



**Berichte des Deutschen Wetterdienstes**

**240**

**Das kleinskalige Strömungsmodell MUKLIMO\_3**

**Teil 1:  
Theoretische Grundlagen,  
PC-Basisversion und Validierung**

von  
**Uwe Sievers**



Zitationsvorschlag:

Sievers, Uwe (Hrsg.: Deutscher Wetterdienst): Das kleinskalige Strömungsmodell MUKLIMO. Teil 1: Theoretische Grundlagen, PC-Basisversion und Validierung. Offenbach am Main: Selbstverlag des Deutschen Wetterdienstes, 2012. (Berichte des Deutschen Wetterdienstes ; 240)  
ISBN 978-3-88148-465-7

ISSN der Onlineausgabe: 2194-5969

ISSN der Druckausgabe: 0072-4130

ISBN 978-3-88148-465-7

---

## Nutzungsbedingungen



Dieses Dokument steht unter folgender Creative Commons-Lizenz

Sie dürfen das Werk bzw. den Inhalt unter folgenden Bedingungen vervielfältigen, verbreiten und öffentlich zugänglich machen: Sie müssen den Namen des Autors/Rechteinhabers in der von ihm festgelegten Weise nennen. Dieses Werk bzw. dieser Inhalt darf nicht für kommerzielle Zwecke verwendet werden und es darf nicht bearbeitet, abgewandelt oder in anderer Weise verändert werden.

Mit der Verwendung dieses Dokumentes erkennen Sie die Nutzungsbedingungen an.

---

Herausgeber und Verlag:

Deutscher Wetterdienst  
Frankfurter Straße 135  
D- 63067 Offenbach am Main  
Internet: [www.dwd.de](http://www.dwd.de)  
Mail: [bibliothek@dwd.de](mailto:bibliothek@dwd.de)

Anschrift des Autors:

Uwe Sievers  
Deutscher Wetterdienst  
Abteilung Klima – und Umweltberatung  
Frankfurter Straße 135  
D- 63067 Offenbach am Main

# Inhaltsverzeichnis

Abstract . . . . .	1
Zusammenfassung . . . . .	2
<b>1 Einleitung</b>	<b>3</b>
<b>2 Stromfunktionsmethode in drei Dimensionen</b>	<b>5</b>
2.1 Problemstellung . . . . .	5
2.2 Divergenzfreie Bewegungsgleichung . . . . .	6
2.3 Analytische Aspekte der Stromfunktionsmethode . . . . .	7
2.3.1 Stromfunktionsmethode in zwei Dimensionen . . . . .	7
2.3.2 Verallgemeinerung auf drei Dimensionen . . . . .	8
2.3.3 Zusammenhang zwischen Stromfunktions- und Vektorpotentialmethode	10
2.3.4 Minimalproblem und Randbedingungen für die Stromfunktion . . . . .	13
<b>3 Das kleinskalige Strömungsmodell MUKLIMO_3</b>	<b>17</b>
3.1 Vorbemerkung . . . . .	17
3.2 Gitteraufbau . . . . .	17
3.3 Vorticity-Gleichung . . . . .	19
3.3.1 Analytische Gleichung . . . . .	19
3.3.2 Mischungswegansatz für die Austauschkoefizienten . . . . .	20
3.3.3 Räumliche Diskretisierung . . . . .	21
3.3.4 Randbedingungen . . . . .	22
3.4 Stromfunktionsgleichung . . . . .	25
3.4.1 Diskretes Minimumproblem . . . . .	25
3.4.2 Diskrete Stromfunktionsgleichung . . . . .	27
3.4.3 Numerisches Lösungsverfahren . . . . .	29
3.5 Eindimensionales Vorschaltmodell . . . . .	31
3.6 Dynamischer Zeitschritt . . . . .	32
3.7 Stationarität . . . . .	34
<b>4 Spezielle Modellkonfigurationen und Modellerweiterungen</b>	<b>35</b>
4.1 Abgehobene Hindernisse . . . . .	35
4.2 Dünne Wände . . . . .	37
4.3 Punktuell vorgegebene Windgeschwindigkeit . . . . .	38
4.4 Unaufgelöste Bebauung . . . . .	38

4.4.1	Generelles Konzept . . . . .	38
4.4.2	Effektive Stromfunktion und Vorticity . . . . .	40
4.4.3	Mittlere Bewegungsgleichung . . . . .	41
4.4.4	Parametrisierungen . . . . .	42
4.4.5	Anisotrope Bebauung . . . . .	44
4.5	Blattflächen . . . . .	45
4.6	Orographie . . . . .	45
4.7	Ausbreitungsmodell . . . . .	46
<b>5</b>	<b>Das PC-Basismodell MUKLIMO_3</b>	<b>49</b>
5.1	Allgemeines . . . . .	49
5.2	Modellerweiterungen . . . . .	50
5.2.1	Ausbreitungsmodell . . . . .	50
5.2.2	Abgehobene Hindernisse und dünne Wände . . . . .	50
5.2.3	Bäume . . . . .	51
5.2.4	Unaufgelöste Bebauung . . . . .	51
5.3	Das Programmpaket . . . . .	52
5.4	Programmablauf . . . . .	53
5.4.1	Hauptdialog . . . . .	53
5.4.2	Projektwahl . . . . .	53
5.4.3	Eindimensionales Vorschaltmodell . . . . .	55
5.4.4	Grafische Kontrolle . . . . .	55
5.4.5	Dreidimensionale Windfeldsimulation . . . . .	57
5.4.6	Ausbreitungssimulation . . . . .	59
5.4.7	Modellresultate . . . . .	59
5.5	Resultatsausgabe . . . . .	61
5.6	Dateneingabe . . . . .	64
5.6.1	Eingabedatei . . . . .	64
5.6.2	Datendateien . . . . .	66
5.7	Modellierung . . . . .	68
5.7.1	Modellgitter . . . . .	68
5.7.2	Seitliche Ränder . . . . .	69
5.7.3	Strömungshindernisse . . . . .	69
5.7.4	Bodenrauigkeit . . . . .	75
5.7.5	Schadstoffquellen . . . . .	75
5.7.6	Wind und Austausch . . . . .	76
5.7.7	Steuerung der Programmausführung . . . . .	77
5.8	Alternative Modellansätze . . . . .	79
5.8.1	Geschwindigkeitsvorgabe im 3d Modellgebiet . . . . .	79
5.8.2	Rasterdatei für die Orographie . . . . .	79
5.8.3	Landnutzungsklassen-Modus . . . . .	80
5.8.4	Nesting . . . . .	81
5.9	Beispiele . . . . .	81

<b>Danksagung</b>	<b>93</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>94</b>
<b>Anmerkungen</b>	<b>97</b>
<b>A Standard-Eingabedatei</b>	<b>99</b>
<b>B Validierung gemäß VDI-Richtlinie 3783 Blatt 9</b>	<b>111</b>
B.1 Einleitung . . . . .	111
B.2 Allgemeines . . . . .	111
B.2.1 Nachvollziehbarkeit . . . . .	111
B.2.2 Dimensionierungen . . . . .	111
B.2.3 Online-Kontrollen . . . . .	112
B.3 Besonderheiten des Modells MUKLIMO_3 . . . . .	112
B.3.1 Stromfunktionsgleichung . . . . .	112
B.3.2 Zeitschrittreduktion . . . . .	113
B.3.3 Stationaritätsparameter . . . . .	113
B.3.4 Schichtungsstabilität . . . . .	114
B.4 Anmerkungen zur Richtlinie . . . . .	114
B.5 Testsimulationen und Ergebnisse . . . . .	115
B.5.1 Zusammenfassung der Ergebnisse . . . . .	115
B.5.2 Testfallgruppe a: Simulationen mit einem Gebäude . . . . .	118
B.5.3 Testfallgruppe b: Vertikale Profile über ebenem Gelände . . . . .	124
B.5.4 Testfallgruppe c: Vergleich mit Windkanalmessungen . . . . .	128

## Abstract

Presented is the *PC basic version* of the micro-scale atmospheric CFD model MUKLIMO\_3 where the abbreviation MUKLIMO\_3 stands for *micro-scale urban climate Model*, three-dimensional version. Its main application range is the simulation of stationary flow and concentration fields in small-scale model regions with block-shaped obstacles representing buildings or terraced terrain. Additionally, unresolved builtup as well as tree populations can be modelled. Thermodynamic processes remain out of consideration. A special theoretical aspect of the model is that the time integration of the equation of motion is done by means of a three-dimensional stream-function/vorticity method.

As compared to the pure computational model the *PC basic version* of MUKLIMO\_3 is augmented with graphic elements allowing an animation of the simulation processes. Interactive handling of the model with grafical control of the project configuration and visualization of the results thus is possible, too.

The report contains, besides the formulation of the theoretical concept of MUKLIMO\_3 and its numerical realization, a manual part of the *PC basic version* enriched with numerous examples. Additional test simulations, performed for the validation of MUKLIMO\_3 are presented in the Appendix. A demo-version of the model can be obtained via the Internet.

## Zusammenfassung

Vorge stellt wird die *PC-Basisversion* des kleinskaligen atmosphärischen Strömungsmodells MUKLIMO\_3. Der Name MUKLIMO\_3 ist die Abkürzung für *mikroskaliges urbanes Klima-Modell*, 3-dimensionale Version. Der originäre Einsatzbereich des Modells ist die Berechnung stationärer Wind- und Schadstofffelder in kleinskaligen Modellgebieten mit blockförmigen Hindernissen. Diese repräsentieren insbesondere Gebäude, können aber auch terrassenförmig modellierten orographischen Strukturen entsprechen. Als Ergänzung kommen Ansätze für die Behandlung unaufgelöster Bebauung sowie von Baumbestand hinzu. Thermodynamische Vorgänge bleiben außer Betracht. Eine theoretische Besonderheit von MUKLIMO\_3 ist die zeitliche Integration der Strömungsgleichung vermittels eines auf drei Dimensionen verallgemeinerten Stromfunktions/Vorticity-Ansatzes.

In Erweiterung des in Fortran programmierten reinen Rechenmodells ist die *PC-Basisversion* von MUKLIMO\_3 mit grafischen Elementen angereichert, die eine Animation der Simulationsabläufe ermöglichen. Sie gestatten zudem die interaktive Bedienung des Modells mit grafischer Kontrolle der Konfiguration des jeweiligen Projekts und Veranschaulichung der resultierenden Wind- und Schadstofffelder.

Der Bericht umfasst, neben der Beschreibung der theoretischen Ansätze von MUKLIMO\_3 und ihrer numerischen Umsetzung, auch einen mit Beispielen illustrierten Teil zur Handhabung der PC-Basisversion. Im Anhang des Berichts sind Studien zur Validierung des Modells wiedergegeben. Zudem ist eine Demonstrationsversion des Modells über das Internet verfügbar, mit der die Beispielrechnungen des Berichts nachvollzogen und auch eigene Projekte simuliert werden können.

# Kapitel 1

## Einleitung

Der vorliegende Bericht befasst sich mit der Basisversion des kleinskaligen Strömungsmodells der Atmosphäre MUKLIMO\_3. Der Name MUKLIMO\_3 ist eine Abkürzung und steht für *mikroskaliges urbanes Klima-Modell*, 3-dimensionale Version. Neben dem in der Programmiersprache Fortran abgefassten reinen Rechenprogramm existiert eine speziell für den Einsatz auf einem *Windows PC* konzipierte *PC-Basisversion*, die mit grafischen Elementen angereichert ist. Sie gestattet eine interaktive Bedienung, die Animation des zeitlichen Ablaufs durchgeführter Simulationen sowie eine Veranschaulichung ihrer Resultate. Kernstück des Modells ist das in Sievers (1995) beschriebene Windfeldmodell für neutral geschichtete atmosphärische Strömungen. Als wesentliche Erweiterung der grundlegenden Modellgleichungen kommt bei der PC-Basisversion ein Eulersches Dispersionsmodell hinzu, mit dem die Ausbreitung chemisch inerter Luftbeimengungen simuliert werden kann. Neben der PC-Basisversion gibt es noch weitere Fassungen von MUKLIMO\_3 wie z. B. die *Thermodynamik*-Version, mit der Tagesgänge der Wind- und *Temperaturfelder* in kleinskaligen – insbesondere bebauten – Modellgebieten simuliert werden. Sie wird im zweiten Teil dieses Berichts behandelt.

Der Einsatzbereich der PC-Basisversion von MUKLIMO\_3 ist die Berechnung stationärer Wind- und Schadstofffelder in Modellgebieten mit blockförmigen Hindernissen. Diese repräsentieren insbesondere Gebäude. Sie können aber auch orographischen Strukturen entsprechen, die – im Einklang mit dem Gebrauch eines kartesischen Modellgitters – durch ein terrassenförmig modelliertes Gelände angenähert werden. Möglich ist zudem die Modellierung *unaufgelöster* Bebauung sowie von *Baumbestand* und anderer Landnutzungsformen, wie z. B. Gewässer.

Eine grundlegende Besonderheit des Modells MUKLIMO\_3 ist die Lösung der prognostischen Gleichungen für die Geschwindigkeitskomponenten mithilfe der *Stromfunktions-Vorticity*- oder kurz *Stromfunktions*-Methode. Ihr ist das Kapitel 2 dieses Berichts gewidmet. Die Methode beinhaltet – anstelle der direkten Integration der Geschwindigkeitsgleichung – die Prognose eines zweikomponentigen *Vorticity*-Feldes, gefolgt von der diagnostischen Bestimmung einer ebenfalls zweikomponentigen Stromfunktion (Lösung der *Stromfunktionsgleichung*). Das Geschwindigkeitsfeld wird dann durch Differentiation der beiden Stromfunktionskomponenten berechnet. Der Vorteil der Methode liegt darin, dass die vom Geschwindigkeitsfeld geforderte Filterbedingung der *Divergenzfreiheit* stets exakt erfüllt ist.

Das dritte Kapitel befasst sich mit der Umsetzung des theoretischen Ansatzes der Stromfunktionsmethode in das kleinskalige Strömungsmodell MUKLIMO\_3. Vorgestellt werden der

Gitteraufbau des Modells, die numerische Behandlung der diskreten prognostischen *Vorticity*-Gleichung und der diagnostischen *Stromfunktionsgleichung* einschließlich ihrer Randbedingungen sowie das Gesamtschema für die zeitliche Integration der Modellgleichungen. Es folgt das Kapitel 4 mit Darlegungen zu speziellen Modellkonfigurationen und Modellerweiterungen. In ihm werden vor allem das Konzept der *unaufgelösten* Bebauung sowie das Eulersche *Ausbreitungsmodell* vorgestellt.

Ganz anderer Natur ist das Kapitel 5: Es enthält eine weitgehend eigenständige Beschreibung zum Umgang mit der PC-Basisversion von MUKLIMO\_3. Als Ergänzung zum vorliegenden Bericht ist ein ausführbares Testprogramm (mit geringen Einschränkungen gegenüber der Vollversion) über das Internet ([www.dwd.de/bibliothek](http://www.dwd.de/bibliothek)) verfügbar. Mit ihr können die Beispielrechnungen des Kapitels 5 nachvollzogen und auch eigene Projekte simuliert werden.

Der Anhang des Berichts enthält, neben der Wiedergabe einer Textdatei zum Variablengebrauch in der PC-Basisversion, einen zusammenfassenden Bericht zur *Validierung* des Modells nach der *VDI-Richtlinie 3783*, Blatt 9 (VDI, 2005).

# Kapitel 2

## Stromfunktionsmethode in drei Dimensionen

### 2.1 Problemstellung

Zu den Grundaufgaben eines numerischen Modells der Atmosphäre gehört die zeitliche Integration der atmosphärischen Bewegungsgleichung, welche – je nach Zielsetzung des Modells – in unterschiedlicher Weise durch *Filterbedingungen* und *Parametrisierungen* vereinfacht sein kann. So ist es in kleinskaligen Modellen weitgehend üblich, vom Geschwindigkeitsfeld der Atmosphäre *Divergenzfreiheit* zu verlangen. Diese Forderung vereinfacht die physikalischen Eigenschaften des Mediums *Luft*, indem sie die für das Strömungsgeschehen uninteressanten Schallwellen *unterdrückt*. Die Divergenzfreiheitsbedingung für die Strömungsgeschwindigkeit tritt an die Stelle der *mechanischen Zustandsgleichung*  $p = p(\rho, T)$ , die den *Luftdruck*  $p$  in Beziehung zur *Luftdichte*  $\rho$  und zur atmosphärischen *Temperatur*  $T$  setzt.

Das Entfallen der mechanischen Zustandsgleichung verändert die Rolle, die der Luftdruck  $p$  in Zusammenhang mit der atmosphärischen Bewegungsgleichung spielt: Von einer thermodynamischen Variablen mutiert er zu einer *Hilfsgröße*, deren Gradient fortlaufend so zu bestimmen ist, dass die Divergenzfreiheit des sich zeitlich entwickelnden Geschwindigkeitsfeldes stets erhalten bleibt. Anschaulich kann der Druckgradient deshalb als eine Art *Zwangskraft* gedeutet werden, deren Aufgabe es ist, die Divergenzfreiheit des Geschwindigkeitsfeldes zu erzwingen.

Die mathematisch-numerische Konsequenz aus der Divergenzfreiheitsbedingung ist, dass – statt dreier voneinander unabhängiger prognostischer Gleichungen für die Komponenten des Geschwindigkeitsfeldes – nunmehr eine vektorielle Gleichung mit Nebenbedingung zeitlich zu integrieren ist, die zudem eine a-priori unbekannte Zwangskraft enthält.

Für die Lösung der skizzierten Integrationsaufgabe sind verschiedene Ansätze möglich: Zum *einen* (sog. *primitives* Gleichungssystem) können die Komponenten der Bewegungsgleichung direkt integriert werden, wobei der unbekannte Druck stets parallel dazu aus einer partiellen elliptischen Differentialgleichung bestimmt wird. Diese *Verträglichkeitsbedingung* für den Druck ist aus der Bewegungsgleichung zusammen mit der Divergenzfreiheitsbedingung abzuleiten. Zum *anderen* (Stromfunktions-Vorticity- oder kurz: *Stromfunktionsmethode*) kann durch Übergang von den Geschwindigkeitskomponenten zur so genannten *Vorticity* zunächst

der unbekannte Druckgradient eliminiert und die dann entstehende *Vorticity*-Gleichung ohne Nebenbedingung zeitlich integriert werden. Die Rückbestimmung des Geschwindigkeitsfeldes aus der Vorticity erfolgt danach vermittelt eines so genannten *Stromfunktionsansatzes*.

Der alternative Ansatz der Stromfunktionsmethode ist insbesondere für *zweidimensionale* Probleme gebräuchlich. Seine Verallgemeinerbarkeit auf *drei Dimensionen* ist dagegen weitgehend unbekannt, obwohl sie durchaus Beachtung verdient. Für das Modell MUKLIMO\_3 ist die dreidimensionale Stromfunktionsmethode ein Kernstück. Die folgenden Abschnitte widmen sich deshalb ihrer ausführlichen theoretischen Begründung und der Darstellung ihrer besonderen Aspekte.

## 2.2 Divergenzfreie Bewegungsgleichung

Die Grundaufgabe der atmosphärischen Strömungsberechnung ist die zeitliche Integration der Bewegungsgleichung der Atmosphäre, z. B. in der nach Boussinesq genäherten Form

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho_0 (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} + \nabla \cdot \mathbf{J} = -\nabla p - (\rho_0 + \rho') \nabla \Phi - 2\rho_0 \vec{\Omega} \times \vec{v} \quad (2.1)$$

mit

$$\begin{aligned} \rho &= \rho_0 + \rho' = \text{Dichte} \\ \vec{v} &= \text{Strömungsgeschwindigkeit,} \\ \mathbf{J} &= \text{turbulenter Spannungs- oder Reynoldstensor} \\ \Phi &= \text{Geopotential} \\ \vec{\Omega} &= \text{Winkelgeschwindigkeit der Erde,} \end{aligned}$$

wobei für das Geschwindigkeitsfeld  $\vec{v}$  zusätzlich die Filterbedingung der Divergenzfreiheit gefordert ist,

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0. \quad (2.2)$$

Für die folgenden Betrachtungen sind nicht alle Details der Bewegungsgleichung (2.1) von Belang. Wichtig ist nur ihre Grundstruktur, die in der Form

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \nabla p + \vec{a} \quad (2.3)$$

geschrieben werden kann. Dabei ergibt der Vergleich, dass sich der Vektor  $\vec{a}$  für den Fall der Bewegungsgleichung (2.1) zusammensetzt aus

$$\vec{a} = -\frac{1}{\rho_0} \nabla \cdot \mathbf{J} - (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} - \left(1 + \frac{\rho'}{\rho_0}\right) \nabla \Phi - 2\vec{\Omega} \times \vec{v}. \quad (2.4)$$

Die Schwierigkeit bei der zeitlichen Integration der Gleichung (2.1) liegt darin begründet, dass die Nebenbedingung der Divergenzfreiheit Gl. (2.2) zu erfüllen ist, während gleichzeitig der Druckgradient  $\nabla p$  zunächst unbestimmt ist. Die Situation ist in gewisser Weise vergleichbar mit dem Problem der Klassischen Mechanik, die erzwungene Bewegung eines Massenpunktes auf einer vorgegebenen Fläche zu bestimmen: Dort besteht eine Nebenbedingung der

Form  $f(x, y, z) = 0$  (Gleichung der Fläche) zwischen den kartesischen Ortskoordinaten  $x, y, z$  des Massenpunktes. Hier wird von den Geschwindigkeitskoordinaten  $u, v, w$  die Erfüllung der Divergenzfreiheitsbedingung  $\nabla \cdot \vec{v} = 0$  verlangt. Beim Problem der Mechanik sorgen Zwangskräfte dafür, dass die vorgegebene Bahn nicht verlassen wird. In der inkompressiblen Flüssigkeit wird eine Kompression oder Dilatation durch einen sich entsprechend aufbauenden *Gegendruck* verhindert. Zur zeitlichen Integration der Bewegungsgleichung mit Nebenbedingung bestehen auf der einen wie auf der anderen Seite grundsätzlich zwei Möglichkeiten: Entweder man integriert die ursprüngliche, in kartesischen Koordinaten formulierte Bewegungsgleichung direkt und bestimmt die Zwangskräfte dabei stets so, dass die jeweilige Nebenbedingung erfüllt ist. Oder man eliminiert die Zwangskräfte durch eine geeignete Koordinatentransformation aus der Bewegungsgleichung, integriert die umgeformte Gleichung und transformiert die erhaltene Lösung anschließend wieder zurück auf die ursprünglichen Koordinaten.

Der ersten Vorgehensweise entsprechen in der Mechanik die Lagrangeschen Gleichungen *erster* Art, in der Hydrodynamik redet man vom *primitiven* (im Sinne von *ursprünglich*) oder  $(u, v, w, p)$ -Gleichungssystem. Der zweiten Methode folgen die Lagrangeschen Gleichungen *zweiter* Art. Dasselbe Prinzip ist grundsätzlich auch in der Hydrodynamik anwendbar, als sogenannte *Stromfunktionsmethode* aber lange Zeit nur für zweidimensionale Probleme gebräuchlich. Charakteristisch für dieses Lösungsverfahren für inkompressible Strömungsprobleme ist die Gewinnung beider Geschwindigkeitskomponenten durch Differentiation aus einer einzigen skalaren Größe, der sogenannten *Stromfunktion*, die üblicherweise mit  $\psi$  bezeichnet wird.

Die Beschränkung der Stromfunktionsmethode auf zwei Dimensionen kann aber aufgehoben werden. Im Folgenden wird, nach einer kurzen Darstellung des herkömmlichen Verfahrens, eine Verallgemeinerung auf drei Dimensionen präsentiert. Die Grundidee besteht darin, dreidimensionale divergenzfreie Geschwindigkeitsfelder mithilfe einer *zweikomponentigen* Stromfunktion darzustellen. Im Anschluss an die direkte Ableitung der Methode wird noch ein zweiter Weg zur Gewinnung desselben Gleichungssystems aufgezeigt, der den Vergleich mit dem verwandten *Vektorpotential-Vorticity*-Ansatz ermöglicht. Aussagen zu den Randbedingungen und zur Lösungseindeutigkeit der *Stromfunktionsgleichung*, d. h. der Bestimmungsgleichung für die beiden Stromfunktionskomponenten, werden aus einem korrespondierenden Minimumprinzip gewonnen.

## 2.3 Analytische Aspekte der Stromfunktionsmethode

### 2.3.1 Stromfunktionsmethode in zwei Dimensionen

Die Grundidee der (in der  $x, z$ -Ebene) zweidimensionalen *Stromfunktionsmethode* besteht zum einen darin, den Druck  $p$  durch eine geeignete Differentialtransformation aus den beiden prognostischen Gleichungen für die Geschwindigkeitskomponenten  $u$  und  $w$  zu eliminieren. Dies wird durch den Übergang von  $u$  und  $w$  zur *Vorticity*  $\zeta$  erreicht,

$$(u, w) \rightarrow \zeta := \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}.$$

Zum anderen wird bei der Stromfunktionsmethode die zweidimensionale Divergenzfreiheitsbedingung

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

durch den Stromfunktionsansatz

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial z}; \quad w = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (2.5)$$

automatisch erfüllt.

Nach der Integration der Vorticity-Gleichung besteht die mit jedem numerischen Zeitschritt zu lösende zweite Teilaufgabe der Stromfunktionsmethode darin, aus der Kenntnis des jeweils neuen Vorticity-Feldes  $\zeta$  auch das neue Geschwindigkeitsfeld  $(u, w)$  zu bestimmen. Diese „Rücktransformation“ geschieht mithilfe der *Stromfunktion*  $\psi$ , die aus dem Vorticity-Feld durch Lösen der elliptischen Differentialgleichung

$$\nabla^2 \psi = \zeta$$

bestimmt wird. Aus der Stromfunktion erhält man dann durch Differentiation gemäß Gleichung (2.5) das automatisch divergenzfreie Geschwindigkeitsfeld  $(u, w)$ .

Die prinzipiellen Schritte der Stromfunktionsmethode

- Elimination des Druckgradienten aus der Bewegungsgleichung durch Übergang von den Geschwindigkeitskomponenten zur Vorticity
- zeitliche Integration der transformierten Gleichung
- Rücktransformation von der Vorticity zu den Geschwindigkeitskomponenten unter Beachtung der Divergenzfreiheitsbedingung

sind demnach grundsätzlich dieselben wie bei der Lösung des Nebenbedingungsproblems der Klassischen Mechanik mithilfe der Lagrangeschen Gleichungen *zweiter* Art. Ein Unterschied besteht allerdings darin, dass die hydrodynamische Forderung nach Divergenzfreiheit im Vergleich zur „mechanischen“ Bedingung  $f(x, y, z) = 0$  von differentieller Natur ist. Zugleich ist auch der Übergang von den Geschwindigkeitskomponenten zur Vorticity eine Differentialanstelle einer analytischen Transformation. Als Folge dieser Unterschiede erfordert die Rücktransformation von der Vorticity zu den Geschwindigkeitskomponenten die Lösung einer partiellen Differentialgleichung anstelle eines analytischen Gleichungssystems.

### 2.3.2 Verallgemeinerung auf drei Dimensionen

Die folgenden Betrachtungen setzen der Einfachheit halber ein quaderförmiges Integrationsgebiet  $V$  voraus. An seiner bei  $z=0$  gelegenen Bodengrenzfläche wird vom Geschwindigkeitsfeld  $\vec{v}$  mit den Komponenten  $(u, v, w)$  die *Undurchdringlichkeitsbedingung*

$$w(x, y, 0) = 0 \quad (2.6)$$

verlangt.

Unter diesen Voraussetzungen beginnt der direkte Zugang zur verallgemeinerten dreidimensionalen Stromfunktionsmethode mit der Elimination der Druckableitungen aus den ersten beiden Komponenten der vektoriellen Gleichung (2.3) jeweils mithilfe der dritten. Durch kreuzweise Differentiation erhält man so die ersten beiden Komponenten der bekannten dreidimensionalen Vorticity-Gleichung, die sich bei Benutzung der Abkürzung Gl. (2.4) schreiben lässt als

$$\begin{aligned} \frac{\partial \zeta_1}{\partial t} &= \frac{\partial a_3}{\partial y} - \frac{\partial a_2}{\partial z} \quad \text{mit} \quad \zeta_1 := \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} = \vec{e}_1 \cdot (\nabla \times \vec{v}) \\ \frac{\partial \zeta_2}{\partial t} &= \frac{\partial a_1}{\partial z} - \frac{\partial a_3}{\partial x} \quad \text{mit} \quad \zeta_2 := \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} = \vec{e}_2 \cdot (\nabla \times \vec{v}), \end{aligned} \quad (2.7)$$

wobei  $\vec{e}_1$  und  $\vec{e}_2$  die Einheitsvektoren in  $x$ - und  $y$ -Richtung sind.

Nach der numerischen Integration dieser beiden prognostischen Gleichungen stellt sich mit jedem Zeitschritt das Problem der *Rücktransformation*, d. h. der Rekonstruktion der ursprünglichen Geschwindigkeitskomponenten aus den neu berechneten Vorticity-Feldern. Dafür zur Verfügung stehen die in Gleichung (2.7) gegebenen Definitionsbeziehungen der Vorticity-Komponenten und zusätzlich die Divergenzfreiheitsbeziehung Gl. (2.2). Sie kann, unter Beachtung der am Boden geforderten Undurchdringlichkeitsbedingung, vertikal integriert werden zu

$$w = - \int_0^z \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) dz'. \quad (2.8)$$

Mithilfe von Gl. (2.8) wird die Vertikalgeschwindigkeit  $w$  aus den Vorticity-Definitionen der Gleichungen (2.7) eliminiert. Man erhält dann

$$\begin{aligned} \zeta_1 &:= -\frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial y} \int_0^z \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) dz' \\ \zeta_2 &:= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \int_0^z \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) dz'. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Dieses Integro-Differentialgleichungssystem ist weniger kompliziert, als es zunächst den Anschein hat: Es lässt sich nämlich durch die Einführung einer *zweikomponentigen* Stromfunktion

$$\begin{aligned} \psi_1 &:= - \int_0^z v(x, y, z') dz' \\ \psi_2 &:= \int_0^z u(x, y, z') dz' \end{aligned} \quad (2.10)$$

auf das folgende Paar gekoppelter partieller Differentialgleichungen zurückführen, das kurz als

Stromfunktionsgleichung bezeichnet werden soll:

$$\begin{aligned}\zeta_1 &:= \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial y \partial x} \\ \zeta_2 &:= \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial x \partial y}.\end{aligned}\quad (2.11)$$

Ist diese Bestimmungsgleichung für  $\psi_1$  und  $\psi_2$  dann – bei Beachtung geeigneter Randbedingungen – gelöst, so erhält man die Geschwindigkeitskomponenten  $u, v, w$  durch Differentiation aus den beiden Stromfunktionskomponenten zu

$$u = \frac{\partial \psi_2}{\partial z}, \quad v = -\frac{\partial \psi_1}{\partial z}, \quad w = \frac{\partial \psi_1}{\partial y} - \frac{\partial \psi_2}{\partial x}, \quad (2.12)$$

wie aus den Gleichungen (2.10) und (2.8) (unter Vertauschung von Differentiation und Integration) gefolgert werden kann.

Das aus den Gleichungen (2.7), (2.11) und (2.8) bestehende System zur zeitlichen Integration divergenzfreier Geschwindigkeitsfelder wurde zuerst von Thyer (1966) angegeben. Es ist zunächst nicht weiter verfolgt und 20 Jahre später von Sievers and Zdunkowski (1986) erneut formuliert worden. Mit der „hydrostatisch“ verkürzten Stromfunktionsgleichung

$$\zeta_1 = \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial z^2}; \quad \zeta_2 = \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial z^2} \quad (2.13)$$

anstelle von Gleichung (2.11) wird es von Bornstein et al. (1986) in der dreidimensionalen Erweiterung des URBMET-Modells (Bornstein, 1975) verwendet.

### 2.3.3 Zusammenhang zwischen Stromfunktions- und Vektorpotentialmethode

Neben dem aufgezeigten Weg zur dreidimensionalen Stromfunktionsmethode gibt es noch einen anderen Zugang (Sievers and Zdunkowski, 1986), der mit den Begriffen „Vektorpotential“ und „Eichtransformation“ verknüpft ist. Er ist weniger direkt, ermöglicht dafür aber den Vergleich mit der verwandten „Vektorpotential-Vorticity“-Methode, die vereinzelt in der Literatur (z. B. Aziz and Hellums, 1967) anzutreffen ist. Deren Grundzüge sollen im Folgenden kurz dargestellt werden.

Die Basisidee des Verfahrens besteht darin, die Divergenzfreiheit des Geschwindigkeitsfeldes durch den Ansatz

$$\vec{v} = -\nabla \times \vec{\psi} \quad (2.14)$$

automatisch sicherzustellen. Diese Darstellung beruht letztlich auf dem Helmholtzschen Satz von der Zerlegbarkeit eines jeden Vektorfeldes in einen rotationsfreien und einen divergenzfreien Anteil. Zugleich wird der Druckgradient aus der Bewegungsgleichung (2.3) eliminiert. Das geschieht durch Rotationsbildung, d. h. durch Übergang von der prognostischen Variablen  $\vec{v}$  zur Rotation  $\nabla \times \vec{v}$ , die – in Anlehnung an die zweidimensionale Stromfunktionsmethode – auch als (vektorielle) *Vorticity* bezeichnet wird,

$$\vec{\zeta} := \nabla \times \vec{v} = \text{vektorielle Vorticity.} \quad (2.15)$$

Zwischen der Vorticity  $\vec{\zeta}$  und dem Vektorpotential  $\vec{\psi}$  besteht dann die Beziehung

$$-\nabla \times (\nabla \times \vec{\psi}) = \vec{\zeta}, \quad (2.16)$$

aus der mit jedem numerischen Zeitschritt, nach Integration der Bewegungsgleichung für  $\vec{\zeta}$ , das Vektorpotential  $\vec{\psi}$  zu bestimmen ist. Aus  $\vec{\psi}$  wird dann – mittels Gleichung (2.14) – das jeweils neue Geschwindigkeitsfeld  $\vec{v}$  berechnet.

Nun ist bekannt, dass das Vektorpotential  $\vec{\psi}$  des Ansatzes Gl. (2.14) nicht eindeutig bestimmt ist. Vielmehr kann man zu  $\vec{\psi}$  den Gradienten  $\nabla\lambda$  einer beliebigen skalaren Funktion  $\lambda$  addieren, ohne dass sich an dem nach Gleichung (2.14) berechneten Geschwindigkeitsfeld  $\vec{v}$  etwas ändert. Ein solcher Übergang von einem Vektorpotential zu einem gleichwertigen anderen wird als *Eichtransformation* bezeichnet und kann gezielt dazu benutzt werden, um bestimmte Forderungen an das Vektorpotential, so genannte *Eichbedingungen* zu erfüllen. Die Vektorpotential-Vorticity-Methode verwendet die aus der Theorie der Elektrodynamik als „Coulomb-Eichung“ bekannte Forderung der Divergenzfreiheit des Vektorpotentials  $\vec{\psi}$ ,

$$\nabla \cdot \vec{\psi} = 0 \quad \text{Coulomb-Eichung.}$$

Der attraktive Aspekt dabei ist, dass die Bestimmungsgleichung (2.16) für  $\vec{\psi}$  durch diese Zusatzforderung zu einer vektoriellen Poisson-Gleichung vereinfacht wird,

$$-\nabla \times (\nabla \times \vec{\psi}) = \vec{\zeta} \quad \rightarrow \quad \nabla \cdot \nabla \vec{\psi} = \vec{\zeta}, \quad (2.17)$$

die bei Verwendung kartesischer Koordinaten in drei entkoppelte Poisson-Gleichungen für die Komponenten  $\psi_i$  und  $\zeta_i$  zerfällt.

Die Coulomb-Eichung bringt aber auch Probleme mit sich. Diese resultieren daraus, dass mit der automatischen Erfüllung der Divergenzfreiheitsbedingung nicht zugleich auch die Zahl unabhängiger Variabler reduziert wird. Das hat zur Folge, dass zwischen den drei Komponenten der Vorticity  $\vec{\zeta}$ , wie auch des Vektorpotentials  $\vec{\psi}$ , nach wie vor innere Abhängigkeiten bestehen, die durch den Übergang von  $\vec{v}$  zu  $\nabla \times \vec{v}$  doch eigentlich beseitigt werden sollten. So besteht bei einer unabhängigen Integration der drei prognostischen Gleichungen für die Vorticity-Komponenten die Gefahr, die Identität

$$\nabla \cdot \vec{\zeta} = \nabla \cdot (\nabla \times \vec{v}) \equiv 0$$

zu verletzen. Komplikationen bestehen auch bei der Gleichung (2.17), deren Randbedingungen so gewählt werden müssen, dass die eingangs geforderte Divergenzfreiheit des Potentials  $\vec{\psi}$  im nachhinein auch tatsächlich erfüllt ist. Für verschwindende Randwerte ist das möglich, wengleich die Randbedingungen etwas kompliziert anmuten: „The boundary conditions are somewhat tricky“ (Roache, 1982). Aber bereits die Vorschrift beliebiger Randwerte der Normalgeschwindigkeit erfordert nach Richardson and Cornish (1977) die zusätzliche Einführung eines skalaren Potentials und die Lösung einer weiteren elliptischen Gleichung. Gänzlich unklar bleibt, wie weniger restriktive Randbedingungen als die Vorschrift der Normalgeschwindigkeit zu handhaben sind.

Die Verwandtschaft der Vorticity-Vektorpotential-Methode mit der hier vorgestellten verallgemeinerten Stromfunktionsmethode ergibt sich daraus, dass die Zusammenhänge (2.12) zwischen den Geschwindigkeits- und Stromfunktionskomponenten auch als Vektorpotential-Ansatz der Form (2.14) gedeutet werden können. Man überzeugt sich leicht davon, dass die Beziehungen (2.12) aus (2.14) hervorgehen, wenn man man verlangt, dass das Vektorpotential von der speziellen Form

$$\vec{\psi} = \psi_1 \vec{e}_1 + \psi_2 \vec{e}_2 \quad (2.18)$$

mit verschwindender Vertikalkomponente, ist

$$\psi_3 := \vec{e}_3 \cdot \vec{\psi} \equiv 0. \quad (2.19)$$

Diese „Stromfunktionseichung“ ersetzt die Forderung nach Divergenzfreiheit des Vektorpotentials. Sie bedeutet keine Einschränkung der darstellbaren Geschwindigkeitsfelder: Mithilfe von (2.8) kann man zeigen, dass sich jedes in  $V$  divergenzfreie Geschwindigkeitsfeld, dessen Vertikalgeschwindigkeit am Boden verschwindet, durch den Ansatz (2.12) identisch darstellen lässt. Zum Beweis muss man für die beiden Stromfunktionskomponenten  $\psi_1$  und  $\psi_2$  nur die Ausdrücke (2.10) einsetzen und für  $w$  die Integralbeziehung Gl. (2.8) benutzen. Außerdem ist die Eichbedingung (2.19) für das Vektorpotential  $\vec{\psi}$  stets erreichbar. Es kann sogar zusätzlich verlangt werden, dass beide Stromfunktionskomponenten am Boden verschwinden: Ausgehend von einem beliebigen Potential  $\vec{\psi}'''$  mit  $\vec{v} = \nabla \times \vec{\psi}'''$  liefert die dreistufige Eichtransformation

$$\begin{aligned} \vec{\psi}''' \rightarrow \vec{\psi}'' &:= \vec{\psi}''' - \nabla \lambda_3 \quad \text{mit} \quad \lambda_3 := \int_0^z \vec{e}_3 \cdot \vec{\psi}'''(x, y, z') dz' \\ \vec{\psi}'' \rightarrow \vec{\psi}' &:= \vec{\psi}'' - \nabla \lambda_2 \quad \text{mit} \quad \lambda_2 := \int_0^x \vec{e}_1 \cdot \vec{\psi}''(x', y, 0) dx' \\ \vec{\psi}' \rightarrow \vec{\psi} &:= \vec{\psi}' - \nabla \lambda_1 \quad \text{mit} \quad \lambda_1 := \int_0^y \vec{e}_2 \cdot \vec{\psi}'(x, y', 0) dy' \end{aligned}$$

im ersten Schritt ein gleichwertiges Potential  $\vec{\psi}''$ , das jetzt aber von der gewünschten zweikomponentigen Form (2.18) ist. Durch die zweite Stufe der Transformation wird zusätzlich erreicht, dass die Komponente  $\psi_1$  am Boden verschwindet und durch die dritte, dass auch  $\psi_2$  dort zu Null wird. Letzteres gilt, da  $\psi_2'$  am Boden wegen  $w(x, y, 0) = 0$  nur noch von  $y$  abhängen kann. Weiter ist zu bemerken, dass die ersten beiden Komponenten der allgemeinen Beziehung (2.16) zwischen Vektorpotential und Vorticity gerade die zweikomponentigen Stromfunktionsgleichung (2.11) ergeben, wenn man für  $\vec{\psi}$  das spezielle Potential (2.18) einsetzt.

Die Stromfunktionsmethode unterscheidet sich demnach vom Ansatz der Vektorpotentialmethode durch die Wahl einer – jedenfalls für Anwendungen mit einem undurchdringlichen unteren Rand – offensichtlich zweckmäßigeren Eichbedingung. Denn durch die Stromfunktionseichung (2.19) anstelle der Coulomb-Eichung wird sowohl die Zahl der prognostischen wie auch der diagnostischen Gleichungen jeweils um eine auf zwei reduziert. Die verbleibenden Variablen sind deshalb voneinander unabhängig, was bei der Vektorpotentialmethode nicht der Fall ist und zu Problemen führt.

### 2.3.4 Minimalproblem und Randbedingungen für die Stromfunktion

Ein formal mit der Stromfunktionsgleichung (2.11) übereinstimmendes Gleichungssystem erhält man interessanterweise aus einer vom üblichen Verfahren abweichenden Behandlung eines bekannten Extremwertproblems. Der im Folgenden beschriebene, alternative Lösungsansatz ist deshalb von Belang, weil man aus ihm Erkenntnisse über die Randbedingungen und die Lösungseindeutigkeit der Stromfunktion gewinnt. Er wird zudem zur Diskretisierung der Stromfunktionsgleichung herangezogen.

Die angesprochene Extremalaufgabe besteht darin, ein gegebenes Geschwindigkeitsfeld  $\vec{v}_0$  bestmöglich durch ein divergenzfreies Feld  $\vec{v}$  zu approximieren. Das Kriterium für die „Güte“ der Näherung ist die quadratische Abweichung beider Felder. Die mathematische Formulierung der Forderung nach bestmöglicher Näherung ist deshalb

$$I\{\vec{v}\} := \int_V (\vec{v} - \vec{v}_0)^2 dV = \text{Minimum bezüglich } \vec{v}. \quad (2.20)$$

Das übliche Lösungsprinzip für dieses Problem besteht darin, die Minimumbedingung (2.20) als Variationsaufgabe mit Nebenbedingung (Divergenzfreiheit von  $\vec{v}$ ) zu behandeln (siehe z. B. Sasaki (1958), Sherman (1978), Ehrendorfer et al. (1994)). Sie wird mithilfe eines sogenannten *Lagrangeschen Parameters*  $\lambda$  auf eine Poisson-Gleichung für  $\lambda$  zurückgeführt. Die alternative Lösungsidee besteht darin, die Nebenbedingung der Divergenzfreiheit von  $\vec{v}$  durch den Vektorpotentialansatz (2.14) mit *Stromfunktionsgleichung* Gl. (2.19) von vornherein sicherzustellen. Der Ansatz benutzt die am Boden geforderte Undurchdringlichkeitsbedingung (2.6), bedeutet ansonsten aber keine Einschränkung der zulässigen Geschwindigkeitsfelder. Die Extremalaufgabe lautet dann,  $\vec{\psi}$  so zu bestimmen, dass die (jetzt von  $\vec{\psi}$  abhängige) quadratische Geschwindigkeitsabweichung

$$I\{\vec{v}\} \rightarrow I\{\vec{\psi}\} = \int_V (-\nabla \times \vec{\psi} - \vec{v}_0)^2 dV \quad (2.21)$$

zum Minimum wird. Diese Aufgabe ist ohne Nebenbedingung zu lösen. Das erfordert das Verschwinden der Variation  $\delta I$  bezüglich  $\vec{\psi}$ , also

$$\delta I := I\{\vec{\psi} + \delta\vec{\psi}\} - I\{\vec{\psi}\} = 2 \int_V (-\nabla \times \vec{\psi} - \vec{v}_0) \cdot (\nabla \times \delta\vec{\psi}) dV = 0, \quad (2.22)$$

wobei die Variation  $\delta\vec{\psi}$  der Stromfunktion  $\vec{\psi}$  wegen Gl. (2.18) gegeben ist durch

$$\delta\vec{\psi} = \delta\psi_1 \vec{e}_1 + \delta\psi_2 \vec{e}_2.$$

Durch Umformung des Volumenintegrals lässt sich aus Gl. (2.22) die Forderung

$$\int_V \delta\vec{\psi} \cdot \left\{ -\nabla \times (\nabla \times \vec{\psi} - \vec{v}_0) \right\} dV + R = 0 \quad (2.23)$$

ableiten, wobei das Randintegral  $R$  über die Oberfläche  $\partial V$  von  $V$  gegeben ist durch

$$R = \oint_{\partial V} \left\{ \delta \vec{\psi} \times (-\nabla \times \vec{\psi} - \vec{v}_0) \right\} \cdot d\vec{F}. \quad (2.24)$$

Wenn man sicher sein kann, dass  $R$  verschwindet, so folgen aus Gl. (2.23) – wegen der Beliebbarkeit der Variationen  $\delta\psi_1$  und  $\delta\psi_2$  – die beiden Bedingungen

$$\begin{aligned} \vec{e}_1 \cdot \left\{ -\nabla \times (\nabla \times \vec{\psi}) \right\} &= \vec{e}_1 \cdot \left\{ \nabla \times \vec{v}_0 \right\} \\ \vec{e}_2 \cdot \left\{ -\nabla \times (\nabla \times \vec{\psi}) \right\} &= \vec{e}_2 \cdot \left\{ \nabla \times \vec{v}_0 \right\}. \end{aligned}$$

Sie stimmen wegen Gleichung (2.18) und mit den Vorticity-Komponenten

$$\zeta_{0;1} := \frac{\partial w_0}{\partial y} - \frac{\partial v_0}{\partial z}; \quad \zeta_{0;2} := \frac{\partial u_0}{\partial z} - \frac{\partial w_0}{\partial x}$$

der Referenzgeschwindigkeit  $\vec{v}_0$  anstelle von  $\zeta_1$  und  $\zeta_2$  formal mit der Stromfunktionsgleichung (2.11) überein.

Zu klären bleibt noch die Frage, unter welchen Bedingungen das Randintegral  $R$  verschwindet. Aus der Produktstruktur des Integranden auf der rechten Seite von Gleichung (2.24) erkennt man, dass das entweder durch Forderungen an  $\vec{\psi}$  (Randbedingung 1. Art) oder durch Forderungen an die aus  $\nabla \times \vec{\psi}$  errechneten Geschwindigkeiten (Randbedingung 2. Art) erreicht werden kann. Dabei hängt die Form der Randbedingungen von der Orientierung der jeweiligen Grenzfläche ab, wie im Folgenden erörtert wird.

Auf horizontalen Flächen (Boden, Oberrand) erfordern die Randbedingungen 1. Art die Vorschrift beider Stromfunktionskomponenten. Die sich aus dem Ansatz Gl. (2.10) ergebende Forderung nach dem Verschwinden beider Stromfunktionskomponenten am Boden,

$$\psi_1(x, y, 0) = 0; \quad \psi_2(x, y, 0) = 0 \quad \text{Bodenrandbedingung} \quad (2.25)$$

entspricht diesem Schema und ist deshalb die naturgemäße Bodenrandbedingung. Auch am Oberrand des Modellgebiets wäre die Vorschrift beider Stromfunktionskomponenten grundsätzlich möglich. Sie erscheint dort aber weniger angemessen als am Boden, weil man damit nach Gleichung (2.10) über den Gesamtstrom zwischen Boden und Obergrenze (vertikal integriertes horizontales Geschwindigkeitsfeld) verfügen würde. Dem Geschwindigkeitsfeld wird damit die Möglichkeit genommen, sich selbsttätig auf die Um- und Überströmung von Hindernissen einzustellen. Weniger restriktiv und besser angemessen ist es, am Oberrand  $z = H$  die beiden horizontalen Geschwindigkeitskomponenten als  $u(x, y, H) = u_0(x, y, H)$  und  $v(x, y, H) = v_0(x, y, H)$  vorzuschreiben. Das entspricht einer Bedingung 2. Art. An den x-orientierten seitlichen Rändern des Modellgebiets entspricht die Randbedingung 1. Art der Vorschrift der Stromfunktionskomponente  $\psi_2$ , was wegen des Zusammenhangs der Gleichung (2.10) gleichbedeutend ist mit der Vorschrift der Geschwindigkeitskomponente  $u$ . Die Randbedingung 2. Art verlangt demgegenüber die Vorschrift  $w = w_0$ . An den y-orientierten Rändern kann entsprechend entweder  $\psi_1$  bzw.  $v$  vorgeschrieben werden (Bedingung 1. Art) oder aber  $w = w_0$  (Bedingung 2. Art).

Zum Schluss dieses Kapitels soll noch gezeigt werden, dass die Bodenrandbedingung Gl. (2.25) zusammen mit Randbedingungen 1. oder 2. Art auf den übrigen Teilflächen des Integrationsgebiets  $V$  die Lösungseindeutigkeit der Stromfunktionsgleichung (2.11) sicherstellt. Das folgt aus der Betrachtung der Geschwindigkeitsdifferenz  $\vec{v}_A - \vec{v}_B = -\nabla \times (\vec{\psi}_A - \vec{\psi}_B)$ , die man aus zwei Lösungen  $\vec{\psi}_A$  und  $\vec{\psi}_B$  der Stromfunktionsgleichung erhält. Zudem wird angenommen, dass beide Lösungen denselben Randbedingungen genügen. Dann gilt

$$\begin{aligned} \int_V (\vec{v}_A - \vec{v}_B)^2 dV &= \int_V (\vec{\psi}_A - \vec{\psi}_B) \cdot \left[ \nabla \times \nabla \times (\vec{\psi}_A - \vec{\psi}_B) \right] dV \\ &- \oint_{\partial V} \left[ (\vec{\psi}_A - \vec{\psi}_B) \times (\vec{v}_A - \vec{v}_B) \right] \cdot d\vec{F}. \end{aligned}$$

Die rechtsseitigen Integrale verschwinden aber beide: Das erste, weil  $\vec{\psi}_A$  und  $\vec{\psi}_B$  jeweils zweikomponentig und Lösungen der Stromfunktionsgleichung (2.11) sind, und das zweite, weil  $\vec{\psi}_A$  und  $\vec{\psi}_B$  auf  $\partial V$  dieselben Randbedingungen erfüllen. Deshalb verschwinden auf jedem Teilstück von  $\partial V$  die zum Integral beitragenden, zu  $d\vec{F}$  parallelen Komponenten des Integranden  $(\vec{\psi}_A - \vec{\psi}_B) \times (\vec{v}_A - \vec{v}_B)$ , entweder weil die betreffenden Komponenten von  $\vec{\psi}_A$  und  $\vec{\psi}_B$  selbst übereinstimmen (bei Bedingungen 1. Art) oder aber die Komponenten von  $\vec{v}_A$  und  $\vec{v}_B$  (Bedingungen 2. Art). Somit verschwindet das Skalarprodukt des Integranden mit  $d\vec{F}$  auf ganz  $\partial V$  und damit auch das Oberflächenintegral. Folglich stimmen die Geschwindigkeitsfelder  $\vec{v}_A$  und  $\vec{v}_B$  überein. Zieht man die Bodenrandbedingung Gl. (2.25) hinzu, so wird klar, dass die beiden Stromfunktionen  $\vec{\psi}_A$  und  $\vec{\psi}_B$  identisch sein müssen.



# Kapitel 3

## Das kleinskalige Strömungsmodell

### MUKLIMO\_3

#### 3.1 Vorbemerkung

Um zu zeigen, dass die auf analytischem Weg gezeigte Verallgemeinerung der Stromfunktionsmethode von zwei auf drei Dimensionen nicht nur von theoretischem Interesse ist, sondern sich auch für die praktische Anwendung eignet, wurden ihre Grundideen in ein kleinskaliges numerisches Modell zur Gebäudeumströmung umgesetzt (Sievers, 1995). Da dieses Modell die Verallgemeinerung des in Sievers and Zdunkowski (1986) beschriebenen Modells MUKLIMO (Mikroskaliges Urbanes KLimaMOdell) von zwei auf drei räumliche Dimensionen ist, wird es als MUKLIMO\_3 bezeichnet. Mit MUKLIMO\_3 vergleichbare Modelle auf der Basis der so genannten „primitiven Gleichungen“ sind in Hirt and Cook (1972) sowie bei Eichhorn et al. (1988) beschrieben.

Die folgende Beschreibung der numerischen Aspekte von MUKLIMO\_3 bezieht sich zunächst auf die reine Gebäudeumströmung in ansonsten ebenem Gelände. Im Kapitel 4 werden dann die auch zur „Basisversion“ von MUKLIMO\_3 gehörigen Modellerweiterungen (abgehobenen Hindernisse, dünne Wände, unaufgelöste Bebauung, Bäume, Orographie, Dispersionsmodell) eingeführt. Thermodynamische Modellerweiterungen gehören nicht zur Basisversion und bleiben außer Betracht.

#### 3.2 Gitteraufbau

Das Modell MUKLIMO\_3 benutzt kartesische Koordinaten  $x$ ,  $y$ ,  $z$  und setzt ein achsenorientiertes, quaderförmiges Integrationsgebiet  $V$  voraus. Die gesamte Modellerstreckung wird entlang der Achsen in  $n_x$  Abschnitte mit den Abmessungen  $\Delta x_i$ ,  $n_y$  Abschnitte  $\Delta y_j$  und  $n_z$  vertikale Abschnitte  $\Delta z_k$  untergliedert, die sich zu Gitterzellen  $V_{ijk} = \Delta x_i \Delta y_j \Delta z_k$  zusammensetzen. Die Mittelpunktkoordinaten der Abschnitte werden mit  $x_i$ ,  $y_j$  und  $z_k$  bezeichnet. Über jedem horizontalen Flächenelement  $\Delta x_i \Delta y_j$  ist zudem ein Index  $n_0(i, j)$  definiert, der die Zellzugehörigkeit der Gitterzellen festlegt: Für  $k > n_0(i, j)$  gehört die Zelle  $V_{ijk}$  zur Atmosphäre, andernfalls ist sie Teil eines Gebäudes (bzw. des Bodens, vgl. die in Kap. 4.6 eingeführte Mo-

dellerweiterung der Orographie). Die so definierten, sich über  $\Delta x_i \Delta y_j$  erstreckenden „Gebäudesäulen“ können zu einem oder mehreren Gebäuden zusammengesetzt werden, die mithilfe von  $n_0(i, j)$  beliebig gestaltbar sind.

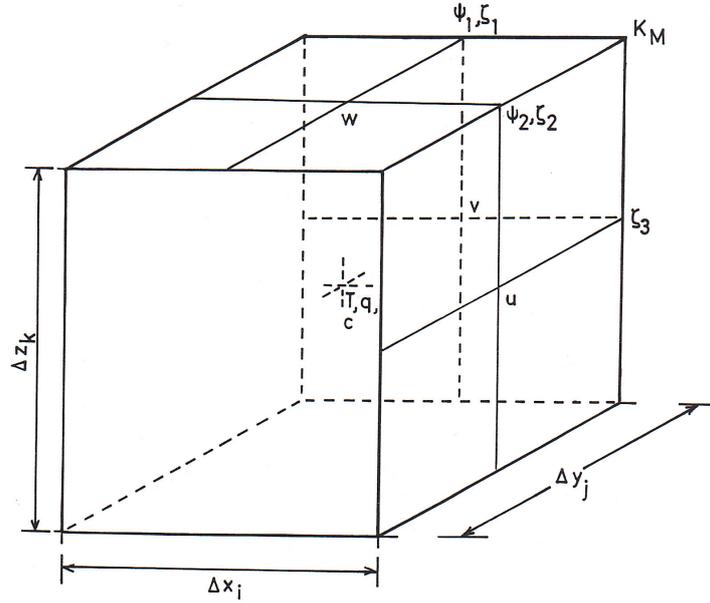


Abbildung 3.1: Gitterzelle mit Abmessungen und Verteilung der Variablen

Das Modell MUKLIMO\_3 benutzt einen geschachtelten Gitteraufbau, bei dem zu jeder Gitterzelle jeweils ein Wert einer jeden Modellvariablen gehört. Deren Verteilung innerhalb einer Zelle ist in der Abbildung 3.1 gezeigt. Die diskreten Werte  $\psi_{1;ijk}$  der ersten Stromfunktionskomponente sind, ebenso wie die zugehörigen Vorticity-Werte  $\zeta_{1;ijk}$ , auf den in Richtung wachsender  $y$ -Werte gelegenen Oberkanten der Zellen  $V_{ijk}$  erklärt, die Größen  $\psi_{2;ijk}$  und  $\zeta_{2;ijk}$  auf den in Richtung wachsender  $x$ -Werte gelegenen Oberkanten. Auf diese Weise erhält man die diskreten Geschwindigkeitskomponenten  $u_{ijk}$ ,  $v_{ijk}$  und  $w_{ijk}$ , die aus

$$\begin{aligned} u_{ijk} &= \frac{\psi_{2;ijk} - \psi_{2;ijk-1}}{\Delta z_k}; & v_{ijk} &= -\frac{\psi_{1;ijk} - \psi_{1;ijk-1}}{\Delta z_k} \\ w_{ijk} &= \frac{\psi_{1;ijk} - \psi_{1;ij-1k}}{\Delta y_j} - \frac{\psi_{2;ijk} - \psi_{2;i-1jk}}{\Delta x_i} \end{aligned} \quad (3.1)$$

als zentrierte Differenzen errechnet werden, auf den in Richtung wachsender  $x$ -,  $y$ - bzw.  $z$ - Werte gelegenen Seitenflächen von  $V_{ijk}$ . Dort werden sie benötigt, um die advektiven Zu- und Abflüsse atmosphärischer Beimengungen in und aus den Gitterzellen zu kontrollieren (Arakawa-C-Gitter). Die Austauschkoefizienten für den Impuls  $K_{m;ijk}$  sind in den Zellecken erklärt, während die Zellmitte (in erweiterten Modellversionen) den diskreten Werten der Lufttemperatur, der Luftfeuchte und eventueller weiterer atmosphärischer Beimengungen vorbehalten ist.

Die Verteilung der Geschwindigkeitsvariablen über das Gitter gestattet es, die diskrete Ge-

schwindigkeitsdivergenz einer Zelle  $V_{ijk}$  einfach zu berechnen als

$$(\nabla \cdot \vec{v})_{ijk} = (u_{ijk} - u_{i-1jk})/\Delta x_i + (v_{ijk} - v_{ij-1k})/\Delta y_j + (w_{ijk} - w_{ijk-1})/\Delta z_k. \quad (3.2)$$

Setzt man für die Geschwindigkeitskomponenten den Stromfunktionsansatz der Gleichung (3.1) ein, so folgt das identische Verschwinden der Divergenz:

$$(\nabla \cdot \vec{v})_{ijk} \equiv 0. \quad (3.3)$$

## 3.3 Vorticity-Gleichung

### 3.3.1 Analytische Gleichung

Ausgangspunkt für die numerischen Gleichungen des Modells MUKLIMO\_3 ist die Bewegungsgleichung einer inkompressiblen und neutral geschichteten Atmosphäre,

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho_0 (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} + \nabla \cdot \mathbf{J} = -\nabla p - \rho_0 \nabla \Phi - 2\rho_0 \vec{\Omega} \times \vec{v}. \quad (3.4)$$

Dabei wird vom Geschwindigkeitsfeld  $\vec{v}$  Divergenzfreiheit verlangt und die Dichte  $\rho_0$  als räumlich konstant angesehen. Im Vergleich zur Gleichung (2.1), die für zukünftige Modellerweiterungen und geänderte Anwendungen offengehalten ist, bleibt in Gl. (3.4) der Auftriebsterm  $\rho \nabla \Phi$  außer Betracht. Der turbulente Spannungstensor wird parametrisiert als

$$\mathbf{J} = -\rho_0 K_m (\nabla \vec{v} + \vec{v} \nabla). \quad (3.5)$$

Für seine Divergenz wird die Approximation

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{J} &= -\nabla \cdot \rho_0 K_m (\nabla \vec{v} + \vec{v} \nabla) \\ &= \nabla \times (\rho_0 K_m \nabla \times \vec{v}) - 2\nabla \cdot \rho_0 K_m (\vec{v} \nabla) \approx \nabla \times \rho_0 K_m \vec{\zeta} \end{aligned} \quad (3.6)$$

als praktikable Näherung angesehen, da der vernachlässigte Term für parallele Scherströmungen verschwindet. Der Austauschkoefizient für den Impuls,  $K_m$ , wird aus einem modifizierten Mischungswegansatz berechnet, der im Kapitel 3.3.2 näher diskutiert wird. Die Coriolis-Beschleunigung wird vereinfacht, indem von der Erdrotation nur der Anteil berücksichtigt wird, der einer Drehung des Modellgebiets um seine vertikale Achse entspricht, d. h. es wird ersetzt

$$2\vec{\Omega} \times \vec{v} \rightarrow f \vec{e}_3 \times \vec{v}. \quad (3.7)$$

Dabei ist  $f$  der so genannte Coriolis-Parameter, der sich aus der Winkelgeschwindigkeit  $\Omega$  der Erde und der geografischen Breite  $\phi_g$  des Modellgebiets errechnet als

$$f = 2\Omega \sin \phi_g. \quad (3.8)$$

Mit diesen Vorgaben und der zusätzlichen Umformung

$$(\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = \frac{\nabla (\vec{v} \cdot \vec{v})}{2} - \vec{v} \times (\nabla \times \vec{v}) \quad (3.9)$$

und daraus folgend

$$\nabla \times (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\nabla \times (\vec{v} \times \vec{\zeta})$$

erhält die zweikomponentige Vorticity-Gleichung (2.7) die explizite Form

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \zeta_1}{\partial t} + \frac{\partial(v\zeta_1 - u\zeta_2)}{\partial y} + \frac{\partial(w\zeta_1 - u\zeta_3^*)}{\partial z} \\
& - \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \frac{\partial K_m \zeta_1}{\partial y} - \frac{\partial K_m \zeta_2}{\partial x} \right\} - \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{\partial K_m \zeta_1}{\partial z} - \frac{\partial K_m \zeta_3}{\partial x} \right\} \\
& = 0 \\
& \frac{\partial \zeta_2}{\partial t} + \frac{\partial(u\zeta_2 - v\zeta_1)}{\partial x} + \frac{\partial(w\zeta_2 - v\zeta_3^*)}{\partial z} \\
& - \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{\partial K_m \zeta_2}{\partial x} - \frac{\partial K_m \zeta_1}{\partial y} \right\} - \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{\partial K_m \zeta_2}{\partial z} - \frac{\partial K_m \zeta_3}{\partial y} \right\} \\
& = 0,
\end{aligned} \tag{3.10}$$

wobei die modifizierte Vorticity-Komponente  $\zeta_3^*$  den Coriolis-Parameter umfasst,

$$\zeta_3^* := \zeta_3 + f = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} + f. \tag{3.11}$$

### 3.3.2 Mischungswegansatz für die Austauschkoeffizienten

Der Prandtlsche Mischungswegansatz

$$K_m = l^2 \left| \frac{\partial \vec{v}_h}{\partial z} \right|$$

mit der Mischungsweglänge  $l$  definiert als

$$l = \kappa z \quad \text{mit } \kappa \approx 0.4 = \text{von-Kármán-Konstante}$$

setzt den Impulsaustauschkoeffizienten  $K_m$  einer ebenen Strömung in Beziehung zur Scherung der Horizontalgeschwindigkeit  $\vec{v}_h$  und zum Bodenabstand  $z$ . Er ist für ein Problem mit Gebäudeumströmungen nicht direkt anwendbar, da das Geschwindigkeitsfeld – insbesondere in Gebäudenähe – sehr stark von einer horizontalen Strömung abweichen kann, und muss deshalb modifiziert werden. Der geänderte Ansatz muss insbesondere auch für parallele Strömungen längs beliebig orientierter Flächen (Wände!) geeignet sein, wobei die Vertikalableitung der Horizontalgeschwindigkeit  $\partial \vec{v}_h / \partial z$  übergeht in die Normalableitung  $\partial \vec{v}_t / \partial n$  der Tangentialgeschwindigkeit  $\vec{v}_t$  und der Bodenabstand  $z$  in den Normalenabstand  $d$  des Bezugspunktes von der Fläche. Man überzeugt sich, dass die Verallgemeinerung

$$K_m = (\kappa z)^2 \left| \frac{\partial \vec{v}_h}{\partial z} \right| \rightarrow K_m = (\kappa d)^2 \left| \vec{\zeta} \right| \tag{3.12}$$

mit  $d = \text{minimaler Abstand zur Bodenkontur}$

das Geforderte leistet, indem sie für rein horizontale Strömungen in den originalen Prandtl-Ansatz übergeht, zugleich aber invariant ist gegenüber Drehungen der Strömungsebene.

Außerdem wird in MUKLIMO\_3 das unbegrenzte Anwachsen des Mischungswegs mit dem Bodenabstand unterbunden, indem der Mischungsweg  $l$  gemäß einem Ansatz von Blackadar (1962) nach oben durch einen maximalen Mischungsweg  $l_\infty$  begrenzt wird,

$$\frac{1}{l} = \frac{1}{\kappa d} + \frac{1}{l_\infty}. \tag{3.13}$$

Anders als bei Blackadar (1962) wird die Obergrenze  $l_\infty$  des Mischungswegs aber nicht über den geostrophischen Wind  $u_g$  oder die Schubspannungsgeschwindigkeit  $u_*$  berechnet. Stattdessen ist  $l_\infty$  eine Vorgabegröße des Modells MUKLIMO\_3, über welche die Stabilität der atmosphärischen Schichtung gesteuert wird. Eine weitere Vorgabegröße, welche den Austauschansatz beeinflusst, ist die Höhe  $H_{konv}$  der konvektiv durchmischten Schicht. In ihr wird der vorgegebene Wert für  $l_\infty$  abgeändert zu  $l_\infty = 0.1H_{konv}$ . Der Mischungswegansatz von MUKLIMO\_3 für den Austauschkoeffizienten  $K_m$  wird damit zu

$$K_m = l^2 \left| \vec{\zeta} \right| \quad (3.14)$$

mit  $l$  gemäß Gleichung (3.13) .

Für die Berechnung der an den Zelleckpunkten definierten Austauschkoeffizienten  $K_{m,ijk}$  wird für jeden Gitterpunkt der Abstand zur Bodenkontur (mitsamt Gebäuden) vorberechnet. Für die Ermittlung des Vorticity-Betrags wird das Quadrat ihrer einzelnen Komponenten aus den beiden jeweils nächstgelegenen Werten gemittelt. An den Seitenrändern des Modellgebiets sind dabei die jeweiligen Homogenitätsbedingungen zu beachten. Der Boden und die inneren Grenzflächen machen demgegenüber keine Probleme, da dort der Abstand  $d$  Null ist und die zugehörigen Austauschkoeffizienten somit verschwinden. An der Modellobergrenze werden die Werte des Austauschkoeffizienten nicht berechnet, sondern sind vorgegeben.

### 3.3.3 Räumliche Diskretisierung

Für die numerische Integration muss die Gleichung (3.10) zunächst räumlich diskretisiert werden. Die Advektionsterme werden dabei sämtlich als „Upstream-Näherungen“ modelliert. Für die Diskretisierung der  $y$ -Advektion der  $\zeta_1$ -Gleichung gilt z. B.

$$\left( \frac{\partial \zeta_1}{\partial t} \right)_{adv-y} = - \frac{\partial (v \zeta_1 - u \zeta_2)}{\partial y} \rightarrow - \frac{(v^+ \zeta_{1;up}^+ - v^- \zeta_{1;up}^-)_{ijk} - (u^+ \zeta_{2;up}^+ - u^- \zeta_{2;up}^-)_{ijk}}{0.5 (\Delta y_{j+1} + \Delta y_j)} . \quad (3.15)$$

Die mit „+“ und „-“ gekennzeichneten Variablen gehören dabei zu gegenüber den regulären  $\zeta_1$ -Plätzen des Gitters in positiver bzw. negativer  $y$ -Richtung verschobenen Positionen, womit man zu den Punkten für die diskreten Vertikalgeschwindigkeiten  $w_{ij+1k}$  bzw.  $w_{ijk}$  gelangt. Die Geschwindigkeitskomponenten  $u$  und  $v$  sind dort nicht definiert, so dass  $u^+$ ,  $v^+$ ,  $u^-$  und  $v^-$  durch Mittelung aus den 4 jeweils nächstgelegenen regulären Werten bestimmt werden müssen. Mithilfe der diskreten Stromfunktionskomponenten  $\psi_{1;ijk}$  und  $\psi_{2;ijk}$  erhält man

$$\begin{aligned} u^+ &= \frac{(\psi_{2;ij+1k+1} + \psi_{2;i-1j+1k+1}) - (\psi_{2;ij+1k-1} + \psi_{2;i-1j+1k-1})}{4(z_{k+1} - z_k)} , \\ v^+ &= - \frac{(\psi_{1;ij+1k+1} + \psi_{1;ijk+1}) - (\psi_{1;ij+1k-1} + \psi_{1;ijk-1})}{4(z_{k+1} - z_k)} , \\ u^- &= \frac{(\psi_{2;ijk+1} + \psi_{2;i-1jk+1}) - (\psi_{2;ijk-1} + \psi_{2;i-1jk-1})}{4(z_{k+1} - z_k)} , \\ v^- &= - \frac{(\psi_{1;ijk+1} + \psi_{1;ij-1k+1}) - (\psi_{1;ijk-1} + \psi_{1;ij-1k-1})}{4(z_{k+1} - z_k)} . \end{aligned} \quad (3.16)$$

Für die Vorticity-Werte  $\zeta_1^+$ ,  $\zeta_2^+$ ,  $\zeta_1^-$  und  $\zeta_2^-$  hingegen gelten die Upstream-Approximationen

$$\begin{aligned}\zeta_{1;up}^+ &= \begin{cases} \zeta_{1;ijk} & \text{für } v^+ \geq 0 \\ \zeta_{1;ij+1k} & \text{für } v^+ < 0 \end{cases} & \zeta_{1;up}^- &= \begin{cases} \zeta_{1;ij-1k} & \text{für } v^- \geq 0 \\ \zeta_{1;ijk} & \text{für } v^- < 0 \end{cases} \\ \zeta_{2;up}^+ &= \begin{cases} \zeta_{2;ijk} & \text{für } u^+ \geq 0 \\ \zeta_{2;i+1jk} & \text{für } u^+ < 0 \end{cases} & \zeta_{2;up}^- &= \begin{cases} \zeta_{2;i-1jk} & \text{für } u^- \geq 0 \\ \zeta_{2;ijk} & \text{für } u^- < 0 \end{cases}.\end{aligned}\quad (3.17)$$

Die übrigen Advektionsterme werden in analoger Weise diskretisiert. Die Diskretisierung der Reibungsanteile in (3.10) bietet im inneren Modellgebiet keine Probleme. Es muss nur beachtet werden, dass die als Vorfaktoren der Vorticity-Werte auftretenden Diffusionskomponenten jeweils als Mittelwert aus den beiden benachbarten Eckpunktwerten berechnet werden. Ein Beispiel: Der  $y$ -Anteil der  $\zeta_1$ -Diffusion wird diskretisiert als

$$\frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial K_m \zeta_1}{\partial y} \rightarrow \frac{(\partial K_m \zeta_1 / \partial y)_{ij+1k} - (\partial K_m \zeta_1 / \partial y)_{ijk}}{y_{j+1} - y_j} \quad (3.18)$$

mit

$$\begin{aligned}\left(\frac{\partial K_m \zeta_1}{\partial y}\right)_{ij+1k} &= \frac{(K_{m;ij+1k} + K_{m;i-1j+1k})\zeta_{1;ij+1k} - (K_{m;ijk} + K_{m;i-1jk})\zeta_{1;ijk}}{2\Delta y_{j+1}} \\ \left(\frac{\partial K_m \zeta_1}{\partial y}\right)_{ijk} &= \frac{(K_{m;ijk} + K_{m;i-1jk})\zeta_{1;ijk} - (K_{m;ij-1k} + K_{m;i-1j-1k})\zeta_{1;ij-1k}}{2\Delta y_j}.\end{aligned}$$

Die Coriolis-Terme sind, wie aus den Gleichungen (3.10) und (3.11) hervorgeht, in die Behandlung der Advektion integriert.

### 3.3.4 Randbedingungen

Bedingt durch die Endlichkeit des Modellgebiets  $V$  gibt es im Integrationsgebiet der Vorticity-Gleichung (3.10) Flächen, auf denen die normalen Differenzen des Diskretisierungsschemas nicht bildbar sind, da erforderliche Werte fehlen. Dort muss das Schema durch „Randbedingungen“ ergänzt werden, wobei zwischen Boden, Obergrenze, Seitenrändern und inneren Grenzflächen (Oberflächen der Gebäude) zu unterscheiden ist.

#### 3.3.4.1 Bodenrand

Die Modellierung der vertikalen Vorticity-Advektion nach dem Upstream-Prinzip erfordert, bei unmittelbar über dem Boden aufwärts gerichteter Vertikalgeschwindigkeit, Vorticity-Werte  $\zeta_{1;ij0}$  und  $\zeta_{2;ij0}$  direkt am Boden. Für die Bereitstellung dieser nicht prognostizierten Werte wird das Gitternetz gedanklich in den Boden hinein fortgesetzt, dort aber alle Geschwindigkeiten zu Null angenommen. Dann lassen die fraglichen Vorticity-Komponenten sich diagnostisch ermitteln als

$$\zeta_{1;ij0} = -\frac{v_{ij1}}{\Delta z_1}; \quad \zeta_{2;ij0} = \frac{u_{ij1}}{\Delta z_1}. \quad (3.19)$$

Hier ist benutzt, dass die Vertikalgeschwindigkeit  $w$ , und mit ihr die Ableitungen  $\partial w / \partial x$  und  $\partial w / \partial y$ , am Boden verschwinden.

Bodenrandbedingungen sind auch für die Impulsflüsse  $K_m \zeta_1$  und  $K_m \zeta_2$  erforderlich. Man erhält sie aus der Annahme, dass das Strömungsgeschehen mit zunehmender Annäherung an den Boden in eine lokale Prandtl-Strömung übergeht, so dass man nähern kann

$$(K_m \zeta_1)_{ij0} = -v_{ij1} \left( \frac{u_*^2}{v_h} \right)_{up} ; \quad (K_m \zeta_2)_{ij0} = u_{ij1} \left( \frac{u_*^2}{v_h} \right)_{up} . \quad (3.20)$$

Der Index „up“ zeigt an, dass die Schubspannungsgeschwindigkeit  $u_*$  der jeweils stromauf gelegenen horizontalen Gitterzelle einzusetzen ist. Das ist angezeigt, da  $u_*$  an den Zellgrenzen nicht sinnvoll berechnet werden kann und auch deswegen vernünftig, weil die Turbulenzstruktur der Strömung durch die stromauf gelegenen Gegebenheiten geprägt wird. Die Formel zur Berechnung von  $u_*$  ist

$$u_{*,ij} = \frac{\kappa v_{h;ij1}}{\ln \left\{ (z_1 + z_{0;ij}) / z_{0;ij} \right\}} , \quad (3.21)$$

wobei die Horizontalgeschwindigkeit  $v_{h;ij1}$  berechnet wird als

$$v_{h;ij1} = \sqrt{0.5(u_{ij1}^2 + u_{i-1j1}^2 + v_{ij1}^2 + v_{ij-11}^2)} . \quad (3.22)$$

Die Größe  $\kappa$  ist die so genannte von-Kármán-Konstante mit dem Wert 0.4 und  $z_{0;ij}$  die Rauigkeitslänge der Bodenfläche  $(i, j)$ .

### 3.3.4.2 Modellobergrenze

In vertikaler Richtung werden die beiden Komponenten der Vorticity-Gleichung (3.10) bis zum Index  $k=n_z - 1$  integriert. Das erfordert Randwerte für  $\zeta_{1;ijk}$  und  $\zeta_{2;ijk}$  sowie den Austauschkoefizienten  $K_{m;ijk}$  an der Modellobergrenze  $k=n_z$ . Da die Modellobergrenze, im Gegensatz zum Boden, eine offene Grenze ist, werden die geforderten Werte vorgegeben:

$$\text{Oberrand: } \zeta_{1;ijn_z}, \zeta_{2;ijn_z} \text{ und } K_{m;ijn_z} .$$

In MUKLIMO\_3 werden diese oberen Randwerte vom später zu besprechenden eindimensionalen Vorschaltmodell (siehe Kap. 3.5) bereitgestellt.

### 3.3.4.3 Seitliche Ränder

Die Integration des Vorticity-Gleichungssystems erfordert Zusatzannahmen auch auf den seitlichen Rändern des Modellgebiets. Das Problem wird angegangen, indem im Bereich der Randzellen horizontale Homogenität in der zum Rand senkrechten Richtung gefordert wird. Für die erste Vorticity-Komponente bedeutet dies, dass ihre zu den seitlichen Randindizes  $j=0$  und  $j=n_y$  gehörigen Werte aus den nur noch von  $x$  und  $z$  abhängigen Gleichungen

$$\frac{\partial \zeta_1}{\partial t} + \frac{\partial (w \zeta_1 - u \zeta_3^*)}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{\partial K_m \zeta_1}{\partial z} - \frac{\partial K_m \zeta_3}{\partial x} \right\} = 0 \quad (3.23)$$

berechnet werden, wobei sich zudem die Berechnung der Vertikalgeschwindigkeit  $w$  und der dritten Vorticity-Komponente verkürzen zu

$$w = \frac{\partial \psi_2}{\partial x} ; \quad \zeta_3^* = \frac{\partial v}{\partial x} + f \quad \text{auf } y\text{-orientierten Randflächen.} \quad (3.24)$$

Die Forderung nach Homogenität in  $y$ -Richtung wird auch an die Gleichungen für die (wegen des geschichteten Gitteraufbaus) nicht direkt zur Außenfläche, wohl aber zu den Randzellen des Modellgebiets gehörigen Vorticity-Werte  $\zeta_{2;i1,k}$  und  $\zeta_{2;in_y,k}$  erhoben. Dafür muss die analytische  $\zeta_2$ -Gleichung nicht geändert werden. Es kommen aber die verkürzten Beziehungen der Gleichung (3.24) zur Anwendung und in den numerischen Gleichungen wird, statt einiger Mittelungen oder Upstream-Approximationen, auf Werte der Schichten  $j=0$  bzw.  $j=n_y$  zurückgegriffen. Das betrifft die Variablen  $v$ ,  $\zeta_1$ ,  $\zeta_3$  und  $K_m$ . Da die Forderung nach Homogenität in  $y$ -Richtung auch an die entsprechenden Stromfunktionskomponenten erhoben wird, erhält man für den Bereich der zu  $j=1$  und  $j=n_y$  gehörigen Randzellen *zweidimensionale* Strömungssysteme, die vom übrigen Modellgebiet abgekoppelt sind.

Ganz entsprechend wird auf den  $x$ -orientierten Seitenflächen des Modellgebiets verfahren. Für die zweite Vorticity-Komponente bedeutet dies, dass ihre zu den durch die Indizes  $i=0$  und  $i=n_x$  gehörigen Werte aus der nur noch von  $y$  und  $z$  abhängigen Gleichung

$$\frac{\partial \zeta_2}{\partial t} + \frac{\partial (w\zeta_2 - v\zeta_3^*)}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{\partial K_m \zeta_2}{\partial z} - \frac{\partial K_m \zeta_3}{\partial y} \right\} = 0 \quad (3.25)$$

berechnet werden, wobei die Gleichungen für  $w$  und  $\zeta_3$  sich dort verkürzen zu

$$w = -\frac{\partial \psi_1}{\partial y}; \quad \zeta_3^* = -\frac{\partial u}{\partial y} + f \quad \text{auf } x\text{-orientierten Randflächen.} \quad (3.26)$$

In Analogie zur Vorgehensweise an den  $y$ -orientierten Rändern wird die Forderung nach Homogenität in  $x$ -Richtung auch an die Gleichungen für die Vorticity-Werte  $\zeta_{1;1jk}$  und  $\zeta_{1;n_xjk}$  erhoben.

Das Konzept der horizontalen Homogenität auf den seitlichen Rändern führt letztlich dazu, dass auf allen 4 – zu den Indizes  $i=1$ ,  $i=n_x$ ,  $j=1$  und  $j=n_y$  gehörigen – Randschichten des Modellgebiets zweidimensionale „Seitenflächenmodelle“ gerechnet werden. Angemerkt sei noch, dass die Ecksäulen ( $i=1$ ,  $j=1$ ) usw. zu jeweils zwei der Seitenflächenmodelle gehören. Sie bilden somit die „Ränder“ der zweidimensionalen Modelle. Auf ihnen wird unter Homogenitätsbedingungen in beiden horizontalen Richtungen und damit eindimensional gerechnet.

Die Idee ist nun, die auf den Seitenrändern unter zweidimensionalen Bedingungen errechneten Vorticity-Werte als *Einströmrandwerte* des reduzierten Modells zu verwenden. Das wird erreicht, indem man auf den Rändern des reduzierten Modells die jeweils senkrecht zum Rand gerichtete Komponente der Advektion von der Forderung nach Homogenität ausnimmt, d. h. dass  $\zeta_1$  in den Schichten  $j=1$  und  $j=n_y-1$  aus der Gleichung

$$\frac{\partial \zeta_1}{\partial t} + \frac{\partial v \zeta_1}{\partial y} + \frac{\partial (w\zeta_1 - u\zeta_3^*)}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{\partial K_m \zeta_1}{\partial z} - \frac{\partial K_m \zeta_3}{\partial x} \right\} = 0 \quad (3.27)$$

und  $\zeta_2$  in den Schichten  $i=1$  und  $i=n_x-1$  aus der Gleichung

$$\frac{\partial \zeta_2}{\partial t} + \frac{\partial u \zeta_2}{\partial x} - \frac{\partial (w\zeta_2 - v\zeta_3^*)}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{\partial K_m \zeta_2}{\partial z} - \frac{\partial K_m \zeta_3}{\partial y} \right\} = 0 \quad (3.28)$$

berechnet wird. Die Upstream-Approximation der Advektion (Gl. 3.17) hat dann zur Folge, dass die Randwerte von  $\zeta_1$  und  $\zeta_2$  nur dann in das reduzierte Modellgebiet „hineingetragen“ werden, wenn der Wind auf dem entsprechenden Rand in das Modellgebiet „hineinweht“. Andernfalls bleiben sie abgekoppelt vom Strömungsgeschehen des reduzierten Modellgebiets.

### 3.3.4.4 Innere Ränder

Durch die Modellierung blockförmiger Gebäude entstehen „innere Ränder“ des Modellgebiets, auf denen die Anwendung der Differenzenschemata der Advektion und Diffusion nur mit Zusatzannahmen möglich ist. Das gilt sowohl für die Wände wie auch die Dächer der Gebäude. Bei der Formulierung der erforderlichen Randbedingungen dienen die im Kapitel 3.3.4.1 für den Bodenrand gewonnenen Bedingungen als Wegweiser.

So erfordert die Diskretisierung der horizontalen Advektionsterme  $v\zeta_1$  und  $u\zeta_2$  gemäß den Gleichungen (3.15) bis (3.17) die Bereitstellung von Upstream-Werten der Vorticity-Komponenten  $\zeta_1$  und  $\zeta_2$ , deren Gitterposition auf einer Gebäudewand liegen kann. Das Problem wird in Analogie zum Boden gelöst, indem die Vorticity-Werte auf den Wänden errechnet werden, als würden die Gitterzellen der Gebäude zur Atmosphäre gehören, jedoch mit überall verschwindenden Geschwindigkeitskomponenten. Entsprechend wird auch bei der Diskretisierung der übrigen Advektionsterme  $w\zeta_1$ ,  $w\zeta_2$ ,  $u\zeta_3$  und  $v\zeta_3$  verfahren.

Die Diskretisierung der Diffusionsanteile der Vorticity-Gleichung (3.10) erfordert Ersatzwerte für die auf den Wänden und Dächern nicht direkt berechenbaren Terme  $K_m\zeta_1$ ,  $K_m\zeta_2$  und  $K_m\zeta_3$ . Auch hier wird grundsätzlich wie am Boden verfahren, d. h. die grenznahen Impulsflüsse werden aus der Annahme eines universellen Geschwindigkeitsprofils mit konstanter Schubspannungsgeschwindigkeit  $u_*$  errechnet. Bei Dächern gilt diese Annahme, wie am Boden, für die Horizontalgeschwindigkeit, bei den Wänden hingegen für die beiden Komponenten der jeweiligen Tangentialgeschwindigkeit. An die Stelle der Rauigkeitslänge  $z_{0;ij}$  der Bodenflächen im universellen Geschwindigkeitsprofil der Gleichung (3.21) treten Rauigkeitslängen der Dächer bzw. der Wände. Komplikationen entstehen an den Kanten der Gebäude, wenn die – zur Berechnung von  $u_*$  herangezogene – stromauf gelegene Fläche nicht zum Dach bzw. der Wand gehört. Die Turbulenzstruktur der atmosphärischen Strömung wird dann mehr von der Kante selbst als von der Rauigkeit angrenzender Flächen bestimmt. In einem solchen Fall wird die Rauigkeitslänge in Beziehung zur Gitterauflösung gesetzt, für das Beispiel einer Dachkante als

$$z_{0; \text{up}} = 0.15 \Delta z , \quad (3.29)$$

und für Wandkanten entsprechend.

## 3.4 Stromfunktionsgleichung

### 3.4.1 Diskretes Minimumproblem

Für die Diskretisierung der zweikomponentigen Stromfunktionsgleichung (2.11) wird ihre Äquivalenz zu den Bestimmungsgleichungen des in Kapitel 2.3.4 eingeführten Minimalproblems ausgenutzt. Das mag als Umweg erscheinen, hat aber plausible Gründe: Zum einen liefert das diskrete Minimumprinzip ein vollständiges Gleichungssystem für alle Stromfunktionswerte einschließlich derjenigen auf den Rändern, und zum anderen garantiert das Minimumprinzip die geringstmögliche Abweichung des errechneten Geschwindigkeitsfeldes von der direkten

Lösung. Das ist bei einer direkten Diskretisierung der Stromfunktionsgleichung mit willkürlicher Wahl der Randbedingungen nicht garantiert.

Die Herleitung der diskreten Stromfunktionsgleichungen beginnt mit der Approximation des zu minimierenden Volumenintegrals  $I$  (siehe Gl. 2.20) durch eine Summe  $I_d$  über die Gitterzellen  $V_{ijk}$  des Modellgebiets  $V$ ,

$$\begin{aligned}
 I = \int_V dV (\vec{v} - \vec{v}_0)^2 \approx I_d & := \sum_{\lambda=2}^{n_x-1} \sum_{\mu=2}^{n_y-1} \sum_{\nu=n_0(\lambda,\mu)+1}^{n_z} V_{\lambda\mu\nu} \frac{1}{2} \left\{ \right. \\
 & (u_{\lambda-1\mu\nu} - u_{0;\lambda-1\mu\nu})^2 + (u_{\lambda\mu\nu} - u_{0;\lambda\mu\nu})^2 \\
 & + (v_{\lambda\mu-1\nu} - v_{0;\lambda\mu-1\nu})^2 + (v_{\lambda\mu\nu} - v_{0;\lambda\mu\nu})^2 \\
 & \left. + (w_{\lambda\mu\nu-1} - w_{0;\lambda\mu\nu-1})^2 + (w_{\lambda\mu\nu} - w_{0;\lambda\mu\nu})^2 \right\} \\
 & = \text{Minimum} .
 \end{aligned} \tag{3.30}$$

Neben den Gebäudezellen – gekennzeichnet durch vertikale Indizes  $\nu \leq n_0(\lambda, \mu)$  – sind dabei auch die seitlichen Randzellen des Modellgebiets ausgespart, da auf ihnen unter zweidimensionalen Bedingungen gerechnet wird (vgl. Kap. 3.3.4.3). Für die zugehörigen Stromfunktionswerte gelten Sonderbedingungen.

Setzt man in  $I_d$  für die Geschwindigkeitskomponenten die Stromfunktionsapproximationen gemäß Gleichung (3.1) ein, so wird  $I_d$  von den diskreten Stromfunktionswerten  $\psi_{1;ijk}$  und  $\psi_{2;ijk}$  abhängig. Die Variationsaufgabe besteht dann darin, die Stromfunktionswerte so zu bestimmen, dass  $I_d$  minimal wird. Hierzu ist es notwendig, dass die Ableitungen von  $I_d$  nach sämtlichen variierbaren Stromfunktionswerten verschwinden,

$$\frac{\partial I_d}{\partial \psi_{1;ijk}} = 0 ; \quad \frac{\partial I_d}{\partial \psi_{2;ijk}} = 0 . \tag{3.31}$$

Ausgenommen von diesen Forderungen sind die Bodenwerte sowie die Stromfunktionswerte im Inneren und auf den Oberflächen der Gebäudeblöcke, da beide Stromfunktionskomponenten dort Null gesetzt und somit nicht variiert werden.

Zur Auswertung der Ableitungen sind die aus Gleichung (3.1) erhältliche Relationen

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial u_{\lambda\mu\nu}}{\partial \psi_{1;ijk}} & = 0 ; \quad \frac{\partial u_{\lambda\mu\nu}}{\partial \psi_{2;ijk}} = \delta_{i\lambda} \delta_{j\mu} \frac{\delta_{k\nu} - (1 - \delta_{kn_z}) \delta_{k\nu+1}}{\Delta z_\nu} \\
 \frac{\partial v_{\lambda\mu\nu}}{\partial \psi_{1;ijk}} & = -\delta_{i\lambda} \delta_{j\mu} \frac{\delta_{k\nu} - (1 - \delta_{kn_z}) \delta_{k\nu+1}}{\Delta z_\nu} ; \quad \frac{\partial v_{\lambda\mu\nu}}{\partial \psi_{2;ijk}} = 0 \\
 \frac{\partial w_{\lambda\mu\nu}}{\partial \psi_{1;ijk}} & = \delta_{i\lambda} \delta_{k\nu} \frac{(1 - \delta_{j2}) \delta_{j\mu} - (1 - \delta_{jn_y-1}) \delta_{j\mu+1}}{\Delta y_\mu} \\
 \frac{\partial w_{\lambda\mu\nu}}{\partial \psi_{2;ijk}} & = -\delta_{j\mu} \delta_{k\nu} \frac{(1 - \delta_{i2}) \delta_{i\lambda} - (1 - \delta_{in_x-1}) \delta_{i\lambda+1}}{\Delta x_\lambda}
 \end{aligned} \tag{3.32}$$

vonnöten. Dabei ist  $\delta_{ik}$  das so genannte Kronecker-Symbol mit Werten von Eins für gleiche Indizes  $i, k$  und Null andernfalls. Mit ihrer Hilfe lassen die Forderungen  $\partial I_d / \partial \psi_{1;ijk} = 0$  und  $\partial I_d / \partial \psi_{2;ijk} = 0$  sich für den Bereich unterhalb der Modellobergrenze ( $k < n_z$ ) formal

schreiben als

$$\begin{aligned} \left(\frac{\delta^2 \psi_1}{\delta z^2}\right)_{ijk} + \left(\frac{\delta^2 \psi_1}{\delta y^2}\right)_{ijk} - \left(\frac{\delta^2 \psi_2}{\delta x \delta y}\right)_{ijk} &= \zeta_{1;ijk}^0 + 2\delta_{j1} w_{0;i2k}/\Delta y_2 - 2\delta_{jn_y-1} w_{0;in_y-1k}/\Delta y_{n_y-1} \\ \left(\frac{\delta^2 \psi_2}{\delta z^2}\right)_{ijk} + \left(\frac{\delta^2 \psi_2}{\delta x^2}\right)_{ijk} - \left(\frac{\delta^2 \psi_1}{\delta y \delta x}\right)_{ijk} &= \zeta_{2;ijk}^0 - 2\delta_{i1} w_{0;2jk}/\Delta x_2 + 2\delta_{in_x-1} w_{0;n_x-1jk}/\Delta x_{n_x-1}. \end{aligned} \quad (3.33)$$

Die „Vorticity“-Werte  $\zeta_{1;ijk}^0$  und  $\zeta_{2;ijk}^0$  sind dabei definiert als

$$\zeta_{1;ijk}^0 := -\frac{v_{0;ijk+1} - v_{0;ijk}}{0.5(\Delta z_{k+1} + \Delta z_k)} + (1 - \delta_{j1})(1 - \delta_{jn_y-1}) \frac{w_{0;ij+1k} - w_{0;ijk}}{0.5(\Delta y_{j+1} + \Delta y_j)} \quad (3.34)$$

$$\zeta_{2;ijk}^0 := \frac{u_{0;ijk+1} - u_{0;ijk}}{0.5(\Delta z_{k+1} + \Delta z_k)} + (1 - \delta_{i1})(1 - \delta_{in_x-1}) \frac{w_{0;i+1jk} - w_{0;ijk}}{0.5(\Delta x_{i+1} + \Delta x_i)},$$

während die „zweiten Ableitungen“ Abkürzungen sind für

$$\begin{aligned} \left(\frac{\delta^2 \psi_1}{\delta z^2}\right)_{ijk} &:= \frac{(\psi_{1;ijk+1} - \psi_{1;ijk})/\Delta z_{k+1} - (\psi_{1;ijk} - \psi_{1;ijk-1})/\Delta z_k}{0.5(\Delta z_{k+1} + \Delta z_k)} \\ \left(\frac{\delta^2 \psi_2}{\delta z^2}\right)_{ijk} &:= \frac{(\psi_{2;ijk+1} - \psi_{2;ijk})/\Delta z_{k+1} - (\psi_{2;ijk} - \psi_{2;ijk-1})/\Delta z_k}{0.5(\Delta z_{k+1} + \Delta z_k)} \\ \left(\frac{\delta^2 \psi_1}{\delta y^2}\right)_{ijk} &:= \frac{(1 - \delta_{jn_y-1})(\psi_{1;ij+1k} - \psi_{1;ijk})/\Delta y_{j+1} - (1 - \delta_{j1})(\psi_{1;ijk} - \psi_{1;ij-1k})/\Delta y_j}{0.5\{(1 - \delta_{jn_y-1})\Delta y_{j+1} + (1 - \delta_{j1})\Delta y_j\}} \\ \left(\frac{\delta^2 \psi_2}{\delta x^2}\right)_{ijk} &:= \frac{(1 - \delta_{in_x-1})(\psi_{2;i+1jk} - \psi_{2;ijk})/\Delta x_{i+1} - (1 - \delta_{i1})(\psi_{2;ijk} - \psi_{2;i-1jk})/\Delta x_i}{0.5\{(1 - \delta_{in_x-1})\Delta x_{i+1} + (1 - \delta_{i1})\Delta x_i\}} \\ \left(\frac{\delta^2 \psi_2}{\delta x \delta y}\right)_{ijk} &:= \frac{(1 - \delta_{jn_y-1})(\psi_{2;ij+1k} - \psi_{2;i-1j+1k}) - (1 - \delta_{j1})(\psi_{2;ijk} - \psi_{2;i-1jk})}{0.5\Delta x_i\{(1 - \delta_{jn_y-1})\Delta y_{j+1} + (1 - \delta_{j1})\Delta y_j\}} \\ \left(\frac{\delta^2 \psi_1}{\delta y \delta x}\right)_{ijk} &:= \frac{(1 - \delta_{in_x-1})(\psi_{1;i+1jk} - \psi_{1;i+1j-1k}) - (1 - \delta_{i1})(\psi_{1;ijk} - \psi_{1;ij-1k})}{0.5\Delta y_j\{(1 - \delta_{in_x-1})\Delta x_{i+1} + (1 - \delta_{i1})\Delta x_i\}}. \end{aligned} \quad (3.35)$$

Daraus ist erkennbar, dass die Gleichungen des diskreten Minimumproblems im Inneren des Modellgebiets mit gewöhnlichen Differenzenapproximationen der Stromfunktionsgleichung (2.11) übereinstimmen. Das Gleichungssystem (3.33) zusammen mit den Beziehungen (3.34) und (3.35) ist aber umfassender und beinhaltet auch Differenzenapproximationen für die seitlichen Rändern des Modellgebiets.

### 3.4.2 Diskrete Stromfunktionsgleichung

Obwohl die Verhältnisse bei der Lösung von Stömungsproblemen mittels der Stromfunktionsmethode etwas anders liegen als bei der Bestapproximation eines beliebigen Geschwindigkeitsfeldes durch ein divergenzfreies, wird das aus den Gleichungen (3.33) und (3.37) bestehende System zur Lösung des Minimumproblems – mit einigen notwendigen Änderungen –

auch als diskrete Fassung der Stromfunktionsgleichung Gl. (2.11) angesehen. Es müssen nur die Vorticity-Werte  $\zeta_{1;ijk}^0$  und  $\zeta_{2;ijk}^0$  der Gleichung (3.33) durch die Variablen  $\zeta_{1;ijk}$  und  $\zeta_{2;ijk}$  der diskreten Vorticity-Gleichung Gl. (2.7) ersetzt werden. Zudem werden die Komponenten  $u_{0;ijn_z}$ ,  $v_{0;ijn_z}$  und  $w_{0;ijn_z}$  der Referenzgeschwindigkeit an der Modellobergrenze zu vorgegebenen Geschwindigkeitsrandwerten  $u_{\text{top}}$  und  $v_{\text{top}}$  sowie  $w_{\text{top}}$  (normalerweise Null). Die auf den Seitenrändern vorzugebenden Randwerte  $w_{0;2jk}$ ,  $w_{0;i2k}$ ,  $w_{0;ijn_x-1}$ ,  $w_{0;ijn_y-1}$  werden von den zweidimensional gerechneten Randmodellen bereitgestellt:

$$\begin{aligned} w_{0;2jk} \rightarrow w_{1jk} &= \frac{\psi_{1;1jk} - \psi_{1;1j-1k}}{\Delta y_j}; & w_{0;n_x-1jk} \rightarrow w_{n_xjk} &= \frac{\psi_{1;n_xjk} - \psi_{1;n_xj-1k}}{\Delta y_j} \\ w_{0;i2k} \rightarrow w_{i1k} &= -\frac{\psi_{2;i1k} - \psi_{2;i-1jk}}{\Delta x_i}; & w_{0;in_y-1k} \rightarrow w_{in_yk} &= -\frac{\psi_{2;in_yk} - \psi_{2;i-1n_yk}}{\Delta x_i}. \end{aligned}$$

Mit diesen Maßgaben können die Gleichungen für den Bereich unterhalb der Modellobergrenze geschrieben werden als

$$\begin{aligned} \left( \frac{\delta^2 \psi_1}{\delta z^2} \right)_{ijk} + \frac{w_{ij+1k} - w_{ijk}}{0.5 \{ (1 - \delta_{jn_y-1}) \Delta y_{j+1} + (1 - \delta_{j1}) \Delta y_j \}} &= \zeta_{1;ijk} \quad (3.36) \\ \left( \frac{\delta^2 \psi_2}{\delta z^2} \right)_{ijk} - \frac{w_{i+1jk} - w_{ijk}}{0.5 \{ (1 - \delta_{in_x-1}) \Delta x_{i+1} + (1 - \delta_{i1}) \Delta x_i \}} &= \zeta_{2;ijk} \\ \text{für } k < n_z, & \end{aligned}$$

wobei für die Vertikalgeschwindigkeiten  $w_{ijk}$  die Ausdrücke der Gleichungen (3.1) bzw. (3.36) einzusetzen sind.

Die Beziehungen für die Stromfunktionswerte  $\psi_{1;ijn_z}$  und  $\psi_{2;ijn_z}$  der Modellobergrenze sind

$$\begin{aligned} &\frac{-\psi_{1;ijn_z} + \psi_{1;ijn_z-1}}{0.5(\Delta z_{n_z})^2} + \frac{w_{ij+1n_z} - w_{ijn_z}}{0.5 \{ (1 - \delta_{jn_y-1}) \Delta y_{j+1} + (1 - \delta_{j1}) \Delta y_j \}} \quad (3.37) \\ &= \frac{v_{\text{top};ij}}{0.5 \Delta z_{n_z}} + \frac{(1 - \delta_{jn_y-1}) w_{\text{top};ij+1} - (1 - \delta_{j1}) w_{\text{top};ij}}{0.5 \{ (1 - \delta_{jn_y-1}) \Delta y_{j+1} + (1 - \delta_{j1}) \Delta y_j \}} \\ &\frac{-\psi_{2;ijn_z} + \psi_{2;ijn_z-1}}{0.5(\Delta z_{n_z})^2} - \frac{w_{i+1jn_z} - w_{ijn_z}}{0.5 \{ (1 - \delta_{in_x-1}) \Delta x_{i+1} + (1 - \delta_{i1}) \Delta x_i \}} \\ &= -\frac{u_{\text{top};ij}}{0.5 \Delta z_{n_z}} - \frac{(1 - \delta_{in_x-1}) w_{\text{top};i+1j} - (1 - \delta_{i1}) w_{\text{top};ij}}{0.5 \{ (1 - \delta_{in_x-1}) \Delta x_{i+1} + (1 - \delta_{i1}) \Delta x_i \}}. \end{aligned}$$

Die zu den seitlichen Zellrandschichten (Indizes  $i=1$  und  $i=n_x$  sowie  $j=1$  und  $j=n_y$ ) gehörigen Stromfunktionswerte werden unter zweidimensionalen Annahmen berechnet. Die Bestimmungsgleichungen für  $\psi_{1;ijk}$  zu den Indizes  $j=0$  und  $j=n_y$  vereinfachen sich damit zu

$$\begin{aligned} \left( \frac{\delta^2 \psi_1}{\delta z^2} \right)_{i0k} &= \zeta_{1;i0k}; & \left( \frac{\delta^2 \psi_1}{\delta z^2} \right)_{in_yk} &= \zeta_{1;in_yk} \quad \text{für } k < n_z \quad (3.38) \\ \psi_{1;i0n_z} &= \psi_{1;i0n_z-1} - v_{\text{top};i0} \Delta z_{n_z}; & \psi_{1;in_y n_z} &= \psi_{1;in_y n_z-1} - v_{\text{top};in_y} \Delta z_{n_z} \end{aligned}$$

während die Gleichungen für  $\psi_{2;i1k}$  und  $\psi_{2;in_y k}$  ungeändert gegenüber den Gleichungen (3.36) bzw. (3.37) bleiben. Entsprechend gelten für  $\psi_{2;ijk}$  bei den Indizes  $i=0$  und  $i=n_x$  die Vereinfachungen

$$\begin{aligned} \left( \frac{\delta^2 \psi_2}{\delta z^2} \right)_{0jk} &= \zeta_{2;0jk} ; & \left( \frac{\delta^2 \psi_2}{\delta z^2} \right)_{n_x jk} &= \zeta_{2;n_x k} \quad \text{für } k < n_z \\ \psi_{2;0jn_z} &= \psi_{2;0jn_z-1} + v_{\text{top};0j} \Delta z_{n_z} ; & \psi_{2;n_x jn_z} &= \psi_{2;n_x n_z-1} + u_{\text{top};n_x j} \Delta z_{n_z} . \end{aligned} \quad (3.39)$$

Hier bleiben die Bestimmungsgleichungen für die Randwerte  $\psi_{1;1jk}$  und  $\psi_{1;n_x jk}$  ungeändert gegenüber (3.36) bzw. (3.37).

Man wird nicht erwarten können, dass die Lösung der diskreten Stromfunktionsgleichung (Gl. 3.36 und 3.37) die an der Obergrenze vorgegebenen Geschwindigkeiten  $u_{\text{top}}$ ,  $v_{\text{top}}$  und  $w_{\text{top}}$  in jedem Fall exakt reproduziert. Dazu ist das Problem mit Vorschrift aller drei Geschwindigkeitskomponenten offensichtlich überbestimmt. Wegen des zugrunde liegenden Minimumprinzips ist aber davon auszugehen, dass die Abweichung der oberen Geschwindigkeitsrandwerte von den Vorgabewerten (gemessen als Summe der quadratischen Abweichungen) minimal ist im Vergleich zu alternativen Lösungen, die man bei Verwendung anderer Randbedingungen erhält.

### 3.4.3 Numerisches Lösungsverfahren

Zur Berechnung neuer Geschwindigkeitswerte muss mit jedem numerischen Zeitschritt – nach Integration der Vorticity-Gleichung – zunächst die aus den Gleichungen (3.36) bis (3.39) bestehende diskrete Stromfunktionsgleichung zu den jeweils neuen Vorticity-Werten gelöst werden. Das in MUKLIMO\_3 dafür angewendete numerische Verfahren ist iterativ und beruht auf einer „Säulen“-Methode. Die Erklärung des Schemas wird einfacher, wenn man die jeweils zu einer vertikalen Säule gehörigen Variablen zu Dirac’schen „Ket“-Vektoren zusammenfasst, für die Stromfunktionswerte z. B.

$$|\psi\rangle_{1;ij} := \begin{pmatrix} \psi_{1;ijn_z} \\ \vdots \\ \psi_{1;ijk} \\ \vdots \\ \psi_{1;ij0} \end{pmatrix} ; \quad |\psi\rangle_{2;ij} := \begin{pmatrix} \psi_{2;ijn_z} \\ \vdots \\ \psi_{2;ijk} \\ \vdots \\ \psi_{2;ij0} \end{pmatrix} . \quad (3.40)$$

und die zwischen ihnen zu bildenden vertikalen Differenzen als die Einwirkung von „Operatoren“  $\mathbf{O}_{1;ij}$  und  $\mathbf{O}_{2;ij}$  auffasst. Die diskrete Stromfunktionsgleichung einschließlich der unteren und oberen Randbedingungen kann damit formal dargestellt werden als

$$\mathbf{O}_{1;ij} |\psi\rangle_{1;ij}^n = |d\rangle_{1;ij}^n ; \quad \mathbf{O}_{2;ij} |\psi\rangle_{2;ij}^n = |d\rangle_{2;ij}^n . \quad (3.41)$$

Hierbei kennzeichnet der obere Index  $n$  den jeweiligen Zeitschritt. Die „Operatoren“  $\mathbf{O}_{1;ij}$  und  $\mathbf{O}_{2;ij}$  repräsentieren tridiagonale Matrizen, die nur von den Gitterparametern des jeweiligen Modellgebiets abhängen. Die Inhomogenitätsvektoren  $|d\rangle_{1;ij}^n$  und  $|d\rangle_{2;ij}^n$  auf den rechten Seiten

der formalen Gleichungen dagegen sind zeitabhängig, da in sie die Vorticity-Vektoren  $|\zeta\rangle_{1;ij}^n$  und  $|\zeta\rangle_{2;ij}^n$  und Stromfunktionswerte  $|\psi\rangle_{1;\lambda\mu}^n$  und  $|\psi\rangle_{2;\lambda\mu}^n$  aus benachbarten Säulen eingehen, außerdem noch die (am Oberrand) vorgegebene Geschwindigkeit  $\vec{v}_{\text{top}}$ ,

$$|d\rangle_{1;ij}^n = |d(|\zeta\rangle_{1;ij}^n, \{|\psi\rangle_{1;\lambda\mu}^n\}, \{|\psi\rangle_{2;\lambda\mu}^n\}, \vec{v}_{\text{top}})\rangle_{1;ij} \quad (3.42)$$

$$|d\rangle_{2;ij}^n = |d(|\zeta\rangle_{2;ij}^n, \{|\psi\rangle_{1;\lambda\mu}^n\}, \{|\psi\rangle_{2;\lambda\mu}^n\}, \vec{v}_{\text{top}})\rangle_{2;ij} . \quad (3.43)$$

Zur Darstellung des iterativen Lösungsverfahrens benötigt man einen weiteren Index  $\nu$ , der den Iterationsschritt kennzeichnet. Die Berechnung der Stromfunktionswerte des  $(n+1)$ -ten Zeitschritts beginnt damit, dass die Startwerte der Iteration mit den Endwerten des vorangegangenen Zeitschritts belegt werden,

$$|\psi\rangle_{1;ij}^{n+1;0} = |\psi\rangle_{1;ij}^n; \quad |\psi\rangle_{2;ij}^{n+1;0} = |\psi\rangle_{2;ij}^n \quad \text{Startwerte.} \quad (3.44)$$

Die  $(\nu+1)$ -ste Näherung der Stromfunktionswerte wird dann (mit sukzessiver Relaxation) errechnet als

$$|\psi\rangle_{1;ij}^{n+1;\nu+1} = (\mathbf{O}_{1;ij} - \beta\mathbf{E})^{-1} (|d\rangle_{1;ij}^{n+1;\nu} - \beta|\psi\rangle_{1;ij}^{n+1;\nu}) \quad (3.45)$$

$$|\psi\rangle_{2;ij}^{n+1;\nu+1} = (\mathbf{O}_{2;ij} - \beta\mathbf{E})^{-1} (|d\rangle_{2;ij}^{n+1;\nu} - \beta|\psi\rangle_{2;ij}^{n+1;\nu})$$

iterative Verbesserung mit

$$|d\rangle_{1;ij}^{n+1;\nu} = |d(|\zeta\rangle_{1;ij}^{n+1}, \{|\psi\rangle_{1;\lambda\mu}^{n+1;\nu}\}, \{|\psi\rangle_{2;\lambda\mu}^{n+1;\nu}\}, \vec{v}_{\text{top}})\rangle_{1;ij} \quad (3.46)$$

$$|d\rangle_{2;ij}^{n+1;\nu} = |d(|\zeta\rangle_{2;ij}^{n+1}, \{|\psi\rangle_{1;\lambda\mu}^{n+1;\nu}\}, \{|\psi\rangle_{2;\lambda\mu}^{n+1;\nu}\}, \vec{v}_{\text{top}})\rangle_{2;ij} . \quad (3.47)$$

Dabei ist  $\mathbf{E}$  der Einheitsoperator. Der Relaxationsparameter  $\beta$  wird, abhängig von der minimalen horizontalen Gitterauflösung, angesetzt als

$$\beta = \frac{2\alpha}{(\min(\{\Delta x_\lambda\}, \{\Delta y_\mu\}))^2} , \quad (3.48)$$

wobei der veränderbare Faktor  $\alpha$  mit 2.1 vorbelegt ist. Die Relaxation wurde eingeführt, um das Konvergenzverhalten des Verfahrens zu verbessern. Ohne Relaxation (entsprechend  $\alpha=0$ ) und auch für den Wertebereich  $0 < \alpha < 1$  neigt es zur numerischen Instabilität. Die Umkehroperationen  $(\mathbf{O}_{1;ij} - \beta\mathbf{E})^{-1}$  und  $(\mathbf{O}_{2;ij} - \beta\mathbf{E})^{-1}$  erfordern jeweils die Lösung eines tridiagonalen Gleichungssystems, die nach dem Gaußschen Algorithmus erfolgt.

Nach einer vorgebbaren Anzahl  $\nu_{\text{final}}$  von Schritten wird die Iteration beendet und die neuen Stromfunktionswerte mit den dann erreichten Endwerten identifiziert,

$$|\psi\rangle_{1;ij}^{n+1} = |\psi\rangle_{1;ij}^{n+1;\nu_{\text{final}}} ; \quad |\psi\rangle_{2;ij}^{n+1} = |\psi\rangle_{2;ij}^{n+1;\nu_{\text{final}}} \quad \text{Endwerte.} \quad (3.49)$$

Das durch die Gleichungen (3.44) bis (3.49) beschriebene Iterationsverfahren ersetzt die noch in Sievers (1995) beschriebene Vorgehensweise, in der insbesondere die beiden Stromfunktionskomponenten alternierend berechnet werden und zudem der Relaxationsanteil von den lokalen Abständen  $\Delta x_i$  und  $\Delta y_j$  abhängt. Das alte Verfahren zeigt zwar im Einzelschritt die schnellere Konvergenz, hat dafür aber keine  $u,v$ -Symmetrie und die Erhaltung horizontaler Homogenität ist nicht gewährleistet. Das kann sich im Verlauf vieler Zeitschritte als gravierender Nachteil auswirken.

### 3.5 Eindimensionales Vorschaltmodell

In MUKLIMO\_3 werden die Anfangs- und Randwerte der Vorticity und der Stromfunktion – wie auch des Austauschkoeffizienten  $K_m$  – mithilfe des vertikal eindimensionalen so genannten *Vorschaltmodells* erzeugt. Es wird vor der eigentlichen *3-dimensionalen* Windfeldsimulation bis zur Stationarität integriert. Dabei werden die Windgeschwindigkeit und -richtung auf vorgegebenen Werten in einer (gleichfalls vorgebbaren) Höhe von normalerweise 10 m festgehalten. Nach Beendigung der Integration werden die Endwerte der eindimensionalen Variablen als Anfangswerte auf das dreidimensionale Modellgebiet übertragen. Bei der folgenden dreidimensionalen Simulation werden dann die oberen Randwerte der Vorticity, des Austauschkoeffizienten und der horizontalen Geschwindigkeitskomponenten festgehalten. Zur Rolle des eindimensionalen Vorschaltmodells im Gesamtkonzept von MUKLIMO\_3 möge man sich vorstellen, dass es eine nahebei gelegene Windmessstation repräsentiert, deren bekanntes Windprofil auf die Obergrenze des dreidimensionalen Modellgebiets übertragen werden soll.

Die prognostischen und diagnostischen Gleichungen des Vorschaltmodells entsprechen den auf eine rein vertikale Abhängigkeit reduzierten dreidimensionalen Gleichungen. Sie sind somit analytisch gegeben durch

$$\begin{aligned} \frac{\partial \zeta_1}{\partial t} &= \frac{\partial^2 K_m \zeta_1}{\partial z^2} + f \zeta_2 ; & \frac{\partial \zeta_2}{\partial t} &= \frac{\partial^2 K_m \zeta_2}{\partial z^2} - f \zeta_1 & (3.50) \\ \zeta_1 &= \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial z^2} ; & \zeta_2 &= \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial z^2} \\ u &= \frac{\partial \psi_2}{\partial z} ; & v &= -\frac{\partial \psi_1}{\partial z} \\ K_m &= (\kappa z)^2 \sqrt{\zeta_1^2 + \zeta_2^2} . \end{aligned}$$

Die beiden Komponenten  $\zeta_1 = \partial^2 \psi_1 / \partial z^2$  und  $\zeta_2 = \partial^2 \psi_2 / \partial z^2$  der eindimensionalen Stromfunktionsgleichung werden mit der unteren Randbedingung verschwindender Bodenrandwerte von  $\psi_1$  und  $\psi_2$  integriert. Ihre Lösung hat dann noch einen zweiten Freiheitsgrad dergestalt, dass mit  $\psi_1(z)$  und  $\psi_2(z)$  stets auch  $\psi_1(z) - z\Delta v$  und  $\psi_2(z) + z\Delta u$  Lösungen der beiden Gleichungen sind. Das wird ausgenutzt, um vorläufige Lösungen  $\psi_1^{\text{prel}}$  und  $\psi_2^{\text{prel}}$  an die in der Höhe  $h_{\text{ref}}$  geforderten Geschwindigkeitswerte zu adjustieren

$$\begin{aligned} \psi_1^{\text{prel}} &\rightarrow \psi_1 := \psi_1^{\text{prel}} - z \{v_{\text{soll}}(h_{\text{ref}}) - v_{\text{prel}}(h_{\text{ref}})\} & (3.51) \\ \psi_2^{\text{prel}} &\rightarrow \psi_2 := \psi_2^{\text{prel}} + z \{u_{\text{soll}}(h_{\text{ref}}) - u_{\text{prel}}(h_{\text{ref}})\} . \end{aligned}$$

Um die Lösung der Stromfunktionsgleichung zu den vorgeschriebenen Stromfunktionswerten zu erhalten, wird ihre Integration in zwei Teilschritte untergliedert: Im ersten Schritt wird die Lösung der beiden Teilgleichungen zu an der Obergrenze beliebig vorgegebenen Geschwindigkeiten  $u_{\text{top}}$  und  $v_{\text{top}}$  errechnet, die dann im zweiten Teilschritt mittels der Beziehung Gl. (3.51) an die vorgeschriebenen Geschwindigkeiten adjustiert wird.

Für die Integration der beiden Vorticity-Gleichungen bedarf es unterer und oberer Randbedingungen. Benötigt werden Vorschriften entweder direkt für  $K_m \zeta_{1/2}$  oder für die Ableitungen

$\partial K_m \zeta_{1/2} / \partial z$ . Am Boden wird von einer Unterschicht mit universellem Geschwindigkeitsprofil und vertikal konstantem Impulsfluss ausgegangen und dementsprechend genähert

$$\lim_{z \rightarrow 0} K_m \zeta_1 = u_*^2 \frac{-v}{\sqrt{u^2 + v^2}}; \quad \lim_{z \rightarrow 0} K_m \zeta_2 = u_*^2 \frac{u}{\sqrt{u^2 + v^2}} \quad (3.52)$$

wobei  $u_*$  errechnet wird aus

$$v_h = \sqrt{u^2 + v^2} = \frac{u_*}{\kappa} \ln \frac{z + z_0}{z_0}.$$

Für  $u$ ,  $v$  und  $z$  auf der rechten Seite dieser Beziehung sind die Werte des untersten atmosphärischen Gitterpunkts einzusetzen.

Für die Festlegung der oberen Randbedingung ist hilfreich, zunächst die primitiven eindimensionalen Bewegungsgleichungen für  $u$  und  $v$  zu betrachten. Sie lauten

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} K_m \frac{\partial u}{\partial z} + f(v - v_g); \quad \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} K_m \frac{\partial v}{\partial z} - f(u - u_g)$$

mit den Komponenten  $u_g$  und  $v_g$  des *geostrophischen* Windes.

Für das vom eindimensionalen Vorschaltmodell letztlich zu errechnende stationäre Geschwindigkeitsprofil ( $\partial u / \partial t = 0$  und  $\partial v / \partial t = 0$ ) gilt folglich

$$0 = \frac{\partial}{\partial z} K_m \zeta_2 + f(v - v_g); \quad 0 = \frac{\partial}{\partial z} K_m \zeta_1 + f(u - u_g),$$

wobei  $\partial u / \partial z$  und  $\partial v / \partial z$  wieder durch  $\zeta_2$  bzw. durch  $(-\zeta_1)$  ersetzt worden sind. Das Problem in dieser Relation sind die unbekanntenen geostrophischen Windkomponenten  $u_g$  und  $v_g$ , über die man nicht zusätzlich verfügen kann, da bereits die Windgeschwindigkeit in der Höhe  $h_{\text{ref}}$  festgelegt wird. Der Konflikt wird gelöst, indem man  $u_g$  und  $v_g$  mit den Geschwindigkeiten  $u(z_{1d; \text{top}})$  und  $v(z_{1d; \text{top}})$ , die sich im Verlauf der Simulation an der Obergrenze  $z_{1d; \text{top}}$  des eindimensionalen Modells einstellen, identifiziert. Das setzt voraus, dass die Höhe des eindimensionalen Modells mit  $\gtrsim 300$  m ausreichend bemessen ist. Andernfalls erscheint es konsequent, den Coriolis-Parameter  $f$  Null zu setzen und damit den Coriolis-Effekt zu vernachlässigen. Beide Überlegungen führen dazu, dass die obere Randbedingung für die vertikalen Impulsflüsse konsequenterweise festgelegt werden sollte als

$$\frac{\partial K_m \zeta_1}{\partial z}(z_{1d; \text{top}}) = 0; \quad \frac{\partial K_m \zeta_2}{\partial z}(z_{1d; \text{top}}) = 0. \quad (3.53)$$

Nach Beendigung der eindimensionalen Simulation des Vorschaltmodells werden die an der Höhe  $z_{3d; \text{top}}$  des dreidimensionalen Modells abgegriffenen Resultate für  $u$ ,  $v$ ,  $\zeta_1$ ,  $\zeta_2$ ,  $\frac{\partial K_m \zeta_1}{\partial z}$  und  $\frac{\partial K_m \zeta_2}{\partial z}$  auf das dreidimensionale Modell übertragen und dienen dort als obere Randwerte. Der zusätzlich benötigte Randwert  $w(z_{3d; \text{top}})$  der Vertikalgeschwindigkeit wird normalerweise Null gesetzt.

## 3.6 Dynamischer Zeitschritt

Der numerische Zeitschritt  $\Delta t$  wird in MUKLIMO\_3 *dynamisch* bestimmt, d. h. er wird während einer Simulation ständig an die sich ändernden Felder der Geschwindigkeit und der Austauschkoefizienten angepasst. Betrachtet wird zunächst, im Vorgriff auf das im Kapitel 4.7 eingeführte Dispersionsmodell, der Zeitschritt  $\Delta t_{\text{disp}}$  für die Ausbreitung einer atmosphärischen

Beimengung. Grundlage für seine Berechnung sind *Stabilitätskriterien* der Advektion und der Diffusion, welche die mögliche Größe von  $\Delta t_{\text{disp}}$  nach oben hin begrenzen. Maßgeblich für ein explizites numerisches Advektionsschema ist das so genannte *CFL-Kriterium* (Courant-Friedrich-Levy, siehe z. B. Roache, 1982). Für ein konstantes Geschwindigkeitsfeld  $u$  in einem eindimensionalen numerischen Gitter mit Abständen  $\Delta x$  lautet es

$$\frac{u\Delta t}{\Delta x} \leq 1 .$$

In Zusammenhang mit dem Donor-Cell-Schema der Advektion kann das *CFL-Kriterium* physikalisch einsichtig aus der Massenbilanz der Gitterzellen begründet werden:

Der numerische Zeitschritt ist so zu bemessen, dass der Abfluss  $c_i u \Delta t$  einer Substanz  $c$  aus einer beliebigen Gitterzelle  $i$  nicht größer werden kann als der Zellinhalt  $c_i \Delta x$  der Substanz.

Die in MUKLIMO\_3 verwendete Zeitschrittobergrenze  $\Delta t_{\text{adv}}$  für die dreidimensionale Advektion

$$\Delta t_{\text{adv}} = \min \left( \frac{\min\{\Delta x_i\}}{\max\{u_{ijk}\}}, \frac{\min\{\Delta y_j\}}{\max\{v_{ijk}\}}, \frac{\min\{\Delta z_k\}}{\max\{w_{ijk}\}} \right) \quad (3.54)$$

erfüllt diese Bedingung.

Bei der eindimensionalen Diffusion mit konstantem Austauschkoefizienten  $K_h$  führt die Forderung nach nichtnegativen Zellinhalten auf die Bedingung

$$\frac{K_h \Delta t}{\Delta x^2} \leq 1 .$$

Für die in MUKLIMO\_3 explizit behandelte horizontale Diffusion wird der Zeitschritt dementsprechend begrenzt als

$$\Delta t_{\text{diff}} = \frac{\min(\{\Delta x_i^2\}, \{\Delta y_j^2\})}{\max\{K_{h;ijk}\}} . \quad (3.55)$$

Die vertikale Diffusion ist hier ausgenommen, da sie nicht explizit, sondern nach einem numerisch unbedingt stabilen, halb-impliziten Schema behandelt wird. Der aus der Zusammenfassung von Advektions- und Diffusionskriterium errechnete Zeitschritt  $\Delta t_{\text{disp}}$  des Dispersionsmodells ist dann

$$\Delta t_{\text{disp}} = \min(\Delta t_{\text{adv}}, \Delta t_{\text{diff}}) . \quad (3.56)$$

Für das Strömungsmodell liegen die Verhältnisse komplizierter, und es zeigt sich, dass ein nach Gleichung (3.56) berechneter Zeitschritt die Stabilität des Verfahrens nicht in jedem Fall garantiert. Der Grund hierfür dürfte in den Wechselbeziehungen zwischen der transportierten Vorticity, den Geschwindigkeitskomponenten und dem Austauschkoefizienten für den Impuls liegen. Aus dieser Erfahrung wird der Zeitschritt  $\Delta t_{\text{Str}}$  des Strömungsmodells mit einem zusätzlichen Reduktionsfaktor  $f_{\text{red}}$  berechnet,

$$\Delta t_{\text{Str}} = f_{\text{red}} \Delta t_{\text{disp}} . \quad (3.57)$$

Der Wert von  $f_{\text{red}}$  ist im Programm MUKLIMO\_3 mit 0.5 vorbelegt, womit die Simulationen zumeist numerisch stabil bleiben. Eine absolute Stabilitätsgarantie gibt es jedoch nicht, und gegebenenfalls muss  $f_{\text{red}}$  weiter reduziert werden.

Für Vergleichsrechnungen zwischen zwei Modellkonfigurationen, die sich nur durch das Hinzufügen oder die Wegnahme einzelner Strömungshindernisse unterscheiden (z. B. Ist- und Sollzustand eines Planungsgebiets) wird empfohlen, einen festen Zeitschritt zu vereinbaren und außerdem exakt dieselbe Anzahl von Integrationsschritten zu rechnen. Andernfalls können die Resultatsdifferenzen, die ja den Einfluss der hinzugekommenen bzw. entfallenen Strömungshindernisse widerspiegeln sollen, numerisch verfälscht sein. Siehe hierzu auch das Kapitel 5.7.7 sowie die Erläuterungen zu den Variablen „ $dt3d$ “ und „ $imax$ “ im Anhang A.

### 3.7 Stationarität

In MUKLIMO\_3 wird die zeitliche Entwicklung des Geschwindigkeitsfeldes durch einen so genannten “Stationaritätsparameter” kontrolliert, der eine Maßzahl für die zeitlichen Änderungen des Geschwindigkeitsfeldes ist. Bei Annäherung des Geschwindigkeitsfeldes an einen stationären Endzustand strebt dieser Parameter gegen Null. Numerische Instabilität hingegen kündigt sich durch ständiges Anwachsen des Stationaritätsparameters an. Überschreitet er das 1 000-fache seines anfänglichen Wertes, so bricht MUKLIMO\_3 die Simulation ab und schlägt einen Neustart mit halbiertem Reduktionsfaktor  $f_{red}$  vor, was angenommen oder abgelehnt werden kann.

Numerische Instabilität kann insbesondere dann auftreten, wenn Strömungshindernisse zu nah am seitlichen Rand des Modellgebiets liegen oder wenn die Orographie dort stark veränderlich ist. Wenn auch eine mehrfache Halbierung des Zeitschritts keine Abhilfe schafft, muss die Modellierung geändert werden.

Neben dem grenzenlosen Anwachsen des Stabilitätsparameters treten auch Fälle auf, in denen das Geschwindigkeitsfeld nicht stationär wird, aber auch nicht beliebig anwächst. Vielmehr beginnt der Stationaritätsparameter zu oszillieren. Anscheinend bilden sich an der Grenze zwischen der Atmosphäre und den Hindernissen des Modellgebiets beständig neue Störungen, die sich ablösen, dann durch das Modellgebiet bis zu dessen Rand wandern und dort schließlich austreten. Solche instationäre Strömungsablösungen sind auch bei natürlichen Strömungen ein bekanntes Phänomen und deshalb wohl nicht rein numerisch bedingt.

# Kapitel 4

## Spezielle Modellkonfigurationen und Modellerweiterungen

### 4.1 Abgehobene Hindernisse

Das Modell MUKLIMO\_3 gestattet die Strömungsberechnung auch für den Fall, dass das Modellgebiet „abgehobene“ Hindernisse enthält. Gemeint sind damit Blöcke, die keinen direkten Bodenkontakt besitzen. Mit anderen Worten: Das von ihren inneren Punkten auf den Boden gefällte Lot führt teilweise durch die Atmosphäre.

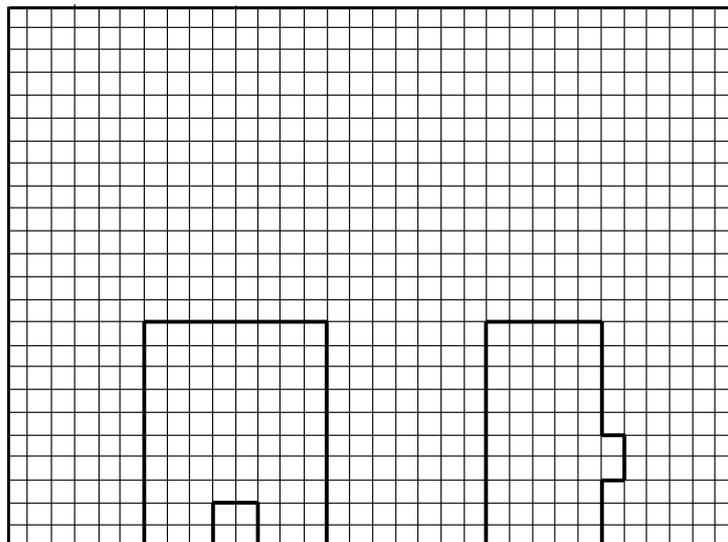


Abbildung 4.1: Modellierung von Gebäude mit „abgehobenen“ Bereichen (Querschnitt)

Zur Illustration zeigt die Abbildung 4.1 einen Querschnitt durch eine Anordnung mit zwei Gebäuden, die abgehobene Bereiche besitzen: Zum einen ein Gebäude mit Dachlass, bei dem der Bereich oberhalb der Öffnung als „abgehoben“ modelliert werden muss, und zum anderen ein Gebäude mit einem vorspringenden Element, das als Balkon gedeutet werden kann. Beim

Vorhandensein solcher Elemente reicht die Charakterisierung der Gebäudestruktur durch einen Index  $n_0(i, j)$ , der die Höhe der vertikalen Gebäudesäulen beschreibt, nicht mehr aus. Vielmehr ist ein dreidimensionales Feld, in MUKLIMO\_3 als  $i_{ss}(i, j, k)$  benannt, mit den Eigenschaften

$$i_{ss}(i, j, k) = \begin{cases} 1 & V_{ijk} \text{ ist atmosphärisch} \\ 0 & V_{ijk} \text{ ist Gebäudezelle} \end{cases} \quad (4.1)$$

erforderlich, um die Zugehörigkeit der Gitterzellen  $V_{ijk}$  zu charakterisieren.

Die Stromfunktionsgleichung erfordert im Bereich abgehobener Hindernisse eine Sonderbehandlung. Klar ist – wegen  $u=\partial\psi_2/\partial z=0$  und  $v=-\partial\psi_1/\partial z=0$  – dass  $\psi_1$  und  $\psi_2$  längs jeden vertikalen Fadens im Hindernis konstant sein müssen. Zudem muss im Hindernis  $w=\partial\psi_1/\partial y-\partial\psi_2/\partial x=0$  gelten. Das reicht aber nicht aus, um die Werte von  $\psi_1$  und  $\psi_2$  im Hindernis festzulegen. Man kann  $\psi_1$  und  $\psi_2$  dort schon deswegen nicht einfach festlegen, weil man damit über die Strömung unterhalb des Hindernisses (vertikal integrierter Volumenfluss) verfügen würde. Unter realen Bedingungen stellt sich dieser Fluss selbsttätig auf die Hindernisgeometrie ein.

Da die abgehobenen Hindernisse allein durch Forderungen an die Stromfunktionskomponenten nicht angemessen berücksichtigt werden können, muss ein anderer Weg beschritten werden. Dieser besteht im Ansatz des „unendlich“ zähen Mediums. Hierbei werden die Gitterzellen der abgehobenen Hindernisse als grundsätzlich zur Atmosphäre gehörig angesehen, wobei die Geschwindigkeitskomponenten in ihrem Bereich aber nicht prognostiziert, sondern – durch fiktive Zwangskräfte – stets auf Null gehalten werden.

Diese Idee ist auch auf die Stromfunktionsmethode übertragbar, gestaltet sich dort aber etwas komplizierter: Da die Geschwindigkeiten im Hindernisbereich nicht direkt Null gesetzt werden können, muss ihr Verschwinden stattdessen durch Forderungen an die Vorticity-Komponenten erreicht werden. Das heißt, dass die (nicht prognostizierten) Vorticity-Werte im Hindernisbereich so zu adjustieren sind, dass die – nach Lösung der Stromfunktionsgleichung – aus den Stromfunktionskomponenten errechneten Geschwindigkeiten im Hindernisbereich auch tatsächlich verschwinden. In MUKLIMO\_3 wird diese Forderung umgesetzt, indem nach jedem Iterationsschritt zur Lösung der Stromfunktionsgleichung ein Adjustierungsschritt für die Vorticity-Komponenten eingeschaltet wird. Der komplette Iterationsschritt stellt sich dann wie folgt dar:

1. Errechnung neuer Stromfunktionsfelder  $\psi_1^{n;\nu+1}$  und  $\psi_2^{n;\nu+1}$  gemäß Gleichung (3.45)
2. Bestimmung eines Störfeldes  $\delta\vec{v}$  der Geschwindigkeit, das innerhalb der Hindernisse aus den Stromfunktionskomponenten  $\psi_1^{n;\nu+1}$  und  $\psi_2^{n;\nu+1}$  errechnet, außerhalb aber Null gesetzt wird
3. Adjustierung der Vorticity-Felder  $\zeta_1^{n+1}$  und  $\zeta_2^{n+1}$  so, dass die Geschwindigkeitsstörungen wieder zunichte gemacht werden, d. h.

$$\zeta_1^{n+1} \rightarrow \zeta_1^{n+1} + \frac{\partial\delta v}{\partial z} - \frac{\partial\delta w}{\partial y}; \quad \zeta_2^{n+1} \rightarrow \zeta_2^{n+1} - \frac{\partial\delta u}{\partial z} + \frac{\partial\delta w}{\partial x}.$$

Diese Umdefinition betrifft nur die Vorticity-Werte im Hindernisbereich. Die prognostisch bestimmten atmosphärischen Werte bleiben ungeändert.

Am Ende des Verfahrens erhält man Stromfunktionsfelder  $\psi_1^{n+1}$  und  $\psi_2^{n+1}$ , für welche die aus ihnen errechneten Geschwindigkeiten im Hindernisbereich – jedenfalls im Rahmen der Abbruchgenauigkeit – verschwinden.

## 4.2 Dünne Wände

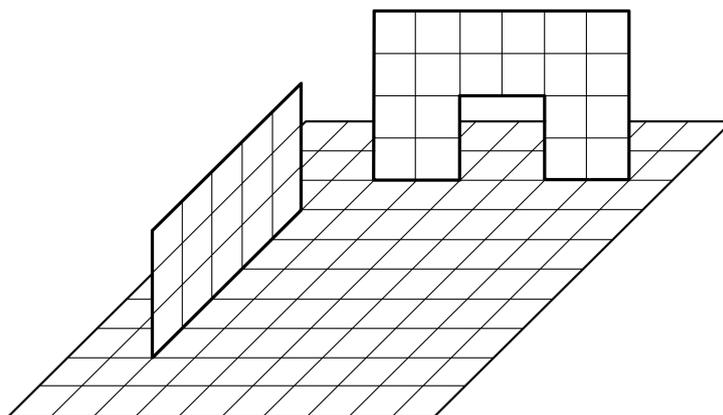


Abbildung 4.2: Modellkonfiguration mit zwei beispielhaften „dünnen“ Wänden

Wie die Abbildung 4.2 zeigt, müssen die Strömungshindernisse eines Modellgebiets nicht unbedingt aus voluminösen Quadern bestehen. Darstellbar sind auch volumenlose „dünne“ Wände, die sogar „abgehobene“ Teilflächen besitzen dürfen. Nicht gezeigt, aber auch möglich, sind ausdehnungslose horizontale Trennflächen. Solche Hindernisse sind in MUKLIMO\_3 grundsätzlich an den Grenzflächen zwischen den voluminösen Gitterzellen angesiedelt. Für ihre Modellierung muss das Konzept der Vorticity- und Stromfunktionsberechnung nur geringfügig geändert werden. Für Wände mit Bodenkontakt genügt es, ihre Höhe durch Indizes  $n_{0;ij}^x$  und  $n_{0;ij}^y$  zu kennzeichnen, die zu den  $x$ - bzw.  $y$ -orientierten Grenzflächen zwischen den Gitterzellen  $(i,j)$  gehören. Für „abgehobene“ Hindernisflächen sind dreidimensionale Felder – in MUKLIMO\_3 als  $I_{ijk}^x$ ,  $I_{ijk}^y$  und  $I_{ijk}^z$  bezeichnet – vonnöten, um die Seiten- bzw. Deckflächen der Gitterzellen  $V_{ijk}$  als „materiell“ (Wert 0) oder zur Atmosphäre gehörig (Wert 1) zu kennzeichnen.

Die Bedingungen, die an solchen inneren Grenzflächen zu erfüllen sind, betreffen die folgenden Punkte:

1. Die Flächen sind undurchdringlich. Folglich muss die auf sie gerichtete Normalkomponente der Windgeschwindigkeit verschwinden. Für Wände mit Bodenkontakt wird das erreicht, indem die Stromfunktionskomponenten  $\psi_1$  (bei  $y$ -orientierten Wänden) bzw.

$\psi_2$  (bei  $x$ -orientierten Wänden) vom Boden bis zu den Indizes  $n_0^y$  bzw.  $n_0^x$  Null gesetzt werden. Bei abgehobenen Wänden und bei horizontalen Hindernisflächen wird das Verschwinden der Normalgeschwindigkeit über die im vorangehenden Kapitel 4.1 beschriebene Vorticity-Adjustierung erreicht.

2. Die Upstream-Werte der Vorticity-Komponenten, die man für das diskrete Advektionschema benötigt, werden auch auf den Grenzflächen nach dem normalen Schema errechnet mit der Abänderung, dass die dabei benötigten Geschwindigkeitswerte hinter der Wand als Null angenommen werden. Das entspricht der im Kapitel 3.3.4.4 besprochenen Vorgehensweise bei den inneren Rändern des Modellgebiets mit dem Unterschied, dass der Bereich hinter der jeweiligen Wand nicht zum Gebäudeinneren, sondern wieder zur Atmosphäre gehört.
3. Die Grenzwerte der Produkte  $K_m \zeta_i$  auf den „dünnen“ Flächen werden – ohne Unterschied zu den schon besprochenen inneren Rändern – bestimmt, indem für die wandparallele Windkomponente ein universelles Profil mit konstantem Impulsfluss angenommen wird.

### 4.3 Punktuell vorgegebene Windgeschwindigkeit

Statt an der Modellobergrenze können die Horizontalgeschwindigkeiten  $u$  und  $v$  in MUKLI-MO\_3 auch an einem Bezugspunkt im Inneren des Modellgebiets vorgegeben werden. Das zugehörige Strömungsfeld wird dann iterativ errechnet, indem  $u_{\text{top}}$  und  $v_{\text{top}}$  an der Modellobergrenze nach jedem numerischen Zeitschritt *nachadjustiert* werden. Seien  $u_0$  und  $v_0$  die für den Referenzpunkt  $\vec{x}_0$  vorgegebenen Geschwindigkeitswerte und  $u^i$  und  $v^i$  die dort nach dem  $i$ -ten Zeitschritt aus den Stromfunktionskomponenten errechneten Werte. Dann wird adjustiert gemäß

$$\begin{aligned} u_{\text{top}} &\rightarrow u_{\text{top}} + u_0 - u^i \\ v_{\text{top}} &\rightarrow v_{\text{top}} + v_0 - v^i \end{aligned} \quad (4.2)$$

und die Stromfunktionsgleichung des nächsten Zeitschritts mit den adjustierten oberen Randwerten gelöst. Bei plausiblen Vorgaben konvergiert das Verfahren gegen eine stationäre Lösung, die am Ort  $\vec{x}_0$  die vorgegebenen Geschwindigkeitswerte  $u_0$  und  $v_0$  annimmt. Wenn der Bezugspunkt ungünstig gewählt ist, kann aber auch numerische Instabilität auftreten.

## 4.4 Unaufgelöste Bebauung

### 4.4.1 Generelles Konzept

Die detaillierte Auflösung von Bebauung erfordert ein numerisches Gitter mit einer Auflösung von nur wenigen Metern, was nicht immer sinnvoll oder möglich ist. Alternativ sieht MUKLI-MO\_3 daher auch eine Modellierung *unaufgelöster* Bebauung vor, die über die Vorstellung von Bebauung als einer aerodynamischen Rauigkeit hinausgeht. Die Grundidee dazu ist bei Groß

(1989) zu finden. Sie beruht auf der Ähnlichkeit der atmosphärischen Strömung in den Räumen zwischen den Gebäuden mit der Strömung eines Gases oder einer Flüssigkeit in einem porösen Medium. Eine solche Strömung kann nicht detailliert, sondern nur durch Mittelwerte der Variablen über eine genügend große Zahl von Poren beschrieben werden. Ebenso wird das Medium selbst durch mittlere Eigenschaften charakterisiert, z. B. seine Porosität oder seinen Strömungswiderstand. Dementsprechend wird auch die unaufgelöste Bebauung durch einige wenige mittlere Größen beschrieben. Die wichtigste Eigenschaft ist dabei die Porosität  $\pi_b$  der Bebauung, d. h. das Verhältnis des zwischen den Gebäuden verbleibenden atmosphärischen Volumens zum Gesamtvolumen, gemittelt über einen Bereich mit einer ausreichend großen Zahl von Einzelgebäuden. Alternativ kann die Bebauung auch durch ihre Volumendichte  $\alpha_b$  charakterisiert werden. Zwischen beiden Größen besteht die Beziehung

$$\begin{aligned} \pi_d &= \text{Porosität der Bebauung} & (4.3) \\ \alpha_b = 1 - \pi_b &= \text{Volumendichte der Bebauung} . \end{aligned}$$

Um auch den Besonderheiten einer inhomogenen Bebauung mit einem Nebeneinander von höheren und flacheren Gebäuden gerecht zu werden, kann die Porosität orts- und insbesondere höhenabhängig gestaltet werden, also  $\pi_b = \pi_b(x, y, z)$ .

Das Strömungsgeschehen in bebauten Bereichen wird – außer durch das Bauvolumen – auch durch die Art und Verteilung der Gebäudeoberflächen mit beeinflusst, da es einen Unterschied macht, ob dieselbe Baumasse auf zahlreiche kleine oder wenige voluminöse Gebäude verteilt ist. Als zweiten Parameter zur Charakterisierung unaufgelöster Bebauung benutzt das Modell daher die *Wandflächendichte*  $w_b(x, y, z)$ , d. h. die Fläche der Gebäudeaußenwände im Verhältnis zum Gesamtvolumen, gemittelt über einen genügend großen Bereich. Die gleichfalls benötigte *Dachflächendichte*  $r_d(x, y, z)$  ist in MUKLIMO\_3 keine unabhängige Größe. Sie wird vielmehr aus der Beziehung  $r_d = \partial\pi_b/\partial z$  errechnet, die auf der Annahme von Flachdächern beruht.

Die vom Modell mithilfe der soeben eingeführten Parameter zu berücksichtigenden Einflüsse der Bebauung auf die Atmosphäre sind

1. Die Strömungsverdrängung durch das Bauvolumen
2. Die Abbremsung der Strömung durch einen *Stau*effekt vor den Gebäuden (erhöhter Druck vor den Gebäuden und niedriger Druck auf der Leeseite) sowie durch *Reibung* an den Gebäudeoberflächen
3. Änderungen im Mechanismus der Turbulenzerzeugung
4. Im thermodynamisch erweiterten Modell treten Quellterme bzw. Senken für Wärme hinzu, entsprechend dem Energieumsatz an den Gebäudeoberflächen.

Für die Ableitung von Modellgleichungen, die diese Effekte berücksichtigen, wird die unaufgelöste Bebauung als ein *Ensemble* von zahlreichen individuellen Gebäudeanordnungen aufgefasst, die im Mittel die geforderten Eigenschaften haben. Somit kann die Porosität  $\pi_b(\vec{x})$  als Wahrscheinlichkeit gedeutet werden, dass der Ort  $\vec{x}$  bei einer individuellen Gebäuderealisierung zur Atmosphäre gehört. Zugleich muss auf die detaillierte Kenntnis des Geschwindigkeitsfeldes

$\vec{v}$  verzichtet und die Vorhersage auf ein mittleres Feld  $\widetilde{\vec{v}}$  des gebäudefreien Bereichs beschränkt werden. Das heißt, das ungemittelte Geschwindigkeitsfeld  $\vec{v}$  in den gebäudefreien Zwischenräumen wird mit zwei voneinander unabhängigen Störfeldern  $\vec{v}'$  und  $\vec{v}''$  angesetzt als

$$\vec{v} = \widetilde{\vec{v}} + \vec{v}' + \vec{v}'' . \quad (4.4)$$

Dabei beschreibt  $\vec{v}'$  die gebäudeinduzierten Störungen des Geschwindigkeitsfeldes, die für verschiedene Realisierungen der Bebauung jeweils unterschiedlich sind, im Ensemble-Mittel aber verschwinden. Die Störung  $\vec{v}''$  beschreibt die bei jedem Ensemble-Mitglied zusätzlich vorhandenen turbulenten Schwankungen des Geschwindigkeitsfeldes.

#### 4.4.2 Effektive Stromfunktion und Vorticity

Die Strömungsverdrängung im Gebäudebereich kann mithilfe eines erweiterten Konzepts der atmosphärischen Dichte beschrieben werden, das darin besteht, die Dichte innerhalb der Gebäude Null zu setzen. Dieser Ansatz bringt zum Ausdruck, dass die Luft im Gebäudebereich entweder von der Bausubstanz direkt verdrängt oder vom atmosphärischen Strömungsgeschehen abgekoppelt ist. Sie wird deshalb bei der Berechnung der Dichte als Masse pro Volumen nicht mitgezählt. Der Mittelwert dieser Dichte über das Gebäudeensemble wird als *effektive* Dichte  $\tilde{\rho}$  bezeichnet. Zwischen ihr und der Porosität der Bebauung besteht der Zusammenhang

$$\tilde{\rho} = \pi_b \rho . \quad (4.5)$$

Die Anwesenheit von Bebauung hat Konsequenzen auch für das Konzept der Stromfunktionsmethode, da die grundlegende Divergenzfreiheitsbedingung  $\rho_0 \nabla \cdot \vec{v} = 0$  bei Mittelung über ein Volumen mit Gebäudeanteil übergeht in die Forderung

$$\rho_0 \nabla \cdot \vec{v} = 0 \rightarrow \nabla \cdot \widetilde{\rho \vec{v}} = 0 . \quad (4.6)$$

Dabei ist  $\widetilde{\rho \vec{v}}$  die mittlere Impulsdichte des gebäudefreien Bereichs. Mit diesem Konzept vereinbar ist es, anstelle einer konstanten atmosphärischen Dichte  $\rho_0$  eine vertikal veränderliche Dichte  $\rho = \rho_0(z)$  anzunehmen. Davon wird in der Basisversion von MUKLIMO\_3 kein Gebrauch gemacht, wohl aber in der Thermodynamik-Version.

Die modifizierte Divergenzfreiheitsforderung der Gleichung (4.6) lässt sich durch die Einführung einer *effektiven* und zudem massebezogenen Stromfunktion

$$\widetilde{\vec{\psi}} = \tilde{\psi}_1 \vec{e}_1 + \tilde{\psi}_2 \vec{e}_2 \quad (4.7)$$

erfüllen, die zur Unterscheidung von der bisherigen *volumenbezogenen* Stromfunktion durch eine Tilde ( $\widetilde{\phantom{x}}$ ) gekennzeichnet ist. Aus ihr erhält man die mittlere Impulsdichte  $\widetilde{\rho \vec{v}}$  als

$$\widetilde{\rho \vec{v}} = -\nabla \times \widetilde{\vec{\psi}} . \quad (4.8)$$

bzw. komponentenweise

$$\widetilde{\rho u} = \frac{\partial \tilde{\psi}_2}{\partial z} ; \quad \widetilde{\rho v} = -\frac{\partial \tilde{\psi}_1}{\partial z} ; \quad \widetilde{\rho w} = \frac{\partial \tilde{\psi}_1}{\partial y} - \frac{\partial \tilde{\psi}_2}{\partial x} . \quad (4.9)$$

Das Geschwindigkeitsmittel  $\tilde{\vec{v}}$  über die gebäudefreien Zwischenräume ergibt sich daraus als

$$\tilde{\vec{v}} = \tilde{\rho\vec{v}}/\tilde{\rho}. \quad (4.10)$$

In Ergänzung zur effektiven Stromfunktion muss durch die Definition

$$\tilde{\vec{\zeta}} = \nabla \times \tilde{\rho\vec{v}} \quad (4.11)$$

auch eine auf die mittlere *Impulsdichte* bezogene *effektive Vorticity*  $\tilde{\vec{\zeta}}$  eingeführt werden. Zwischen den Komponenten der effektiven Vorticity und der effektiven Stromfunktion besteht dann die Beziehung

$$\begin{aligned} \tilde{\zeta}_1 &:= \frac{\partial^2 \tilde{\psi}_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \tilde{\psi}_1}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 \tilde{\psi}_2}{\partial y \partial x} \\ \tilde{\zeta}_2 &:= \frac{\partial^2 \tilde{\psi}_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tilde{\psi}_2}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 \tilde{\psi}_1}{\partial x \partial y}, \end{aligned} \quad (4.12)$$

aus der die effektiven Stromfunktionskomponenten  $\tilde{\psi}_1$  und  $\tilde{\psi}_2$  zu bestimmen sind. Da die massebezogene Gleichung (4.12) formal mit der (volumenbezogenen) Stromfunktionsgleichung (2.11) übereinstimmt, muss am numerischen Lösungsverfahren der Stromfunktionsgleichung (Kap. 3.4.3) nichts geändert werden. Die neben der effektiven Vorticity  $\tilde{\vec{\zeta}}$  auch benötigte geschwindigkeitsbezogene Vorticity wird diagnostisch als  $\vec{\zeta} = \nabla \times \vec{v}$  errechnet.

### 4.4.3 Mittlere Bewegungsgleichung

Für die Anwendung des im Kapitel 4.4.2 entwickelten Prinzips der gemittelten und massebezogenen Stromfunktion sind prognostische Gleichungen für die beiden impulsbezogenen Vorticity-Komponenten  $\tilde{\zeta}_1$  und  $\tilde{\zeta}_2$  erforderlich. Man erhält sie, in völliger Analogie zur gewöhnlichen Stromfunktionsmethode, durch kreuzweises Differenzieren der kartesischen Komponenten der prognostischen Gleichung für die mittlere Impulsdichte  $\tilde{\rho\vec{v}}$ ,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{\zeta}_1}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial \tilde{\rho w}}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial \tilde{\rho v}}{\partial t} \\ \frac{\partial \tilde{\zeta}_2}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial \tilde{\rho u}}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial \tilde{\rho w}}{\partial t}. \end{aligned} \quad (4.13)$$

Das wiederum erfordert die Aufstellung einer prognostischen Gleichung für die mittlere Impulsdichte  $\tilde{\rho\vec{v}}$ . Hierfür wird von einem Bebauungsensemble mit  $N$  individuellen Gebäudeanordnungen ausgegangen. Die für alle Ensemble-Mitglieder – mit Gültigkeitsbeschränkung auf die gebäudefreien Bereiche – formal gleiche molekulare Bewegungsgleichung wird angesetzt als

$$\frac{\partial \rho \vec{v}}{\partial t} + (\rho \vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} + \nabla \cdot \mathbf{J} = -\nabla p - \rho \nabla \Phi - f \vec{e}_3 \times \rho \vec{v} \quad (4.14)$$

mit der Dichte  $\rho = \rho_0(z)$

und der Filterbedingung  $\nabla \cdot \rho \vec{v} = 0$

und dann zweistufig gemittelt, zunächst für jedes individuelle Ensemble-Mitglied  $i$  im Hinblick auf die turbulenten Schwankungen. Das Resultat sind  $N$  prognostischen Gleichungen für die turbulent gemittelten Geschwindigkeitsfelder  $\vec{v}_i$  der jeweiligen Bebauungsrealisierungen  $i$ , die geschrieben werden als

$$\frac{\partial \rho \vec{v}_i}{\partial t} + (\rho \vec{v}_i \cdot \nabla) \vec{v}_i + \nabla \cdot (\mathbf{J}_i^T + \bar{\mathbf{J}}_i) = -\nabla p'_i - f \vec{e}_3 \times \rho \vec{v}_i \quad (4.15)$$

mit dem turbulenten Reynoldstensor  $\mathbf{J}_i^T = \overline{\rho \vec{v}'_i \vec{v}'_i}$   
und der Druckabweichung  $\nabla p'_i = \overline{\nabla p_i} + \rho \nabla \Phi$

Bei der nun noch durchzuführenden Ensemble-Mittlung, angezeigt durch eine Tilde ( $\widetilde{\phantom{x}}$ ), ist zu beachten, dass der betrachtete Ort  $\vec{x}$  für einige Ensemble-Mitglieder im Gebäudeinneren liegen kann. In diesem Fall wird die jeweils zu mittelnde Größe Null gesetzt, d. h.

$$\widetilde{\Psi}(\vec{x}) := \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Psi_i^*(\vec{x}) \quad (4.16)$$

mit  $\Psi_i^*(\vec{x}) = \begin{cases} \Psi_i(\vec{x}) & \text{falls } \vec{x} \text{ atmosphärisch bezüglich der Anordnung } i \\ 0 & \text{falls } \vec{x} \text{ Gebäudepunkt} \end{cases}$ .

Mit dieser Vereinbarung und der zusätzlichen Definition der Gleichung (4.10) für die mittlere Geschwindigkeit  $\vec{v}$  im gebäudefreien Raum wird die ensemble-gemittelte Bewegungsgleichung geschrieben als

$$\frac{\partial \widetilde{\rho \vec{v}}}{\partial t} + (\widetilde{\rho \vec{v}} \cdot \nabla) \vec{v} + \nabla \cdot (\mathbf{J}^B + \widetilde{\mathbf{J}}^T + \widetilde{\mathbf{J}}) = -\widetilde{\nabla p'} - f \vec{e}_3 \times \widetilde{\rho \vec{v}} \quad (4.17)$$

mit dem gebäudeinduzierten Reynoldstensor  $\mathbf{J}^B = \widetilde{\rho \vec{v}' \vec{v}'}$   
und der Geschwindigkeitsabweichung  $\vec{v}'_i = \vec{v}_i - \vec{v}$ .

Der Vergleich von Gleichung (4.17) mit der bebauungsfreien Bewegungsgleichung (3.4) der neutral geschichteten Atmosphäre zeigt, dass durch die Bebauung zusätzliche Terme auftreten, die nach der Erfahrung parametrisiert werden.

#### 4.4.4 Parametrisierungen

Die Erfahrung zeigt, dass die auf ein Hindernis treffende atmosphärische Strömung auf dieses eine Kraft ausübt, die proportional zum Quadrat der Windgeschwindigkeit sowie zum Anströmungsquerschnitt des Hindernisses ist. Hinzu kommt ein Formfaktor (so genannter Widerstandsbeiwert  $C_W$ ), der von der detaillierten Hindernisgeometrie abhängt. Im Umkehrschluss (actio gleich reactio) entzieht das Hindernis der anströmenden Atmosphäre Impuls, d. h. übt eine bremsende Wirkung aus. Diese Bremskraft wird der kombinierten Wirkung des Störanteils des Druckterms  $\widetilde{\nabla p'}$  (Staudruck im Luv der Gebäude, Unterdruck im Lee) als auch der Divergenz des gebäudeinduzierten Reynoldstensors  $\mathbf{J}^B$  zugeschrieben. Dementsprechend wird

parametrisiert

$$\widetilde{\nabla p'} + \nabla \cdot \mathbf{J}^B \rightarrow \nabla \overline{p'} + c_d w_b \widetilde{\rho \vec{v}_h} |\widetilde{\vec{v}_h}| \quad (4.18)$$

mit  $c_d = 0.2$  so genannter *Drag*-Koeffizient

$w_b$  Wandflächendichte

$\widetilde{\rho \vec{v}_h}, \widetilde{\vec{v}_h}$  Horizontalkomponente von  $\widetilde{\rho \vec{v}}$  bzw.  $\widetilde{\vec{v}}$

$\overline{p'}$  über die gebäudefreien Bereiche gemittelte Druckstörung .

Für die gewichtete Vorticity-Gleichung bedeutet dies die Einführung eines Zusatzterms gemäß

$$\frac{\partial \tilde{\zeta}_1}{\partial t} = \dots - (\nabla \times c_d w_b \widetilde{\rho \vec{v}_h} |\widetilde{\vec{v}_h}|)_1 \quad (4.19)$$

$$\frac{\partial \tilde{\zeta}_2}{\partial t} = \dots - (\nabla \times c_d w_b \widetilde{\rho \vec{v}_h} |\widetilde{\vec{v}_h}|)_2 . \quad (4.20)$$

Außerdem müssen die Wände der unaufgelösten Bebauung in die Berechnung des *Mischungswegs* mit einbezogen werden, der ja als Minimalabstand zu den Hindernissen des Strömungsvolumens gedeutet wird. Er wird im Gebäudebereich berechnet als

$$\begin{aligned} \frac{1}{l_{0,ijk}} &= \frac{1}{l_{0,ijk-1} + \kappa \Delta z_k} + \frac{2w_b}{\pi_b \kappa} \\ \frac{1}{l_{ijk}} &= \frac{1}{l_{0,ijk}} + \frac{1}{l_\infty} . \end{aligned} \quad (4.21)$$

Dieser Ansatz zieht in Betracht, dass die inverse Wandflächendichte  $1/w_b$  die Dimension einer Länge besitzt, die mit dem Wandabstand korreliert ist und in Konkurrenz zum Bodenabstand tritt. Für den Spezialfall, dass die Bebauung als ein Ensemble von Straßenschluchten mit der Gebäudehöhe  $h$  und der Straßenbreite  $w_{sc}$  (mit dem Index „sc“ für „street canyon“) aufgefasst werden kann, lässt die Beziehung zwischen der Wandflächendichte  $w_b$  und dem Wandabstand sich quantifizieren: Für den Abstand  $\bar{d}$  zur näheren der beiden Wände ergibt sich im Mittel über alle Positionen innerhalb der Straßenschlucht die Relation  $\bar{d}=w_{sc}/4$ . Andererseits errechnet sich die Wandflächendichte der Straßenschlucht als  $w_{b,sc}=2\pi_b/w_{sc}$ . Der Zusatzterm  $1/\kappa\bar{d}$  im Ansatz für den inversen Mischungsweg wird damit zu  $1/\kappa\bar{d}=2w_{b,sc}/\pi_b\kappa$ . Diese Relation ist im Ansatz der Gleichung (4.21) als allgemeingültig angesehen. Der Ansatz für den modifizierten Mischungsweg ist so beschaffen, dass der inverse Term  $\pi_b\kappa/2w_b$  der Gleichung (4.21) bei sehr dichter Bebauung (Grenzfall  $w_b \rightarrow \infty$ ) zur dominanten Längenskala wird, im entgegengesetzten Grenzfall  $w_b \rightarrow 0$  dagegen bedeutungslos.

Die Formulierung des *Austauschkoeffizienten*  $K_m$  wird verallgemeinert zu

$$K_m = l^2 \sqrt{\tilde{\zeta}^2 + \left( \frac{2\vec{v}_h w_b}{\pi_b} \right)^2} . \quad (4.22)$$

Das trägt den zusätzlichen Scherungen des Windfeldes Rechnung, die zwischen den Gebäuden entstehen. Zur Abschätzung des Effekts wird wiederum das Beispiel der Straßenschlucht herangezogen: Unter der Annahme, dass das Profil sein Maximum in der Straßenmitte annimmt und

nach beiden Seiten zu den Wänden hin linear abfällt, erhält man den Betrag der Scherung als  $4\tilde{v}_h/w_{sc}$ , was sich mithilfe von Wandflächendichte  $w_{b;sc}$  und Porosität  $\pi_b$  eines Straßenschlucht-Ensembles als  $2w_{b;sc}\tilde{v}_h/\pi_b$  ausdrücken lässt.

Mit allen Modifikationen und Parametrisierungen schreibt die gewichtete Vorticity-Gleichung sich letztlich als

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{\zeta}}{\partial t} &= \nabla \times \left( \tilde{\rho} \vec{v} \times (\vec{\zeta} + f \vec{e}_3) \right) + \nabla \tilde{\rho} \times \frac{\nabla (\vec{v} \cdot \vec{v})}{2} + \nabla \times (\nabla \times \tilde{\rho} K_m \vec{\zeta}) \quad (4.23) \\ &= -\nabla \times c_d w_b \tilde{\rho} \tilde{v}_h |\tilde{v}_h| . \end{aligned}$$

Von dieser vektoriellen Gleichung werden die ersten beiden kartesischen Komponenten zeitlich integriert.

Eine letzte dabei zu beachtende Änderung betrifft die Dachreibung. Ihr wird Rechnung getragen, indem die unteren Grenzflächen der Gitterzellen des Modellgebiets in dachfreie und von Dächern eingenommene Fraktionen unterteilt werden. Für jede dieser beiden Fraktionen werden die nach unten gerichteten Impulsströme getrennt berechnet, zum einen nach den normalen atmosphärischen Ansätzen und zum anderen nach den für Bodenflächen gültigen Beziehungen (mit der Dachflächenrauigkeit anstelle der Bodenrauigkeit). Beide Impulsflüsse werden dann, mit Gewichtung entsprechend dem Dachanteil, zum Gesamtfluss zusammengesetzt.

Bemerkenswert an der Gleichung (4.23) ist, dass sie bei verschwindender Bebauungsdichte wieder in eine gewöhnliche Vorticity-Gleichung übergeht. Sie eignet sich somit für Modellgebiete, in denen bebauete und unbebaute Bereiche nebeneinander auftreten.

#### 4.4.5 Anisotrope Bebauung

Für Testzwecke ist der Reibungsansatz der unaufgelösten Bebauung so verallgemeinert worden, dass er auch die Modellierung *anisotroper* Bebauung gestattet. Dem entspricht die Vorstellung von einheitlich ausgerichteten, langgestreckten Gebäuden, die einer gebäudeparallelen Strömung einen geringeren Widerstand entgegensetzen als einer senkrecht dazu orientierten. Um diesem Sachverhalt gerecht zu werden, wird der Ansatz für die Reibungskraft in Gleichung (4.23) modifiziert zu

$$c_d w_b \tilde{\rho} \tilde{v}_h |\tilde{v}_h| \rightarrow c_d w_b |\tilde{v}_h| \tilde{\rho} \tilde{v}_h \cdot \left( (1 - \alpha) \vec{e}_{||} \vec{e}_{||} + \vec{e}_{\perp} \vec{e}_{\perp} \right) . \quad (4.24)$$

Dabei ist  $\alpha$  mit  $0 \leq \alpha < 1$  ein Koeffizient, der die Anisotropie der Bebauung charakterisiert. Für  $\alpha = 0$  wird der dyadische Faktor zur Einheitsdyade der horizontalen Ebene, und man erhält wieder den ursprünglichen Ansatz. Die Größen  $\vec{e}_{||}$  und  $\vec{e}_{\perp}$  sind horizontale Einheitsvektoren parallel bzw. senkrecht zur bevorzugten Durchlassrichtung der Bebauung. Die Änderung bewirkt, dass die Reibungskraft bei längsseitiger Anströmung der Bebauung gegenüber dem ursprünglichen Ansatz um einen Faktor  $1 - \alpha$  reduziert wird, während sie bei Queranströmung ungeändert bleibt. Bei schräger Anströmung wird die gebäudesenkrechte Komponente der Strömung stärker gebremst als die parallele, was eine Umlenkung der Strömung hin zur bevorzugten Durchlassrichtung bewirkt.

## 4.5 Blattflächen

Wie die Gebäudeoberflächen, so üben auch die Blätter von im Modellgebiet befindlichen Bäumen eine bremsende Wirkung  $\vec{B}$  auf die atmosphärische Strömung aus, die modelliert wird als

$$\vec{B} = -c_d b \rho \vec{v}_h |\vec{v}_h| \quad (4.25)$$

mit  $b$  = Blattflächendichte der Belaubung .

Im Unterschied zur Bebauung wird bei den Bäumen keine Strömungsverdrängung modelliert, da der Volumenanteil der Bäume zumeist unter einem Prozent liegt. Die atmosphärische Dichte  $\rho$  und die Geschwindigkeit  $\vec{v}$  behalten deshalb ihre normale Bedeutung. Eine überdeckende Modellierung von unaufgelöster Bebauung und Belaubung ist in MUKLIMO\_3 nicht zulässig.

Für die Einbeziehung der Blattflächendichte in die Berechnung des Mischungswegs  $l$  und des Austauschkoeffizienten  $K_m$  werden den Gleichungen (4.21) und (4.22) entsprechende Ansätze angewendet.

## 4.6 Orographie

In MUKLIMO\_3 kann auch *unebenes* Gelände gestaltet werden. Die elementare Methode zur Darstellung der Geländehöhe entspricht dem Vorgehen bei der aufgelösten Bebauung, d. h. die Erhebungen werden in „Geländeblöcke“ aufgelöst und das Gelände somit „terrassenförmig“ modelliert. Eine ambitioniertere Möglichkeit der Geländemodellierung besteht in der Vorgabe eines „Rasterfeldes“  $h_0(i, j)$ , das repräsentative Höhen für die horizontalen Gitterpunkte des Modellgebiets enthält. Zur Vermeidung von Geländestufen werden diese Höhen nicht einfach an die vertikale Gittereinteilung des Modells angeglichen. Stattdessen werden virtuelle *Zwischen-niveaus* in das numerische Gitter eingeführt, die der tatsächlichen Geländehöhe entsprechen. Sie werden gestaltet, indem über jedem horizontalen Gitterpunkt die nächstgelegene „reguläre“, d. h. mit der vertikalen Gittereinteilung vereinbare Geländehöhe so verschoben wird, dass sie mit der tatsächlichen Geländehöhe  $h_0(i, j)$  übereinstimmt. Anders ausgedrückt: Über jedem Flächenelement  $(i, j)$  wird die Höhe der jeweils untersten atmosphärischen Gitterzelle so gestreckt oder gestaucht, dass ihre Untergrenze mit der Geländehöhe übereinstimmt. Die Größe dieser Verschiebung ist ein zusätzliches Charakteristikum der horizontalen Gitterpunkte des Modellgebiets. Sie wird mit  $\Delta(i, j)$  bezeichnet,

$$\Delta(i, j) \quad \text{Verschiebung des untersten atmosphärischen Niveaus}$$

und beträgt maximal eine halbe Zellhöhe nach oben oder unten.

Die Bedeutung des in Kapitel 3.2 eingeführten Gebäudehöhenindex  $n_0(i, j)$  wird erweitert zum Höhenindex für Orographie plus Gebäude. Zugleich wird ein weiterer Index  $n_0^t(i, j)$  eingeführt (mit „t“ für Terrain), der die Gitterhöhe der obersten Bodenzelle charakterisiert. Beim Fehlen aufgelöster Gebäudeblöcke fallen  $n_0(i, j)$  und  $n_0^t(i, j)$  zusammen. Für die wegen der geschachtelten Gitterstruktur von MUKLIMO\_3 auch benötigten Höhen über den Seitengrenzen

der horizontalen Flächenelemente werden weitere Index-Felder  $n_{0;x}(i, j)$  und  $n_{0;y}^t(i, j)$  bzw.  $n_{0;y}(i, j)$  und  $n_{0;x}^t(i, j)$  eingeführt. Sie werden festgelegt als das Maximum der jeweils angrenzenden zentralen Indizes,

$$\begin{aligned} n_{0;x}(i, j) &:= \max\{n_0(i, j), n_0(i-1, j)\}; & n_{0;x}^t(i, j) &:= \max\{n_0^t(i, j), n_0^t(i-1, j)\} \\ n_{0;y}(i, j) &:= \max\{n_0(i, j), n_0(i, j-1)\}; & n_{0;y}^t(i, j) &:= \max\{n_0^t(i, j), n_0^t(i, j-1)\}. \end{aligned}$$

Die Geländehöhen  $h_{0;x}(i, j)$  und  $h_{0;y}(i, j)$  über den Zellseiten werden dann durch lineare Interpolation aus den beiden nächstgelegenen zentrierten Höhenwerten bestimmt mit der Beschränkung, dass ihre Abweichungen  $\Delta_x(i, j)$  und  $\Delta_y(i, j)$  von den zu  $n_{0;x}^t(i, j)$  bzw.  $n_{0;y}^t(i, j)$  gehörigen regulären Gitterhöhen maximal eine halbe Zellhöhe nach oben oder unten betragen dürfen.

Die zeitliche Integration der Vorticity-Gleichung für die unmittelbar über dem Boden gelegenen atmosphärischen Gitterpunkte, die auch die Berechnung der Schubspannungsgeschwindigkeiten  $u_*(i, j)$  über den horizontalen Flächenelemente umfasst, erfolgt mit Beachtung der geänderten Bodenabstände. Bei der Stromfunktionsgleichung wird so verfahren, dass ihr Verschwinden am Boden nicht mehr an den regulären Grenzpunkten gefordert wird, sondern stattdessen (durch Interpolation) an den dagegen verschobenen Positionen der tatsächlichen Bodenhöhe. Mit der vereinfachten Schreibweise  $k_{0;x/y}$  für  $n_{0;x/y}^t(i, j)$  sowie  $\Delta_{x/y}$  für  $\Delta_{x/y}(i, j)$  lassen sich die so modifizierten Randbedingungen für die Stromfunktionswerte  $\psi_{1;ijk_0}$  und  $\psi_{1;ijk_0}$  schreiben als

$$\begin{aligned} \psi_{1;ijk_0} = 0 &\quad \rightarrow \quad \psi_{1;ijk_0} \left(1 - \frac{\Delta_y}{\Delta z_{k_0+1}}\right) + \psi_{1;ijk_0+1} \frac{\Delta_y}{\Delta z_{k_0+1}} = 0 & (4.26) \\ \psi_{2;ijk_0} = 0 &\quad \rightarrow \quad \psi_{2;ijk_0} \left(1 - \frac{\Delta_x}{\Delta z_{k_0+1}}\right) + \psi_{2;ijk_0+1} \frac{\Delta_x}{\Delta z_{k_0+1}} = 0. \end{aligned}$$

Die für die Bilanz von Luftbeimengungen (siehe das folgende Kapitel 4.7) benötigten Volumenflüsse  $F_x$  und  $F_y$  durch die gestauchten oder gestreckten Seitenflächen der Gitterzelle  $V_{ijk_0+1}$  lassen sich dann sehr einfach darstellen als

$$F_x = \Delta y_j \psi_{2;ijk_0+1}; \quad F_y = -\Delta x_i \psi_{1;ijk_0+1}.$$

Der Volumenfluss durch die obere Grenzfläche von  $V_{ijk_0+1}$  erfordert keine Änderungen der Berechnung, der Fluss durch die untere Grenzfläche verschwindet.

## 4.7 Ausbreitungsmodell

Im Modell MUKLIMO\_3 besteht die Möglichkeit, nach Integration der Bewegungsgleichung bis zur Stationarität, ein Ausbreitungsmodell zu starten, um stationäre Verteilungen einer oder mehrerer inerte Luftbeimengungen zu ermitteln. Die Ausbreitungsgleichung für die  $i$ -te Beimengung ist

$$\tilde{\rho} \frac{\partial c_i}{\partial t} + \nabla \cdot \tilde{\rho} \vec{v} c_i = \nabla \cdot \tilde{\rho} K_h \nabla c_i + Q_i. \quad (4.27)$$

Dabei ist  $Q_i$  die als zeitlich konstant angenommene Quellverteilung der  $i$ -ten Beimengung und  $K_h$  der Austauschkoefizient für Wärme und Beimengungen, der mittels des Austauschkoefizienten  $K_m$  für den Impuls berechnet wird als

$$K_h = 1.35K_m . \quad (4.28)$$

Die Integration der Ausbreitungsgleichung Gl. (4.27) startet mit auf Null gesetzten Konzentrationsfeldern  $c_i$ . Die Felder der Impulsdichte  $\widetilde{\rho\vec{v}}$  und des Austauschkoefizienten  $K_h$  werden auf dem Endstand der zuvor bis zur Stationarität integrierten Bewegungsgleichung festgehalten. Zeitlich konstant ist auch die Quellstärke  $Q_i$ . Das Integrationschema wird in die Teiloperationen **S** der Quellwirkung, der Advektionen  $\mathbf{A}_x$ ,  $\mathbf{A}_y$  und  $\mathbf{A}_z$  in die 3 kartesischen Richtungen sowie der Diffusionen  $\mathbf{D}_x$ ,  $\mathbf{D}_y$  und  $\mathbf{D}_z$  untergliedert, die in einem grundsätzlich expliziten Time-Splitting-Verfahren integriert werden. Ausnahme ist die vertikale Diffusion  $\mathbf{D}_z$ , die halb-implizit behandelt wird. Zudem werden die Teilschritte der Advektion und Diffusion – zur Verbesserung der Symmetrie des Verfahrens – in Halbschritte untergliedert, die in umgekehrter Reihenfolge wiederholt werden. Ein einzelner Zeitschritt der Bilanzgleichung für ein Konzentrationsfeld  $|c\rangle$  stellt sich in schematisierter Form wie folgt dar:

$ c\rangle^{\nu+1;0} =  c\rangle^\nu$	Start mit dem Endwert des vorangegangenen Zeitschritts
$ c\rangle^{\nu+1;1} = \{\mathbf{E} + dt \mathbf{S}\} c\rangle^{\nu+1;0}$	Wirkung des Quellterms
$ c\rangle^{\nu+1;2} = \{\mathbf{E} + \frac{dt}{2}(\mathbf{A}_x + \mathbf{A}_y + \mathbf{A}_z)\} c\rangle^{\nu+1;1}$	Advektion (1. Halbschritt)
$ c\rangle^{\nu+1;3} = \{\mathbf{E} + \frac{dt}{2}(\mathbf{D}_x + \mathbf{D}_y)\} c\rangle^{\nu+1;2}$	horizontaler Anteil der Diffusion (1. Halbschritt)
$ c\rangle^{\nu+1;4} = \{\mathbf{E} + \frac{dt}{2}\mathbf{D}_z\} c\rangle^{\nu+1;3}$	vertikaler Anteil der Diffusion (1. Halbschritt, explizit)
$ c\rangle^{\nu+1;5} =  c\rangle^{\nu+1;4} + \frac{dt}{2}\mathbf{D}_z c\rangle^{\nu+1;5}$	vertikaler Anteil der Diffusion (2. Halbschritt, implizit)
$ c\rangle^{\nu+1;6} = \{\mathbf{E} + \frac{dt}{2}(\mathbf{D}_x + \mathbf{D}_y)\} c\rangle^{\nu+1;5}$	horizontaler Anteil der Diffusion (2. Halbschritt)
$ c\rangle^{\nu+1;7} = \{\mathbf{E} + \frac{dt}{2}(\mathbf{A}_x + \mathbf{A}_y + \mathbf{A}_z)\} c\rangle^{\nu+1;6}$	Advektion (2. Halbschritt)
$ c\rangle^{\nu+1} =  c\rangle^{\nu+1;7}$	Endwert

(4.29)

Die Advektion wird nach einem modifizierten *Donor-Cell*-Schema modelliert, das sich darstellt als

$$\begin{aligned}
c_{ijk} \rightarrow c_{ijk} &+ dt \frac{\rho u_{i-\frac{1}{2}jk} (c_{i-\frac{1}{2}jk}^{\text{up}} - c_{ijk}) - \rho u_{i+\frac{1}{2}jk} (c_{i+\frac{1}{2}jk}^{\text{up}} - c_{ijk})}{\rho_{ijk} \Delta x_i} \\
&+ dt \frac{\rho v_{ij-\frac{1}{2}k} (c_{ij-\frac{1}{2}k}^{\text{up}} - c_{ijk}) - \rho v_{ij+\frac{1}{2}k} (c_{ij+\frac{1}{2}k}^{\text{up}} - c_{ijk})}{\rho_{ijk} \Delta y_j} \\
&+ dt \frac{\rho w_{ijk-\frac{1}{2}} (c_{ijk-\frac{1}{2}}^{\text{up}} - c_{ijk}) - \rho w_{ijk+\frac{1}{2}} (c_{ijk+\frac{1}{2}}^{\text{up}} - c_{ijk})}{\rho_{ijk} \Delta z_k} .
\end{aligned} \quad (4.30)$$

Die Modifikation zur üblichen Form des Donor-Cell-Schemas besteht in der Einfügung von  $-c_{ijk}$  in alle Teilterme. Wegen der Divergenzfreiheit des Impulsdichtefeldes  $\widetilde{\rho\vec{v}}$  heben sich diese

Zusatzterme in der Summe über die drei Komponenten der Advektionsoperationen gegenseitig auf. Damit ist das modifizierte Schema gleichwertig zum originalen. Es ermöglicht aber Vereinfachungen bei der numerischen Formulierung der Advektionsoperation. Außerdem ist aus der modifizierten Form – im Gegensatz zur ursprünglichen – direkt ersichtlich, dass ein räumlich konstantes Feld  $c$  sich unter dem Einfluss der Advektion nicht ändert.

Die drei numerischen Teiloperationen der turbulenten Diffusion schreiben sich als

$$c_{ijk} \rightarrow c_{ijk} + dt \frac{\rho K_{h; i+\frac{1}{2}j} k \frac{c_{i+1jk} - c_{ijk}}{x_{i+1} - x_i} - \rho K_{h; i-\frac{1}{2}j} k \frac{c_{i-1jk} - c_{ijk}}{x_{i-1} - x_i}}{\rho_{ijk} \Delta x_i}$$

$$c_{ijk} \rightarrow c_{ijk} + dt \frac{\rho K_{h; ij+\frac{1}{2}k} \frac{c_{ij+1k} - c_{ijk}}{y_{j+1} - y_j} - \rho K_{h; ij-\frac{1}{2}k} \frac{c_{ijk} - c_{ij-1k}}{y_j - y_{j-1}}}{\rho_{ijk} \Delta y_j}$$

$$c_{ijk} \rightarrow c_{ijk} + dt \frac{\rho K_{h; ijk+\frac{1}{2}} \frac{c_{ijk+1} - c_{ijk}}{z_{k+1} - z_k} - \rho K_{h; ijk-\frac{1}{2}} \frac{c_{ijk} - c_{ijk-1}}{z_{k-1} - z_k}}{\rho_{ijk} \Delta z_k}$$

Die für die Auswertung benötigten Austauschkoefizienten auf den Seitenflächen der numerischen Gitterzellen werden durch Mittelung aus den vier jeweils nächstgelegenen Eckpunktwerten gewonnen.

Die seitlichen Randbedingungen für das Ausbreitungsmodell folgen den Darlegungen des Kapitels 3.3.4.3, d. h. in den 4 seitlichen Randschichten zu den Indizes  $i = 1, i = n_x, j = 1, j = n_y$  wird zweidimensional gerechnet, für die angrenzenden Schichten wird bezüglich der Diffusion Homogenität in der zum Rand senkrechten Richtung verlangt. Bezüglich der Advektion sorgt das Upstream-Prinzip dafür, dass die seitlichen Randwerte nur dann in das innere Modellgebiet hineingetragen werden, wenn die Windgeschwindigkeit von außen nach innen gerichtet ist. An der Modellobergrenze werden die Konzentrationswerte auf Null festgehalten. Keine besonderen Maßnahmen erfordert der Bodenrand sowie eventuelle innere Ränder des Modellgebiets, da die Advektions- und Diffusionsflüsse auf diesen Flächen verschwinden.

Bei Orographie ist die Stauchung oder Streckung der bodennahen Gitterzellen zu beachten, wobei sowohl das Zellvolumen als auch die Größe Seitenflächen modifiziert werden. Vergleiche hierzu auch das Kapitel 4.6.

# Kapitel 5

## Das PC-Basismodell MUKLIMO\_3

### 5.1 Allgemeines

Das zum vorliegenden Bericht erhältliche Testprogramm MUKLIMO\_3 (*mikroskaliges urbanes Klima-Modell*, 3-dimensionale Version) ist die Umsetzung der im Kapitel 3 beschriebenen numerischen Ansätze in ein auf einem *Windows PC* lauffähiges Modell. Es wird als *PC-Basisversion* von MUKLIMO\_3 bezeichnet, die derzeit in der Version V2.23 vorliegt. Ihr Einsatzbereich ist die Berechnung stationärer Wind- und Schadstofffelder in kleinskaligen Modellgebieten mit blockförmigen Hindernissen. Diese repräsentieren insbesondere Gebäude. Sie können aber auch orographischen Strukturen entsprechen, die – im Einklang mit dem Gebrauch eines kartesischen Modellgitters – durch ein terrassenförmig modelliertes Gelände angenähert werden. Bei der PC-Basisversion von MUKLIMO\_3 wird auf thermodynamische Erweiterungen verzichtet. Dafür ist sie mit grafischen Elementen angereichert. Im folgenden Text bezieht sich die Bezeichnung MUKLIMO\_3 immer auf die PC-Basisversion.

Das Windfeldmodell von MUKLIMO\_3 beruht auf der in Sievers (1995) beschriebenen, auf drei Dimensionen verallgemeinerten *Stromfunktions-Vorticity*-Methode. Als Erweiterung dieser „Urfassung“ erlaubt das gegenwärtige Modell zusätzlich die Behandlung von „abgehobenen“ Hindernissen, von „Belaubung“ sowie die „unaufgelöste“ Modellierung von Bebauung. Des Weiteren ist ein *Eulersches* Ausbreitungsmodell hinzugefügt, mit dem die Ausbreitung chemisch inerte Luftbeimengungen ohne Deposition simuliert werden kann, deren Quellen beliebig im Modellgebiet verteilt sein dürfen. Insbesondere ist dabei an die Schadstoffemissionen des Kraftfahrzeugverkehrs gedacht.

Im Einklang mit dem Verzicht auf thermodynamische Modellerweiterungen beruhen die Simulationen mit MUKLIMO\_3 auf der Annahme einer neutralen atmosphärischen Schichtung. Die Berechnung der Austauschkoefizienten erfolgt auf der Basis eines rein diagnostischen Mischungswegansatzes (Schließung erster Ordnung), wobei vier unterschiedliche Stabilitätszustände der Atmosphäre vorgegeben werden können.

Charakteristisch für MUKLIMO\_3 ist weiterhin, dass keine zeitlichen Abläufe, sondern stationäre Zustände sowohl des Windfeldes als auch eventueller Schadstoffkonzentrationen berechnet werden. Festgelegt ist dabei – durch die Vorgabe von Windgeschwindigkeit und Windrichtung in beliebiger Referenzhöhe – die im Modellgebiet herrschende Grundströmung. Inner-

halb eines Modelllaufs können auch mehrere Windrichtungen sowie (bis zu 10) verschiedene Schadstoff-Quellverteilungen simuliert werden.

In der folgenden Modellbeschreibung wird *kursive* Schrift für *Eigennamen* sowie für Hervorhebungen benutzt. In Zusammenhang mit MUKLIMO\_3 stehende Bezeichnungen (Dateinamen, Namen von Variablen) werden zudem – außer in Aufzählungen – in Anführungszeichen gesetzt. Die Wiedergabe von (auf dem Monitor oder in Dateien erscheinendem) Text erfolgt in Schreibmaschinenschrift.

Die Beschreibung konzentriert sich im Wesentlichen auf die technische Handhabung des Modells. Für eine detailliertere Beschreibung der mathematisch-physikalischen wie auch der verwendeten numerischen Ansätze sei auf die vorangehenden Kapitel 2 bis 3 verwiesen.

## 5.2 Modellerweiterungen

Gegenüber dem in Sievers (1995) beschriebenen Strömungsmodell MUKLIMO\_3 macht die vorliegende PC-Version auch Gebrauch von den im Kapitel 4 vorgestellten Erweiterungen, deren modellhafte Ausgestaltung im Folgenden kurz beschrieben wird. Eine detaillierte Darstellung zur Modellierung der erweiterten Konfigurationsmöglichkeiten wird in Kapitel 5.7.3 gegeben.

### 5.2.1 Ausbreitungsmodell

Dem Strömungsmodell der Basisversion von MUKLIMO\_3 *nachgeschaltet* ist ein *Eulersches* Ausbreitungsmodell für eine oder mehrere Luftbeimengungen. Es wird gestartet, nachdem die Berechnung des Windfeldes stationär beendet wurde. Das Windfeld und das Feld des turbulenten Austauschkoefizienten werden dann auf ihren Endverteilungen festgehalten und die Schadstoffquellen eingeschaltet. Entsprechend der im Kapitel 4.7 angegebenen Modellgleichung (4.27) werden die physikalischen Prozesse

- der *Emission*,
- der *Advektion*
- sowie der *turbulenten Diffusion*

im zuvor berechneten und jetzt festgehaltenen Windfeld behandelt. Vorgebar sind – für jede einzelne Beimengung – beliebig über die Zellen des numerischen Gitters verteilte stationäre Quellen. Gerechnet wird wahlweise für einen vorgegebenen Zeitraum oder bis zur Stationarität. Die Simulationen für verschiedene Luftbeimengungen werden nacheinander und getrennt voneinander durchgeführt.

### 5.2.2 Abgehobene Hindernisse und dünne Wände

Die für MUKLIMO\_3 typischen blockförmigen Hindernisse müssen nicht in jedem Fall die Form von aus dem Boden aufragenden Säulen haben, sondern können auch als über dem Boden

*schwebende* Quader modelliert werden. Das ist z. B. erforderlich, um Brücken gestalten zu können oder auch für aus den Gebäudewänden herausragende Strömungshindernisse (Balkone!).

Solche „abgehobenen“ Hindernisse können modelltechnisch nicht als Strukturierung der Bodengrenzfläche aufgefasst werden. Der adäquate, in Kapitel 4.1 beschriebene Ansatz besteht stattdessen darin, sie als zur Atmosphäre gehörig anzusehen, dabei aber mit *unendlich* großer Zähigkeit auszustatten. So wird jede Bewegung im Keim erstickt und die Strömungsgeschwindigkeit im Bereich abgehobener Hindernisse stets auf *Null* gehalten.

Die massiven Strömungshindernisse müssen zudem nicht notwendigerweise das Volumen einer oder mehrerer Gitterzellen ausfüllen. Sie können stattdessen, wie in Kapitel 4.2 beschrieben, auch als „dünne“ Hindernisse in die (horizontalen oder vertikalen) Trennflächen zwischen den Gitterzellen platziert werden. Das ist sinnvoll z. B. für die Modellierung von Schallschutzwänden oder Dachüberhängen. Solche Hindernisse sind strömungsundurchlässig, d. h. die senkrecht zur Fläche gerichtete Geschwindigkeitskomponente ist erzwungenermaßen *Null*. Sie wirken zudem – nach Maßgabe einer ihnen zugewiesenen Oberflächenrauigkeit – bremsend auf die Tangentialgeschwindigkeit.

### 5.2.3 Bäume

In der PC-Fassung von MUKLIMO\_3 können „Bäume“ modelliert werden, die dann als *Impulssenken* wirken. d. h. einen bremsenden Einfluss auf die atmosphärische Strömung haben. Dabei wird die Bremskraft der Bäume vor allem ihrer Belaubung, zum Teil aber auch ihren Zweigen, Ästen und Stämmen zugeschrieben. Baumbestand wird deshalb modelliert, indem den betroffenen Gitterzellen des Modellgebiets eine so genannte *Blattflächendichte* zugewiesen wird (vgl. Kap. 4.5), welche die räumliche Verteilung der Blätter beschreibt: Die Blattflächendichte hat die Dimension  $\text{m}^2/\text{m}^3$  und gibt an, wie groß die Gesamtfläche aller Blätter ist, die sich in einem gedachten Volumen von  $1 \text{ m}^3$  um den betrachteten Raumpunkt befinden. Der in Gleichung (4.25) gegebene Ansatz für die Bremskraft der Belaubung ist quadratisch in der Geschwindigkeit und proportional zur *Blattflächendichte*. Da Letztere nicht nur für größere Bereiche, sondern ggf. auch für einzelne Gitterzellen vorgebar ist, können – bei entsprechender Gitterauflösung – auch Einzelbäume modelliert werden. Es ist zudem möglich, den Kronen- und Stammbereich eines Baumbestands unterschiedlich zu gestalten.

### 5.2.4 Unaufgelöste Bebauung

Eine Alternative zur Gestaltung von Bebauung in Form quaderförmiger Einzelhindernisse ist ihre Modellierung als *unaufgelöste* Bebauung, bei der die Gebäude nicht individuell, sondern stattdessen durch mittlere Eigenschaften charakterisiert werden. Der in MUKLIMO\_3 verwendete und im Kapitel 4.4 ausführlich dargestellte Ansatz zur Berücksichtigung unaufgelöster Bebauung beinhaltet

- die *Strömungsverdrängung* durch das Volumen der Gebäude sowie
- die *Bremsung* der Strömung durch Reibung an den Gebäudeoberflächen.

Die physikalischen Parameter zur Beschreibung der Bebauung sind

- der mittlere *Volumenanteil* der Gebäude,
- die mittlere *Wandflächendichte* der Bebauung,
- die mittlere *Gebäudehöhe*.

Die Wertzuweisung an diese Variablen erfolgt indirekt über vordefinierte „Bebauungstypen“. Ggf. kann die Bremskraft der Bebauung auch *anisotrop* gestaltet werden („gerichtete“ Bebauung). Das geschieht durch die Spezifikation einer bevorzugten Durchlassrichtung und eines Anisotropiegrades als Maß für die Bevorzugung.

### 5.3 Das Programmpaket

Das vorliegende ausführbare Programm „*MUKLIMO\_3.exe*“ ist für den Gebrauch auf einem *Windows PC* konzipiert. Es ist mit dem *Visual Fortran* Compiler der Firma *Compaq* in der Version 6.5 übersetzt und läuft unter *Windows* ab der Version 9.x bis hin zu *Windows 7*. Keine Erfahrungen gibt es mit *Windows Vista*. Das zum Bericht gehörige und über das Internet ([www.dwd.de/bibliothek](http://www.dwd.de/bibliothek)) erhältliche Testprogramm umfasst alle für die Programmausführung benötigten Dateien und Unterordner. Es sind dies die Dateien

- *MUKLIMO\_3.exe* ausführbares Programm
- *List\_g* Beispielliste (deutsche Fassung)
- *List\_e* Beispielliste (englische Fassung)
- *lang.txt* *Merk*-Datei für die eingestellte Sprache

sowie die Unterordner

- *examples* Beispieldateien (in Unterordner gegliedert)
- *doc* enthält die erläuterte Standard-Eingabedatei „*standard.in*“

Das ausführbare Programm *MUKLIMO\_3.exe* hat fest vereinbarte Maximalgrenzen seiner Felder. In der Testversion sind dies 150×150 horizontale Gitterpunkte und 30 vertikale Niveaus. Projekte mit kleineren Abmessungen bilden kein Problem, größere erfordern Änderungen im Quellcode, der nicht Bestandteil der Internetfassung ist. Eine weitere Einschränkung der Testversion ist, dass das Menü „Datei“ des grafischen Rahmenfensters, über das die Grafiken normalerweise gespeichert und gedruckt werden können, nicht anwählbar ist.

Im Hinblick auf die Ausführgeschwindigkeit des Programms gilt die Regel: Je kleiner die aktuellen Feldvereinbarungen, desto schneller die Programmausführung. Außerdem hängt die Ausführgeschwindigkeit des Programms natürlich von der Leistungsfähigkeit des zur Verfügung stehenden Prozessors ab. Auf einem durchschnittlichen *PC* sind die „kleineren“ der zum Programmpaket gehörigen Beispiele im Minutenbereich abgehandelt, wohingegen das wesentlich umfangreichere Beispiel „Autobahnabschnitt“ mit 12 Windrichtungen und 3 Quellkonfigurationen ca. 2 h benötigt.

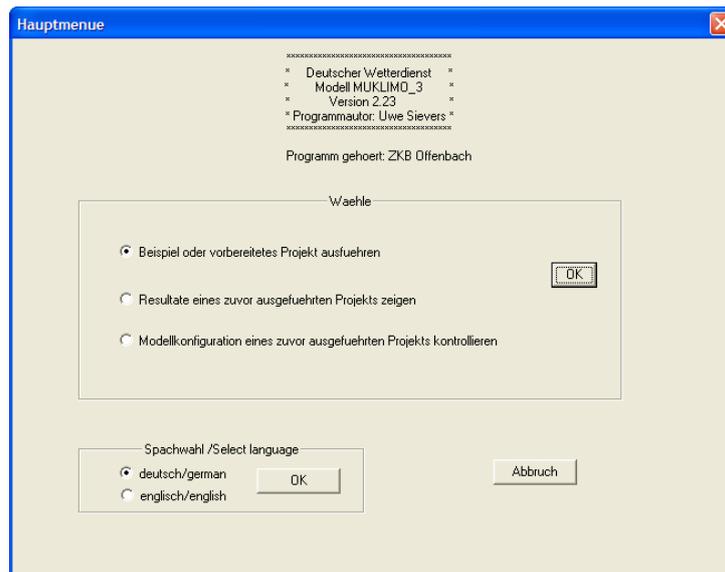


Abbildung 5.1: Startdialog einer MUKLIMO\_3-Simulation

## 5.4 Programmablauf

### 5.4.1 Hauptdialog

MUKLIMO\_3 wird vom *Windows Explorer* oder vom *Arbeitsplatz* aus durch „Doppelklick“ auf die *Anwendung* „*muklimo\_3*“ gestartet. Auf dem Bildschirm erscheint ein mit „*muklimo\_3*“ betiteltes *Rahmenfenster* mit dem in ihm enthaltenen grafischen Dialog der Abbildung 5.1. Er bietet die Entscheidungsmöglichkeiten

- Beispiel oder vorbereitetes Projekt ausführen
- Resultate eines zuvor ausgeführten Projekts zeigen
- Modellkonfiguration eines zuvor ausgeführten Projekts zeigen

Die Auswahl wird durch *Mausklick* auf einen der so genannten *Radio*-Knöpfe (das sind die runden Schaltflächen) getroffen und durch einen weiteren Klick auf die *OK*-Schaltfläche bestätigt. Zuvor besteht die Möglichkeit, die Sprache der Dialogtexte von deutsch auf englisch umzuschalten. Ein Klick auf die *Abbruch*-Schaltfläche beendet MUKLIMO\_3.

### 5.4.2 Projektwahl

Nach der Projektwahl erscheint der „Dialog“ der Abbildung 5.2, in dem man aufgefordert wird, sich für eines der vorbereiteten Beispiele oder ein „eigenes Projekt“ zu entscheiden. Da die Konfigurierung eigener Projekte nicht ganz einfach ist und die Kenntnis der grundlegenden Modellierungsprinzipien von MUKLIMO\_3 voraussetzt, wird empfohlen, zunächst die vorbereiteten

Beispiele zu studieren und sich erst allmählich an eigene Projekte heranzuwagen, anfänglich z. B. durch Abändern oder Erweitern der vorhandenen Beispiele.

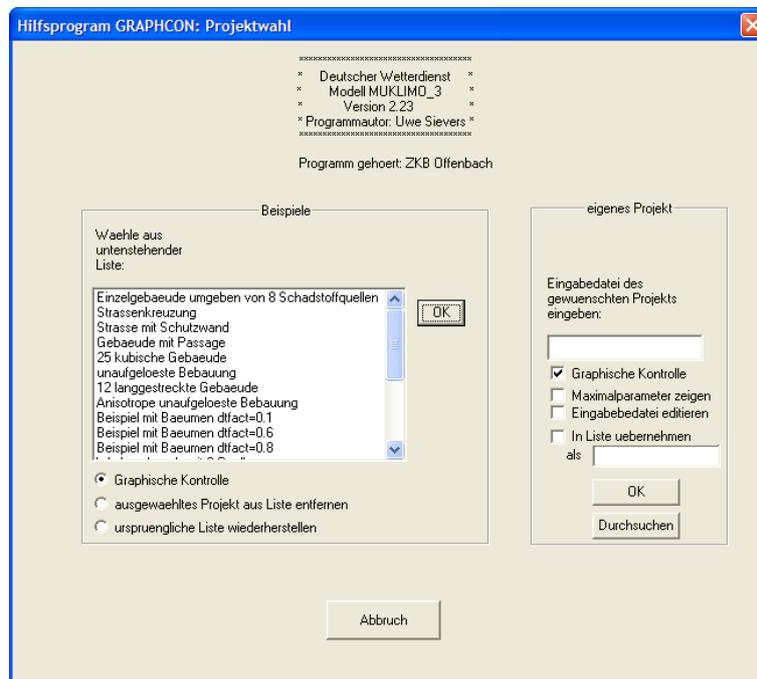


Abbildung 5.2: Grafischer Dialog zur Projektwahl

„Eigene Projekte“ werden in der rechten Hälfte des Dialogfensters spezifiziert, entweder durch „Eintippen“ der zugehörigen *Eingabedatei* in das *Edit*-Fenster oder mithilfe des „Durchsuchen“-Knopfes durch direkte Auswahl aus dem Dateisystem. Letztere Möglichkeit ist einfacher und deshalb vorzuziehen.

Der Information über das Programm und das Projekt dienen die beiden Kontrollkästchen „Maximalparameter anzeigen“ und „Eingabedatei editieren“, mit denen man sich die maximal möglichen Feldgrenzen bzw. die für das gewählte Projekt gültigen Festlegungen anschauen kann. Beim Editieren der *Eingabedatei* eventuell vorgenommene Änderungen werden direkt wirksam. Die beiden Kontrollkästchen „funktionieren“ auch für die Beispiele der linken Dialog-Hälfte. Die *Maximalparameter* sind die im Programm vereinbarten maximalen Feldgrenzen, die von den aktuellen Feldgrenzen nicht überschritten werden dürfen und über die man bei der Gestaltung „eigener Projekte“ informiert sein muss. Falls die Maximalwerte nicht ausreichend bemessen bzw. die aktuellen Feldvereinbarungen zu groß gewählt sind, kann das Programm abgebrochen werden.

Der Dialog dient außerdem der Verwaltung der Beispiele, indem „eigene Projekte“ der Beispielliste hinzugefügt (und auch wieder entfernt) werden können, in der sie dann ab dem nächsten Programmaufruf erscheinen und wie eines der Standardbeispiele behandelt werden können.

### 5.4.3 Eindimensionales Vorschaltmodell

Bei Programmfortsetzung ändert sich der Titel des Grafikfensters im Einklang mit dem gewählten Beispiel, und MUKLIMO\_3 beginnt mit dem Einlesen der in der *Eingabedatei* festgelegten Modellkonfiguration. Falls irgend etwas an den Daten nicht korrekt ist, Modellbeschränkungen verletzt sind oder eine der angegebenen Dateien nicht gefunden werden kann, wird die Programmausführung mit einer *Fehlermeldung* abgebrochen. Andernfalls wird das in Kapitel 3.5 beschriebene eindimensionale (oder kurz: *1d*) *Vorschaltmodell* gestartet, welches die Anfangs- und Randwerte für die eigentliche, *3-dimensionale* (*3d*) Windfeldsimulation erzeugt. Es wird normalerweise für eine modellintern ermittelte, von der vorgegebenen Strömungsgeschwindigkeit und den Abmessungen des Modellgebiets abhängige Integrationszeit von größenordnungsmäßig 10 h (kann vom Benutzer geändert werden) gerechnet. Dabei werden Windgeschwindigkeit und -richtung auf ihren vorgegebenen Werten in einer (änderbaren) Höhe von normalerweise 10 m festgehalten. Nach Ablauf der gegebenen Integrationszeit ist das eindimensionale Windfeld ausreichend stationär. Zur Rolle des *1d* Modells im Gesamtkonzept von MUKLIMO\_3 möge man sich vorstellen, dass es eine nahebei gelegene, geeignete Windmessstation repräsentiert, deren bekanntes Windprofil auf das dreidimensionale Modellgebiet übertragen werden soll.

Als nächster Schritt zur Initialisierung wird das resultierende *1d* Windfeld an die Ecken des Modellgebiets angepasst. Das geschieht vermittelt weiterer *1d* Modellläufe, bei denen die Werte der orographischen Höhe und der Bodenrauigkeit nacheinander an die 4 Eckzellen des Modellgebiets angeglichen werden. Windgeschwindigkeit und -richtung sind bei diesen Simulationen nicht mehr in der vorgegebenen Referenzhöhe, sondern stattdessen an der Obergrenze des *3d* Modellgebiets fest vorgegeben (entsprechend dem Resultat des *Vorschaltmodells*). Diese Höhe, die sich als Summe der vom Programmnutzer vorzugebenden vertikalen Gitterabmessungen errechnet (siehe Kap. 5.7.1), sollte in etwa das *3-fache* der im Modellgebiet auftretenden Hindernishöhen betragen. Als Anfangswerte werden dann die Windresultate der „stromauf“ gelegenen Ecksäule auf das *3d* Modellgebiet übertragen.

### 5.4.4 Grafische Kontrolle

Nach Initialisierung der *3d* Felder wird die Programmausführung unterbrochen, um eine grafische Kontrolle der Modellkonfiguration zu ermöglichen (kann auch abgeschaltet werden). Der zugehörige Auswahldialog ist in der Abbildung 5.3 gezeigt.

Die Wahlmöglichkeiten variieren: Je nach Modellkonfiguration können die horizontale Rauigkeitsverteilung, die Orographiehöhe, die Gebäudehöhen oder z. B. die Schadstoffquellverteilung grafisch dargestellt und dabei auf Modellierungsfehler untersucht werden. Als Beispiel zeigt die Abbildung 5.4 die Gebäudehöhen einer Testanordnung. Bei Unstimmigkeiten kann MUKLIMO\_3 abgebrochen werden.

Über das Feld „File“ in der Menüleiste des Rahmenfensters können die Grafiken (im *Bitmap*-Format „\*.bmp“) gespeichert und/oder gedruckt werden. Ihr Seitenverhältnis entspricht dem eines *DIN-A4*-Blattes. Für eine verbesserte Auflösung (300 *dpi* auf A4) kann im Dialog der grafischen Kontrolle (siehe Abb. 5.3 das Kontrollkästchen „Druckqualität“ aktiviert werden.

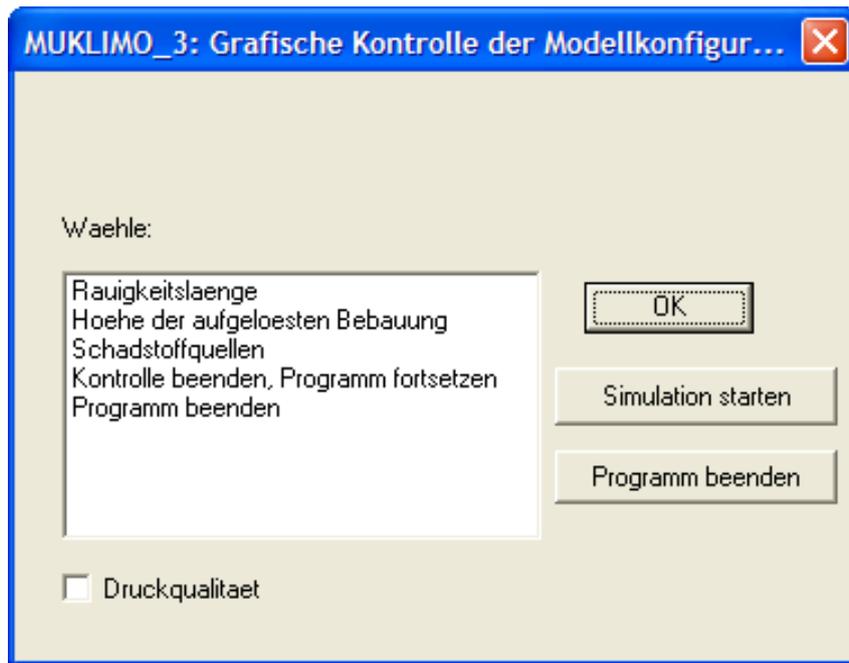


Abbildung 5.3: Dialog zur grafischen Kontrolle der Modellkonfiguration

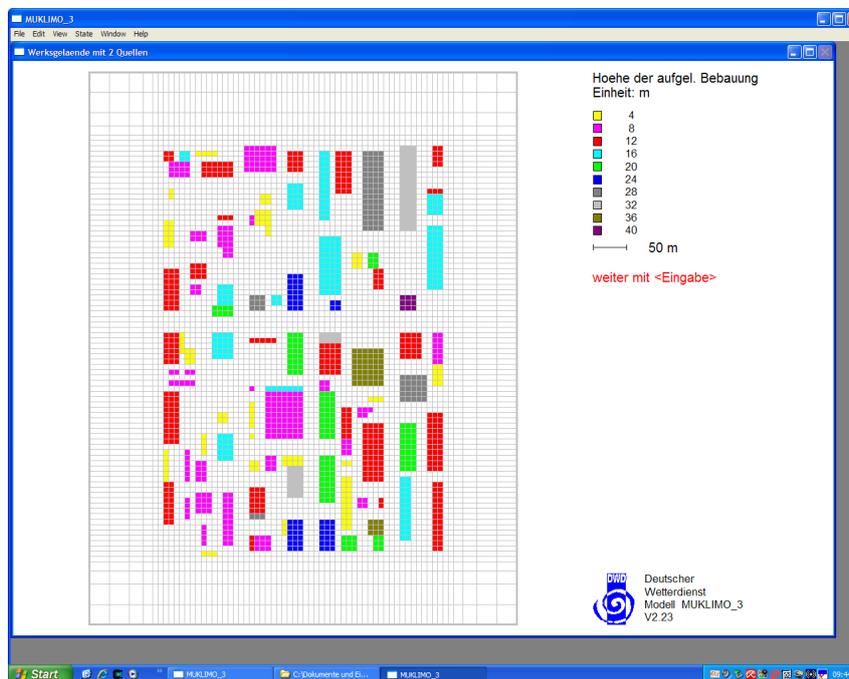


Abbildung 5.4: Kontrollgrafik der Gebäudehöhen

Auf dem Monitor kann die Grafik dann allerdings nur noch mithilfe der „Schieber“ angesehen werden. Die zugehörigen *Bitmap*-Dateien sind riesig (ca. 30 MB), so dass ihre nachträgliche Umwandlung in ein kompakteres Bildformat angezeigt erscheint (geeignetes *Grafikprogramm* erforderlich).

### 5.4.5 Dreidimensionale Windfeldsimulation

Wenn die Simulation nach der „grafischen Kontrolle“ nicht abgebrochen wird, beginnt MUKLIMO\_3 mit der 3*d* Windfeldsimulation. Deren Anfangswindfeld wird erzeugt, indem das Endfeld der 1*d* Simulation für die „stromauf“ gelegene Ecksäule horizontal auf das gesamte 3*d* Gebiet übertragen wird (unter Ausschluss der massiven Hindernisse, in und auf denen die Windgeschwindigkeit auf *Null* gesetzt wird). Zugleich wird eine grafische „Animation“ angeschaltet, in der das momentane Windfeld (genauer: die Horizontalkomponente desselben) im untersten atmosphärischen Niveau gezeigt wird. Die Darstellung wird standardmäßig alle 10 Zeitschritte (kann in der *Eingabedatei* geändert werden) aktualisiert. Zur Information ist eine Legende hinzugefügt, in der u. a. die Anzahl der gerechneten Zeitschritte, die gesamte bisherige Integrationszeit sowie eine als „*Stabilitätsparameter*“ bezeichnete Größe wiedergegeben wird, die ein Maß für die „Stationarität“ des Windfeldes ist. Sie ist definiert als das Verhältnis der größten Geschwindigkeitsänderung im gesamten Feld während des aktuellen Zeitschritts im Vergleich zur größten Änderung während des allerersten Zeitschritts.

Bei der zeitlichen Integration der dreidimensionalen Gleichungen spielen die seitlichen Randflächen des Modellgebiets eine Sonderrolle: Auf ihnen werden zusätzliche *zweidimensionale* Modellgleichungen gerechnet, bei denen horizontale Homogenität in der zur Fläche jeweils senkrechten Richtung angenommen wird. Die dort errechneten Werte der Modellvariablen werden als seitliche Randwerte bei der Lösung der dreidimensionalen Modellgleichungen gebraucht. Die zeitliche Integration der zweidimensionalen Randgleichungen ist mit der Lösung der dreidimensionalen Gleichungen verwoben, d. h. mit jeder Neuberechnung der dreidimensionalen Variablen werden auch deren seitliche Randwerte aktualisiert.

Die Windfeldsimulation endet, wenn entweder ein Stationaritätskriterium erfüllt (der Stabilitätsparameter bleibt viermal in Folge unter einer vorgebbaren Schwelle) oder eine vorgegebene Maximalzahl „*imax*“ von Zeitschritten erreicht ist. Siehe hierzu auch das Kapitel 5.7.7. Die Programmausführung wird dann gegebenenfalls mit der Schadstoffausbreitung oder der nächsten vorgegebenen Windrichtung fortgesetzt. Sind alle Windrichtungen *abgearbeitet*, wird gefragt, ob eine zusätzliche Windrichtung simuliert werden soll (siehe Abb. 5.5), die dann gegebenenfalls spezifiziert werden muss (Abb. 5.6).

Wenn keine weitere Windrichtung gewünscht wird, ist die Simulation beendet und es wird gefragt, ob Ergebnisse gezeigt werden sollen (Abb. 5.7 auf S. 58).

Angemerkt werden soll noch, dass der Parameter „*imax*“ für die Maximalzahl der Zeitschritte auch benutzt wird, um *Testrechnungen* durchzuführen. Mit der Spezifikation

```
imax=-1
```

(zu definieren in der *Eingabedatei*) bricht die Simulation nach den 1*d* Rechnungen ab, bei



Abbildung 5.5: Abfrage nach einer weiteren Windrichtung



Abbildung 5.6: Spezifikation einer weiteren Windrichtung

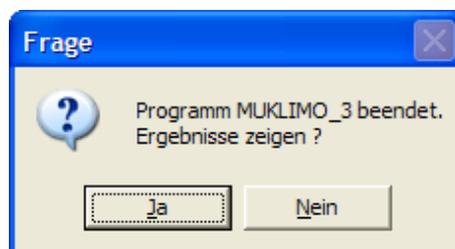


Abbildung 5.7: Dialog zum Zeigen von Ergebnissen

```
imax=0
```

wird zusätzlich noch das Anfangswindfeld der 3d Simulation ermittelt. Wenn es bei der Simulation auf eine möglichst schnelle „Performance“ ankommt, kann die grafische Animation abgeschaltet werden. Das wird erreicht, indem die Wiederholzahl „*ianimat*“ der Animation auf *Null* (oder einen negativen Wert) gesetzt wird

```
ianimat=0
```

(in der *Eingabedatei*).

#### 5.4.6 Ausbreitungssimulation

Falls in der *Eingabedatei* vereinbart, beginnt nach der Windfeldsimulation eine Simulation zur *Ausbreitung* einer oder mehrerer atmosphärischer Beimengungen. Sie startet mit dem Einschalten der (danach zeitlich konstanten) Quellen in einem anfänglich verschwindenden Konzentrationsfeld. Die Quellen können auf eine Gitterzelle konzentriert oder beliebig über das Modellgebiet verteilt sein. Der Algorithmus des so genannten *Eulerschen* Modells der Ausbreitung berücksichtigt *Emission*, *Advektion* und turbulente *Diffusion*, wobei die Rechnungen auf dem zuvor errechneten (und jetzt festgehaltenen) Wind- und Austauschfeld basieren. Die „Animation“ zeigt das momentane *Konzentrationsfeld* als Farbraster zusammen mit den Windpfeilen. Die Simulation wird durchgeführt entweder bis zur Stationarität oder für eine festvorgegebene Integrationszeit. Das Maß für Stationarität *delta* ist diesmal definiert als das Verhältnis der (über das Volumen integrierten) Änderungen der Konzentration mit der Zeit im Vergleich zur gesamten Emission. Sein Wert ist anfänglich *Eins* und wird dann *Null*, wenn der „Abfluss“ aus dem Modellgebiet die „Produktion“ gerade kompensiert.

Falls (in der *Eingabedatei*) weitere Quellverteilungen (z.B. Quellen einer anderen Beimengung oder auch alternative Quellpositionen derselben Beimengung) vereinbart sind, fährt *MU-KLIMO\_3* mit der Ausbreitungssimulation zur nächsten Quellverteilung fort, andernfalls kehrt das Programm zur Windfeldsimulation zurück und beginnt (falls vereinbart) mit der nächsten Windrichtung, oder die Simulation wird überhaupt beendet. Die stationären Endfelder unterschiedlicher Quellverteilungen werden getrennt abgespeichert.

#### 5.4.7 Modellresultate

Nach Abarbeitung aller in der *Eingabedatei* vereinbarten Windrichtungen und der Verneinung zusätzlicher Richtungen wird gefragt, ob die Resultate gezeigt werden sollen (Abb. 5.7 auf S. 58). Wenn ja, wird zunächst immer das Endresultat der ersten simulierten Windrichtung gezeigt.

Die Darstellung wird durch Drücken der <Eingabe>-Taste beendet. Danach haben Sie die Möglichkeit (siehe die Abbildung 5.8 auf S. 60), sich die Endresultate für andere Windrichtungen und gegebenenfalls auch Quellverteilungen noch einmal anzuschauen. Dabei können auch vorgebbare Ausschnitte vergrößert werden. Die Wahlmöglichkeiten hängen von den Spezifikationen des Modellbeispiels ab und können sein

- andere Windrichtung zeigen



Abbildung 5.8: Spezifikationen zur Ergebnisdarstellung

- anderes Vertikalniveau
- Ausschnitt zeigen
- xz-Querschnitt zeigen
- yz-Querschnitt zeigen

Die Darstellung vertikaler Schnitte oder anderer vertikaler Niveaus ist verständlicherweise nur dann möglich, wenn in der *Eingabedatei* die Ausgabe der vollständigen *3d* Ergebnisfelder vereinbart worden ist:

`uvwcompl=.TRUE.` für das Windfeld

bzw.

`ccompl=.TRUE.` für die Konzentrationen

Wie bei der „grafischen Kontrolle“ existiert auch bei den „Resultaten“ das Kontrollkästchen „Druckqualität“ zur Erhöhung der Bildauflösung.

Das Anschauen der Ergebnisse ist auch *nachträglich* zu einem beliebigen Zeitpunkt nach Beendigung der Simulation möglich (falls alle Ergebnisdateien noch vorhanden und an ihrem ursprünglichen Platz zu finden sind). Hierzu wählt man im *Hauptmenü* der Abbildung 5.1 auf S. 53 den Punkt

- Resultate eines zuvor ausgeführten Projekts zeigen

Entsprechendes gilt für die nachträgliche grafische Kontrolle einer bereits simulierten Modellkonfiguration, die über den Menüpunkt

- Modellkonfiguration eines zuvor ausgeführten Projekts zeigen

gestartet wird.

## 5.5 Resultatsausgabe

MUKLIMO\_3 schreibt seine Modellresultate, bestehend aus Dateien für die Windkomponenten und die Schadstoffkonzentrationen, in das in der *Eingabedatei* unter „directry“ spezifizierte Verzeichnis, das mit

```
directry='results'
```

vorbelegt ist. Außerdem werden dort Konfigurations- sowie Kontrolldateien abgelegt.

Sämtliche Ergebnisdateien einer Simulation haben eine gemeinsame, aus bis zu 3 Zeichen bestehende Namenserverweiterung, die in der *Eingabedatei* im Block „output“ durch Wertzuweisung an die String-Variable „xtension“ festgelegt wird. Diese Namenserverweiterung kann zur Unterscheidung der Ergebnisse verschiedener Simulationen benutzt werden, die dann, mit unterschiedlichen Erweiterungen, auch in ein- und demselben Verzeichnis abgelegt werden können. Außerdem besteht die Möglichkeit, in der *Eingabedatei* einen bis zu 5 Zeilen langen *Kommentar* anzugeben, der den Anfang einer jeden Resultatsdatei bildet. Vor den eigentlichen Resultaten folgen dann noch Angaben zur Art und Einheit der Ergebnisse sowie zu den Dimensionen und zum Format der ausgegebenen Felder.

Die Modellergebnisse werden grundsätzlich im *Festkomma*-Format mit 2 Nachkommastellen und einer Zeilenlänge entsprechend der Feldvereinbarung in  $x$ -Richtung ausgegeben. Eine Ausnahme sind die Beimengungskonzentrationen, die als *Gleitkomma*-Zahlen geschrieben werden. Der Kopf der Ergebnisdateien enthält zuvorderst den vom Nutzer (in der *Eingabedatei*) vereinbarten *Kommentar*, gefolgt von Erläuterungen zur dargestellten Größe und zum Datenformat.

Bei jedem Modelllauf werden ohne besondere Vorkehrungen des Nutzers je gerechneter Windrichtung die Felder der horizontalen Windgeschwindigkeitskomponenten  $u$  und  $v$  für das unterste atmosphärische Niveau ausgegeben. Die Einheit ist m/s und die Werte beziehen sich auf die Mittelpunkte der bodennächsten atmosphärischen Gitterzellen. Der Name der zugehörigen Ergebnisdatei(en) ist von der Form

```
uvll_???.xtension
```

wobei das *ll* für *lowest level* steht und anstelle der 3 Fragezeichen die vorgeschriebene Windrichtung in Grad erscheint.

Falls eine Schadstoffberechnung erfolgt ist, so werden auch die Schadstoffkonzentrationen des untersten Niveaus ausgegeben. Die Namen der Dateien bezeichnen, außer der Windrichtung, durch einen Buchstaben auch die jeweilige Quellkonfiguration

```
cll_???.xtension
```

mit „a“ für die erste, „b“ für die zweite Konfiguration usw.

Zusätzlich können, durch entsprechende Festlegungen in der *Eingabedatei*, auch die vollständigen, alle vertikalen Niveaus umfassenden Felder der Geschwindigkeitskomponenten  $u$ ,  $v$ ,  $w$  und der Schadstoffkonzentrationen ausgegeben werden und darüber hinaus auch das Feld des Austauschkoefizienten  $K_h$ . Möglich ist zudem, die Geschwindigkeitskomponenten  $u$  und

$v$  in einer vom Nutzer frei wählbaren Höhe „ $href$ “ über Grund auszugeben (im Block „ $output$ “ der Eingabedatei zu spezifizieren, siehe Kapitel 5.6.1 sowie die Standard-Eingabedatei „ $standard.in$ “ im Anhang). Die zugehörigen Dateinamen sind von der Struktur

$uvw_???xtension$	für das vollständige Geschwindigkeitsfeld,
$c_???_axtension$	für das vollständige Konzentrationsfeld,
$kh_???xtension$	für das Feld des Austauschkoeffizienten $K_h$ ,
$uv_href_???xtension$	für die Geschwindigkeit in der Höhe $href$ .

Zur Kontrolle des Programmablaufs wird eine Datei

$protocol.xtension$	Protokolldatei der Simulation
---------------------	-------------------------------

angelegt, in der sämtliche während des Programmablaufs auf dem Monitor erscheinenden Meldungen, insbesondere auch alle eingelesenen Daten, zum Nachlesen gespeichert werden. Außerdem werden die vom Modell aus den eingelesenen Daten errechneten Felder der orographischen Höhe, der (relativen) Gebäudehöhe, der Gesamthöhe des Untergrundes und der Bodenrauigkeit als Dateien

$h0orog.xtension$	Orographiehöhe des Bodens in m über dem allgemeinen Bezugsniveau
$hbuild.xtension$	relative Höhe der blockförmigen Hindernisse (Gebäude) in m über Grund
$htotal.xtension$	Gesamthöhe aus Orographie und blockförmigen Hindernissen in m über dem allgemeinen Bezugsniveau
$z0.xtension$	Rauigkeitslänge des Bodens

ausgegeben.

Falls Belaubung spezifiziert wurde, wird der Blattflächenindex (das ist die über die Höhe integrierte Blattflächendichte, vgl. Kap. 5.7.3.3) für jede Zelle des horizontalen Gitters berechnet und in der Datei

$lai.xtension$	Blattflächenindex
----------------	-------------------

ausgegeben. Im Falle un aufgelöster Bebauung werden die Dateien

$porosity.xtension$	Porosität der Bebauung
$walldens.xtension$	Wandflächendichte der Bebauung
$wai.xtension$	Wandflächenzahl der Bebauung

angelegt. Die dimensionslose *Wandflächenzahl* ist die über die Höhe der unaufgelösten Bebauung integrierte Wandflächendichte. Die vorstehenden Dateien ermöglichen die grafische Wiedergabe aktueller bzw. die nachträgliche Rekonstruktion bereits simulierter Modellkonfigurationen. Auf sie wird bei deren „grafischer Kontrolle“ (s. Kap. 5.4.4) zurückgegriffen.

Die zusätzlichen Dateien „*n0t.xtension*“ und „*n0.xtension*“ geben die modellinterne Umsetzung der Orographiehöhe „*h0orog*“ bzw. der Gesamthöhe „*h0total*“ des Bodens in vertikale Gitterindizes wieder. Für den Fall, dass dünne Wände oder abgehobene Quader modelliert werden, langt die Angabe der Bodenhöhe nicht, um die massiven Hindernisse des Modellgebiets vollständig zu charakterisieren. Dann werden zusätzlich die 3d Felder „*ixx.xtension*“, „*iyy.xtension*“ und „*izz.xtension*“ ausgegeben, die die Zugehörigkeit sämtlicher Gitterzellwände (in Abhängigkeit von ihrer Orientierung in *x*-, *y*- oder *z*-Richtung) charakterisieren: Wert *Null* gleich festes Hindernis, Wert *Eins* gleich atmosphärisch. Sie entsprechen den im Kapitel 4.2 eingeführten Feldern  $I_{ijk}^x$ ,  $I_{ijk}^y$  und  $I_{ijk}^z$ . Mithilfe dieser Dateien ist es möglich, die Hinderniskonfiguration für ein bestimmtes Projekt vollständig zu kontrollieren und eventuelle Modellierungsfehler aufzuspüren und auszumerzen.

Die von MUKLIMO\_3 herausgeschriebenen Konfigurations- und Ergebnisdateien besitzen eine weitgehend einheitliche Struktur. Zur Illustration ist im folgenden Text ein Auszug aus der Geländehöhendatei *h0.cra* (im Unterordner „*METRAX/RESULTS*“ von „*EXAMPLES*“ zu finden) des Beispiels „*Meteorkrater*“ (siehe das Kapitel 5.9),

```
* METCRAX
* Meteor Crater
*
* Data specifications
*
subject      Hoehe der Erdbodengrenzflaeche (ohne Gebaeude)
unit         m
cellpos      1 (=Cell center)
ncols        40
nrows        40
nlevels      1
ncycles      1
xllcorner    0.00
yllcorner    0.00
hllcorner    1564.00
ndigits      f8.2
horizontal cell dimensions dx( 1.. 40)    50.00  50.00  50.00  50.00  50.00  ...
horizontal cell dimensions dy( 1.. 40)    50.00  50.00  50.00  50.00  50.00  ...
NODATA_value -99
*
* Weitere Erlaeuterungen zu den folgenden Datenzeilen:
* Die Zeilen sind von "Nord" nach "Sued" geordnet
* und die Werte in den Zeilen von "West" nach "Ost".
* Die Datenfolge innerhalb der Zeilen ist: Zyklus Niveau S-N-Index W-O-Index Werte ...
* mit den fuehrenden 4 Indizes im Format "i5"
* und den folgenden Werten im Format "ndigits" (siehe oben).
* Fuer die fuehrenden Indizes gelten die Konventionen:
* -99: undefiniert; 0: Laufindex
* NODATA_value: Fehlende Werte
**
  1 -99  40  0 1681.30 1681.30 1681.30 1681.30 1681.50 1681.70 1681.60 ...
  1 -99  39  0 1681.30 1681.30 1681.30 1681.30 1682.10 1682.70 1682.80 ...
  1 -99  38  0 1681.50 1681.80 1681.50 1681.70 1682.60 1683.80 1684.00 ...
  1 -99  37  0 1681.60 1682.20 1682.50 1682.70 1683.30 1684.10 1685.70 ...
.
```

\*\*\*

Der Dateikopf beginnt mit einem bis zu 5 Zeilen langen „Kommentar“, der vom Programm-  
nutzer in der Eingabedatei seines Projekts im Block *output* festgelegt wird. Es folgen Spezifi-  
kationen zur Art der Daten sowie zum Modellgitter, wobei *ncols* die Anzahl der Werte in *x*-  
bzw. West-Ost-Richtung und *nrows* ihre Anzahl in *y*- bzw. Nord-Süd-Richtung bezeichnet. Die  
Anzahl der vertikalen Niveaus *nlevels* ist als Eins spezifiziert, da es sich im vorliegenden Fall  
um ein zweidimensionales Feld ohne unterscheidbare vertikale Ebenen handelt. Der weitere  
Parameter *ncycles* ist gedacht für Ergebnisfelder mit verschiedenen Zeitebenen, was bei der  
PC-Basisversion von MUKLIMO\_3 nicht zum Tragen kommt. Die Größe *ncycles* ist deshalb  
ebenfalls Eins. Die Kennzahl *cellpos* mit Wert Eins gibt an, dass die Höhenwerte dem Zentrum  
der horizontalen Gitterzellen zugeordnet sind. Die Koordinaten *xllcorner*, *yllcorner*, *hllcorner*  
ordnen ggf. die linke untere Ecke des dreidimensionalen Modellgebiets in ein geografisches Be-  
zugssystem ein. Hier bleiben *xllcorner* und *yllcorner* allerdings unspezifiziert und weisen daher  
ihren Vorgabewert Null auf. Weiterhin gibt *ndigits* das Fortran-Format an, in dem die folgenden  
Einzelwerte des Datenfeldes geschrieben sind, hier im Festkommaformat mit zwei Nachkom-  
mastellen und 8 Stellen pro Einzelwert. Falls das Datenfeld unvollständig sein sollte, was hier  
nicht der Fall ist, würde an den Fehlstellen des Datenfeldes der *NODATA\_value* -99 erscheinen.

Die folgenden Datenzeilen weisen vor den Höhenwerten jeweils 4 „Identifikationszahlen“  
auf, die ihre Einordnung in das Gesamtergebnis ermöglichen: Die führende Eins besagt, dass die  
Werte zum ersten (und einzigen) Wertezyklus gehören. Die folgende -99 an der für den Vertika-  
lindex vorgesehenen Position bedeutet, dass die Höhenwerte keinem bestimmten Vertikalindex  
zugeordnet sind. Dann folgt der zu den jeweiligen Datenreihen gehörige Nord-Süd-Index mit  
von oben nach unten fallenden Werten. Die „Null“ an der vierten Position der Datenzeilen zeigt  
an, dass der *x*-Index (korrespondierend zur West-Ost-Richtung) keinen festen Wert besitzt, son-  
dern stattdessen der Laufindex der folgenden Höhenwerte ist.

Das obige Dateiformat ist sehr flexibel und wird sowohl für zwei- als auch dreidimensio-  
nale Ergebnisfelder ganzzahliger wie auch reeller skalarer Variabler verwendet, gegebenenfalls  
mit mehreren „Zeitebenen“. Es eignet sich auch für Resultate längs beliebiger horizontaler oder  
vertikaler Schnitte von dreidimensionalen Feldern. Bei vektorialen Resultaten wie der Windge-  
schwindigkeit gibt es eine kleine Änderung des Formats, indem die Datenzeilen dann eine  
fünfte Identifikationszahl aufweisen, welche die Vektorkomponente bezeichnet.

## 5.6 Dateneingabe

### 5.6.1 Eingabedatei

Die Dateneingabe des aktuellen Projekts erfolgt über die schon mehrfach erwähnte *Einga-  
bedatei*, die (für ein *eigenes* Projekt) vom Benutzer vorbereitet und zu Beginn der Simulation  
spezifiziert werden muss.

Die *Eingabedatei* besitzt die Struktur einer *Fortran-NAMELIST*, die in mehrere *Variablen-  
Blöcke* unterteilt ist. Diese sind benannt als

- *output*
- *grid*
- *rough*
- *pollution*
- *unresvd*
- *foliage*
- *windexch*
- *perform*

Hinzutreten kann, falls im so genannten *LNK*-Modus (s. Kap. 5.8.3) gerechnet wird, ein Block namens

- *lnk*.

In der *Eingabedatei* beginnt jeder dieser Variablenblöcke mit „&blockname“ und endet mit „/“. Zwischen dem Blocknamen und dem folgenden „/“ können den zum Block gehörigen Variablen Werte zugewiesen werden. Bei fehlender Zuweisung gilt ein Standardwert. Vor und hinter den Blöcken stehender Text hat keine Bedeutung. Auch innerhalb der Variablenblöcke können Kommentare stehen: Sie werden mit „!“ eingeleitet. Der folgende Text bis zum Zeilenende ist dann Kommentar. Dies eröffnet die Möglichkeit, die *Eingabedatei* mit Erläuterungen zu versehen. Davon ist (in englisch) in der Musterdatei „*standard.in*“ (s. Anhang) ausführlich Gebrauch gemacht worden, indem dort – auch zum Nachlesen – die Bedeutung sämtlicher Variablen mitsamt ihrer Vorbelegung erläutert ist. Außerdem ist in den Beispieldateien das Blockende stets durch „/end“ anstelle von „/“ gekennzeichnet.

Im Block

- „*output*“ wird vor allem festgelegt, welche Resultate ausgegeben werden sollen.
- „*grid*“ umfasst Variablen, die die Dimensionierung des Modellgebiets, die Gitterabstände, Gestaltung der Orographie und der Bebauung betreffen.
- „*rough*“ legt die Rauigkeitslängen des Modellgebiets fest.
- „*unresvd*“ gibt die Möglichkeit, Bebauung unaufgelöst zu modellieren,
- während in „*foliage*“ die Belaubung eventueller Bäume festgelegt wird.
- In „*pollution*“ wird angegeben, ob überhaupt Schadstoffausbreitung gerechnet werden soll und wie die Quellverteilung aussieht.
- „*windexch*“ betrifft Windgeschwindigkeit und -richtung sowie Parameter zur Berechnung der Austauschkoefizienten.

- Der letzte Block „*perform*“ schließlich enthält Parameter zur Durchführung der Simulation wie z. B. Anzahl der Integrationsschritte und Abbruchschranken für Stationarität. Details dazu werden im Kapitel 5.7.7 gegeben.

Die Variablen eines jeden Blocks werden hier nicht im Einzelnen vorgestellt. Detaillierte Auskunft gibt stattdessen die bereits genannte, beispielhafte *Eingabedatei* „*standard.in*“ (im Anhang), bei der vor jedem Variablenblock die zugehörigen Variablen mitsamt ihren Vorgabewerten aufgeführt und beschrieben sind.

## 5.6.2 Datendateien

Die *Eingabedatei* umfasst, außer direkten Wertzuweisungen, auch Verweise auf weitere Dateien, so genannte *Datendateien*, mit deren Hilfe das Modellgebiet gestaltet wird. Es sind dies

- die *Orographiedatei* *o\_file* bzw. *h0\_file*,
- die *Bebauungsdatei* *b\_file*,
- die *Rauigkeitsdatei* *z0\_file*,
- die Datei der *unaufgelösten* Bebauung *u\_file*,
- die *Belaubungsdatei* *f\_file*
- sowie eine oder mehrere *Quelldateien* *s\_file*,

die in der *Eingabedatei* mit Namen belegt werden können. Von ihnen besitzen die *Orographiedatei* *o\_file*, die *Bebauungsdatei* *b\_file*, die Dateien der *unaufgelösten* *Bebauung* *u\_file* sowie der *Belaubung* *f\_file* und die *z<sub>0</sub>-Datei* *z0\_file* eine gemeinsame Struktur, die als „Rechteckdatei“ bezeichnet wird. Derartige Dateien dienen der Zuweisung von Werten oder Eigenschaften an die Modellgebietsfläche. Im Gegensatz zur zellweisen Wertzuweisung über „Rasterdateien“ (siehe das Kapitel 5.8.2) besteht das Prinzip der Rechteckdatei darin, dass einzelne Gitterzellen des horizontalen Modellgebiets zu „Rechteckbereichen“ variabler Größe zusammengefasst werden, die einheitlich mit Werten belegt werden. Dieses Konzept ist besonders dann von Vorteil, wenn nur kleinere Teilbereiche des Modellgebiets zu gestalten sind, aber auch, wenn die Belegung des Modellgebiets weitgehend einheitlich ist, so dass man es mit wenigen Rechtecken überdecken kann. Die folgenden Zeilen

```

1          11    17    11    17      2    16 Bebauungsblock 16 m hoch
-1
```

geben den Inhalt einer beispielhaften Rechteckdatei wieder, die aus einer kommentierten Datenzeile und einer Dateiende-Zeile besteht. Sie weist dem sich über die Gitterzellen von (12,12) (links unten) bis (17,17) (rechts oben) erstreckenden Bereich des Modellgebiets einen 16 m hohen Bebauungsblock zu.

Die Datenzeilen von Rechteckdateien haben den grundsätzlichen Inhalt

*lfd*  $i_1$   $i_2$   $j_1$   $j_2$  *kenn* *Wert(e)* *Kommentar*

Dabei ist *lfd* (laufende Nummer) weitgehend bedeutungslos und kann z. B. zur Nummerierung der Datensätze verwendet werden. Nur negative Werte dürfen nicht verwendet werden: Ein Wert  $< 0$  charakterisiert das Ende der Datei. Danach eventuell noch folgende Daten werden ignoriert.

Die folgenden Indizes  $i_1$ ,  $i_2$ ,  $j_1$  und  $j_2$  spezifizieren den zur Datenzeile gehörigen Rechteckbereich. Man beachte dabei: Die Festlegung des Rechtecks erfolgt nicht anhand der Zell-Indizes, sondern stattdessen durch die Indizes der Zellgrenzlinien, die in  $x$ -Richtung (Indizes  $i_1$  und  $i_2$ ) von 0 bis  $m$  und in  $y$ -Richtung (Indizes  $j_1$  und  $j_2$ ) von 0 bis  $l$  gezählt werden. Das ermöglicht – neben der Gestaltung flächenhafter Strukturen – auch die Modellierung *wandartiger* Hindernisse, die keine Gitterzellen umfassen, sondern stattdessen längs deren Grenzlinien verlaufen (vgl. Kap. 5.2.2). Die Spezifikationen  $j_1=11$  und  $j_2=17$  des Beispiels bedeuten demnach, dass die Untergrenze des Rechtecks zwischen den Zellreihen 11 und 12 und die Obergrenze zwischen den Reihen 17 und 18 verläuft. Somit umfasst der spezifizierte Rechteckbereich die Zellreihen 12 bis 17 (und gemäß den Indizes  $i_1=11$  sowie  $i_2=17$  die Spalten 12 bis 17).

Die Kennzahl *kenn* charakterisiert die Art des Datensatzes, wobei die folgenden Vereinbarungen gelten:

- *kenn* = 1 Orographie
- *kenn* = 2 aufgelöste Bebauung mit Gebäudehöhe in m, vgl. das obige Beispiel
- *kenn* = 3 Rauigkeit
- *kenn* = 4 unaufgelöste Bebauung
- *kenn* = 5 Belaubung
- *kenn* = 12 Hindernis in Form eines abgehobenen Quaders
- *kenn* = 102 aufgelöste Bebauung mit Stockwerksangabe.
- *kenn* = 32 aufgelöste Bebauung mit Gebäudehöhe in m gefolgt von Werten für die Rauigkeitslänge der Wände und Dächer

Der oder die *Werte* kennzeichnen die Belegung, die dem jeweiligen Rechteckbereich zugewiesen wird. Der *Kommentar* ist rein informativ.

Die *Quelldateien* für Schadstoffe hingegen besitzen eine *andere Struktur*, die die Möglichkeit eröffnet, beliebig im Raum verteilte Punktquellen zu modellieren. Ihre Datenzeilen haben den Inhalt

*lfd*  $i$   $j$   $k$   $s$

Nach der laufenden Nummer *lfd* werden die drei Gitterindizes  $i$ ,  $j$ ,  $k$  der Quellposition sowie die zugehörige Punktquellstärke  $s$  (in kg/s) angegeben. Eine Sondervereinbarung gilt für den vertikalen Index  $k$ : Wird anstelle einer existierenden vertikalen Schicht der Wert  $k=0$  spezifiziert, so wird die Quelle vereinbarungsgemäß in das (von der horizontalen Gitterposition abhängige)

jeweils unterste atmosphärische Niveau platziert. Ein negativer Wert für  $lfd$  charakterisiert, wie gehabt, das Dateieinde.

Die Zeilen der *Datendateien* werden im so genannten (*Fortran*-)Stern-Format eingelesen, d. h. die Daten sind an keine bestimmte Position innerhalb der Zeilen gebunden, müssen aber durch Trennzeichen (z. B. Leerzeichen oder Komma) voneinander separiert sein.

## 5.7 Modellierung

### 5.7.1 Modellgitter

Das Modell MUKLIMO\_3 benutzt kartesische Koordinaten. Das gesamte Modellgebiet ist deshalb quaderförmig und in elementare Gitterzellen mit dem Volumen  $V_{ijk}=dx_i dy_j dz_k$  untergliedert. Die Anzahl  $m$  der Gitterabschnitte  $dx_i$  in  $x$ -Richtung,  $l$  der Abschnitte  $dy_j$  in  $y$ -Richtung und  $n$  der Abschnitte  $dz_k$  in vertikaler Richtung werden, ebenso wie die genannten Abmessungen selbst, im Block „*grid*“ der *Eingabedatei* festgelegt, wobei die Abstände ungleichförmig sein dürfen. Vernünftig ist,  $dx_i$  und  $dy_j$  in einem *Kernbereich* konstant zu lassen, außerhalb davon – mit Annäherung an die seitlichen Ränder – aber anwachsen zu lassen. Obwohl es keine strengen Vorschriften gibt, sollten die Änderungen möglichst gleichförmig und nicht allzu sprunghaft erfolgen. Empfohlen wird, jeweils die ersten und letzten 5 der horizontalen Gitterabschnitte konstant zu lassen. Es müssen nicht alle  $dx_i$  und  $dy_j$  einzeln festgelegt werden: In der *Eingabedatei* nicht festgelegte Abschnitte werden an den jeweils vorangehenden Abschnitt angeglichen. Wenn man z. B. nur  $dx_1$  spezifiziert, so erhalten alle folgenden  $dx_i$  denselben Wert. Außerdem können *Wiederholungsfaktoren* verwendet werden. Die Spezifikation

$$dx=100*10.$$

z. B. belegt die ersten hundert Gitterabschnitte  $dx_i$  mit 10 m.

Im Unterschied zu den horizontalen Gitterabmessungen werden in vertikaler Richtung nicht die Abstände  $dz_k$  des 3-dimensionalen Modells (kurz: *3d* Modell), sondern stattdessen die Abstände  $dz1d_k$ ;  $k = \dots n1d$  des in größere Höhen reichenden 1-dimensionalen (*1d*) Vorschaltmodells (siehe Kap. 5.4) festgelegt. Auch diese Abstände dürfen inäquidistant sein. Die Abstände  $dz_k$  des *3d* Modells werden dann gleich denen des *1d* Modells gesetzt:  $dz_k=dz1d_k$ ;  $k = 1 \dots n$ .

Modellintern wird das horizontale Gitter in allen Richtungen um jeweils eine (oder mehrere) Gitterbreiten erweitert. Die Belegung dieser zusätzlichen Reihen, d. h. ihre orographische Höhe und ihre Flächennutzung, wird an die jeweiligen Nachbarreihen angepasst. Die Anzahl  $nadd$  der zusätzlich Reihen wird in der *Eingabedatei* festgelegt. Sie ist mit Eins vorbelegt. Siehe dazu auch das nächste Kapitel. In vertikaler Richtung wird aus numerischen Gründen eine zusätzliche, aber ausdehnungslose Bodenschicht hinzugefügt. Wegen dieser Gittererweiterungen gelten für die Anzahl  $m, l, n, n1d$  der Gitterabschnitte die Beschränkungen (bei  $nadd = 1$ )

$$m \leq nxmax - 2 = 150 \quad ; \quad l \leq nymax - 2 = 150 \quad ; \quad n \leq nzmax - 1 = 30 \quad ;$$

$$n1d \leq n1max - 1 = 40.$$

Zudem ist die Bedingung  $n \leq n1d$  zu beachten. Gegebenenfalls müssen die Maximalparameter  $nxmax$ ,  $nymax$ ,  $nzmax$  oder  $n1max$  im Quellprogramm (in der Include-Datei „*limits.inc*“) geändert und das Programm neu übersetzt werden.

## 5.7.2 Seitliche Ränder

Die zusätzlichen Zellen an den Seitenrändern des Modellgebiets spielen die Rollen von vier 2-dimensionalen seitlichen „Randmodellen“. Auf ihnen werden die Modellgleichungen unter Annahme horizontaler Homogenität in der zum jeweiligen Rand senkrechten Richtung gelöst (siehe auch Kap. 5.4.5). Die resultierenden  $2d$  Felder der prognostischen Variablen dienen als *Randwerte* des  $3d$  Modells. Infolge des *Upstream*-Konzepts (siehe Kap. 3.3.3) von MUKLI-MO\_3 kommen sie jedoch nur dann zum Tragen, wenn die Strömung auf dem entsprechenden Rand von außen in das Modellinnere gerichtet ist. Auf Rändern mit Ausströmung bleibt das Modellinnere dagegen unbeeinflusst von den Werten des Randmodells.

Die vier seitlichen Randmodelle wiederum haben ihre „Ränder“ in den *Ecksäulen* des erweiterten Modellgebiets. Dort werden die Modellgleichungen konsequenterweise unter der Annahme horizontaler Homogenität in *beiden* horizontalen Richtungen, d. h. aber: eindimensional gelöst. Die vorstehende Bemerkung zum *Upstream*-Konzept gilt entsprechend.

## 5.7.3 Strömungshindernisse

Die typischen Charakteristika des jeweiligen Modellgebiets sind die in ihm enthaltenen Hindernisse. Es kann sich dabei um

- *orographische* Hindernisse
- *blockförmige* Hindernisse (aufgelöste Bebauung)
- *teildurchlässige* Hindernisse (unaufgelöste Bebauung)
- oder *Wald* bzw. *Bäume*

handeln.

### 5.7.3.1 Orographie

Wegen der kartesischen anstelle orographiebezogener Koordinaten wird Orographie im Modell MUKLI-MO\_3 terrassenförmig modelliert. Die Gestaltung erfolgt mit Hilfe der im Variablenblock „*grid*“ der *Eingabedatei* anzugebenden

Orographiedatei *o\_file*,

die ihrer Struktur nach eine *Rechteckdatei* (vgl. Kap. 5.6.2) ist, sowie der

Basishöhe *hbasis*.

Die einzelnen Zeilen der Orographiedatei haben den Inhalt

*lfd i<sub>1</sub> i<sub>2</sub> j<sub>1</sub> j<sub>2</sub> kenn=1 h*

wobei die Höhenangabe  $h$  (in m) auch ein Dezimalbruch sein darf.

Als Ausgangswert wird jedem horizontalen Gitterpunkt die Modellhöhe *Null* zugewiesen. Ist eine Orographiedatei *o\_file* spezifiziert, so legt der Wert von *hbasis* zunächst das *Grundniveau* des Modells fest, d. h. das Niveau, dem die Modellhöhe *Null* entspricht. Stimmt die Höhe  $h$  des ersten Rechteckbereichs von *o\_file* mit dem gewünschten Grundniveau überein, kann auf die Spezifikation von *hbasis* verzichtet werden: Ein (in „*grid*“) unspezifiziertes *hbasis* wird ersatzweise mit der Höhe  $h$  des ersten Rechteckbereichs von *o\_file* identifiziert. Sodann wird in Folge die Höhendifferenz  $h-hbasis$  der einzelnen Rechteckbereiche jeweils an das nächstgelegene Gitterniveau angeglichen und dem durch die (linienbezogenen) Indizes  $i_1, i_2, j_1, j_2$  festgelegten Rechteckbereich als Modellhöhe zugewiesen. Dieser Bereich umfasst die horizontalen Gitterzellen von links unten, d. h. Zelle  $(i_1+1, j_1+1)$  bis rechts oben, d. h. Zelle  $(i_2, j_2)$ . Die Verschiebung der tatsächlichen Orographiehöhe um *hbasis* hat keine Konsequenzen, da die Modellgleichungen unabhängig von *hbasis* sind. Insbesondere wird die atmosphärische Dichte in der Basisversion von MUKLIMO\_3 als höhenkonstant modelliert. Vergleiche dazu auch das Kapitel 4.4.2.

Erlaubt ist, dass sich verschiedene Rechteckbereiche überlappen. Dabei gilt im Überlappungsbereich stets die zuletzt eingelesene Höhe. Diese Vereinbarung erlaubt es auf einfache Weise, einem kleineren Teilbereich innerhalb eines ansonsten einheitlich hohen Rechteckbereichs nachträglich eine abweichende Höhe zuzuweisen.

Alternativ kann die Geländehöhe auch über eine *Rasterdatei* *h0\_file* modelliert werden, siehe das Kapitel 5.8.2.

Wird keine Orographiedatei spezifiziert, so erhält das gesamte Modellgebiet eine einheitliche, dem Grundniveau entsprechende orographische Höhe.

### 5.7.3.2 Blockförmige Hindernisse

Aus dem orographischen Niveau des Modellgebiets können einzelne, blockförmige Hindernisse – die „Gebäude“ – herausragen. Diese werden in der

Bebauungsdatei *b\_file*.

gestaltet, die wiederum in „*grid*“ anzugeben ist. Die Datei „*b\_file*“ ist eine *Rechteckdatei*, deren Zeilen normalerweise den Inhalt

*lfd i<sub>1</sub> i<sub>2</sub> j<sub>1</sub> j<sub>2</sub> kenn=2 hrel*

haben. Dabei ist *hrel* die relative Gebäudehöhe in m, bezogen auf das orographische Grundniveau am Ort des Gebäudes, genauer: bezogen auf das mittlere Niveau der vier Eckzellen der Gebäudegrundfläche.

Da die Indizes  $i_1, i_2, j_1, j_2$  nicht direkt die Gitterzellen, sondern stattdessen die sie begrenzenden Gitterlinien bezeichnen, erhält man bei übereinstimmenden Indizes  $i_1=i_2$  oder  $j_1=j_2$  entartete Rechteckbereiche, die in einer horizontalen Richtung ausdehnungslos sind. Das eröffnet

die Möglichkeit, freistehende Wände oder Mauern (z. B. Schallschutzwände längs Autobahnen) als ausdehnungslose, aber für die Luftströmung undurchdringliche Hindernisse zu modellieren.

Eine alternative Möglichkeit, die Gebäudehöhe festzulegen, besteht darin, anstelle der Gebäudehöhe  $h$  die Stockwerkszahl  $nstw$  anzugeben. Das geschieht bei Verwendung der *Kennzahl* 102. Die Datenzeile in *b\_file* hat dann den Inhalt

```
lfd i1 i2 j1 j2 kenn=102 nstw
```

In einem solchen Fall wird die Gebäudehöhe modellintern aus dem empirischen Zusammenhang

$$h = 5m + (nstw - 1) * 3.5m$$

ermittelt.

Zudem besteht die Möglichkeit, Gebäude mit individuellen Werten für die Rauigkeitslängen der Wände und Dächer,  $z0w$  bzw.  $z0d$ , zu modellieren. (Zur Gestaltung der verschiedenen Rauigkeitslängen siehe das Kapitel 5.7.4.) Hierzu wurde die *Kennzahl* 32 eingeführt. Die zugehörigen Datenzeilen haben die Form

```
lfd i1 i2 j1 j2 kenn=32 hrel z0w z0d
```

Schließlich können in der Bebauungsdatei auch „abgehobene“ Quader, d. h. Hindernisse ohne direkten Bodenkontakt, modelliert werden. Das ist erforderlich, um Strukturen mit „Löchern“ (z. B. Brücken oder Gebäude mit einer Passage) oder vorspringende Gebäudeteile modellieren zu können. Solche Hindernisse sind durch die *Kennzahl* 12 charakterisiert. Die zugehörigen Datenzeilen haben die Form

```
lfd i1 i2 j1 j2 kenn=12 h0 h1
```

mit zwei relativen Höhenangaben  $h_0$  und  $h_1$  in m, die die relative Untergrenze und Obergrenze des Hindernisses charakterisieren, jeweils bezogen auf das orographische Niveau am Ort des Quaders. Falls die angegebenen Höhen der Quader nicht zu den Niveaus des numerischen Gitters „passen“ (vertikale Grenzen der Zellschichten), werden sie an das jeweils nächstgelegene reguläre Niveau angeglichen, so dass die Gebäudedächer wie auch die Unterkanten abgehobener Quader immer in Höhe der vertikalen Zellgrenzen liegen. Teilweise mit aufgelöster Bebauung gefüllte Gitterzellen gibt es folglich nicht.

Die Gesamtzahl aller Hindernisquader (abgehoben und unabgehoben) ist begrenzt durch den Parameter „*nq*“ des Quellprogramms,

```
nq maximale Anzahl von Hindernisquadern
```

mit der Voreinstellung

```
nq=400
```

die, wenn erforderlich, im Quellprogramm (*Include-Datei* „*limits.inc*“) geändert werden kann.

### 5.7.3.3 Bäume

Außer massiven können in MUKLIMO\_3 auch *strömungsdurchlässige* Hindernisse modelliert werden, die lediglich eine bremsende Wirkung auf die strömende Luft ausüben. Solche Hindernisse sind insbesondere die Blätter (oder Nadeln) von Bäumen, die in der

Blattflächendatei *f\_file*

spezifiziert werden können, die wiederum in der *Eingabedatei* innerhalb des Blockes „*foliage*“ festgelegt wird. Die Zeilen der Rechteckdatei „*f\_file*“ haben den Inhalt

*lfd i<sub>1</sub> i<sub>2</sub> j<sub>1</sub> j<sub>2</sub> kenn=5 h<sub>0</sub> h<sub>1</sub> bfd*

wobei „*bfd*“ die so genannte „Blattflächendichte“ ist, d. h. die (einseitig gerechnete) Fläche der in einem Einheitsvolumen enthaltenen Blätter, anzugeben in  $\text{m}^2/\text{m}^3$  bzw.  $\text{m}^{-1}$ . Die Größen  $h_0$  und  $h_1$  beschreiben die Unter- und Obergrenzen des belaubten Bereichs, jeweils in m relativ zur Höhe der Orographie. Der in MUKLIMO\_3 berücksichtigte physikalische Einfluss der Blätter auf die atmosphärische Strömung ist die Bremsung der Windgeschwindigkeit, deren Stärke proportional zur Blattflächendichte sowie zum Quadrat der Geschwindigkeit angesetzt ist.

Integriert man die (höhenabhängige) Blattflächendichte über die Höhe der Belaubung, so erhält man den dimensionslosen *Blattflächenindex BFI* (bzw. engl. *LAI* für *leaf area index*), der eine bekannte Kenngröße von Pflanzenbeständen ist. Im *Wikipedia*-Artikel zu diesem Begriff findet man für Buche die Größenangabe 6–8, für Eiche 5–7 und für Nadelwald 5. Anders als bei Sträuchern konzentrieren sich die Blattflächen bei Bäumen auf deren Kronenbereich, während der Stammraum weitgehend blattfrei ist. Bei der modellhaften Ausgestaltung einer Blattflächenverteilung sollte man deshalb dem Stammraum und dem Kronenbereich eines Baumbestands unterschiedliche Werte der Blattflächendichte zuweisen und zudem darauf achten, dass das Höhenintegral der Blattflächendichte einen plausiblen *BFI* ergibt. Überlappen verschiedene Rechteckbereiche der Datei „*f\_file*“ so werden die zugewiesenen Blattflächendichten additiv überlagert. Bei unvollständig gefüllten Gitterzellen (Zellobergrenze höher als die obere Grenze der Belaubung  $h_1$ ) wird die zugewiesene Blattflächendichte so herabgesetzt, dass der vorgegebene *BFI* ungeändert bleibt. Anzumerken ist noch, dass auch unbelaubten Bäumen ein *Blattflächenindex* zugeordnet wird: Buchenwald (Winter) 1.2. Dieser Wert entspricht der Oberfläche der Äste. Das ist sinnvoll, da auch sie einen bremsenden Einfluss auf die Luftströmung ausüben.

Die Maximalzahl der vertikalen Gitterabschnitte, in denen Belaubung vorkommen darf, ist begrenzt durch den Parameter „*nbmmax*“,

*nbmmax* maximaler vertikaler Gitterindex für Belaubung.

Er ist im Originalprogramm mit

*nbmmax=12*

belegt, kann aber (in „*limits.inc*“) geändert werden.

#### 5.7.3.4 Unaufgelöste Bebauung

Neben Einzelgebäuden in Form strömungsundurchlässiger Quader kann in MUKLIMO\_3 auch *unaufgelöste* Bebauung modelliert werden. Das ermöglicht eine gröbere Auflösung des Modellgebiets und ist immer dann sinnvoll, wenn nicht die detaillierte Strömungscharakteristik im Bereich von Einzelgebäuden, sondern nur die mittleren Strömungsverhältnisse von Interesse sind. Das kann in Randbereichen des Modellgebiets von Interesse sein, aber z. B. auch dann, wenn ein herausragendes Einzelgebäude inmitten sehr viel niedrigerer Bebauung steht.

Die Modellvorstellung von Bebauung geht dabei wesentlich über die Auffassung als aerodynamische Rauigkeit hinaus. Sie beruht stattdessen und in Übereinstimmung mit Groß (1989) auf der Ähnlichkeit der Luftströmung zwischen Gebäuden mit der Strömung eines Gases oder einer Flüssigkeit in einem porösen Medium, wobei die Freiräume zwischen den Gebäuden den Poren entsprechen. Ihr mittlerer Anteil am Gesamtvolumen definiert demzufolge die „Porosität“ der Bebauung, die im Modell für jede Zelle des numerischen Gitters vorgegeben wird. Neben der Strömungsverdrängung durch das Bauvolumen werden im Modell durch geeignete Ansätze auch die bremsende Wirkung der Gebäudeoberflächen sowie die Turbulenzerzeugung durch Strömungsabriss an den Gebäudekanten berücksichtigt.

Die unaufgelöste Bebauung wird mit Hilfe der Rechteckdatei „*u\_file*“, die zum Block „*un-resvd*“ der *Eingabedatei* gehört, modelliert. MUKLIMO\_3 kennt insgesamt 9 vordefinierte Bebauungstypen. Die Datenzeilen von „*u\_file*“ haben deshalb den Inhalt

$$lfd \quad i_1 \quad i_2 \quad j_1 \quad j_2 \quad kenn=4 \quad typ$$

mit

- $typ = 1 \dots 3$  Ein- und Mehrfamilienhaussiedlung geringer Dichte
- $typ = 4 \dots 6$  Dorfkern und Einfamilienhaussiedlung hoher Dichte
- $typ = 7 \dots 9$  Reihenhaussiedlung
- $typ = 10 \dots 12$  Zeilenbebauung mittlerer Dichte
- $typ = 13 \dots 15$  Zeilenbebauung hoher Dichte und Hochhäuser
- $typ = 16 \dots 18$  Blockbebauung
- $typ = 19 \dots 21$  City-Bebauung ab Mitte des 19. Jahrhunderts
- $typ = 22 \dots 24$  mittelalterliche Altstadt
- $typ = 25 \dots 27$  Industrie- und Lagergebäude

bei denen zudem zwischen geringer (kleinerer Wert von *typ*), mittlerer (mittlerer Wert) und hoher Dichte (oberer Wert) unterschieden wird. Modellintern werden jedem Siedlungstyp charakteristische, im Anhang A nachzulesende Werte für die von MUKLIMO\_3 eigentlich benötigten Größen: mittlere Bebauungsdichte, Gebäudehöhe und Wandflächendichte zugewiesen.

Das zugrundeliegende Wertespektrum entstammt einer Untersuchung des *Bundesministers für Raumordnung, Bauwesen und Städtebau* (Roth, 1980).

Darüber hinaus können im Block „*unresvd*“ der *Eingabedatei* auch eigene Bebauungstypen für die Nummern  $28 \leq typ \leq 50$  definiert werden, indem man die Größen

*vg1*      mittlerer Anteil der Gebäude am Gesamtvolumen  
(dimensionslos)

*wfd1*      mittlere Wandfläche pro Volumen ( $m^2/m^3$ )

*h1*        mittlere Gebäudehöhe

für den oder die gewünschten Indizes *typ* spezifiziert. Die neuen Bebauungstypen können dann in „*u\_file*“ verwendet werden. Durch Festlegung der zusätzlichen Parameter „*vg2*“, „*wfd2*“, „*h2*“ ist es grundsätzlich möglich, auch gemischte, uneinheitlich hohe Bebauung (z. B. Bebauung mit einzelnen Hochhäusern) zu simulieren. Innerhalb der (hier als kleiner angenommenen) Bebauungshöhe *h1* werden die Bebauungsdichten *vg1* und *vg2* sowie die Wandflächendichten *wfd1* und *wfd2* addiert, oberhalb von *h1* bis zur (größeren) Höhe *h2* ist die resultierende Bebauungsdichte gleich *vg2* und die Wandflächendichte gleich *wfd2*. Unvollständig gefüllten Zellen (Zelluntergrenze niedriger, aber Zellobergrenze höher als die Gebäudehöhe) werden entsprechend verringerte Werte der Baubauungs- und Wandflächendichten zugewiesen,

Ein (zur Zeit noch experimenteller) Modellansatz erlaubt zudem, einzelnen Bebauungstypen mit Hilfe der Parameter

*alpha*    Vorzugsrichtung in Grad gegen Nord

*a*        Anisotropiegrad (zwischen 0 und 1)

eine bevorzugte Durchlassrichtung zuzuweisen, wobei der Winkel „*alpha*“ im Uhrzeigersinn gegen die Nordrichtung zu messen ist. Die Anisotropie ist maximal für die Spezifikation

$a=1$

und verschwindet für

$a=0$ .

Die Maximalzahl der vertikalen Gitterabschnitte, in denen unaufgelöste Bebauung vorkommen darf, ist begrenzt durch den Parameter „*ngmax*“,

*ng*§ maximaler vertikaler Gitterindex für unaufgelöste Bebauung.

Er ist im Originalprogramm mit 12 belegt.

## 5.7.4 Bodenrauigkeit

Die Rauigkeit der Bodengrenzfläche des Modellgebiets wird im Block „*rough*“ der *Eingabedatei* festgelegt. Dort können die Größen

- *z01d* Rauigkeitslänge des 1-dimensionalen Vorschaltmodells in m
- *z0b* Vorgabewert für die Bodenrauigkeit des 3d Modellgebiets
- *z0d* Rauigkeitslänge für die Dächer der (aufgelösten und unaufgelösten) Bebauung
- *z0w* Rauigkeitslänge für die Wände der (aufgelösten und unaufgelösten) Bebauung

spezifiziert werden. Sämtlichen Teilflächen des horizontalen Modellgebiets wird dann zunächst die einheitliche Rauigkeitslänge *z0b* zugewiesen, die dann auf den mit aufgelöster Bebauung belegten Flächen zur Dachrauigkeit *z0d* abgeändert wird.

Falls der Boden des Modellgebiets eine uneinheitliche Rauigkeit aufweist, gibt es die Möglichkeit, die Rauigkeitslänge von Teilflächen mithilfe der *Rechteckdatei* *z0\_file* gezielt abzuändern,

- *z0\_file* Rechteckdatei zur gezielten Abänderung der Rauigkeit in Teilbereichen des Modellgebiets

Die Zeilen von „*z0\_file*“ haben den Inhalt

$$lfd \quad i_1 \quad i_2 \quad j_1 \quad j_2 \quad kenn=3 \quad z_0$$

mit  $z_0$  in m. Zu beachten ist, dass innerhalb des angesprochenen Rechteckbereichs die Rauigkeitslänge auf sämtlichen horizontalen Flächen gleich dem Wert von  $z_0$  gesetzt wird, also auch auf den Dachflächen der Gebäude. Das bietet, neben der im Kapitel 5.7.3.2 schon angesprochenen Verfahrensweise, eine weitere Möglichkeit, um einem einzelnen Gebäude gezielt eine von *z0d* abweichende Dachrauigkeit zuzuweisen.

Alternativ zur *Rechteckdatei* „*z0\_file*“ kann die (uneinheitliche) Rauigkeitszuweisung an den Boden und die Dachflächen der aufgelösten Bebauung auch über eine *Rasterdatei* „*z0\_raster*“ erfolgen, in der die Rauigkeitswerte (in m) zu Zeilen und Spalten von insgesamt  $m$  mal  $l$  Werten angeordnet sind. So wird jeder Elementarfläche des Modellgebiets ein individueller Wert zugewiesen. Sind sowohl „*z0\_file*“ als auch „*z0\_raster*“ spezifiziert, erfolgt die Wertzuweisung über die *Rasterdatei*.

## 5.7.5 Schadstoffquellen

Die *Schadstoffsimulation* wird durch die Variablen des Blocks „*pollution*“ der *Eingabedatei* gesteuert. Damit überhaupt eine Schadstoffberechnung erfolgt, muss zunächst der logische Parameter „*pollut*“ auf

```
pollut=.TRUE.
```

gesetzt werden. Zusätzlich muss wenigstens eine von bis zu 10 möglichen Konfigurationsdateien

```
s_file(1..10)    Schadstoffquelldateien
```

angegeben werden, in denen die Quellverteilung für den (oder die) Schadstoffe festgelegt wird. Die Zeilen dieser *Quelldateien* haben den Inhalt

```
lfd  i  j  k  s
```

wobei  $i, j, k$  die Gitterindizes der Zelle und  $s$  die Stärke der darin enthaltenen Quelle in kg/s angibt. Verschiedene Quellen mit denselben Gitterindizes werden überlagert. Eine Sonderrolle spielt die Spezifikation des vertikalen Positionsindexes als  $k=0$ : In diesem Fall wird die Quelle in die unterste atmosphärische Zelle der jeweiligen Gittersäule platziert.

Die Schadstoffverteilung im Modellgebiet wird für jede Quellkonfiguration gesondert berechnet.

### 5.7.6 Wind und Austausch

Der vorgegebene Wind sowie die Austauschbedingungen werden im Block „*windexch*“ der *Eingabedatei* festgelegt. MUKLIMO\_3 gestattet, Simulationen für mehrere Windrichtungen in einem einzigen Modelllauf durchzuführen. Vorgebar sind die Größen

- *wind*                      Windgeschwindigkeit in m/s
- *phiwin*(1..36)            Windrichtung(en), gemessen in *Grad* im Uhrzeigersinn gegen Nord
- *dphiwin*                    Inkrement der Windrichtung
- *nwiri*                      Anzahl der Windrichtungen (max. 36)
- *hwin*                        Bezugshöhe für den Wind in m
- *xref, yref*                (kartenbezogene) Koordinaten für den Bezugspunkt, an dem die Windgeschwindigkeit festgehalten werden soll.

Mehrere Windrichtungen können auf zwei Weisen spezifiziert werden: Entweder man gibt in der *Eingabedatei* jede Windrichtung einzeln an

```
phiwin(1) = ...  
phiwin(2) = ...  
phiwin(3) = ...  
  
⋮
```

oder (bei konstantem Abstand) nur die erste Richtung und dazu ihre Anzahl sowie das Inkrement, z. B.

```
phiwin(1)= 30, nwiri=12, dphiwin=30
```

Wenn die Referenzpunkt-Indizes (*iref*, *jref*) nicht spezifiziert werden, gelten die Angaben zum Wind für das eindimensionale Vorschaltmodell, das die Anfangs- und Randbedingungen für die 3d Simulation liefert, andernfalls für den angegebenen horizontalen Punkt im 3d Modellgebiet.

Spezifiziert werden kann in „*windexch*“ außerdem der Wert für den *Coriolis*-Parameter „*f*“

*f*      *Coriolis*-Parameter in  $s^{-1}$ ,

der mit  $10^{-4} s^{-1}$  vorbelegt ist. Wegen der i. A. geringen Modellhöhe bei MUKLIMO\_3-Simulationen darf (muss aber nicht) der Einfluss der *Coriolis*-Kraft zumeist vernachlässigt und

$f = 0$ .

gesetzt werden.

Trotz der angenommenen neutralen Schichtung kann der Einfluss der atmosphärischen Stabilität auf die Strömungs- und Austauschverhältnisse vom Programmbenutzer beeinflusst werden. Er hat die Möglichkeit, mithilfe des Parameters „*istab*“ zwischen 4 Stabilitätsklassen zu wählen:

$$istab = \begin{cases} -2 & \text{stark labile Schichtung} \\ -1 & \text{leicht labile Schichtung} \\ 0 & \text{neutrale Schichtung} \\ 1 & \text{stabile Schichtung} \end{cases}$$

Modellintern wird dabei der Parameter  $l_{\infty}$  des vom Modell benutzten *Blackadarschen* Mischungswegansatzes (Blackadar (1962), siehe auch Kap. 3.3.2) in sinnvoller Weise eingestellt.

## 5.7.7 Steuerung der Programmausführung

Der Variablenblock „*perform*“ der *Eingabedatei* enthält einige Variable, mit denen die Programmausführung beeinflusst werden kann. Bezüglich des eindimensionalen Vorschaltmodells sind dies die Größen

- *dt1d*                      Zeitschritt des eindimensionalen Vorschaltmodells in s
- *min1d*                    Integrationszeit des eindimensionalen Vorschaltmodells in min

Der Zeitschritt *dt1d* ist mit einem negativen Wert vorbelegt mit der Bedeutung, dass er während der Programmausführung dynamisch berechnet wird. Bei fehlender Spezifikation von *min1d* wird modellintern eine plausible, von der Erstreckung des vertikalen Gitters abhängige Integrationszeit ermittelt, nach der ausreichende Stationarität des 1d Windfeldes erreicht ist.

Die Variablen zur Beeinflussung der 3d Windfeldintegration sind

- *dt3d*                      Zeitschritt der 3d Windfeldintegration in s

- *dtfact*                    Reduktionsfaktor des dynamischen Zeitschritts
- *imax*                     maximale Anzahl der Integrationsschritte
- *diffstat*                 Abbruchschranke der Windfeldintegration

Wie *dt1d* so ist auch der Zeitschritt der *3d* Windfeldintegration *dt3d* negativ vorbelegt und wird, wenn nicht im Block *perform* anders spezifiziert, während der Programmausführung dynamisch berechnet. Falls der Zeitschritt dynamisch errechnet wird, so wird der modellintern ermittelte Wert, zur Verbesserung der numerischen Stabilität, noch um den Faktor *dtfact* verringert. Dessen Vorgabewert ist 0.4. Damit bleibt die Windfeldintegration zumeist numerisch stabil. In Einzelfällen kann es dennoch erforderlich sein, *dtfact* weiter zu verringern.

Die Größen *imax* und *diffstat* regeln die Beendigung der Windfeldintegration. Dabei ist *imax* die Anzahl der Schritte, nach der die Integration in jedem Fall abgebrochen wird. Mit den speziellen Vorgaben *imax=-1* bzw. *imax=0* wird die Programmausführung nach Beendigung des *1d* Vorschaltmodells bzw. nach Initialisierung der *3d* Felder abgebrochen. Alternativ wird die Windfeldintegration auch abgebrochen, wenn bereits nach weniger als *imax* Integrationsschritten eine „ausreichende“ Stationarität des Windfeldes erreicht ist. Der Grad der Stationarität wird dabei aus dem Abklingen der zeitlichen Änderungen ermittelt. Zu seiner Ermittlung wird die maximale Änderung des Windfelds im aktuellen Integrationsschritt durch den Zeitschritt dividiert und mit derselben Größe des ersten Integrationsschritts verglichen. Bleibt dieses Verhältnis an 4 aufeinander folgenden Integrationsschritten unterhalb der Schwelle *diffstat*, so ist die geforderte Stationarität erreicht und die Windfeldintegration wird beendet, wenn zudem mindestens 150 Integrationsschritte gerechnet worden sind. Man beachte jedoch, dass dieses Kriterium von den Gegebenheiten jedes einzelnen Projekts beeinflusst wird und dass es kaum möglich ist, eine in jedem Fall sinnvolle Abbruchschranke vorzugeben. Will man einen vorzeitigen Abbruch der Windfeldintegration vermeiden und in jedem Fall die vorgegebene Zahl *imax* von Integrationsschritten rechnen, so spezifiziert man am einfachsten *diffstat=0*.

Die änderbaren Variablen der Ausbreitungsrechnung sind

- *minpoll*                 Integrationszeit in min
- *pollstat*                Abbruchschranke für Stationarität

Der Vorgabewert für *minpoll* ist 3 min. Für die Ermittlung der Stationarität der räumlichen Verteilung einer Luftbeimengung wird, anders als beim Windfeld, die zeitliche Änderung der im gesamten im Modellgebiet enthaltenen Stoffmenge in Relation zur Produktionsrate gesetzt. Der Vorgabewert für *pollstat* ist 0.01.

Für das grafische Verhalten von MUKLIMO\_3 sind die Variablen

- *ianimat*                 Wiederholrate der grafischen Animation
- *graphcon*               logische Variable zum Abschalten der grafischen Kontrolle

von Bedeutung. Die Vorgabe für *ianimat* ist 10, d. h. die grafische Animation zur Windfeldberechnung und gegebenenfalls auch der Ausbreitungssimulationen wird alle 10 Integrationschritte erneuert. Da die grafische Animation Zeit kostet, kann es sinnvoll sein, diesen Wert

heraufzusetzen oder auch die Animation ganz auszuschalten. Dies wird mit der Spezifikation `ianimat=0` erreicht. Für einen glatten Programmdurchlauf kann man vermittels `graphcon=.false.` auch die grafische Kontrolle der Modellkonfiguration ausschalten. Für die Bedeutung weiterer Variablen siehe die Standard-Namelist im Anhang A.

## 5.8 Alternative Modellansätze

Neben den beschriebenen Verfahren und Ansätzen beinhaltet MUKLIMO\_3 einige alternative, z. T. noch etwas experimentelle Modellierungsverfahren, die im Folgenden angesprochen werden.

### 5.8.1 Geschwindigkeitsvorgabe im 3d Modellgebiet

Statt die Windgeschwindigkeit und -richtung in der Höhe „*hwin*“ des eindimensionalen *Vorschaltmodells* fest vorzuschreiben, kann sie auch (siehe Kap. 5.7.6) für einen internen Punkt des 3d Modellgebiets vorgegeben werden. Von dieser Möglichkeit ist in den Teststudien zur Modellvalidierung (siehe das Kapitel B des Anhangs) Gebrauch gemacht worden.

Der modellinterne Lösungsweg für diese Alternative ist ein iterativer Prozess, der darin besteht, die *Stromfunktions*-Gleichung zunächst mit probeweisen Werten für die beiden horizontalen Windkomponenten an der Modellobergrenze zu lösen, wobei die Lösung am gewählten Punkt i. A. noch nicht das gewünschte Resultat liefert. Um die Diskrepanz auszugleichen, werden die oberen Geschwindigkeitsrandwerte dann in geeigneter Weise nachadjustiert und die Stromfunktionsgleichung des nächsten numerischen Zeitschritts mit den geänderten oberen Randwerten gelöst, was zu einer verbesserten Näherung führen sollte, usw.

Die Erfahrung zeigt, dass dieses Verfahren numerisch etwas „wackelig“ ist und Umsicht bei der Wahl des Bezugspunkts geboten ist. Die Extrapolation der Geschwindigkeit vom Bezugspunkt zur Modellobergrenze ist dann besonders unsicher – und die Gefahr einer Instabilität damit besonders hoch – wenn der Bezugspunkt bodennah und der Boden zudem sehr „glatt“ ist, d. h. einen geringen Wert der Bodenrauigkeit aufweist. Denkbar sind auch Fälle, in denen die vorgeschriebene Windrichtung am Bezugspunkt von der Hinderniskonfiguration her prinzipiell unmöglich ist. Das numerische Verfahren reagiert darauf mit zeitlich ständig anwachsenden Geschwindigkeitswerten. Risikolos ist es dagegen, wenn der Bezugspunkt in größerer Höhe und in gebührendem Abstand vor oder über den Hindernissen des Modellgebiets liegt. Zur numerischen Stationarität der Simulationen siehe auch das Kapitel 3.7.

### 5.8.2 Rasterdatei für die Orographie

Statt über eine *Rechteckdatei* kann die Orographie des Modellgebiets alternativ auch über eine im Variablenblock „*grid*“ der *Eingabedatei* zu spezifizierende *Rasterdatei* „*h0\_raster*“ (d. h. eine Datei mit zu Zeilen und Spalten angeordneten Höhenwerten) eingegeben werden. Dieses Raster ist ein Abbild der horizontalen Gittereinteilung und weist jedem Flächenelement den

seinen Gitterindizes entsprechenden Höhenwert zu. Dem Flächenelement (1,1) entspricht dabei die linke untere Ecke des Rasters.

Die Höhenzuweisung über eine *Rasterdatei* ist mehr als eine rein technische Alternative der Werteingabe: Sie beinhaltet zusätzlich eine geänderte Behandlung der Bodengrenzfläche, durch die das mit der rechtwinkligen Struktur des Modellgitters verbundene *Terrassenkonzept* des Bodens abgemildert wird. Die Idee besteht darin, den Boden nicht zum nächstgelegenen regulären Gitterniveau zu „verschieben“, sondern die Bodenrandbedingung der verschwindenden Normalgeschwindigkeit stattdessen in einem fiktiven Zwischenniveau zu erfüllen, das der „echten“ Bodenhöhe entspricht. Zugleich wird die Höhe der bodennächsten atmosphärischen Gitterzelle (um bis zu eine halbe Gitterbreite) so „gestreckt“ oder „gestaucht“, dass ihre untere Grenzfläche in Höhe des – über die Zelle gemittelten – Bodenniveaus liegt.

Die Beispiele „*Gaußberg*“ und „*Meteorkrater*“ des Kapitels 5.9 benutzen diesen alternativen Ansatz und zeigen seine Funktionsfähigkeit.

### 5.8.3 Landnutzungsklassen-Modus

Neben der Standard-Modellierungsmethode mithilfe von *Rechteckdateien* bietet MUKLIMO\_3 im so genannten *LNK-Modus* auch die Möglichkeit, die Gestaltung des Modellgebiets über eine *Rasterdatei* der Flächennutzung vorzunehmen. Bei dieser Vorgehensweise wird jedem horizontalen Flächenelement eine *LandNutzungsKlasse* mit vordefinierten Parameterwerten der (unaufgelösten) Bebauung bzw. Bewaldung und der Bodenrauigkeit zugewiesen. In MUKLIMO\_3 gibt es 9 vordefinierte Landnutzungsklassen, deren Spezifikationen in der Standard-Eingabedatei „*standard.in*“ (im Anhang) wiedergegeben sind.

Der *LNK-Modus* wird angeschaltet, indem man der logischen Variablen „*lnkmodus*“ im Block „*perform*“ der *Eingabedatei* den Wert *.TRUE.* zuweist. Zudem muss ein Block „*lnk*“ vorhanden sein, in dem der Textvariablen „*fn\_file*“ eine *Rasterdatei* der Flächennutzung zugeordnet wird. Zur Demonstration der Wirkungsweise dient das im Programmpaket enthaltene Beispiel „*Beispiel für LNK-Modus*“.

Die Code-Zahlen der Flächennutzungsdatei müssen so zu Zeilen und Spalten angeordnet sein, dass der Wert links unten zur horizontalen Gitterzelle des Modellgebiets mit dem Indexpaar (1,1) gehört usw. Die Flächennutzungsdatei enthält demgegenüber kompakt geschriebene einziffrige Zahlen, die jeder Elementarfläche eine von 9 vordefinierten Flächennutzungen zuweisen. Über die zu jeder Flächennutzung gehörigen internen Wertzuweisungen an die Bodenrauigkeit, die Höhe und Dichte der unaufgelösten Bebauung oder die Baumhöhe gibt die Datei „*standard.in*“ Auskunft. Diese Zuweisungen können (im Block „*lnk*“) gezielt geändert und an die eigenen Bedürfnisse angepasst werden. Bei den Rauigkeitslängen ist zu beachten, dass sie die Rauigkeit des Bodens *ohne* Gebäude oder Bäume widerspiegelt, da deren Einfluss auf die Strömung ja bereits explizit über den Ansatz der unaufgelösten Bebauung bzw. die Blattflächenreibung berücksichtigt wird. Die durch die *Rasterdatei* spezifizierte Flächennutzung kann durch die Modellierung einzelner Gebäudeblöcke ergänzt werden, die, wie gehabt, über die *Rechteckdatei* „*b\_file*“ des Variablenblocks „*grid*“ gestaltet werden. Im Bereich solcher „aufgelöster“ Gebäudeblöcke wird die in der *Rasterdatei* spezifizierte Nutzung überschrieben.

## 5.8.4 Nesting

Das Konzept von MUKLIMO\_3 sieht die Möglichkeit eines „Nestings“ vor, d. h. die *Schachtelung* eines kleinen Modellgebiets mit hoher Gitterauflösung in ein umfassendes Gebiet mit größerer Auflösung, wobei die Simulation im umfassenden Modellgebiet den Antrieb für die Simulation im kleineren Modellgebiet liefert. Dieser Antrieb geschieht in MUKLIMO\_3 über den oberen Rand des kleinen Modellgebiets dergestalt, dass das umfassende Modell die dortigen Randwerte für die 3 Geschwindigkeitskomponenten sowie die beiden *Vorticity*-Komponenten und den Austauschkoefizienten bereitstellt. Erstere werden zur Lösung der *Stromfunktions*-Gleichung, letztere zur zeitlichen Integration der *Vorticity*-Gleichung gebraucht. Das Nesting ist *Off-line*, d. h. es wird zunächst das umfassende Modell bis zur Stationarität seines Windfeldes simuliert, dann dessen obere Randwerte herausgeschrieben, auf die anschließend das kleine Modell zugreift.

Das umfassende Modell wird durch die Spezifikationen (im Block „*perform*“ der *Eingabedatei*)

```
topres=.TRUE.      logische Variable
ntop=...           vertikales Niveau der Ausgabe.
```

dazu veranlasst, die für das Nesting geforderten Ergebnisse herauszuschreiben.

Das kleinere Modell wird durch die Spezifikationen

```
readres=.TRUE.    logische Variable für das Einlesen
dirtop='... '     Resultatverzeichnis des umfassenden Modells
xtentop='... '    Namenserweiterung der Ergebnisdateien
                  des umfassenden Modells
```

dazu gebracht, diese Resultate zu lesen und als Randwerte zu verwenden.

Die zum Programmpaket gehörigen Beispiele „*Weinbaugegend Gesamtgebiet*“ und „*Weinbaugegend Teilgebiet*“ demonstrieren das beschriebene „Nesting“.

## 5.9 Beispiele

Zum Test der Funktionsfähigkeit und zur Demonstration der Arbeitsweise des Modells dienen einige beispielhafte *Eingabedateien* mitsamt den zugehörigen *Datendateien*, die auf dem Programmträger in den Unterverzeichnissen des Verzeichnisses „*examples*“ enthalten sind. Sie können im Auswahlmenü von MUKLIMO\_3 direkt angewählt werden.

Das Beispiel „*Einzelgebäude umgeben von 8 Schadstoffquellen*“ (siehe Abb. 5.11) eignet sich besonders zum Test der Symmetrieeigenschaften von MUKLIMO\_3. Die zugehörigen Konfigurationsdateien sind im Unterverzeichnis „*TEST*“ enthalten. Sie umfassen die *Eingabedatei* „*test.in*“, die *Rechteckdatei* für Gebäude „*test.b*“ und eine *Quelldatei* „*test.s*“. Berechnet wird das Windfeld um ein in der Mitte des Modellgebiets gelegenes, 16 m entsprechend 4

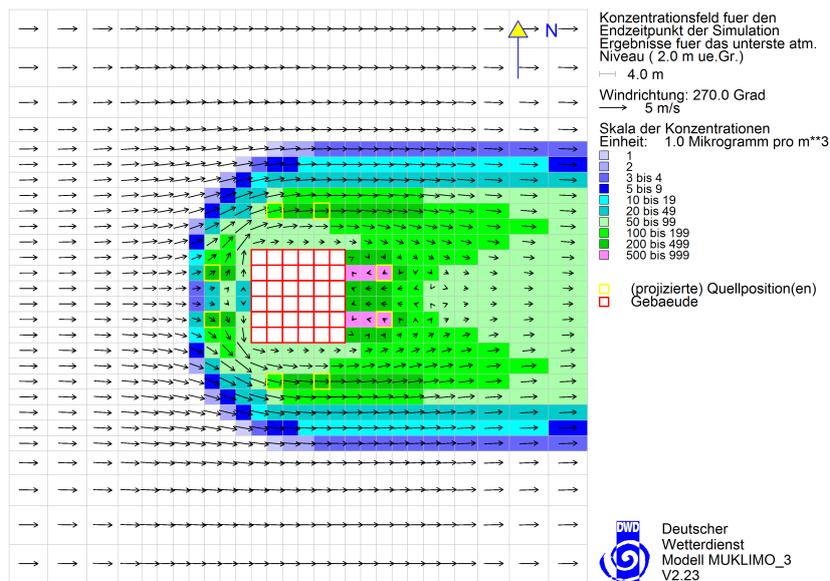


Abbildung 5.9: Modellresultat zum Beispiel „Einzelgebäude umgeben von 8 Schadstoffquellen“ für das unterste Niveau

Gitterzellen hohes Einzelgebäude für insgesamt 8 Windrichtungen. Symmetrisch um das Gebäude herum befinden sich 8 Punktquellen eines nicht näher spezifizierten Schadstoffes, dessen Konzentrationsfelder gleichfalls berechnet werden. Die Ergebnisdateien haben die Namensweiterung „.ex“. Beispielhaft zeigen die Abbildungen 5.9 und 5.10 Resultate für die Anströmrichtung „West“, zum einen für das untersten Niveau und zum anderen als  $xz$ -Querschnitt.

Das zweite Beispiel „Straßenkreuzung“ (siehe Abb. 5.12; zugehörige Dateien im Unterverzeichnis „CROSS“) demonstriert die Gestaltung komplexer Gebäudeanordnungen anhand einer Kreuzung aus zwei zweispurigen Straßen, die von vier 12 m hohen Gebäudeblöcken mit Innenhof eingerahmt ist.

Es folgt die Konfiguration „Straße mit Schutzwand“ (Unterverzeichnis „WALL“). Ihr besonderer Aspekt ist eine 6 m hohe Lärmschutzwand (vgl. die Kapitel 4.2 und 5.2.2), die sich neben einer zwei Gitterstreifen breiten Straße befindet. Die Abbildung 5.13 demonstriert die Schutzwirkung der Wand durch die niedrigeren Schadstoffkonzentrationen in ihrem Lee. Seitab der Wand indes zeigen sich erhöhte Konzentrationen.

Bemerkenswert am Beispiel „Gebäude mit Passage“ (Konfigurationsdateien im Unterverzeichnis „PASSAGE“) ist, dass das modellierte Gebäude eine Durchlassöffnung besitzt. Die darüber befindlichen Quader sind folglich „abgehoben“. Die besondere numerische Behandlung derartiger Konfigurationen ist im Kapitel 4.1 dargestellt.

Der Modellansatz der „unaufgelösten Bebauung“ wird durch einen Vergleich zwischen aufgelöster und unaufgelöster Darstellung eines Gebäudeensembles illustriert (siehe Abb. 5.15, Konfigurationsdateien im Unterverzeichnis „TESTUBEBAU“). Die Anordnung des Beispiels „25 kubische Gebaeude“ besteht aus Gebäudeblöcken von jeweils 10 m Kantenlänge, die im Kern-

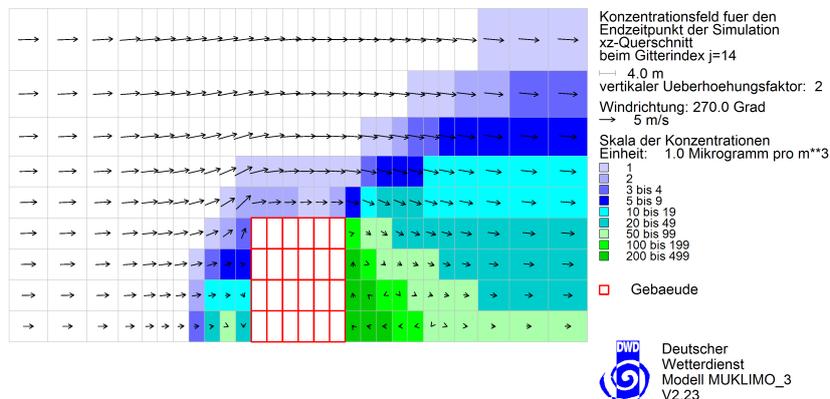


Abbildung 5.10: Resultat zum Beispiel „Einzelgebäude umgeben von 8 Schadstoffquellen“ im Querschnitt

bereich des Modellgebiets mit 2 m aufgelöst werden. Für die unaufgelöste Darstellung (Beispiel „*unaufgeloeste Bebauung*“) wird die horizontale Gitterweite auf 10 m und die vertikale auf 4 m heraufgesetzt, die Gebäude- und Wandflächendichte betragen 0.25 bzw 0.1 m<sup>-1</sup>. Die Abbildung 5.16 zeigt die Modellresultate für den Wind und die Konzentration einer Luftbeimengung für den zentralen Querschnitt des Modellgebiets im Vergleich. Die weitgehende Übereinstimmung der Ergebnisse für aufgelöste (a) und unaufgelöste Bebauung (b) zeigt die Tauglichkeit des Modellansatzes der unaufgelösten Bebauung. Die der Abbildung 5.16 vergleichsweise hinzugefügten Resultate für fehlende Bebauung (c) demonstriert, dass der summarische Effekt von Bebauung für die Ausbreitung von Luftbeimengungen in einer stärkeren Durchmischung der Atmosphäre liegt.

Der im Kapitel 4.4.5 eingeführte experimentelle Ansatz zur Modellierung „anisotroper“ Bebauung wird in der Abbildung 5.17 untersucht. In der aufgelösten Darstellung (Beispiel „*12 langgestreckte Gebaeude*“) sind 12 längliche Hindernisse modelliert, die in 4 nord-süd-orientierten Dreiergruppen angeordnet sind. Die Länge der Einzelgebäude beträgt 30 m, ihre Breite und Höhe jeweils 10 m. Ihr Abstand in Längsrichtung ist 10 m und in Querrichtung 20 m. Dem entsprechen in der unaufgelösten Darstellung (Beispiel „*Anisotrope unaufgeloeste Bebauung*“) Gebäude- und Wandflächendichten von 0.25 und 0.067 m<sup>-1</sup>. Dem Anisotropiekoeffizient ist der maximal mögliche Wert 1 gegeben. Die Resultate für die aufgelöste Modellierung (a) zeigen, dass die aus Südwesten anströmende Luft durch den Einfluss der langgestreckten Gebäude in beachtlichem Maß nach Norden abgelenkt wird. Ein solcher Effekt ist bei der unaufgelösten Modellierung (b) zu erkennen, er ist jedoch deutlich zu schwach ausgeprägt. Dieses Ergebnis ist noch nicht sehr zufriedenstellend.

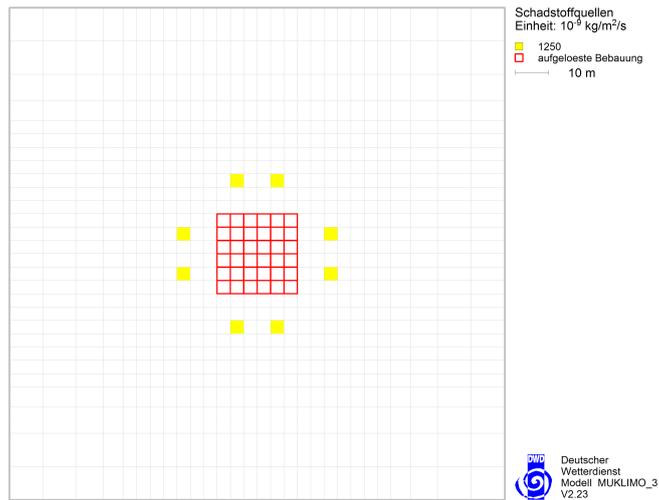


Abbildung 5.11: Modellkonfiguration zum Beispiel „*Einzelgebäude umgeben von 8 Schadstoffquellen*“

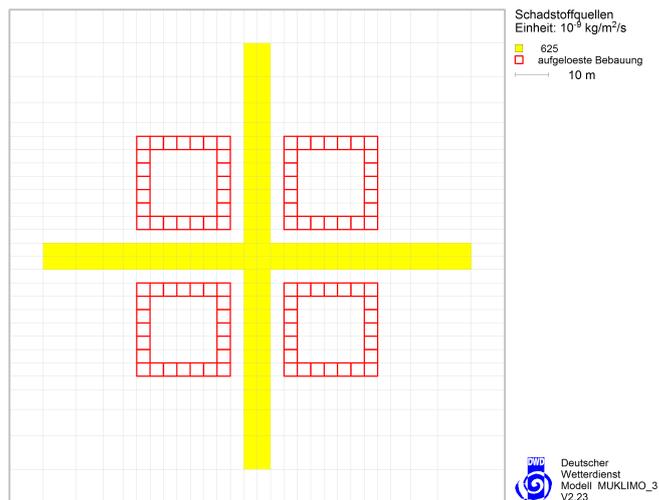


Abbildung 5.12: Modellkonfiguration des Beispiels „*Straßenkreuzung*“

Der Einfluss von Belaubung wird im „*Beispiel mit Bäumen, dfact=...*“ (mit unterschiedlichen Zeitschritten, Konfigurationsdateien im Unterordner „*FOLIAGE*“) demonstriert. Modelliert wird ein  $840 \times 840 \text{ m}^2$  großes Waldstück bei einer horizontalen Auflösung von 40 m. Vertikal sind es 4 m. Die Bäume sind 20 m hoch mit einem „Stammraum“ von 8 m Höhe. Die Blattflächendichte beträgt  $0.5 \text{ m}^{-1}$  im Kronenbereich und  $0.1 \text{ m}^{-1}$  im Stammraum. Die Abbildung 5.18a zeigt das resultierende Windfeld im Längsschnitt. Auf der Luvseite erkennt man die Verdrängung der Strömung nach oben gepaart mit einem Eindringen in den Stammraum.

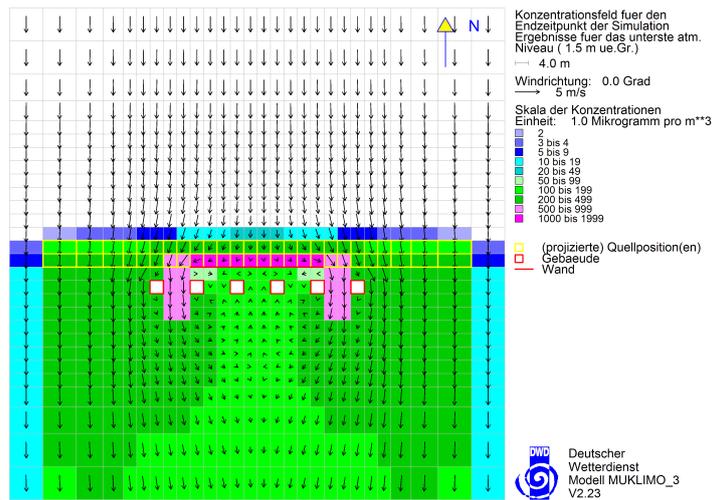


Abbildung 5.13: Modellbeispiel „Straße mit Schutzwand“ mit Resultaten für Anströmung aus Nord

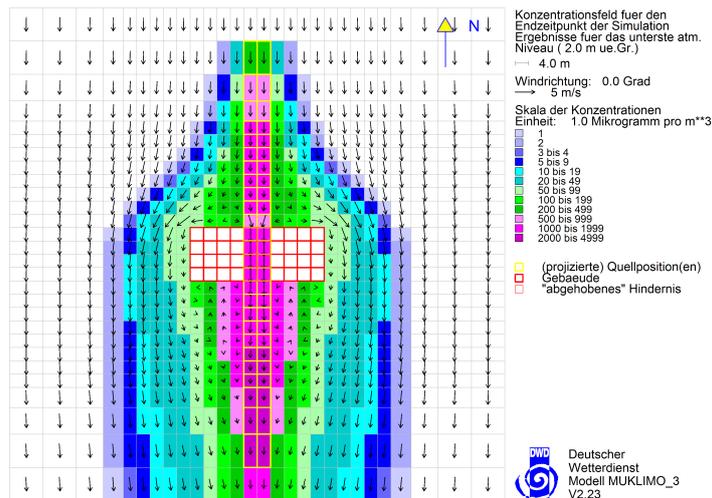


Abbildung 5.14: Resultat des Beispiels „Gebäude mit Passage“

Im weiteren Verlauf klingt die Windgeschwindigkeit aber auch dort rasch ab. Modelltechnisch interessant an dem Beispiel ist, dass die Simulation nicht endgültig stationär wird, ohne aber instabil zu werden: An der Baumobergrenze bilden sich ständig neue Störungen des Geschwindigkeitsfeldes, die durch das Modellgebiet wandern und es über den Ausströmrand verlassen. Eine solche Störung ist auch im rechten Bereich der Abbildung 5.18a erkennbar. Die Ausprägung dieser Störungen lässt sich durch den im Kapitel 3.6 eingeführten Reduktionsfaktor  $f_{red}$  für den Zeitschritt (der im Programmcode von MUKLIMO\_3 als „dtfact“ benannt ist) be-

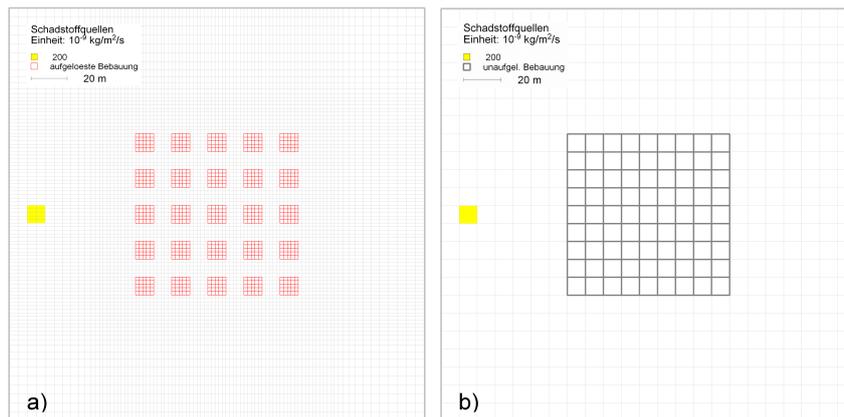


Abbildung 5.15: Gegenüberstellung der aufgelösten (a) und unaufgelösten (b) Modellierung eines Ensembles von 25 kubischen Blöcken mit 10 m Kantenlänge

einflussen, aber nicht gänzlich unterdrücken: Für die Abbildung 5.18b wurde er von 0.1 auf 0.6 hochgesetzt, was eine deutlich stärkere Ausprägung der Störungen zur Folge hat. Gerechnet wurden in beiden Fällen 4 000 Zeitschritte. Für  $dtfact=0.8$  schließlich wird die Simulation gänzlich instabil.

Die Wirkung einer inselhaft erhöhten Bodenrauigkeit auf die atmosphärische Strömung wird im Beispiel „*Rauigkeitsinsel*“ (ohne Abbildung, Konfigurationsdateien im Unterordner „*ROUGISLD*“) demonstriert.

Das Beispiel „*Werksgelände mit 2 Quellen*“ (im Unterordner „*INDREGION*“), dessen Gebäudeanordnung schon zuvor in der Abbildung 5.4 gezeigt wurde, ist ursprünglich für einen Vergleichstest von Modellen zur Gebäudeumströmung (Röckle and Richter, 1995) konzipiert worden. Es simuliert den Wind in einem mit zahlreichen, unterschiedlich hohen Gebäuden bestückten Modellgebiet. Sodann werden nacheinander 2 Punktquellen eingeschaltet, eine auf einem Dach und die andere am Boden befindlich, und die Schadstoffausbreitung berechnet.

Die Konfigurationen „*Gaussberg*“ und „*Meteorkrater*“ (Unterordner „*GAUSSHILL*“ bzw. „*METCRAX*“) sind Beispiele für Windfeldsimulationen in orographisch strukturierten Modellgebieten ohne Bebauung, zum einen für ein idealisiertes und zum anderen ein reales Gelände. Die Konfiguration „*Gaussberg*“ wird dabei zu einem Vergleich der beiden unterschiedlichen Modellierungstechniken der Orographie herangezogen, zum einen als blockförmiges Gelände (siehe Kap. 5.7.3.1) (Beispiel „*Gaussberg (mit h0\_file modelliert)*“) und zum anderen vermittels einer Höhen-Rasterdatei mit „abgemilderten“ Stufen (Beispiel „*Gaussberg (Gelaendebloecke)*“), vergleiche auch Kap. 5.8.2). Die Unterschiede werden vermittels eines „Tracers“ verdeutlicht, siehe die Abbildung 5.20. Vorab sei angemerkt, dass die Ergebnisfelder sich stark ähneln. Leider ist die Grafik von MUKLIMO\_3 nicht detailliert genug, um die tatsächlich vorhandene Glättung der orographischen Stufen auf der rechten Seite der Abbildung auch anzuzeigen. Wird jedoch das Augenmerk auf die Nähe der Tracerquelle gerichtet, die in der genannten Abbildung unmittelbar vor einer (unechten) Geländestufe platziert ist, so werden Unterschiede

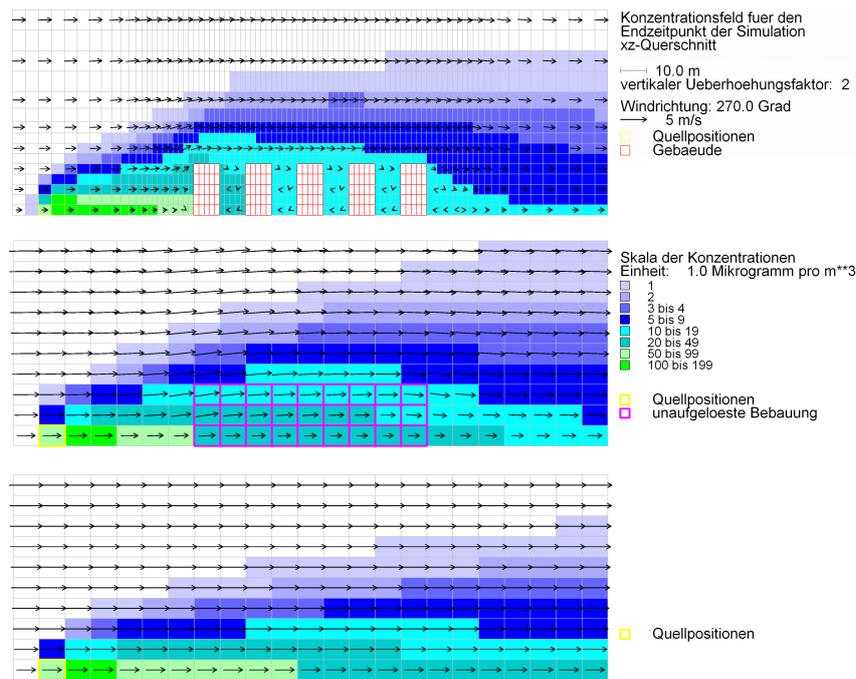


Abbildung 5.16: Resultate für den Wind und die Konzentration einer Luftbeimengung für die aufgelöste (a) und unaufgelöste (b) Modellierung eines Ensembles von 25 kubischen Blöcken. Das Resultat (c) gehört zu einer Vergleichssimulation mit fehlender Bebauung. Die Abbildung zeigt zentrale Querschnitte des Modellgebiets.

erkennbar: Die höheren Konzentrationen in Quellnähe auf der linken Hälfte der Abbildung 5.20 zeigen an, dass der Wind durch die Stufigkeit der Orographie zusätzlich abgebremst wird, was den Abtransport der Beimengung weniger effektiv macht. Die Geländemodellierung vermittelt eines Höhenrasters mit Glättung der Stufen verdient deshalb den Vorzug. Sie ist ohnehin gegenüber der Blockmodellierung die besser handhabbare Methode. Letztere ist mehr von modellhistorischem Interesse. Konsequenterweise beruht die Modellierung des Beispiels „*Meteorkrater*“ denn auch auf einer Höhen-Rasterdatei des Geländes. Die Abbildung 5.19 zeigt einen Längsschnitt des resultierenden Windfeldes über dem Kratergelände.

Die Beispielkonfiguration „*Autobahnabschnitt*“ (Unterordner „*AUTOBAHN*“) verbindet die Modellierung aufgelöster und unaufgelöster Bebauung sowie von Orographie mit der Ausbreitungssimulation für atmosphärische Beimengungen. Modelliert ist ein Autobahnabschnitt in der Nähe eines „Dreiecks“, der durch teilweise bebauten Gelände führt. Berechnet wird die vom Straßenverkehr ausgehende Schadstoffbelastung der Atmosphäre. Die erste von drei Quellenanordnungen (vgl. die Abbildung 5.21a) betrifft nur die Autobahn, eine zweite (nicht gezeigte) gehört zu den weniger stark befahrenen Stadtstraßen. Die dritte Quellkonfiguration verbindet beide Anordnungen. Die modellierten Quellstärken beruhen auf geschätzten Verkehrsstärken der einzelnen Straßenabschnitte bei einem Emissionskoeffizienten (emittierte Schadstoffmenge eines Einzelfahrzeugs pro Fahrstrecke) von 2 g/km eines nicht näher spezifizierten Schadstoff-

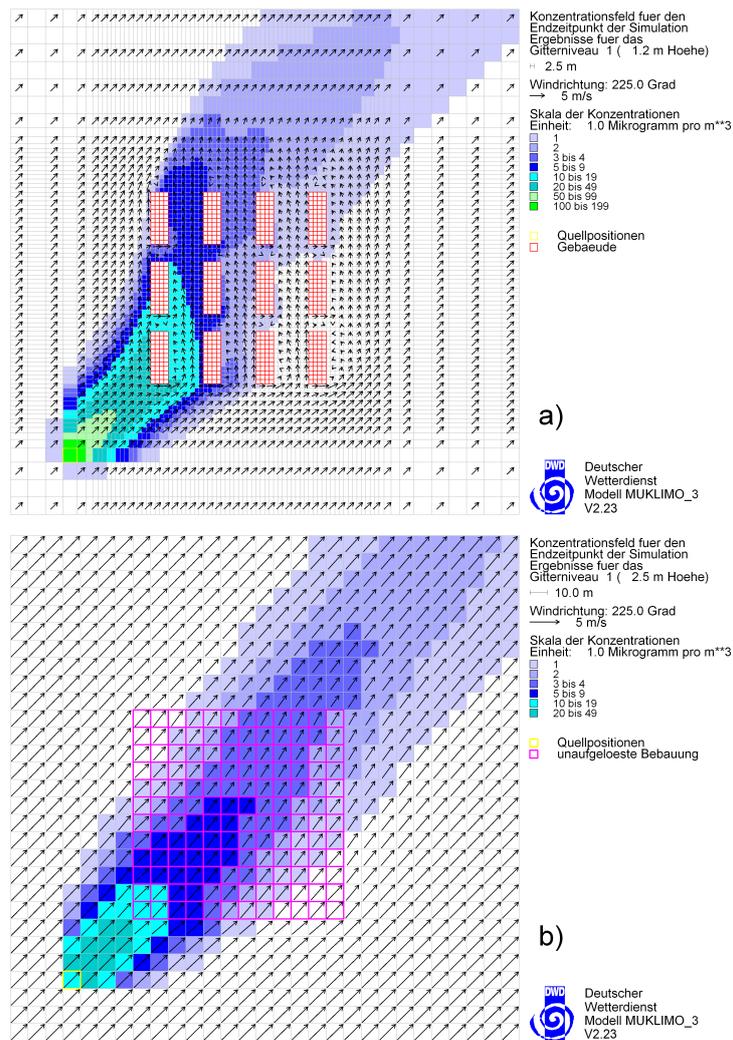


Abbildung 5.17: Resultate für den Wind und die Konzentration einer Luftbeimengung im Bereich von schräg angeströmter „gerichteter“ Bebauung, die zum einen aufgelöst (a) und zum anderen unaufgelöst (b) modelliert ist.

fes. Die Abbildung 5.21b zeigt beispielhaft das bodennahe Windfeld im Ausschnitt mitsamt Schadstoffkonzentrationen für eine Ostanströmung von 5 m/s. Ihr liegt die „Quellkonfiguration c“ zugrunde, d. h. es ist sowohl der Autobahn- als auch der Straßenverkehr berücksichtigt.

Zu den Beispielen „Weinbaugegend Gesamtgebiet“ und „Weinbaugegend Teilgebiet“ (Unterordner „WINEYARD“) siehe auch das Kapitel 5.8.4. Die Abbildung 5.22a zeigt Resultate für das Gesamtgebiet bei Anströmung aus Ost im  $xz$ -Schnitt. Der horizontale Ausschnitt entspricht dem „Teilgebiet“. Im unteren Teil b) sind in dieselbe Abbildung die Resultate für den Kernbereich des verfeinerten Modells eingeblen-det.

Die Abbildung 5.23 zeigt ein Beispiel zur Nutzung des LNK-Modus von MUKLIMO\_3 (Landnutzungsklassen-Modus, siehe Kap. 5.8.3).

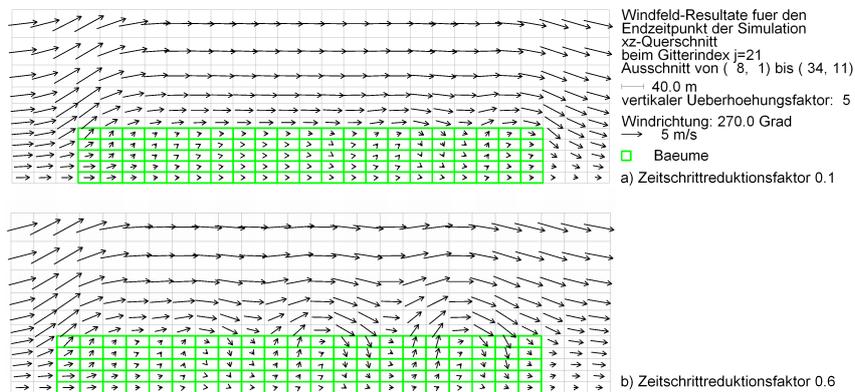


Abbildung 5.18: Ergebnisse für die Anordnung „*Beispiel mit Bäumen*“. Gezeigt ist ein begrenzter Längsschnitt durch das Modellgebiet bei 5-facher vertikaler Überhöhung.

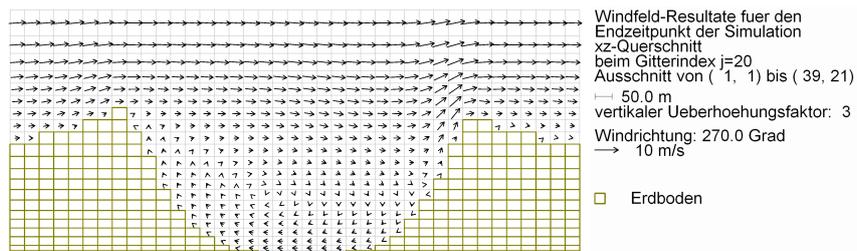


Abbildung 5.19: Windfeldresultat für das Beispiel „*Meteorkrater*“. Gezeigt ist ein Vertikalschnitt durch den zentralen Bereich des Kraters bei 3-facher vertikaler Überhöhung.

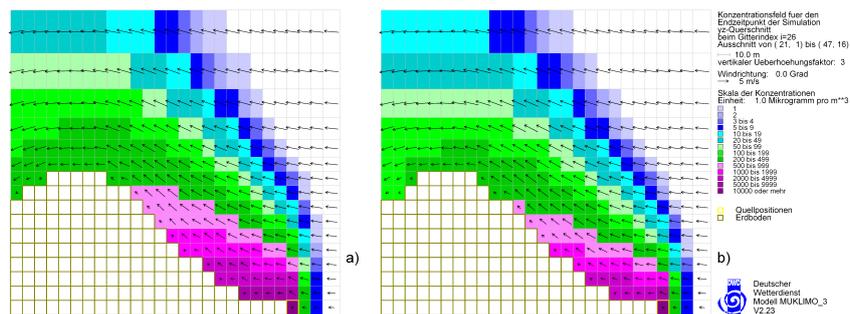


Abbildung 5.20: Modellbeispiel „Gaussberg“. Gezeigt ist ein Resultatsvergleich für unterschiedliche Modellierungen der Orographie, zum einen als blockförmiges Gelände (a) und zum anderen vermittelt einer Höhen-Rasterdatei (b).

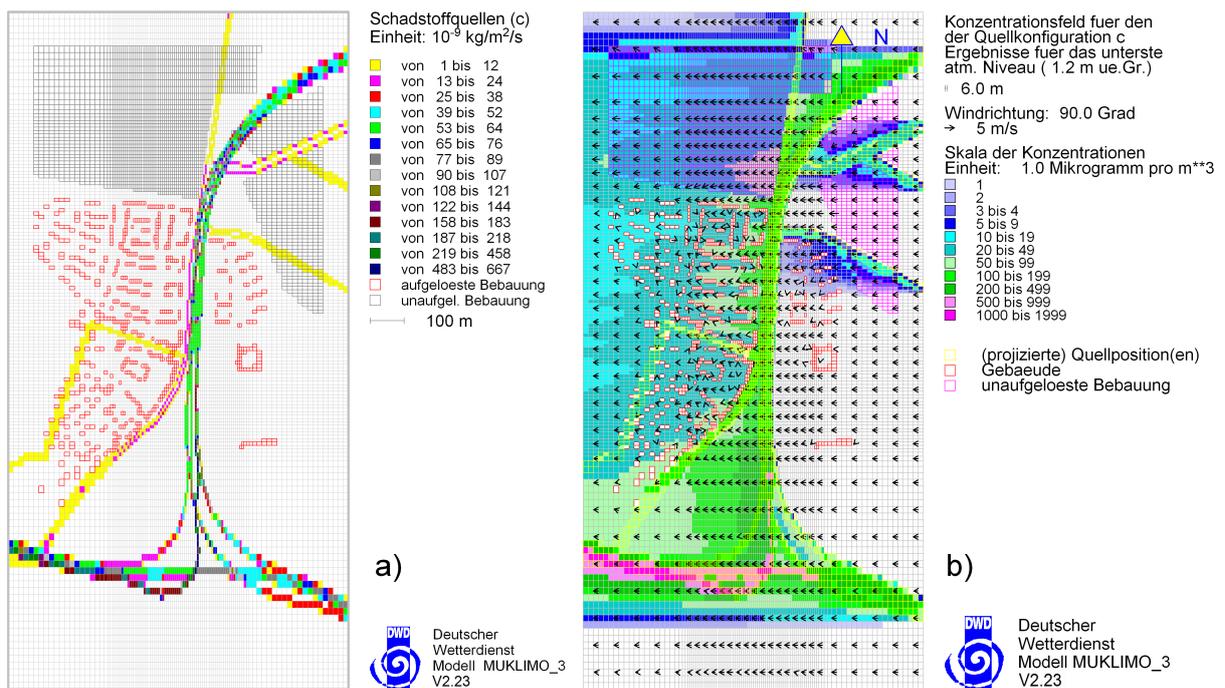


Abbildung 5.21: Modellbeispiel „Autobahnabschnitt“. a) Modellordnung mit Verteilung der Schadstoffquellen (Autobahn plus Stadtstraßen). b) Modellresultat für den Wind und die Schadstoffkonzentrationen bei einer Anströmung aus Ost mit 5 m/s.

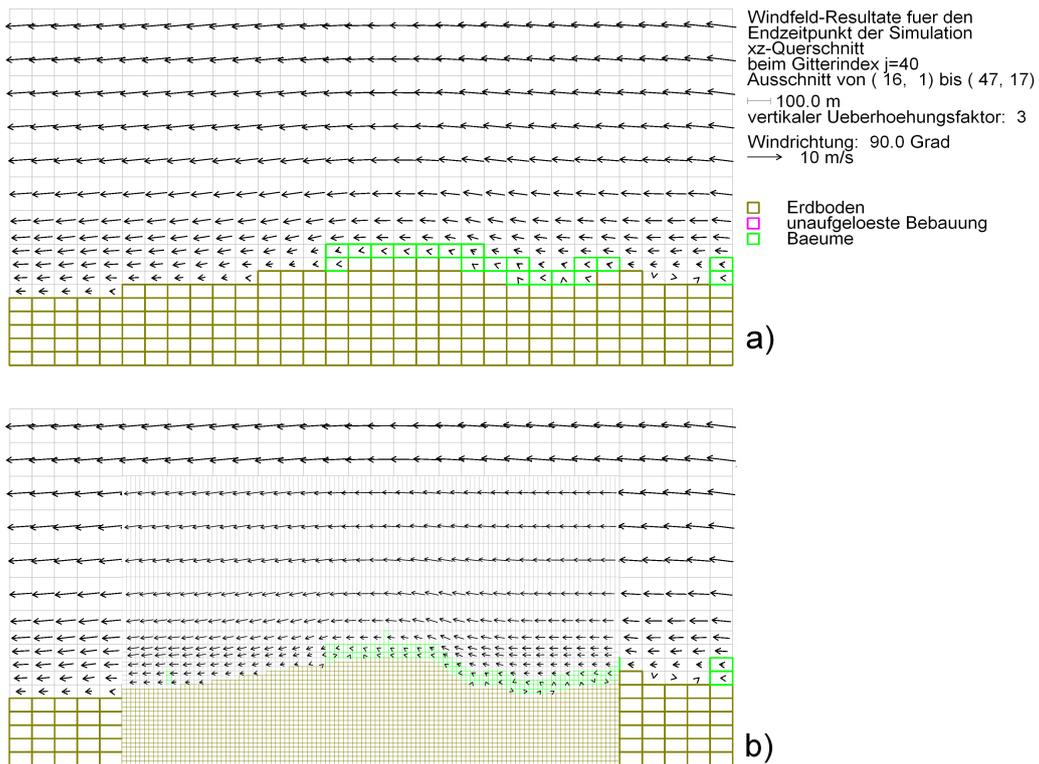


Abbildung 5.22: Modellbeispiel „Weinbauggebiet“. Der Teil a) zeigt Resultate des „umfassenden“ Modells für das Gesamtgebiet im Ausschnitt. In b) sind in dieselbe Abbildung Resultate für den Kernbereich des „verfeinerten“ Modells für das „Teilgebiet“ eingeblendet.

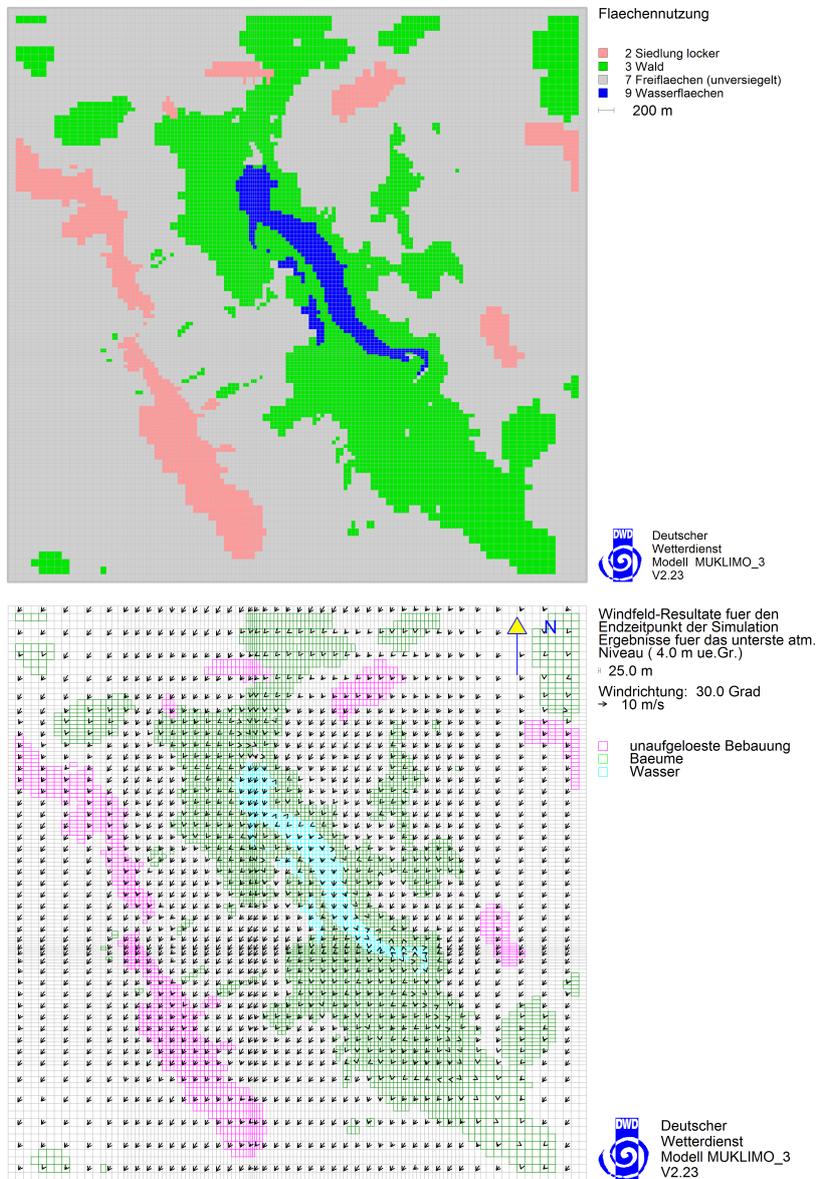


Abbildung 5.23: Modellbeispiel zum Landnutzungsklassenmodus. Oben flächennutzung, unten Resultat Windfeldsimulation.

## **Danksagung**

Der Autor dankt dem Deutschen Wetterdienst für die Unterstützung bei der Erstellung dieses Berichts und die Möglichkeit zu seiner Veröffentlichung. Dank gebührt auch den früheren Kolleginnen und Kollegen des Zentralen Klimabüros, die durch ihre vielseitige Unterstützung die ständige Erweiterung und Verbesserung des Modells mit ermöglicht haben. Hervorzuheben sind Marita Roos und Barbara Früh für ihre Anregungen und Korrekturvorschläge zum Bericht.



# Literaturverzeichnis

- Aziz, K. J. and D. Hellums, 1967: Numerical solution of the three-dimensional equations of motion for laminar natural convection. *Phys. Fluids*, **10**, 314–324.
- Blackadar, A. K., 1962: The vertical distribution of wind and turbulent exchange in a neutral atmosphere. *J. Geophys. Res.*, **67**, 3095–3102.
- Bornstein, R. D., 1975: The two-dimensional URBMET boundary layer model. *J. Appl. Met.*, **1**, 201–226.
- Bornstein, R. D., S. Klotz, U. Pechinger, R. Salvador, R. Street, L. J. Shieh, F. Ludwig, and R. Miller, 1986: Application of linked three-dimensional PBL and dispersion models to New York City. *Air Pollution Modeling and its Application V*, Plenum Press, New York, 543–564.
- Ehrendorfer, M., M. Hantel, and Y. Wang, 1994: A variational modification algorithm for three-dimensional mass flux non-divergence. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **120**, 655–698.
- Eichhorn, J., R. Schrodin, and W. Zdunkowski, 1988: Three-dimensional numerical simulation of the urban climate. *Contr. Phys. Atmosph.*, **61**, 187–203.
- Groß, G., 1989: Numerical simulation of the nocturnal flow system in the freiburg area for different topographics. *Contrib. Phys. Atmosph.*, **62**, 57–72.
- Hirt, C. W. and J. L. Cook, 1972: Calculating three-dimensional flows around structures and over rough terrain. *J. Comp. Phys.*, **10**, 324–340.
- Richardson, S. M. and R. H. Cornish, 1977: Solution of three-dimensional incompressible flow problems. *J. Fluid. Mech.*, **82 Part 2**, 309–319.
- Roache, P. J., 1982: *Computational fluid dynamics*. Hermosa Publishers, Albuquerque N. M., 446 pp.
- Röckle, R. and C.-J. Richter, 1995: Ermittlung des Strömungs- und Konzentrationsfeldes im Nahfeld typischer Gebäudekonfigurationen – Modellrechnungen –. Tech. Rep. FZKA-PEF 136, Projekt Europäisches Forschungszentrum für Maßnahmen zur Luftreinhaltung im Forschungszentrum Karlsruhe, Postfach 3640, 76021 Karlsruhe, Germany.
- Roth, U., 1980: Wechselwirkung zwischen der Siedlungsstruktur und Wärmeversorgungssystemen (Interaction between settlement structure and heat supply systems). *Schriftenreihe*

*Raumordnung*, Bundesministerium für Raumordnung, Bauwesen und Städtebau (BMBau), Forschungsprojekt BMBau RS II 4-70 41 02-77. 10.

Sasaki, Y., 1958: An objective analysis based on the variational method. *J. Meteor. Soc. Japan*, **36**, 77-88.

Sherman, C. A., 1978: A mass consistent wind field over complex terrain. *J. Appl. Meteor.*, **17**, 312-319.

Sievers, U., 1995: Verallgemeinerung der Stromfunktionsmethode auf drei Dimensionen (Generalization of the streamfunction-vorticity method to three dimensions). *Meteorol. Z.*, **N.F. 3**, 3-15.

———, 2010: Das Windfeld- und Ausbreitungsmodell MUKLIMO\_3 – Report zu den Validierungsrechnungen gemäß der VDI-Richtlinie 3783, Blatt 9. Tech. rep., Deutscher Wetterdienst, Klima- und Umweltberatung, Offenbach.

Sievers, U. and W. Zdunkowski, 1986: A microscale urban climate model. *Contr. Phys. Atmosph.*, **59**, 13-40.

Thyer, N. H., 1966: A theoretical explanation of mountain and valley winds by a numerical method. *Arch. Met. Geoph. Biocl.*, **A 15**, 318-347.

VDI, 2005: Umweltmeteorologie - Prognostische mikroskalige Windfeldmodelle - Evaluierung für Gebäude- und Hindernisströmung (Environmental meteorology - Prognostic microscale wind field models - Evaluation for flow around buildings and obstacles). *VDI-Richtlinie 3783 Blatt 9*, Beuth-Verlag, Berlin.

# Anmerkungen

Fragen zum Bericht und zum Modell richten Sie bitte an den Herausgeber:

Deutscher Wetterdienst  
Zentrales Klimabüro  
Frankfurter Str. 135  
63067 Offenbach

Tel.: 069/8062-2990  
Fax: 069/8062-2993  
Email: [klima.offenbach@dwd.de](mailto:klima.offenbach@dwd.de)  
Internet: [www.dwd.de](http://www.dwd.de)

Alle Rechte an der PC-Basisversion von MUKLIMO\_3 liegen beim Deutschen Wetterdienst.

Alle Programme und Daten der zusammen mit dem vorliegenden Bericht erhältlichen Testversion sind urheberrechtlich geschützt.

Die Nutzung der Testversion und ihrer Fallbeispiele ist ausschließlich für Demonstrationen und für Tests gestattet. Mit Hilfe der Testversion eigens angelegte Projekte sind ausschließlich für nicht-kommerzielle Anwendungen im Bereich Forschung und Lehre gestattet. Ein Forschungsprojekt ist im Sinne dieser Nutzungsbedingungen nicht kommerziell, wenn alle erzielten Ergebnisse entgeltfrei zugänglich gemacht und in der Folge publiziert werden. Zur Berufsausbildung zählt die Ausbildung an allgemein- oder berufsbildenden öffentlichen und privaten Schulen, in denen Unterricht nach staatlich genehmigten Lehrplänen erteilt wird, die Fachschul- oder Hochschulausbildung sowie die praktische Berufsausbildung in einem staatlich anerkannten Ausbildungsberuf.

Die Programme und Daten wurden mit größter Sorgfalt erstellt. Trotz gewissenhafter Überprüfung wird für etwaige technische und inhaltliche Fehler sowie deren Folgen keine Haftung übernommen.



# Anhang A

## Standard-Eingabedatei

Zur Information über die Variablen der *Eingabedatei*, ihre Bedeutung und ihre Voreinstellungen ist im Folgenden die Datei „*standard.in*“ mit ihren (englischen) Kommentaren wiedergegeben:

```
***** INPUT NAMELIST for MUKLIMO3 *****
defining the model structure of the example "single building"
Date of last change: Oct 20, 2011 corresponding to version r2.23
C
***** block "output" *****
short description of variables:
xtension character string of up to three characters which
         appears as file name extension of the result files.
         Default is ident='res'
commres up to 5 lines of comment which appears in the header
         of the result files. Default comment is
         commres(1)='TEST example',commres(2..5)=' '
directry string variable, up to 80 characters, gives the directory
         where the output files shall be written in. Default is the
         "actual directory"
khout output or no-output of the exchange coefficient field.
         Default is khout=.false. (no-output).
uvwcompl logical variable deciding whether the complete fields of
         all 3 velocity components are given out (additional to the
         lowest atmospheric level values of the horizontal
         components). Default is uvwcompl=.false.
ccompl logical variable deciding whether the complete field of
         concentration is given out (ccompl=.true.) additional to the
         lowest atmospheric level values or not (ccompl=.false.).
         Default is ccompl=.false.
psiout output of the 3d stream function component fields
         psi1 and psi2 field yes or no.
         Default is psiout=.false. (no output).
giiout output of 3d stream grid struture field being one at
         atmospheric points and zero otherwise.
```

```

        Default is giiout=.false. (no output).
href      specifies a height level in m for the wind field result
          output (Default: No output of a special height is produced)
irefl1,jrefl1
          previously horizontal target point grid indices for extra
          output. Presently without effect, to be removed
+++++++ exemplary specifications ++++++++
&output
  xtension = 'bsp',
  commres='TEST example',
           'air flow around a single building',
           'with 8 pollution sources',
           'surrounding the building symmetrically',
  khout=.true.,
  uvwcompl=.true.,
  ccompl=.true.,
  directry='results\test'
/end
+++++++ end block "output" ++++++++
C
***** block "grid" *****
short description of variables:
n1d      number of grid layers in 1d model (maximum n1max-1)
nadd     number of additional grid rows at the lateral sides
          of the model region, default nadd=1
m        number of grid points in x-direction
          (maximum nxmax-2*nadd)
l        number of grid points in y-direction
          (maximum nymax-2*nadd)
n        number of vertical grid layers of 3d model
          (maximum nzmax-1;n must not be bigger than n1d)
n01d     ground level index of the 1d preprocessing model
          defining the number of grid cells by which its
          ground level is elevated (default n01d=0)
dz1d(k);k=1,..n1d  dimensions of vertical grid layers;
          missing specifications
          are substituted by repeating the preceding values:
          missing specification dz1d(k) --> dz1d(k)=dz1d(k-1)
dx(i); i=1,..,m    length of grid cells in x-direction
          missing specification dx(i) --> dx(i)=dx(i-1)
          missing specification dx(1) --> error
dy(j); j=1,..,l    length of grid cells in y-direction
          missing specification dy(j) --> dy(j)=dy(j-1)
          missing specification dy(1) --> error
o_file     rectangle file defining the orographic height

```

structure of the model region. Each record defines a rectangular region of unique height by specifying the quantities `ii,i1,i2,j1,j2,ident,h` (to be read by `*-format`) with:

`ii`=record identifier, e.g. current number of record;  
`ii<0` indicates EOF  
`i1`=grid index of the left boundary of the rectangle region  
`i2`=grid index of the right boundary  
`j1`=grid index of the lower boundary  
`j2`=grid index of the upper boundary  
`ident`=identification number characterizing "orography" (must be "1")  
`h`=absolute height of rectangular region  
Default is `o_file=' '` meaning no orography at all, i.e. `h=hbasis` everywhere

`hbasis` basic height of the model region (meaningful in connection with orographically structured model regions).  
Default: The height of the first data record of `o_file` is taken as basic height of the model region

`h0_file` grid height file as alternative possibility to introduce orography into the model region containing `l+1` lines and `m+1` columns of height values; note: values belong to the edges of the grid cells  
Specification of `h0_file` dominates that of `o_file`.  
Note:  
If you specify the orography by means of a `h0_file`, the ground is no longer modeled as a terrace-like structure, but instead of this the lowest grid distances above the lateral sides of the horizontal grid cells are stretched or compressed in such a way that the model ground height coincides with the values of the `h0_file`. The air flow boundary conditions are satisfied (by means of interpolation) at these intermediate positions instead of the regular grid positions.

`b_file` rectangle file defining the resolved buildings of the model region. Each record defines a rectangular block of unique height by specifying the quantities `ii,i1,i2,j1,j2,ident,h` (to be read by `*-format`) with `ii, i1, i2, j1, j2` as before and with `ident=2` identification number characterizing resolved buildings with height relative

```

        to the ground
        h=building height over ground in m (real or
          integer) with the "ground" height taken
          as the mean height of the four horizontal
          edge cells of the building
or with
        ident=102 identification number characterizing
          resolved buildings by their number of
          storeys
        h=number of storeys (integer).
Wall-like obstacles are obtained by specifying i1=i2
(y-parallel wall) or j1=j2 (x-parallel wall). Such
obstacles, though extensionless in one horizontal
direction, are impenetrable for air flow in that
direction. Elevated obstacles are characterized by
ident=12. The content of a record then is
ii,i1,i2,j1,j2,h0,h1 with
        h0: lower hight of the obstacle in m
        h1: upper hight of the obstacle
In modelling the obstacle, h0 and h1 are displaced
to the next regular grid height.
Note: Specifying h1=h0 produces an obstacle
with no vertical extension.
Default: b_file=' '.
Additional parameters relating the model region to a "map":
phi0 :          if the model region is rotated against geographic N:
                angle in degree by which the y-axis of the model is
                rotated clockwise against N.
                Default: phi0=0, i.e. the y-axis corresponds to N
xrmap,yrmap     map coordinates of the origin of the model region
                (or another reference point within the model region)
                in m Default: xrmap=yrmap=0.
xrmodel,yrmodel: In case that the reference point is not the origin:
                Coordinates of the reference point related to the
                model grid.
                Default: xrmodel=yrmodel=0.
+++++ exemplary specifications +++++
&grid
  n1d=21, m=28, l=28, n=9,
  dx =  2*10.,8.,6.,20*4.,6.,8.,2*10.,
  dy =  2*10.,8.,6.,20*4.,6.,8.,2*10.,
  dz1d =  6*4.,5.,6.,8.,10.,12.,16.,9*20.,
  b_file = 'examples/test/test.b',
  phi0=0.
/end

```

```

+++++++ end block "grid" ++++++
C
***** block "rough" *****
short description of variables:
z01d : ground roughness length of 1d model (in m, default z01d=0.1)
z0b : unique ground roughness length of 3d model
      (in m, default z0b=z01d)
z0d : roughness length of the roofs of buildings
      to be given in m; default z0d=0.05)
z0w : roughness length of the walls of buildings
      to be given in m; default z0d=0.05)
z0_file: rectangle file defining model regions where the roughness
length differs from the general value z0b. Each record defines
a rectangular region of unique roughness by specifying the
quantities ii,i1,i2,j1,j2,ident=3,z0 (to be read by *-format)
where z0 is the roughness length in m. Default is z0_file=' '.
z0_raster: Grid file containing roughness lengths in m. This is an
alternative possibility to introduce roughness values into the
model (z0_file and z0_raster must not be used together).
z0_raster specifies the grid point values of the
roughness length of the ground. The values are arranged to an
array of l rows and m columns. They must be separated
from one another and be arranged as looking onto a map.
Leading "comment" rows (first essential character not a number)
are allowed.
+++++++ exemplary specifications ++++++
&rough
  z01d= 0.03,
  z0d = 0.03,
  z0w = 0.03,
/end
+++++++ end block "rough" ++++++
C
***** block "unresvd" *****
short description of variables:
kunres1d: defines the type of unresolved built-up in the 1d preprocessing
model. Default is kunres1d=0 meaning there is no unresolved
built-up in 1d model.
Added note: It is recommended that the 1d preprocessing model
remains free of buildings
u_file: rectangle file of unresolved built-up. The records have the
content: ii,i1,i2,j1,j2,kenn=4,type, where type characterizes
the kind of built-up. type=1 to type=27 are predefined as
TYPE = 1..3 --> one and more-family house region of low density
TYPE = 4..6 --> Village centre or one-family house region of

```

high density

TYPE = 7..9 --> row-house region  
 TYPE = 10..12 --> long buildings of mean density  
 TYPE = 13..15 --> long buildings of high density with singular  
                   tall buildings  
 TYPE = 16..18 --> closed blocks of more-family houses  
                   (in cities)  
 TYPE = 19..21 --> City built\_up from the midth of 19th century  
 TYPE = 22..24 --> medeval old town  
 TYPE = 25..27 --> industrial built\_up  
 The three numbers belongig to each type correspond to low, mean  
 and high density.

In addition the types type=28 to type=50 may be defined by  
 the user by specifying the quantities

vg1(type): mean fraction of the ground area occupied by  
                   buildings; nondimensional, values between 0 and 1  
 wf1(type): mean wall density; to be given in  $m^2/m^3$   
 h1(type): mean building height in m  
 alpha(type): preferred direction of air flow through the  
                   built-up, measured in degrees clockwise against N  
 a(type): between 0 and 1; characterizes the degree  
                   of anisotropy.

For a mixed built-up with two types of characteristic buildings  
 (e.g. skyscrapers in an environment of lower buildings)  
 additionally the quantities

vg2(type)  
 wf2(type)  
 h2(type)

can be specified characterizing a second kind of buildings.

The values of the building fraction vg1 of the pre-defined  
 types 1 to 27 are

a) low density types:

TYPE	1	4	7	10	13	16	19	22	25
vg1	0.05	0.20	0.20	0.15	0.10	0.30	0.50	0.70	0.45

b) mean density types:

TYPE	2	5	8	11	14	17	20	23	26
vg1	0.15	0.25	0.25	0.18	0.15	0.35	0.60	0.75	0.60

c) high density types:

TYPE	3	6	9	12	15	18	21	24	27
vg1	0.20	0.30	0.30	0.20	0.20	0.40	0.70	0.80	0.70

The mean building heights h1 of the types 1 to 27 are

```

a) low density types:
TYPE      1      4      7      10      13      16      19      22      25
h1(m)     8      11     11     14     23     15     17     15     10
b) mean density types:
TYPE      2      5      8      11     14     17     20     23     26
h1(m)     9      11     11     18     38     16     20     18     13
c) high density types:
TYPE      3      6      9      12     15     18     21     24     27
h1(m)    11     11     11     21     54     18     24     22     17

```

The wall area density wfl of the pre-defined settlements types is internally calculated from the perimeter to base area ratio P2BA (in m\*\*2/m\*\*3) of a typical single building by means of the relation  $wfl = vgl * P2BA$  with the specifications

```

a) low density types:
TYPE          1      4      7      10      13      16      19      22      25
P2BA          0.180 0.220 0.150 0.180 0.165 0.150 0.080 0.080 .050
b) mean density types:
TYPE          2      5      8      11     14     17     20     23     26
P2BA          0.180 0.220 0.150 0.180 0.165 0.150 0.080 0.080 .050
c) high density types:
TYPE          3      6      9      12     15     18     21     24     27
P2BA          0.180 0.220 0.150 0.180 0.165 0.150 0.080 0.080 .050

```

Secondary building types and anisotropic arrangements are not pre-defined

```

+++++ exemplary specifications +++++
&unresvd
  u_file=' '
/end
+++++ end block "unresvd" +++++
C
***** block "foliage" *****
short description of variables:
  bf1:      mean leaf-area density of 1d model,
            given in m**2/m**3. Default is bf1=0.
  hf0:      lower height of the foliage in m with regard
            to the ground
  hf1:      upper height of the foliage in m with regard to
            the ground
  f_file:   rectangular file of foliage in 3d model.
            Data records must have the content:
            ii,i1,i2,j1,j2,kenn=5,h0,h1,bf.

```

```

                Default is f_file=' '.
+++++ specifications +++++
&foliage
  f_file = ' '
/end
+++++ end block "foliage" +++++
C
***** block "pollution" *****
short description of variables:
pollut          logical variable deciding whether pollution shall be
                  simulated or not. Default is pollut=.false.
s_file(1..10)   Up to 10 source files for the simulation of different
                  source distributions. Each record must contain the
                  quantities ii,i,j,k,s where i,j,k are the grid indices
                  of source position and s is the source strength
                  in kg/s. A record identifier ii<0 indicates EOF.
cfact           scaling factor for the output. Default is cfact=1
                  meaning that results are given out in micrograms/m**3
                  (if the sources are given in kg/s)

```

For compatibility of the input file with the programme TRAFER in addition the following variables may occur:

emissfac(1..100): emission factor on the correspondig street section, given in g of the pollution substance per km and per car

trafficed(1..100): traffic density on the corresponding street section given in "mean number of cars per day"

They are used only by TRAFER for pre-processing purposes.

```

+++++ exemplary specifications +++++
&pollution
  pollut=.true.,
  s_file(1)='examples\test\test.s'
/end
+++++ end block "pollution" +++++
C
***** block "windexch" *****
short description of variables:
wind            wind velocity of the 1d model in m*s**-1, default wind=5.
hwin           reference height in (m) for the given velocity with
                  regard to the ground level of the velocity reference point.
                  Default hwin=10.
xref,yref      horizontal map coordinates of the reference position
                  of the prescribed wind velocity. Default: undefined, i.e.
                  the velocity "wind" is applied to the 1d model.

```

Caution

Prescribing the wind velocity (by specifying `xref` and `yref`) at an internal point of the model region includes a risk of producing unstable simulations. In some cases this is due to the somewhat uncertain method by which the prescribed velocity value internally is extrapolated indicate to the top of the model, but the instability may also that the prescribed wind direction is incompatible with the local conditions of built-up or orography and naturally could not occur.

`phiwin(36)` field of wind directions to be simulated, measured in degrees clockwise against N. Default is `phiwin(1)=0.`, `phiwin(2..36)` undefined

`nwiri` total number of wind directions which shall be simulated. Default 12

`dphiwin` increment of wind direction in degrees (if a couple of wind directions with constant increment shall be simulated). In that case it is sufficient to specify only the first direction `phiwin(1)` together with `nwiri` and `dphiwin`. Default is `dphiwin=30`. Explicit

specification of `phiwin(i>1)`, however, overrules the specification of adding `dphiwin` to the preceding direction  
`f` Coriolis-Parameter in `s**-1`, default `f=1.e-4`

`hkonv` height in m of the (convective) mixing layer. Within this layer the upper limit of the mixing length is taken as `max(0.1*hkonv, 10 m)`. For `z>hkonv` the limiting value of the mixing length is 10 m.  
Default: `hkonv` is undefined

`xlb` Blackadar mixing length, default: negative value meaning undefined. If undefined, `xlb` is specified as `xlb=0.1*hkonv`

`istab` alternative possibility of introducing stability with four predefined values corresponding to:

- `istab<-1`: unconditionally unstable (`hkonv=1.e6 m`)
- `istab=-1`: neutral-unstable (`hkonv=1000 m`)
- `istab=0`: neutral stable (`hkonv=300 m`)
- `istab>0`: stable (`hkonv=100 m`)

Specification of `hkonv` overrules specification of `istab`.

Default: `istab=-1`

+++++ exemplary specifications +++++

```
&windexch
  hwin = 10.,
  wind = 5.,
  phiwin = 0.,
  dphiwin = 45.,
```

```

    nwiri=2,
    f = 0.,
    hkonv = 300.
/end
+++++ end block "windexch" +++++
C
***** block "perform" *****
short description of variables:
graphcon    logical; switches "graphic control" on (graphcon=.true.)
             or off (graphcon=.false.) Default is graphcon=.true.
ianimat     integer; number of integration steps after which the graphic
             animation picture is renewed, default is ianimat=10
dt1d        timestep of 1d preprocessing model in s,
             default is a negative value meaning "undefined". If not
             specified by the user, a plausible value is internally
             calculated
min1d       total integration time of 1d model in min, default is
             a negative value meaning "undefined". If not specified
             by the user, a plausible value is internally calculated.
dt3d        timestep of the 3d wind field integration in s,
             default is a negative value meaning "undefined". If not
             specified by the user, dt3d is calculated dynamically
             from stability criteria
dtfact      factor, by which the 3d timestep of wind field integration
             is diminished against the maximum value allowed by stability
             criteria. This maximum cannot fully be exhausted due to
             feed-back effects between vorticity, velocity and exchange
             coefficients. Default is dtfact=0.4
imax        maximum number of integration steps for wind field simulation
             (if stationarity is not reached previously).
             Special values:
             imax=0: simulation stops after initialization of 3d fields
             imax=-1:simulation stops after 1d model has finished
             imax not specified: the model uses imax=300
diffstat    relative accuracy of wind field simulation defining
             "stationarity".
             Compared is the maximum change per timestep of velocity values
             of the actual integration step against the corresponding value
             of the first integration step. If the ratio stays 4 times in
             sequence below this value, the simulation is finished as
             "stationary". Default is diffstat=0.01.
minpoll     maximum integration time of dispersion in min
             (if stationarity is not reached previously). If not specified,
             the model uses an internal value dependent on grid dimensions
             and velocity.

```

pollstat relative accuracy of dispersion simulation required for "stationarity". Compared is the change of the total pollution content within the model region against the emission per timestep. Default value: pollstat=0.01.

lnkmodus logical variable for switching the LNK-modus (LandNutzungsKlassen) on; default: lnkmodus=.false.

windows7 logical variable: windows7 enables the MUKLIMO program to run under the Windows 7 platform. Otherwise the graphic control as well the presentation of results fail. Default: windows7=.false.

Additional variables for the "nesting" of two models (still experimental):

a) superior model (coarse resolution):

topres logical variable with topres=.true. indicating that a result file with values at a given height (identical with the top boundary of the subordered model) shall be produced. Default: topres=.false.

ntop vertical index of the result level. Default: ntop=0 meaning specification is required

b) subordered model (smaller extension, fine resolution):

readtop: logical variable with readtop=.true. indicating that the top boundary values shall be read from a file Default: readtop=.false.

dirtop folder of the topres result file

xtentop filename extension of the topres result file (up to 3 characters)

Additional "expert" variables with regard to the stream function solution algorithm:

itanz number iteration loops at each integration step for the iterative solution of the stream function equation. Default value: itanz=30

sur\_param internal "successive under-relaxation" parameter of the stream function solution algorithm

+++++ exemplary specifications +++++

```
&perform
  graphcon=.true., animation=.true.,
  dt1d = 1.,
  min1d = 600,
  dtfact=0.5,
  diffstat=0.01,
  minpoll=3,
  pollstat=0.002,
/end
```

```

+++++++ end block "perform" ++++++
C
***** block "lnk" *****
This block is needed only when "lnkmodus" (in block "perform") is .true.
short description of variables:
fn_file      landuse file; no default
ndigits      digits per datum in fn_file, default: ndigits=0;
              specifying ndigits=0 means that the data of fn_file
              are read in fortran *-format
z0_lnk       field of z0-values (in m) for the various landuse types
h_built      field of mean building height (in m) for the various
              landuse types;
              to be set zero for types without built-up
porosity     field of mean built-up porosity (non-dimensional)
              for the various landuse types
wai          field of wall area indexes (non-dimensional) for a typical
              building of the various landuse types
              to be set zero for types without built-up
h_forest     field of mean tree height (in m) for the various
              landuse types;
              to be set zero for types without forest
There may be defined up to 9 different land-use types
The defaults are
type  description          z0_lnk  h_built  poros.  wai  h_forest  xlai
1  high density built-up    0.1    15     0.7    2.7    0    0
2  low density built-up    0.1     8     0.88   2.8    0    0
3  forest                   0.1     0     1      0     16   3.2
4  park area                 0.08    0     1      0     16   0.64
5  high density industrial area 0.1    20     0.45   0.9    0    0
6  low density industrial area 0.05   12     0.7    1.5    0    0
7  freeland                  0.05    0     1      0     0    0
8  traffic areas             0.01    0     1      0     0    0
9  water, humid areas        0.001   0     1      0     0    0
+++++++ exemplary specifications ++++++
&condor
  fn_file=' '
/end
+++++++ end block "lnk" ++++++

```

# Anhang B

## Validierung gemäß VDI-Richtlinie 3783

### Blatt 9

#### B.1 Einleitung

Zur Validierung des kleinskaligen Strömungsmodells MUKLIMO\_3 wurden Testrechnungen gemäß der VDI-Richtlinie 3783, Blatt 9 (VDI, 2005) durchgeführt und analysiert. Dieser Bericht gibt die dabei gewonnenen Ergebnisse und Erkenntnisse wieder. Die den Testrechnungen zugrunde liegende Fassung des Modells ist die PC-Basisversion von MUKLIMO\_3 (nur Strömung und Ausbreitung). Sie wurde im Verlauf der Validierungsrechnungen bis zur Version V2.20 weiterentwickelt. Die der Beschreibung von Kapitel 5 zugrunde liegende Modellversion V2.23 weist keine für die Validierungsrechnungen relevanten Unterschiede gegenüber der Version V2.20 auf. Die Resultate behalten deshalb ihre Gültigkeit.

#### B.2 Allgemeines

##### B.2.1 Nachvollziehbarkeit

Bestandteil des originalen Validierungsberichts (Sievers, 2010) ist eine Daten-CD. Sie enthält die PC-Basisversion von MUKLIMO\_3 in der Fassung V2.20, sowohl als ausführbares Programm wie auch im Quellcode. Darüber hinaus umfasst sie die Resultate wie auch die Eingabe- und Konfigurationsdateien sämtlicher Testsimulationen, außerdem die zugehörigen Auswerteprogramme mitsamt ihren Ergebnissen. Der hier präsentierte Bericht ist eine zusammenfassende Darstellung dieser Resultate.

##### B.2.2 Dimensionierungen

Die Modellgleichungen von MUKLIMO\_3 setzen an sich nur die Verwendung eines in sich konsistenten Systems physikalischer Einheiten voraus. Die Ein- und Ausgaberroutinen jedoch teilen diese Beliebigkeit nicht und legen das Programm auf das mks-System fest. Für die Konsistenz der Eingabegrößen mit dem Programm MUKLIMO\_3 ist also zu verlangen, dass alle in

der *Eingabedatei* eines Projekts festzulegenden Größen (Längen, Geschwindigkeiten, Zeiten) im mks-System anzugeben sind.

### B.2.3 Online-Kontrollen

Das Modell MUKLIMO\_3 besitzt eine *grafische Animation*, die (normalerweise alle 10 Integrationsschritte) das gerade aktuelle horizontale Geschwindigkeitsfeld des untersten atmosphärischen Niveaus anzeigt. Diese Animation stellt ein hervorragende Online-Kontrolle dar, die fast alle numerischen Fehlentwicklungen des Geschwindigkeitsfeldes erkennen lässt.

Zur zusätzlichen Kontrolle des numerischen Verhaltens der Simulation wird mit jeder Erneuerung der Animation ein *Stationaritätsparameter* ausgegeben, der (im Prinzip) die maximalen Änderungen des aktuellen Geschwindigkeitsfeldes gegenüber dem vorangegangenen Zeitschritt in Relation zu den entsprechenden Änderungen zu Beginn der Simulation setzt (vgl. Kap. B.3.3). Bei vernünftigem numerischen Verhalten sollte dieser Parameter im Verlauf der Simulation immer kleiner werden. Wächst er hingegen auf Werte deutlich über Eins an, so droht numerische Instabilität. Die Simulation wird dann abgebrochen, und MUKLIMO\_3 schlägt vor, sie mit halbierten Zeitschritten neu zu beginnen.

Die in der Richtlinie (VDI, 2005) im Kapitel 3.3 „Weitere Prüfungen“ gesondert angesprochenen  $2\text{-}\Delta t$ -Wellen stellen für MUKLIMO\_3 kein Problem dar. In gezielten Kontrolluntersuchungen konnten sie nur in solchen Fällen nachgewiesen werden, in denen die Simulation bereits zu Anfang quasi-stationär war und auch blieb, so dass die Geschwindigkeitsfelder sich nur noch aufgrund von Rundungsungenauigkeiten geändert haben. Dabei kann ein oszillierendes Lösungsverhalten auftreten (Testfallgruppe b). Für alle Fälle besitzt MUKLIMO\_3 eine entsprechende Online-Kontrolle, die bei Bedarf vom Nutzer des Programms aktiviert werden kann, default-mäßig aber abgeschaltet ist.

## B.3 Besonderheiten des Modells MUKLIMO\_3

### B.3.1 Stromfunktionsgleichung

Eine grundlegende Besonderheit des Modells MUKLIMO\_3 ist die Lösung der prognostischen Gleichungen für die Geschwindigkeitskomponenten mithilfe der *Stromfunktions-Vorticity*-Methode. Sie beinhaltet die Prognose eines zweikomponentigen *Vorticity*-Vektors anstelle der Geschwindigkeitskomponenten, gefolgt von der diagnostischen Bestimmung einer ebenfalls zweikomponentigen Stromfunktion (Lösung der *Stromfunktionsgleichung*). Danach werden die Geschwindigkeitskomponenten aus den beiden Stromfunktionskomponenten durch Differentiationsoperationen errechnet. Der Vorteil der Methode liegt darin, dass die so bestimmten Geschwindigkeitsfelder, unabhängig davon, mit welcher Genauigkeit die Stromfunktionsgleichung gelöst wird, stets exakt *divergenzfrei* sind.

Die *Stromfunktionsgleichung* besteht aus einer zweikomponentigen partiellen Differentialgleichung, die in MUKLIMO\_3 iterativ gelöst wird. Die Anzahl der Iterationsschritte, mit *itanz* benannt, ist dabei ein in der *Eingabedatei* einer jeden Simulation vorgegebbarer Parameter ist.

Standardmäßig ist  $itanz$  mit 30 vorbelegt. Wegen der hohen Genauigkeitsanforderungen werden die Validierungsrechnungen jedoch generell mit  $itanz=50$  durchgeführt, außer in den Simulationen, in denen der Einfluss von  $itanz$  auf die Endresultate der Geschwindigkeiten getestet wird (siehe Kap. B.5.2.4).

### B.3.2 Zeitschrittreduktion

Grundsätzlich wird in MUKLIMO\_3 die prognostische *Vorticity*-Gleichung mit einem dynamischen, im Verlauf der Integration ständig neu bestimmten *Zeitschritt* gelöst. Grundlage für die Bestimmung des Zeitschritts ist das *CFL*-Kriterium (Courant-Friedrich-Levy), das auf die Diffusionsgleichungen erweitert wurde. Die numerische Erfahrung mit dem Modell MUKLIMO\_3 zeigt nun aber, dass die volle Ausschöpfung des nach diesem Kriterium möglichen Zeitschritts zu numerischer Instabilität führt. Das liegt an der wechselseitigen Beeinflussung der Geschwindigkeits- und Austauschfelder, die vom *CFL*-Kriterium nicht erfasst wird.

Der nach *CFL* maximal mögliche Zeitschritt muss daher reduziert werden, wobei das nötige Maß der Reduktion auch von der aktuellen Modellkonfiguration abhängt. Das Modell MUKLIMO\_3 besitzt daher einen änderbaren Zeitschrittfaktor  $dtfact$ , der mit dem Wert 0,4 vorbelegt ist. Zeigt sich, dass eine Simulation mit dem gewählten Zeitschrittfaktor instabil wird, so wird sie unterbrochen und MUKLIMO\_3 schlägt vor, die Rechnung mit einem halbiertem  $dtfact$  neu zu beginnen.

Bei den Simulationen zur Validierungsrichtlinie hat sich gezeigt, dass die Rechnungen zur Anordnung mit einem quasi-zweidimensionalen Gebäude (das sind die Testfälle a1-1 bis a2 sowie c2) mit einem  $dtfact$  von 0,5 noch stabil bleiben, ab dem Wert 0,6 aber nicht mehr. Sie werden deshalb mit  $dtfact=0,4$  gerechnet.

Anders stellt sich die Situation zu den echt dreidimensionalen Anordnungen dar: Die Simulationen mit einem  $dtfact$  von 0,4 werden zwar nicht direkt instabil, es treten jedoch *stationäre* Störungen nach Art einer *Kármán'schen* Wirbelstraße auf. Dieses Phänomen ist im Rahmen der Simulationen zu den Testfällen a3-1 und a3-2 in Form von „Momentaufnahmen“ festgehalten. Bei a3-1 klingen die Störungen im Lauf der Simulation wieder ab, bei a3-2 (doppelte Gitterauflösung) hingegen nicht.

Auch wenn die beschriebenen Störungen nicht unbedingt unphysikalisch erscheinen, so sind sie doch hinderlich für das Erreichen eines *stationären* Endzustands der Simulation. Tests haben gezeigt, dass die Wahl eines kleineren Zeitschrittfaktors ihre Entstehung bzw. ihr Anwachsen verhindert. Die Simulationen zu den echt dreidimensionalen Anordnungen werden deshalb einheitlich mit  $dtfact=0,1$  gerechnet.

### B.3.3 Stationaritätsparameter

Zur Beurteilung des numerischen Verhaltens einer Simulation errechnet MUKLIMO\_3 mit jedem Zeitschritt die maximale Änderung der – zuvor durch den minimalen angrenzenden Gitterabstand dividierten – Stromfunktionskomponenten. Diese Änderung wird dann noch durch den aktuellen Zeitschritt dividiert und mit der entsprechenden Änderung der ersten Zeitschritts der Simulation verglichen. Der resultierende Quotient wird mit jeder Erneuerung der grafischen

Animation als *Stationaritätsparameter* ausgegeben. Die „Normierung“ der Stromfunktionskomponenten mit den angrenzenden Gitterabständen geschieht in Anlehnung an die Berechnung der Geschwindigkeitskomponenten, für die die Stromfunktionskomponenten nach den Gitterkoordinaten differenziert werden. Somit können die errechneten Änderungen – wenigstens dimensionsmäßig – als Geschwindigkeitsänderungen interpretiert werden.

Der Stationaritätsparameter hat in den MUKLIMO\_3-Simulationen zwei Funktionen: Zum einen dient er als Maß für die Stationarität der Simulation, indem er ständig mit der vorgegebenen Abbruchschranke *diffstat* verglichen wird. Bei Unterschreiten dieser Schranke wird die Simulation als *ausreichend stationär* abgebrochen. Zum anderen dient er als Online-Kontrolle für numerisches Fehlverhalten der Simulation: Wächst er über eine modellinterne Obergrenze an, so wird die Simulation als *instabil* abgebrochen und gegebenenfalls (Entscheidung der Programmnutzers) mit halbierten Zeitschritten neu aufgenommen.

### B.3.4 Schichtungsstabilität

Im Modell MUKLIMO\_3 besteht die Möglichkeit, die Simulationsergebnisse – entsprechend unterschiedlichen atmosphärischen Schichtungen – durch einen *Stabilitätsparameter istab* zu beeinflussen. Dieser Parameter kann in der *Eingabe* einer jeden Simulation mit Werten zwischen -2 (stark *labil*) und 1 (*stabil*) belegt werden. Dahinter steckt der Ansatz für den Mischungsweg  $l$ , der in MUKLIMO\_3 (über ebenem Gelände) modelliert wird als

$$\frac{1}{l} = \frac{1}{\kappa(z + z_0)} + \frac{1}{l_\infty} \quad (\text{B.1})$$

Dabei ist  $\kappa$  die so genannte *von-Kármán-Konstante* und  $l_\infty$  eine Obergrenze, die das beliebige Anwachsen des Mischungswegs mit zunehmender Höhe  $z$  verhindert. Sie wird auch als *Blackadar-Länge* bezeichnet. Die verschiedenen Werte des Stabilitätsparameters *istab* korrespondieren wie folgt zu unterschiedlichen Festlegungen Mischungsweg-Obergrenze  $l_\infty$ :

$$istab = -2: l_\infty = 10^6 \text{ m}$$

$$istab = -1: l_\infty = 100 \text{ m}$$

$$istab = 0: l_\infty = 30 \text{ m}$$

$$istab = 1: l_\infty = 10 \text{ m}$$

Für die Validierungsrechnungen wird *istab* grundsätzlich als -2 festgelegt. Ausnahmen bilden einige Zusatzsimulationen, in denen der Einfluss des Stabilitätsparameters von Belang ist.

## B.4 Anmerkungen zur Richtlinie

Bei der Gebäudemodellierung zu den einzelnen Testfällen sind dem Bearbeiter dieses Berichts einige kleinere Ungereimtheiten in den Tabellen D2 und D5 der Richtlinie aufgefallen:

1. In der Tabelle D2 wird dem Testfall a4-2, trotz bezüglich  $y$  spiegelsymmetrischer Anordnung, durch die Zuweisungen  $y_{min} \leq -2H$ ,  $y_{max} \geq 3H$  ein unsymmetrisches Modellgebiet zugewiesen.
2. Die Höhenzuweisung  $z_{max} \geq 2H$  desselben Testfalls erscheint zu klein und passt nicht zur Zuweisung  $z_{max} \geq 4H$  des Vergleichsfalls a4-1.
3. Ebenfalls in der Tabelle D2 wird zum Testfall c4 die Nutzung der Modellresultate von a4-2 gefordert. Die Windkanalanordnung zu c4 harmoniert aber nicht mit der Modellanordnung a4-2, sondern mit a4-1.
4. In der Tabelle D5 werden die erlaubten absoluten und relativen Abweichungen  $W$  bzw.  $D$  für den Testfall a3-2 jeweils als 0,05 angegeben. Das passt nicht zueinander, da  $D$  größer als  $W$  sein müsste und in allen anderen Testfällen auch ist.

Ein weiterer Punkt, der sich aus dem Vergleich der Modellresultate mit den Windkanaldaten des Testfalls c4 ergab, ist die Frage nach der Güte der bereitgestellten Daten. Im Fall c4 ergab der Vergleich recht unterschiedliche „Trefferquoten“ für die Geschwindigkeitskomponenten  $u$  und  $v$ , obwohl die Anordnung symmetrisch zur Gebäuediagonalen ist und die Modellresultate diese Symmetrie auch widerspiegeln. Eine daraufhin erfolgte Überprüfung der Windkanaldaten – mit Beschränkung auf die diagonalen Messpunkte – auf Übereinstimmung zwischen  $u$  und  $v$  zeigte deutliche Diskrepanzen: Die absoluten „Trefferquoten“ der Übereinstimmung – bei einer erlaubten Abweichung von 0,06 m/s – lagen bei lediglich 60 % und, bei Beschränkung auf den Nahbereich des Gebäudes, sogar nur bei 44 % (siehe Kap. B.5.4.4). Dieses Testergebnis betrifft zwar nur eine kleine Teilmenge der Windkanaldaten (die weiteren Messergebnisse entziehen sich mangels symmetrischer Messpunkte einer entsprechenden Prüfung), aber es nährt generelle Zweifel an der Qualität der Messdatensätze.

## B.5 Testsimulationen und Ergebnisse

### B.5.1 Zusammenfassung der Ergebnisse

Die Auswertung der für die Validierung durchgeführten Modellsimulationen ergibt, dass das Modell MUKLIMO\_3 die von der Richtlinie geforderten Bedingungen im Großen und Ganzen erfüllt. Das gilt sowohl für die Grundeigenschaften des Modells als auch für den Vergleich von Modellresultaten mit Windkanaldaten. Einzige Ausnahme ist die Anordnung des quasi-2-dimensionalen Gebäudes (Testfall c1), bei der die geforderten „Trefferquoten“ nur für das gesamte Modellgebiet, nicht aber für die gesonderte Auswertung des Gebäudenahbereichs erreicht werden. Außerdem ist anzumerken, dass die Abmessungen des Leewirbels hinter dem quasi-2-dimensionalen Gebäude sowie die Winddrehung (bei den Simulationen mit Berücksichtigung des Coriolis-Effekts) nur bedingt, d. h. abhängig von der Wahl des „Stationaritätsparameters“ (vgl. Kap. B.3.3), mit den Werten der Richtlinie übereinstimmen.

Die folgende Tabelle gibt eine detaillierte Zusammenfassung der von der VDI-Richtlinie geforderten und mit MUKLIMO\_3 durchgeführten Testrechnungen. Sie umfasst auch die Be-

wertung der erzielten Resultate im Hinblick auf die gemäß Tabelle D1 der Richtlinie zu prüfenden Modelleigenschaften sowie die gemäß Tabelle D5 geforderten Übereinstimmungen mit Vergleichsresultaten.

## 1. Testfallgruppe a

- (a) Testfall a1-1: Anströmung Quasi-zweidimensionales Gebäude  
Untersuchte Eigenschaft: erfüllt (ja/nein)  
*Homogenität der Geschwindigkeitskomponente  $u$  in  $y$ -Richtung: ja*  
*Homogenität der Geschwindigkeitskomponente  $w$  in  $y$ -Richtung: ja*
- (b) Testfall a1-2: Anströmung Quasi-zweidimensionales Gebäude  
*Skalierbarkeit der Geschwindigkeitskomponenten  $u$  und  $w$ : ja*
- (c) Testfall a2: Anströmung Quasi-zweidimensionales Gebäude  
*Unabhängigkeit der Resultate von der Integrationszeit: bedingt*
- (d) Testfall a3-1: Würfelförmiges Gebäude  $H=B=L=25$  m  
*Symmetrie von  $u$  und  $v$  bezüglich der Gebäudelängsachse: ja*
- (e) Testfall a3-2: Würfelförmiges Gebäude mit doppelter Gitterauflösung  
*Unabhängigkeit  $u$  von der Gitterauflösung: ja*  
*Unabhängigkeit  $v$  von der Gitterauflösung: ja*  
*Unabhängigkeit  $w$  von der Gitterauflösung: ja*
- (f) Testfall a4-1: Schräg angeströmtes Gebäude  $H=B=L=25$  m  
*Spiegelsymmetrie von  $u, v, w$  bezüglich der Gebäudediagonalen: ja*  
Anmerkung: Dieser Test ist von der Richtlinie nicht gefordert, erscheint aber sinnvoll.
- (g) Testfall a4-2: Gedrehtes Gebäude  $H=B=L=25$  m  
*Übereinstimmung von  $u, v, w$  nach Drehung mit a4-1 (absolut): ja*  
*Übereinstimmung von  $u, v, w$  nach Drehung mit a4-1 (relativ): ja*

## 2. Testfallgruppe b

- (a) Testfälle b1-b6: Vertikale Profile über ebenem Gelände für 6 Windrichtungen  
Untersuchte Eigenschaft: erfüllt (ja/nein/bedingt)  
*horizontale Homogenität  $u, v, K$ : ja*  
*Übereinstimmung  $u, v$  mit analytischem Profil: ja*

- (b) Testfälle b7-b12: Vertikale Profile über ebenem Gelände mit Coriolis-Effekt für 6 Windrichtungen  
*horizontale Homogenität u, v, K: ja*  
*Übereinstimmung Winddrehung am Boden mit analytischer Formel: bedingt*

3. Testfallgruppe c: Vergleich Modellresultate mit Windkanalmessungen. Gefordert ist eine „Trefferquote“ von 66 %.

- (a) Testfall c1: Quasi-zweidimensionales Gebäude  
Untersuchte Eigenschaft (Trefferquote): erfüllt (ja/nein/bedingt)  
*Länge des Leewirbels: bedingt*  
*Übereinstimmung u Modell mit u Windkanal (76 %): ja*  
*Übereinstimmung w Modell mit w Windkanal (66 %): ja*  
gesonderte Nahfeldauswertung:  
*Übereinstimmung u Modell mit u Windkanal (47 %): nein*  
*Übereinstimmung w Modell mit w Windkanal (62 %): nein*
- (b) Testfall c2: Quasi-zweidimensionales Gebäude (verringerte Bodenrauigkeit)  
*Verlängerter Leewirbel: ja*
- (c) Testfall c3: Würfelförmiges Gebäude wie bei a3-1  
*Übereinstimmung u Modell mit u Windkanal (90 %): ja*  
*Übereinstimmung v Modell mit v Windkanal (96 %): ja*  
*Übereinstimmung w Modell mit w Windkanal (86 %): ja*  
gesonderte Nahfeldauswertung:  
*Übereinstimmung u Modell mit u Windkanal (82 %): ja*  
*Übereinstimmung v Modell mit v Windkanal (93 %): ja*  
*Übereinstimmung w Modell mit w Windkanal (75 %): ja*
- (d) Testfall c4: Schräg angeströmtes Gebäude wie bei a4-2  
*Übereinstimmung u Modell mit u Windkanal (84 %): ja*  
*Übereinstimmung v Modell mit v Windkanal (76 %): ja*  
*Übereinstimmung w Modell mit w Windkanal (78 %): ja*  
gesonderte Nahfeldauswertung:  
*Übereinstimmung u Modell mit u Windkanal (100 %): ja*  
*Übereinstimmung v Modell mit v Windkanal (96 %): ja*  
*Übereinstimmung w Modell mit w Windkanal (81 %): ja*
- (e) Testfall c5: Gebäude mit  $H=25$  m,  $B=30$  m,  $L=20$  m  
*Übereinstimmung u Modell mit u Windkanal (84 %): ja*  
*Übereinstimmung v Modell mit v Windkanal (88 %): ja*

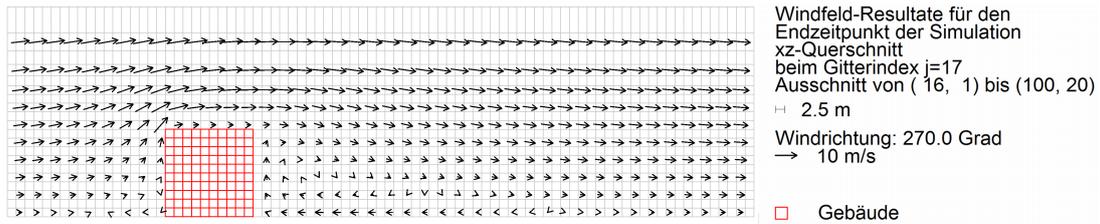


Abbildung B.1: Validierungsrechnungen. Resultate zum Testfall a1-1.

*Übereinstimmung  $w$  Modell mit  $w$  Windkanal (86 %): ja*

*gesonderte Nahfeldauswertung:*

*Übereinstimmung  $u$  Modell mit  $u$  Windkanal (71 %): ja*

*Übereinstimmung  $v$  Modell mit  $v$  Windkanal (77 %): ja*

*Übereinstimmung  $w$  Modell mit  $w$  Windkanal (78 %): ja*

(f) Testfall c6: Ensemble aus 21 Gebäuden

*Übereinstimmung  $u$  Modell mit  $u$  Windkanal (93 %): ja*

*Übereinstimmung  $v$  Modell mit  $v$  Windkanal (67 %): ja*

*Übereinstimmung  $w$  Modell mit  $w$  Windkanal (78 %): ja*

Die folgenden Kapitel geben eine detaillierte Darstellung der einzelnen Testfälle.

## B.5.2 Testfallgruppe a: Simulationen mit einem Gebäude

### B.5.2.1 Test a1-1: Horizontale Homogenität

Für diesen Testfall war ein quasi-zweidimensionales (d. h. sich in  $y$ -Richtung weitest möglich erstreckendes) Gebäude mit einer Höhe  $H$  und einer Länge  $L$  von jeweils 25 m mit einer Gitterauflösung von 2,5 m im Kernbereich zu modellieren. Die Modellresultate für den Wind des quer angeströmten Gebäudes sind dann auf Homogenität längs der Gebäudeachse zu prüfen. Die Rauigkeitslänge des Bodens ist mit 0,1 m vorgegeben, die der Gebäudewände mit 0,01 m. Da die Richtlinie keine Vorgaben zur Rauigkeitslänge der Dächer macht, wurde sie in allen durchgeführten Simulationen der der Wände gleichgesetzt.

Für den Test wurde die Gebäudeachse in die  $y$ -Richtung gelegt und ein Modellgitter mit 31 Zellen in dieser Richtung geschaffen. Die Resultate für die beiden Windkomponenten  $u$  und  $w$  zeigen vollkommene Homogenität in dieser Richtung. Die Abbildung B.1 zeigt die Modellergebnisse im Ausschnitt eines Längsschnitt.

Da das Modell MUKLIMO\_3 Hindernisse, die in den seitlichen Modellgebietsrand hineinreichen, numerisch so behandelt, als würden sie über den Rand bis ins Unendliche hinausreichen, kann eine quasi-zweidimensionale Anordnung auch mit nur einer Gitterzelle in der

homogenen Richtung modelliert. Dies wurde in einer zusätzlichen Testsimulation (Eingabedatei *test\_a1-1\_nrows\_gleich\_1.in*) geprüft. Die Ergebnisse beider Simulationen stimmen auch tatsächlich überein. Dies eröffnet die Möglichkeit, die Simulationen zu den Testfällen a1-2 und a2 gleichfalls mit nur einer Modellgitterreihe in  $y$ -Richtung durchzuführen.

In (von der Richtlinie nicht geforderten) Zusatztests wurden die Symmetrieeigenschaften des Modells getestet. Hierzu wurden Simulationen zu einer gespiegelten sowie um  $90^\circ$  bzw.  $270^\circ$  gegenüber der ursprünglichen Anordnung gedrehten Konfigurationen gerechnet. Der Resultatsvergleich zeigt, dass die gleichfalls gespiegelten bzw. gedrehten Windgeschwindigkeiten übereinstimmen.

### **B.5.2.2 Test a1-2: Skalierbarkeit**

Hier ist die „Skalierbarkeit“ der Modellresultate zu untersuchen. Dieses Prinzip besagt, dass die Geschwindigkeitsfelder sich, bei Änderung der Bezugswindgeschwindigkeit um einen bestimmten Faktor, insgesamt auch um diesen Faktor ändern müssen. Die Skalierbarkeit der Windgeschwindigkeit sollte bei neutraler atmosphärischer Schichtung gelten, wenn zusätzlich der *Coriolis*-Effekt vernachlässigt wird.

Die Modellgleichungen von MUKLIMO\_3 entsprechen diesem Prinzip. Das wird durch die zum Testfall a1-1 durchgeführte Simulation bestätigt.

### **B.5.2.3 Testfall a2: Stationarität**

Hier war die Stationarität der Modellresultate für die Anordnung des quasi-zweidimensionalen Gebäudes zu untersuchen. Als Referenz diente die zu a1-1 durchgeführte, einreihige Simulation mit 20 000 Integrationsschritten. Die Vergleichssimulationen hatten zum einen eine feste Zahl von 9999 Integrationsschritten oder Abbruchschranken *diffstat* von 0,0001, 0,0002, 0,0005 bzw. 0,001.

Der Resultatsvergleich zeigt, dass die simulierte Windgeschwindigkeit sich nur sehr langsam der Stationarität annähert: Selbst bei der Simulation mit 9999 Integrationsschritten liegt die mittlere Differenz der (auf 1 m/s am Bezugspunkt normierten) Geschwindigkeitskomponente  $u$  noch bei 0,5 cm/s, bei der Abbruchschranke *diffstat*=0,0001 beträgt diese Differenz 2,6 cm/s, und bei *diffstat*=0,001 ergeben sich in  $u$  unakzeptable mittlere Unterschiede von 13,9 cm/s.

Es wurden auch „Trefferquoten“ der Übereinstimmung zu verschiedenen Toleranzschwellen ausgezählt. Sieht man bei einer Toleranzschwelle von 1 % eine Übereinstimmung von 60 % in  $u$  als ausreichend genau an, so entspricht nur die Simulation mit 9999 Integrationsschritten dieser Forderung. Setzt man die Toleranzschwelle auf 5 % herauf – was eine vernünftige Forderung scheint – so wird ausreichende Genauigkeit ab einer Abbruchschranke *diffstat* von 0,0002 erreicht. Die Abbruchschranke *diffstat*=0,0005 dagegen korrespondiert zu einer Toleranzschwelle von 10 %, oder mit anderen Worten: Bei einer Abbruchschranke *diffstat* von 0,0002 muss man damit rechnen, dass die Simulationsergebnisse der Geschwindigkeit um etwa 5 % von den stationären Endwerten abweichen, mit *diffstat*=0,0005 liegt die Genauigkeit bei 10 %. Es ist allerdings nicht klar, ob diese für eine quasi-zweidimensionale Anordnung ermittelten Entsprechungen ohne Weiteres auf echte dreidimensionale Modellkonfigurationen übertragbar sind.

#### B.5.2.4 Zusatztests zu a2

Zur Modellanordnung a2 wurden einige, von der Richtlinie nicht geforderte Zusatztests durchgeführt, um spezielle Modelleigenschaften von MUKLIMO\_3 zu untersuchen. Zum einen wurde geprüft, wie die Modellresultate auf eine Änderung der Iterationszahl *itanz*, mit der die *Stromfunktionsgleichung* gelöst wird, reagiert (siehe auch Kap. B.3.1). Die Tests stellen die Resultate für *itanz*=50, 30, 20, 10 und 5 einer Vergleichsrechnung auf der Basis von 100 Iterationen gegenüber. Der Vergleich zeigt, dass die stationären Endresultate der Geschwindigkeit sehr gut übereinstimmen. Der maximale Unterschied beider Geschwindigkeitskomponenten beträgt für *itanz*=20 z. B. lediglich 0,4 cm/s. Bei nur 5 Iterationen entsteht eine immer noch gut tolerierbare maximale Differenz von 2,1 cm/s.

Ein weiterer Test betrifft die Abhängigkeit der stationären Endresultate von der Wahl des Zeitschrittfaktors *dtfact* (vgl. Kap. B.3.2). Zum einen wurde mit *dtfact*=0,4 und zum anderen mit *dtfact*=0,1 gerechnet, wobei – zur Kompensation des geringeren Zeitschritts – die Anzahl der Integrations Schritte um einen Faktor 4 heraufgesetzt wurde, so dass die Integrationszeiten gleich waren. Die Unterschiede der Endresultate sind vernachlässigbar und liegen bei lediglich 0,01 cm/s. Eine dritte Vergleichsrechnung mit *dtfact*=0,6 musste abgebrochen werden, da sie numerische Instabilität produzierte.

Zum dritten wurde geprüft, wie sich eine Erniedrigung der für die Testfälle a1 und a2 bei 10 *H* liegenden Modellobergrenze auswirkt. Für diesen Vergleich wurde der Bezugspunkt für die Geschwindigkeit in den Nahbereich des Gebäudes verlegt. Getestet wurden Obergrenzen von 6 *H*, 4 *H*, 3 *H* und 2 *H*. Als Maß der Übereinstimmung wurden die Trefferquoten zu verschiedenen Toleranzschwellen ausgezählt: Bei einer Schwelle von 0,01 stimmen die Ergebnisse für die Obergrenze 6 *H* in *u* zu 83 % und in *w* zu 91 % mit der Simulation „Obergrenze 10 *H*“ überein, bei 4 *H* sind es nur noch 38 % in *u* und 68 % in *w*. Die Ergebnisse für die Obergrenze bei 3 *H* werden erst dann akzeptabel (Trefferquote *u* bei 85 %), wenn man die Toleranzschwelle auf 0,1 heraufsetzt, d.h. bereit ist, 10 % Ungenauigkeit in Kauf zu nehmen. Die Ungenauigkeiten der Simulation „Obergrenze bei 2 *H*“ sind in keinem Fall tolerierbar.

#### B.5.2.5 Testfall a3-1: Würfelförmiges Gebäude

Für diese Simulation war ein würfelförmiges Gebäude mit den Abmessungen Höhe *H*, Länge *L* und Breite *B* von jeweils 25 m bei einer Gitterauflösung von 2,5 m im Nahbereich zu modellieren und die Simulationsergebnisse der Geschwindigkeitskomponenten *u* und *w* auf Symmetrie bezüglich der Mittelebene *y*=0 durch das Gebäude zu prüfen. Das Testergebnis (siehe die Abbildung B.2 zeigt, dass die Symmetrieforderung erfüllt ist. Zusätzlich wurde die Geschwindigkeitskomponente *v* auf Anti-Symmetrie, d. h. auf die Forderung

$$v(x, y, z) = -v(x, -y, z)$$

hin überprüft. Auch diese Forderung ist erfüllt.

Anzumerken ist, dass die Simulation mit einem Zeitschrittfaktor *dtfact* 0,1 durchgeführt und dass bis hin zu einer Abbruchschranke *diffstat*=0,0002 gerechnet wurde. Als interessantes Phänomen zeigte eine Vergleichssimulation mit *dtfact*=0,4 instationäre Störungen, die an eine

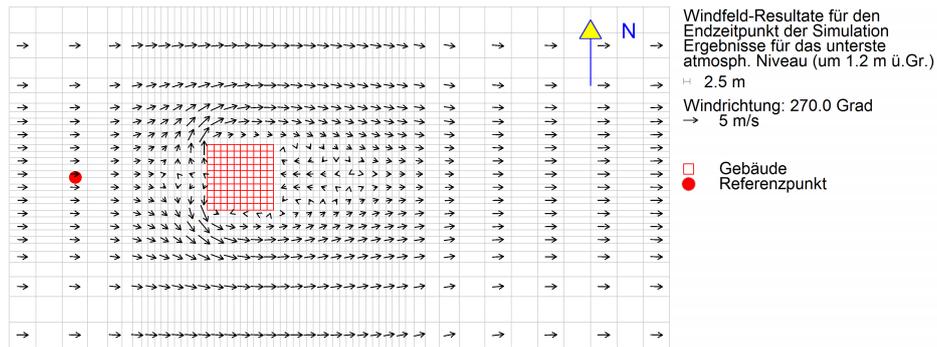


Abbildung B.2: Validierungsrechnungen. Resultate zur Gebäudeumströmung (Testfall a3-1).

*Kármánsche Wirbelstraße* erinnern. Diese Störungen klingen im Verlauf der Simulation wieder ab, so dass letztlich auch mit  $dtfact=0,4$  die geforderte Stationarität erreicht wurde.

### B.5.2.6 Testfall a3-2: Würfel mit doppelter Auflösung

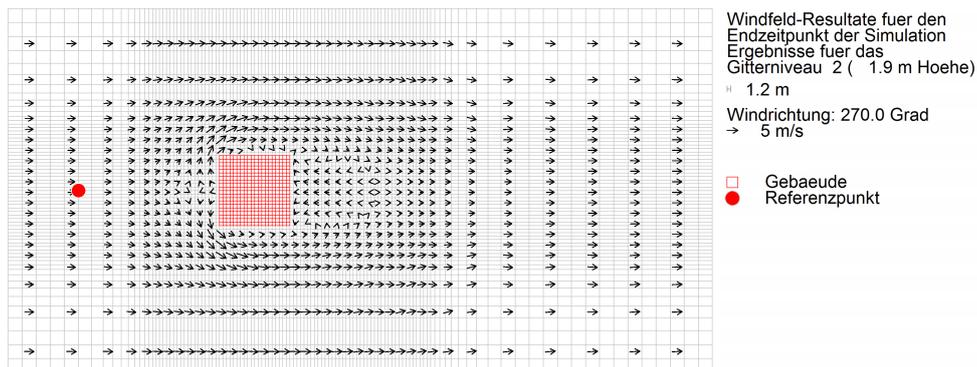


Abbildung B.3: Validierungsrechnungen. Resultate zur Gebäudeumströmung mit verdoppelter Auflösung (Testfall a3-2).

Das Gebäude dieses Testfalls entspricht dem vorangehenden Testfall a3-1, jedoch war die Gitterauflösung in allen drei Raumrichtungen zu verdoppeln und der Einfluss der erhöhten Auflösung auf die Resultate der 3 Geschwindigkeitskomponenten zu untersuchen. Zum Vergleich wurden die Resultate der Simulation mit feinerer Auflösung (siehe Abb. B.3) über jeweils die 8 Gitterzellen gemittelt, die in einer Zelle des gröberen Gitters enthalten sind. Die Auswertung ergab

Trefferquote u: 99 %

Minimale Differenz: -6 cm/s  
 Maximale Differenz: 10 cm/s  
 Mittlere Differenz: 1 cm/s  
 Standardabweichung: 2 cm/s

Trefferquote v: 100 %  
 Minimale Differenz: -6 cm/s  
 Maximale Differenz: 6 cm/s  
 Mittlere Differenz: 0 cm/s  
 Standardabweichung: 1 cm/s

Trefferquote w: 100 %  
 Minimale Differenz: -6 cm/s  
 Maximale Differenz: 3 cm/s  
 Mittlere Differenz: 0 cm/s  
 Standardabweichung: 1 cm/s

Die von der Richtlinie geforderte Quote von 95 % Übereinstimmung wird also bei  $u$  sowohl absolut als auch relativ erreicht, bei  $v$  und  $w$  dagegen nur absolut. Siehe hierzu auch das Kapitel B.4.

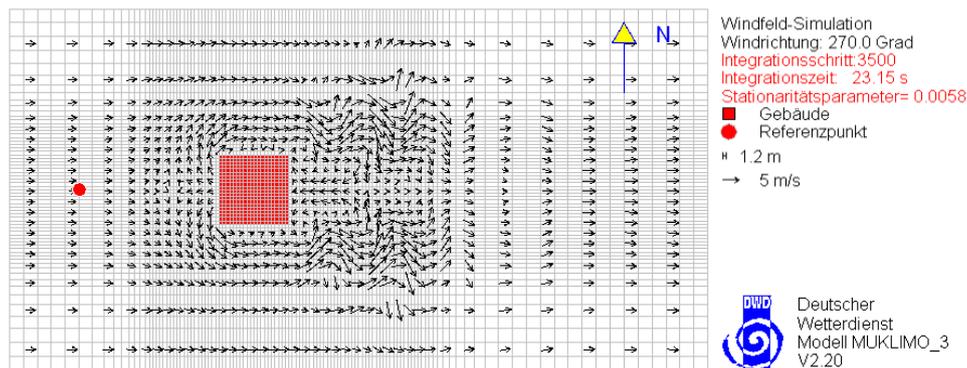


Abbildung B.4: Validierungsrechnungen. Zwischenresultat zur Gebäudeumströmung mit verdoppelter Auflösung mit Störungen, die an eine Kármánsche Wirbelstraße erinnern.

In einer Vergleichssimulation mit  $dfact=0,4$  konnte auch für diesen Testfall das Auftreten instationärer Störungen nach Art einer *Kármánsche Wirbelstraße* beobachtet werden, siehe die Abbildung B.4. Sie sind noch stärker ausgeprägt als im Testfall a3-1 und waren auch nach 9999 Integrationsschritten noch nicht abgeklungen.

### B.5.2.7 Testfall a4-1: Schräg angeströmtes Gebäude

Bei diesem Testfall wird das würfelförmige Gebäude des Testfalls a3-1 aus einer Richtung von  $225^\circ$  angeströmt (siehe Abb. B.5). Für die Simulation wurde das numerische Gitter im Hinblick

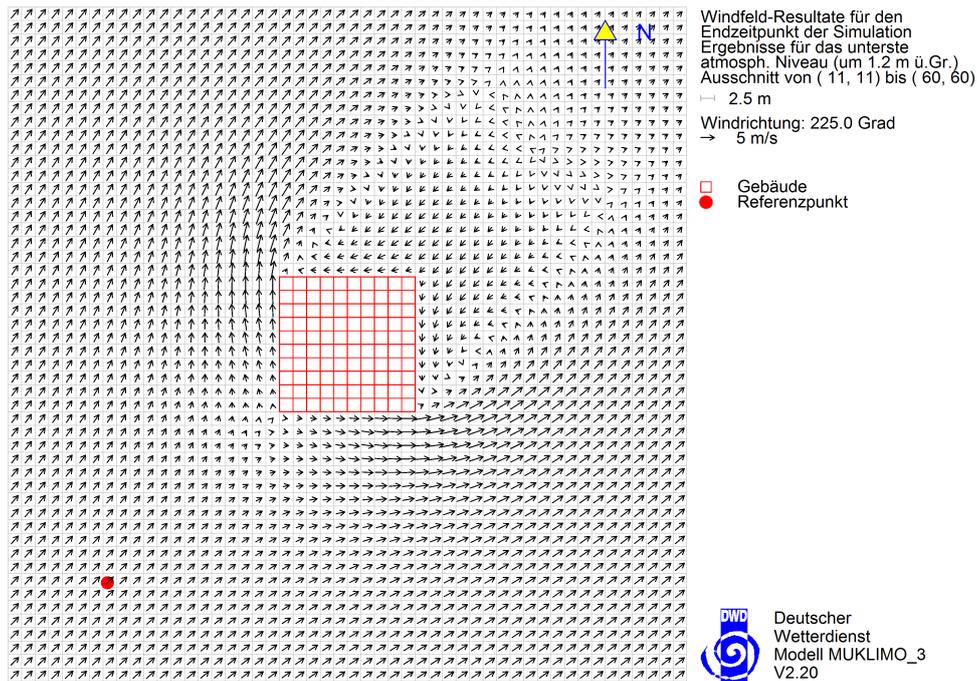


Abbildung B.5: Validierungsrechnungen. Schräge Anströmung eines würfelförmigen Gebäudes von 25 m Kantenlänge (Testfall a4-1).

auf die geänderte Anströmrichtung und auch für den anstehenden Vergleich mit dem Testfall a4-2 neu konzipiert.

Die Richtlinie verlangt für diese Simulation keine besonderen Tests. Es wurde dennoch die von der Anordnung her zu fordernde *Spiegelsymmetrie* der Geschwindigkeitskomponenten überprüft. Die entsprechende Auswertung ergab, dass die Geschwindigkeitskomponenten diese Bedingung erfüllen:

Trefferquote  $u(i, j, k) \leftrightarrow v(j, i, k)$ : 100 %  
 Trefferquote  $w(i, j, k) \leftrightarrow w(j, i, k)$ : 100 %

### B.5.2.8 Testfall a4-2: Gedrehtes Gebäude

Es ist ein um  $45^\circ$  gegen die Achsen des Modellgitters gedrehtes Gebäude zu modellieren, das in seinen Abmessungen ansonsten dem Fall a4-1 entspricht. Dieses Gebäude wird aus  $270^\circ$  angeströmt. Die Resultate für das Windfeld sind auf das Gitter der Anordnung a4-1 zu drehen und mit den entsprechenden Resultaten zu vergleichen. Die Toleranzschwellen für Übereinstimmung sind dabei heraufgesetzt auf 0,06 m/s für die absolute Abweichung  $D$  und 0,25 für die relative Abweichung  $W$ . Verlangt wird eine Trefferquote von 66 %. Die Auswertung der Simulation (siehe Abb. B.6) ergibt folgende Resultate:

Trefferquote  $u$ : 96 %  
 Minimale Differenz: -59 cm/s

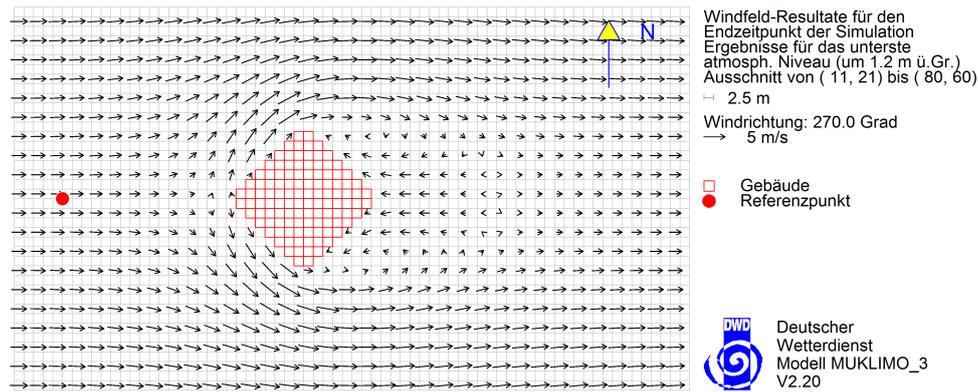


Abbildung B.6: Validierungsrechnungen. Anströmung eines um  $45^\circ$  gedrehten würfelförmigen Gebäudes von 25 m Kantenlänge (Testfall a4-2).

Maximale Differenz: 24 cm/s  
 Mittlere Differenz: 1 cm/s  
 Standardabweichung: 4 cm/s

Trefferquote  $v$ : 96 %  
 Minimale Differenz: -59 cm/s  
 Maximale Differenz: 24 cm/s  
 Mittlere Differenz: 1 cm/s  
 Standardabweichung: 4 cm/s

Trefferquote  $w$ : 99 %  
 Minimale Differenz: -25 cm/s  
 Maximale Differenz: 14 cm/s  
 Mittlere Differenz: 0 cm/s  
 Standardabweichung: 1 cm/s

Es werden also alle geforderten Trefferquoten erreicht.

## B.5.3 Testfallgruppe b: Vertikale Profile über ebenem Gelände

### B.5.3.1 Testfälle b1 bis b6: Kein Coriolis-Effekt

Es ist das Geschwindigkeitsfeld über homogenem ebenem Gelände ohne Hindernisse für 6 verschiedene Windrichtungen (b1 bis b6) zu simulieren. Die nach mindestens 1000 Integrations-schritten resultierenden Felder für die Geschwindigkeitskomponenten  $u$  und  $v$  sowie den Austauschkoefizienten  $K$  sind auf horizontale Homogenität sowie auf Übereinstimmung mit dem analytischen Profil, das in der Richtlinie als

$$u(z) = \frac{u_*}{\kappa} \ln \frac{z}{z_0} \quad (\text{B.2})$$

angegeben wird. Für MUKLIMO\_3 hingegen korrespondiert die im Kapitel B.3.4 angegebene Formel zur Berechnung der Mischungsweglänge zu einem allgemeineren, stabilitätsabhängigen Geschwindigkeitsprofil der Form

$$u(z) = \frac{u_*}{\kappa} \left( \ln \frac{z + z_0}{z_0} + \frac{\kappa(z + z_0)}{l_\infty} \right) \quad (\text{B.3})$$

Gerechnet wurden die 6 Anströmrichtungen jeweils für die 4 Rauigkeitslängen  $z_0=0,001$  m,  $z_0=0,01$  m,  $z_0=0,1$  m sowie  $z_0=0,5$  m des Bodens, wobei letzterer Wert nach den Kriterien der Richtlinie eigentlich nicht zulässig ist (demnach darf  $z_0$  höchstens ein Viertel der Höhe des untersten Rechenniveaus betragen, hier ein Viertel von 1 m). Die Simulation war trotzdem problemlos. Der Stabilitätsparameter des Modells war auf den Standardwert der Validierungsrechnung *istab*=-2 eingestellt, für die Anströmung aus 270° wurde jedoch auch mit stabiler Schichtung *istab*=1 gerechnet. Die Auswertung der Resultate zeigt, dass die Forderung nach horizontaler Homogenität in allen Fällen erfüllt ist. Auch die Übereinstimmung mit dem angegebenen analytischen Profil ist hundertprozentig. Im Folgenden ist ein beispielhaftes Auswertungsergebnis (Anströmung aus 270°  $z_0=0,1$  m, *istab*=-2) wiedergegeben:

```
*****
Testfall b1: Anstroemrichtung: phiwind= 270.0 Grad
Rauigkeitslaenge des Bodens: z0= 0.100 m
Obergrenze des Mischungswegs (Blackadar-Laenge): lB1= 1000000 m
*****
```

```
Homogenitaetstest Geschwindigkeitskomponente u:
Trefferquote: 100 %
```

```
Homogenitaetstest Geschwindigkeitskomponente v:
Trefferquote: 100 %
```

```
Homogenitaetstest Geschwindigkeitskomponente w:
Trefferquote: 100 %
```

```
Homogenitaetstest Austauschkoefizient Kh:
Trefferquote: 100.00 %
```

Vergleich des numerischen Geschwindigkeitsprofils in m/s mit der analytischen Lösung  $u=ustern*\{\ln((z+z0)/z0)/kappa+(z+z0)/lB1\}$ . Die simulierten Geschwindigkeitskomponenten *unorm* und *vnorm* wie auch das analytische Profil (*uanalyt*, *vanalyt*) sind in 250 m Höhe auf den Betrag von 1 m/s normiert. Der Index *k* bezeichnet das vertikale Rechenniveau, *z* die zugehörige Höhe in m:

k	z	unorm	uanalyt	diff	vnorm	vanalyt	diff
1	1.000	0.310	0.306	0.004	0.000	0.000	0.000
2	3.000	0.433	0.439	-0.006	0.000	0.000	0.000
3	5.000	0.497	0.502	-0.005	0.000	0.000	0.000

4	7.000	0.539	0.545	-0.006	0.000	0.000	0.000
5	9.000	0.571	0.577	-0.006	0.000	0.000	0.000
6	11.000	0.596	0.602	-0.006	0.000	0.000	0.000
7	13.000	0.618	0.623	-0.005	0.000	0.000	0.000
8	15.000	0.636	0.641	-0.005	0.000	0.000	0.000
9	17.000	0.652	0.657	-0.005	0.000	0.000	0.000
10	19.000	0.667	0.671	-0.004	0.000	0.000	0.000
11	21.000	0.679	0.684	-0.005	0.000	0.000	0.000
12	23.000	0.691	0.696	-0.005	0.000	0.000	0.000
13	25.000	0.702	0.706	-0.004	0.000	0.000	0.000
14	27.000	0.712	0.716	-0.004	0.000	0.000	0.000
15	29.000	0.721	0.725	-0.004	0.000	0.000	0.000
16	31.250	0.731	0.735	-0.004	0.000	0.000	0.000
17	34.500	0.744	0.747	-0.003	0.000	0.000	0.000
18	39.500	0.761	0.764	-0.003	0.000	0.000	0.000
19	46.500	0.783	0.785	-0.002	0.000	0.000	0.000
20	55.500	0.806	0.808	-0.002	0.000	0.000	0.000
21	65.500	0.827	0.829	-0.002	0.000	0.000	0.000
22	75.500	0.845	0.847	-0.002	0.000	0.000	0.000
23	85.500	0.861	0.863	-0.002	0.000	0.000	0.000
24	95.500	0.876	0.877	-0.001	0.000	0.000	0.000
25	105.500	0.888	0.890	-0.002	0.000	0.000	0.000
26	115.500	0.900	0.901	-0.001	0.000	0.000	0.000
27	125.500	0.911	0.912	-0.001	0.000	0.000	0.000
28	135.500	0.921	0.922	-0.001	0.000	0.000	0.000
29	145.500	0.930	0.931	-0.001	0.000	0.000	0.000
30	155.500	0.939	0.939	0.000	0.000	0.000	0.000
31	165.500	0.947	0.947	0.000	0.000	0.000	0.000
32	175.500	0.954	0.955	-0.001	0.000	0.000	0.000
33	185.500	0.961	0.962	-0.001	0.000	0.000	0.000
34	195.500	0.968	0.969	-0.001	0.000	0.000	0.000
35	205.500	0.975	0.975	0.000	0.000	0.000	0.000
36	215.500	0.981	0.981	0.000	0.000	0.000	0.000
37	225.500	0.987	0.987	0.000	0.000	0.000	0.000
38	235.500	0.992	0.992	0.000	0.000	0.000	0.000
39	245.500	0.998	0.998	0.000	0.000	0.000	0.000
40	255.500	1.003	1.003	0.000	0.000	0.000	0.000

Trefferquote u: 100 %

Trefferquote v: 100 %

Anzumerken ist noch, dass die Simulationen – zur Erzielung einer höheren relativen Genauigkeit der mit 2 Stellen hinter dem Komma ausgegebenen Ergebnisse – mit einer Vorgabege-  
schwindigkeit von 10 m/s gerechnet und dann auf 1 m/s renormiert wurden. Im Endresultat  
erhält man so eine Genauigkeit von 1 mm/s.

### B.5.3.2 Testfälle b7 bis b12: Profile mit Coriolis-Effekt

Hier waren zu denselben Bedingungen wie zu den Fällen b1 bis b6 6 Simulationen (b7 bis b12) zur Beurteilung der vertikalen Geschwindigkeitsprofile durchzuführen, jetzt aber mit Beachtung des *Coriolis*-Effekts. Für den zu erwartenden *ageostrophischen*  $\alpha$  Winkel am Boden wird in der Richtlinie die analytische Verleichsformel

$$\alpha = \arcsin \frac{4,3}{\ln \frac{250m}{z_0}}$$

angegeben.

Da der geostrophische Wind in MUKLIMO\_3 mit dem Wind an der Obergrenze des ein-dimensionalen Vorschaltmodells gleich gesetzt wird, wurde dessen Höhe für die Simulationen mit *Coriolis*-Effekt von zuvor 350 m auf 1000 m angehoben, während die Obergrenze des dreidimensionalen Modellgebiets in 250 m über Grund verblieb. Gerechnet wurde für die 3 Bodenrauigkeiten  $z_0=0,001$  m,  $z_0=0,01$  m und  $z_0=0,1$  m, zunächst für die Stabilitätseinstellung *istab*=-2. Der folgende Auszug aus der Ergebnisauswertung

```
*****
Testfall b7: Anstroemrichtung: phiwind= 270.0 Grad
Coriolis-Parameter f=1.0e-4/s
Stark labile Schichtung, Rauigkeitslaenge des Bodens: z0= 0.001 m
*****
```

```
Homogenitaetstest Geschwindigkeitskomponente u:
  Trefferquote: 100 %
```

```
Homogenitaetstest Geschwindigkeitskomponente v:
  Trefferquote: 100 %
```

```
Homogenitaetstest Geschwindigkeitskomponente w:
  Trefferquote: 100 %
```

```
Homogenitaetstest Austauschkoefizient Kh:
  Trefferquote: 100.00 %
```

```
Ageostrophischer Winkel am Boden: alpha= 9.02 Grad
Theoretischer Vergleichswert: 20.24 Grad
```

```
*****
Stark labile Schichtung, Rauigkeitslaenge des Bodens: z0= 0.010 m
*****
```

```
Ageostrophischer Winkel am Boden: alpha= 10.89 Grad
Theoretischer Vergleichswert: 25.13 Grad
```

```
*****
```

Stark labile Schichtung, Rauigkeitslaenge des Bodens: z0= 0.100 m  
\*\*\*\*\*

Ageostrophischer Winkel am Boden: alpha= 14.83 Grad  
Theoretischer Vergleichswert: 33.34 Grad

zeigt beispielhaft, dass zwar die Forderung nach horizontaler Homogenität erfüllt ist, dass zugleich aber der ageostrophische Winkel am Boden für alle 3 Rauigkeitswerte um mehr als die von der Richtlinie zugestanden 10° von der angegebenen analytischen Näherung abweicht.

Das bessert sich, wenn man den Stabilitätsparameter *istab* von -2 auf 1, d. h. von stark labiler auf stabile Schichtung ändert. Für den ageostrophischen Winkel  $\alpha$  erhält man dann die Werte

\*\*\*\*\*  
Testfall b7: Anstroemrichtung: phiwind= 270.0 Grad  
Coriolis-Parameter f=1.0e-4/s  
Stabile Schichtung, Rauigkeitslaenge des Bodens: z0= 0.001 m  
\*\*\*\*\*

Ageostrophischer Winkel am Boden: alpha= 15.68 Grad  
Theoretischer Vergleichswert: 20.24 Grad

\*\*\*\*\*  
Stabile Schichtung, Rauigkeitslaenge des Bodens: z0= 0.010 m  
\*\*\*\*\*

Ageostrophischer Winkel am Boden: alpha= 19.57 Grad  
Theoretischer Vergleichswert: 25.13 Grad

\*\*\*\*\*  
Stabile Schichtung, Rauigkeitslaenge des Bodens: z0= 0.100 m  
\*\*\*\*\*

Ageostrophischer Winkel am Boden: alpha= 26.57 Grad  
Theoretischer Vergleichswert: 33.34 Grad

Jetzt ist der simulierte Winkel  $\alpha$  zwar immer noch kleiner als der theoretische Vergleichswert, die Differenz liegt aber für alle 3 Rauigkeitswerte innerhalb der zulässigen 10°-Abweichung.

## B.5.4 Testfallgruppe c: Vergleich mit Windkanalmessungen

### B.5.4.1 Testfall c1

Der Testfall c1 beinhaltet den Vergleich der für die quasi-zweidimensionale Gebäudeanordnung (Testfall a1-1) simulierten stationären Geschwindigkeitskomponenten  $u$  und  $w$  mit Windkanalmessungen für dieselbe Anordnung. Der Vergleich soll anhand von absoluten und relativen

„Trefferquoten“ zu Toleranzschwellen  $W$  von 0,07 (absolut) und  $D$  von 0,25 (relativ) erfolgen. Die geforderte Trefferquote ist 66 %.

Die Auswertung mit gesonderter Betrachtung des Gebäudenahbereichs ergibt

Trefferquote u: 76 %  
Minimale Differenz: -18 cm/s  
Maximale Differenz: 39 cm/s  
Mittlere Differenz: 3 cm/s  
Standardabweichung: 12 cm/s  
Anzahl Faelle: 651

Trefferquote w: 66 %  
Minimale Differenz: -33 cm/s  
Maximale Differenz: 12 cm/s  
Mittlere Differenz: -5 cm/s  
Standardabweichung: 5 cm/s  
Anzahl Faelle: 651

Nahbereichsauswertung:

Trefferquote u: 47 %  
Minimale Differenz: -18 cm/s  
Maximale Differenz: 39 cm/s  
Mittlere Differenz: 10 cm/s  
Standardabweichung: 14 cm/s  
Anzahl Faelle: 293

Trefferquote w: 62 %  
Minimale Differenz: -33 cm/s  
Maximale Differenz: 12 cm/s  
Mittlere Differenz: -5 cm/s  
Standardabweichung: 7 cm/s  
Anzahl Faelle: 293

Die geforderte Übereinstimmung wird nur bei Betrachtung des Gesamtgebiets erreicht. Bei Beschränkung auf den Nahbereich des Gebäudes erreichen die Trefferquoten nicht die geforderte Übereinstimmung.

Für die Länge des sich auf der Rückseite des Gebäudes ausbildenden Leewirbels ergeben die Simulationen im stationären Endzustand einen Wert von  $3,9 H$ , wobei  $H$  die Gebäudehöhe ist. Demgegenüber fordert die Richtlinie einen Wert zwischen  $4 H$  und  $5 H$  (Anhang D, Punkt 3.7), der also knapp verfehlt wird. Allerdings hängt beim Modell MUKLIMO\_3 das Simulationsergebnis für die Länge des Wirbels von der Wahl des Stabilitätsparameters *istab* ab. Das zeigt die folgende Auflistung, die sowohl Werte innerhalb als auch unterhalb und oberhalb des von der Richtlinie angegebenen Bereichs ausweist:

A) *istab*=-2 (labil ohne jeden Stabilitäetseinfluss):

Laenge des Nachlaufwirbels: 3.90 H

B) istab=-1 (maessig labil):

Laenge des Nachlaufwirbels: 4.40 H

C) istab=0 (neutral):

Laenge des Nachlaufwirbels: 5.60 H

D) istab=1 (stabil):

Laenge des Nachlaufwirbels: 9.76 H

#### **B.5.4.2 Testfall c2**

Der Testfall c2 sieht die Simulation einer dem quasi-zweidimensionalen Gebäude der Anordnung a1-1 entsprechenden Konfiguration vor, jedoch mit einer von 0,1 m auf 0,03 m verringerten Bodenrauigkeit  $z_0$ . Mangels eines geeigneten Windkanal-Datensatzes ist nur zu prüfen, ob die verringerte Bodenrauigkeit zu einer Verlängerung des Leewirbels führt. Die Auswertung der Simulationsergebnisse zeigt auch eine entsprechende, geringfügige Änderung seiner Ausdehnung von 3,9  $H$  auf 4,0  $H$ .

#### **B.5.4.3 Testfall c3**

Hier sind die Simulationsergebnisse für  $u$ ,  $v$  und  $w$  der Umströmung des kubischen Gebäudes (Testfalls a3-1) mit entsprechenden Windkanaldaten zu vergleichen. Die Auswertung ergibt

Trefferquote u: 90 %  
Minimale Differenz: -24 cm/s  
Maximale Differenz: 27 cm/s  
Mittlere Differenz: 0 cm/s  
Standardabweichung: 6 cm/s  
Anzahl Faelle: 870

Trefferquote v: 96 %  
Minimale Differenz: -13 cm/s  
Maximale Differenz: 9 cm/s  
Mittlere Differenz: -1 cm/s  
Standardabweichung: 2 cm/s  
Anzahl Faelle: 362

Trefferquote w: 86 %  
Minimale Differenz: -14 cm/s  
Maximale Differenz: 20 cm/s  
Mittlere Differenz: 0 cm/s  
Standardabweichung: 4 cm/s  
Anzahl Faelle: 870

Nahbereichsauswertung:

Trefferquote u: 82 %  
Minimale Differenz: -24 cm/s  
Maximale Differenz: 27 cm/s  
Mittlere Differenz: -1 cm/s  
Standardabweichung: 8 cm/s  
Anzahl Faelle: 482

Trefferquote v: 93 %  
Minimale Differenz: -13 cm/s  
Maximale Differenz: 9 cm/s  
Mittlere Differenz: -1 cm/s  
Standardabweichung: 3 cm/s  
Anzahl Faelle: 197

Trefferquote w: 75 %  
Minimale Differenz: -14 cm/s  
Maximale Differenz: 20 cm/s  
Mittlere Differenz: -1 cm/s  
Standardabweichung: 5 cm/s  
Anzahl Faelle: 482

Die Übereinstimmung ist besser als für das quasi-zweidimensionale Gebäude.

#### **B.5.4.4 Testfall c4**

Dieser Vergleich betrifft das schräg angeströmte Gebäude der Anordnung a4-1. Die Auswertung für den Vergleich der Simulation mit den Windkanaldaten ergibt das folgende Resultat:

Trefferquote u: 84 %  
Minimale Differenz: -38 cm/s  
Maximale Differenz: 29 cm/s  
Mittlere Differenz: 1 cm/s  
Standardabweichung: 8 cm/s  
Anzahl Faelle: 706

Trefferquote v: 76 %  
Minimale Differenz: -32 cm/s  
Maximale Differenz: 43 cm/s  
Mittlere Differenz: -2 cm/s  
Standardabweichung: 13 cm/s  
Anzahl Faelle: 706

Trefferquote w: 78 %  
Minimale Differenz: -25 cm/s

Maximale Differenz: 21 cm/s  
Mittlere Differenz: -2 cm/s  
Standardabweichung: 5 cm/s  
Anzahl Faelle: 789

Nahbereichsauswertung:

Trefferquote u: 100 %  
Minimale Differenz: -10 cm/s  
Maximale Differenz: 4 cm/s  
Mittlere Differenz: -1 cm/s  
Standardabweichung: 3 cm/s  
Anzahl Faelle: 52

Trefferquote v: 96 %  
Minimale Differenz: -17 cm/s  
Maximale Differenz: 0 cm/s  
Mittlere Differenz: -11 cm/s  
Standardabweichung: 3 cm/s  
Anzahl Faelle: 52

Trefferquote w: 81 %  
Minimale Differenz: -8 cm/s  
Maximale Differenz: 2 cm/s  
Mittlere Differenz: -3 cm/s  
Standardabweichung: 3 cm/s  
Anzahl Faelle: 52

Hier macht die im Vergleich zu  $u$  deutlich schlechtere Übereinstimmung bei  $v$  stutzig: Wo doch die Anordnung und die Modellresultate spiegelsymmetrisch zur Gebäuediagonalen von links unten nach rechts oben sind. Eigentlich müsste also die Übereinstimmungen von  $u$  und  $v$  mit den Windkanaldaten gleichwertig sein, entweder gleich gut oder gleich schlecht. Dass dies nicht der Fall war, lässt Zweifel an der Qualität der Windkanaldaten aufkeimen. Da der Datensatz eine Vielzahl von Messpunkten längs der Symmetriediagonalen enthält, bot sich die Möglichkeit, die für diese Punkte zu fordernde Übereinstimmung zwischen  $u$  und  $v$  zu überprüfen. Die Auswertung wird getrennt nach absoluten und relativen Trefferquoten durchgeführt. Das Ergebnis ist ernüchternd:

Mittlere Messwerte uquer und vquer fuer die diagonalen Messpunkte:

uquer= 56.3 cm/s, vquer= 59.1 cm/s  
Differenz vquer-uquer: 2.8 cm/s  
Relative Differenz: 4.947 %  
Standardabweichung: 6.3 cm/s  
Trefferquote absolut: 60 %

Trefferquote relativ: 92 %  
 Anzahl Faelle: 149

Mittlere Messwerte uquer und vquer fuer die diagonalen Messpunkte mit Beschraenkung auf den Nahbereich des Gebaeudes:

uquer= 46.0 cm/s, vquer= 48.0 cm/s  
 Differenz vquer-uquer: 2.0 cm/s  
 Relative Differenz: 4.452 %  
 Standardabweichung: 8.0 cm/s  
 Trefferquote absolut: 44 %  
 Trefferquote relativ: 83 %  
 Anzahl Faelle: 71

Die Trefferquote fuer die absolute Uebereinstimmung der laengs der Symmetriediagonalen gemessenen Geschwindigkeitskomponenten  $u$  und  $v$  liegt demnach bei nur 60 %, bei Beschraenkung auf den Nahbereich des Gebaueses sogar nur bei 44 %. Zum Vergleich: Von den Modellresultaten werden Trefferquoten (absolut oder relativ) von 66 % verlangt!

#### B.5.4.5 Testfall c5

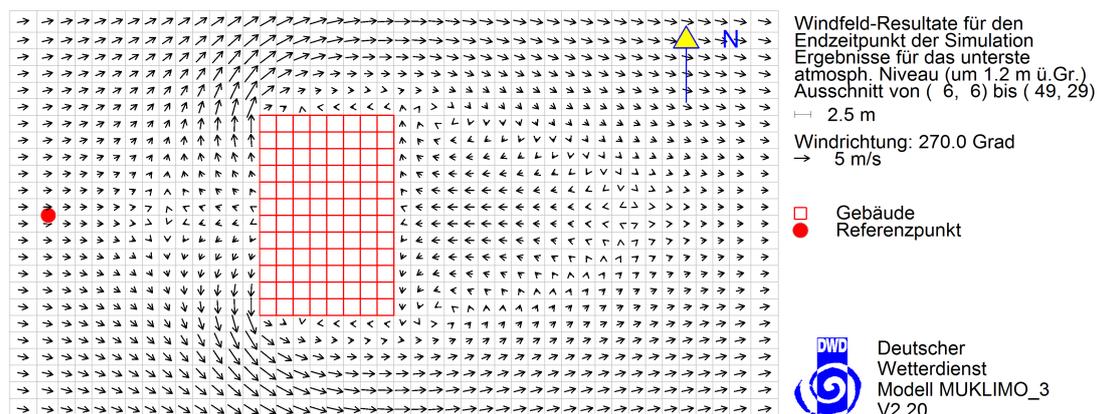


Abbildung B.7: Validierungsrechnungen. Anstroemung eines „breiten“ Gebaueses mit einer Grundflaeche von  $30 \times 20 \text{ m}^2$  bei einer Hoehe von 25 m (Testfall c5).

Thema dieses Vergleichs ist wie bei c3 die Umstroemung eines Einzelgebaeudes, jedoch mit geaenderten Abmessungen: Breite  $B=30$  m anstatt 25 m, Laenge  $L=20$  m anstatt 25 m, Hoehe  $H$  ungeaendert 25 m. Das erforderte eine neue Modellsimulation (siehe Abb. B.7) Die unkommentierten Ergebnisse des Vergleichs sind

Trefferquote u: 84 %  
 Minimale Differenz: -31 cm/s

Maximale Differenz: 35 cm/s  
Mittlere Differenz: -3 cm/s  
Standardabweichung: 10 cm/s  
Anzahl Faelle: 1134

Trefferquote v: 88 %  
Minimale Differenz: -13 cm/s  
Maximale Differenz: 35 cm/s  
Mittlere Differenz: -1 cm/s  
Standardabweichung: 4 cm/s  
Anzahl Faelle: 616

Trefferquote w: 86 %  
Minimale Differenz: -42 cm/s  
Maximale Differenz: 19 cm/s  
Mittlere Differenz: -1 cm/s  
Standardabweichung: 6 cm/s  
Anzahl Faelle: 518

#### Nahbereichsauswertung:

Trefferquote u: 71 %  
Minimale Differenz: -31 cm/s  
Maximale Differenz: 35 cm/s  
Mittlere Differenz: -3 cm/s  
Standardabweichung: 12 cm/s  
Anzahl Faelle: 641

Trefferquote v: 77 %  
Minimale Differenz: -13 cm/s  
Maximale Differenz: 35 cm/s  
Mittlere Differenz: -2 cm/s  
Standardabweichung: 6 cm/s  
Anzahl Faelle: 327

Trefferquote w: 78 %  
Minimale Differenz: -42 cm/s  
Maximale Differenz: 19 cm/s  
Mittlere Differenz: -2 cm/s  
Standardabweichung: 7 cm/s  
Anzahl Faelle: 314

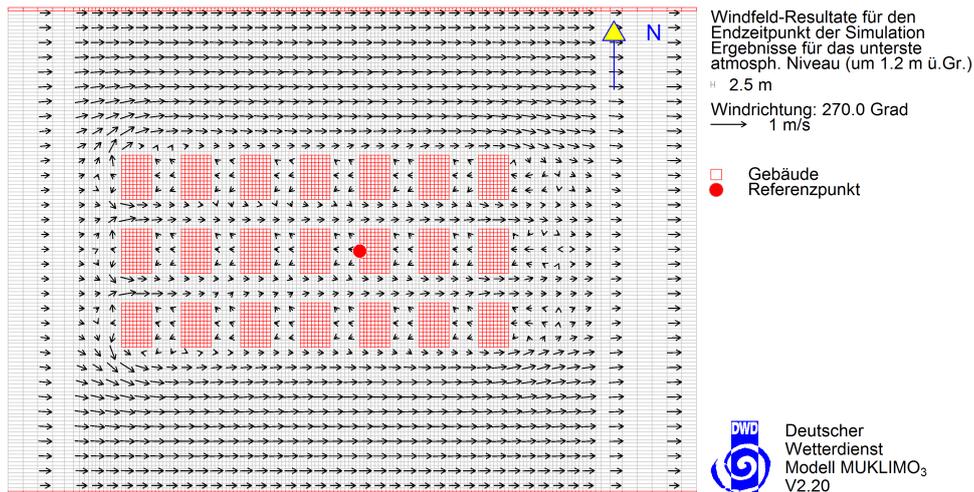


Abbildung B.8: Validierungsrechnungen. Windfelddresultate für die Konfiguration des Testfalls c6 mit 21 Gebäuden und begrenzenden seitlichen Wänden.

#### B.5.4.6 Testfall c6

Für diesen letzten Vergleich zwischen Modellresultaten und Windkanalmessungen war ein Ensemble aus 21 Gebäuden zu modellieren, angeordnet zu 7 Reihen aus jeweils 3 Gebäuden, jedes 30 m breit, 20 m lang und 25 m hoch. Eine weitere Besonderheit die Wände an den seitlichen Rändern der Anordnung, die sich über die gesamte Höhe des Modellgebiets erstrecken und, im Unterschied zu den Gebäudewänden (mit  $z_0=0,01$  m) eine Rauigkeitslänge von lediglich 0,0001 m aufweisen. Auch weist der Boden zwischen den Gebäuden eine andere Rauigkeitslänge auf als der Außenbereich: 0,014 m gegenüber 0,1 m. Der Vergleich der zu diesen Bedingungen durchgeführten Modellsimulation (siehe Abb. B.8) mit den entsprechenden Windkanal-daten der Richtlinie hat das folgende Resultat:

Trefferquote u: 93 %  
 Minimale Differenz: -26 cm/s  
 Maximale Differenz: 15 cm/s  
 Mittlere Differenz: -5 cm/s  
 Standardabweichung: 8 cm/s  
 Anzahl Faelle: 529

Trefferquote  $v$ : 67 %  
Minimale Differenz: -11 cm/s  
Maximale Differenz: 16 cm/s  
Mittlere Differenz: 5 cm/s  
Standardabweichung: 7 cm/s  
Anzahl Faelle: 93

Trefferquote  $w$ : 78 %  
Minimale Differenz: -30 cm/s  
Maximale Differenz: 4 cm/s  
Mittlere Differenz: -6 cm/s  
Standardabweichung: 7 cm/s  
Anzahl Faelle: 436

Die geforderten Trefferquoten von jeweils 66 % werden also erreicht, bei  $v$  allerdings nur „gerade so“.

# Berichte des Deutschen Wetterdienstes

---

- Nr. 239 F. Herbert:  
Die Erschließung der Rossby-Welle durch Lärmfilterung
- Nr. 238 G. Augter:  
Vergleich der Referenzmessungen des Deutschen Wetterdienstes mit automatisch gewonnenen Messwerten
- Nr. 237 B. Frühauf, M. Koßmann, M. Roos:  
Frankfurt am Main im Klimawandel – Eine Untersuchung zur städtischen Wärmebelastung
- Nr. 236 G. Augter, M. Roos:  
Berechnung von Sturmintensitäten für Deutschland
- Nr. 235 U. Maier, G. Müller-Westermeier:  
Verifikation klimatologischer Rasterfelder
- Nr. 234 W. Riecke, G. Rosenhagen:  
Das Klima in Hamburg : Entwicklung in Hamburg und der Metropolregion
- Nr. 233 P. Winkler:  
Wissenschaftshistorische Untersuchungen zur Geschichte und insbesondere zur Datenqualität der langen meteorologischen Reihen des Observatoriums Hohenpeißenberg
- Nr. 232 H.-J. Heinemann:  
Eine Winterchronik : die Kälte der Winter von 1960/61 bis 2007/08
- Nr. 231 A. Kolodziej:  
Klimawandel in Sachsen-Anhalt: Auswirkungen auf die phänologischen Phasen wildwachsender Pflanzen
- Nr. 230 F. Beyrich, W. K. Adam:  
Site and Data Report for the Lindenberg Reference Site in CEOP-Phase I
- Nr. 229 U. Maier u.a.:  
Klimatologische Auswertungen von Zeitreihen der Monatsmittel von Temperaturminima und Temperaturmaxima im 20. Jahrhundert
- Nr. 228 B. Tinz, P. Hupfer:  
Die thermischen Verhältnisse im Bereich der deutschen Ostseeküste unter besonderer Berücksichtigung des Bioklimas und der Eisverhältnisse
- Nr. 227 U. Sievers:  
Das Kaltluftabflussmodell KLAM\_21 : theoretische Grundlagen, Anwendung und Handhabung des PC-Modells
- Nr. 226 C. Koppe:  
Gesundheitsrelevante Bewertung von thermischer Belastung unter Berücksichtigung der kurzfristigen Anpassung der Bevölkerung an die lokalen Witterungsverhältnisse
- Nr. 225 S. Trepte, P. Winkler:  
Rekonstruktion der UV-Strahlung am Hohen Peißenberg und in Würzburg ab 1968 unter Berücksichtigung der langfristigen Veränderungen von Gesamt ozon, Bewölkung und atmosphärischer Trübung
- Nr. 224 C. Leifeld:  
Weiterentwicklung des Nowcastingsystems ADWICE zur Erkennung vereisungsgefährdeter Lufträume
- Nr. 223 U. Maier u.a.:  
Klimatologische Auswertungen von Zeitreihen des Monatsmittels der Lufttemperatur und der monatlichen Niederschlagshöhe im 20. Jahrhundert
- Nr. 222 P. Lange u.a.:  
KONRAD – Ein operationelles Verfahren zur Analyse von Gewitterzellen und deren Zugbahnen, basierend auf Wetterradarprodukten
- Nr. 221 Gaßmann, A.:  
Numerische Verfahren in der nichthydrostatischen Modellierung und ihr Einfluß auf die Güte der Niederschlagsvorhersage
- Nr. 220 Kurz, M.:  
Die Dezemberstürme 1999
- Nr. 219 K. Blümel u.a.:  
Hydrometeorologische Untersuchungen zum Problem der Klimaveränderungen
- Nr. 218 A. Walter:  
Zur Anwendung neuronaler Netze in der Klimatologie
- Nr. 217 J. Ballach:  
Entwicklung und Absicherung leistungsfähiger Analyseverfahren zur Bestimmung von Benzol und Ruß in der Lufthygiene
- Nr. 216 W. Janssen, R. Sedlatschek:  
Ablauf der Datenprüfung und –vervollständigung im Geschäftsfeld Landwirtschaft
- Nr. 215 U. Kaminski u.a.:  
Qualitätssicherung von Meßreihen, Untersuchungen zu Sammelverlusten eines Berner Niederdruck-Impaktors
- Nr. 214 P. Winkler u.a.:  
Beobachtungen am Meteorologischen Observatorium Hohenpeißenberg während der Sonnenfinsternis vom 11.8.1999
- Nr. 213 G. Kluge, G. Müller-Westermeier:  
Das Klima ausgewählter Orte der Bundesrepublik Deutschland: Jena
- Nr. 212 J. Rapp:  
Konzeption, Problematik und Ergebnisse klimatologischer Trendanalysen für Europa und Deutschland
- Nr. 211 F. Fricke u.a.:  
Filterung luftchemischer Meßreihen im Alpenraum zur Charakterisierung ihrer Repräsentanz. GAW-DACH-Projekt
- Nr. 210 W. Steinbrecht, P. Winkler:  
Untersuchung der Zusammenhänge zwischen Ozon und Temperatur in der Stratosphäre
- Nr. 209 U. Görsdorf:  
Genauigkeit und Verfügbarkeit von Windprofiler/RASS-Messungen
- Nr. 208 W. Höhne:  
Komponenten automatischer meteorologischer Meßsysteme
- Nr. 207 S. Tilmes:  
Verfahren zur Analyse von Messungen atmosphärischer Spurengase mit dem Ziel der Assimilation in Chemie-Transportmodellen
- Nr. 206 D. Spänkuch:  
Climatology of Total Ozone Measurements 1964 – 1997 at Potsdam, Based on Re-evaluated Dobson Series
- Nr. 205 H. Berresheim:  
Beiträge zur Rolle des natürlichen Schwefelkreislaufs in der Atmosphäre
- Nr. 204 U. Kohler u.a.:  
Spectral and Integral Observations of UV-B-Radiation and Ozone Measurements