

7 Nicht-thermische Elektronenverteilungen in Kupfer und Graphit

In der Zeitentwicklung der 2PPE-Anregungsspektren von HOPG konnte die Thermalisierung des Elektronengases nach der optischen Anregung verfolgt werden (Kapitel 4). Dabei wurde beobachtet, wie sich die Elektronenverteilung mit fortschreitender Zeit einer thermischen Verteilung annähert. Obwohl die Form der Anregungsspektren weitgehend erklärt werden konnte, blieb die Frage offen, warum die Grenze zwischen Lochsignal und Elektronensignal in den Spektren nicht, wie erwartet, am Fermi-Niveau lag. In Abschnitt 7.2 wird ein Modell diskutiert, in dem diese Abweichung verstanden werden kann. Für die Größe der Abweichung ist im Rahmen der Modellvorstellung der Betrag des Verhältnisses aus Steigung der Zustandsdichte und absolutem Wert der Zustandsdichte am Fermi-Niveau entscheidend, welcher Graphit groß wird (s. u.). Um die Gültigkeit des Modells zu prüfen, wurde als Referenzsystem ein Cu(111)-Kristall untersucht, für den das erwähnte Verhältnis von Steigung der Zustandsdichte zur absoluten Zustandsdichte im Vergleich zu HOPG sehr klein wird.

Zu Beginn des Kapitels soll nun aufgezeigt werden, wie sich die ultraschnelle optische Anregung des Elektronengases in Cu(111) auf die elektronische Verteilungsfunktion auswirkt. Im zweiten Abschnitt wird dann erklärt, wie sich die Asymmetrie der Anregungsspektren begründet. Die vorgestellten Ergebnisse resultieren aus 2PPE-Messungen.

7.1 Angeregte Elektronenverteilungen in Kupfer

Im Experiment erzeugt ein Anregungspuls von $h\nu_{Pump} = 2,51 \text{ eV}$, $\sim 80 \mu\text{J}/\text{cm}^2$ eine starke nicht-thermische Elektronenverteilung an einer Cu(111)-Oberfläche. Die Photonenenergie reicht gerade aus, um Elektronen aus den besetzten d-Bändern über das Fermi-Niveau anzuregen. Daraus resultiert eine große Zahl von primären angeregten Elektronen sowie eine starke Sekundärelektronenverteilung. Der Abfragepuls nimmt die Elektronenverteilung bei äquidistanten Zeitschritten nach der Anregung im Flugzeitpektrum auf. Die Photonenenergie des Abfragepulses $h\nu_{Abfrage} = 5,02 \text{ eV}$ übersteigt die Austrittsarbeit der Oberfläche um $\sim 0,1 \text{ eV}$, wodurch die Fermi-Kante und ein kleiner Teil der Lochverteilung abgebildet werden. Die Proben temperatur wurde zwischen 25 K und 300 K variiert.

Einige Anregungsspektren von der Cu(111)-Probe sind in Abbildung 7.1 dargestellt. Die Intensität aller in diesem Kapitel gezeigten Anregungsspektren wurde auf ein konstantes Raumwinkelement bei der Detektion normiert, um die experimentellen Einflüsse durch verschiedene Absaugspannungen und folglich unterschiedlich starke Winkelin-

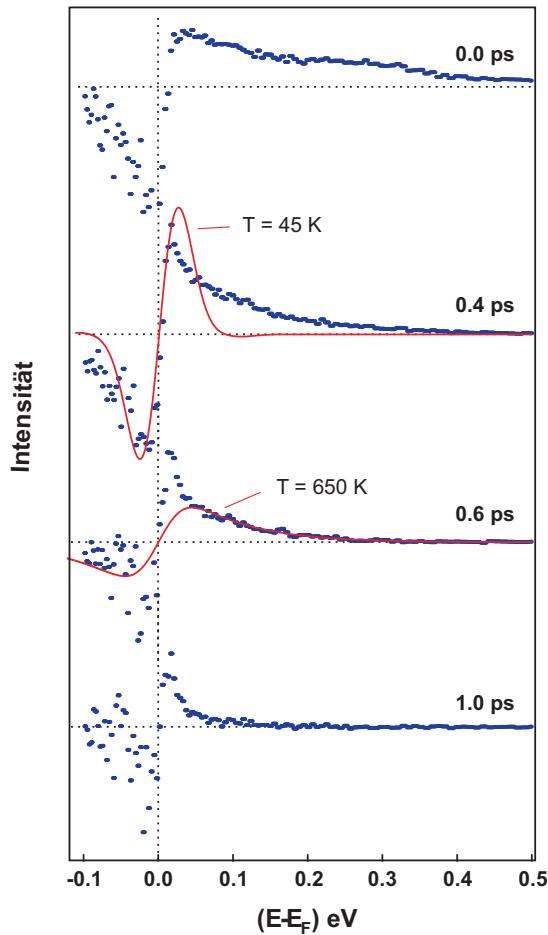


Abbildung 7.1: Anregungsspektren einer Cu(111)-Oberfläche bei $T = 25$ K in Abhängigkeit der Verzögerung τ nach der optischen Anregung. ($h\nu_{Pump} = 2,51$ eV, $h\nu_{Abfrage} = 5,02$ eV, absorbierte Fluenz $\approx 200 \mu\text{J}/\text{cm}^2$, Puls-Kreuzkorrelation FWHM = 210 fs) Die Punkte bezeichnen experimentelle Daten; die durchgezogenen Linien sind Versuche zur Anpassungen von Fermi-Dirac-Verteilungen.

tegration auszugleichen. Für simultane Anregungs- und Abfragepulse, $\tau = 0$, steigt das Elektronensignal im Anregungsspektrum von hohen zu niedrigen Energien nahezu linear an. Der Übergang zwischen Elektronen- und Lochsignal ist sehr scharf. Das Lochsignal sinkt vom Fermi-Niveau bis zur sekundären Kante wiederum linear ab. Offensichtlich entspricht das Spektrum keiner thermischen Verteilung.

Die Anregungsspektren wurden mit der Differenz zweier Fermi-Dirac-Verteilungen $f_{FD}^*(E, T_e) - f_{FD}(E, T_l)$ (siehe Gl. (4.5)) mit dem freien Parameter T_e angepasst. Exemplarisch wurde dazu bei einer Zeitverzögerung von 0,4 ps der Anpassungs-Bereich auf den steilen Übergang des PE-Signals zwischen Elektronen- und Lochverteilung beschränkt. Die Anpassung mit der Temperatur $T_e = 45$ K kann weder die Elektronenverteilung noch die Lochverteilung, v. a. nicht die hochenergetischen Elektronen mit $(E - F_F) \geq 0,05$ eV reproduzieren. Bei einer Anpassung des hochenergetischen Teils der Verteilung bei $\tau = 0,6$ ps verläuft das Spektrum wie eine thermische Verteilung mit $T_e = 650$ K. Hier entspricht jedoch die Besetzung direkt am Fermi-Niveau $(E - F_F) < 0,05$ eV nicht dieser Temperatur. Die gedachte Verbindungslinie zwischen Elektronen- und Lochsignal ist deutlich schärfer, als die elektronische Temperatur von 650 K in diesem Bereich wiedergeben könnte.¹

¹Gemäß einer Abschätzung der vom Elektronengas absorbierten Energie des Pumpimpulses erscheint die

Nach 0,4 ps bzw. 0,6 ps Zeitverzögerung ist die angeregte Elektronenverteilung also nicht zufriedenstellend durch eine Fermi-Dirac-Verteilung beschreibbar. Um zu diskutieren, welche Relaxationsprozesse an der Kupfer-Oberfläche von Bedeutung sind, wird die Form der PE-Spektren betrachtet. Bei simultaner Anregung und Abfrage ist das Elektronenspektrum bei positiven Energien bezüglich des Fermi-Niveaus keilförmig. Mit zunehmender Pump-Abfrage-Verzögerungszeit relaxiert die Verteilung zu niedrigeren Energien, jedoch bildet sich eine Verteilung von hochenergetischen Elektronen, die bei $\tau = 0,6$ ps durch eine Temperatur von 650 K beschreibbar ist, also ein Hinweis auf Elektron-Elektron-Streuung und den Thermalisierungsprozess. Die Gesamtintensität im Spektrum nimmt nach der Anregung durch den Pumpimpuls kontinuierlich ab. Diese Abnahme ist, wie in den vergangenen Kapiteln beschrieben, eine Folge der Elektron-Phonon-Kopplung und des Transports von angeregten Ladungsträgern von der Oberfläche weg in das Kristallvolumen hinein. Zur Untersuchung des Transporteffektes² haben Bonn *et al.* die Reflektivität an Au-, Cu-, Cr- und Ru-Oberflächen in einem zeitaufgelösten Pump-Pump-Abfrage-Experiment studiert [Bon00]. Der Vergleich der Zeitentwicklung der Reflektivität von Cu nach den Laseranregungen mit einer Simulation auf der Basis des Zwei-Temperatur-Modells ergibt, dass sich die Laseranregung innerhalb der Thermalisierungsphase durch ballistischen Transport über etwa 100 nm in den Kristall verteilt. Im Vergleich dazu beträgt die optische Eindringtiefe bei der Photonenenergie der Pump-Photonen von 3,1 eV nur 14,4 nm. Auch die hier vorgestellten 2PPE-Messungen weisen auf einen Transporteffekt hin. Wertet man analog zum Verfahren bei MgB₂ (siehe 5.2.2) die Energiedichte im Elektronengas nach der Laseranregung aus den Spektren aus und rechnet ihn in eine Temperatur um, erhält man den Temperaturabfall im Elektronengas als Funktion der Zeit nach der Laseranregung. Mit dem 2TM kann der gemessene Temperaturabfall nur wiedergegeben werden, wenn man annimmt, dass die Anregung über mehr als 60 nm in den Kristall hinein erfolgt, d.h., dass die Anregungen schnell durch Transport in den Volumenkristall umverteilt werden.³ Nach den Rechnungen von Bejan *et al.* verändert der Transporteffekt aber nicht wesentlich die Form der Anregungsspektren [Bej97], sondern nur die Intensität. Die Gestalt der Anregungsspektren wird also durch die konkurrierenden Prozesse *e-e*-Streuung und *e-ph*-Streuung verändert. Die einzelnen Beiträge können im Spektrum und in den Kreuzkorrelationen im Gegensatz zu HOPG und den Nanoröhren nicht eindeutig voneinander getrennt werden.

Temperatur von 650 K jedoch physikalisch sinnvoll.

²Es sei auf weitere Arbeiten zum Transport photoangeregter Elektronen hingewiesen, z. B.: [Aes96, Hoh97, Bro87, Cao98, Kno98].

³Der Vergleich mit dem 2TM und dem Temperatur-Abkühlungs-Verhalten aus den Experimenten kann auch anders gedeutet werden, indem man annimmt, dass die optische Anregung nicht nur innerhalb der optischen Eindringtiefe stattfindet, sondern auch noch 60–100 nm weiter in den Kristall hinein. Das wird erklärbar, wenn man die angeregten Zustände als delokalisierte Bloch-Wellen betrachtet, die sich kohärent bis zu einer Phasenkohärenzlänge von der Oberfläche ins Kristallvolumen ausdehnen. Beide Bilder sind aber konsistent miteinander, weil sie beide darauf aufbauen, dass die Elektronen an der Oberfläche angeregt werden und sich dann bis zu einer Phasenkohärenzlänge in den Kristall ausbreiten. Die Umverteilung wird jedoch entweder als ballistischer Transport oder als Anregung eines delokalisierten Zustandes beschrieben. Gemein ist beiden Sichtweisen, dass sich die Elektronen/Wellen mit der Gruppengeschwindigkeit in den Kristall ausbreiten.

Bei größeren Verzögerungszeiten nach der Anregung von bis zu einer Pikosekunde bleibt nahe dem Fermi-Niveau ($E - E_F \leq 0,05 \text{ eV}$) eine Häufung von Elektronen erhalten. Die Linie zwischen Elektronen- und Lochsignal bleibt ebenfalls scharf, etwa einer Temperatur von 45 K entsprechend. Das niederenergetische Merkmal könnte durch große Relaxationszeiten nahe dem Fermi-Niveau erklärt werden. So könnte die Elektron-Elektron-Streureate in diesem Energiebereich zu gering sein [Noz99], um das Elektronengas in ein internes thermisches Gleichgewicht zu bringen, und die Elektron-Phonon-Streureate nahe dem Fermi-Niveau zu klein [Eig02] oder der Streuprozess quasi-elastisch sein, so dass kaum Energie an das Gitter abgegeben wird. Bei einer Gittertemperatur von 300 K tritt diese Häufung der Elektronen am Fermi-Niveau nicht auf. Bei Raumtemperatur ist die Elektron-Elektron-Streureate am Fermi-Niveau höher [Gro95], wie auch die Elektron-Phonon-Streureate [Eig02] mit steigender Temperatur zunimmt. Eine thermische Beschreibung der Spektren ist jedoch auch bei 300 K nach $\tau = 1 \text{ ps}$ auf Grund einer großen Häufigkeit hochenergetischer Elektronen nicht zufriedenstellend.

Zusammenfassend können die Anregungsspektren bei den untersuchten Gittertemperaturen zwischen 25 K und 300 K auch 1 ps nach der Laseranregung nicht durch eine thermische Verteilung beschrieben werden. Die so beobachtete Thermalisierungszeit von $\tau_t > 1 \text{ ps}$ ist sogar noch höher als die von Fann und Bokor in den ersten Experimenten dieser Art an Goldfilmen beobachteten Thermalisierungszeiten von $\sim 0,67 \text{ ps}$ [Fan92b]. Durch die niedrigere an der Oberfläche aus dem Laserpuls absorbierte Energiedichte von $80 \mu\text{J}/\text{cm}^2$ im Vergleich mit $300 \mu\text{J}/\text{cm}^2$ bei den Experimenten von Fann *et al.* [Fan92b, Fan92a] wird die größere Thermalisierungszeit verständlich, weil der Phasenraum, der für die Streuprozesse zur Verfügung steht, mit der Anregungsdichte zunimmt.

Es fällt weiterhin auf, dass die Anregungsspektren die Nulllinie nicht bei $(E - E_F) = 0$ schneiden, sondern bei positiven Energien. Die Verschiebung nimmt mit der Verzögerungszeit τ ab.

7.2 Dynamische Verschiebung des chemischen Potentials

Der Nulldurchgang zwischen Loch- und Elektronensignal weicht nicht nur in den Kupferspektren vom Fermi-Niveau ab, sondern besonders auch in Graphit wie in Abb. 7.2.

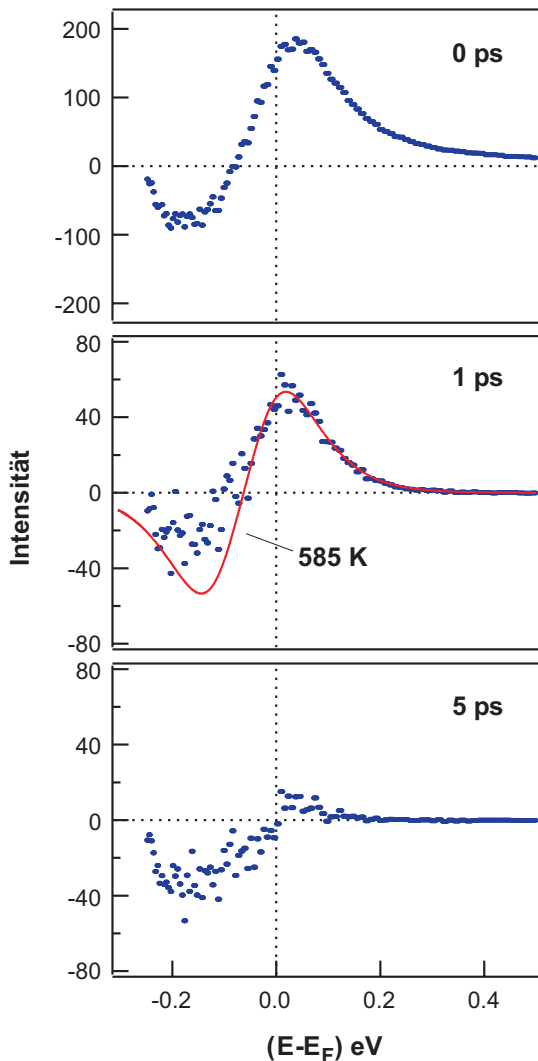


Abbildung 7.2: Anregungsspektren von HOPG bei $T = 300$ K (Punkte) in Abhängigkeit der Verzögerung τ nach der Anregung. Die durchgezogene Linie gibt eine Anpassung durch Fermi-Verteilungen an.

In HOPG liegt der Nulldurchgang bei simultaner Anregung und Abfrage bei -80 meV in Bezug auf das mit Hilfe einer Kupfer(poly)-Referenzmessung im Gleichgewicht ermittelte Fermi-Niveau. Wie an der Cu(111)-Oberfläche bewegt sich in HOPG die Position des Nulldurchgangs mit steigender Verzögerungszeit auf das Fermi-Niveau zu. Die durchgezogene Linie in Abb. 7.2(mitte) gibt die Anpassung einer Fermi-Dirac-Differenzverteilung mit einem frei gewählten Fermi-Niveau an. Neben der Position des Nulldurchganges fällt eine unerwartete Asymmetrie von Elektronen- und Lochverteilung in den Anregungsspektren auf. Im Folgenden soll eine mögliche Ursache für diese Beobachtung vorgestellt und diskutiert werden.

Modellvorstellung

Sowohl die Asymmetrie der Anregungsspektren als auch die Abweichung des Nulldurchgangs der Spektren vom Fermi-Niveau kann anhand eines einfachen Bildes nachvollzogen werden. Im Gleichgewicht stimmt das chemische Potential der Probe und aller Materialien, die mit ihr im elektrischen Kontakt stehen (Probenhalter, Spektrometer) überein. Bei $T = 0$ sind das Fermi-Niveau E_F und das chemische Potential $\mu(T)$ identisch, bei höheren Temperaturen weichen sie jedoch voneinander ab [Ash76]:

$$E_F - \mu(T) = \frac{\pi^2 k_B^2}{6} \cdot \frac{DOS'(E_F)}{DOS(E_F)} \cdot T^2, \quad (7.1)$$

wobei $DOS'(E_F) = \left. \frac{dDOS(E)}{dE} \right|_{E_F}$ die Ableitung der Zustandsdichte DOS nach der Energie bei der Fermi-Energie angibt. Die Temperaturabhängigkeit des chemischen Potentials ist unter Gleichgewichtsbedingungen in einem Metall gering, da nur elektronische Temperaturen unter dem Schmelzpunkt des Materials möglich sind und die Zustandsdichte am Fermi-Niveau im Vergleich zu ihrer Steigung i. d. R. groß ist.

Durch das ultraschnelle optische Heizen erreicht man innerhalb von 200 fs Temperaturen des Elektronengases, wie z. B. $\gg 1000$ K bei HOPG und der Nanorohr-Probe, bei denen eine Änderung des chemischen Potentials relativ zum Gleichgewichts-Potential $\mu(T_l)$ beobachtbar wird.

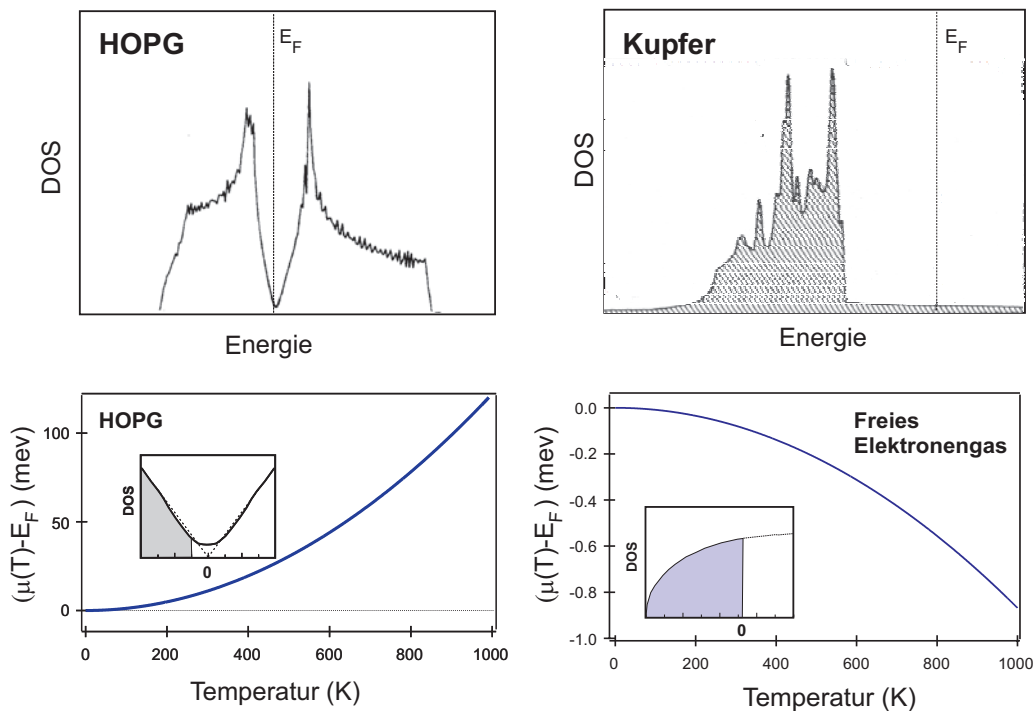


Abbildung 7.3: Zustandsdichte in Graphit und Kupfer [Iba95] um das Fermi-Niveau (unterschiedliche Skalen) und Vergleich des berechneten chemischen Potentials $\mu(T)$ nach Gl. (7.1).

Graphit ist ein ideales System, um diesen Effekt zu untersuchen. Die elektronische Zustandsdichte hat ein Minimum nahe der Fermi-Energie (siehe Abbildung 4.4) und eine große negative Steigung. Dadurch wird der Betrag des Bruches $\frac{DOS'(E_F)}{DOS(E_F)}$ in Gleichung (7.1) groß ($\approx -10^{1/eV}$). Durch die geringe Zustandsdichte hat das Elektronengas aber auch eine kleine Wärmekapazität ($\gamma = 13, 8 \mu\text{J/mol}$ [Mey68]), und der Laserpuls kann das Elektronengas auf eine Temperatur von ≈ 1400 K aufheizen. Der Wert von $\mu(T)$ hängt quadratisch von der Temperatur ab, wie im unteren Teil von Abb. 7.3 dargestellt.

Berechnet man das chemische Potential für ein freies Elektronengas, welches stellvertretend für Kupfer benutzt wird, weicht es für identische Temperaturen um etwa zwei Größenordnungen weniger vom Fermi-Niveau $\mu(T = 0)$ ab als in Graphit und besitzt auf Grund der positiven Steigung in der Zustandsdichte umgekehrtes Vorzeichen im Vergleich zu Graphit.⁴

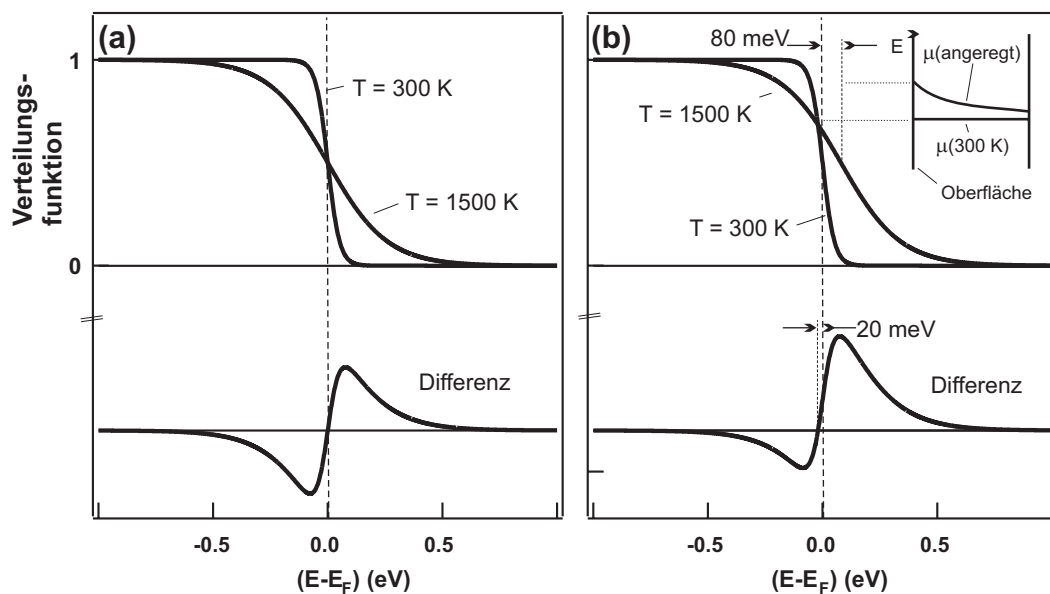


Abbildung 7.4: Temperaturabhängigkeit des chemischen Potentials und die Auswirkung auf ein modelliertes Anregungsspektrum. (a) Keine Verschiebung des chemischen Potentials; (b) Verschiebung $(\mu(1500\text{ K}) - \mu(300\text{ K})) = +80$ meV.

Um die Auswirkung der dynamischen Verschiebung des chemischen Potentials mit der Elektronengas-Temperatur auf die Anregungsspektren zu veranschaulichen, dient Grafik 7.4. Im Teil (a) sind zwei Fermi-Verteilungen mit den Temperaturen 1500 K für das angeregte System und mit 300 K für den Gleichgewichtszustand dargestellt. Das Anregungsspektrum ist die Differenz beider Verteilungen. Das Spektrum ist symmetrisch und kreuzt die Energieachse am Fermi-Niveau. Angenommen, das chemische Potential der angeregten Verteilung weicht um $+80$ meV vom Gleichgewichts-Wert ab (b), wird die Differenz zum einen asymmetrisch, und zum anderen kreuzt der Nulldurchgang des Spektrums die Energieachse bei -20 meV. Das Elektronensignal erscheint intensiver als

⁴Der Bandboden wurde für Kupfer auf $7,0$ eV festgesetzt [Kit96].

das Lochsignal, obwohl die Zahlen von angeregten Löchern und Elektronen an der Oberfläche identisch sind.

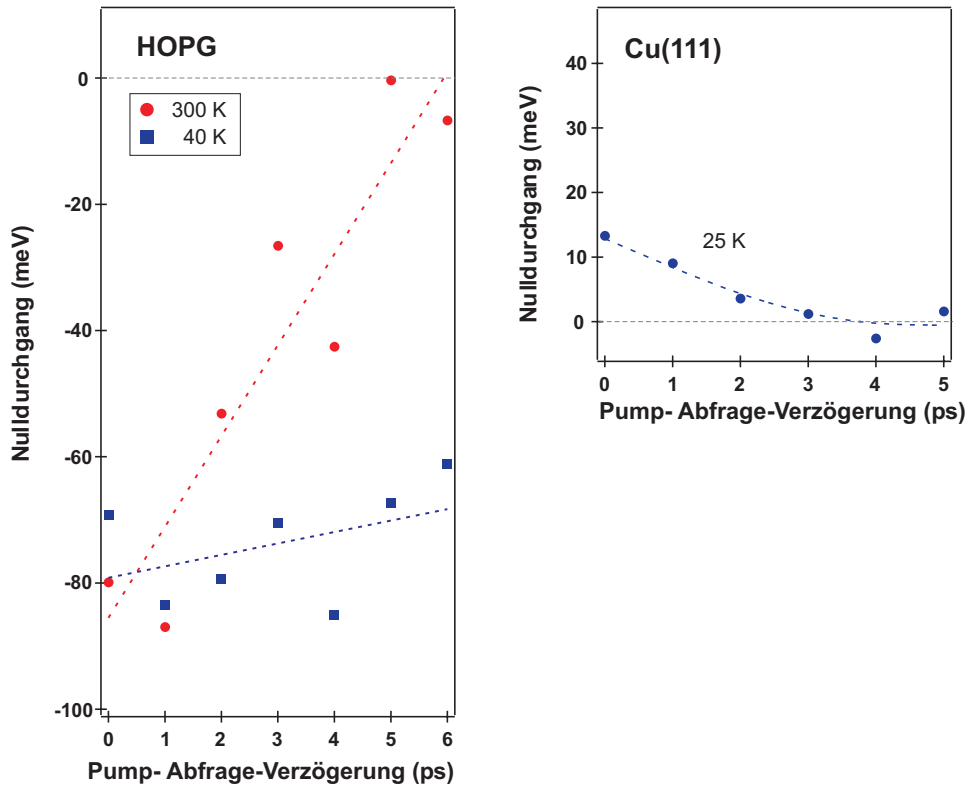


Abbildung 7.5: Nulldurchgang in den 2PPE-Anregungsspektren bezüglich E_F . Die gestrichelten Linien geben kein Modell wieder, sondern dienen der Veranschaulichung.

Zum Vergleich sind in Abbildung 7.5 die experimentellen Ergebnisse für den Nulldurchgang der Spektren in HOPG bzw. Cu(111) dargestellt.⁵ Das einfache Modell nach Gleichung (7.1) gibt bereits die beobachteten Trends wieder. So ist das Vorzeichen der Verschiebung des Nulldurchgangs vom Gleichgewichts-Wert in den Anregungsspektren in HOPG negativ, entsprechend einer chemischen Potential-Verschiebung zu positiven Energien relativ zum Gleichgewichts-Wert. In Cu(111) ist die Verschiebung des chemischen Potentials negativ, und der Nulldurchgang erscheint bei positiven Energien. Die absolute Position der Nulldurchgänge ist trotz der um einen Faktor Zwei stärkeren Anregung in Kupfer kleiner als in HOPG. Auch der Vergleich der Nulldurchgangs-Positionen in HOPG bei unterschiedlichen Gittertemperaturen entspricht dem Modell. Bei der Differenzbildung zwischen zwei Fermi-Verteilungen verschiebt sich der Nulldurchgang umso weniger von E_F weg, je steiler, d.h., je kälter die Gleichgewichts-Fermi-Verteilung der Elektronen mit $T_e = T_l$ ist.

Weiterhin wird auch die Asymmetrie der Anregungsspektren verständlich, die nicht

⁵Die Werte stammen jeweils aus dem Datensatz einer einzelnen Messung, wodurch die großen Schwankungen zu erklären sind.

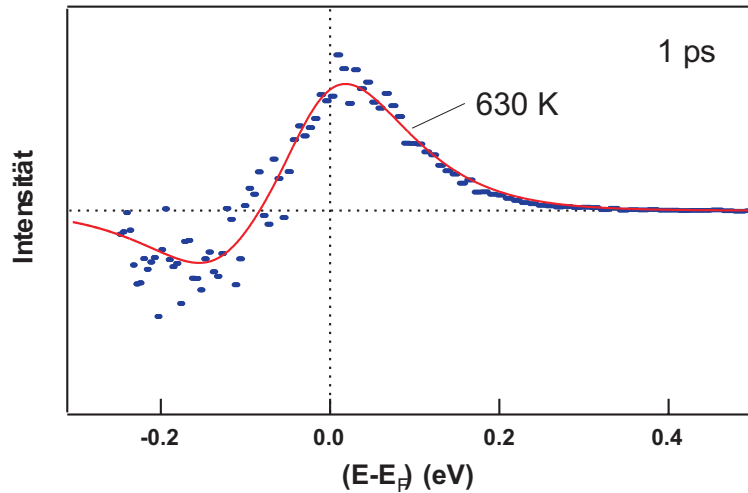


Abbildung 7.6: HOPG-Anregungsspektrum ($T_l = 300$ K und $\tau = 1$ ps) und Anpassung einer Gleichgewichts-Differenzverteilung für $\mu(T = 685$ K) $- \mu(T = 300$ K) = 22 meV, $\mu(T = 300$ K) frei.

auf einer asymmetrischen Ladungsträgerverteilung beruht, sondern auf der Differenzbildung zwischen einer angeregten Verteilung und einer Gleichgewichts-Verteilung. Mögliche Ursachen für eine wirkliche Asymmetrie in den Ladungsträger-Verteilungen wären unterschiedliche Mobilitäten von Elektronen und Löchern, unterschiedliche Lebensdauern oder die selektive Bindung eines Ladungsträgertyps an Defekte.

Berücksichtigt man die Temperaturabhängigkeit des chemischen Potentials und somit der Fermi-Dirac-Verteilungen (Abbildung 7.6) bei der Anpassung der Anregungsspektren für HOPG, so kann das abgebildete Spektrum über den gesamten Messbereich wiedergegeben werden. Der angepasste Temperaturwert steigt durch die Berücksichtigung von 585 K auf 630 K. Aufgrund dieses geringen Unterschieds hat die Einbeziehung einer solchen Verschiebung des chemischen Potentials keine umfangreichen Konsequenzen für die Auswertung des Temperaturabfalls und der Elektron-Phonon-Kopplung in Kapitel 6. In den Nanoröhren ist die Verschiebung des Nulldurchganges um einen Faktor ~ 8 kleiner als in HOPG, vermutlich auf Grund der verschwindenden Steigung der Zustandsdichte von metallischen Röhren am Fermi-Niveau.

Trotz der Übereinstimmung zwischen der einfachen Modellvorstellung und den Experimenten kann das Modell nur einen Teil der Beobachtungen erklären. Die absoluten Werte für die Verschiebungen der Nulldurchgänge in den Anregungsspektren sind größer als die modellierten, wie auch die starke Asymmetrie in den Spektren stärker ist als berechnet (z. B. bei HOPG; $T_l = 300$ K, $\tau = 5$ ps in Abbildung 7.2). Weiterhin bleibt offen, warum die Verschiebungen des Nulldurchganges in Magnesiumdiborid (siehe 5.4) nicht in dieses einfache Bild zu fassen sind.

Eine Beschränkung der Modellierung ist die Annahme von thermischen Verteilungen. Das chemische Potential ist nach [Ash76] nur als eine Gleichgewichts-Größe definiert. Offensichtlich erzeugt man im Experiment an Kupfer und MgB_2 aber Nicht-Gleichgewichts-Verteilungen, die mit dem thermodynamischen Bild nicht beschreibbar sind. Vermutlich

ist das Modell besser für thermalisierte Elektronenverteilungen geeignet, wie sie in den Kohlenstoffsystemen bei großen Verzögerungszeiten vorliegen, als es für Systeme geeignet ist, in denen das Anregungsspektrum während der Thermalisierungsphase unterhalb der Sensitivitätsgrenze der Messung absinkt, wie in Kupfer und MgB_2 .

7.3 Zusammenfassung und Ausblick

In der Zwei-Photonen-Photoemission von der Kupfer(111)-Oberfläche beobachtet man ausgeprägte nicht-thermische Elektronen- und Lochverteilungen. Das Elektronengas thermalisiert nicht, bevor die Anregung unter die Nachweisgrenze abgeklungen ist ($\tau_t > 1 \text{ ps}$).

Die Anregungsspektren von HOPG und Kupfer zeigen eine Verschiebung der Grenze zwischen Lochverteilung und Elektronenverteilung weg vom Fermi-Niveau zu $(E - E_F) = -80 \text{ meV}$ in HOPG und $(E - E_F) = 9 \text{ meV}$ in Kupfer. Ein einfaches Modell auf der Basis thermischer Elektronenverteilungen kann das Vorzeichen und die Zeitentwicklung der Verschiebung sowie die asymmetrische Spektrenform erklären, wenn die Temperaturabhängigkeit des chemischen Potentials mit einbezogen wird. Durch das ultraschnelle Heizen des Elektronengases wird das Elektronengas so weit gegenüber dem Gleichgewichts-Zustand gestört, dass das chemische Potential in der 2PPE messbar von seinem Gleichgewichts-Wert abweicht und eine Änderung in der Form der Anregungsspektren verursacht.

Zum tieferen Verständnis beider Beobachtungen benötigte man eine Simulation von hochangeregten nicht-thermischen Elektronenverteilungen an den untersuchten Oberflächen, welche Wechselwirkungen innerhalb des Elektronengases ebenso einschließt wie Elektron-Phonon-Prozesse und Transporteffekte.⁶

⁶Für kleine Anregungsdichten in Metallen sind die Arbeiten von Gusev und Wright [Gus98, Wri99] eine Ausgangspunkt.