  $F_2 = \pi/\ln(2)$  und  $F_3 = 1$  für den spezifischen Widerstand  $\rho$

$$\rho = \frac{\pi}{\ln 2} d \frac{U}{I} = 4,532 d \frac{U}{I} \quad (3.12)$$

Für andere Kombinationen von Prüfspitzenpaaren als die hier verwendeten 1,4 für Stromanlage und 2,3 für Spannungsmessungen gelten andere Korrekturfaktoren. Der Korrekturfaktor für den zuletzt genannten Grenzfall ist in Tab.3.1 für die möglichen Kontaktkombinationen angegeben. Dabei ist es gleichgültig, welches der jeweiligen Paare für die Spannungsmessung verwendet wird.

Kontaktpaare	Faktor
(1,4); (2,3)	4,532
(1,2); (3,4)	21,84
(1,3); (2,4)	15,50

**Tab. 3.1:** Korrekturfaktoren bei dünnen Schichten [31]



**Abb. 3.2:** Korrekturfaktor  $F$  nach van der Pauw. Der Kurvenverlauf wurde nach Gl.3.15 numerisch berechnet.

### 3.3 Leitfähigkeitsmessung nach van der Pauw

Bei kleineren und unregelmäßig geformten Proben wird die van der Pauwsche Meßanordnung [39, 40] verwendet (Abb.3.1). Die Methode ist in [31] besonders gut dargestellt. Vier Bedingungen müssen erfüllt sein, um nach dieser Methode den spezifischen Widerstand einer Probe bestimmen zu können:

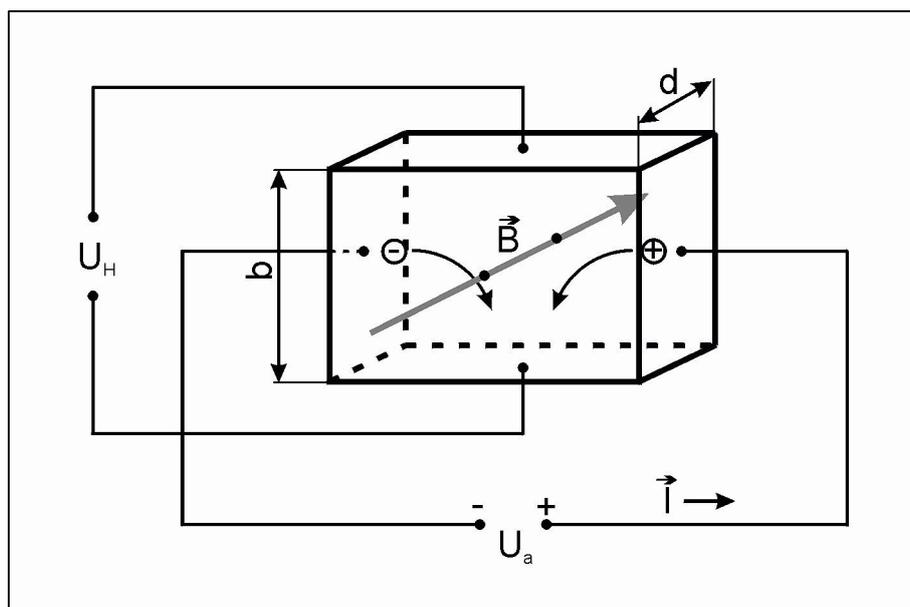
1. Die Probe ist gleichförmig dick.
2. Es sind keine isolierten Löcher oder Bereiche anderer Leitfähigkeit vorhanden.
3. Die Meßkontakte liegen am Probenrand.
4. Die Kontakte sind punktförmig, bzw. klein genug.

Die Meßkontakte werden wie in Abb.3.1 angeschlossen, jeweils zwei benachbarte werden zum Anlegen eines Stromes und die anderen zum Messen der resultierenden Spannung verwendet. Der Widerstand  $R_{12,34}$  ist definiert als

$$R_{12,34} = \frac{U_{34}}{I_{12}} . \quad (3.13)$$

Dabei ist  $U_{34}$  die Spannung zwischen den Kontakten 3 und 4,  $I_{12}$  der durch die Kontakte 1 und 2 fließende Strom. Durch Vertauschen der Kontaktpaare wird analog ein Widerstand  $R_{23,41}$  erhalten. Nach van der Pauw kann durch Einführung einer Korrekturfunktion  $F(R_r)$ , die nur vom Quotienten  $R_r = R_{12,34}/R_{23,41}$  abhängt, der spezifische Widerstand der Probe bestimmt werden :

$$\rho = \frac{\pi d}{\ln 2} \left( \frac{R_{12,34} + R_{23,41}}{2} \right) F(R_r) . \quad (3.14)$$



**Abb. 3.3:** Messung der Hallspannung: Eine Probe in einem Magnetfeld  $B$  wird längs von einem Strom  $I$  durchflossen, durch Ablenkung der Ladungsträger senkrecht zu  $B$  und  $I$  resultiert die Hallspannung  $U_H$ .

Die Korrekturfunktion  $F(R_r)$  wird durch folgende Beziehung bestimmt:

$$\frac{R_r - 1}{R_r + 1} = \frac{F(R_r)}{\ln 2} \operatorname{arcosh} \left( \frac{\exp(\ln 2 / F(R_r))}{2} \right). \quad (3.15)$$

In Abb.3.2 ist  $F(R_r)$  über  $R_r$  dargestellt. Nach der Messung von  $R_{12,34}$  und  $R_{23,41}$  kann  $R_r$  errechnet und  $F(R_r)$  graphisch bestimmt werden.

## 3.4 Hallmessungen

Bei Messungen des Halleffektes [21, 24, 31] wird die Wirkung eines magnetischen Feldes auf bewegte Ladungsträger genutzt. Der schematische Versuchsaufbau ist in Abb.3.3 gezeigt. Eine p- oder n-leitende Halbleiterprobe der Breite  $b$  und der Dicke  $d$  wird längs von einem Strom  $I$  durchflossen. An den Querseiten sind zwei weitere Kontakte zur Messung der Hallspannung  $U_H$  angeschlossen. Die Probe ist so in einem Magnetfeld  $B$  orientiert, daß Magnetfeld, Stromfluß und die Frontfläche der Probe jeweils senkrecht zueinander liegen. Auf die sich mit der Geschwindigkeit  $v$  bewegendenden Ladungsträger wirkt die Lorentzkraft  $F_L$ , die die Ladungsträger senkrecht zum Magnetfeld und der Bewegungsrichtung ablenkt. Dadurch entsteht ein elektrisches Feld  $E$ , das die elektrische Kraft  $F_{el}$  vermittelt, die die Lorentzkraft genau kompensiert :

$$F_{el} = e_0 E = - e_0 v B = F_L. \quad (3.16)$$

Die Hallspannung  $U_H$  erhält man durch Multiplizieren der Feldstärke  $E$  mit der Probenbreite  $b$  :

$$U_H = - b v B . \quad (3.17)$$

Für  $v$  kann der folgende Ausdruck aus Stromdichte  $J$  und Ladungsträgerkonzentration  $n$  eingesetzt werden :

$$v = \frac{J}{e_0 n} = \frac{I}{e_0 n d b} , \quad (3.18)$$

woraus sich die gebräuchliche Formel für die Hallspannung mit der Hallkonstanten  $R_H$  erhalten läßt :

$$U_H = - \frac{1}{e_0 n} \cdot \frac{I B}{d} = - R_H \cdot \frac{I B}{d} . \quad (3.19)$$

Bei Abweichungen der Lage der Spannungsmeßkontakte von der idealen Senkrechten zum Meßstrom ergibt sich eine zusätzliche konstante Spannung, die vom ohmschen Widerstand der Probe, nicht aber vom Magnetfeld abhängt. Durch zweimaliges Messen bei entgegengesetzter Magnetfeldrichtung erhält man zwei Meßspannungen, die aus Hallspannungsteilen mit entgegengesetztem Vorzeichen und einem konstanten ohmschen Spannungsanteil bestehen. Durch Subtrahieren kann dieser abgetrennt werden. In der Praxis werden die vier Möglichkeiten der Kontaktbelegung bei jeweils gegenüberliegenden Strom- und Spannungskontakten für jede Magnetfeldrichtung einmal gemessen.

Zusammen mit Leitfähigkeitsmessungen werden Hallmessungen zur Bestimmung einiger charakteristischer Größen von Halbleitern eingesetzt:

Die Hall-Mobilität  $\mu_H$  ist wie folgt definiert:

$$\mu_H \equiv |R_H \sigma| . \quad (3.20)$$

Sie kann folglich aus dem in einer Hall-Messung bestimmten Hallkoeffizienten  $R_H$  und dem in einer Leitfähigkeitsmessung bestimmten  $\sigma$  errechnet werden.

Die Hallmobilität  $\mu_H$  unterscheidet sich von der Mobilität  $\mu$  um den Streufaktor  $r$ :

$$\mu_H = r \cdot \mu . \quad (3.21)$$

Bei niedrigen Magnetfeldstärken (ca. 0,01 T) wird  $r$  stark von den Streumechanismen der Ladungsträger im Halbleiter bestimmt, bei Phonon-Streuung werden Werte von  $r = 1,18$  und bei Streuung an ionisierten Zentren  $r = 1,93$  gemessen. Bei höheren Magnetfeldern (ca. 8 T) nähert sich  $r$  dem Wert 1 [31]. Streufaktor  $r$  und Streumechanismus können durch temperaturabhängige Hallmessungen bestimmt werden.

Meist wird aber zur Bestimmung der Ladungsträgerkonzentration  $n$  oder  $p$  die Hallmobilität der Mobilität gleichgesetzt, wodurch gerade bei höheren Magnetfeldstärken nur ein kleiner Fehler eingeführt wird. Aus Gl.3.4 und Gl.3.20 folgt dann:

$$n \cong \frac{\sigma}{e_0 \mu_H} = \left| \frac{1}{e_0 R_H} \right| . \quad (3.22)$$

Eine analoge Gleichung wird für die Lochkonzentration  $p$  erhalten.

Somit können aus der Hallmessung der Hallkoeffizient  $R_H$  gemessen und die Ladungsträgerkonzentration  $n$  oder  $p$  berechnet werden. Zusammen mit der aus Leitfähigkeitsmessungen bestimmten Leitfähigkeit  $\sigma$  kann die Hallmobilität  $\mu_H$  berechnet werden.

### 3.5 Seebeck-Messungen [31, 41]

Diese Methode wird häufig als Vorprobe zur Bestimmung des dominierenden Leitungstyps in Halbleitern eingesetzt. Im einfachsten Fall wird dabei die Thermospannung zwischen einer heißen und einer kalten Prüfspitze gemessen.

Sie beruht auf der stromlosen Messung der Thermospannung  $U_{th}$ , die durch eine Temperaturdifferenz  $\Delta T$  zwischen zwei elektrischen Kontaktstellen auf einem Metall oder Halbleiter hervorgerufen wird. Die Thermospannung wird meist durch eine Reihenentwicklung mit den tabellierten Materialkonstanten  $a$ ,  $b$  und  $c$  dargestellt:

$$U_{th} = a\Delta T + b\Delta T^2 + c\Delta T^3 + \dots \quad (3.23)$$

Die Ableitung der Thermospannung nach der Temperatur wird als differentielle Thermokraft  $\mathcal{P}$  bezeichnet:

$$\mathcal{P} = dU_{th}/dT . \quad (3.24)$$

Bei einem n-Halbleiter ist  $\mathcal{P} < 0$  und bei einem p-Halbleiter ist  $\mathcal{P} > 0$ . Aus dem Vorzeichen der Thermospannung kann somit auf die Art der Ladungsträger, Löcher oder Elektronen, geschlossen werden. [41]

Bei Stromfluß resultiert eine meßbare, zur Beweglichkeit  $\mu$  und Konzentration der Ladungsträger ( $n$  oder  $p$ ) proportionale Stromdichte, die für n- und p-Halbleiter durch folgende Gleichungen beschrieben wird [31]:

$$J_n = - e_0 n \mu_n \mathcal{P}_n dT/dx , \quad (3.25)$$

$$J_p = - e_0 p \mu_p \mathcal{P}_p dT/dx . \quad (3.26)$$

Die Richtung des Stromflusses ist bei n-Leitung entgegengesetzt derer bei p-Leitung, was aus dem negativen Vorzeichen bei  $\mathcal{P}_n$  gegenüber  $\mathcal{P}_p$  folgt.

