

Algorithmische Verbesserungen für die Lösung diskreter Optimierungsmodelle

Inaugural-Dissertation
zur Erlangung des akademischen Grades eines
Doktors der Wirtschaftswissenschaft
des Fachbereichs Wirtschaftswissenschaft der
Freien Universität Berlin

vorgelegt von
Dipl.-Kauffrau Swantje Friedrich
geboren und wohnhaft in Berlin

Mai 2007

Dekan

Univ.-Prof. Dr. Jörg Sydow

Freie Universität Berlin

Fachbereich Wirtschaftswissenschaft

Erstgutachter

Univ.-Prof. Dr. Uwe H. Suhl

Freie Universität Berlin

Fachbereich Wirtschaftswissenschaft

Institut für Produktion, Wirtschaftsinformatik und

Operations Research

Zweitgutachter

Prof. Dr. Peter Mevert

Tag der Disputation:

27.11.2007

Abstract

In den letzten Jahren wurde das Konzept zur Lösung von gemischt-ganzzahligen Modellen stark weiterentwickelt. Mit Hilfe der strengen LP-Relaxierung, mit dem Branch-and-Cut-Verfahren, aber auch mit den leistungsstärkeren Computern werden schwere Modelle schneller oder überhaupt erst gelöst. Da viele Anwendungen in der Wirtschaft eingesetzt werden, muss bei kurzfristigen Änderungen schnell eine neue optimale Lösung im Bezug auf die Veränderungen gegeben sein. Die Lösungszeit vieler Probleme ist demnach immer noch zu lang, und es werden leider auch noch viele Probleme überhaupt nicht gelöst. Aus zeitlichen Gründen löst ein Großteil der Anwender die Probleme nicht bis zur Optimalität und benutzt stattdessen für ihre Planung schnell gefundene Integer-Lösungen, die entfernt von dem Optimum liegen.

Aus dieser Problematik ergibt sich das primäre Ziel der vorliegenden Arbeit. Es sollen möglichst früh im Branch-and-Bound gute Integer-Lösungen gefunden werden. Dabei wird ausgehend von dem bestehenden Optimierungssystem MOPS der Branch-and-Bound-Prozess umstrukturiert und durch neue Branching-Strategien, eine veränderte Bound Reduction mit verschiedenen Einsatzmöglichkeiten und Heuristiken vor und während des Branch-and-Bounds erweitert. Dabei wird u.a. bestehendes mathematisches Wissen aus der Literatur angewandt bzw. erweitert und implementiert. Durch die Einführung der erweiterten Modellklassen wird das Spektrum der Modellierung ausgedehnt.

Anhand von 10 leichten und 10 schweren Modellen der MILPlib, MIPLIB3 und MIPLIB2003 werden die einzelnen Strategien und Heuristiken getestet und mit dem alten Branch-and-Bound verglichen. Unter den entwickelten Strategien gibt es keine klar dominierende Strategie, aber sie erfüllen zumeist das gesetzte Ziel, schneller und bessere Integer-Lösungen zu finden.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	III
Tabellenverzeichnis	V
1 Einleitung	1
1.1 Mathematische Optimierung	1
1.2 Anwendungsbeispiele	3
1.3 Aufbau der Arbeit	4
2 Heutige Lösungsverfahren	5
2.1 Branch-and-Bound-Verfahren	5
2.2 Branch-and-Cut-Verfahren	10
2.3 Branch-and-Bound vs. Branch-and-Cut	12
2.4 Strenge LP-Relaxierung	13
2.4.1 Automatische Verschärfung der LP-Relaxierung	13
2.4.2 Manuelle Verschärfung der LP-Relaxierung	14
3 Erweiterte Modellklassen	16
3.1 Einzelne Variablen	16
3.1.1 Variablen mit Definitionslücke	16
3.1.2 Partial-Integer-Variable	19
3.2 Variablengruppen	19
3.2.1 Special Ordered Sets	19
3.2.2 Modellierung von nichtlinearen separablen Funktionen	23
4 Algorithmen zur Lösung erweiterter Modellklassen	28
4.1 Bound Reduction	28
4.2 Branch-and-Bound Algorithmus	32
4.2.1 Wahl der Branchingvariablen	33
4.2.2 Knotenauswahlstrategien	40
4.3 Heuristiken	46
4.3.1 Local Search	46
4.3.2 Heuristiken vor dem Branch-and-Bound	48
4.3.3 Heuristiken während des Branch-and-Bounds	54
5 Implementierung	58
5.1 Speicherung der Knoten	58
5.1.1 Knotentabelle	58
5.1.2 Node Save Area	58
5.1.3 Partitionierung und Komprimierung	59
5.1.4 Node File	63

5.2	Speicherung der erweiterten Modellklassen	64
5.2.1	Parameter und Datenstrukturen	64
5.2.2	Eingabe der Werte	66
5.2.3	Erstellung einer Integer-Tabelle	67
5.2.4	Update der Integer-Tabelle	70
5.2.5	Berechnung der Kosten für die L01-Variablen	71
5.3	Implementierung des Branch-and-Bound-Prozesses	71
5.3.1	Anwendung der Bound Reduction	72
5.3.2	Ermittlung der fraktionellen Variablen	79
5.3.3	Wahl der Branchingvariablen	80
5.3.4	Knotenauswahl und Branching-Prozess	87
5.4	Heuristiken	91
5.4.1	Heuristik vor dem Branch-and-Bound	91
5.4.2	Local Search während des Branch-and-Bounds	93
5.4.3	RSS Heuristik	95
5.4.4	Totales Runden	96
5.4.5	RSS-Heuristik mit Totalem Runden	97
5.4.6	Relaxation Induced Neighborhood Search (RINS)	97
5.4.7	Local Branching	98
5.4.8	Local Rounding	99
5.4.9	Local Total Rounding	100
6	Ergebnisse	102
6.1	Testmodelle und Einstellungen	102
6.2	Bewertungsmaßstab	103
6.3	Ergebnisse und Auswertung	105
6.3.1	Branching-Strategien	105
6.3.2	Heuristiken	109
6.3.3	Branch-and-Bound mit Heuristik	113
6.4	Diskussion der Gesamtergebnisse	114
7	Beurteilung und Ausblick	118
8	Literatur	120
Anhang		
A	Eingabeformat für erweiterte Modellklassen	125
B	Spezielle Modelleigenschaften	129
C	Parameter-Einstellungen	130
D	Ergebnisse Branch-and-Bound	132

Abbildungsverzeichnis

Abb. 2-1: Beispiel LP-Lösung runden.....	5
Abb. 2-2: Ablaufschema des Branch-and-Bound-Prozesses.....	7
Abb. 2-3: Darstellung von zlb und zip	8
Abb. 2-4: Branch-and-Bound-Beispiel1	8
Abb. 2-5: Branch-and-Bound-Beispiel2.....	9
Abb. 2-6: Branch-and-Bound-Beispiel3.....	9
Abb. 2-7: Branch-and-Bound-Beispiel4.....	9
Abb. 2-8: Branch-and-Bound-Beispiel5.....	10
Abb. 2-9: Beispiel Schnittebenen	10
Abb. 2-10: Ablaufschema des Branch-and-Cut-Verfahrens.....	12
Abb. 2-11: Strenge LP-Relaxierung	13
Abb. 3-1: Darstellung SC-Variable	17
Abb. 3-2: Darstellung SI-Variable.....	17
Abb. 3-3: Fixkostendarstellung	18
Abb. 3-4: Darstellung PI-Variablen.....	19
Abb. 3-5: Darstellung SOS3.....	21
Abb. 3-6: Darstellung SOS1.....	21
Abb. 3-7: Darstellung SOS2.....	22
Abb. 3-8: Darstellung nichtlineare Funktion.....	24
Abb. 3-9: Beispiel SOS2 und L01-Variablen.....	25
Abb. 4-1: Schematischer Ablauf Bound Reduction	29
Abb. 4-2: Schematischer Ablauf Probing im Branch-and-Bound.....	31
Abb. 4-3: Schematischer Ablauf Reduced Cost Fixing.....	32
Abb. 4-4: Darstellung der Ebenen der erweiterten Modellklassen.....	39
Abb. 4-5: Suchbaum Best-First	41
Abb. 4-6: Suchbaum LIFO	42
Abb. 4-7: Rundungsintervalle	48
Abb. 4-8: Schematischer Ablauf Heuristik vor dem Branch-and-Bound.....	50
Abb. 4-9: Schematischer Ablauf RSS-Heuristik	51
Abb. 4-10: Schematischer Ablauf Dynamisches Runden	52
Abb. 4-11: Schematischer Ablauf Gap-rounding Strategie.....	53
Abb. 4-12: Schematischer Ablauf Heuristiken während des Branch-and-Bounds	56
Abb. 5-1: Knotentabelle	58
Abb. 5-2: Node Save Area.....	59
Abb. 5-3: Modifizierte Bounds.....	59

Abb. 5-4: Partitionierung der Knotentabelle	60
Abb. 5-5: Partitionierung der Integer-Tabelle	65
Abb. 5-6: Partitionierung von xsowsc	66
Abb. 6-1: Ausschnitt Performance Profil – Wahl der Branchingvariablen.....	106
Abb. 6-2: Ausschnitt Performance Profil – Knotenauswahl	108
Abb. 6-3: Ausschnitt Performance Profile – Knotenauswahl mit LIFO	108
Abb. 6-4: Ausschnitt Performance Profile – Local Search	112
Abb. 6-5: Ausschnitt Performance Profile – B&B mit Heuristik.....	114
Abb. 6-6: Performance Profile V3.....	117
Abb. 6-7: Performance Profile V4.....	117

Tabellenverzeichnis

Tab. 6-1: Testset leichte Modelle	102
Tab. 6-2: Testset schwere Modelle.....	102
Tab. 6-3: Numerische Resultate – Wahl der Branchingvariablen.....	105
Tab. 6-4: Werte Branchingvariable	106
Tab. 6-5: Numerische Resultate – Knotenauswahlstrategie - Nicht-LIFO	107
Tab. 6-6: Numerische Resultate – Knotenauswahlstrategien - LIFO.....	107
Tab. 6-7: Werte Knotenauswahl.....	108
Tab. 6-8: Werte LIFO.....	108
Tab. 6-9: Numerische Resultate – Heuristik vor dem Branch-and-Bound.....	110
Tab. 6-10: Numerische Resultate – Local Search	112
Tab. 6-11: Werte Local Search.....	112
Tab. 6-12: Numerische Resultate – Branch-and-Bound mit Heuristik	113
Tab. 6-13: Werte B&B und Heuristik	114
Tab. 6-14: Numerische Resultate – Vergleich mit und ohne B&B	115
Tab. 6-15: Numerische Resultate – Vergleich alter und neuer B&B	116
Tab. 6-16: Werte V3.....	117
Tab. 6-17: Werte V4.....	117