B Ausgewählte Programme[723]

B.1 Benötigte Module

Die folgenden Module sind alphabetisch geordnet.

„ErgebnisseDeterministisch.m“

```
In[1]:= Ergebnisse :=
                          ""                "Hersteller"          "Händler"              "Kette"
   TableForm[ "Deckungsbeitrag"  Hersteller[pR, pM]  Haendler[pR, pM]  Produzenten[pR, pM] ] // Simplify
                       "Preis"               pM                   pR                   ""
```

„ErgebnisseEinfach.m“

```
In[1]:= Ergebnisse[p_, z_] := Print["Preis: ", p, "\nzu produzierende Menge: ",
          yz[p, z], "\nerwarteter Deckungsbeitrag:  ", erwDeckungsbeitrag[p, z]]
```

„ErgebnisseStochastischAlgebraisch.m“

```
In[1]:= Ergebnisse := TableForm[
                             ""                          "Hersteller"         "Händler"            "Kette"
       "(erwarteter)\nDeckungsbeitrag"  Hersteller[pR, pM]  Haendler[pR, pM]  Produzenten[pR, pM]  ] //
                          "Preis"                      pM                  pR                  ""
                          "Menge"                    y[pR]               y[pR]                 ""
     Simplify
```

„ErgebnisseStochastisch.m“

```
In[1]:= Ergebnisse[p_, pM_, z_] :=
   TableForm[
                       ""                          "Hersteller"              "Händler"                              "Kette"
     "(erwarteter)\nDeckungsbeitrag"  Hersteller[p, z, pM]    Haendler[p, z, pM]              Produzenten[p, z, pM]
      "simulierter\nDeckungsbeitrag"  Hersteller[p, z, pM]  simHaendler[p, z, pM]  Hersteller[pR, z, pM] + simHaendle
                  "Preis"                        pM                       p                                  ""
                  "Menge"                     yz[p, z]                 yz[p, z]                               ""
   ]
```

„erwarteterDeckungsbeitragHersteller.m“

```
In[1]:= If[Nachfrage == "linear",
          erwDeckungsbeitrag[p_, z_] := (p - c1) * (y[p]  + μ) -
            ((c1 + co) * ∫_A^z (z - u) * kleinF[u] du + (p + cu - c1) * ∫_z^B (u - z) * kleinF[u] du)
        ]
        If[Nachfrage == "multiplikativ",
          erwDeckungsbeitrag[p_, z_] := (p - c1) * (y[p] μ) -
            y[p] * ((c1 + co) * ∫_A^z (z - u) * kleinF[u] du + (p + cu - c1) * ∫_z^B (u - z) * kleinF[u] du)
        ]
```

[723] Mathematica 4.2.0.0

„Interpolation.m“

Es wird das maximal mögliche zR festgelegt

```
In[1]:= ModuleMaximaleszR := Module[{},
          AbleitungHaendler = D[Expand[Haendler[pR, zR, pM]], zR] /. pM → c1 // N // Expand;
          (* erste Ableitung des erwarteten Deckungsbeitrags *)
          zRMax = FindRoot[AbleitungHaendler == 0, {zR, μ, A, B}] ;
          (* Es wird das zR in den Grenzen [A,B] mit dem Startwert μ gesucht,
           bei dem die erste Ableitung Null wird *)
          zRmax = zR /. zRMax[[1]]; (* Zuweisen des Ergebnisses *)
          Clear[zRMax]; (* Löschen nicht benötigter Variablen *)
         ]
```

Es wird die Untergrenze von zR festgelegt

```
In[2]:= ModuleMinimaleszR := Module[{},
          i = c1; zRmin = 0; (* Startwerte *)
          Do[
           t = Haendler[pR, zR, pM] /. pM → i // Simplify;
           t = D[t, zR];
           k = FindRoot[t == 0, {zR, μ, A, B}];
           zRmin = zR /. k[[1]];
           If[(Evaluate[Haendler[pR, zR, pM] //. {pM → i, zR → zRmin}]) < UR, Break[]],
           {i, c1, a / b, 0.1}
          ];
          Clear[k, t, i]; (* Löschen nicht benötigter Variablen *)
         ]
```

Der erwartete Deckungsbeitrag des Händlers wird im Bereich [zRmin, zRmax] und mitdrei Stützstellen interpoliert

```
In[3]:= InterpolierterErwarteterDeckungsbeitrag := Module[{},
          Interpol = InterpolatingPolynomial[Table[{i, Haendler[pR, zR, pM] /. zR → i},
              {i, zRmin, zRmax, (zRmax - zRmin) / 2}], zR] // Expand;
          polyHaendler = Chop[Interpol] // FullSimplify;
          (* Interpolierter erwarteter Deckungsbeitrag *)
          Print["Interpolierter erwarteter Deckungsbeitrag: ", polyHaendler];
          Clear[Interpol]; (* Löschen nicht benötigter Variablen *)
         ]
```

„LineareNachfrage.m“

```
In[1]:= y[p_] := a - b p; (* ohne Nachfrageschock *)
        yz[p_, z_] := y[p] + z (* mit antizipierten Nachfrageschock *)
        Nachfrage = "linear"
```

„LineareNachfrageParameterBsp3.m“

```
In[1]:= a = 200; b = 25;(* Parameterwerte der Nachfragefunktion *)
        c1 = 3; (* Herstellungskosten des Herstellers *)
        cu = 3; (* Strafkosten für den Ausgleich von Fehlmengen *)
        co = 1;(* Strafkosten für die Beseitigung von Restposten *)
        μ = 0; σ = 4.970178926441353; (* Parameterwerte der Verteilungsfunktion *)
        A = μ - 5.03 σ; B = μ + 5.03 σ; (* Unter- und Obergrenze *)
        Mindestgewinn = {1, 1, 1, 1}; (* Mindestgewinne der Kettenglieder *)
```

„LineareNachfrageParameterBsp4.m“

```
In[1]:= a = 200; b = 25;(* Parameterwerte der Nachfragefunktion *)
        c1 = 5; (* Herstellungskosten des Herstellers *)
        cu = 0.5; (* Strafkosten für den Ausgleich von Fehlmengen *)
        co = 5;(* Strafkosten für die Beseitigung von Restposten *)
        μ = 0; σ = 2; (* Parameterwerte der Verteilungsfunktion *)
        A = μ - 5.03 σ; B = μ + 5.03 σ; (* Unter- und Obergrenze *)
        Mindestgewinn = {1, 1, 1}; (* Mindestgewinne der Kettenglieder *)
```

„LineareNachfrageParameter.m“

```
In[1]:= a = 200; b = 25;(* Parameterwerte der Nachfragefunktion *)
        c1 = 3; (* Herstellungskosten des Herstellers *)
        cu = 3; (* Strafkosten für den Ausgleich von Fehlmengen *)
        co = 1;(* Strafkosten für die Beseitigung von Restposten *)
        μ = 0; σ = 4.97; (* Parameterwerte der Verteilungsfunktion *)
        A = μ - 5.03 σ; B = μ + 5.03 σ; (* Unter- und Obergrenze *)
```

„LinearHaendler.m“

Erwarteter Deckungsbeitrag

In[1]:= Haendler[pR_, zR_, pM_] := (pR - pM) * (y[pR] + μ) -

$$\left((pM + co) * \int_{A}^{zR} (zR - u) * kleinF[u]\, du + (pR + cu - pM) * \int_{zR}^{B} (u - zR) * kleinF[u]\, du\right);$$

Simulierter Deckungsbeitrag, wird für jeden einzelnen Schock gespeichert

```
In[2]:= simHaendlerSchock[pR_, yR_, pM_] :=
         pR * Table[Min[(y[pR] + schock[[i]]), yR], {i, anzahl}] -
          pM * Table[yR, {anzahl}] -
          co * Table[Max[(yR - (y[pR] + schock[[i]])), 0], {i, anzahl}] -
          cu * Table[Max[(y[pR] + schock[[i]] - yR), 0], {i, anzahl}]
```

Simulierter Deckungsbeitrag (im Durchschnitt)

```
In[3]:= simHaendler[pR_, zR_, pM_] :=
          durchschnitt[simHaendlerSchock[pR, yz[pR, zR], pM]];
```

„ModuleUndZuweisungenNrDrei.m“

Kuhn-Tucker-Bedingungen

In[17]:=
```
(* Kuhn-Tucker-Bedingungen für drei Nebenbedingungen *)
KuhnTuckerDreiNebenbedingungen[mm_, mr_, mλ_, mλ1_, mUR_, mUM_] := Module[
  {},
  loesungen = {pM → mm, pR → mr, λ → mλ, λ1 → mλ1, UR → mUR, UM → mUM};
  bedingungen = {b > 1, pM ≥ 0, pR ≥ 0, λ ≥ 0, λ1 ≥ 0};
  TableForm[
   {Bedingungen["pM", "DLpM", loesungen], Bedingungen["pR", "DLpR", loesungen],
    Bedingungen["λ", "DLλ", loesungen], Bedingungen["λ1", "DLλ1", loesungen]}
  ]
 ]
(* Kuhn-Tucker-Bedingungen für zwei Nebenbedingungen *)
KuhnTuckerZweiNebenbedingungen[mm_, mλ_, mλ1_, mUR_, mUM_] := Module[
  {},
  loesungen = {pM → mm, λ → mλ, λ1 → mλ1, UR → mUR, UM → mUM};
  bedingungen = {b > 1, pM ≥ 0, λ ≥ 0, λ1 ≥ 0};
  TableForm[
   {Bedingungen["pM", "DLpM", loesungen],
    Bedingungen["λ", "DLλ", loesungen], Bedingungen["λ1", "DLλ1", loesungen]}
  ]
 ]
```

Lösungen, bei dessen Lösungskandidaten λ<0 oder λ1<0 oder a≤0 oder b≤1 oder c1≤0 oder pM≤0 gilt, werden gelöscht. Anschließend werden die noch übrigen Lösungen nummeriert angegeben.

In[19]:=
```
ModuleLoesungskandidaten := Module[{},
  Do[
   Do[
    If[
     (Loesungen⟦j, i, 1⟧ == λ ∧ Loesungen⟦j, i, 2⟧ < 0) == True ∨
      (Loesungen⟦j, i, 1⟧ == λ1 ∧ Loesungen⟦j, i, 2⟧ < 0) == True ∨
      (Loesungen⟦j, i, 1⟧ == λ2 ∧ Loesungen⟦j, i, 2⟧ < 0) == True ∨
      (Loesungen⟦j, i⟧ == (a == 0)) ∨ (Loesungen⟦j, i⟧ == (c1 == 0)) ∨
      (Loesungen⟦j, i, 1⟧ == pM ∧ Loesungen⟦j, i, 2⟧ == 0) == True ∨
      (Loesungen⟦j, i, 1⟧ == pR ∧ Loesungen⟦j, i, 2⟧ == 0) == True ∨
      ((Evaluate[Loesungen⟦j, i⟧ /. a → 0]) == True ∨
         (Evaluate[Loesungen⟦j, i⟧ /. b → 0]) == True ∨
         (Evaluate[Loesungen⟦j, i⟧ /. c1 → 0]) == True ∨
         (Evaluate[Loesungen⟦j, i⟧ /. pR → 0]) == True ∨
         (Evaluate[Loesungen⟦j, i⟧ /. pM → 0]) == True) ∧
       (StringPosition[ToString[Loesungen⟦j⟧], "!="] == {}) == True,
     (* dann *) Loesungen = Delete[Loesungen, j]; Break[]],
    (* sonst nichts *)
    {i, 1, Length[Loesungen⟦j⟧]}
   ],
   {j, Length[Loesungen], 1, -1}
  ];
  Do[Print["Nr. ", i, ": ", Loesungen⟦i⟧], {i, Length[Loesungen]}]
 ]
```

„ModuleUndZuweisungenNrEins.m“

Zuweisungen

In[1]:=
```
(* Deckungsbeiträge zuweisen *)
Haendler[pR_, pM_] := (pR - pM) * y[pR];
Hersteller[pR_, pM_] := (pM - c1) * y[pR];
Produzenten[pR_, pM_] := Hersteller[pR, pM] + Haendler[pR, pM];
```

In[4]:=
```
(* Die Kuhn-Tucker-Bedingungen werden hier
   überprüft und für den tabellarischen Ausdruck vorbereitet *)
Bedingungen[Variable_, Ableitung_, loesungen_] :=
 (* Nur für Nebenbedingungen gilt,
  dass deren Ableitungen größer/gleich Null sein müssen,
  deswegen wird eine Fallunterscheidung vorgenommen *)
 If[StringTake[Variable, {1}] == "p",
  (* dann *)
  {Ableitung "≤0", FullSimplify[
    Evaluate[ToExpression[Ableitung] //. loesungen] ≤ 0, bedingungen],
   "| " Variable "≥0", FullSimplify[
    Evaluate[ToExpression[Variable] //. loesungen] ≥ 0, bedingungen],
   "| " Ableitung Variable "==0", FullSimplify[
    Evaluate[ToExpression[Variable] * ToExpression[Ableitung] //. loesungen] == 0,
    bedingungen]
  },
  (* sonst *)
  {Ableitung "≥0", FullSimplify[
    Evaluate[ToExpression[Ableitung] //. loesungen] ≥ 0, bedingungen],
   "| " Variable "≥0", FullSimplify[
    Evaluate[ToExpression[Variable] //. loesungen] ≥ 0, bedingungen],
   "| " Ableitung Variable "==0", FullSimplify[
    Evaluate[ToExpression[Variable] * ToExpression[Ableitung] //. loesungen] == 0,
    bedingungen]
  }
 ]
```

Module (alphabetisch sortiert)

Die Lagrange-Funktion L wird bzgl. der Variablen pM, λ und λ1 bzw. pR abgeleitet

In[5]:=
```
AbleitungLagrangeDreiNebenbedingungen := Module[
  {},
  DLpM = D[L, pM] // Simplify; Print[DLpM];
  DLpR = D[L, pR] // Simplify; Print[DLpR];
  DLλ = D[L, λ] // Simplify; Print[DLλ];
  DLλ1 = D[L, λ1] // Simplify; Print[DLλ1]
 ]
AbleitungLagrangeZweiNebenbedingungen := Module[
  {},
  DLpM = D[L, pM] // Simplify; Print[DLpM];
  DLλ = D[L, λ] // Simplify; Print[DLλ];
  DLλ1 = D[L, λ1] // Simplify; Print[DLλ1]
 ]
```

Kuhn-Tucker-Bedingungen

```
In[7]:= (* Kuhn-Tucker-Bedingungen für drei Nebenbedingungen *)
KuhnTuckerDreiNebenbedingungen[mm_, mr_, mλ_, mλ1_, mUR_, mUM_] := Module[
  {},
  loesungen = {pM → mm, pR → mr, λ → mλ, λ1 → mλ1, UR → mUR, UM → mUM};
  bedingungen = {b > 0, pM ≥ 0, pR ≥ 0, λ ≥ 0, λ1 ≥ 0};
  TableForm[
   {Bedingungen["pM", "DLpM", loesungen], Bedingungen["pR", "DLpR", loesungen],
    Bedingungen["λ", "DLλ", loesungen], Bedingungen["λ1", "DLλ1", loesungen]}
  ]
 ]
(* Kuhn-Tucker-Bedingungen für zwei Nebenbedingungen *)
KuhnTuckerZweiNebenbedingungen[mm_, mλ_, mλ1_, mUR_, mUM_] := Module[
  {},
  loesungen = {pM → mm, λ → mλ, λ1 → mλ1, UR → mUR, UM → mUM};
  bedingungen = {b > 0, pM ≥ 0, λ ≥ 0, λ1 ≥ 0};
  TableForm[
   {Bedingungen["pM", "DLpM", loesungen],
    Bedingungen["λ", "DLλ", loesungen], Bedingungen["λ1", "DLλ1", loesungen]}
  ]
 ]
```

Lösungen, bei dessen Lösungskandidaten $\lambda<0$ oder $\lambda1<0$ oder $a\leq0$ oder $b\leq0$ oder $c1\leq0$ oder $pM\leq0$ gilt, werden gelöscht. Ebenso werden Lösungen gelöscht, bei denen gilt: $c\geq a/b$ und $pM\geq a/b$ wegen $y[a/b]=0$ und $pM\geq c$ sein muss. Anschließend werden die noch übrigen Lösungen nummeriert angegeben.

```
In[9]:= ModuleLoesungskandidaten := Module[{},
  Do[
   Do[
    If[
     (Loesungen〚j, i, 1〛 == λ ∧ Loesungen〚j, i, 2〛 < 0) == True ∨
      (Loesungen〚j, i, 1〛 == λ1 ∧ Loesungen〚j, i, 2〛 < 0) == True ∨
      (Loesungen〚j, i, 1〛 == λ2 ∧ Loesungen〚j, i, 2〛 < 0) == True ∨
      (Loesungen〚j, i, 1〛 == c1 ∧ Loesungen〚j, i, 2〛 == a / b) == True ∨
      (Loesungen〚j, i, 1〛 == pR ∧ Loesungen〚j, i, 2〛 == a / b) == True ∨
      (Loesungen〚j, i, 1〛 == pM ∧ Loesungen〚j, i, 2〛 == a / b) == True ∨
      (Loesungen〚j, i, 1〛 == pM ∧ Loesungen〚j, i, 2〛 == 0) == True ∨
      (Loesungen〚j, i, 1〛 == pR ∧ Loesungen〚j, i, 2〛 == 0) == True ∨
      ((Evaluate[Loesungen〚j, i〛 /. a → 0]) == True ∨
         (Evaluate[Loesungen〚j, i〛 /. b → 0]) == True ∨
         (Evaluate[Loesungen〚j, i〛 /. c1 → 0]) == True ∨
         (Evaluate[Loesungen〚j, i〛 /. pR → 0]) == True ∨
         (Evaluate[Loesungen〚j, i〛 /. pM → 0]) == True) ∧
       (StringPosition[ToString[Loesungen〚j〛], "!="] == {}) == True,
     (* dann *) Loesungen = Delete[Loesungen, j]; Break[]],
    (* sonst nichts *)
    {i, 1, Length[Loesungen〚j〛]}
   ],
   {j, Length[Loesungen], 1, -1}
  ];
  Do[Print["Nr. ", i, ": ", Loesungen〚i〛], {i, Length[Loesungen]}]
 ]
```

Es werden Lösungskandidaten berechnet, die dem Teil "Variable * Ableitung = 0" der Kuhn-Tucker-Bedingungen genügen. Die restlichen Bedingungen werden anschließend überprüft.

```
In[10]:= ModuleLoesungskandidatenSim := Module[{},
           Loesungen =
            Reduce[{pM * DLpM == 0, pR * DLpR == 0, λ * DLλ == 0, λ1 * DLλ1 == 0}, {pM, pR, λ, λ1}];
           ModuleLoesungskandidaten
          ];
         ModuleLoesungskandidatenDesM := Module[{},
           Loesungen = Reduce[{pM * DLpM == 0, λ * DLλ == 0, λ1 * DLλ1 == 0}, {pM, λ, λ1}];
           ModuleLoesungskandidaten
          ];
```

„ModuleUndZuweisungenNrSechs.m“

```
In[1]:= Strafkosten :=
```

$$(p2 + co) * \int_A^{z3} (z3 - u) * kleinF[u]\, du + (p3 + cu - p2) * \int_{z3}^{B} (u - z3) * kleinF[u]\, du$$

Anlegen eines Arrays,welches die Werte für die Kettenglieder speichert

```
In[2]:= Kettenglied = Table[0, {3}];
```

```
Module sind alphabetisch sortiert
```

Optimierung der interpolierten Funktion Kettenglied⟦3⟧ bzgl. z3

```
In[3]:= ModuleBerechnungOptimalerAntizipierterSchock := Module[{tt, tta, ttb, ttc},
          tt = D[InterpolierterErwarteterGewinn, z3];
          ttb = Solve[tt == 0, z3] // Simplify;
          ttc = ttb /. {p2 → c1};
          If[Abs[ttc⟦1, 1, 2⟧ - μ] ≤ Abs[ttc⟦2, 1, 2⟧ - μ],
           tta = ttb⟦1, 1⟧, tta = ttb⟦2, 1⟧];
          z3 = z3 /. tta;
          p3 = p3 /. tta;
         ]
```

Berechnen des optimalen Preises p3 durch partielle Ableitung

```
In[4]:= ModuleBerechnungOptimalerPreis := Module[{tt, dEWGRp},
          dEWGRp = D[Kettenglied⟦3⟧, p3]; (* Ableiten der Funktion nach p3*)
          tt = Solve[dEWGRp == 0 , p3] ; (* Lösen der Gleichung nach p3 *)
          p3 = p3 /. tt⟦1, 1⟧ // Simplify; (* Zuweisen der Lösung zur Variablen p3 *)
          Print["p3 = ", p3]
         ]
```

Berechnen des optimalen Preises p2

```
In[5]:= ModuleBerechnungOptimalerPreisII := Module[{p2Zwischen, t},
          t = D[Kettenglied⟦2⟧, p2]; (* Ableitung nach p2 *)
          p2Zwischen = Solve[t == 0, p2] (* nach p2 auflösen *)
         ]
```

Berechnen des optimalen Preises p2 durch Interpolation

```
In[6]:= ModuleBerechnungOptimalerPreisDurchInterpolation :=
         Module[{InterpolierterDB, t},
          InterpolierterDB = Chop[InterpolatingPolynomial[Table[
               {i, Kettenglied⟦2⟧ /. p2 → i}, {i, c1, 7.5, (7.5 - c1) / 4}], p2]] // Expand;
          t = D[InterpolierterDB, p2] ; (* Ableitung nach p2 *)
          p2Zwischen = Solve[t == 0, p2] ; (* nach p2 auflösen *)
          p2Zwischen = Chop[p2Zwischen];
          Print["∂p2 InterpolierterDB = ", t]
         ]
```

Berechnen des optimalen Preises p1 durch Interpolation

```
In[7]:= ModuleBerechnungOptimalerPreisDurchInterpolationII := Module[{t},
   InterpolierterDB =
    Chop[InterpolatingPolynomial[Table[{i, Kettenglied⟦1⟧ /. p1 → i},
        {i, c1, 6.5, (6.5 - c1) / 3}], p1]] // Expand;
   t = D[InterpolierterDB, p1]; (* Ableitung nach p1 *)
   p1Zwischen = Solve[t == 0, p1];(* nach p1 auflösen *)
  ]
```

Interpolation der Funktion Kettenglied⟦3⟧ im Bereich {z3min,z3max} mit drei Stützstellen

```
In[8]:= ModuleInterpolation := Module[{t, m},
   InterpolierterErwarteterGewinn =
    InterpolatingPolynomial[Table[{i, Kettenglied⟦3⟧ /. z3 → i},
       {i, z3min, z3max, (z3max - z3min) / 3}], z3] // Simplify;
   Print["InterpolierterErwarteterGewinn = ",
    Chop[InterpolierterErwarteterGewinn]]
  ]
```

Den Kettengliedern werden ihre erwarteten Deckungsbeiträge zugewiesen

```
In[9]:= ModuleKettenglieder := Module[{},
   Kettenglied⟦1⟧ = (p1 - c1) y[p3];
   Kettenglied⟦2⟧ = (p2 - p1) y[p3];
   Kettenglied⟦3⟧ = (p3 - p2) * (y[p3] + μ) - ((p2 + co) * ∫_A^z3 (z3 - u) * kleinF[u] ⅆu +
       (p3 + cu - p2) * ∫_z3^B (u - z3) * kleinF[u] ⅆu) // Simplify;
   Do[Print["Kettenglied⟦", i, "⟧ = ", Kettenglied⟦i⟧, "\n"], {i, 3}];
  ]
```

Berechnen der oberen Grenze für den antizipierten Schock z3

```
In[10]:= ModuleObereGrenzeAntizipierterSchock := Module[{t, m},
   t = Kettenglied⟦3⟧ /. p2 → c1 // Simplify;
   m = D[t, z3];
   t = FindRoot[m == 0, {z3, μ, A, B}];
   z3max = z3 /. t⟦1⟧;
  ]
```

Berechnen der unteren Grenze für den antizipierten Schock z3

```
In[11]:= ModuleUntereGrenzeAntizipierterSchock := Module[{i, t, m},
   i = c1; z3min = 0;
   (* Maximiere für jedes p3=
     i die Funktion Kettenglied⟦3⟧ bzgl. z3. Falls für die (p3,z3)-
      Kombination der erwartete Deckungsbeitrag von Kettenglied⟦3⟧
       geringer ist als der geforderte Mindestdeckungsbeitrag,
    wird die Schleife abgebrochen. *)
   Do[
    t = Kettenglied⟦3⟧ /. p2 → i // Simplify;
    t = D[t, z3];
    m = FindRoot[t == 0, {z3, μ, A, B}];
    z3min = z3 /. m⟦1⟧;
    If[(Evaluate[Kettenglied⟦3⟧ /. p3 → i /. z3 → zRmin]) <
      Mindestgewinn⟦3⟧, Break[]],
    {i, c1, a / b, 0.1}
   ];
  ]
```

„ModuleUndZuweisungenNrVier.m“

```
In[1]:= (* GesamtMatrix: Berechnet Matrix aa mit benötigten Werten *)
GesamtMatrix[grenze1_, grenze2_, schritt_, p_, R_] := Module[{pR, zR, pM},
    aa = Table[m, {7}, {m, grenze1, grenze2, schritt}];
    If[R == "M",
     zR = z /. z → aa⟦1⟧;
     pR = p /. z → zR;
     For[i = 1, i ≤ Dimensions[aa]⟦2⟧, i++,
      aa⟦2, i⟧ = NSolve[D[Hersteller[pR⟦i⟧, zR⟦i⟧, w], w] == 0, w];
      For[j = 1, j ≤ Dimensions[aa⟦2, i⟧]⟦1⟧, j++,
       aa⟦3, i⟧ = If[(NumberQ[w /. aa⟦2, i, j⟧] && Im[w /. aa⟦2, i, j⟧] == 0) &&
          (w /. aa⟦2, i, j⟧) > c1 , w /. aa⟦2, i, j⟧, "Problem"]
      ];
      If[aa⟦3, i⟧ == "Problem",
       Do[aa⟦j⟧ = ReplacePart[aa⟦j⟧, "Fehler", i], {j, 4, 7}],
       aa⟦4, i⟧ = Simplify[
         Hersteller[pR⟦i⟧ /. z → zR⟦i⟧, zR⟦i⟧, aa⟦3, i⟧] /. w → aa⟦3, i⟧ ];
       aa⟦5, i⟧ = Simplify[Haendler[pR⟦i⟧ /. w → aa⟦3, i⟧, aa⟦1, i⟧, aa⟦3, i⟧]];
       aa⟦6, i⟧ = Simplify[pR⟦i⟧ /. w → aa⟦3, i⟧];
       aa⟦7, i⟧ = If[NumberQ[aa⟦3, i⟧] ,
         If[aa⟦4, i⟧ < UM || aa⟦5, i⟧ < UR , "Fehler", "OK"], "Fehler"];
      ];
     ],
     pM = w /. w → aa⟦1⟧;
     pR = p /. w → pM;
     For[i = 1, i ≤ Dimensions[aa]⟦2⟧, i++,
      aa⟦2, i⟧ = NSolve[D[Simplify[Haendler[pR⟦i⟧, z, pM⟦i⟧]], z] == 0, z];
      For[j = 1, j ≤ Dimensions[aa⟦2, i⟧]⟦1⟧, j++,
       aa⟦3, i⟧ = If[(NumberQ[z /. aa⟦2, i, j⟧] && Im[z /. aa⟦2, i, j⟧] == 0) &&
          (z /. aa⟦2, i, j⟧) ≥ A && (z /. aa⟦2, i, j⟧) ≤ B ,
         z /. aa⟦2, i, j⟧, "Problem"]
      ];
      If[aa⟦3, i⟧ == "Problem",
       Do[aa⟦j⟧ = ReplacePart[aa⟦j⟧, "Fehler", i], {j, 4, 7}],
       aa⟦4, i⟧ = Simplify[Hersteller[pR⟦i⟧ /. z → aa⟦3, i⟧, aa⟦3, i⟧, pM⟦i⟧]];
       aa⟦5, i⟧ = Simplify[Haendler[pR⟦i⟧ /. z → aa⟦3, i⟧, aa⟦3, i⟧, pM⟦i⟧]];
       aa⟦6, i⟧ = Simplify[pR⟦i⟧ /. z → aa⟦3, i⟧];
       aa⟦7, i⟧ = If[NumberQ[aa⟦3, i⟧] ,
         If[aa⟦4, i⟧ < UM || aa⟦5, i⟧ < UR , "Fehler", "OK"], "Fehler"]
      ];
     ];
    ];
    TableForm[aa]
   ]
  (* guteWerte: Es wird ein Vektor bb angelegt,
   der als Elemente "∞" enthält (nötig für weitere Berechnungen). Für
    jedes zR aus der Matrix aa wird geschaut,
   ob es für dieses zR eine Lösung existiert ("OK") oder nicht
    ("Fehler"). Für jedes zR mit "OK" wird in dem Vektor bb das
```

```
  entsprechende zR eingetragen, sowie der Vorgänger vom zR mit "OK",
 der "Fehler" beinhaltet und dem Nachfolger vom zR mit "OK",
 der "Fehler" beinhaltet. Damit wird sicher gestellt,
 dass alle potenziellen zR mit einem "OK" gefunden werden können. *)
guteWerte[grenze1_, grenze2_, schritt_] := Module[{},
  bb = Table[∞, {z, grenze1, grenze2, schritt}];
  For[i = 1, i ≤ Dimensions[aa][[2]], i++,
   If[i == 1,
    If[(aa[[7, i]] == "Fehler" && aa[[7, i + 1]] == "OK"), bb[[i]] = aa[[1, i]]]];
   If[i > 1, If[(aa[[7, i - 1]] == "Fehler" && aa[[7, i]] == "OK"),
     bb[[i - 1]] = aa[[1, i - 1]]]];
   If[(aa[[7, i]] == "OK"), bb[[i]] = aa[[1, i]]];
   If[i == Dimensions[aa][[2]],
    If[(aa[[7, i - 1]] == "OK" && aa[[7, i]] == "Fehler"), bb[[i]] = aa[[1, i]]]];
   If[i < Dimensions[aa][[2]], If[(aa[[7, i]] == "OK" && aa[[7, i + 1]] == "Fehler"),
     bb[[i + 1]] = aa[[1, i + 1]]]];
  ];
  TableForm[bb]
 ]
(* miniListe: Löscht alle Elemente des Vektors bb, die das "∞"
  enthalten. Es bleibt ein Vektor bb, der nur noch zR-Werte enthält. *)
miniListe := Module[{i, j},
  i = 1; j = 1;
  Do[
   If[bb[[j]] == ∞, bb = Delete[bb, j], j++];
   If[FreeQ[bb, ∞], Break[]],
   {i, j, Length[bb]}]; (* Schleife läuft von i = j *)
  TableForm[bb]
 ]
(* zuBetrachtenderVektor: Fasst die Module GesamtMatrix,
 guteWerte und miniListe zusammen. *)
zuBetrachtenderVektor[grenze1_, grenze2_, schritt_, p_, R_] := Module[{},
  GesamtMatrix[grenze1, grenze2, schritt, p, R];
  guteWerte[grenze1, grenze2, schritt];
  miniListe
 ]
(* zIntervall: Berechnet die Grenzen des
   Intervalls von zR mit einer Genauigkeit von 0.00000001. *)
zIntervall[grenze1_, grenze2_, schritt_, p_, R_] :=
 Module[{zMinL, zMinR, zMaxL, zMaxR, SchrittL, SchrittR, wer},
  zMinL = grenze1; zMaxL = grenze2; SchrittL = schritt;
  zMinR = grenze1; zMaxR = grenze2; SchrittR = schritt;
  Do[
   If[R == "M", wer = "M", wer = "R"];
   zuBetrachtenderVektor[zMinL, zMaxL, SchrittL, p, wer];
   If[bb == {}, Break[]];
   (* Verlasse die Do-Schleife, wenn der Vektor bb leer ist. *)
   zMinL := bb[[1]];
   zMaxL := bb[[2]];


   SchrittL := (bb[[2]] - bb[[1]]) / 10.0;
   If[(zMaxL - zMinL) * 100000000 ≤ 1,
    zIntervallMin = zMinL + SchrittL; Break[]],
   {10}(* Wiederhole Do-Schleife 10 mal. *)
  ];
```

```
    Do[
     zuBetrachtenderVektor[zMinR, zMaxR, SchrittR, p, wer];
     If[bb == {}, Break[]];
     (* Verlasse die Do-Schleife, wenn der Vektor bb leer ist. *)
     zMinR := bb⟦Length[bb] - 1⟧;
     zMaxR := bb⟦Length[bb]⟧;
     SchrittR := (bb⟦Length[bb]⟧ - bb⟦Length[bb] - 1⟧) / 10.0;
     If[(zMaxR - zMinR) * 100000000 ≤ 1,
      zIntervallMax = zMaxR - SchrittR; Break[]],
     {10}(* Wiederhole Do-Schleife 10 mal. *)
    ];
    If[bb == {}, Print[StyleForm["Problem!", FontWeight → "Bold"],
      " Startwerte und/oder Schrittweite ändern!\n" TableForm[aa]]]
   ]
(* MaxManu: Berechnet in einem vorgegebenem Intervall das zR aus,
 dass den höchsten Deckungsbeitrag des Händlers
  generiert. Dabei wird das Intervall so oft verkleinert,
 bis das Intervall der Grenzen eine Größe von 0.00000001 beträgt. *)
MaxManu[zIntervallMin_, zIntervallMax_, p_, R_] :=
 Module[{zMin, zMax, Schritt},
  zMin = zIntervallMin; zMax = zIntervallMax; Schritt = (zMax - zMin) / 10;
  Do[
   If[R == "M", wer = "M", wer = "R"];
   GesamtMatrix[zMin, zMax, Schritt, p, wer];
   zMin := If[Position[aa⟦4⟧, Max[aa⟦4⟧]]⟦1, 1⟧ - 1 == 0,
     aa⟦1, Position[aa⟦4⟧, Max[aa⟦4⟧]]⟦1, 1⟧⟧,
     aa⟦1, Position[aa⟦4⟧, Max[aa⟦4⟧]]⟦1, 1⟧ - 1⟧];
   zMax = If[Position[aa⟦4⟧, Max[aa⟦4⟧]]⟦1, 1⟧ == Dimensions[aa]⟦2⟧,
     Print["Obere Grenze erweitern!"]; Break[],
     aa⟦1, Position[aa⟦4⟧, Max[aa⟦4⟧]]⟦1, 1⟧ + 1⟧];
   Schritt := (zMax - zMin) / 10;
   maxPiManu := Max[aa⟦4⟧];
   If[(zMax - zMin) * 100000000 ≤ 1, Break[]],
   {10}
  ]
 ]
(* BerechnungMaxManu: Berechnet den maximal möglichen Deckungsbeitrag,
 seinen Preis und das zR des Händlers,
 sowie den Preis des Herstellers. *)
BerechnungMaxManu[grenze1_, grenze2_, schritt_, p_, R_] :=
 Module[{wer, dummy},
  If[R == "M", wer = "M", wer = "R"];
  zIntervall[grenze1, grenze2, schritt, p, wer];
  MaxManu[zIntervallMin, zIntervallMax, p, wer];


  zDada = aa⟦1, Position[aa⟦4⟧, maxPiManu]⟦1, 1⟧⟧;
  wDada = aa⟦3, Position[aa⟦4⟧, maxPiManu]⟦1, 1⟧⟧;
  If[R != "M",
   dummy = zDada; zDada = wDada; wDada = dummy;
  ];
  pDada = pR /. z → zDada /. w → wDada;
  pR = pDada; pM = wDada; zR = zDada;
  Print["zR=", zR, " pM=", pM, " pR=", pR]
 ]
```

„ModuleUndZuweisungenNrZwei.m“

Händler

```
In[1]:= If[Nachfrage == "linear", << "LinearHaendler.m"]
        If[Nachfrage == "multiplikativ", << "MultiplikativHaendler.m"]
```

Hersteller

Deckungsbeitrag

```
In[3]:= Hersteller[pR_, zR_, pM_] := (pM - c1) * (yz[pR, zR]);
```

Kette

erwarteter Deckungsbeitrag

```
In[4]:= Produzenten[pR_, zR_, pM_] := Hersteller[pR, zR, pM] + Haendler[pR, zR, pM];
```

Andere Zuweisungen

```
In[5]:= durchschnitt[x_] := Apply[Plus, x] / anzahl;
```

Die Lagrange-Funktion L wird bzgl. der Variablen pM, λ und λ1 abgeleitet

```
In[6]:= AbleitungLagrangeZweiNebenbedingungen := Module[
          {},
          DLpM = D[L, pM] // Simplify;
          DLλ = D[L, λ] // Simplify;
          DLλ1 = D[L, λ1] // Simplify;
         ]
```

Es werden Lösungskandidaten berechnet, die dem Teil "Variable * Ableitung = 0" der Kuhn-Tucker-Bedingungen genügen.

```
In[7]:= ModuleLoesungskandidatenDesM := Module[{},
           Loesungen = Reduce[{pM * DLpM == 0, λ * DLλ == 0, λ1 * DLλ1 == 0}, {pM, λ, λ1}]
          ];
```

Preise des Herstellers durch Schnittpunkte berechnen

Der Deckungsbeitrag des Herstellers ist dann maximal und optimal, wenn der Händler gerade einen Deckungsbeitrag in Höhe seines geforderten Mindestgewinnes erwarten kann.

```
In[8]:= ModuleHerstellerOptimalerPreis := Module[{},
          Schnittpunkt = FindRoot[Haendler[pR, zR, pM] == UR, {pM, c1, pR}];
          pMmax = pM /. Schnittpunkt[[1]]
         ]
```

Der Deckungsbeitrag des Herstellers ist dann minimal, wenn der Hersteller gerade einen Deckungsbeitrag in Höhe seines geforderten Mindestgewinnes erhält.

```
In[9]:= ModuleHerstellerMinimalerPreis := Module[{},
          Schnittpunkt = FindRoot[Hersteller[pR, zR, pM] == UM, {pM, c1, pR}];
          pMmin = pM /. Schnittpunkt[[1]]
         ]
```

„MultiplikativeNachfrage.m“

```
In[1]:= y[p_] := a p^(-b); (* ohne Nachfrageschock *)
        yz[p_, z_] := y[p] * z (* mit antizipiertem Nachfrageschock *)
        Nachfrage = "multiplikativ"
```

„MultiplikativeNachfrageParameter.m“

```
In[1]:= a = 10000; b = 3;(* Parameterwerte der Nachfragefunktion *)
        c1 = 3; (* Herstellungskosten des Herstellers *)
        cu = 3; (* Strafkosten für den Ausgleich von Fehlmengen *)
        co = 1;(* Strafkosten für die Beseitigung von Restposten *)
        μ = 1.1; σ = 0.2; (* Parameterwerte der Verteilungsfunktion *)
        A = μ - 5.03 σ; B = μ + 5.03 σ; (* Unter- und Obergrenze *)
```

„MultiplikativHaendler.m“

Erwarteter Deckungsbeitrag

```
In[1]:= Haendler[pR_, zR_, pM_] := (pR - pM) * (y[pR] μ) - y[pR]
          ((pM + co) * ∫_A^zR (zR - u) * kleinF[u] ⅆu + (pR + cu - pM) * ∫_zR^B (u - zR) * kleinF[u] ⅆu);
```

Simulierter Deckungsbeitrag, wird für jeden einzelnen Schock gespeichert

```
In[2]:= simHaendlerSchock[pR_, zR_, pM_] :=
         pR * Table[Min[(y[pR] * schock〚i〛), yz[pR, zR]], {i, anzahl}] -
          pM * Table[yz[pR, zR], {anzahl}] -
          co * Table[Max[(y[pR] * (zR - schock〚i〛)), 0], {i, anzahl}] -
          cu * Table[Max[(y[pR] (schock〚i〛 - zR)), 0], {i, anzahl}]
```

Simulierter Deckungsbeitrag (im Durchschnitt)

```
In[3]:= simHaendler[pR_, zR_, pM_] := durchschnitt[simHaendlerSchock[pR, zR, pM]];
```

„Verteilungsfunktion.m“

```
In[1]:= << Statistics`NormalDistribution`;
        verteilung := NormalDistribution[μ, σ];
        GrossF[z_] := CDF[verteilung, z];
        kleinF[z_] := PDF[verteilung, z];
```

B.2 Zu Kapitel 3

B.2.1 Programm 1

Ausführung: Berechnungsmöglichkeit $3^{nK}_{s,1}$

Einlesen von Modulen

In[1]:=
```
<< "LineareNachfrage.m";
<< "Verteilungsfunktion.m";
<< "erwarteterDeckungsbeitragHersteller.m";
```

Berechnungen

In[4]:=
```
erwDeckungsbeitrag[p, z] // Cancel (* erwarteter Deckungsbeitrag *)
```

Out[4]=

$$
\begin{aligned}
&(c1-p)\,(-a+b\,p-\mu)-\frac{1}{2\sqrt{2\pi}}\\
&\Bigg((c1+co)\,e^{-\frac{(A-\mu)^2}{2\sigma^2}-\frac{(z-\mu)^2}{2\sigma^2}}\Bigg(2\,e^{\frac{(A-\mu)^2}{2\sigma^2}}\,\sigma-2\,e^{\frac{(z-\mu)^2}{2\sigma^2}}\,\sigma-e^{\frac{(A-\mu)^2}{2\sigma^2}+\frac{(z-\mu)^2}{2\sigma^2}}\sqrt{2\pi}\,z\,\mathrm{Erf}\Big[\frac{A-\mu}{\sqrt{2}\,\sigma}\Big]+\\
&\quad e^{\frac{(A-\mu)^2}{2\sigma^2}+\frac{(z-\mu)^2}{2\sigma^2}}\sqrt{2\pi}\,\mu\,\mathrm{Erf}\Big[\frac{A-\mu}{\sqrt{2}\,\sigma}\Big]+e^{\frac{(A-\mu)^2}{2\sigma^2}+\frac{(z-\mu)^2}{2\sigma^2}}\sqrt{2\pi}\,z\,\mathrm{Erf}\Big[\frac{z-\mu}{\sqrt{2}\,\sigma}\Big]-\\
&\quad e^{\frac{(A-\mu)^2}{2\sigma^2}+\frac{(z-\mu)^2}{2\sigma^2}}\sqrt{2\pi}\,\mu\,\mathrm{Erf}\Big[\frac{z-\mu}{\sqrt{2}\,\sigma}\Big]\Bigg)\Bigg)+\frac{1}{2\sqrt{2\pi}}\Bigg(e^{-\frac{(B-\mu)^2}{2\sigma^2}-\frac{(z-\mu)^2}{2\sigma^2}}\,(c1-cu-p)\\
&\Bigg(2\,e^{\frac{(B-\mu)^2}{2\sigma^2}}\,\sigma-2\,e^{\frac{(z-\mu)^2}{2\sigma^2}}\,\sigma-e^{\frac{(B-\mu)^2}{2\sigma^2}+\frac{(z-\mu)^2}{2\sigma^2}}\sqrt{2\pi}\,z\,\mathrm{Erf}\Big[\frac{B-\mu}{\sqrt{2}\,\sigma}\Big]+e^{\frac{(B-\mu)^2}{2\sigma^2}+\frac{(z-\mu)^2}{2\sigma^2}}\sqrt{2\pi}\,\mu\,\mathrm{Erf}\Big[\frac{B-\mu}{\sqrt{2}\,\sigma}\Big]+\\
&\quad e^{\frac{(B-\mu)^2}{2\sigma^2}+\frac{(z-\mu)^2}{2\sigma^2}}\sqrt{2\pi}\,z\,\mathrm{Erf}\Big[\frac{z-\mu}{\sqrt{2}\,\sigma}\Big]-e^{\frac{(B-\mu)^2}{2\sigma^2}+\frac{(z-\mu)^2}{2\sigma^2}}\sqrt{2\pi}\,\mu\,\mathrm{Erf}\Big[\frac{z-\mu}{\sqrt{2}\,\sigma}\Big]\Bigg)\Bigg)
\end{aligned}
$$

In[5]:=
```
dEWGRp = D[erwDeckungsbeitrag[p, z], p] // Factor
  (* Ableitung des erwarteten Deckungsbeitrags bzgl. p *)
dEWGRz = D[erwDeckungsbeitrag[p, z], z] // Factor
  (* Ableitung des erwarteten Deckungsbeitrags bzgl. z *)
```

Out[5]=

$$
\begin{aligned}
&\frac{1}{2\sqrt{\pi}}\Bigg(e^{-\frac{(B-\mu)^2}{2\sigma^2}-\frac{(z-\mu)^2}{2\sigma^2}}\\
&\Bigg(2\,a\,e^{\frac{(B-\mu)^2}{2\sigma^2}+\frac{(z-\mu)^2}{2\sigma^2}}\sqrt{\pi}+2\,b\,c1\,e^{\frac{(B-\mu)^2}{2\sigma^2}+\frac{(z-\mu)^2}{2\sigma^2}}\sqrt{\pi}-4\,b\,e^{\frac{(B-\mu)^2}{2\sigma^2}+\frac{(z-\mu)^2}{2\sigma^2}}\,p\sqrt{\pi}+2\,e^{\frac{(B-\mu)^2}{2\sigma^2}+\frac{(z-\mu)^2}{2\sigma^2}}\sqrt{\pi}\,\mu-\\
&\quad\sqrt{2}\,e^{\frac{(B-\mu)^2}{2\sigma^2}}\,\sigma+\sqrt{2}\,e^{\frac{(z-\mu)^2}{2\sigma^2}}\,\sigma+e^{\frac{(B-\mu)^2}{2\sigma^2}+\frac{(z-\mu)^2}{2\sigma^2}}\sqrt{\pi}\,z\,\mathrm{Erf}\Big[\frac{B-\mu}{\sqrt{2}\,\sigma}\Big]-e^{\frac{(B-\mu)^2}{2\sigma^2}+\frac{(z-\mu)^2}{2\sigma^2}}\sqrt{\pi}\,\mu\\
&\quad\mathrm{Erf}\Big[\frac{B-\mu}{\sqrt{2}\,\sigma}\Big]-e^{\frac{(B-\mu)^2}{2\sigma^2}+\frac{(z-\mu)^2}{2\sigma^2}}\sqrt{\pi}\,z\,\mathrm{Erf}\Big[\frac{z-\mu}{\sqrt{2}\,\sigma}\Big]+e^{\frac{(B-\mu)^2}{2\sigma^2}+\frac{(z-\mu)^2}{2\sigma^2}}\sqrt{\pi}\,\mu\,\mathrm{Erf}\Big[\frac{z-\mu}{\sqrt{2}\,\sigma}\Big]\Bigg)\Bigg)
\end{aligned}
$$

Out[6]=

$$
\begin{aligned}
&\frac{1}{2}\Bigg(c1\,\mathrm{Erf}\Big[\frac{A-\mu}{\sqrt{2}\,\sigma}\Big]+co\,\mathrm{Erf}\Big[\frac{A-\mu}{\sqrt{2}\,\sigma}\Big]-c1\,\mathrm{Erf}\Big[\frac{B-\mu}{\sqrt{2}\,\sigma}\Big]+cu\,\mathrm{Erf}\Big[\frac{B-\mu}{\sqrt{2}\,\sigma}\Big]+\\
&\quad p\,\mathrm{Erf}\Big[\frac{B-\mu}{\sqrt{2}\,\sigma}\Big]-co\,\mathrm{Erf}\Big[\frac{z-\mu}{\sqrt{2}\,\sigma}\Big]-cu\,\mathrm{Erf}\Big[\frac{z-\mu}{\sqrt{2}\,\sigma}\Big]-p\,\mathrm{Erf}\Big[\frac{z-\mu}{\sqrt{2}\,\sigma}\Big]\Bigg)
\end{aligned}
$$

In[7]:=
```
Solve[dEWGRp == 0, p] (* Lösen der Gleichung bzgl. p *)
p = p /. %[[1]] (* Zuweisen der Lösung *)
```

Out[7]=
$$\left\{\left\{p \to -\frac{1}{2\,b}\left(-a - b\,c1 - \mu - \frac{e^{-\frac{(B-\mu)^2}{2\sigma^2}}\,\sigma}{\sqrt{2\,\pi}} + \frac{e^{-\frac{(z-\mu)^2}{2\sigma^2}}\,\sigma}{\sqrt{2\,\pi}} - \frac{1}{2}\,z\,\mathrm{Erf}\left[\frac{B-\mu}{\sqrt{2}\,\sigma}\right] + \frac{1}{2}\,\mu\,\mathrm{Erf}\left[\frac{B-\mu}{\sqrt{2}\,\sigma}\right] + \frac{1}{2}\,z\,\mathrm{Erf}\left[\frac{z-\mu}{\sqrt{2}\,\sigma}\right] - \frac{1}{2}\,\mu\,\mathrm{Erf}\left[\frac{z-\mu}{\sqrt{2}\,\sigma}\right]\right)\right\}\right\}$$

Out[8]=
$$-\frac{1}{2\,b}\left(-a - b\,c1 - \mu - \frac{e^{-\frac{(B-\mu)^2}{2\sigma^2}}\,\sigma}{\sqrt{2\,\pi}} + \frac{e^{-\frac{(z-\mu)^2}{2\sigma^2}}\,\sigma}{\sqrt{2\,\pi}} - \frac{1}{2}\,z\,\mathrm{Erf}\left[\frac{B-\mu}{\sqrt{2}\,\sigma}\right] + \frac{1}{2}\,\mu\,\mathrm{Erf}\left[\frac{B-\mu}{\sqrt{2}\,\sigma}\right] + \frac{1}{2}\,z\,\mathrm{Erf}\left[\frac{z-\mu}{\sqrt{2}\,\sigma}\right] - \frac{1}{2}\,\mu\,\mathrm{Erf}\left[\frac{z-\mu}{\sqrt{2}\,\sigma}\right]\right)$$

In[9]:=
```
Solve[dEWGRz == 0, z] (* Lösen der Gleichung bzgl. z *)
```

Out[9]=
$$\mathrm{Solve}\Bigg[\frac{1}{2}\Bigg(c1\,\mathrm{Erf}\left[\frac{A-\mu}{\sqrt{2}\,\sigma}\right] + co\,\mathrm{Erf}\left[\frac{A-\mu}{\sqrt{2}\,\sigma}\right] - c1\,\mathrm{Erf}\left[\frac{B-\mu}{\sqrt{2}\,\sigma}\right] + cu\,\mathrm{Erf}\left[\frac{B-\mu}{\sqrt{2}\,\sigma}\right] - co\,\mathrm{Erf}\left[\frac{z-\mu}{\sqrt{2}\,\sigma}\right] - cu\,\mathrm{Erf}\left[\frac{z-\mu}{\sqrt{2}\,\sigma}\right] - \frac{1}{2\,b}\Bigg(\mathrm{Erf}\left[\frac{B-\mu}{\sqrt{2}\,\sigma}\right]\Bigg(-a - b\,c1 - \mu - \frac{e^{-\frac{(B-\mu)^2}{2\sigma^2}}\,\sigma}{\sqrt{2\,\pi}} + \frac{e^{-\frac{(z-\mu)^2}{2\sigma^2}}\,\sigma}{\sqrt{2\,\pi}} - \frac{1}{2}\,z\,\mathrm{Erf}\left[\frac{B-\mu}{\sqrt{2}\,\sigma}\right] + \frac{1}{2}\,\mu\,\mathrm{Erf}\left[\frac{B-\mu}{\sqrt{2}\,\sigma}\right] + \frac{1}{2}\,z\,\mathrm{Erf}\left[\frac{z-\mu}{\sqrt{2}\,\sigma}\right] - \frac{1}{2}\,\mu\,\mathrm{Erf}\left[\frac{z-\mu}{\sqrt{2}\,\sigma}\right]\Bigg)\Bigg) + \frac{1}{2\,b}\Bigg(\mathrm{Erf}\left[\frac{z-\mu}{\sqrt{2}\,\sigma}\right]\Bigg(-a - b\,c1 - \mu - \frac{e^{-\frac{(B-\mu)^2}{2\sigma^2}}\,\sigma}{\sqrt{2\,\pi}} + \frac{e^{-\frac{(z-\mu)^2}{2\sigma^2}}\,\sigma}{\sqrt{2\,\pi}} - \frac{1}{2}\,z\,\mathrm{Erf}\left[\frac{B-\mu}{\sqrt{2}\,\sigma}\right] + \frac{1}{2}\,\mu\,\mathrm{Erf}\left[\frac{B-\mu}{\sqrt{2}\,\sigma}\right] + \frac{1}{2}\,z\,\mathrm{Erf}\left[\frac{z-\mu}{\sqrt{2}\,\sigma}\right] - \frac{1}{2}\,\mu\,\mathrm{Erf}\left[\frac{z-\mu}{\sqrt{2}\,\sigma}\right]\Bigg)\Bigg)\Bigg) == 0,\ z\Bigg]$$

Ohne konkrete Parameterwerte kann das optimale z nicht gefunden werden.

B.2.2 Programm 2

Ausführung: Berechnungsmöglichkeit $2^{nK}_{s,1}$

Einlesen von Modulen

In[1]:=
```
<< "LineareNachfrage.m";
<< "Verteilungsfunktion.m";
<< "erwarteterDeckungsbeitragHersteller.m";
<< "LineareNachfrageParameter.m";
<< "ErgebnisseEinfach.m";
```

Berechnungen

In[6]:=
```
p = 5.5; (* extern vorgegebener Verkaufspreis des Herstellers *)
```

In[7]:=
```
Simplify[erwDeckungsbeitrag[p, z]] // N (* erwarteter Deckungsbeitrag *)
```

Out[7]=
$$156.25 - 10.9051\ 2.71828^{-0.0202422\,z^2} - 7.93097\ 2.71828^{-0.0202422\,(0.+z)^2} + 0.75\,z - 2.\,z\,\mathrm{Erf}[0. + 0.142275\,z] - 2.75\,z\,\mathrm{Erf}[0.142275\,z]$$

```
In[8]:= Ableitung = Chop[D[erwDeckungsbeitrag[p, z], z] // Expand]
        (* erste Ableitung des erwarteten Deckungsbeitrags *)
        zweiteAbleitung = D[Ableitung, z] // Expand
          (* zweite Ableitung des erwarteten Deckungsbeitrags *)
        Solve[Ableitung == 0, z]; (* Lösen und umstellen der ersten Ableitung nach z *)
        z = z /. %[[1]] // Simplify (* Zuweisen des Ergebnisses *)
```

Out[8]= $0.75 - 4.75\,\text{Erf}[0.142275\,z]$

Out[9]= $-0.762566\,e^{-0.0202422\,z^2}$

Out[11]= 0.99003

Ergebnisse

```
In[12]:= Ergebnisse[p, z]
         Preis: 5.5
         zu produzierende Menge: 63.49
         erwarteter Deckungsbeitrag:  137.784
```

Ausführung: Berechnungsmöglichkeit $3^{nK}_{s,1}$

Einlesen von Modulen

```
In[1]:= << "LineareNachfrage.m";
        << "Verteilungsfunktion.m";
        << "erwarteterDeckungsbeitragHersteller.m";
        << "LineareNachfrageParameter.m";
        << "ErgebnisseEinfach.m";
```

Berechnungen

```
In[6]:= Simplify[erwDeckungsbeitrag[p, z]] (* erwarteter Deckungsbeitrag *)
```

Out[6]= $-600. - 7.93097\,e^{-0.0202422\,(0.+z)^2} + 275.\,p - 1.98274\,e^{-0.0202422\,z^2}\,p - 25\,p^2 - 2.\,z + 0.5\,p\,z - 2.\,z\,\text{Erf}[0. + 0.142275\,z] - 0.5\,p\,z\,\text{Erf}[0.142275\,z]$

```
In[7]:= dEWGRp = D[erwDeckungsbeitrag[p, z], p] // Simplify
          (* Ableitung des erwarteten Deckungsbeitrags bzgl. p *)
        dEWGRz = D[erwDeckungsbeitrag[p, z], z] // Simplify
          (* Ableitung des erwarteten Deckungsbeitrags bzgl. z *)
```

Out[7]= $275. - 1.98274\,e^{-0.0202422\,z^2} - 50.\,p + 0.5\,z - 0.5\,z\,\text{Erf}[0.142275\,z]$

Out[8]= $-2. + 0.\,e^{-0.0202422\,(0.+z)^2} + 0.5\,p + 1.11022\times10^{-16}\,e^{-0.0202422\,(0.+z)^2}\,z + 2.77556\times10^{-17}\,e^{-0.0202422\,z^2}\,p\,z + (-2. + 0.\,z + 0.\,z^2)\,\text{Erf}[0. + 0.142275\,z] + p\,(-0.5 + 0.\,z^2)\,\text{Erf}[0.142275\,z]$

```
In[9]:= Solve[dEWGRp == 0, p] (* Lösen der Gleichung bzgl. p *)
        p = p /. %[[1]] // Simplify (* Zuweisen der Lösung *)
```

Out[9]= $\{\{p \to -0.02\,(-275. + 1.98274\,e^{-0.0202422\,z^2} - 0.5\,z + 0.5\,z\,\text{Erf}[0.142275\,z])\}\}$

Out[10]= $5.5 - 0.0396549\,e^{-0.0202422\,z^2} + 0.01\,z - 0.01\,z\,\text{Erf}[0.142275\,z]$

```
In[11]:= FindRoot[dEWGRz == 0, {z, {A, B}}] (* Lösen der Gleichung bzgl. z *)
         z = z /. %[[1]] (* Zuweisen der Lösung *)
```

Out[11]= $\{z \to 0.972698\}$

Out[12]= 0.972698

Ergebnisse

```
In[13]:= Ergebnisse[p, z]
         Preis: 5.46932
         zu produzierende Menge: 64.2398
         erwarteter Deckungsbeitrag:  137.807
```

B.2.3 Programm 3

Ausführung: Berechnungsmöglichkeit $2^{nK}_{s,1}$

Einlesen von Modulen

```
In[1]:= << "MultiplikativeNachfrage.m";
        << "Verteilungsfunktion.m";
        << "erwarteterDeckungsbeitragHersteller.m";
        << "MultiplikativeNachfrageParameter.m";
        << "ErgebnisseEinfach.m";
```

Berechnungen

```
In[6]:= p = 4.5; (* extern vorgegebener Verkaufspreis des Herstellers *)

In[7]:= Simplify[erwDeckungsbeitrag[p, z]] // N (* erwarteter Deckungsbeitrag *)

Out[7]= 150.892 - 74.4254 2.71828^(-12.5 (-1.1+z)^2) +
         27.4348 z + (513.032 - 466.392 z) Erf[3.53553 (-1.1 + z)]

In[8]:= Ableitung = Chop[D[erwDeckungsbeitrag[p, z], z] // Expand]
        (* erste Ableitung des erwarteten Deckungsbeitrags *)
        zweiteAbleitung = D[Ableitung, z] // Expand
          (* zweite Ableitung des erwarteten Deckungsbeitrags *)
        Solve[Ableitung == 0, z]; (* Lösen und umstellen der ersten Ableitung nach z *)
        z = z /. %[[1]] // Simplify (* Zuweisen des Ergebnisses *)

Out[8]= 27.4348 - 466.392 Erf[3.53553 (-1.1 + z)]

Out[9]= -1860.64 e^(-12.5 (-1.1+z)^2)

Out[11]= 1.11476
```

Ergebnisse

```
In[12]:= Ergebnisse[p, z]
         Preis: 4.5
         zu produzierende Menge: 122.333
         erwarteter Deckungsbeitrag:  106.847
```

Ausführung: Berechnungsmöglichkeit $3^{nK}_{s,1}$

Einlesen von Modulen

```
In[1]:= << "MultiplikativeNachfrage.m";
        << "Verteilungsfunktion.m";
        << "erwarteterDeckungsbeitragHersteller.m";
        << "MultiplikativeNachfrageParameter.m";
        << "ErgebnisseEinfach.m";
```

Berechnungen

In[6]:=
```
Simplify[erwDeckungsbeitrag[p, z]] (* erwarteter Deckungsbeitrag *)
```

Out[6]=
$$\frac{1}{p^3}\left(e^{-12.5\,(-1.1+z)^2}\left(-3191.54-797.885\,p+e^{12.5\,(-1.1+z)^2}\,(-11000.-20000.\,z+p\,(5500.01+5000.\,z))-5000.\,e^{12.5\,(-1.1+z)^2}\,(-4.4+4.\,z+p\,(-1.1+1.\,z))\,\mathrm{Erf}[3.53553\,(-1.1+z)]\right)\right)$$

In[7]:=
```
dEWGRp = D[erwDeckungsbeitrag[p, z], p] // Simplify
  (* Ableitung des erwarteten Deckungsbeitrags bzgl. p *)
dEWGRz = D[erwDeckungsbeitrag[p, z], z] // Simplify
  (* Ableitung des erwarteten Deckungsbeitrags bzgl. z *)
```

Out[7]=
$$\frac{1}{p^4}\left(e^{-12.5\,(-1.1+z)^2}\left(9574.61+1595.77\,p+e^{12.5\,(-1.1+z)^2}\,(33000.+p\,(-11000.-10000.\,z)+60000.\,z)+10000.\,e^{12.5\,(-1.1+z)^2}\,(-6.6+6.\,z+p\,(-1.1+1.\,z))\,\mathrm{Erf}[3.53553\,(-1.1+z)]\right)\right)$$

Out[8]=
$$\frac{1}{p^3}\left(e^{-12.5\,(-1.1+z)^2}\left(87767.3+21941.8\,p+e^{12.5\,(-1.1+z)^2}\,(-20000.+5000.\,p)-79788.5\,z-19947.1\,p\,z+e^{1.77636\times10^{-15}\,(-1.1+z)^2}\,(-87767.3-21941.8\,p+79788.5\,z+19947.1\,p\,z)-5000.\,e^{12.5\,(-1.1+z)^2}\,(4.+1.\,p)\,\mathrm{Erf}[3.53553\,(-1.1+z)]\right)\right)$$

In[9]:=
```
Solve[dEWGRp == 0, p] (* Lösen der Gleichung bzgl. p *)
p = p /. %[[1]] // Simplify (* Zuweisen der Lösung *)
```

Out[9]=
$$\left\{\left\{p\to\left(-1.28028\times10^{30}-1.63456\times10^{37}\,e^{\frac{5}{2}z\,(-11+5z)}-2.97193\times10^{37}\,e^{\frac{5}{2}z\,(-11+5z)}\,z+3.26912\times10^{37}\,e^{\frac{5}{2}z\,(-11+5z)}\,\mathrm{Erf}[3.53553\,(-1.1+z)]-2.97193\times10^{37}\,e^{\frac{5}{2}z\,(-11+5z)}\,z\,\mathrm{Erf}[3.53553\,(-1.1+z)]\right)\Big/\left(2.1338\times10^{29}-5.44854\times10^{36}\,e^{\frac{5}{2}z\,(-11+5z)}-4.95321\times10^{36}\,e^{\frac{5}{2}z\,(-11+5z)}\,z-5.44854\times10^{36}\,e^{\frac{5}{2}z\,(-11+5z)}\,\mathrm{Erf}[3.53553\,(-1.1+z)]+4.95322\times10^{36}\,e^{\frac{5}{2}z\,(-11+5z)}\,z\,\mathrm{Erf}[3.53553\,(-1.1+z)]\right)\right\}\right\}$$

Out[10]=
$$\left(-2.58474\times10^{-7}+e^{\frac{5}{2}z\,(-11+5z)}\,(-3.3-6.\,z)-6.\,e^{\frac{5}{2}z\,(-11+5z)}\,(-1.1+1.\,z)\,\mathrm{Erf}[3.53553\,(-1.1+z)]\right)\Big/\left(4.3079\times10^{-8}+e^{\frac{5}{2}z\,(-11+5z)}\,(-1.1-1.\,z)+1.\,e^{\frac{5}{2}z\,(-11+5z)}\,(-1.1+1.\,z)\,\mathrm{Erf}[3.53553\,(-1.1+z)]\right)$$

In[11]:=
```
FindRoot[dEWGRz == 0, {z, {A, B}}] (* Lösen der Gleichung bzgl. z *)
z = z /. %[[1]] (* Zuweisen der Lösung *)
```

Out[11]= $\{z\to1.13633\}$

Out[12]= 1.13633

Ergebnisse

In[13]:=
```
Ergebnisse[p, z]
```

```
Preis: 5.3474
zu produzierende Menge: 74.315
erwarteter Deckungsbeitrag:  120.892
```

B.3 Zu Kapitel 4

B.3.1 Programm 4

Ausführung: Berechnungsmöglichkeit $1^{nK}_{d,2}$

Einlesen von Modulen

```
In[1]:= << "LineareNachfrage.m";
        << "ModuleUndZuweisungenNrEins.m"
        << "ErgebnisseDeterministisch.m";
```

Händler

Der Händler optimiert seinen Deckungsbeitrag

```
In[4]:= Haendler[pr, pM]
        Solve[D[Haendler[pr, pM], pr] == 0, pr] // Simplify
        pr = pr /. %[[1]];
        pR := pr;
```

Out[4]= $(-pM + pr)\ (a - b\ pr)$

Out[5]= $\left\{\left\{pr \to \frac{a + b\ pM}{2\ b}\right\}\right\}$

Hersteller

Der Hersteller optimiert seinen Deckungsbeitrag unter Nebenbedingungen

```
In[8]:= L = Hersteller[pR, pM] + λ (-UR + Haendler[pR, pM]) +
          λ1 (-UM + Hersteller[pR, pM]) // Simplify
```

Out[8]= $\frac{1}{4\ b}\left(a^2\ \lambda - 2\ a\ b\ (pM\ (-1 + \lambda - \lambda 1) + c1\ (1 + \lambda 1)) + b\ (-4\ (UR\ \lambda + UM\ \lambda 1) + b\ pM\ (pM\ (-2 + \lambda - 2\ \lambda 1) + 2\ c1\ (1 + \lambda 1)))\right)$

```
In[9]:= AbleitungLagrangeZweiNebenbedingungen
```

$\frac{1}{2}\ (a\ (1 - \lambda + \lambda 1) + b\ (pM\ (-2 + \lambda - 2\ \lambda 1) + c1\ (1 + \lambda 1)))$

$\frac{a^2 - 2\ a\ b\ pM + b^2\ pM^2 - 4\ b\ UR}{4\ b}$

$\frac{1}{2}\ (b\ (c1 - pM)\ pM + a\ (-c1 + pM) - 2\ UM)$

```
In[10]:= ModuleLoesungskandidatenDesM
```

Nr. 1: $pM == \frac{a + b\ c1}{2\ b}\ \&\&\ 8\ UM == \frac{a^2}{b} - 2\ a\ c1 + b\ c1^2\ \&\&\ \lambda == 0\ \&\&\ b \neq 0$

Nr. 2: $pM == \frac{a + b\ c1}{2\ b}\ \&\&\ \lambda == 0\ \&\&\ \lambda 1 == 0\ \&\&\ b \neq 0$

Nr. 3: $pM == \frac{a - 2\sqrt{b}\ \sqrt{UR}}{b}\ \&\&\ \lambda == \frac{-a + b\ c1 + 4\sqrt{b}\ \sqrt{UR}}{2\sqrt{b}\ \sqrt{UR}}\ \&\&\ \lambda 1 == 0\ \&\&\ b \neq 0\ \&\&\ UR \neq 0$

Nr. 4: $pM == \frac{a + 2\sqrt{b}\ \sqrt{UR}}{b}\ \&\&\ \lambda == \frac{a - b\ c1 + 4\sqrt{b}\ \sqrt{UR}}{2\sqrt{b}\ \sqrt{UR}}\ \&\&\ \lambda 1 == 0\ \&\&\ b \neq 0\ \&\&\ UR \neq 0$

Nr. 5:

$pM == \frac{-a^2 + a\ b\ c1 + 2\ b\ UM + 4\ b\ UR}{b\ (-a + b\ c1)}\ \&\&\ UM^2 + 4\ UM\ UR == \left(\frac{a^2}{b} - 2\ a\ c1 + b\ c1^2 - 4\ UR\right)\ UR\ \&\&$

$\lambda == \frac{-UM + 2\ UR - UM\ \lambda 1 + 2\ UR\ \lambda 1}{2\ UR}\ \&\&\ b \neq 0\ \&\&\ UR \neq 0$

Überprüfung der Zulässigkeit der Kuhn-Tucker-Bedingungen

Zu Nr. 1 - kein Widerspruch

In[11]:= **KuhnTuckerZweiNebenbedingungen**$\left[\frac{a+b\,c1}{2\,b}, 0, \lambda 1, UR, \frac{(a-b\,c1)^2}{8\,b}\right]$

Out[11]//TableForm=

DLpM ≤0	True	|	pM ≥0	$\frac{a+b\,c1}{2\,b} \geq 0$	|	DLpM pM ==0	True
DLλ ≥0	$\frac{(a-b\,c1)^2}{16\,b} \geq UR$	|	λ ≥0	True	|	DLλ λ ==0	True
DLλ1 ≥0	True	|	λ1 ≥0	True	|	DLλ1 λ1 ==0	True

Wenn $\frac{(a-b\,c1)^2}{16\,b} \geq UR$ gilt, kein Widerspruch

Zu Nr. 2 - kein Widerspruch

In[12]:= **KuhnTuckerZweiNebenbedingungen**$\left[\frac{a+b\,c1}{2\,b}, 0, 0, UR, UM\right]$

Out[12]//TableForm=

DLpM ≤0	True	|	pM ≥0	$\frac{a+b\,c1}{2\,b} \geq 0$	|	DLpM pM ==0	Tr
DLλ ≥0	$\frac{(a-b\,c1)^2}{16\,b} \geq UR$	|	λ ≥0	True	|	DLλ λ ==0	Tr
DLλ1 ≥0	$\frac{(a-b\,c1)^2-8\,b\,UM}{8\,b} \geq 0$	|	λ1 ≥0	True	|	DLλ1 λ1 ==0	Tr

Wenn $\frac{(a-b\,c1)^2}{16\,b} \geq UR$ und $\frac{(a-b\,c1)^2}{8\,b} \geq UM$ gilt, kein Widerspruch

Zu Nr. 3 - kein Widerspruch

In[13]:= **KuhnTuckerZweiNebenbedingungen**$\left[\frac{a-2\sqrt{b}\,\sqrt{UR}}{b}, \frac{-a+b\,c1+4\sqrt{b}\,\sqrt{UR}}{2\sqrt{b}\,\sqrt{UR}}, 0, UR, UM\right]$

Out[13]//TableForm=

DLpM ≤0	True	|	pM ≥0	$\frac{a-2\sqrt{b\,UR}}{b} \geq 0$	|
DLλ ≥0	True	|	λ ≥0	$\frac{-a+b\,c1+4\sqrt{b\,UR}}{2\sqrt{b\,UR}} \geq 0$	|
DLλ1 ≥0	$a\sqrt{\frac{UR}{b}} \geq UM + 2\,UR + c1\sqrt{b\,UR}$	|	λ1 ≥0	True	|

Wenn $\frac{(a-b\,c1)^2}{16\,b} \leq UR \leq \frac{(a-b\,c1)^2}{4\,b}$ und $\frac{(a-b\,c1)\sqrt{UR}}{\sqrt{b}} - 2\,UR \geq UM$ gilt, kein Widerspruch

Zu Nr. 4 → unzulässig!

Wegen $pM \leq pR \leq \frac{a}{b}$, wegen $y = a - b\,pR \geq 0$: unzulässig

Zu Nr. 5

$UM^2 + 4\,UM\,UR == \left(\frac{a^2}{b} - 2\,a\,c1 + b\,c1^2 - 4\,UR\right) UR$ liefert jeweils zwei Lösungen für UR bzw. UM, wenn die Gleichung nach UR bzw. UM umgestellt wird. Hier wird nach UM umgestellt.

In[14]:= **Solve**$\left[UM^2 + 4\,UM\,UR == \left(\frac{a^2}{b} - 2\,a\,c1 + b\,c1^2 - 4\,UR\right) UR, UM\right]$ **// FullSimplify**

Out[14]= $\left\{\left\{UM \to \frac{(a-b\,c1)\sqrt{UR}}{\sqrt{b}} - 2\,UR\right\}, \left\{UM \to \frac{(-a+b\,c1)\sqrt{UR}}{\sqrt{b}} - 2\,UR\right\}\right\}$

Zu Nr. 5 a - kein Widerspruch

In[15]:= **KuhnTuckerZweiNebenbedingungen**[

$$\frac{-a^2 + a\,b\,c1 + 2\,b\,UM + 4\,b\,UR}{b\,(-a + b\,c1)}, -\frac{(UM - 2\,UR)\,(1 + \lambda 1)}{2\,UR}, \lambda 1, UR, UM] //.$$

$$UM \to \frac{(-a + b\,c1)\,\sqrt{UR}}{\sqrt{b}} - 2\,UR \;//\; \text{FullSimplify}$$

Out[15]//TableForm=

DLpM ≤0	True	|	pM ≥0	$\frac{a+2\sqrt{b}\,\sqrt{UR}}{b} \geq 0$	|	DLpM pM ==0
DLλ ≥0	True	|	λ ≥0	$0 \geq \frac{\left(\frac{(-a+b\,c1)\,\sqrt{UR}}{\sqrt{b}} - 4\,UR\right)\,(1+\lambda 1)}{2\,UR}$	|	DLλ λ ==0
DLλ1 ≥0	True	|	λ1 ≥0	True	|	DLλ1 λ1 ==0

Wenn $\frac{(a - b\,c1)^2}{16\,b} \leq UR$ gilt, kein Widerspruch

Zu Nr. 5 b → unzulässig!

Wegen $UM = \frac{(-a + b\,c1)\,\sqrt{UR}}{\sqrt{b}} - 2\,UR = -\frac{(a - b\,c1)\,\sqrt{UR}}{\sqrt{b}} - 2\,UR < 0 \to$ unzulässig

Aus den Kuhn-Tucker-Bedingungen folgen folgende zulässige Lösungen:

Nr. 1: $pM == \frac{a + b\,c1}{2\,b}$ && $8\,UM == \frac{a^2}{b} - 2\,a\,c1 + b\,c1^2$ && $\lambda == 0$ && $b \neq 0$

Nr. 2: $pM == \frac{a + b\,c1}{2\,b}$ && $\lambda == 0$ && $\lambda 1 == 0$ && $b \neq 0$

Nr. 3: $pM == \frac{a - 2\sqrt{b}\,\sqrt{UR}}{b}$ && $\lambda == \frac{-a + b\,c1 + 4\sqrt{b}\,\sqrt{UR}}{2\sqrt{b}\,\sqrt{UR}}$ && $\lambda 1 == 0$ && $b \neq 0$ && $UR \neq 0$

Nr. 5 a : $pM == \frac{-a^2 + a\,b\,c1 + 2\,b\,UM + 4\,b\,UR}{b\,(-a + b\,c1)}$ &&

$UM^2 + 4\,UM\,UR == \left(\frac{a^2}{b} - 2\,a\,c1 + b\,c^2 - 4\,UR\right)\,UR$ && $\lambda == \frac{-UM + 2\,UR - UM\,\lambda 1 + 2\,UR\,\lambda 1}{2\,UR}$ && $b \neq 0$ && $UR \neq 0$

Nr. 1 und Nr. 2 ergeben eine Lösung, da Nr. 2 eine spezielle Lösung von Nr. 1 ist

Nr. 3 und 5 a ergeben eine Lösung, da Nr. 5 a eine spezielle Lösung von Nr. 3 ist

Deckungsbeiträge und Preise lauten wie folgt, wenn der Hersteller folgenden Preis pM wählt

aus Nr. 1 und 2

In[16]:= $\mathbf{pM := \frac{a + b\,c1}{2\,b}}$

In[17]:= **Ergebnisse**

Out[17]//TableForm=

	Hersteller	Händler	Kette
Deckungsbeitrag	$\frac{(a-b\,c1)^2}{8\,b}$	$\frac{(a-b\,c1)^2}{16\,b}$	$\frac{3\,(a-b\,c1)^2}{16\,b}$
Preis	$\frac{a+b\,c1}{2\,b}$	$\frac{3\,a+b\,c1}{4\,b}$	
Menge	$\frac{1}{4}\,(a - b\,c1)$	$\frac{1}{4}\,(a - b\,c1)$	

aus Nr. 3 und 5 a

In[18]:= $pM := \frac{a - 2\sqrt{b}\sqrt{UR}}{b}$

In[19]:= **Ergebnisse**

Out[19]//TableForm=

	Hersteller	Händler	Kette
Deckungsbeitrag	$\frac{a\sqrt{UR}}{\sqrt{b}} - \sqrt{b}\,c1\sqrt{UR} - 2\,UR$	UR	$\frac{a\sqrt{UR}}{\sqrt{b}} - \sqrt{b}\,c1\sqrt{UR}$
Preis	$\frac{a-2\sqrt{b}\sqrt{UR}}{b}$	$\frac{a-\sqrt{b}\sqrt{UR}}{b}$	
Menge	$\sqrt{b}\sqrt{UR}$	$\sqrt{b}\sqrt{UR}$	

Ausführung: Berechnungsmöglichkeit $4^{nK}_{d,2}$

Einlesen von Modulen

In[1]:=
```
<< "LineareNachfrage.m";
<< "ModuleUndZuweisungenNrEins.m"
<< "ErgebnisseDeterministisch.m";
```

Hersteller

Der Hersteller optimiert seinen Deckungsbeitrag unter Nebenbedingungen, indem er den Verkaufspreis pR und seinen Preis pM simultan festlegt

In[4]:=
```
L = Hersteller[pR, pM] + λ (-UR + Haendler[pR, pM]) +
   λ1 (-UM + Hersteller[pR, pM]) // Simplify
```

Out[4]= $(-c1 + pM)\,(a - b\,pR) + ((-pM + pR)\,(a - b\,pR) - UR)\,\lambda + ((-c1 + pM)\,(a - b\,pR) - UM)\,\lambda1$

In[5]:= **AbleitungLagrangeDreiNebenbedingungen**

$-(a - b\,pR)\,(-1 + \lambda - \lambda1)$

$a\,\lambda + b\,(-2\,pR\,\lambda + pM\,(-1 + \lambda - \lambda1) + c1\,(1 + \lambda1))$

$(-pM + pR)\,(a - b\,pR) - UR$

$(-c1 + pM)\,(a - b\,pR) - UM$

In[6]:= **ModuleLoesungskandidatenSim**

Nr. 1: $-\frac{2\,a\,c1}{b} + c1^2 == \frac{-\frac{a^2}{b} + 4\,UM + 4\,UR}{b}$ &&
$pM == \frac{a\,UM + b\,c1\,UM + 2\,b\,c1\,UR}{2\,b\,(UM + UR)}$ && $pR == \frac{a + b\,c1}{2\,b}$ && $\lambda1 == -1 + \lambda$ && $b \neq 0$ && $UM + UR \neq 0$

Nr. 2: $pM == \frac{1}{2}\left(\frac{a}{b} + c1 + \frac{4\,UR}{b\,(-\frac{a}{b} + c1)}\right)$ &&
$pR == \frac{a + b\,c1}{2\,b}$ && $\lambda == 1$ && $\lambda1 == 0$ && $b \neq 0$ && $-a + b\,c1 \neq 0$

Überprüfung der Zulässigkeit der Kuhn-Tucker-Bedingungen

Zu Nr. 1 - nicht zulässig

Wegen λ1=λ-1 handelt es sich bei dieser Lösung nicht um ein Maximum, sondern um ein Minimum der Lagrangefunktion.

Zu Nr. 2 - kein Widerspruch

In[7]:= `KuhnTuckerDreiNebenbedingungen`$\left[\frac{a+b\,c1}{2\,b}-\frac{2\,UR}{a-b\,c1},\ \frac{a+b\,c1}{2\,b},\ 1,\ 0,\ UR,\ UM\right]$

Out[7]//TableForm=

DLpM ≤0	True	|	pM ≥0	$\frac{a+b\,c1}{2\,b} \geq \frac{2\,UR}{a-b\,c1}$	|	DLpM pM
DLpR ≤0	True	|	pR ≥0	$\frac{a+b\,c1}{2\,b} \geq 0$	|	DLpR pR
DLλ ≥0	True	|	λ ≥0	True	|	DLλ λ ==
DLλ1 ≥0	$\frac{a^2-2\,a\,b\,c1+b\,(b\,c1^2-4\,(UM+UR))}{4\,b} \geq 0$	|	λ1 ≥0	True	|	DLλ1 λ1

Wenn $UR + UM \leq \frac{(a-b\,c)^2}{4\,b}$ gilt, kein Widerspruch

Aus den Kuhn-Tucker-Bedingungen folgt folgende zulässige Lösung:

Nr. 2: $pM == \frac{1}{2}\left(\frac{a}{b}+c1+\frac{4\,UR}{b\,(-\frac{a}{b}+c1)}\right)$ && $pR == \frac{a+b\,c1}{2\,b}$ && $\lambda == 1$ && $\lambda 1 == 0$ && $b \neq 0$ && $-a+b\,c1 \neq 0$

Deckungsbeiträge und Preise lauten wie folgt, wenn der Hersteller folgenden Preis pM und pR wählt

aus Nr. 2

In[8]:= $pM := \frac{a+b\,c1}{2\,b}-\frac{2\,UR}{a-b\,c1}$

$pR := \frac{a+b\,c1}{2\,b}$

In[10]:= `Ergebnisse`

Out[10]//TableForm=

	Hersteller	Händler	Kette
Deckungsbeitrag	$\frac{a^2-2\,a\,b\,c1+b^2\,c1^2-4\,b\,UR}{4\,b}$	UR	$\frac{(a-b\,c1)^2}{4\,b}$
Preis	$\frac{a+b\,c1}{2\,b}-\frac{2\,UR}{a-b\,c1}$	$\frac{a+b\,c1}{2\,b}$	
Menge	$\frac{1}{2}\,(a-b\,c1)$	$\frac{1}{2}\,(a-b\,c1)$	

B.3.2 Programm 5

Ausführung: Berechnungsmöglichkeit $1^{nK}_{s,2}$

Einlesen von Modulen

In[1]:=
```
<< "LineareNachfrage.m";
<< "ModuleUndZuweisungenNrEins.m"
<< "ErgebnisseStochastischAlgebraisch.m";
```

Händler

Der Händler optimiert seinen erwarteten Deckungsbeitrag

In[4]:=
```
y[p_] := a - b p + μ;
Haendler[pr, pM]
Solve[D[Haendler[pr, pM], pr] == 0, pr] // Simplify
pr = pr /. %[[1]];
pR := pr;
```

Out[5]= $(-pM+pr)\,(a-b\,pr+\mu)$

Out[6]= $\left\{\left\{pr \rightarrow \frac{a+b\,pM+\mu}{2\,b}\right\}\right\}$

Hersteller

Der Hersteller optimiert seinen Deckungsbeitrag unter Nebenbedingungen

In[9]:= **L = Hersteller[pR, pM] + λ (−UR + Haendler[pR, pM]) + λ1 (−UM + Hersteller[pR, pM]) // Simplify**

Out[9]=
$$\frac{1}{4\,b}\left(a^2\,\lambda + b^2\,pM\,(2\,c1\,(1+\lambda1) + pM\,(\lambda - 2\,(1+\lambda1))) + \lambda\,\mu^2 - 2\,a\,(b\,(pM\,(-1+\lambda-\lambda1) + c1\,(1+\lambda1)) - \lambda\,\mu) - 2\,b\,(2\,UR\,\lambda + 2\,UM\,\lambda1 + (pM\,(-1+\lambda-\lambda1) + c1\,(1+\lambda1))\,\mu)\right)$$

In[10]:= **AbleitungLagrangeZweiNebenbedingungen**

$$\frac{1}{2}\,(a\,(1-\lambda+\lambda1) + b\,(pM\,(-2+\lambda-2\,\lambda1) + c1\,(1+\lambda1)) + (1-\lambda+\lambda1)\,\mu)$$

$$\frac{a^2 - 2\,a\,b\,pM + b^2\,pM^2 - 4\,b\,UR + 2\,a\,\mu - 2\,b\,pM\,\mu + \mu^2}{4\,b}$$

$$\frac{1}{2}\,(b\,(c1-pM)\,pM + a\,(-c1+pM) - 2\,UM - c1\,\mu + pM\,\mu)$$

In[11]:= **ModuleLoesungskandidatenDesM**

Nr. 1:
$$pM == \frac{a + b\,c1 + \mu}{2\,b}\ \&\&\ 8\,UM == \frac{a^2}{b} - 2\,a\,c1 + b\,c1^2 + \frac{2\,a\,\mu}{b} - 2\,c1\,\mu + \frac{\mu^2}{b}\ \&\&\ \lambda == 0\ \&\&\ b \neq 0$$

Nr. 2: $pM == \frac{a + b\,c1 + \mu}{2\,b}\ \&\&\ \lambda == 0\ \&\&\ \lambda1 == 0\ \&\&\ b \neq 0$

Nr. 3: $c1 == \frac{a+\mu}{b}\ \&\&\ pM == \frac{a+\mu}{b}\ \&\&\ UM == 0\ \&\&\ UR == 0\ \&\&\ b \neq 0$

Nr. 4: $c1 == \frac{a+\mu}{b}\ \&\&\ pM == \frac{a+\mu}{b}\ \&\&\ UR == 0\ \&\&\ \lambda1 == 0\ \&\&\ b \neq 0$

Nr. 5:
$$pM == \frac{a - 2\,\sqrt{b}\,\sqrt{UR} + \mu}{b}\ \&\&\ \lambda == \frac{-a + b\,c1 + 4\,\sqrt{b}\,\sqrt{UR} - \mu}{2\,\sqrt{b}\,\sqrt{UR}}\ \&\&\ \lambda1 == 0\ \&\&\ b \neq 0\ \&\&\ UR \neq 0$$

Nr. 6: $pM == \frac{a + 2\,\sqrt{b}\,\sqrt{UR} + \mu}{b}\ \&\&\ \lambda == \frac{a - b\,c1 + 4\,\sqrt{b}\,\sqrt{UR} + \mu}{2\,\sqrt{b}\,\sqrt{UR}}\ \&\&\ \lambda1 == 0\ \&\&\ b \neq 0\ \&\&\ UR \neq 0$

Nr. 7: $pM == \frac{-a^2 + a\,b\,c1 + 2\,b\,UM + 4\,b\,UR - 2\,a\,\mu + b\,c1\,\mu - \mu^2}{b\,(-a + b\,c1 - \mu)}\ \&\&$
$$UM^2 + 4\,UM\,UR == UR\left(\frac{a^2}{b} - 2\,a\,c1 + b\,c1^2 - 4\,UR + \frac{2\,a\,\mu}{b} - 2\,c1\,\mu + \frac{\mu^2}{b}\right)\ \&\&$$
$$\lambda == \frac{-UM + 2\,UR - UM\,\lambda1 + 2\,UR\,\lambda1}{2\,UR}\ \&\&\ b \neq 0\ \&\&\ UR \neq 0$$

Überprüfung der Zulässigkeit der Kuhn-Tucker-Bedingungen

Zu Nr. 1 - kein Widerspruch

In[12]:= **KuhnTuckerZweiNebenbedingungen**$\left[\frac{a + b\,c1 + \mu}{2\,b}, 0, \lambda1, UR, \frac{(a - b\,c1 + \mu)^2}{8\,b}\right]$

Out[12]//TableForm=

DLpM ≤ 0	True	|	pM ≥ 0	$\frac{a+b\,c1+\mu}{2\,b} \geq 0$	|	DL
DL$\lambda \geq 0$	$\frac{a^2-2\,a\,b\,c1+b^2\,c1^2-16\,b\,UR+2\,a\,\mu-2\,b\,c1\,\mu+\mu^2}{16\,b} \geq 0$	|	$\lambda \geq 0$	True	|	DL
DL$\lambda1 \geq 0$	True	|	$\lambda1 \geq 0$	True	|	DL

Wenn $\frac{(a - b\,c1 + \mu)^2}{16\,b} \geq UR$ gilt, kein Widerspruch

Zu Nr. 2 - kein Widerspruch

In[13]:= **KuhnTuckerZweiNebenbedingungen**$\left[\frac{a + b\,c1 + \mu}{2\,b}, 0, 0, UR, UM\right]$

Out[13]//TableForm=

DLpM ≤0	True	pM ≥0	$\frac{a+b\,c1+\mu}{2\,b} \geq 0$	DL
DLλ ≥0	$\frac{a^2-2\,a\,b\,c1+b^2\,c1^2-16\,b\,UR+2\,a\,\mu-2\,b\,c1\,\mu+\mu^2}{16\,b} \geq 0$	λ ≥0	True	DL
DLλ1 ≥0	$\frac{a^2-2\,a\,b\,c1+b^2\,c1^2-8\,b\,UM+2\,a\,\mu-2\,b\,c1\,\mu+\mu^2}{8\,b} \geq 0$	λ1 ≥0	True	DL

Wenn $\frac{(a - b\,c1 + \mu)^2}{16\,b} \geq UR$ und $\frac{(a - b\,c1 + \mu)^2}{8\,b} \geq UM$ gilt, kein Widerspruch

Zu Nr. 3 → unzulässig!

Wenn wegen $c1 \leq pM \leq pR \leq \frac{a + \mu}{b}$ bspw. $pR = c1$ gewählt wird,
ist $y = a - b\,pR + \mu = 0$. Dieser Fall wird nicht betrachtet.

Zu Nr. 4 → unzulässig!

In[14]:= **KuhnTuckerZweiNebenbedingungen**$\left[\frac{a + \mu}{b}, \lambda, 0, 0, UM\right]$ **//. c1 →** $\frac{a + \mu}{b}$

Out[14]//TableForm=

DLpM ≤0	True	pM ≥0	$\frac{a+\mu}{b} \geq 0$	DLpM pM ==0	True
DLλ ≥0	True	λ ≥0	True	DLλ λ ==0	True
DLλ1 ≥0	0 ≥ UM	λ1 ≥0	True	DLλ1 λ1 ==0	True

Unzulässig wegen 0≥UM.

Zu Nr. 5 - kein Widerspruch

In[15]:= **KuhnTuckerZweiNebenbedingungen**$\left[\frac{a - 2\sqrt{b}\,\sqrt{UR} + \mu}{b}, \frac{-a + b\,c1 + 4\sqrt{b}\,\sqrt{UR} - \mu}{2\sqrt{b}\,\sqrt{UR}}, 0, UR, UM\right]$

Out[15]//TableForm=

DLpM ≤0	True	pM ≥0	$\frac{a-2\sqrt{b\,UR}+\mu}{b} \geq 0$
DLλ ≥0	True	λ ≥0	$\frac{-a+b\,c1+4\sqrt{b\,UR}-\mu}{2\sqrt{b\,UR}} \geq 0$
DLλ1 ≥0	$\frac{-b\,c1\sqrt{UR}-\sqrt{b}\,(UM+2\,UR)+\sqrt{UR}\,(a+\mu)}{\sqrt{b}} \geq 0$	λ1 ≥0	True

Wenn $\frac{(a - b\,c1 + \mu)^2}{16\,b} \leq UR \leq \frac{(a - b\,c1 + \mu)^2}{4\,b}$ und $\frac{(a - b\,c1 + \mu)\sqrt{UR}}{\sqrt{b}} - 2\,UR \geq UM$ gilt,
kein Widerspruch

Zu Nr. 6 → unzulässig!

Wegen $pM \leq pR \leq \frac{a + \mu}{b}$, wegen $y = a - b\,pR + \mu \geq 0$: unzulässig

Zu Nr. 7

$UM^2 + 4\,UM\,UR == UR\left(\frac{a^2}{b} - 2\,a\,c + b\,c1^2 - 4\,UR + \frac{2\,a\,\mu}{b} - 2\,c1\,\mu + \frac{\mu^2}{b}\right)$

liefert jeweils zwei Lösungen für UR bzw. UM,
wenn die Gleichung nach UR bzw. UM umgestellt wird. Hier wird nach UM umgestellt.

In[16]:= $$\mathbf{Solve}\left[\mathbf{UM}^2 + 4\,\mathbf{UM}\,\mathbf{UR} == \mathbf{UR}\left(\frac{\mathbf{a}^2}{\mathbf{b}} - 2\,\mathbf{a}\,\mathbf{c1} + \mathbf{b}\,\mathbf{c1}^2 - 4\,\mathbf{UR} + \frac{2\,\mathbf{a}\,\mu}{\mathbf{b}} - 2\,\mathbf{c1}\,\mu + \frac{\mu^2}{\mathbf{b}}\right), \mathbf{UM}\right] \mathbin{//} \mathbf{FullSimplify}$$

Out[16]= $$\left\{\left\{\mathrm{UM} \to \frac{\sqrt{\mathrm{UR}}\left(\mathrm{a} - \mathrm{b}\,\mathrm{c1} - 2\sqrt{\mathrm{b}}\sqrt{\mathrm{UR}} + \mu\right)}{\sqrt{\mathrm{b}}}\right\}, \left\{\mathrm{UM} \to -\frac{\sqrt{\mathrm{UR}}\left(\mathrm{a} - \mathrm{b}\,\mathrm{c1} + 2\sqrt{\mathrm{b}}\sqrt{\mathrm{UR}} + \mu\right)}{\sqrt{\mathrm{b}}}\right\}\right\}$$

Zu Nr. 7 a - kein Widerspruch

In[17]:= $$\mathbf{KuhnTuckerZweiNebenbedingungen}\left[\frac{\mathbf{a} - 2\sqrt{\mathbf{b}}\sqrt{\mathbf{UR}} + \mu}{\mathbf{b}}, \frac{(1+\lambda 1)\left(\mathbf{a} - \mathbf{b}\,\mathbf{c1} - 4\sqrt{\mathbf{b}}\sqrt{\mathbf{UR}} + \mu\right)}{2\sqrt{\mathbf{b}}\sqrt{\mathbf{UR}}}, \lambda 1, \mathbf{UR}, \mathbf{UM}\right] \mathbin{//.} \mathbf{UM} \to \frac{\sqrt{\mathbf{UR}}\left(\mathbf{a} - \mathbf{b}\,\mathbf{c1} - 2\sqrt{\mathbf{b}}\sqrt{\mathbf{UR}} + \mu\right)}{\sqrt{\mathbf{b}}} \mathbin{//} \mathbf{FullSimplify}$$

Out[17]//TableForm=

DLpM ≤ 0	$0 \le (1+\lambda 1)\left(\mathrm{a} - \mathrm{b}\,\mathrm{c1} - 4\sqrt{\mathrm{b}\,\mathrm{UR}} + \mu\right)$	|	pM ≥ 0	$\frac{\mathrm{a}-2\sqrt{\mathrm{b}\,\mathrm{UR}}+\mu}{\mathrm{b}} \ge 0$
DL$\lambda \ge 0$	True	|	$\lambda \ge 0$	$\frac{(1+\lambda 1)\left(\mathrm{a}-\mathrm{b}\,\mathrm{c1}-4\sqrt{\mathrm{b}\,\mathrm{UR}}+\mu\right)}{2\sqrt{\mathrm{b}\,\mathrm{UR}}} \ge$
DL$\lambda 1 \ge 0$	True	|	$\lambda 1 \ge 0$	True

DLpM pM $==0$ genau dann wenn UR $= \frac{(\mathrm{a} - \mathrm{b}\,\mathrm{c1} + \mu)^2}{16\,\mathrm{b}}$ oder UR $= \frac{(\mathrm{a}+\mu)^2}{4\,\mathrm{b}}$. Wenn UR $= \frac{(\mathrm{a}+\mu)^2}{4\,\mathrm{b}}$, so ist pM $= 0$. Widerspruch.

Zu Nr. 7 b → unzulässig!

Wegen UM $= -\frac{\sqrt{\mathrm{UR}}\left(\mathrm{a} - \mathrm{b}\,\mathrm{c1} + \mu + 2\sqrt{\mathrm{b}}\sqrt{\mathrm{UR}}\right)}{\sqrt{\mathrm{b}}} < 0 \to$ unzulässig

Aus den Kuhn-Tucker-Bedingungen folgen folgende zulässige Lösungen:

Nr. 1: $\mathrm{pM} == \frac{\mathrm{a} + \mathrm{b}\,\mathrm{c1} + \mu}{2\,\mathrm{b}}$ && $8\,\mathrm{UM} == \frac{\mathrm{a}^2}{\mathrm{b}} - 2\,\mathrm{a}\,\mathrm{c1} + \mathrm{b}\,\mathrm{c1}^2 + \frac{2\,\mathrm{a}\,\mu}{\mathrm{b}} - 2\,\mathrm{c1}\,\mu + \frac{\mu^2}{\mathrm{b}}$ && $\lambda == 0$ && $\mathrm{b} \ne 0$

Nr. 2: $\mathrm{pM} == \frac{\mathrm{a} + \mathrm{b}\,\mathrm{c1} + \mu}{2\,\mathrm{b}}$ && $\lambda == 0$ && $\lambda 1 == 0$ && $\mathrm{b} \ne 0$

Nr. 5: $\mathrm{pM} == \frac{\mathrm{a} - 2\sqrt{\mathrm{b}}\sqrt{\mathrm{UR}} + \mu}{\mathrm{b}}$ && $\lambda == \frac{-\mathrm{a} + \mathrm{b}\,\mathrm{c1} + 4\sqrt{\mathrm{b}}\sqrt{\mathrm{UR}} - \mu}{2\sqrt{\mathrm{b}}\sqrt{\mathrm{UR}}}$ && $\lambda 1 == 0$ && $\mathrm{b} \ne 0$ && $\mathrm{UR} \ne 0$

Nr. 7 a : $\mathrm{pM} == \frac{-\mathrm{a}^2 + \mathrm{a}\,\mathrm{b}\,\mathrm{c1} + 2\,\mathrm{b}\,\mathrm{UM} + 4\,\mathrm{b}\,\mathrm{UR} - 2\,\mathrm{a}\,\mu + \mathrm{b}\,\mathrm{c1}\,\mu - \mu^2}{\mathrm{b}\,(-\mathrm{a} + \mathrm{b}\,\mathrm{c1} - \mu)}$ &&
$\mathrm{UM}^2 + 4\,\mathrm{UM}\,\mathrm{UR} == \mathrm{UR}\left(\frac{\mathrm{a}^2}{\mathrm{b}} - 2\,\mathrm{a}\,\mathrm{c1} + \mathrm{b}\,\mathrm{c1}^2 - 4\,\mathrm{UR} + \frac{2\,\mathrm{a}\,\mu}{\mathrm{b}} - 2\,\mathrm{c1}\,\mu + \frac{\mu^2}{\mathrm{b}}\right)$ &&
$\lambda == \frac{-\mathrm{UM} + 2\,\mathrm{UR} - \mathrm{UM}\,\lambda 1 + 2\,\mathrm{UR}\,\lambda 1}{2\,\mathrm{UR}}$ && $\mathrm{b} \ne 0$ && $\mathrm{UR} \ne 0$

Nr. 1 und Nr. 2 ergeben eine Lösung, da Nr. 2 eine spezielle Lösung von Nr. 1 ist

Nr. 5 und Nr. 7a ergeben eine Lösung, da Nr. 7a eine spezielle Lösung von Nr. 5 ist

Deckungsbeiträge und Preise lauten wie folgt, wenn der Hersteller folgenden Preis pM wählt

aus Nr. 1 und 2

In[20]:= $\mathbf{pM := \frac{a + b\,c1 + \mu}{2\,b}}$

In[21]:= **Ergebnisse**

Out[21]//TableForm=

	Hersteller	Händler	Kette
(erwarteter) Deckungsbeitrag	$\frac{(a-b\,c1+\mu)^2}{8\,b}$	$\frac{(a-b\,c1+\mu)^2}{16\,b}$	$\frac{3\,(a-b\,c1+\mu)^2}{16\,b}$
Preis	$\frac{a+b\,c1+\mu}{2\,b}$	$\frac{3\,a+b\,c1+3\,\mu}{4\,b}$	
Menge	$\frac{1}{4}\,(a-b\,c1+\mu)$	$\frac{1}{4}\,(a-b\,c1+\mu)$	

aus Nr. 5 und 7a

In[22]:= $\mathbf{pM := \frac{a - 2\sqrt{b}\,\sqrt{UR} + \mu}{b}}$

In[23]:= **Ergebnisse**

Out[23]//TableForm=

	Hersteller	Händler	Kette
(erwarteter) Deckungsbeitrag	$\frac{\sqrt{UR}\,\left(a-b\,c1-2\sqrt{b}\,\sqrt{UR}+\mu\right)}{\sqrt{b}}$	UR	$\frac{\sqrt{UR}\,\left(a-b\,c1-\sqrt{b}\,\sqrt{UR}+\mu\right)}{\sqrt{b}}$
Preis	$\frac{a-2\sqrt{b}\,\sqrt{UR}+\mu}{b}$	$\frac{a-\sqrt{b}\,\sqrt{UR}+\mu}{b}$	
Menge	$\sqrt{b}\,\sqrt{UR}$	$\sqrt{b}\,\sqrt{UR}$	

B.3.3 Programm 6

Ausführung: Berechnungsmöglichkeit $2^{nK}_{s,2}$

Einlesen von Modulen

In[1]:=
```
<< "LineareNachfrage.m";
<< "Verteilungsfunktion.m";
<< "ModuleUndZuweisungenNrZwei.m";
<< "LineareNachfrageParameter.m"
<< "ErgebnisseStochastisch.m";
```

Weitere Parameterwerte

In[6]:=
```
pR = 6.75; (* extern vorgegebener Verkaufspreis des Händlers *)
UR = 10; UM = 20;(* geforderte Mindestgewinne von Händler und Hersteller *)
anzahl = 5000; schock = Get["Schocks.nb"];
(* 50000 Schocks, die einer Normalverteilung mit den
  spezifischen Parameterwerten unterliegen, werden eingelesen *)
```

Berechnungen

Händler

```
In[9]:= Simplify[Haendler[pR, zR, pM]] // N (* erwarteter Deckungsbeitrag *)
```

Out[9]= $210.938 - 21.3153\ 2.71828^{-0.0202407\ zR^2} - 31.25\ pM + 4.375\ zR - 1.\ pM\ zR - 5.375\ zR\ \mathrm{Erf}[0.14227\ zR]$

```
In[10]:= AbleitungHaendler = D[Haendler[pR, zR, pM], zR] //
           Expand (* erste Ableitung des erwarteten Deckungsbeitrags *)
         Solve[AbleitungHaendler == 0, zR];
         (* Lösen und umstellen der ersten Ableitung nach zR *)
         zR = zR /. %[[1]] // Simplify (* Zuweisen des Ergebnisses *)
```

Out[10]= $4.375 - pM\ \mathrm{Erf}\left[\frac{503}{100\sqrt{2}}\right] - 5.375\ \mathrm{Erf}\left[\frac{62500000000000\sqrt{2}\ zR}{621272365805169}\right]$

Out[12]= $7.02889\ \mathrm{InverseErf}[0., 0.813953 - 0.186046\ pM]$

```
In[13]:= (* Der antizipierte Schock kann aber auch direkt berechnet werden: *)
```

$$\mathrm{Solve}\left[1 - \mathrm{GrossF}[z] == \frac{pM + co}{pR + cu + co}, z\right] \ //\ \mathrm{Simplify}$$

Out[13]= $\{\{z \to 7.02889\ \mathrm{InverseErf}[0., 0.813953 - 0.186047\ pM]\}\}$

Hersteller

```
In[14]:= Hersteller[pR, zR, pM] (* Deckungsbeitrag *)
```

Out[14]= $(-3 + pM)\ (31.25 + 7.02889\ \mathrm{InverseErf}[0., 0.813953 - 0.186046\ pM])$

```
In[15]:= L = Chop[Hersteller[pR, zR, pM] + λ (-UR + Haendler[pR, zR, pM]) +
            λ1 (-UM + Hersteller[pR, zR, pM])] // Simplify (* Lagrangefunktion *)
```

Out[15]= $e^{-1.\ \mathrm{InverseErf}[0,0.813953-0.186046\ pM]^2} \big(-21.3153\ \lambda + e^{1.\ \mathrm{InverseErf}[0,0.813953-0.186046\ pM]^2} (-93.75 + 200.938\ \lambda - 113.75\ \lambda1 + pM\ (31.25 - 31.25\ \lambda + 31.25\ \lambda1)) - 7.02889\ e^{1.\ \mathrm{InverseErf}[0,0.813953-0.186046\ pM]^2} (3. - 4.375\ \lambda + pM\ (-1. + 1.\ \lambda - 1.\ \lambda1) + 3.\ \lambda1 + 5.375\ \lambda\ \mathrm{Erf}[1.\ \mathrm{InverseErf}[0, 0.813953 - 0.186046\ pM]])\ \mathrm{InverseErf}[0, 0.813953 - 0.186046\ pM]\big)$

```
In[16]:= AbleitungLagrangeZweiNebenbedingungen;
```

```
In[17]:= ModuleLoesungskandidatenDesM
```

```
Reduce::tdep : In den Gleichungen scheinen die Variablen
   in einer wesentlichen nichtalgebraischen Weise vorzukommen.
```

Weil die Gleichungen so komplex sind, ist es nicht möglich Lösungen zu finden, die die Bedingungen in In[17] erfüllen

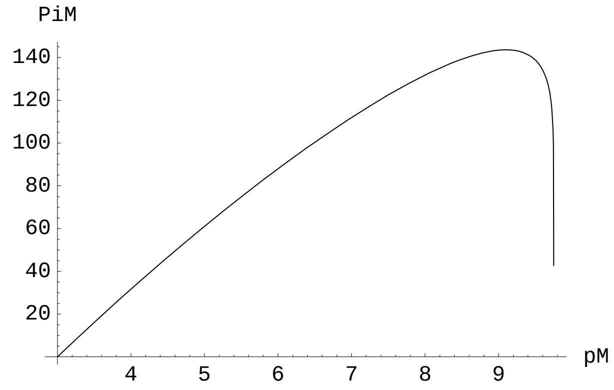
Der Deckungsbeitrag des Herstellers steigt bis zum Punkt pM=9.10, wie die Berechnung In[19]/Out[19]und die Graphik In[20]zeigen. Wegen c1≤pM≤pR≤6.75≤a/b liegt der Punkt pM=9.10 ausserhalb des zu betrachtetenden Intervalles pM∈ [c,pR].

```
In[18]:= AbleitungHersteller = D[Hersteller[pR, zR, pM], pM]
         FindRoot[AbleitungHersteller == 0, {pM, c1, a / b}]
```

Out[18]= $31.25 - 1.15892\ e^{\mathrm{InverseErf}[0.,0.813953-0.186046\ pM]^2}\ (-3 + pM) + 7.02889\ \mathrm{InverseErf}[0., 0.813953 - 0.186046\ pM]$

Out[19]= $\{pM \to 9.10025\}$

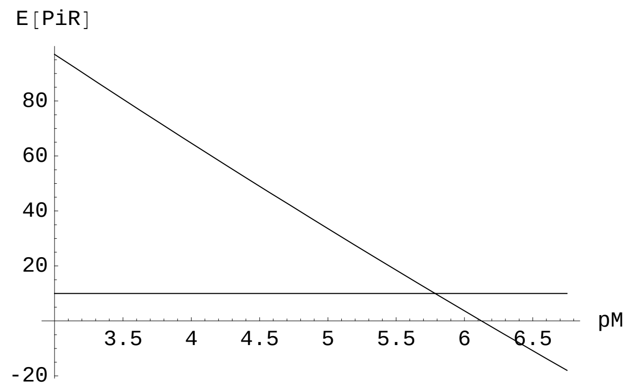
```
In[20]:= Plot[Hersteller[pR, zR, pM], {pM, c1, 9.75}, AxesLabel → {"pM", "PiM"}]
```




```
Out[20]= - Graphics -
```

Der erwartete Deckungsbeitrag E[PiR] des Händlers ist auf dem Intervall pM∈[c,pR] fallend, wie in der nächsten Graphik zu sehen ist.

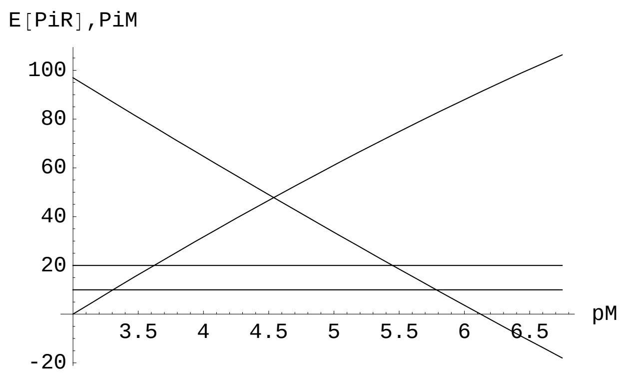
```
In[21]:= Plot[{Haendler[pR, zR, pM], UR}, {pM, c1, pR}, AxesLabel → {"pM", "E[PiR]"}]
```




```
Out[21]= - Graphics -
```

Die (erwarteten) Deckungsbeiträge von Händler (E[PiR]) und Hersteller (PiM) sowie deren Mindestgewinne sind in der folgenden Graphik eingezeichnet.

```
In[22]:= Plot[{Haendler[pR, zR, pM], UR, Hersteller[pR, zR, pM], UM},
          {pM, c1, pR}, AxesLabel → {"pM", "E[PiR],PiM"}]
```




```
Out[22]= - Graphics -

In[23]:= ModuleHerstellerOptimalerPreis

Out[23]= 5.78513
```

In[24]:=
```
ModuleHerstellerMinimalerPreis
```
Out[24]=
```
3.62254
```

In[25]:=
```
(* Der Händler antizipiert folgende Nachfrageschocks,
 die abhängig vom geforderten Preis des  Herstellers sind. *)
zRmin = zR /. pM → pMmin;
zRmax = zR /. pM → pMmax;
```

Ergebnisse:

Der Hersteller wählt den aus seiner Sicht optimalen Preis pMmax:

In[27]:=
```
Ergebnisse[pR, pMmax, zRmax]
```
Out[27]//TableForm=

	Hersteller	Händler	Kette
(erwarteter) Deckungsbeitrag	82.3984	10.	92.3984
simulierter Deckungsbeitrag	82.3984	10.0564	92.4548
Preis	5.78513	6.75	
Menge	29.5852	29.5852	

Der Hersteller wählt den minimalen Preis pMmin:

In[28]:=
```
Ergebnisse[pR, pMmin, zRmin]
```
Out[28]//TableForm=

	Hersteller	Händler	Kette
(erwarteter) Deckungsbeitrag	20.	76.7469	96.7469
simulierter Deckungsbeitrag	20.	76.8334	96.8334
Preis	3.62254	6.75	
Menge	32.1266	32.1266	

Ausführung: Berechnungsmöglichkeit $3^{nK}_{s,2}$

Einlesen von Modulen

In[1]:=
```
<< "LineareNachfrage.m";
<< "Verteilungsfunktion.m";
<< "ModuleUndZuweisungenNrZwei.m";
<< "Interpolation.m";
<< "LineareNachfrageParameter.m";
<< "ErgebnisseStochastisch.m"
```

Weitere Parameterwerte

In[7]:=
```
UR = 10; UM = 20;(* geforderte Mindestgewinne von Händler und Hersteller *)
anzahl = 5000; schock = Get["Schocks.nb"];
(* 50000 Schocks, die einer Normalverteilung mit den
  spezifischen Parameterwerten unterliegen, werden eingelesen *)
```

Berechnungen

Hersteller

```
In[9]:=  Hersteller[pR, zR, pR] (* Deckungsbeitrag *)
Out[9]=  (-3 + pR) (200 - 25 pR + zR)

In[10]:= AbleitungHersteller = D[Hersteller[pR, zR, pR], pR] // Expand
         (* erste Ableitung des Deckungsbeitrags *)
         Solve[AbleitungHersteller == 0, pR];
         (* Lösen und umstellen der ersten Ableitung nach pR *)
         pR = pR /. %[[1]] // Simplify (* Zuweisen des Ergebnisses *)
Out[10]= 275 - 50 pR + zR
```

Out[12]= $\frac{275 + zR}{50}$

Händler

```
In[13]:= Expand[Haendler[pR, zR, pM]] // N (* erwarteter
            Deckungsbeitrag in Abhängigkeit vom vorgeschriebenen Preis pR *)
```

Out[13]= $343.75 - 18.8367\ 2.71828^{-0.0202407\ zR^2} - 62.5\ pM + 2.25\ zR - 0.0396563\ 2.71828^{-0.0202407\ zR^2}\ zR - 0.5\ pM\ zR - 4.9048 \times 10^{-9}\ zR^2 - 4.75\ zR\ \mathrm{Erf}[0.14227\ zR] - 0.01\ zR^2\ \mathrm{Erf}[0.14227\ zR]$

```
In[14]:= AbleitungHaendler = D[Expand[Haendler[pR, zR, pM]], zR] // N // Expand
         (* erste Ableitung des erwarteten Deckungsbeitrags *)
         Solve[AbleitungHaendler == 0, zR]
         (* Lösen und umstellen der ersten Ableitung nach zR *)
```

Out[14]= $2.25 - 0.0396563\ 2.71828^{-0.0202407\ zR^2} - 0.5\ pM - 9.8096 \times 10^{-9}\ zR - 4.75\ \mathrm{Erf}[0.14227\ zR] - 0.02\ zR\ \mathrm{Erf}[0.14227\ zR]$

```
Solve::tdep : In den Gleichungen scheinen die Variablen
   in einer wesentlichen nichtalgebraischen Weise vorzukommen.
```

Out[15]= Solve$\left[2.25 - 0.0396563\ 2.71828^{-0.0202407\ zR^2} - 0.5\ pM - 9.8096 \times 10^{-9}\ zR - 4.75\ \mathrm{Erf}[0.14227\ zR] - 0.02\ zR\ \mathrm{Erf}[0.14227\ zR] == 0,\ zR\right]$

Weil die Gleichungen so komplex sind, ist es nicht möglich Lösungen zu finden, die die Bedingung in In[15] erfüllt. Deshalb wird der erwartete Deckungsbeitrag interpoliert.

```
(* Interpolation *)
```

Es wird das maximal mögliche zR festgelegt

```
In[16]:= ModuleMaximaleszR

In[17]:= Haendler[pR, zR, c1] //.
          zR → zRmax (* maximal möglicher erwarteter Deckungsbeitrag des Haendlers *)
Out[17]= 137.745
```

In[50]:= Es wird die Untergrenze von zR gesucht, bei der der Händler einen Deckungsbeitrag in Höhe seines geforderten Mindestgewinns erwarten kann

```
In[18]:= ModuleMinimaleszR

In[19]:= {zRmin, zRmax} (* Eingegrenztes Intervall von zR *)
Out[19]= {-0.446657, 0.934281}
```

In[53]:= Interpolation des erwarteten Deckungsbeitrags des Händlers

```
In[20]:= InterpolierterErwarteterDeckungsbeitrag

Interpolierter erwarteter Deckungsbeitrag:
 pM (-62.5 - 0.5 zR) - 0.380786 (-32.2568 + zR) (26.4524 + zR)
```

```
In[21]:= (* Diese Matrix zeigt die Differenz von erwartetem
           Deckungsbeitrag und interpoliertem Deckungsbeitrag  *)
         TableForm[Table[Haendler[pR, zR, pM] - polyHaendler,
           {zR, zRmin, zRmax, 0.125}, {pM, c1, 6, 0.75}]]
Out[21]//TableForm=
```

-5.68434×10^{-14}	-5.68434×10^{-14}	-7.10543×10^{-14}	-3.19744×10^{-14}	-
-0.0000245301	-0.0000245301	-0.0000245301	-0.0000245301	-(
-0.000014434	-0.000014434	-0.000014434	-0.000014434	-(
5.3048×10^{-6}	5.3048×10^{-6}	5.3048×10^{-6}	5.3048×10^{-6}	5
0.0000172034	0.0000172034	0.0000172034	0.0000172034	0
0.0000113048	0.0000113048	0.0000113048	0.0000113048	0
-0.0000148112	-0.0000148112	-0.0000148112	-0.0000148112	-(
-0.0000560312	-0.0000560312	-0.0000560312	-0.0000560312	-(
-0.000099726	-0.000099726	-0.000099726	-0.000099726	-(
-0.000125783	-0.000125783	-0.000125783	-0.000125783	-(
-0.000106649	-0.000106649	-0.000106649	-0.000106649	-(
-7.39677×10^{-6}	-7.39677×10^{-6}	-7.39677×10^{-6}	-7.39677×10^{-6}	-

```
In[22]:= (* optimieren des interpolierten erwarteten Deckungsbeitrags bzgl. zR *)
         D[polyHaendler, zR] // Expand (* erste Ableitung *)
         Solve[% == 0, zR] // Simplify
         (* Lösen und umstellen der ersten Ableitung nach zR *)
         zR = zR /. %[[1]] // Simplify ;(* Zuweisen des Ergebnisses *)
Out[22]= 2.21025 - 0.5 pM - 0.761572 zR
Out[23]= {{zR → 2.90222 - 0.656536 pM}}
```

Hersteller

```
In[25]:= L = Hersteller[pR, zR, pR] + λ (-UR + polyHaendler) +
           λ1 (-UM + Hersteller[pR, zR, pR]) // Simplify (* Lagrangefunktion *)
Out[25]= 163.59 + 318.121 λ + pM (-1.67945 - 63.9511 λ - 1.67945 λ1) +
          pM^2 (0.0043104 + 0.164134 λ + 0.0043104 λ1) + 143.59 λ1

In[26]:= AbleitungLagrangeZweiNebenbedingungen

In[27]:= ModuleLoesungskandidatenDesM
Out[27]= pM == 0. && λ == 0. && λ1 == 0. || pM == 5.03962 && λ == -0.0262614 && λ1 == 0. ||
          pM == 126.697 && λ == 0. && λ1 == -1. || pM == 194.814 && λ == 0. && λ1 == 0. ||
          pM == 262.931 && λ == 0. && λ1 == -1. || pM == 384.588 && λ == -0.0262615 && λ1 == 0.
```

Nur die Lösung "pM==5.03961953346175`&&λ==1&&λ1==0." genügt allen Kuhn-Tucker Bedingungen, da nur hier pM im zulässigen Bereich von [c1,a/b] liegt.

```
In[28]:= pMmax = 5.03961953346175`;
```

Der Deckungsbeitrag des Herstellers ist dann minimal, wenn der Hersteller gerade einen Deckungsbeitrag in Höhe seines geforderten Mindestgewinnes erhält.

```
In[29]:= FindRoot[Hersteller[pR, zR, pM] == UM, {pM, c1, a / b}]
         pMmin = pM /. %[[1]];
Out[29]= {pM → 3.31816}
```

Ergebnisse:

Der Hersteller wählt den aus seiner Sicht optimalen Preis pMmax:

In[31]:=
```
Ergebnisse[pR, pM, zR] //. pM → pMmax
```

Out[31]//TableForm=

	Hersteller	Händler	Kette
(erwarteter) Deckungsbeitrag	127.062	9.99999	137.062
simulierter Deckungsbeitrag	127.062	10.0573	137.119
Preis	5.03962	5.49187	
Menge	62.2968	62.2968	

Der Hersteller wählt den minimalen Preis pMmin:

In[33]:=
```
Ergebnisse[pR, pM, zR] //. pM → pMmin
```

Out[33]//TableForm=

	Hersteller	Händler	Kette
(erwarteter) Deckungsbeitrag	20.	117.728	137.728
simulierter Deckungsbeitrag	20.	117.799	137.799
Preis	3.31816	5.51447	
Menge	62.8619	62.8619	

Ausführung: Berechnungsmöglichkeit $4^{nK}_{s,2}$

Einlesen von Modulen

In[1]:=
```
<< "LineareNachfrage.m";
<< "Verteilungsfunktion.m";
<< "ModuleUndZuweisungenNrZwei.m";
<< "Interpolation.m";
<< "LineareNachfrageParameter.m";
<< "ErgebnisseStochastisch.m"
```

Weitere Parameterwerte

In[7]:=
```
UR = 10; UM = 20;(* geforderte Mindestgewinne von Händler und Hersteller *)
anzahl = 5000 ; schock = Get["Schocks.nb"] ;
(* 50000 Schocks, die einer Normalverteilung mit den
  spezifischen Parameterwerten unterliegen, werden eingelesen *)
```

Berechnungen

Händler

In[9]:=
```
Haendler[pR, zR, pM] // N // FullSimplify (* erwarteter Deckungsbeitrag *)
```

Out[9]= $0.0000254285 + e^{-0.0202407\, zR^2} (-7.93126 - 1.98281\, pR) + pM (-200. + 25.\, pR - 1.\, zR) + pR (200. - 25.\, pR + 0.5\, zR) + 1.\, zR + (-2. - 0.5\, pR)\, zR\, \mathrm{Erf}[0.14227\, zR]$

```
In[10]:= AbleitungHaendlerpR = D[FullSimplify[N[Haendler[pR, zR, pM]]], pR]
         (* erste Ableitung des erwarteten Deckungsbeitrags bzgl. pR *)
         Solve[AbleitungHaendlerpR == 0, pR]
         (* Lösen und umstellen der ersten Ableitung nach pR *)
         pR = pR /. %[[1]] // Simplify (* Zuweisen des Ergebnisses *)
```

Out[10]= $200. - 1.98281\, e^{-0.0202407\, zR^2} + 25.\, pM - 50.\, pR + 0.5\, zR - 0.5\, zR\, \mathrm{Erf}[0.14227\, zR]$

Out[11]= $\{\{pR \to -0.02\, (-200. + 1.98281\, e^{-0.0202407\, zR^2} - 25.\, pM - 0.5\, zR + 0.5\, zR\, \mathrm{Erf}[0.14227\, zR])\}\}$

Out[12]= $4. - 0.0396563\, e^{-0.0202407\, zR^2} + 0.5\, pM + 0.01\, zR - 0.01\, zR\, \mathrm{Erf}[0.14227\, zR]$

```
In[13]:= AbleitungHaendlerzR = D[Expand[N[Haendler[pR, zR, pM]]], zR] // Simplify
           (* erste Ableitung des erwarteten Deckungsbeitrags bzgl. zR *)
         Solve[AbleitungHaendlerzR == 0, zR]
         (* Lösen und umstellen der ersten Ableitung nach zR *)
```

Out[13]= $3. - 0.75\, pM + 0.005\, zR - 8.67362 \times 10^{-19}\, e^{-0.0404814\, zR^2}\, zR + e^{-0.0202407\, zR^2}\, (-0.0198281 + 0.\, zR + 0.\, pM\, zR - 2.1684 \times 10^{-19}\, zR^2) + (1.69366 \times 10^{-16} + 0.\, pM + 0.\, zR + e^{-0.0202407\, zR^2}\, (0.0198281 + 2.1684 \times 10^{-19}\, zR^2) + e^{0.\, zR^2}\, (-4. - 0.25\, pM - 0.01\, zR + 0.\, zR^2 + 0.\, pM\, zR^2 + 0.\, zR^3))\, \mathrm{Erf}[0.14227\, zR] + ((-0.005 + 0.01\, e^{0.\, zR^2})\, zR + 0.\, e^{0.\, zR^2}\, zR^3)\, \mathrm{Erf}[0.14227\, zR]^2$

```
Solve::tdep : In den Gleichungen scheinen die Variablen
   in einer wesentlichen nichtalgebraischen Weise vorzukommen.
```

Out[14]= $\mathrm{Solve}[3. - 0.75\, pM + 0.005\, zR - 8.67362 \times 10^{-19}\, e^{-0.0404814\, zR^2}\, zR + e^{-0.0202407\, zR^2}\, (-0.0198281 + 0.\, zR + 0.\, pM\, zR - 2.1684 \times 10^{-19}\, zR^2) + (1.69366 \times 10^{-16} + 0.\, pM + 0.\, zR + e^{-0.0202407\, zR^2}\, (0.0198281 + 2.1684 \times 10^{-19}\, zR^2) + e^{0.\, zR^2}\, (-4. - 0.25\, pM - 0.01\, zR + 0.\, zR^2 + 0.\, pM\, zR^2 + 0.\, zR^3))\, \mathrm{Erf}[0.14227\, zR] + ((-0.005 + 0.01\, e^{0.\, zR^2})\, zR + 0.\, e^{0.\, zR^2}\, zR^3)\, \mathrm{Erf}[0.14227\, zR]^2 == 0,\, zR]$

Weil die Gleichungen so komplex sind, ist es nicht möglich Lösungen zu finden, die die Bedingung in In[14] erfüllt. Deshalb wird der erwartete Deckungsbeitrag interpoliert.

```
(* Interpolation *)
```

Es wird das maximal mögliche zR festgelegt

```
In[15]:= ModuleMaximaleszR

In[18]:= Haendler[pR, zR, pM] //. {pM → c1, zR → zRmax}
          (* maximal möglicher erwarteter Deckungsbeitrag des Haendlers *)

Out[18]= 137.807
```

In[50]:= Es wird die Untergrenze von zR gesucht, bei der der Händler einen Deckungsbeitrag in Höhe seines geforderten Mindestgewinns erwarten kann

```
In[19]:= ModuleMinimaleszR

In[20]:= {zRmin, zRmax} (* Eingegrenztes Intervall von zR *)

Out[20]= {-1.61232, 0.972732}
```

In[53]:= Interpolation des erwarteten Deckungsbeitrags des Händlers

```
In[21]:= InterpolierterErwarteterDeckungsbeitrag

         Interpolierter erwarteter Deckungsbeitrag:
```

$6.25\, pM^2 - 0.314122\, (-40.033 + zR)\, (30.5502 + zR) + pM\, (-100.991 + (-0.750053 - 0.0199137\, zR)\, zR)$

In[22]:=
```
(* optimieren des interpolierten erwarteten Deckungsbeitrags bzgl. zR *)
D[polyHaendler, zR] // Expand (* erste Ableitung *)
Solve[% == 0, zR] // Simplify
(* Lösen und umstellen der ersten Ableitung nach zR *)
zR = zR /. %[[1]] // Simplify ;(* Zuweisen des Ergebnisses *)
```

Out[22]= $2.97876 - 0.750053\,\text{pM} - 0.628244\,\text{zR} - 0.0398273\,\text{pM}\,\text{zR}$

Out[23]= $\left\{\left\{\text{zR} \to \frac{2.97876 - 0.750053\,\text{pM}}{0.628244 + 0.0398273\,\text{pM}}\right\}\right\}$

Hersteller

In[25]:=
```
L = Hersteller[pR, zR, pR] + λ (-UR + polyHaendler) +
   λ1 (-UM + Hersteller[pR, zR, pR]) // Simplify(* Lagrangefunktion *)
```

Out[25]=

$$\frac{0.00991385\,(-10.0287+\text{pM})\,(-5.79162+\text{pM})\,(15.7742+\text{pM})\,(16.566+\text{pM})\,\lambda}{(0.628244+0.0398273\,\text{pM})^2} +$$
$$\left(0.991407\,e^{-\frac{0.0202407\,(2.97876-0.750053\,\text{pM})^2}{(0.628244+0.0398273\,\text{pM})^2}} - \frac{0.497842\,(-7.81585+\text{pM})\,(16.72+\text{pM})}{0.628244+0.0398273\,\text{pM}} + \frac{(0.744689-0.187513\,\text{pM})\,\text{Erf}\left[\frac{0.423787-0.10671\,\text{pM}}{0.628244+0.0398273\,\text{pM}}\right]}{0.628244+0.0398273\,\text{pM}}\right)$$
$$\left(-0.0396563\,e^{-\frac{0.0202407\,(2.97876-0.750053\,\text{pM})^2}{(0.628244+0.0398273\,\text{pM})^2}} + \frac{0.0199137\,(2.17004+\text{pM})\,(15.2275+\text{pM})}{0.628244+0.0398273\,\text{pM}} + \frac{(-0.0297876+0.00750053\,\text{pM})\,\text{Erf}\left[\frac{0.423787-0.10671\,\text{pM}}{0.628244+0.0398273\,\text{pM}}\right]}{0.628244+0.0398273\,\text{pM}}\right) +$$
$$\lambda 1\left(-20 + \left(0.991407\,e^{-\frac{0.0202407\,(2.97876-0.750053\,\text{pM})^2}{(0.628244+0.0398273\,\text{pM})^2}} - \frac{0.497842\,(-7.81585+\text{pM})\,(16.72+\text{pM})}{0.628244+0.0398273\,\text{pM}} + \frac{(0.744689-0.187513\,\text{pM})\,\text{Erf}\left[\frac{0.423787-0.10671\,\text{pM}}{0.628244+0.0398273\,\text{pM}}\right]}{0.628244+0.0398273\,\text{pM}}\right)\right.$$
$$\left.\left(-0.0396563\,e^{-\frac{0.0202407\,(2.97876-0.750053\,\text{pM})^2}{(0.628244+0.0398273\,\text{pM})^2}} + \frac{0.0199137\,(2.17004+\text{pM})\,(15.2275+\text{pM})}{0.628244+0.0398273\,\text{pM}} + \frac{(-0.0297876+0.00750053\,\text{pM})\,\text{Erf}\left[\frac{0.423787-0.10671\,\text{pM}}{0.628244+0.0398273\,\text{pM}}\right]}{0.628244+0.0398273\,\text{pM}}\right)\right)$$

In[26]:=
```
AbleitungHersteller = D[Hersteller[pR, zR, pM], pM] // Expand ;
(* erste Ableitung des Deckungsbeitrags *)
FindRoot[AbleitungHersteller == 0, {pM, c1, c1, a / b}]
(* Lösen und umstellen der ersten Ableitung nach pR *)
pM = pM /. %[[1]] // Simplify; (* Zuweisen des Ergebnisses *)
```

Out[27]= $\{\text{pM} \to 5.44538\}$

Ergebnisse:

Der Hersteller wählt den aus seiner Sicht optimalen Preis pMmax:

In[30]:=
```
Ergebnisse[pR, pM, zR]
```

Out[30]//TableForm=

	Hersteller	Händler	Kette
(erwarteter) Deckungsbeitrag	78.1963	20.286	98.4823
simulierter Deckungsbeitrag	78.1963	20.3535	98.5499
Preis	5.44538	6.66859	
Menge	31.9771	31.9771	

B.3.4 Programm 7

Ausführung: Berechnungsmöglichkeit $2^{K}_{s,2}$

Einlesen von Modulen

In[1]:=
```
<< "LineareNachfrage.m";
<< "Verteilungsfunktion.m";
<< "ModuleUndZuweisungenNrZwei.m";
<< "LineareNachfrageParameter.m"
<< "ErgebnisseStochastisch.m";
```

Weitere Parameterwerte

In[6]:=
```
pR = 6.75; (* extern vorgegebener Verkaufspreis des Händlers *)
UR = 10; UM = 82.40;(* geforderte Mindestgewinne von Händler und Hersteller *)
kappaR = 0; kappaM = 0; (* Kooperationskosten von Händler und Hersteller *)
anzahl = 5000; schock = Get["Schocks.nb"];
(* 50000 Schocks, die einer Normalverteilung mit den
  spezifischen Parameterwerten unterliegen, werden eingelesen *)
```

Berechnungen

In[10]:=
```
GDB = Expand[Produzenten[pR, zR, pM]] (* erwarteter Gesamtdeckungsbeitrag *)
```

Out[10]= $117.188 - 21.3153\, e^{-\frac{7812500000000000000000000000\, zR^2}{385979352513151723357667118561}} + 0.\, pM + 1.375\, zR + pM\, zR - pM\, zR\, \mathrm{Erf}\left[\frac{503}{100\sqrt{2}}\right] - 5.375\, zR\, \mathrm{Erf}\left[\frac{62500000000000\sqrt{2}\, zR}{621272365805169}\right]$

Wegen $\mathrm{Erf}\left[\frac{503}{100\sqrt{2}}\right] = 0.9999995095201639$ kann $pM * zR - pM * zR\, \mathrm{Erf}\left[\frac{503}{100\sqrt{2}}\right] = 0.000000049\, pM * zR = 0$ zusammengefasst werden

In[11]:= $\mathbf{GDB = 117.18756833920544\grave{} - 21.31525603536482\grave{}\, e^{-\frac{7812500000000000000000000000\, zR^2}{385979352513151723357667118561}} + 1.374997854150716\grave{}\, zR - 5.374999999999999\grave{}\, zR\, Erf\left[\frac{62500000000000\sqrt{2}\, zR}{621272365805169}\right]}$

Out[11]= $117.188 - 21.3153\, e^{-\frac{7812500000000000000000000000\, zR^2}{385979352513151723357667118561}} + 1.375\, zR - 5.375\, zR\, \mathrm{Erf}\left[\frac{62500000000000\sqrt{2}\, zR}{621272365805169}\right]$

In[12]:=
```
AbleitungGDB =
 D[GDB, zR] // N (* erste Ableitung des erwarteten Gesamtdeckungsbeitrags *)
FindRoot[AbleitungGDB == 0, {zR, μ, A, B}];
(* Lösen und umstellen der ersten Ableitung nach zR *)
zR = zR /. %[[1]] // Simplify (* Zuweisen des Ergebnisses *)
```

Out[12]= $1.375 + 0.\, 2.71828^{-0.0202407\, zR^2}\, zR - 5.375\, \mathrm{Erf}[0.14227\, zR]$

Out[14]= 1.62184

In[15]:=
```
Haendler[pR, zR, pM] // Simplify
 (* erwarteter Deckungsbeitrag bei zR=1.6218412737635708` *)
```

Out[15]= $195.593 - 32.8718\, pM$

In[16]:=
```
Hersteller[pR, zR, pM] // Simplify
 (* Deckungsbeitrag bei zR=1.6218412737635708` *)
```

Out[16]= $-98.6155 + 32.8718\, pM$

Da es sich beim erwarteten Deckungsbeitrag des Händlers und beim Deckungsbeitrag des Herstellers um linear fallende bzw. steigende Funktionen in pM handelt, kann der maximal bzw. minimal zu wählende Preis pM per Schnittpunkt berechnet werden.

```
In[17]:= ModuleHerstellerOptimalerPreis
Out[17]= 5.64596

In[18]:= ModuleHerstellerMinimalerPreis
Out[18]= 5.5067
```

Ergebnisse:

Der Hersteller wählt den maximalen Preis pMmax:

```
In[19]:= Ergebnisse[pR, pMmax, zR]
```

Out[19]//TableForm=

	Hersteller	Händler	Kette
(erwarteter) Deckungsbeitrag	86.9775	10.	96.9775
simulierter Deckungsbeitrag	86.9775	10.0798	97.0573
Preis	5.64596	6.75	
Menge	32.8718	32.8718	

Der Hersteller wählt den minimalen Preis pMmin:

```
In[20]:= Ergebnisse[pR, pMmin, zR]
```

Out[20]//TableForm=

	Hersteller	Händler	Kette
(erwarteter) Deckungsbeitrag	82.4	14.5775	96.9775
simulierter Deckungsbeitrag	82.4	14.6573	97.0573
Preis	5.5067	6.75	
Menge	32.8718	32.8718	

Ausführung: Berechnungsmöglichkeit $4^K_{s,2}$

Einlesen von Modulen

```
In[1]:= << "LineareNachfrage.m";
        << "Verteilungsfunktion.m";
        << "ModuleUndZuweisungenNrZwei.m";
        << "LineareNachfrageParameter.m";
        << "ErgebnisseStochastisch.m"
```

Weitere Parameterwerte

```
In[6]:= UR = 20.29; UM = 78.20;
        (* geforderte Mindestgewinne von Händler und Hersteller *)
        kappaR = 0; kappaM = 0; (* Kooperationskosten von Händler und Hersteller *)
        anzahl = 5000; schock = Get["Schocks.nb"];
        (* 50000 Schocks, die einer Normalverteilung mit den
          spezifischen Parameterwerten unterliegen, werden eingelesen *)
```

Berechnungen

In[9]:= `GDB = Simplify[Produzenten[pR, zR, pM]] (* erwarteter Gesamtdeckungsbeitrag *)`

Out[9]=
$$-600+275\,\mathrm{pR}-25\,\mathrm{pR}^2+\frac{621272365805169\,(4+\mathrm{pR})}{125000000000000\,e^{253009/20000}\sqrt{2\pi}}-\frac{621272365805169\,e^{-\frac{78125000000000000000000000000\,\mathrm{zR}^2}{385979352513151723357667118561}}\,(4+\mathrm{pR})}{125000000000000\,\sqrt{2\pi}}-3\,\mathrm{zR}+\mathrm{pM}\,\mathrm{zR}+\mathrm{zR}\,\mathrm{Erf}\Big[\frac{503}{100\sqrt{2}}\Big]-\mathrm{pM}\,\mathrm{zR}\,\mathrm{Erf}\Big[\frac{503}{100\sqrt{2}}\Big]+\frac{1}{2}\,\mathrm{pR}\,\mathrm{zR}\,\mathrm{Erf}\Big[\frac{503}{100\sqrt{2}}\Big]-\frac{1}{2}\,(4+\mathrm{pR})\,\mathrm{zR}\,\mathrm{Erf}\Big[\frac{62500000000000\sqrt{2}\,\mathrm{zR}}{621272365805169}\Big]$$

Wegen $\mathrm{Erf}\Big[\frac{503}{100\sqrt{2}}\Big]=0.9999995095201639$ kann $\mathrm{pM}*\mathrm{zR}-\mathrm{pM}*\mathrm{zR}\,\mathrm{Erf}\Big[\frac{503}{100\sqrt{2}}\Big]=0.000000049\,\mathrm{pM}*\mathrm{zR}=0$ zusammengefasst werden

In[10]:=
$$\mathbf{GDB}=-600+275\,\mathrm{pR}-25\,\mathrm{pR}^2+\frac{621272365805169\,(4+\mathrm{pR})}{125000000000000\,e^{253009/20000}\sqrt{2\pi}}-\frac{621272365805169\,e^{-\frac{78125000000000000000000000000\,\mathrm{zR}^2}{385979352513151723357667118561}}\,(4+\mathrm{pR})}{125000000000000\,\sqrt{2\pi}}-3\,\mathrm{zR}+\mathrm{zR}\,\mathrm{Erf}\Big[\frac{503}{100\sqrt{2}}\Big]+\frac{1}{2}\,\mathrm{pR}\,\mathrm{zR}\,\mathrm{Erf}\Big[\frac{503}{100\sqrt{2}}\Big]-\frac{1}{2}\,(4+\mathrm{pR})\,\mathrm{zR}\,\mathrm{Erf}\Big[\frac{62500000000000\sqrt{2}\,\mathrm{zR}}{621272365805169}\Big]\ \texttt{// N;}$$

In[11]:=
```
AbleitungGDB = D[GDB, pR] // N
  (* erste Ableitung des erwarteten Gesamtdeckungsbeitrags bzgl. pR *)
Solve[AbleitungGDB == 0, pR]
(* Lösen und umstellen der ersten Ableitung nach pR *)
pR = pR /. %[[1]] // Simplify ; (* Zuweisen des Ergebnisses *)
```

Out[11]= $275.-1.98281\,2.71828^{-0.0202407\,\mathrm{zR}^2}-50.\,\mathrm{pR}+0.5\,\mathrm{zR}-0.5\,\mathrm{zR}\,\mathrm{Erf}[0.14227\,\mathrm{zR}]$

Out[12]= $\{\{\mathrm{pR}\to-0.02\,(-275.+1.98281\,2.71828^{-0.0202407\,\mathrm{zR}^2}-0.5\,\mathrm{zR}+0.5\,\mathrm{zR}\,\mathrm{Erf}[0.14227\,\mathrm{zR}])\}\}$

In[14]:=
```
AbleitungGDB = D[GDB, zR] // N ;
(* erste Ableitung des erwarteten Gesamtdeckungsbeitrags bzgl. zR *)
FindRoot[AbleitungGDB == 0, {zR, μ, A, B}]
(* Lösen und umstellen der ersten Ableitung nach zR *)
zR = zR /. %[[1]] // Simplify ; (* Zuweisen des Ergebnisses *)
```

Out[15]= {zR → 0.97273}

In[17]:=
```
Haendler[pR, zR, pM] // Simplify (* erwarteter Deckungsbeitrag bei zR=
   0.9727323319965491 und pR=5.469314080513513` *)
```

Out[17]= 330.526 − 64.2399 pM

In[18]:=
```
Hersteller[pR, zR, pM] // Simplify
 (* Deckungsbeitrag bei zR=0.9727323319965491 und pR=5.469314080513513` *)
```

Out[18]= −192.72 + 64.2399 pM

Da es sich beim erwarteten Deckungsbeitrag des Händlers und beim Deckungsbeitrag des Herstellers um linear fallende bzw. steigende Funktionen in pM handelt, kann der maximal bzw. minimal zu wählende Preis pM per Schnittpunkt berechnet werden.

In[19]:= `ModuleHerstellerOptimalerPreis`

Out[19]= 4.82934

In[20]:=
```
ModuleHerstellerMinimalerPreis
```
Out[20]= 4.21731

Ergebnisse:

Der Hersteller wählt den maximalen Preis pMmax:

In[21]:=
```
Ergebnisse[pR, pMmax, zR]
```
Out[21]//TableForm=

	Hersteller	Händler	Kette
(erwarteter) Deckungsbeitrag	117.517	20.29	137.807
simulierter Deckungsbeitrag	117.517	20.3649	137.882
Preis	4.82934	5.46931	
Menge	64.2399	64.2399	

Der Hersteller wählt den minimalen Preis pMmin:

In[22]:=
```
Ergebnisse[pR, pMmin, zR]
```
Out[22]//TableForm=

	Hersteller	Händler	Kette
(erwarteter) Deckungsbeitrag	78.2	59.6068	137.807
simulierter Deckungsbeitrag	78.2	59.6817	137.882
Preis	4.21731	5.46931	
Menge	64.2399	64.2399	

B.3.5 Programm 8

Ausführung: Berechnungsmöglichkeit $4^{nK}_{d,2}$

Einlesen von Modulen

In[1]:=
```
<< "MultiplikativeNachfrage.m";
<< "ModuleUndZuweisungenNrEins.m";
<< "ModuleUndZuweisungenNrDrei.m";
<< "ErgebnisseDeterministisch.m"
```

Hersteller

Der Hersteller optimiert seinen Deckungsbeitrag unter Nebenbedingungen, indem er den Verkaufspreis pR und seinen Preis pM simultan festlegt

In[5]:=
```
L = Hersteller[pR, pM] + λ (-UR + Haendler[pR, pM]) +
    λ1 (-UM + Hersteller[pR, pM]) // Simplify
```
Out[5]= $pR^{-b}\,(-pR^{b}\,(UR\,\lambda + UM\,\lambda 1) + a\,(pM - pM\,\lambda + pR\,\lambda + pM\,\lambda 1 - c1\,(1 + \lambda 1)))$

In[6]:=
```
AbleitungLagrangeDreiNebenbedingungen
```

$a\,pR^{-b}\,(1 - \lambda + \lambda 1)$

$a\,pR^{-1-b}\,(pR\,\lambda + b\,(c1 - pM + pM\,\lambda - pR\,\lambda + c1\,\lambda 1 - pM\,\lambda 1))$

$-pR^{-b}\,(a\,(pM - pR) + pR^{b}\,UR)$

$-pR^{-b}\,(a\,(c1 - pM) + pR^{b}\,UM)$

In[7]:= **ModuleLoesungskandidatenSim**

Nr. 1: $pM == \frac{\left(\frac{b\,c1}{-1+b}\right)^b \left(a \left(\frac{b\,c1}{-1+b}\right)^{1-b} - UR\right)}{a}$ && $pR == \frac{b\,c1}{-1+b}$ &&
$\left(pR^{1-b}\right)^{\frac{1}{1-b}} == \frac{b\,c1}{-1+b}$ && $\left(pR^b\right)^{\frac{1}{b}} == \frac{b\,c1}{-1+b}$ && $\lambda == 1$ && $\lambda1 == 0$ && $-1+b \neq 0$

Nr. 2: $pM == c1$ && $pR == \frac{b\,c1}{-1+b}$ && $\left(pR^{1-b}\right)^{\frac{1}{1-b}} == \frac{b\,c1}{-1+b}$ &&
$\left(pR^b\right)^{\frac{1}{b}} == \frac{b\,c1}{-1+b}$ && $UM == 0$ && $\lambda1 == -1+\lambda$ && $a \neq 0$ && $-1+b \neq 0$ && $c1 \neq 0$ && $UR \neq 0$

Nr. 3: $pM == \frac{b\,c1\,UM - c1\,UR + b\,c1\,UR}{(-1+b)\,(UM+UR)}$ && $pR == \frac{b\,c1}{-1+b}$ && $\left(pR^{1-b}\right)^{\frac{1}{1-b}} == \frac{b\,c1}{-1+b}$ &&
$\left(pR^b\right)^{\frac{1}{b}} == \frac{b\,c1}{-1+b}$ && $\lambda1 == -1+\lambda$ && $a \neq 0$ && $-1+b \neq 0$ && $c1 \neq 0$ && $UM \neq 0$ && $UM+UR \neq 0$

Überprüfung der Zulässigkeit der Kuhn-Tucker-Bedingungen

Zu Nr. 1 - kein Widerspruch

In[8]:= **KuhnTuckerDreiNebenbedingungen**$\left[\frac{\left(\frac{b\,c1}{-1+b}\right)^b \left(a \left(\frac{b\,c1}{-1+b}\right)^{1-b} - UR\right)}{a}, \frac{b\,c1}{-1+b}, 1, 0, UR, UM\right]$

Out[8]//TableForm=

DLpM ≤0	True	pM ≥0	$\frac{b\,c1}{-1+b} \geq \frac{\left(\frac{b\,c1}{-1+b}\right)^b UR}{a}$	
DLpR ≤0	True	pR ≥0	$\frac{b\,c1}{-1+b} \geq 0$	
DLλ ≥0	True	λ ≥0	True	
DLλ1 ≥0	$a\,(-1+b)^{-1+b}\,c1\,(b\,c1)^{-b} \geq UM+UR$	λ1 ≥0	True	

Wenn $UR+UM \leq \frac{a\,c1}{(b-1)}\left(\frac{b\,c1}{b-1}\right)^{-b}$ und $UR \leq a\left(\frac{b\,c1}{b-1}\right)^{1-b}$ gilt, kein Widerspruch

Zu Nr. 2 - kein Widerspruch

In[9]:= **KuhnTuckerDreiNebenbedingungen**$\left[c1, \frac{b\,c1}{-1+b}, \lambda, -1+\lambda, UR, 0\right]$

Out[9]//TableForm=

DLpM ≤0	True	pM ≥0	$c1 \geq 0$	DLpM pM ==0
DLpR ≤0	True	pR ≥0	$\frac{b\,c1}{-1+b} \geq 0$	DLpR pR ==0
DLλ ≥0	$a\,(-1+b)^{-1+b}\,c1\,(b\,c1)^{-b} \geq UR$	λ ≥0	True	DLλ λ ==0
DLλ1 ≥0	True	λ1 ≥0	$\lambda \geq 1$	DLλ1 λ1 ==0

Es muss gelten wegen "DLλ λ ==0":

a) $\lambda = 0 \rightarrow$ unzulässig wegen $\lambda \geq 1$

b) $a\,(-1+b)^{-1+b}\,c1\,(b\,c1)^{-b} = UR \rightarrow$ kein Widerspruch

Wenn $UR = \frac{a\,c1}{(b-1)}\left(\frac{b\,c1}{b-1}\right)^{-b}$ gilt, kein Widerspruch

Zu Nr. 3 - kein Widerspruch

In[10]:= **KuhnTuckerDreiNebenbedingungen**$\left[\frac{b\,c1}{-1+b}-\frac{c1\,UR}{(-1+b)\,(UM+UR)},\ \frac{b\,c1}{-1+b},\ \lambda,\ -1+\lambda,\ UR,\ UM\right]$

Out[10]//TableForm=

DLpM ≤0	True	|	pM ≥0	$c1+\frac{c1\,UM}{(-1+b)\,(UM+}$
DLpR ≤0	True	|	pR ≥0	$\frac{b\,c1}{-1+b}\geq 0$
DLλ ≥0	$UR\left(-1+\frac{a\,(-1+b)^{-1+b}\,c1\,(b\,c1)^{-b}}{UM+UR}\right)\geq 0$	|	λ ≥0	True
DLλ1 ≥0	$0\geq\frac{(-1+b)^{-1+b}\,(b\,c1)^{-b}\,UM\left(-a\,c1+(-1+b)\,\left(\frac{b\,c1}{-1+b}\right)^{b}\,(UM+UR)\right)}{UM+UR}$	|	λ1 ≥0	$\lambda\geq 1$

Es muss gelten wegen " DLλ λ ==0" :

a) $\lambda=0\rightarrow$ unzulässig wegen $\lambda\geq 1$ oder

b) $-1+\frac{a\,(-1+b)^{-1+b}\,c1\,(b\,c1)^{-b}}{UM+UR}=0$ oder

c : $UR=0$

Wenn b) gelten soll, muss $a\,(-1+b)^{-1+b}\,c1\,(b\,c1)^{-b}$=UM+UR sein. Dies führt zu einem Widerspruch für ""DLλ≥0"" wegen UR≥0. Wenn wegen c) UR=0 ist, muss λ=1 und UM $\leq\frac{a\,c1}{(b-1)}\left(\frac{b\,c1}{b-1}\right)^{-b}$ sein. Beides führt nicht zum Widerspruch.

Aus den Kuhn-Tucker-Bedingungen folgen folgende zulässige Lösungen:

Nr. 1: $pM==\frac{\left(\frac{b\,c1}{-1+b}\right)^{b}\left(a\left(\frac{b\,c1}{-1+b}\right)^{1-b}-UR\right)}{a}$ && $pR==\frac{b\,c1}{-1+b}$ &&
$(pR^{1-b})^{\frac{1}{1-b}}==\frac{b\,c1}{-1+b}$ && $(pR^{b})^{\frac{1}{b}}==\frac{b\,c1}{-1+b}$ && $\lambda==1$ && $\lambda1==0$ && $-1+b\neq 0$

Nr. 2: $pM==c1$ && $pR==\frac{b\,c1}{-1+b}$ && $(pR^{1-b})^{\frac{1}{1-b}}==\frac{b\,c1}{-1+b}$ &&
$(pR^{b})^{\frac{1}{b}}==\frac{b\,c1}{-1+b}$ && $UM==0$ && $\lambda1==-1+\lambda$ && $a\neq 0$ && $-1+b\neq 0$ && $c1\neq 0$ && $UR\neq 0$

Nr. 3: $pM==\frac{b\,c1\,UM-c1\,UR+b\,c1\,UR}{(-1+b)\,(UM+UR)}$ && $pR==\frac{b\,c1}{-1+b}$ && $(pR^{1-b})^{\frac{1}{1-b}}==\frac{b\,c1}{-1+b}$ &&
$(pR^{b})^{\frac{1}{b}}==\frac{b\,c1}{-1+b}$ && $\lambda1==-1+\lambda$ && $a\neq 0$ && $-1+b\neq 0$ && $c1\neq 0$ && $UM\neq 0$ && $UM+UR\neq 0$

Nr. 1, Nr. 2 und 3 ergeben eine Lösung, da Nr. 2 und Nr. 3 jeweils eine spezielle Lösung von Nr. 1 sind (Randlösungen)

Deckungsbeiträge und Preise lauten wie folgt, wenn der Hersteller folgenden Preis pM und pR wählt

aus Nr. 1

In[11]:= $\mathbf{pM:=\frac{\left(\frac{b\,c1}{-1+b}\right)^{b}\left(a\left(\frac{b\,c1}{-1+b}\right)^{1-b}-UR\right)}{a}}$

$\mathbf{pR:=\frac{b\,c1}{-1+b}}$

In[13]:= **Ergebnisse**

Out[13]//TableForm=

	Hersteller	Händler	Kette
Deckungsbeitrag	$\frac{a\,c1\,\left(\frac{b\,c1}{-1+b}\right)^{-b}+UR-b\,UR}{-1+b}$	UR	$\frac{a\,\left(\frac{b\,c1}{-1+b}\right)^{1-b}}{b}$
Preis	$\frac{a\,b\,c1-(-1+b)\,\left(\frac{b\,c1}{-1+b}\right)^{b}\,UR}{a\,(-1+b)}$	$\frac{b\,c1}{-1+b}$	
Menge	$a\left(\frac{b\,c1}{-1+b}\right)^{-b}$	$a\left(\frac{b\,c1}{-1+b}\right)^{-b}$	

B.3.6 Programm 9

Ausführung: Berechnungsmöglichkeit $2^{nK}_{s,2}$

Einlesen von Modulen

```
In[1]:= << "MultiplikativeNachfrage.m";
        << "Verteilungsfunktion.m";
        << "ModuleUndZuweisungenNrZwei.m";
        << "MultiplikativeNachfrageParameter.m";
        << "ErgebnisseStochastisch.m"
```

Weitere Parameterwerte

```
In[6]:= pR = 6.75; (* extern vorgegebener Verkaufspreis des Händlers *)
        UR = 20; UM = 35; (* geforderte Mindestgewinne von Händler und Hersteller *)
        anzahl = 5000; schock = Get["Schocks.nb"];
        (* 50000 Schocks, die einer Normalverteilung mit den
          spezifischen Parameterwerten unterliegen, werden eingelesen *)
```

Berechnungen

Händler

```
In[9]:= Simplify[Haendler[pR, zR, pM]] // N (* erwarteter Deckungsbeitrag *)

Out[9]= 84.9466 - 27.8893 2.71828^(-12.5 (-1.1+zR)^2) - 0.0000175429 pM + 142.255 zR -
         32.5154 pM zR + (192.247 - 174.77 zR) Erf[3.53553 (-1.1 + zR)]

In[10]:= AbleitungHaendler = D[Haendler[pR, zR, pM], zR] // Expand;
         (* erste Ableitung des erwarteten Deckungsbeitrags *)
         AbleitungHaendler = Chop[AbleitungHaendler]
         Solve[AbleitungHaendler == 0, zR] // Simplify;
         (* Lösen und umstellen der ersten Ableitung nach zR *)
         zR = zR /. %[[1]] // Simplify (* Zuweisen des Ergebnisses *)

Out[11]= 142.255 - 32.5154 pM - 174.77 Erf[3.53553 (-1.1 + zR)]

Out[13]= 1.1 + 0.282843 InverseErf[0., 0.813953 - 0.186046 pM]
```

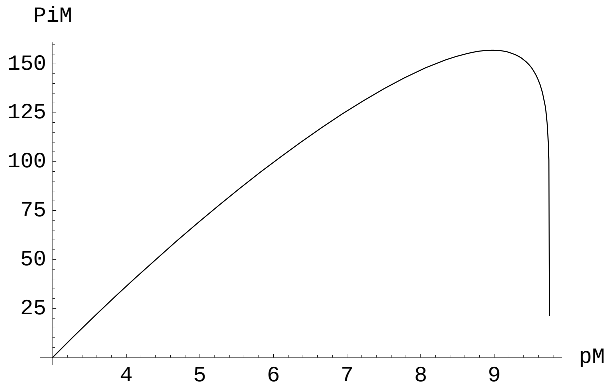
Hersteller

```
In[14]:= Hersteller[pR, zR, pM] (* Deckungsbeitrag *)

Out[14]= 32.5154 (-3 + pM) (1.1 + 0.282843 InverseErf[0., 0.813953 - 0.186046 pM])

In[15]:= L = Chop[Hersteller[pR, zR, pM] + λ (-UR + Haendler[pR, zR, pM]) +
             λ1 (-UM + Hersteller[pR, zR, pM])] // Simplify (* Lagrangefunktion *)

Out[15]= e^(-1. InverseErf[0,0.813953-0.186046 pM]^2) (-27.8893 λ + e^(1. InverseErf[0,0.813953-0.186046 pM]^2)
          (-107.301 + 221.427 λ - 142.301 λ1 + pM (35.7669 - 35.7669 λ + 35.7669 λ1)) -
        9.19673 e^(1. InverseErf[0,0.813953-0.186046 pM]^2) (3. - 4.375 λ + pM (-1. + 1. λ - 1. λ1) +
           3. λ1 + 5.375 λ Erf[1. InverseErf[0, 0.813953 - 0.186046 pM]])
          InverseErf[0, 0.813953 - 0.186046 pM])

In[16]:= AbleitungLagrangeZweiNebenbedingungen;

In[17]:= ModuleLoesungskandidatenDesM

         Reduce::tdep : In den Gleichungen scheinen die Variablen
            in einer wesentlichen nichtalgebraischen Weise vorzukommen.
```

Weil die Gleichungen so komplex sind, ist es nicht möglich Lösungen zu finden, die die Bedingungen in In[17] erfüllen

Der Deckungsbeitrag des Herstellers steigt bis zum Punkt pM=8.97, wie die Berechnung In[19]/Out[19]und die Graphik In[20]zeigen. Wegen c1≤pM≤pR≤6.75 liegt der Punkt pM=8.97 ausserhalb des zu betrachtetenden Intervalles pM∈[c,pR).

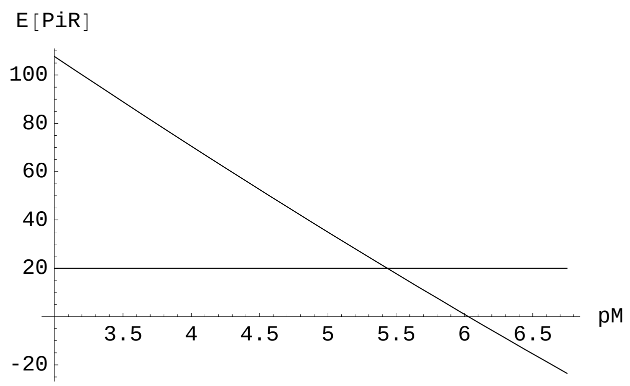
```
In[18]:= AbleitungHersteller = D[Hersteller[pR, zR, pM], pM]
         FindRoot[AbleitungHersteller == 0, {pM, c1, 9.75}]

Out[18]= -1.51635 e^(InverseErf[0.,0.813953-0.186046 pM]^2) (-3 + pM) +
          32.5154 (1.1 + 0.282843 InverseErf[0., 0.813953 - 0.186046 pM])

Out[19]= {pM → 8.97363}

In[20]:= Plot[Hersteller[pR, zR, pM], {pM, c1, 9.75}, AxesLabel → {"pM", "PiM"}]
```




```
Out[20]= - Graphics -
```

Der erwartete Deckungsbeitrag E[PiR] des Händlers ist auf dem Intervall pM∈[c,pR] fallend.

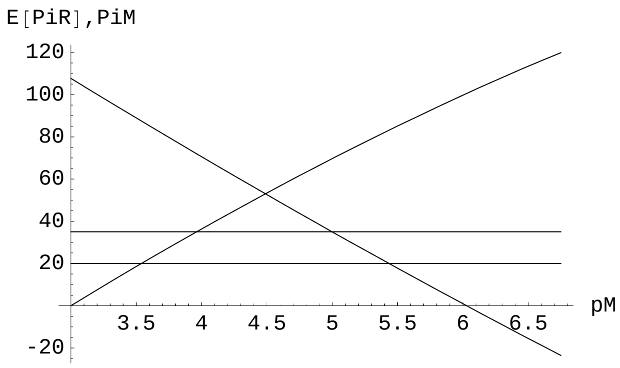
```
In[21]:= Plot[{Haendler[pR, zR, pM], UR}, {pM, c1, pR}, AxesLabel → {"pM", "E[PiR]"}]
```




```
Out[21]= - Graphics -
```

Die (erwarteten) Deckungsbeiträge von Händler (E[PiR]) und Hersteller (PiM) sowie deren Mindestgewinne sind in der folgenden Graphik eingezeichnet.

In[22]:=
```
Plot[{Haendler[pR, zR, pM], UR, Hersteller[pR, zR, pM], UM},
 {pM, c1, pR}, AxesLabel → {"pM", "E[PiR],PiM"}]
```



Out[22]= - Graphics -

In[23]:= `ModuleHerstellerOptimalerPreis`

Out[23]= 5.43502

In[24]:= `ModuleHerstellerMinimalerPreis`

Out[24]= 3.96168

In[25]:=
```
(* Der Händler antizipiert folgende Nachfrageschocks,
 die abhängig vom Hersteller geforderten Preises sind. *)
zRmin = zR /. pM → pMmin;
zRmax = zR /. pM → pMmax;
```

Ergebnisse:

Der Hersteller wählt den aus seiner Sicht optimalen Preis pMmax:

In[27]:= `Ergebnisse[pR, pMmax, zRmax]`

Out[27]//TableForm=

	Hersteller	Händler	Kette
(erwarteter) Deckungsbeitrag	83.1384	20.	103.138
simulierter Deckungsbeitrag	83.1384	20.063	103.201
Preis	5.43502	6.75	
Menge	34.1428	34.1428	

Der Hersteller wählt den minimalen Preis pMmin:

In[28]:= `Ergebnisse[pR, pMmin, zRmin]`

Out[28]//TableForm=

	Hersteller	Händler	Kette
(erwarteter) Deckungsbeitrag	35.	71.97	106.97
simulierter Deckungsbeitrag	35.	71.9965	106.996
Preis	3.96168	6.75	
Menge	36.3946	36.3946	

Ausführung: Berechnungsmöglichkeit $4^{nK}_{s,2}$

Einlesen von Modulen

In[1]:=
```
<< "MultiplikativeNachfrage.m";
<< "Verteilungsfunktion.m";
<< "ModuleUndZuweisungenNrZwei.m";
<< "ModuleUndZuweisungenNrVier.m";
<< "MultiplikativeNachfrageParameter.m";
<< "ErgebnisseStochastisch.m"
```

Weitere Parameterwerte

In[7]:=
```
UR = 20; UM = 35;(* geforderte Mindestgewinne von Händler und Hersteller *)
anzahl = 5000 ; schock = Get["Schocks.nb"];
(* 50000 Schocks, die einer Normalverteilung mit den
  spezifischen Parameterwerten unterliegen, werden eingelesen *)
```

Berechnungen

Händler

In[9]:=
```
Haendler[pR, z, w] // N // FullSimplify (* erwarteter Deckungsbeitrag *)
```

Out[9]=
$$\frac{1}{pR^3}\Big(-11000. + 2.71828^{-12.5\,(-1.1+z)^2}\,(-3191.54 - 797.885\,pR) - 0.00539528\,w + 10000.\,z - 10000.\,w\,z + pR\,(5500.01 + 5000.\,z) + (22000. + pR\,(5500. - 5000.\,z) - 20000.\,z)\,\mathrm{Erf}[3.53553\,(-1.1+z)]\Big)$$

In[10]:=
```
AbleitungHaendlerpR = D[FullSimplify[N[Haendler[pR, z, w]]], pR]
(* erste Ableitung des erwarteten Deckungsbeitrags bzgl. pR *)
Solve[AbleitungHaendlerpR == 0, pR] // Simplify
(* Lösen und umstellen der ersten Ableitung nach pR *)
pR = pR /. %[[1]] // Simplify; (* Zuweisen des Ergebnisses *)
```

Out[10]=
$$-\frac{1}{pR^4}\Big(3\Big(-11000. + 2.71828^{-12.5\,(-1.1+z)^2}\,(-3191.54 - 797.885\,pR) - 0.00539528\,w + 10000.\,z - 10000.\,w\,z + pR\,(5500.01 + 5000.\,z) + (22000. + pR\,(5500. - 5000.\,z) - 20000.\,z)\,\mathrm{Erf}[3.53553\,(-1.1+z)]\Big)\Big) + \frac{1}{pR^3}\Big(5500.01 - 797.885\;2.71828^{-12.5\,(-1.1+z)^2} + 5000.\,z + (5500. - 5000.\,z)\,\mathrm{Erf}[3.53553\,(-1.1+z)]\Big)$$

Out[11]=
$$\{\{pR \to (-2.58474\times 10^{-7}\,e^{z\,(-149.538+67.9719\,z)} + e^{z\,(-177.038+80.4719\,z)}\,(-3.3 - 1.61858\times 10^{-6}\,w + 3.\,z - 3.\,w\,z) - 6.\,e^{z\,(-177.038+80.4719\,z)}\,(-1.1 + 1.\,z)\,\mathrm{Erf}[3.53553\,(-1.1+z)]) / (4.3079\times 10^{-8}\,e^{z\,(-149.538+67.9719\,z)} + e^{z\,(-177.038+80.4719\,z)}\,(-1.1 - 1.\,z) + 1.\,e^{z\,(-177.038+80.4719\,z)}\,(-1.1 + 1.\,z)\,\mathrm{Erf}[3.53553\,(-1.1+z)])\}\}$$

In[13]:=
```
AbleitungHaendlerzR = D[Haendler[pR, zR, pM], zR];
(* erste Ableitung des erwarteten Deckungsbeitrags bzgl. zR *)
Solve[AbleitungHaendlerzR == 0, zR]
(* Lösen und umstellen der ersten Ableitung nach zR *)
```

```
Solve::tdep : In den Gleichungen scheinen die Variablen
   in einer wesentlichen nichtalgebraischen Weise vorzukommen.
```

> Weil die Gleichungen so komplex sind, ist es nicht möglich Lösungen zu finden, die die Bedingung in In[13] erfüllt. Deshalb werden die Variablen pR, zR und pM mit Hilfe des folgenden Aufrufs (aus "ModuleUndZuweisungenNrVier.m") berechnet

In[15]:=
```
BerechnungMaxManu[A, B, 0.2, pR, "M"]
```

```
zR=1.13633 pM=4.62676 pR=8.0211
```

Ergebnisse:

```
In[16]:= Ergebnisse[pR, pM, zR]
Out[16]//TableForm=
```

	Hersteller	Händler	Kette
(erwarteter) Deckungsbeitrag	35.82	53.73	89.5499
simulierter Deckungsbeitrag	35.82	53.743	89.563
Preis	4.62676	8.0211	
Menge	22.0193	22.0193	

B.3.7 Programm 10

Ausführung: Berechnungsmöglichkeit $2^{K}_{s,2}$

Einlesen von Modulen

```
In[1]:= << "MultiplikativeNachfrage.m";
        << "Verteilungsfunktion.m";
        << "ModuleUndZuweisungenNrZwei.m";
        << "MultiplikativeNachfrageParameter.m";
        << "ErgebnisseStochastisch.m"
```

Weitere Parameterwerte

```
In[6]:= pR = 6.75; (* extern vorgegebener Verkaufspreis des Händlers *)
        UR = 20; UM = 83.14;(* geforderte Mindestgewinne von Händler und Hersteller *)
        anzahl = 5000; schock = Get["Schocks.nb"];
        (* 50000 Schocks, die einer Normalverteilung mit den
          spezifischen Parameterwerten unterliegen, werden eingelesen *)
```

Berechnungen

```
In[9]:= GDB = Expand[Produzenten[pR, zR, pM]] //
          Simplify(* erwarteter Gesamtdeckungsbeitrag *)
```

Out[9]= $84.9466 + e^{-12.5\,(-1.1+zR)^2}\,(-27.8893 + 0.\,pM) - 0.0000175429\,pM + 44.7086\,zR + 0.0000159481\,pM\,zR + e^{0.\,(-1.1+zR)^2}\,(192.247 + pM\,(3.60993\times10^{-15} + 0.\,zR) - 174.77\,zR)\,\mathrm{Erf}[3.53553\,(-1.1 + zR)]$

```
In[10]:= (* Der Term GDB kann weiter zusammengefasst werden zu: *)
         GDB = 84.94656661375078` + e^(-12.5` (-1.1`+zR)^2) (-27.8892738826587) +
           44.70856204117561` zR + (192.24711680130062` - 174.77010618300056` zR)
            Erf[3.5355339059327378` (-1.1` + zR)]
```

Out[10]= $84.9466 - 27.8893\,e^{-12.5\,(-1.1+zR)^2} + 44.7086\,zR + (192.247 - 174.77\,zR)\,\mathrm{Erf}[3.53553\,(-1.1 + zR)]$

```
In[11]:= AbleitungGDB =
          D[GDB, zR] // N (* erste Ableitung des erwarteten Gesamtdeckungsbeitrags *)
         FindRoot[AbleitungGDB == 0, {zR, μ, A, B}];
         (* Lösen und umstellen der ersten Ableitung nach zR *)
         zR = zR /. %[[1]] // Simplify (* Zuweisen des Ergebnisses *)
```

Out[11]= $44.7086 + 3.98942\;2.71828^{-12.5\,(-1.1+zR)^2}\,(192.247 - 174.77\,zR) + 697.232\;2.71828^{-12.5\,(-1.1+zR)^2}\,(-1.1 + zR) - 174.77\,\mathrm{Erf}[3.53553\,(-1.1 + zR)]$

Out[13]= 1.16526

In[14]:=
```
Haendler[pR, zR, pM] // Simplify
 (* erwarteter Deckungsbeitrag bei zR=1.1652628928562463` *)
```
Out[14]=
```
221.35 - 37.889 pM
```
In[15]:=
```
Hersteller[pR, zR, pM] // Simplify
 (* Deckungsbeitrag bei zR=1.1652628928562463` *)
```
Out[15]=
```
-113.667 + 37.889 pM
```
In[29]:= Da es sich beim erwarteten Deckungsbeitrag des Händlers und beim Deckungsbeitrag des Herstellers um linear fallende bzw. steigende Funktionen in pM handelt, kann der maximal bzw. minimal zu wählende Preis pM per Schnittpunkt berechnet werden

In[16]:=
```
ModuleHerstellerOptimalerPreis
```
Out[16]=
```
5.3142
```
In[17]:=
```
ModuleHerstellerMinimalerPreis
```
Out[17]=
```
5.19431
```

Ergebnisse:

Der Hersteller wählt den maximalen Preis pMmax:

In[18]:=
```
Ergebnisse[pR, pMmax, zR]
```
Out[18]//TableForm=

	Hersteller	Händler	Kette
(erwarteter) Deckungsbeitrag	87.6827	20.	107.683
simulierter Deckungsbeitrag	87.6827	20.005	107.688
Preis	5.3142	6.75	
Menge	37.889	37.889	

Der Hersteller wählt den minimalen Preis pMmin:

In[19]:=
```
Ergebnisse[pR, pMmin, zR]
```
Out[19]//TableForm=

	Hersteller	Händler	Kette
(erwarteter) Deckungsbeitrag	83.14	24.5427	107.683
simulierter Deckungsbeitrag	83.14	24.5478	107.688
Preis	5.19431	6.75	
Menge	37.889	37.889	

Ausführung: Berechnungsmöglichkeit $4^{K}_{s,2}$

Einlesen von Modulen

```
In[1]:= << "MultiplikativeNachfrage.m";
        << "Verteilungsfunktion.m";
        << "ModuleUndZuweisungenNrZwei.m";
        << "MultiplikativeNachfrageParameter.m"
        << "ErgebnisseStochastisch.m";
```

Weitere Parameterwerte

```
In[6]:= UR = 53.73; UM = 35.82;
        (* geforderte Mindestgewinne von Händler und Hersteller *)
        anzahl = 5000; schock = Get["Schocks.nb"] ;
        (* 50000 Schocks, die einer Normalverteilung mit den
          spezifischen Parameterwerten unterliegen, werden eingelesen *)
```

Berechnungen

```
In[8]:= GDB = Simplify[Produzenten[pR, zR, 0]] (* erwarteter Gesamtdeckungsbeitrag *)
```

Out[8]= $\frac{1}{pR^3}\left(e^{-12.5\,(-1.1+zR)^2}\left(-3191.54-797.885\,pR+e^{12.5\,(-1.1+zR)^2}\,(-11000.-20000.\,zR+pR\,(5500.01+5000.\,zR))-5000.\,e^{12.5\,(-1.1+zR)^2}\,(-4.4+4.\,zR+pR\,(-1.1+1.\,zR))\,\mathrm{Erf}[3.53553\,(-1.1+zR)]\right)\right)$

In[9]:=
```
AbleitungGDB = D[GDB, pR] // N;
(* erste Ableitung des erwarteten Gesamtdeckungsbeitrags bzgl. pR *)
Solve[AbleitungGDB == 0, pR]
(* Lösen und umstellen der ersten Ableitung nach pR *)
pR = pR /. %[[1]] // Simplify ;(* Zuweisen des Ergebnisses *)
```

Out[10]=

$$\{\{pR \to (-1.91546\times10^{76}\, 25.^{5\, zR\, (-11+5\, zR)} - 1.5003\times10^{69}\, 2.^{5\, zR\, (-11+5\, zR)}\, 57.4812^{\frac{5}{2}\, zR\, (-11+5\, zR)} - 3.48266\times10^{76}\, 5.^{10\, zR\, (-11+5\, zR)}\, zR + 3.83092\times10^{76}\, 25.^{5\, zR\, (-11+5\, zR)}\, \mathrm{Erf}[3.53553\, (-1.1+zR)] - 3.48266\times10^{76}\, 5.^{10\, zR\, (-11+5\, zR)}\, zR\, \mathrm{Erf}[3.53553\, (-1.1+zR)]) / (-6.38488\times10^{75}\, 5.^{10\, zR\, (-11+5\, zR)} + 2.50049\times10^{68}\, 2.^{5\, zR\, (-11+5\, zR)}\, 57.4812^{\frac{5}{2}\, zR\, (-11+5\, zR)} - 5.80442\times10^{75}\, 5.^{10\, zR\, (-11+5\, zR)}\, zR - 6.38487\times10^{75}\, 25.^{5\, zR\, (-11+5\, zR)}\, \mathrm{Erf}[3.53553\, (-1.1+zR)] + 5.80443\times10^{75}\, 5.^{10\, zR\, (-11+5\, zR)}\, zR\, \mathrm{Erf}[3.53553\, (-1.1+zR)])\}\}$$

In[12]:=
```
AbleitungGDB = D[GDB, zR] // N ;
(* erste Ableitung des erwarteten Gesamtdeckungsbeitrags bzgl. zR *)
FindRoot[AbleitungGDB == 0, {zR, μ, A, B}]
(* Lösen und umstellen der ersten Ableitung nach zR *)
zR = zR /. %[[1]] // Simplify ;(* Zuweisen des Ergebnisses *)
```

Out[13]= {zR → 1.13633}

In[15]:=
```
Haendler[pR, zR, pM] // Simplify
 (* erwarteter Deckungsbeitrag bei zR=1.1363310546466168 *)
```

Out[15]= 343.837 − 74.315 pM

In[16]:=
```
Hersteller[pR, zR, pM] // Simplify
 (* Deckungsbeitrag bei zR=1.1363310546466168 *)
```

Out[16]= −222.945 + 74.315 pM

In[62]:= Da es sich beim erwarteten Deckungsbeitrag des Händlers und beim Deckungsbeitrag des Herstellers um linear fallende bzw. steigende Funktionen in pM handelt, kann der maximal bzw. minimal zu wählende Preis pM per Schnittpunkt berechnet werden.

In[17]:=
```
ModuleHerstellerOptimalerPreis
```

Out[17]= 3.90375

In[18]:=
```
ModuleHerstellerMinimalerPreis
```

Out[18]= 3.482

Ergebnisse:

Der Hersteller wählt den maximalen Preis pMmax:

```
In[19]:= Ergebnisse[pR, pMmax, zR]
```

Out[19]//TableForm=

	Hersteller	Händler	Kette
(erwarteter) Deckungsbeitrag	67.1624	53.73	120.892
simulierter Deckungsbeitrag	67.1624	53.7766	120.939
Preis	3.90375	5.3474	
Menge	74.315	74.315	

Der Hersteller wählt den minimalen Preis pMmin:

```
In[20]:= Ergebnisse[pR, pMmin, zR]
```

Out[20]//TableForm=

	Hersteller	Händler	Kette
(erwarteter) Deckungsbeitrag	35.82	85.0724	120.892
simulierter Deckungsbeitrag	35.82	85.119	120.939
Preis	3.482	5.3474	
Menge	74.315	74.315	

B.4 Zu Kapitel 5

B.4.1 Programm 11

Ausführung: Berechnungsmöglichkeit $1_{d,3}^{nK}$

Einlesen von Modulen

```
In[1]:= << "LineareNachfrage.m";
        << "ModuleUndZuweisungenNrFuenf.m"
        << "ErgebnisseDeterministischNrZwei.m"
```

Händler

Der Händler optimiert seinen Deckungsbeitrag

```
In[4]:= Haendler[pr, pW]
        Solve[D[Haendler[pr, pW], pr] == 0, pr] // Simplify
        pr = pr /. %[[1]];
        pR := pr;
```

Out[4]= $(a - b\,pr)\,(pr - pW)$

Out[5]= $\left\{\left\{pr \to \frac{a + b\,pW}{2\,b}\right\}\right\}$

Distribuent

Der Distribuent optimiert seinen Deckungsbeitrag unter Nebenbedingungen

In[8]:= $\mathbf{L = Distribuent[pR, pW, pM] + \lambda\,(-UR + Haendler[pR, pW]) + \lambda1\,(-UD + Distribuent[pR, pW, pM])\ //\ Simplify}$

Out[8]=
$$\frac{1}{4\,b}\left(a^2\,\lambda - 2\,a\,b\,(pW\,(-1+\lambda-\lambda1) + pM\,(1+\lambda1)) + b\,(-4\,(UR\,\lambda + UD\,\lambda1) + b\,pW\,(pW\,(-2+\lambda-2\,\lambda1) + 2\,pM\,(1+\lambda1)))\right)$$

In[9]:= **AbleitungLagrangeZweiNebenbedingungen**

$$\frac{1}{2}\,(a\,(1-\lambda+\lambda1) + b\,(pW\,(-2+\lambda-2\,\lambda1) + pM\,(1+\lambda1)))$$

$$\frac{a^2 - 2\,a\,b\,pW + b^2\,pW^2 - 4\,b\,UR}{4\,b}$$

$$\frac{1}{2}\,(b\,(pM - pW)\,pW + a\,(-pM + pW) - 2\,UD)$$

In[10]:= **ModuleLoesungskandidatenDesR**

Nr. 1: $pW == \frac{a + b\,pM}{2\,b}\ \&\&\ 8\,UD == \frac{a^2}{b} - 2\,a\,pM + b\,pM^2\ \&\&\ \lambda == 0\ \&\&\ b \neq 0$

Nr. 2: $pW == \frac{a + b\,pM}{2\,b}\ \&\&\ \lambda == 0\ \&\&\ \lambda1 == 0\ \&\&\ b \neq 0$

Nr. 3: $pW == \frac{a - 2\,\sqrt{b}\,\sqrt{UR}}{b}\ \&\&\ \lambda == \frac{-a + b\,pM + 4\,\sqrt{b}\,\sqrt{UR}}{2\,\sqrt{b}\,\sqrt{UR}}\ \&\&\ \lambda1 == 0\ \&\&\ b \neq 0\ \&\&\ UR \neq 0$

Nr. 4: $pW == \frac{a + 2\,\sqrt{b}\,\sqrt{UR}}{b}\ \&\&\ \lambda == \frac{a - b\,pM + 4\,\sqrt{b}\,\sqrt{UR}}{2\,\sqrt{b}\,\sqrt{UR}}\ \&\&\ \lambda1 == 0\ \&\&\ b \neq 0\ \&\&\ UR \neq 0$

Nr. 5:
$$pW == \frac{-a^2 + a\,b\,pM + 2\,b\,UD + 4\,b\,UR}{b\,(-a + b\,pM)}\ \&\&\ UD^2 + 4\,UD\,UR == \left(\frac{a^2}{b} - 2\,a\,pM + b\,pM^2 - 4\,UR\right)UR\ \&\&$$
$$\lambda == \frac{-UD + 2\,UR - UD\,\lambda1 + 2\,UR\,\lambda1}{2\,UR}\ \&\&\ b \neq 0\ \&\&\ UR \neq 0$$

Überprüfung der Zulässigkeit der Kuhn-Tucker-Bedingungen

Zu Nr. 1 - kein Widerspruch

In[11]:= $\mathbf{KuhnTuckerZweiNebenbedingungen\left[\frac{a + b\,pM}{2\,b}, 0, \lambda1, UR, \frac{a^2}{8\,b} - \frac{2\,a\,pM + b\,pM^2}{8}\right]}$

Out[11]//TableForm=

$DLpW \leq 0$	True	|	$pW \geq 0$	$\frac{a+b\,pM}{2\,b} \geq 0$	|	$DLpW\,pW == 0$	True
$DL\lambda \geq 0$	$\frac{(a-b\,pM)^2}{16\,b} \geq UR$	|	$\lambda \geq 0$	True	|	$DL\lambda\,\lambda == 0$	True
$DL\lambda1 \geq 0$	$\frac{b\,pM^2}{4} \geq 0$	|	$\lambda1 \geq 0$	True	|	$DL\lambda1\,\lambda1 == 0$	$pM^2\,\lambda1 ==$

Zu Nr. 2 - kein Widerspruch

In[12]:= $\mathbf{KuhnTuckerZweiNebenbedingungen\left[\frac{a + b\,pM}{2\,b}, 0, 0, UR, UD\right]}$

Out[12]//TableForm=

$DLpW \leq 0$	True	|	$pW \geq 0$	$\frac{a+b\,pM}{2\,b} \geq 0$	|	$DLpW\,pW == 0$	True
$DL\lambda \geq 0$	$\frac{(a-b\,pM)^2}{16\,b} \geq UR$	|	$\lambda \geq 0$	True	|	$DL\lambda\,\lambda == 0$	True
$DL\lambda1 \geq 0$	$\frac{(a-b\,pM)^2-8\,b\,UD}{8\,b} \geq 0$	|	$\lambda1 \geq 0$	True	|	$DL\lambda1\,\lambda1 == 0$	True

Zu Nr. 3 - kein Widerspruch

In[13]:= $\texttt{KuhnTuckerZweiNebenbedingungen}\left[\frac{a-2\sqrt{b}\sqrt{UR}}{b}, \frac{-a+4\sqrt{b}\sqrt{UR}+b\,pM}{2\sqrt{b}\sqrt{UR}}, 0, UR, UD\right]$

Out[13]//TableForm=

DLpW ≤0	True	|	pW ≥0	$\frac{a-2\sqrt{b\,UR}}{b} \geq 0$	|	DLp
DLλ ≥0	True	|	λ ≥0	$\frac{-a+b\,pM+4\sqrt{b\,UR}}{2\sqrt{b\,UR}} \geq 0$	|	DLλ
DLλ1 ≥0	$a\sqrt{\frac{UR}{b}} \geq UD + 2\,UR + pM\sqrt{b\,UR}$	|	λ1 ≥0	True	|	DLλ

Zu Nr. 4 → unzulässig!

Wegen $pW \leq pR \leq \frac{a}{b}$, wegen $y = a - b\,pR \geq 0$: unzulässig

Zu Nr. 5

$UD^2 + 4\,UD\,UR == \left(\frac{a^2}{b} - 2\,a\,pM + b\,pM^2 - 4\,UR\right)UR$ liefert jeweils zwei Lösungen für UR bzw. UD, wenn die Gleichung nach UR bzw. UD umgestellt wird. Hier wird nach UD umgestellt.

In[14]:= $\texttt{Solve}\left[UD^2 + 4\,UD\,UR == \left(\frac{a^2}{b} - 2\,a\,pM + b\,pM^2 - 4\,UR\right)UR, UD\right]$ // FullSimplify

Out[14]= $\left\{\left\{UD \to \frac{(a-b\,pM)\sqrt{UR}}{\sqrt{b}} - 2\,UR\right\}, \left\{UD \to \frac{(-a+b\,pM)\sqrt{UR}}{\sqrt{b}} - 2\,UR\right\}\right\}$

Zu Nr. 5 a - kein Widerspruch

In[15]:= $\texttt{KuhnTuckerZweiNebenbedingungen}\left[\frac{-a^2+2\,b\,UD+4\,b\,UR+a\,b\,pM}{b\,(-a+b\,pM)}, \frac{-UD+2\,UR-UD\,\lambda1+2\,UR\,\lambda1}{2\,UR}, \lambda1, UR, \frac{(a-b\,pM)\sqrt{UR}}{\sqrt{b}} - 2\,UR\right]$

Out[15]//TableForm=

DLpW ≤0	True	|	pW ≥0	$\frac{a-2\sqrt{b\,UR}}{b} \geq 0$	|	DLpW pW ==0	Tru
DLλ ≥0	True	|	λ ≥0	$\frac{\left(-a+b\,pM+4\sqrt{b\,UR}\right)(1+\lambda1)}{2\sqrt{b\,UR}} \geq 0$	|	DLλ λ ==0	Tru
DLλ1 ≥0	True	|	λ1 ≥0	True	|	DLλ1 λ1 ==0	Tru

Zu Nr. 5 b → unzulässig!

Wegen $UD = \frac{(-a+b\,pM)\sqrt{UR}}{\sqrt{b}} - 2\,UR = -\frac{(a-b\,pM)\sqrt{UR}}{\sqrt{b}} - 2\,UR < 0$ → unzulässig

Aus den Kuhn-Tucker-Bedingungen folgen folgende zulässige Lösungen:

Nr. 1: $pW == \frac{a+b\,pM}{2\,b}$ && $8\,UD == \frac{a^2}{b} - 2\,a\,pM + b\,pM^2$ && $\lambda == 0$ && $b \neq 0$

Nr. 2: $pW == \frac{a+b\,pM}{2\,b}$ && $\lambda == 0$ && $\lambda1 == 0$ && $b \neq 0$

Nr. 3: $pW == \frac{a-2\sqrt{b}\sqrt{UR}}{b}$ && $\lambda == \frac{-a+b\,pM+4\sqrt{b}\sqrt{UR}}{2\sqrt{b}\sqrt{UR}}$ && $\lambda1 == 0$ && $b \neq 0$ && $UR \neq 0$

Nr. 5 a : $pW == \frac{-a^2+a\,b\,pM+2\,b\,UD+4\,b\,UR}{b\,(-a+b\,pM)}$ &&
$UD == \frac{(a-b\,pM)\sqrt{UR}}{\sqrt{b}} - 2\,UR$ && $\lambda == \frac{-UD+2\,UR-UD\,\lambda1+2\,UR\,\lambda1}{2\,UR}$ && $b \neq 0$ && $UR \neq 0$

Nr. 1 und Nr. 2 ergeben eine Lösung, da Nr. 2 eine spezielle Lösung von Nr. 1 ist → Einschränkung W1

Nr. 3 und 5a ergeben eine Lösung, da Nr. 5a eine spezielle Lösung von Nr. 3 ist → Einschränkung W2

Hersteller

■ Der Hersteller geht davon aus, dass der Distribuent den Preis $pW = \frac{a + b\,pM}{2\,b}$ (Einschränkung W1) wählt

In[16]:= $pW := \frac{a + b\,pM}{2\,b};$

Der Hersteller optimiert seinen Deckungsbeitrag unter Nebenbedingungen

In[17]:= **LagrangeFunktionDreiNebenbedingungen**

Out[17]= $$\frac{1}{16\,b}\left(a^2\,(\lambda + 2\,\lambda 1) - 2\,a\,b\,(pM\,(-2 + \lambda + 2\,\lambda 1 - 2\,\lambda 2) + 2\,c1\,(1 + \lambda 2)) + b\,(-16\,(UR\,\lambda + UD\,\lambda 1 + UM\,\lambda 2) + b\,pM\,(pM\,(-4 + \lambda + 2\,\lambda 1 - 4\,\lambda 2) + 4\,c1\,(1 + \lambda 2)))\right)$$

In[18]:= **AbleitungLagrangeDreiNebenbedingungen**

$$\frac{1}{8}\,(-a\,(-2 + \lambda + 2\,\lambda 1 - 2\,\lambda 2) + b\,(pM\,(-4 + \lambda + 2\,\lambda 1 - 4\,\lambda 2) + 2\,c1\,(1 + \lambda 2)))$$

$$\frac{a^2 - 2\,a\,b\,pM + b^2\,pM^2 - 16\,b\,UR}{16\,b}$$

$$\frac{a^2 - 2\,a\,b\,pM + b^2\,pM^2 - 8\,b\,UD}{8\,b}$$

$$\frac{1}{4}\,(b\,(c1 - pM)\,pM + a\,(-c1 + pM) - 4\,UM)$$

In[19]:= **ModuleLoesungskandidatenDesM**

Nr. 1: $pM == \frac{a + b\,c1}{2\,b}$ && $16\,UM == \frac{a^2}{b} - 2\,a\,c1 + b\,c1^2$ && $\lambda == 0$ && $\lambda 1 == 0$ && $b \neq 0$

Nr. 2: $pM == \frac{a + b\,c1}{2\,b}$ && $\lambda == 0$ && $\lambda 1 == 0$ && $\lambda 2 == 0$ && $b \neq 0$

Nr. 3: $pM == \frac{a - 2\,\sqrt{2}\,\sqrt{b}\,\sqrt{UD}}{b}$ && $2\,UR == UD$ &&
$\lambda == \frac{1}{2}\left(8 - \frac{\sqrt{2}\,a}{\sqrt{b}\,\sqrt{UD}} + \frac{\sqrt{2}\,\sqrt{b}\,c1}{\sqrt{UD}} - 4\,\lambda 1\right)$ && $\lambda 2 == 0$ && $b \neq 0$ && $UD \neq 0$

Nr. 4: $pM == \frac{a - 2\,\sqrt{2}\,\sqrt{b}\,\sqrt{UD}}{b}$ && $\lambda == 0$ &&
$\lambda 1 == \frac{-\sqrt{2}\,a + \sqrt{2}\,b\,c1 + 8\,\sqrt{b}\,\sqrt{UD}}{4\,\sqrt{b}\,\sqrt{UD}}$ && $\lambda 2 == 0$ && $b \neq 0$ && $UD \neq 0$

Nr. 5: $pM == \frac{a + 2\,\sqrt{2}\,\sqrt{b}\,\sqrt{UD}}{b}$ && $2\,UR == UD$ &&
$\lambda == \frac{1}{2}\left(8 + \frac{\sqrt{2}\,a}{\sqrt{b}\,\sqrt{UD}} - \frac{\sqrt{2}\,\sqrt{b}\,c1}{\sqrt{UD}} - 4\,\lambda 1\right)$ && $\lambda 2 == 0$ && $b \neq 0$ && $UD \neq 0$

Nr. 6: $pM == \frac{a + 2\,\sqrt{2}\,\sqrt{b}\,\sqrt{UD}}{b}$ && $\lambda == 0$ &&
$\lambda 1 == \frac{\sqrt{2}\,a - \sqrt{2}\,b\,c1 + 8\,\sqrt{b}\,\sqrt{UD}}{4\,\sqrt{b}\,\sqrt{UD}}$ && $\lambda 2 == 0$ && $b \neq 0$ && $UD \neq 0$

Nr. 7:
$pM == \frac{-a^2 + a\,b\,c1 + 8\,b\,UD + 4\,b\,UM}{b\,(-a + b\,c1)}$ && $8\,UD\,UM + 2\,UM^2 == \left(\frac{a^2}{b} - 2\,a\,c1 + b\,c1^2 - 8\,UD\right)\,UD$ &&
$2\,UR == UD$ && $\lambda == \frac{2\,UD - UM - 2\,UD\,\lambda 1 + 2\,UD\,\lambda 2 - UM\,\lambda 2}{UD}$ && $b \neq 0$ && $UD \neq 0$

Nr. 8:

$$pM == \frac{-a^2 + a\,b\,c1 + 8\,b\,UD + 4\,b\,UM}{b\,(-a + b\,c1)}\ \&\&\ 8\,UD\,UM + 2\,UM^2 == \left(\frac{a^2}{b} - 2\,a\,c1 + b\,c1^2 - 8\,UD\right) UD\ \&\&$$
$$\lambda == 0\ \&\&\ \lambda 1 == \frac{2\,UD - UM + 2\,UD\,\lambda 2 - UM\,\lambda 2}{2\,UD}\ \&\&\ b \neq 0\ \&\&\ UD \neq 0$$

Nr. 9:

$$pM == \frac{a - 4\sqrt{b}\,\sqrt{UR}}{b}\ \&\&\ \lambda == \frac{-a + b\,c1 + 8\sqrt{b}\,\sqrt{UR}}{2\sqrt{b}\,\sqrt{UR}}\ \&\&\ \lambda 1 == 0\ \&\&\ \lambda 2 == 0\ \&\&\ b \neq 0\ \&\&\ UR \neq 0$$

Nr. 10:

$$pM == \frac{a + 4\sqrt{b}\,\sqrt{UR}}{b}\ \&\&\ \lambda == \frac{a - b\,c1 + 8\sqrt{b}\,\sqrt{UR}}{2\sqrt{b}\,\sqrt{UR}}\ \&\&\ \lambda 1 == 0\ \&\&\ \lambda 2 == 0\ \&\&\ b \neq 0\ \&\&\ UR \neq 0$$

Nr. 11:

$$pM == \frac{-a^2 + a\,b\,c1 + 4\,b\,UM + 16\,b\,UR}{b\,(-a + b\,c1)}\ \&\&\ UM^2 + 8\,UM\,UR == \left(\frac{a^2}{b} - 2\,a\,c1 + b\,c1^2 - 16\,UR\right) UR\ \&\&$$
$$\lambda == \frac{-UM + 4\,UR - UM\,\lambda 2 + 4\,UR\,\lambda 2}{2\,UR}\ \&\&\ \lambda 1 == 0\ \&\&\ b \neq 0\ \&\&\ UR \neq 0$$

Zu Nr. 1 - kein Widerspruch

In[20]:= **KuhnTuckerDreiNebenbedingungen**$\left[\frac{a + b\,c1}{2\,b}, 0, 0, \lambda 2, UR, UD, \frac{(a - b\,c1)^2}{16\,b}\right]$

Out[20]//TableForm=

DLpM ≤0	True	|	pM ≥0	$\frac{a+b\,c1}{2\,b} \geq 0$	|	DLpM pM ==0	True
DLλ ≥0	$\frac{(a-b\,c1)^2}{64\,b} \geq UR$	|	λ ≥0	True	|	DLλ λ ==0	True
DLλ1 ≥0	$\frac{(a-b\,c1)^2}{32\,b} \geq UD$	|	λ1 ≥0	True	|	DLλ1 λ1 ==0	True
DLλ2 ≥0	True	|	λ2 ≥0	$\lambda 2 \geq 0$	|	DLλ2 λ2 ==0	True

Kein Widerspruch für wenn gilt: UR=0∧(a-b c1)=0∨λ2=0

Zu Nr. 2 - kein Widerspruch

In[21]:= **KuhnTuckerDreiNebenbedingungen**$\left[\frac{a + b\,c1}{2\,b}, 0, 0, 0, UR, UD, UM\right]$

Out[21]//TableForm=

DLpM ≤0	True	|	pM ≥0	$\frac{a+b\,c1}{2\,b} \geq 0$	|	DLpM pM ==0	True
DLλ ≥0	$\frac{(a-b\,c1)^2}{64\,b} \geq UR$	|	λ ≥0	True	|	DLλ λ ==0	True
DLλ1 ≥0	$\frac{(a-b\,c1)^2}{32\,b} \geq UD$	|	λ1 ≥0	True	|	DLλ1 λ1 ==0	True
DLλ2 ≥0	$\frac{(a-b\,c1)^2}{16\,b} \geq UM$	|	λ2 ≥0	True	|	DLλ2 λ2 ==0	True

Kein Widerspruch für wenn gilt: UR=0

Zu Nr. 3 - kein Widerspruch

In[22]:= **KuhnTuckerDreiNebenbedingungen**$\left[\frac{a - 2\sqrt{2}\,\sqrt{b}\,\sqrt{UD}}{b},\right.$
$\left.\frac{1}{2}\left(8 - \frac{\sqrt{2}\,a}{\sqrt{b}\,\sqrt{UD}} + \frac{\sqrt{2}\,\sqrt{b}\,c1}{\sqrt{UD}} - 4\,\lambda 1\right), \lambda 1, 0, UR, 2\,UR, UM\right]$

Out[22]//TableForm=

DLpM ≤0	True	|	pM ≥0	$\frac{a-4\sqrt{b\,UR}}{b} \geq 0$
DLλ ≥0	True	|	λ ≥0	$\frac{-a+b\,c1-4\sqrt{b\,UR}\,(-2+\lambda 1)}{2\sqrt{b\,UR}} \geq 0$
DLλ1 ≥0	True	|	λ1 ≥0	True
DLλ2 ≥0	$a\sqrt{\frac{UR}{b}} \geq UM + 4\,UR + c1\sqrt{b\,UR}$	|	λ2 ≥0	True

Kein Widerspruch für wenn gilt: UR=0∨λ1=1

Zu Nr. 4 - kein Widerspruch

In[23]:= **KuhnTuckerDreiNebenbedingungen**$\left[\frac{a-2\sqrt{2}\sqrt{b}\sqrt{UD}}{b}, 0, \frac{-\sqrt{2}(a-b\,c1)+8\sqrt{b}\sqrt{UD}}{4\sqrt{b}\sqrt{UD}}, 0, UR, UD, UM\right]$

Out[23]//TableForm=

DLpM ≤0	True	|	pM ≥0	$\frac{a-2\sqrt{2}\sqrt{b\,UD}}{b} \geq 0$	|	DLpM
DLλ ≥0	$\frac{UD}{2} - UR \geq 0$	|	λ ≥0	True	|	DLλ λ
DLλ1 ≥0	True	|	λ1 ≥0	$2 + \frac{-a+b\,c1}{2\sqrt{2}\sqrt{b\,UD}} \geq 0$	|	DLλ1
DLλ2 ≥0	$\frac{a\sqrt{\frac{UD}{b}}}{\sqrt{2}} \geq 2\,UD + \frac{c1\sqrt{b\,UD}}{\sqrt{2}} + UM$	|	λ2 ≥0	True	|	DLλ2

Zu Nr. 5 und 6 → unzulässig!

Wegen $pM \leq pW \leq pR \leq \frac{a}{b}$, wegen $y = a - b\,pR \geq 0$: unzulässig

Zu Nr. 7

$8\,UD\,UM + 2\,UM^2 == \left(\frac{a^2}{b} - 2\,a\,c1 + b\,c^2 - 8\,UD\right)$ UD liefert jeweils zwei Lösungen für UD bzw. UM, wenn die Gleichung nach UD bzw. UM umgestellt wird. Hier wird nach UM umgestellt.

In[24]:= **Solve**$\left[8\,UD\,UM + 2\,UM^2 == \left(\frac{a^2}{b} - 2\,a\,c1 + b\,c1^2 - 8\,UD\right) UD, UM\right]$ // **FullSimplify**

Out[24]= $\left\{\left\{UM \to \frac{\sqrt{2}(-a+b\,c1)\sqrt{UD} - 4\sqrt{b}\,UD}{2\sqrt{b}}\right\}, \left\{UM \to \frac{\sqrt{2}(a-b\,c1)\sqrt{UD} - 4\sqrt{b}\,UD}{2\sqrt{b}}\right\}\right\}$

Zu Nr. 7 a → unzulässig!

Wegen $UM \leq 0$, wenn $UD > 0$

Zu Nr. 7 b - kein Widerspruch

In[25]:= **KuhnTuckerDreiNebenbedingungen**$\left[\frac{-a^2+a\,b\,c1+8\,b\,UD+4\,b\,UM}{b(-a+b\,c1)}, \frac{2\,UD-UM-2\,UD\,\lambda1+2\,UD\,\lambda2-UM\,\lambda2}{UD}, \lambda1, \lambda2, UR, 2\,UR, \frac{\sqrt{2}(a-b\,c1)\sqrt{UD}-4\sqrt{b}\,UD}{2\sqrt{b}}\right]$

Out[25]//TableForm=

DLpM ≤0	True	|	pM ≥0	$\frac{a-4\sqrt{b\,UR}}{b} \geq 0$	|	DLpM pM ==0
DLλ ≥0	True	|	λ ≥0	$4 + 4\,\lambda2 + \frac{(-a+b\,c1)(1+\lambda2)}{2\sqrt{b\,UR}} \geq 2\,\lambda1$	|	DLλ λ ==0
DLλ1 ≥0	True	|	λ1 ≥0	True	|	DLλ1 λ1 ==0
DLλ2 ≥0	True	|	λ2 ≥0	λ2 ≥ 0	|	DLλ2 λ2 ==0

Zu Nr. 8

$8\,UD\,UM + 2\,UM^2 == \left(\frac{a^2}{b} - 2\,a\,c1 + b\,c1^2 - 8\,UD\right)$ UD liefert jeweils zwei Lösungen für UD bzw. UM, wenn die Gleichung nach UD bzw. UM umgestellt wird. Hier wird nach UM umgestellt.

In[26]:= **Solve**$\left[8\,UD\,UM + 2\,UM^2 == \left(\frac{a^2}{b} - 2\,a\,c1 + b\,c1^2 - 8\,UD\right) UD, UM\right]$ // **FullSimplify**

Out[26]= $\left\{\left\{UM \to \frac{\sqrt{2}(-a+b\,c1)\sqrt{UD} - 4\sqrt{b}\,UD}{2\sqrt{b}}\right\}, \left\{UM \to \frac{\sqrt{2}(a-b\,c1)\sqrt{UD} - 4\sqrt{b}\,UD}{2\sqrt{b}}\right\}\right\}$

Zu Nr. 8 a → unzulässig!

Wegen UM≤0,wenn UD>0

Zu Nr. 8 b - kein Widerspruch

In[27]:= $$\texttt{KuhnTuckerDreiNebenbedingungen}\left[\frac{-a^2+a\,b\,c1+8\,b\,UD+4\,b\,UM}{b\,(-a+b\,c1)},\,0,\,\frac{2\,UD-UM+2\,UD\,\lambda 2-UM\,\lambda 2}{2\,UD},\,\lambda 2,\,UR,\,UD,\,\frac{\sqrt{2}\,(a-b\,c1)\,\sqrt{UD}-4\,\sqrt{b}\,UD}{2\,\sqrt{b}}\right]$$

Out[27]//TableForm=

$DLpM \le 0$	True	|	$pM \ge 0$	$\frac{a-2\sqrt{2}\,\sqrt{b\,UD}}{b} \ge 0$	|	$DLpM\,pM ==$
$DL\lambda \ge 0$	$\frac{UD}{2} - UR \ge 0$	|	$\lambda \ge 0$	True	|	$DL\lambda\,\lambda == 0$
$DL\lambda 1 \ge 0$	True	|	$\lambda 1 \ge 0$	$\frac{\left(\sqrt{2}\,(-a+b\,c1)+8\sqrt{b\,UD}\right)(1+\lambda 2)}{4\sqrt{b\,UD}} \ge 0$	|	$DL\lambda 1\,\lambda 1 ==$
$DL\lambda 2 \ge 0$	True	|	$\lambda 2 \ge 0$	$\lambda 2 \ge 0$	|	$DL\lambda 2\,\lambda 2 ==$

Zu Nr. 9 → unzulässig!

In[28]:= $$\texttt{KuhnTuckerDreiNebenbedingungen}\left[\frac{a-4\sqrt{b}\,\sqrt{UR}}{b},\,\frac{-a+b\,c1+8\sqrt{b}\,\sqrt{UR}}{2\sqrt{b}\,\sqrt{UR}},\,0,\,0,\,UR,\,UD,\,UM\right]$$

Out[28]//TableForm=

$DLpM \le 0$	True	|	$pM \ge 0$	$\frac{a-4\sqrt{b\,UR}}{b} \ge 0$	|	DLp
$DL\lambda \ge 0$	True	|	$\lambda \ge 0$	$\frac{-a+b\,c1+8\sqrt{b\,UR}}{2\sqrt{b\,UR}} \ge 0$	|	DLλ
$DL\lambda 1 \ge 0$	$2\,UR \ge UD$	|	$\lambda 1 \ge 0$	True	|	DLλ
$DL\lambda 2 \ge 0$	$a\sqrt{\frac{UR}{b}} \ge UM + 4\,UR + c1\sqrt{b\,UR}$	|	$\lambda 2 \ge 0$	True	|	DLλ

Wegen UR≠0 Widerspruch für "DLpM≤0"

Zu Nr. 10 → unzulässig!

Wegen $pM \le pW \le pR \le \frac{a}{b}$, wegen $y = a - b\,pR \ge 0$: unzulässig

Zu Nr. 11

$UM^2 + 8\,UM\,UR == \left(\frac{a^2}{b} - 2\,a\,c1 + b\,c1^2 - 16\,UR\right)UR$ liefert jeweils zwei Lösungen für UR bzw. UM, wenn die Gleichung nach UR bzw. UM umgestellt wird. Hier wird nach UM umgestellt.

In[29]:= $$\texttt{Solve}\left[UM^2 + 8\,UM\,UR == \left(\frac{a^2}{b} - 2\,a\,c1 + b\,c1^2 - 16\,UR\right)UR,\,UM\right]\ \texttt{// FullSimplify}$$

Out[29]= $$\left\{\left\{UM \to \frac{(a-b\,c1)\sqrt{UR}}{\sqrt{b}} - 4\,UR\right\},\,\left\{UM \to \frac{(-a+b\,c1)\sqrt{UR}}{\sqrt{b}} - 4\,UR\right\}\right\}$$

Zu Nr. 11 a - kein Widerspruch

In[30]:= **KuhnTuckerDreiNebenbedingungen**$\left[\frac{-a^2 + a\,b\,c1 + 4\,b\,UM + 16\,b\,UR}{b\,(-a + b\,c1)}, \frac{-UM + 4\,UR - UM\,\lambda 2 + 4\,UR\,\lambda 2}{2\,UR}, 0, \lambda 2, UR, UD, \frac{(a - b\,c1)\sqrt{UR}}{\sqrt{b}} - 4\,UR\right]$

Out[30]//TableForm=

DLpM ≤0	True	|	pM ≥0	$\frac{a-4\sqrt{b\,UR}}{b} \geq 0$	|	DLpM pM ==0
DLλ ≥0	True	|	λ ≥0	$\frac{(-a+b\,c1+8\sqrt{b\,UR})(1+\lambda 2)}{2\sqrt{b\,UR}} \geq 0$	|	DLλ λ ==0
DLλ1 ≥0	2 UR ≥ UD	|	λ1 ≥0	True	|	DLλ1 λ1 ==0
DLλ2 ≥0	True	|	λ2 ≥0	λ2 ≥ 0	|	DLλ2 λ2 ==0

Zu Nr. 11 b → unzulässig!

Wegen UM≤0,wenn UR>0

Aus den Kuhn-Tucker-Bedingungen folgen folgende zulässige Lösungen:

Nr. 1: $pM == \frac{a + b\,c1}{2\,b}$ && $16\,UM == \frac{a^2}{b} - 2\,a\,c1 + b\,c1^2$ && $\lambda == 0$ && $\lambda 1 == 0$ && $b \neq 0$

Nr. 2: $pM == \frac{a + b\,c1}{2\,b}$ && $\lambda == 0$ && $\lambda 1 == 0$ && $\lambda 2 == 0$ && $b \neq 0$

Nr. 3: $pM == \frac{a - 2\sqrt{2}\sqrt{b}\sqrt{UD}}{b}$ && $2\,UR == UD$ &&
$\lambda == \frac{1}{2}\left(8 - \frac{\sqrt{2}\,a}{\sqrt{b}\sqrt{UD}} + \frac{\sqrt{2}\sqrt{b}\,c1}{\sqrt{UD}} - 4\,\lambda 1\right)$ && $\lambda 2 == 0$ && $b \neq 0$ && $UD \neq 0$

Nr. 4:
$pM == \frac{a - 2\sqrt{2}\sqrt{b}\sqrt{UD}}{b}$ && $\lambda == 0$ && $\lambda 1 == \frac{-\sqrt{2}\,a + \sqrt{2}\,b\,c1 + 8\sqrt{b}\sqrt{UD}}{4\sqrt{b}\sqrt{UD}}$ && $\lambda 2 == 0$ && $b \neq 0$ && $UD \neq 0$

Nr. 7 b : $pM == \frac{-a^2 + a\,b\,c1 + 8\,b\,UD + 4\,b\,UM}{b\,(-a + b\,c1)}$ && $UM == \frac{\sqrt{2}\,(a - b\,c1)\sqrt{UD} - 4\sqrt{b}\,UD}{2\sqrt{b}}$ &&
$2\,UR == UD$ && $\lambda == \frac{2\,UD - UM - 2\,UD\,\lambda 1 + 2\,UD\,\lambda 2 - UM\,\lambda 2}{UD}$ && $b \neq 0$ && $UD \neq 0$

Nr. 8 b : $pM == \frac{-a^2 + a\,b\,c1 + 8\,b\,UD + 4\,b\,UM}{b\,(-a + b\,c1)}$ && $UM == \frac{\sqrt{2}\,(a - b\,c1)\sqrt{UD} - 4\sqrt{b}\,UD}{2\sqrt{b}}$ &&
$2\,UR == UD$ && $\lambda == \frac{2\,UD - UM - 2\,UD\,\lambda 1 + 2\,UD\,\lambda 2 - UM\,\lambda 2}{UD}$ && $b \neq 0$ && $UD \neq 0$

Nr. 11 a : $pM == \frac{-a^2 + a\,b\,c1 + 4\,b\,UM + 16\,b\,UR}{b\,(-a + b\,c1)}$ &&
$UM == \frac{(a - b\,c1)\sqrt{UR}}{\sqrt{b}} - 4\,UR$ && $\lambda == \frac{-UM + 4\,UR - UM\,\lambda 2 + 4\,UR\,\lambda 2}{2\,UR}$ && $\lambda 1 == 0$ && $b \neq 0$ && $UR \neq 0$

Nr. 1 und Nr. 2 ergeben eine Lösung, da Nr. 2 eine spezielle Lösung von Nr. 1 ist → Einschränkung M1

Nr. 3, 4, 7b und 8b ergeben eine Lösung, da Nr. 4eine spezielle Lösung von Nr. 3 ist und Nr. 7b und 8b wiederum eine spezielle Lösung von Nr. 4 sind → Einschränkung M2

Nr.11a → Einschränkung M3

Deckungsbeiträge und Preise lauten wie folgt, wenn der Hersteller folgenden Preis pM wählt

aus Nr. 1 und 2 (Einschränkung M1)

In[31]:= **pM :=** $\frac{a + b\,c1}{2\,b}$

In[32]:= **Ergebnisse**

Out[32]//TableForm=

	Hersteller	Distribuent	Händler	Kette
Deckungsbeitrag	$\frac{(a-b\,c1)^2}{16\,b}$	$\frac{(a-b\,c1)^2}{32\,b}$	$\frac{(a-b\,c1)^2}{64\,b}$	$\frac{7\,(a-b\,c1)^2}{64\,b}$
Preis	$\frac{a+b\,c1}{2\,b}$	$\frac{3\,a+b\,c1}{4\,b}$	$\frac{7\,a+b\,c1}{8\,b}$	
Menge	$\frac{1}{8}\,(a-b\,c1)$	$\frac{1}{8}\,(a-b\,c1)$	$\frac{1}{8}\,(a-b\,c1)$	

aus Nr. 3, 4, 7 b, 8 b (Einschränkung M2)

In[33]:= $\mathbf{pM := \frac{a - 2\sqrt{2}\,\sqrt{b}\,\sqrt{UD}}{b}}$

In[34]:= **Ergebnisse**

Out[34]//TableForm=

	Hersteller	Distribuent	Händler	Kett
Deckungsbeitrag	$\frac{\left(a-b\,c1-2\sqrt{2}\,\sqrt{b}\,\sqrt{UD}\right)\sqrt{UD}}{\sqrt{2}\,\sqrt{b}}$	UD	$\frac{UD}{2}$	$-\frac{(-\sqrt{}}{}$
Preis	$\frac{a-2\sqrt{2}\,\sqrt{b}\,\sqrt{UD}}{b}$	$\frac{a-\sqrt{2}\,\sqrt{b}\,\sqrt{UD}}{b}$	$\frac{a}{b}-\frac{\sqrt{UD}}{\sqrt{2}\,\sqrt{b}}$	
Menge	$\frac{\sqrt{b}\,\sqrt{UD}}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{b}\,\sqrt{UD}}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{b}\,\sqrt{UD}}{\sqrt{2}}$	

aus Nr. 11 a (Einschränkung M3)

In[35]:= $\mathbf{pM := \frac{a - 4\sqrt{b}\,\sqrt{UR}}{b}}$

In[36]:= **Ergebnisse**

Out[36]//TableForm=

	Hersteller	Distribuent	Händler	Ke
Deckungsbeitrag	$\frac{a\sqrt{UR}}{\sqrt{b}}-\sqrt{b}\;c1\,\sqrt{UR}-4\,UR$	2 UR	UR	$\frac{a\sqrt{}}{\sqrt{}}$
Preis	$\frac{a-4\sqrt{b}\,\sqrt{UR}}{b}$	$\frac{a-2\sqrt{b}\,\sqrt{UR}}{b}$	$\frac{a-\sqrt{b}\,\sqrt{UR}}{b}$	
Menge	$\sqrt{b}\,\sqrt{UR}$	$\sqrt{b}\,\sqrt{UR}$	$\sqrt{b}\,\sqrt{UR}$	

■ Der Hersteller geht davon aus, dass der Distribuentden Preis $\mathbf{pW = \frac{a - 2\sqrt{b}\,\sqrt{UR}}{b}}$ (Einschränkung W2) wählt

In[37]:= **Clear[pM]**

In[38]:= $\mathbf{pW := \frac{a - 2\sqrt{b}\,\sqrt{UR}}{b};}$

Der Hersteller optimiert seinen Deckungsbeitrag unter Nebenbedingungen

In[39]:= **LagrangeFunktionDreiNebenbedingungen**

Out[39]= $$\frac{a\sqrt{UR}\;\lambda1-\sqrt{b}\;(UD\,\lambda1+2\,UR\,\lambda1+UM\,\lambda2)-b\sqrt{UR}\;(pM\,(-1+\lambda1-\lambda2)+c1\,(1+\lambda2))}{\sqrt{b}}$$

In[40]:= **AbleitungLagrangeDreiNebenbedingungen**

$$\sqrt{b}\,\sqrt{UR}\;(1-\lambda1+\lambda2)$$

$$0$$

$$-UD+\frac{a\sqrt{UR}}{\sqrt{b}}-\sqrt{b}\;pM\,\sqrt{UR}-2\,UR$$

$$-UM+\sqrt{b}\;(-c1+pM)\,\sqrt{UR}$$

In[41]:= **ModuleLoesungskandidatenDesM**

Nr. 1: $pM == \dfrac{-\sqrt{b}\ UD + a\sqrt{UR} - 2\sqrt{b}\ UR}{b\sqrt{UR}}$ && $\lambda 1 == 1$ && $\lambda 2 == 0$

Nr. 2: $UD == 0$ && $UM == 0$ && $UR == 0$

Nr. 3: $UD == 0$ && $UR == 0$ && $\lambda 2 == 0$

Nr. 4: $UM == 0$ && $UR == 0$ && $\lambda 1 == 0$

Nr. 5: $pM == \dfrac{-\sqrt{b}\ UD + a\sqrt{UR} - 2\sqrt{b}\ UR}{b\sqrt{UR}}$ &&
$\left(-\dfrac{a^2}{b} + 2\,a\,c1 - b\,c1^2 + 4\,UD + 4\,UM\right) UR + 4\,UR^2 == -UD^2 - 2\,UD\,UM - UM^2$ &&
$\lambda 1 == 1 + \lambda 2$ && $c1 \neq 0$

Nr. 6: $UR == 0$ && $\lambda 1 == 0$ && $\lambda 2 == 0$ && $b \neq 0$

Zu Nr. 1 - kein Widerspruch

In[42]:= **KuhnTuckerDreiNebenbedingungen**$\left[\dfrac{-\sqrt{b}\ UD + a\sqrt{UR} - 2\sqrt{b}\ UR}{b\sqrt{UR}}\right.$**, λ, 1, 0, UR, UD, UM**$\left.\right]$

Out[42]//TableForm=

DLpM ≤0	True	|	pM ≥0	$\dfrac{a - UD\sqrt{\frac{b}{UR}} - 2\sqrt{b\,UR}}{b} \geq 0$
DLλ ≥0	True	|	λ ≥0	True
DLλ1 ≥0	True	|	λ1 ≥0	True
DLλ2 ≥0	$a\sqrt{\frac{UR}{b}} \geq UD + UM + 2\,UR + c1\sqrt{b\,UR}$	|	λ2 ≥0	True

Zu Nr. 2 - kein Widerspruch

In[43]:= **KuhnTuckerDreiNebenbedingungen[pM, λ, λ1, λ2, 0, 0, 0]**

Out[43]//TableForm=

DLpM ≤0	True	|	pM ≥0	pM ≥ 0	|	DLpM pM ==0	True
DLλ ≥0	True	|	λ ≥0	True	|	DLλ λ ==0	True
DLλ1 ≥0	True	|	λ1 ≥0	True	|	DLλ1 λ1 ==0	True
DLλ2 ≥0	True	|	λ2 ≥0	λ2 ≥ 0	|	DLλ2 λ2 ==0	True

Zu Nr. 3 → unzulässig!

In[44]:= **KuhnTuckerDreiNebenbedingungen[pM, λ, λ1, 0, 0, 0, UM]**

Out[44]//TableForm=

DLpM ≤0	True	|	pM ≥0	pM ≥ 0	|	DLpM pM ==0	True
DLλ ≥0	True	|	λ ≥0	True	|	DLλ λ ==0	True
DLλ1 ≥0	True	|	λ1 ≥0	True	|	DLλ1 λ1 ==0	True
DLλ2 ≥0	0 ≥ UM	|	λ2 ≥0	True	|	DLλ2 λ2 ==0	True

Zu Nr. 4 → unzulässig!

In[45]:= **KuhnTuckerDreiNebenbedingungen[pM, λ, 0, λ2, 0, UD, 0]**

Out[45]//TableForm=

DLpM ≤0	True	|	pM ≥0	pM ≥ 0	|	DLpM pM ==0	True
DLλ ≥0	True	|	λ ≥0	True	|	DLλ λ ==0	True
DLλ1 ≥0	0 ≥ UD	|	λ1 ≥0	True	|	DLλ1 λ1 ==0	True
DLλ2 ≥0	True	|	λ2 ≥0	λ2 ≥ 0	|	DLλ2 λ2 ==0	True

Zu Nr. 5

$\left(-\frac{a^2}{b} + 2\,a\,c1 - b\,c1^2 + 4\,UD + 4\,UM\right) UR + 4\,UR^2 ==$
$-UD^2 - 2\,UD\,UM - UM^2$ liefert jeweils zwei Lösungen für UR, UD bzw. UM,
wenn die Gleichung nach UR, UD bzw. UM umgestellt wird. Hier wird nach UM umgestellt.

In[46]:= **Solve**$\left[\left(-\frac{a^2}{b} + 2\,a\,c1 - b\,c1^2 + 4\,UD + 4\,UM\right) UR + 4\,UR^2 == -UD^2 - 2\,UD\,UM - UM^2,\ UM\right]$ **// FullSimplify**

Out[46]= $\left\{\left\{UM \to -UD + \frac{(a - b\,c1)\sqrt{UR}}{\sqrt{b}} - 2\,UR\right\},\ \left\{UM \to -UD + \frac{(-a + b\,c1)\sqrt{UR}}{\sqrt{b}} - 2\,UR\right\}\right\}$

Zu Nr. 5 a - kein Widerspruch

In[47]:= **KuhnTuckerDreiNebenbedingungen**$\left[\frac{-\sqrt{b}\,UD + a\sqrt{UR} - 2\sqrt{b}\,UR}{b\sqrt{UR}},\ \lambda,\ 1 + \lambda 2,\ \lambda 2,\ UR,\ UD,\ -UD + \frac{(a - b\,c1)\sqrt{UR}}{\sqrt{b}} - 2\,UR\right]$

Out[47]//TableForm=

DLpM ≤0	True	|	pM ≥0	$\frac{a - UD\sqrt{\frac{b}{UR}} - 2\sqrt{b\,UR}}{b} \geq 0$	|	DLpM pM ==0	True
DLλ ≥0	True	|	λ ≥0	True	|	DLλ λ ==0	True
DLλ1 ≥0	True	|	λ1 ≥0	$1 + \lambda 2 \geq 0$	|	DLλ1 λ1 ==0	True
DLλ2 ≥0	True	|	λ2 ≥0	$\lambda 2 \geq 0$	|	DLλ2 λ2 ==0	True

Zu Nr. 5 b → unzulässig!

Wegen $UM = -UD + \frac{(-a + b\,c1)\sqrt{UR}}{\sqrt{b}} - 2\,UR = -\frac{(a - b\,c1)\sqrt{UR}}{\sqrt{b}} - UD - 2\,UR < 0$ → unzulässig

Zu Nr. 6 → unzulässig!

In[48]:= **KuhnTuckerDreiNebenbedingungen[pM, λ, 0, 0, 0, UD, UM]**

Out[48]//TableForm=

DLpM ≤0	True	|	pM ≥0	pM ≥ 0	|	DLpM pM ==0	True
DLλ ≥0	True	|	λ ≥0	True	|	DLλ λ ==0	True
DLλ1 ≥0	0 ≥ UD	|	λ1 ≥0	True	|	DLλ1 λ1 ==0	True
DLλ2 ≥0	0 ≥ UM	|	λ2 ≥0	True	|	DLλ2 λ2 ==0	True

Aus den Kuhn-Tucker-Bedingungen folgen folgende zulässige Lösungen:

Nr. 1: $pM == \frac{-\sqrt{b}\,UD + a\sqrt{UR} - 2\sqrt{b}\,UR}{b\sqrt{UR}}$ && $\lambda 1 == 1$ && $\lambda 2 == 0$

Nr. 2: UD==0&&UM==0&&UR==0

Nr. 5: $pM == \frac{-\sqrt{b}\,UD + a\sqrt{UR} - 2\sqrt{b}\,UR}{b\sqrt{UR}}$ &&
$\left(-\frac{a^2}{b} + 2\,a\,c1 - b\,c1^2 + 4\,UD + 4\,UM\right) UR + 4\,UR^2 == -UD^2 - 2\,UD\,UM - UM^2$ && $\lambda 1 == 1 + \lambda 2$ && $c1 \neq 0$

Nr. 1, 2 und Nr. 5 a ergeben eine Lösung, da Nr. 2 und 5 a spezielle Lösungen von Nr. 1 sind → Einschränkung M4

Deckungsbeiträge und Preise lauten wie folgt, wenn der Hersteller folgenden Preis pM wählt

aus Nr. 1, 2 und 5 a (Einschränkung M4)

In[49]:= $pM := \frac{a\sqrt{UR} - \sqrt{b}\ (UD + 2\ UR)}{b\sqrt{UR}}$

In[50]:= **Ergebnisse**

Out[50]//TableForm=

	Hersteller	Distribuent	Händler
Deckungsbeitrag	$-UD + \frac{a\sqrt{UR}}{\sqrt{b}} - \sqrt{b}\ c1\sqrt{UR} - 2\ UR$	UD	UR
Preis	$\frac{a\sqrt{UR} - \sqrt{b}\ (UD+2\ UR)}{b\sqrt{UR}}$	$\frac{a-2\sqrt{b}\sqrt{UR}}{b}$	$\frac{a-\sqrt{b}\sqrt{UR}}{b}$
Menge	$\sqrt{b}\ \sqrt{UR}$	$\sqrt{b}\ \sqrt{UR}$	$\sqrt{b}\ \sqrt{UR}$

Ausführung: Berechnungsmöglichkeit $2^{nK}_{d,3}$

Einlesen von Modulen

In[1]:=
```
<< "LineareNachfrage.m";
<< "ModuleUndZuweisungenNrFuenf.m"
<< "ErgebnisseDeterministischNrZwei.m"
```

Distribuent

Der Distribuent optimiert seinen Deckungsbeitrag unter Nebenbedingungen

In[4]:=
```
L = Distribuent[pR, pW, pM] + λ (-UR + Haendler[pR, pW]) +
   λ1 (-UD + Distribuent[pR, pW, pM]) // Simplify
```

Out[4]= $(a - b\ pR)\ (-pM + pW) + ((a - b\ pR)\ (pR - pW) - UR)\ \lambda + ((a - b\ pR)\ (-pM + pW) - UD)\ \lambda1$

In[5]:= **AbleitungLagrangeZweiNebenbedingungen**

$-(a - b\ pR)\ (-1 + \lambda - \lambda1)$

$(a - b\ pR)\ (pR - pW) - UR$

$(a - b\ pR)\ (-pM + pW) - UD$

In[6]:= **ModuleLoesungskandidatenDesR**

Nr. 1: $a == b\ pR\ \&\&\ UD == 0\ \&\&\ UR == 0$

Nr. 2: $a == b\ pR\ \&\&\ UD == 0\ \&\&\ \lambda == 0$

Nr. 3: $a == b\ pR\ \&\&\ UR == 0\ \&\&\ \lambda1 == 0$

Nr. 4: $a == b\ pR\ \&\&\ \lambda == 0\ \&\&\ \lambda1 == 0$

Nr. 5:

$pW == pM + \frac{UD}{a - b\ pR}\ \&\&\ UR == -a\ pM + a\ pR + b\ pM\ pR - b\ pR^2 - UD\ \&\&\ \lambda == 1 + \lambda1\ \&\&\ a - b\ pR \neq 0$

Nr. 6: $pW == pR - \frac{UR}{a - b\ pR}\ \&\&\ \lambda == 1\ \&\&\ \lambda1 == 0\ \&\&\ a - b\ pR \neq 0$

Überprüfung der Zulässigkeit der Kuhn-Tucker-Bedingungen

Zu Nr. 1, 2, 3, 4 - (kein Widerspruch)

Wenn $pR = \frac{a}{b}$ gilt, ist $d(pR) = 0$. Dieser Fall soll nicht weiter betrachtet werden.

Zu Nr. 5 - kein Widerspruch

In[7]:= **KuhnTuckerZweiNebenbedingungen**$\left[pM + \frac{UD}{a - b\,pR},\; 1 + \lambda 1,\; \lambda 1,\; -a\,pM + a\,pR + b\,pM\,pR - b\,pR^2 - UD,\; UD\right]$

Out[7]//TableForm=

DLpW ≤ 0	True	$pW \geq 0$	$pM + \frac{UD}{a-b\,pR} \geq 0$		DLpW pW == 0	True
DLλ ≥ 0	True	$\lambda \geq 0$	True		DLλ λ == 0	True
DLλ1 ≥ 0	True	$\lambda 1 \geq 0$	True		DLλ1 λ1 == 0	True

Zu Nr. 6 - kein Widerspruch

In[8]:= **KuhnTuckerZweiNebenbedingungen**$\left[pR - \frac{UR}{a - b\,pR},\; 1,\; 0,\; UR,\; UD\right]$

Out[8]//TableForm=

DLpW ≤ 0	True	$pW \geq 0$	$pR + \frac{UR}{-a+b\,pR} \geq 0$	
DLλ ≥ 0	True	$\lambda \geq 0$	True	
DLλ1 ≥ 0	$(a + b\,pM)\,pR \geq a\,pM + b\,pR^2 + UD + UR$	$\lambda 1 \geq 0$	True	

Aus den Kuhn-Tucker-Bedingungen folgen folgende zulässige Lösungen:

Nr. 5: $pW == pM + \frac{UD}{a - b\,pR}$ && $UR == -a\,pM + a\,pR + b\,pM\,pR - b\,pR^2 - UD$ && $\lambda == 1 + \lambda 1$ && $a - b\,pR \neq 0$

Nr. 6: $pW == pR - \frac{UR}{a - b\,pR}$ && $\lambda == 1$ && $\lambda 1 == 0$ && $a - b\,pR \neq 0$

Hersteller

- **Der Hersteller geht davon aus, dass der Distribuent den Preis $pW = pM + \frac{UD}{a-b\,pR}$ (Nr. 5) wählt**

In[9]:= $pW := pM + \frac{UD}{a - b\,pR}$;

Der Hersteller optimiert seinen Deckungsbeitrag unter Nebenbedingungen

In[10]:= **LagrangeFunktionDreiNebenbedingungen**

Out[10]= $(-c1 + pM)\,(a - b\,pR) - (a\,(pM - pR) + b\,pR\,(-pM + pR) + UD + UR)\,\lambda + ((-c1 + pM)\,(a - b\,pR) - UM)\,\lambda 2$

In[11]:= **AbleitungLagrangeDreiNebenbedingungen**

$-(a - b\,pR)\,(-1 + \lambda - \lambda 2)$

$-a\,pM + a\,pR + b\,pM\,pR - b\,pR^2 - UD - UR$

0

$(-c1 + pM)\,(a - b\,pR) - UM$

In[12]:= **ModuleLoesungskandidatenDesM**

Nr. 1: $a == b\,pR$ && $UD == -UR$ && $UM == 0$

Nr. 2: $a == b\,pR$ && $UD == -UR$ && $\lambda 2 == 0$

Nr. 3: $a == b\,pR$ && $UM == 0$ && $\lambda == 0$

Nr. 4: $a == b\,pR$ && $\lambda == 0$ && $\lambda 2 == 0$

Nr. 5: $pM == c1 + \frac{UM}{a - b\,pR}$ &&
$UD == -a\,c1 + a\,pR + b\,c1\,pR - b\,pR^2 - UM - UR$ && $\lambda == 1 + \lambda 2$ && $a - b\,pR \neq 0$

Nr. 6: $pM == \frac{-a\,pR + b\,pR^2 + UD + UR}{-a + b\,pR}$ && $\lambda == 1$ && $\lambda 2 == 0$ && $a - b\,pR \neq 0$

Zu Nr. 1, 2 → unzulässig!

Wegen $UD \geq 0$ und $UR \geq 0$

Zu Nr. 3 → unzulässig!

In[13]:= **KuhnTuckerDreiNebenbedingungen[pM, 0, λ1, λ2, UR, UD, 0]**

Out[13]//TableForm=

DLpM ≤0	$(a - b\,pR)\,(1 + \lambda 2) \leq 0$	|	pM ≥0	$pM \geq 0$	|	DLpM pM
DLλ ≥0	$(a + b\,pM)\,pR \geq a\,pM + b\,pR^2 + UD + UR$	|	λ ≥0	True	|	DLλ λ ==(
DLλ1 ≥0	True	|	λ1 ≥0	True	|	DLλ1 λ1
DLλ2 ≥0	$(-c1 + pM)\,(a - b\,pR) \geq 0$	|	λ2 ≥0	$\lambda 2 \geq 0$	|	DLλ2 λ2

Aus $\lambda 2 \geq 0$ folgt (a-b pR) (1+λ2)≥0, es muss aber gelten (a-b pR) (1+λ2)≤0 ("DLpM≤0")

Zu Nr. 4 → unzulässig!

In[14]:= **KuhnTuckerDreiNebenbedingungen[pM, 0, λ1, 0, UR, UD, UM]**

Out[14]//TableForm=

DLpM ≤0	$a \leq b\,pR$	|	pM ≥0	$pM \geq 0$	|	DLpM pM
DLλ ≥0	$(a + b\,pM)\,pR \geq a\,pM + b\,pR^2 + UD + UR$	|	λ ≥0	True	|	DLλ λ ==(
DLλ1 ≥0	True	|	λ1 ≥0	True	|	DLλ1 λ1
DLλ2 ≥0	$(-c1 + pM)\,(a - b\,pR) \geq UM$	|	λ2 ≥0	True	|	DLλ2 λ2

Es muss gelten $\frac{a}{b} \geq pR$, Widerspruch zu "DLpM≤0"

Zu Nr. 5 - (kein Widerspruch)

In[15]:= **KuhnTuckerDreiNebenbedingungen[** $\mathbf{c1 + \frac{UM}{a - b\,pR}}$**,**
1 + λ2, λ1, λ2, UR, (pR − c1) (a − b pR) − UM − UR, UM]

Out[15]//TableForm=

DLpM ≤0	True	|	pM ≥0	$c1 + \frac{UM}{a-b\,pR} \geq 0$	|	DLpM pM ==0	True
DLλ ≥0	True	|	λ ≥0	$1 + \lambda 2 \geq 0$	|	DLλ λ ==0	True
DLλ1 ≥0	True	|	λ1 ≥0	True	|	DLλ1 λ1 ==0	True
DLλ2 ≥0	True	|	λ2 ≥0	$\lambda 2 \geq 0$	|	DLλ2 λ2 ==0	True

Wegen λ=1+λ2 ist Nr. 5 die untere Preisschranke von pM

Zu Nr. 6 - kein Widerspruch

In[16]:= **KuhnTuckerDreiNebenbedingungen[** $\mathbf{\frac{-a\,pR + b\,pR^2 + UD + UR}{-a + b\,pR}}$**, 1, λ1, 0, UR, UD, UM]**

Out[16]//TableForm=

DLpM ≤0	True	|	pM ≥0	$\frac{-a\,pR+b\,pR^2+UD+UR}{-a+b\,pR} \geq 0$
DLλ ≥0	True	|	λ ≥0	True
DLλ1 ≥0	True	|	λ1 ≥0	True
DLλ2 ≥0	$(a + b\,c1)\,pR \geq a\,c1 + b\,pR^2 + UD + UM + UR$	|	λ2 ≥0	True

Aus den Kuhn-Tucker-Bedingungen folgt folgende zulässige Lösung:

Nr. 6: $pM == \frac{-a\,pR + b\,pR^2 + UD + UR}{-a + b\,pR}$ && $\lambda == 1$ && $\lambda 2 == 0$ && $a - b\,pR \neq 0$

Deckungsbeiträge und Preise lauten wie folgt, wenn der Hersteller folgenden Preis pM wählt

aus Nr. 6

In[17]:= $pM := \frac{-a\,pR + b\,pR^2 + UD + UR}{-a + b\,pR}$

In[18]:= **Ergebnisse**

Out[18]//TableForm=

	Hersteller	Distribuent	Händl
Deckungsbeitrag	$-a\,c1 + a\,pR + b\,c1\,pR - b\,pR^2 - UD - UR$	UD	UR
Preis	$\frac{-a\,pR+b\,pR^2+UD+UR}{-a+b\,pR}$	$-\frac{-a\,pR+b\,pR^2+UR}{a-b\,pR}$	pR
Menge	$a - b\,pR$	$a - b\,pR$	$a - b\,p$

Der Hersteller geht davon aus, dass der Distribuent den Preis $pW = pR - \frac{UR}{a - b\,pR}$ (Nr. 6) wählt

In[19]:= **Clear[pM]**

In[20]:= $pW := pR - \frac{UR}{a - b\,pR}$;

Der Hersteller optimiert seinen Deckungsbeitrag unter Nebenbedingungen

In[21]:= **LagrangeFunktionDreiNebenbedingungen**

Out[21]= $(-c1 + pM)\,(a - b\,pR) - (a\,(pM - pR) + b\,pR\,(-pM + pR) + UD + UR)\,\lambda 1 + ((-c1 + pM)\,(a - b\,pR) - UM)\,\lambda 2$

In[22]:= **AbleitungLagrangeDreiNebenbedingungen**

$-(a - b\,pR)\,(-1 + \lambda 1 - \lambda 2)$

0

$-a\,pM + a\,pR + b\,pM\,pR - b\,pR^2 - UD - UR$

$(-c1 + pM)\,(a - b\,pR) - UM$

In[23]:= **ModuleLoesungskandidatenDesM**

Nr. 1: $a == b\,pR$ && $UD == -UR$ && $UM == 0$

Nr. 2: $a == b\,pR$ && $UD == -UR$ && $\lambda 2 == 0$

Nr. 3: $a == b\,pR$ && $UM == 0$ && $\lambda 1 == 0$

Nr. 4: $a == b\,pR$ && $\lambda 1 == 0$ && $\lambda 2 == 0$

Nr. 5: $pM == c1 + \frac{UM}{a - b\,pR}$ && $UD == -a\,c1 + a\,pR + b\,c1\,pR - b\,pR^2 - UM - UR$ && $\lambda 1 == 1 + \lambda 2$ && $a - b\,pR \neq 0$

Nr. 6: $pM == \frac{-a\,pR + b\,pR^2 + UD + UR}{-a + b\,pR}$ && $\lambda 1 == 1$ && $\lambda 2 == 0$ && $a - b\,pR \neq 0$

Zu Nr. 1, 2 → unzulässig!

Wegen $UD \geq 0$ und $UR \geq 0$

Zu Nr. 3 → unzulässig!

In[24]:= **KuhnTuckerDreiNebenbedingungen[pM, 0, λ1, λ2, UR, UD, 0]**

Out[24]//TableForm=

DLpM ≤0	$0 \le (a - b\,pR)(-1 + \lambda 1 - \lambda 2)$	|	pM ≥0	pM ≥ 0	|	DLpM pM
DLλ ≥0	True	|	λ ≥0	True	|	DLλ λ ==(
DLλ1 ≥0	$(a + b\,pM)\,pR \ge a\,pM + b\,pR^2 + UD + UR$	|	λ1 ≥0	True	|	DLλ1 λ1
DLλ2 ≥0	$(-c1 + pM)(a - b\,pR) \ge 0$	|	λ2 ≥0	λ2 ≥ 0	|	DLλ2 λ2

Aus λ2≥0 folgt (a-b pR) (1+λ2)≥0, es muss aber gelten (a-b pR) (1+λ2)≤0 ("DLpM≤0")

Zu Nr. 4 → unzulässig!

In[25]:= **KuhnTuckerDreiNebenbedingungen[pM, λ, 0, 0, UR, UD, UM]**

Out[25]//TableForm=

DLpM ≤0	$a \le b\,pR$	|	pM ≥0	pM ≥ 0	|	DLpM pM
DLλ ≥0	True	|	λ ≥0	True	|	DLλ λ ==(
DLλ1 ≥0	$(a + b\,pM)\,pR \ge a\,pM + b\,pR^2 + UD + UR$	|	λ1 ≥0	True	|	DLλ1 λ1
DLλ2 ≥0	$(-c1 + pM)(a - b\,pR) \ge UM$	|	λ2 ≥0	True	|	DLλ2 λ2

Es muss gelten $\frac{a}{b} \ge pR$, Widerspruch zu "DLpM≤0"

Zu Nr. 5 - (kein Widerspruch)

In[26]:= **KuhnTuckerDreiNebenbedingungen**$\left[c1 + \frac{UM}{a - b\,pR},\right.$
$\left.\lambda, 1 + \lambda 2, \lambda 2, UR, (pR - c1)(a - b\,pR) - UM - UR, UM\right]$

Out[26]//TableForm=

DLpM ≤0	True	|	pM ≥0	$c1 + \frac{UM}{a-b\,pR} \ge 0$	|	DLpM pM ==0	True
DLλ ≥0	True	|	λ ≥0	True	|	DLλ λ ==0	True
DLλ1 ≥0	True	|	λ1 ≥0	$1 + \lambda 2 \ge 0$	|	DLλ1 λ1 ==0	True
DLλ2 ≥0	True	|	λ2 ≥0	$\lambda 2 \ge 0$	|	DLλ2 λ2 ==0	True

Wegen λ1=1+λ2 ist Nr. 5 die untere Preisschranke von pM

Zu Nr. 6 - kein Widerspruch

In[27]:= **KuhnTuckerDreiNebenbedingungen**$\left[\frac{-a\,pR + b\,pR^2 + UD + UR}{-a + b\,pR}, \lambda, 1, 0, UR, UD, UM\right]$

Out[27]//TableForm=

DLpM ≤0	True	|	pM ≥0	$\frac{-a\,pR+b\,pR^2+UD+UR}{-a+b\,pR} \ge 0$
DLλ ≥0	True	|	λ ≥0	True
DLλ1 ≥0	True	|	λ1 ≥0	True
DLλ2 ≥0	$(a + b\,c1)\,pR \ge a\,c1 + b\,pR^2 + UD + UM + UR$	|	λ2 ≥0	True

Aus den Kuhn-Tucker-Bedingungen folgt folgende zulässige Lösung:

Nr. 6: $pM == \frac{-a\,pR + b\,pR^2 + UD + UR}{-a + b\,pR}$ && $\lambda 1 == 1$ && $\lambda 2 == 0$ && $a - b\,pR \neq 0$

Deckungsbeiträge und Preise lauten wie folgt, wenn der Hersteller folgenden Preis pM wählt

aus Nr. 6

In[28]:= **pM :=** $\frac{-a\,pR + b\,pR^2 + UD + UR}{-a + b\,pR}$

In[29]:= **Ergebnisse**

Out[29]//TableForm=

	Hersteller	Distribuent	Händle
Deckungsbeitrag	$-a\,c1 + a\,pR + b\,c1\,pR - b\,pR^2 - UD - UR$	UD	UR
Preis	$\frac{-a\,pR+b\,pR^2+UD+UR}{-a+b\,pR}$	$pR + \frac{UR}{-a+b\,pR}$	pR
Menge	$a - b\,pR$	$a - b\,pR$	a - b pI

Ausführung: Berechnungsmöglichkeit $4^{nK}_{d,3}$

Einlesen von Modulen

```
In[1]:= << "LineareNachfrage.m";
        << "ModuleUndZuweisungenNrFuenf.m"
        << "ErgebnisseDeterministischNrZwei.m"
```

Hersteller

- **Der Hersteller optimiert seinen Deckungsbeitrag, indem er den Verkaufspreis pR und seinen Preis pM simultan festlegt**

In[4]:= **LagrangeFunktionDreiNebenbedingungen**

Out[4]= $(-c1 + pM)\,(a - b\,pR) + ((a - b\,pR)\,(pR - pW) - UR)\,\lambda + ((a - b\,pR)\,(-pM + pW) - UD)\,\lambda1 + ((-c1 + pM)\,(a - b\,pR) - UM)\,\lambda2$

In[5]:= **AbleitungLagrangeVierNebenbedingungen**

$-(a - b\,pR)\,(-1 + \lambda1 - \lambda2)$

$a\,\lambda + b\,(-2\,pR\,\lambda + pW\,\lambda - pW\,\lambda1 + pM\,(-1 + \lambda1 - \lambda2) + c1\,(1 + \lambda2))$

$(a - b\,pR)\,(pR - pW) - UR$

$(a - b\,pR)\,(-pM + pW) - UD$

$(-c1 + pM)\,(a - b\,pR) - UM$

In[6]:= **ModuleLoesungskandidatenSim**

Nr. 1: $b == 0\ \&\&\ pM == pW - \frac{UD}{a}\ \&\&\ \lambda == 0\ \&\&\ \lambda1 == 1\ \&\&\ \lambda2 == 0\ \&\&\ a \neq 0$

Nr. 2: $a == b\,pW\ \&\&\ pM == c1\ \&\&\ pR == pW\ \&\&\ UM == 0\ \&\&\ UR == 0\ \&\&\ \lambda1 == 0\ \&\&\ b \neq 0$

Nr. 3: $a == b\,pW\ \&\&\ pM == c1\ \&\&\ pR == pW\ \&\&\ UR == 0\ \&\&\ \lambda1 == 0\ \&\&\ \lambda2 == 0\ \&\&\ b \neq 0$

Nr. 4: $b == 0\ \&\&\ c1 == pW\ \&\&\ pM == \frac{a\,pW + UM}{a}\ \&\&\ UD == -UM\ \&\&\ \lambda == 0\ \&\&\ \lambda1 == 1 + \lambda2\ \&\&\ a \neq 0$

Nr. 5: $b == 0\ \&\&\ pM == \frac{a\,c1 + UM}{a}\ \&\&\ pR == \frac{a\,pW + UR}{a}\ \&\&$
$UD == -a\,c1 + a\,pW - UM\ \&\&\ \lambda == 0\ \&\&\ \lambda1 == 1 + \lambda2\ \&\&\ a \neq 0$

Nr. 6: $b == 0\ \&\&\ pM == \frac{c1\,UD + pW\,UM}{UD + UM}\ \&\&$
$UM == -a\,c1 + a\,pW - UD\ \&\&\ \lambda == 0\ \&\&\ \lambda1 == 1 + \lambda2\ \&\&\ a \neq 0\ \&\&\ c1 - pW \neq 0$

Nr. 7: $c1 == pW\ \&\&\ pM == pW\ \&\&\ UD == 0\ \&\&\ UM == 0\ \&\&\ \lambda == 0\ \&\&\ \lambda1 == 1 + \lambda2\ \&\&\ b \neq 0$

Nr. 8: $c1 == pW\ \&\&\ pM == pW\ \&\&\ UD == 0\ \&\&\ \lambda == 0\ \&\&\ \lambda1 == 1\ \&\&\ \lambda2 == 0\ \&\&\ b \neq 0$

Nr. 9: $c1 == pW\ \&\&\ pR == \frac{a - \frac{UD}{-pM+pW}}{b}\ \&\&\ \lambda == 0\ \&\&\ \lambda1 == 1\ \&\&\ \lambda2 == 0\ \&\&\ b \neq 0\ \&\&\ pM - pW \neq 0$

Nr. 10: $c1 == pW\ \&\&\ pR == \frac{a\,pM - a\,pW - UM}{b\,(pM - pW)}\ \&\&$
$UD == -UM\ \&\&\ \lambda == 0\ \&\&\ \lambda1 == 1 + \lambda2\ \&\&\ b \neq 0\ \&\&\ pM - pW \neq 0$

Nr. 11: $a == b\,pW\ \&\&\ c1 == pW\ \&\&\ pM == pW\ \&\&\ pR == pW\ \&\&\ UD == 0\ \&\&\ UM == 0\ \&\&\ UR == 0\ \&\&\ b \neq 0$

Nr. 12: $a == b\,pW\ \&\&\ c1 == pW\ \&\&\ pM == pW\ \&\&\ pR == pW\ \&\&\ UD == 0\ \&\&\ UR == 0\ \&\&\ \lambda2 == 0\ \&\&\ b \neq 0$

Nr. 13:

$$a == b\ pW \&\& c1 == pW \&\& pR == pW \&\& UD == 0 \&\& UM == 0 \&\& UR == 0 \&\& \lambda 1 == 1 + \lambda 2 \&\& b \neq 0$$

Nr. 14: $a == b\ pW \&\& c1 == pW \&\& pR == pW \&\& UD == 0 \&\& UR == 0 \&\& \lambda 1 == 1 \&\& \lambda 2 == 0 \&\& b \neq 0$

Nr. 15: $c1 == pW \&\& pM == \frac{-a\ UD + b\ pW\ UD + 2\ b\ pW\ UR}{2\ b\ UR} \&\& pR == \frac{a + b\ pW}{2\ b} \&\&$

$a^2 - 2\ a\ b\ pW == b\ (-b\ pW^2 + 4\ UR) \&\& \lambda 1 == 1 \&\& \lambda 2 == 0 \&\& b \neq 0 \&\& UR \neq 0$

Nr. 16: $c1 == pW \&\& pM == \frac{a\ UM - b\ pW\ UM + 2\ b\ pW\ UR}{2\ b\ UR} \&\& pR == \frac{a + b\ pW}{2\ b} \&\&$

$a^2 - 2\ a\ b\ pW == b\ (-b\ pW^2 + 4\ UR) \&\& UD == -UM \&\& \lambda 1 == 1 + \lambda 2 \&\& b \neq 0 \&\& UR \neq 0$

Nr. 17: $pM == pW \&\& pR == pW \&\& UD == 0 \&\& UR == 0 \&\&$

$\lambda == \frac{b\ (-c1 + pW)}{a - b\ pW} \&\& \lambda 1 == 1 \&\& \lambda 2 == 0 \&\& b \neq 0 \&\& a - b\ pW \neq 0$

Nr. 18: $pM == pW - \frac{UD^2}{a\ UD - b\ pW\ UD} \&\& pR == pW \&\& UR == 0 \&\&$

$\lambda == \frac{b\ (c1 - pW)}{-a + b\ pW} \&\& \lambda 1 == 1 \&\& \lambda 2 == 0 \&\& b \neq 0 \&\& a - b\ pW \neq 0 \&\& UD \neq 0$

Nr. 19: $pM == \frac{c1\ UD + pW\ UM}{UD + UM} \&\& pR == \frac{a\ c1 - a\ pW + UD + UM}{b\ (c1 - pW)} \&\&$

$$\frac{1}{b\ c1 - b\ pW} == \frac{1}{b\ (c1 - pW)} \&\& UR == -UD - \frac{a\ UD}{b\ (c1 - pW)} + \frac{c1\ UD}{c1 - pW} -$$

$$\frac{UD^2}{b\ (c1 - pW)^2} - UM - \frac{a\ UM}{b\ (c1 - pW)} + \frac{c1\ UM}{c1 - pW} - \frac{2\ UD\ UM}{b\ (c1 - pW)^2} - \frac{UM^2}{b\ (c1 - pW)^2} \&\&$$

$$\lambda 1 == \left(1 + \frac{a}{b\ (c1 - pW)} - \frac{c1}{c1 - pW} + \frac{2\ UD}{b\ (c1 - pW)^2} + \frac{2\ UM}{b\ (c1 - pW)^2}\right) \lambda \&\&$$

$$\lambda 2 == -1 + \lambda + \frac{a\ \lambda}{b\ (c1 - pW)} - \frac{c1\ \lambda}{c1 - pW} + \frac{2\ UD\ \lambda}{b\ (c1 - pW)^2} + \frac{2\ UM\ \lambda}{b\ (c1 - pW)^2} \&\&$$

$b \neq 0 \&\& c1 - pW \neq 0 \&\& UD + UM \neq 0$

Nr. 20: $pM == pW - \frac{a\ UD}{2\ b\ UR} + \frac{pW\ UD}{2\ UR} - \frac{UD\ \sqrt{a^2 - 2\ a\ b\ pW + b^2\ pW^2 - 4\ b\ UR}}{2\ b\ UR} \&\&$

$$pR == \frac{a + b\ pW + \sqrt{a^2 - 2\ a\ b\ pW + b^2\ pW^2 - 4\ b\ UR}}{2\ b} \&\&$$

$$\lambda == -\frac{c1\ \sqrt{a^2 - 2\ a\ b\ pW + b^2\ pW^2 - 4\ b\ UR}}{-\frac{a^2}{b} + 2\ a\ pW - b\ pW^2 + 4\ UR} + \frac{pW\ \sqrt{a^2 - 2\ a\ b\ pW + b^2\ pW^2 - 4\ b\ UR}}{-\frac{a^2}{b} + 2\ a\ pW - b\ pW^2 + 4\ UR} \&\&$$

$\lambda 1 == 1 \&\& \lambda 2 == 0 \&\& b \neq 0 \&\& UR \neq 0 \&\&$

$a^2 - 2\ a\ b\ pW + b^2\ pW^2 - 4\ b\ UR \neq 0 \&\& -a^2 + 2\ a\ b\ pW - b^2\ pW^2 + 4\ b\ UR \neq 0$

Nr. 21: $pM == pW - \frac{a\ UD}{2\ b\ UR} + \frac{pW\ UD}{2\ UR} + \frac{UD\ \sqrt{a^2 - 2\ a\ b\ pW + b^2\ pW^2 - 4\ b\ UR}}{2\ b\ UR} \&\&$

$$pR == \frac{a + b\ pW - \sqrt{a^2 - 2\ a\ b\ pW + b^2\ pW^2 - 4\ b\ UR}}{2\ b} \&\&$$

$$\lambda == \frac{c1\ \sqrt{a^2 - 2\ a\ b\ pW + b^2\ pW^2 - 4\ b\ UR}}{-\frac{a^2}{b} + 2\ a\ pW - b\ pW^2 + 4\ UR} - \frac{pW\ \sqrt{a^2 - 2\ a\ b\ pW + b^2\ pW^2 - 4\ b\ UR}}{-\frac{a^2}{b} + 2\ a\ pW - b\ pW^2 + 4\ UR} \&\&$$

$\lambda 1 == 1 \&\& \lambda 2 == 0 \&\& b \neq 0 \&\& UR \neq 0 \&\&$

$a^2 - 2\ a\ b\ pW + b^2\ pW^2 - 4\ b\ UR \neq 0 \&\& -a^2 + 2\ a\ b\ pW - b^2\ pW^2 + 4\ b\ UR \neq 0$

Nr. 22: $c1 == pW \&\& pM == pW + \frac{UM^2}{a\ UM - b\ pW\ UM} \&\& pR == pW \&\&$

$UD == -UM \&\& UR == 0 \&\& \lambda == 0 \&\& \lambda 1 == 1 + \lambda 2 \&\& b \neq 0 \&\& a - b\ pW \neq 0 \&\& UM \neq 0$

Nr. 23: $c1 == pW \&\& pM == pW + \frac{a\ UM}{2\ b\ UR} - \frac{pW\ UM}{2\ UR} - \frac{UM\ \sqrt{a^2 - 2\ a\ b\ pW + b^2\ pW^2 - 4\ b\ UR}}{2\ b\ UR} \&\&$

$$pR == \frac{a + b\ pW - \sqrt{a^2 - 2\ a\ b\ pW + b^2\ pW^2 - 4\ b\ UR}}{2\ b} \&\& UD == -UM \&\& \lambda == 0 \&\& \lambda 1 == 1 + \lambda 2 \&\&$$

$b \neq 0 \&\& UR \neq 0 \&\& a^2 - 2\ a\ b\ pW + b^2\ pW^2 - 4\ b\ UR \neq 0 \&\& -a^2 + 2\ a\ b\ pW - b^2\ pW^2 + 4\ b\ UR \neq 0$

Nr. 24: $c1 == pW \&\& pM == pW + \frac{a\ UM}{2\ b\ UR} - \frac{pW\ UM}{2\ UR} + \frac{UM\ \sqrt{a^2 - 2\ a\ b\ pW + b^2\ pW^2 - 4\ b\ UR}}{2\ b\ UR} \&\&$

$$pR == \frac{a + b\ pW + \sqrt{a^2 - 2\ a\ b\ pW + b^2\ pW^2 - 4\ b\ UR}}{2\ b} \&\& UD == -UM \&\& \lambda == 0 \&\& \lambda 1 == 1 + \lambda 2 \&\&$$

$b \neq 0 \&\& UR \neq 0 \&\& a^2 - 2\ a\ b\ pW + b^2\ pW^2 - 4\ b\ UR \neq 0 \&\& -a^2 + 2\ a\ b\ pW - b^2\ pW^2 + 4\ b\ UR \neq 0$

Zu Nr. 1 bis 6 - wird nicht betrachtet

Wenn $pW = pR = \frac{a}{b}$ gilt, ist $d(pR) = 0$. Dieser Fall soll nicht weiter betrachtet werden.

Zu Nr.7, 8 - wird nicht betrachtet

Da keine spezielle Lösung für pR angegeben ist, wird diese Lösung nicht betrachtet

Zu Nr. 9 → unzulässig!

Wegen $pR == \frac{a}{b} + \frac{UD}{b(pM - c1)}$ und $pR \leq \frac{a}{b}$, wegen $y = a - b\,pR \geq 0$: unzulässig

Zu Nr. 10 → unzulässig!

Unzulässig wegen $UD == -UM$

Zu Nr. 11 bis 14 → unzulässig!

Wegen $pM \leq pW \leq pR \leq \frac{a}{b}$, wegen $y = a - b\,pR \geq 0$: unzulässig

Zu Nr. 15 → unzulässig!

Es muss gelten $c1 \leq pM$;
es ist aber $pM = c1 - \frac{(a - b\,c1)\,UD}{2\,b\,UR}$ und damit $pM \geq 0$ für $UD \neq 0$: unzulässig

Zu Nr. 16 → unzulässig!

Unzulässig wegen $UD = -UM$

Zu Nr. 17 - kein Widerspruch

In[7]:= **KuhnTuckerVierNebenbedingungen**$\left[pW,\ pW,\ \frac{b\,(pW - c1)}{a - b\,pW},\ \lambda 1,\ \lambda 2,\ 0,\ 0,\ UM\right]$

Out[7]//TableForm=

DLpM ≤0	$0 \leq (a - b\,pW)\,(-1 + \lambda 1 - \lambda 2)$	pM ≥0	$pW \geq 0$	DLpM pM
DLpR ≤0	$b\,(c1 - pW)\,\lambda 2 \leq 0$	pR ≥0	$pW \geq 0$	DLpR pR
DLλ ≥0	True	λ ≥0	$\frac{b\,(-c1+pW)}{a-b\,pW} \geq 0$	DLλ λ ==0
DLλ1 ≥0	True	λ1 ≥0	$\lambda 1 \geq 0$	DLλ1 λ1
DLλ2 ≥0	$(-c1 + pW)\,(a - b\,pW) \geq UM$	λ2 ≥0	$\lambda 2 \geq 0$	DLλ2 λ2

Zu Nr. 18 - kein Widerspruch

In[8]:= **KuhnTuckerVierNebenbedingungen**$\left[pW - \frac{UD}{a - b\,pW},\ pW,\ \frac{b\,(pW - c1)}{a - b\,pW},\ 1,\ 0,\ 0,\ UD,\ UM\right]$

Out[8]//TableForm=

DLpM ≤0	True	pM ≥0	$pW + \frac{UD}{-a+b\,pW} \geq 0$
DLpR ≤0	True	pR ≥0	$pW \geq 0$
DLλ ≥0	True	λ ≥0	$\frac{b\,(-c1+pW)}{a-b\,pW} \geq 0$
DLλ1 ≥0	True	λ1 ≥0	True
DLλ2 ≥0	$(a + b\,c1)\,pW \geq a\,c1 + b\,pW^2 + UD + UM$	λ2 ≥0	True

Zu Nr. 20 → unzulässig!

Unzulässig wegen $\lambda = -\frac{b\,(pW - c1)}{\sqrt{(a - b\,pW)^2 - 4\,b\,UR}} < 0$

Zu Nr. 21 - kein Widerspruch

In[9]:= $$\mathbf{KuhnTuckerVierNebenbedingungen}\left[pW - \frac{(a - b\,pW)\,UD}{2\,b\,UR} + \frac{UD\sqrt{(a - b\,pW)^2 - 4\,b\,UR}}{2\,b\,UR},\ \frac{a + b\,pW - \sqrt{(a - b\,pW)^2 - 4\,b\,UR}}{2\,b},\ \frac{b\,(pW - c1)}{\sqrt{(a - b\,pW)^2 - 4\,b\,UR}},\ 1,\ 0,\ UR,\ UD,\ UM\right]$$

Out[9]//TableForm=

DLpM ≤0	True	|	pM ≥
DLpR ≤0	True	|	pR ≥
DLλ ≥0	True	|	λ ≥0
DLλ1 ≥0	True	|	λ1 ≥
DLλ2 ≥0	$\frac{1}{2}\left(-2\,(UD + UM) + (-c1 + pW)\left(a - b\,pW + \sqrt{(a - b\,pW)^2 - 4\,b\,UR}\right)\right) \geq 0$	|	λ2 ≥

Zu Nr. 22 → unzulässig!

Da $pM = c1 + \frac{UM}{a - b\,c1}$ und $pR = c1$ und damit $pM \geq pR$ sowie $UD = -UM$: unzulässig

Zu Nr. 23 → unzulässig!

Unzulässig wegen $UD = -UM$

Zu Nr. 24 → unzulässig!

Da $pM = c1 + \frac{(a - b\,c1)\,UM + UM\sqrt{(a - b\,c1)^2 - 4\,b\,UR}}{2\,b\,UR}$ und $pW =$
$c1$ und damit $pM \geq pR$ sowie $UD = -UM$: unzulässig

Zu Nr. 25 - kein Widerspruch

In[10]:= $$\mathbf{KuhnTuckerVierNebenbedingungen}\left[\frac{a + b\,c1}{2\,b} - \frac{2\,(UR + UD)}{a - b\,c1},\ \frac{a + b\,c1}{2\,b},\ 0,\ 1,\ 0,\ UR,\ UD,\ UM\right]$$

Out[10]//TableForm=

DLpM ≤0	True	|	pM ≥0	$\frac{a+b\,c1}{2\,b} \geq \frac{2\,(UD+UR)}{a-b\,c1}$	|	DL
DLpR ≤0	$b\,(c1 - pW) \leq 0$	|	pR ≥0	$\frac{a+b\,c1}{2\,b} \geq 0$	|	DL
DLλ ≥0	$\frac{(a-b\,c1)\,(a+b\,(c1-2\,pW))-4\,b\,UR}{4\,b} \geq 0$	|	λ ≥0	True	|	DL
DLλ1 ≥0	$\frac{(-a+b\,c1)\,(a+b\,(c1-2\,pW))}{4\,b} + UR \geq 0$	|	λ1 ≥0	True	|	DL
DLλ2 ≥0	$\frac{a^2-2\,a\,b\,c1+b\,(b\,c1^2-4\,(UD+UM+UR))}{4\,b} \geq 0$	|	λ2 ≥0	True	|	DL

Kein Widerspruch, wenn $pW = \frac{a+b\,c1}{2\,b} - \frac{2\,UR}{a-b\,c1}$ gilt

Aus den Kuhn-Tucker-Bedingungen folgen folgende zulässige Lösungen:

Nr. 17: $pM == pW\ \&\&\ pR == pW\ \&\&\ UD == 0\ \&\&$
$UR == 0\ \&\&\ \lambda == \frac{b\,(-c1 + pW)}{a - b\,pW}\ \&\&\ \lambda1 == 1\ \&\&\ \lambda2 == 0\ \&\&\ b \neq 0\ \&\&\ a - b\,pW \neq 0$

Nr. 18: $pM == pW - \frac{UD^2}{a\,UD - b\,pW\,UD}\ \&\&\ pR == pW\ \&\&\ UR == 0\ \&\&$
$\lambda == \frac{b\,(c1 - pW)}{-a + b\,pW}\ \&\&\ \lambda1 == 1\ \&\&\ \lambda2 == 0\ \&\&\ b \neq 0\ \&\&\ a - b\,pW \neq 0\ \&\&\ UD \neq 0$

Nr. 21: $pM == pW - \frac{a\ UD}{2\ b\ UR} + \frac{pW\ UD}{2\ UR} + \frac{UD \sqrt{a^2 - 2\ a\ b\ pW + b^2\ pW^2 - 4\ b\ UR}}{2\ b\ UR}$ &&

$pR == \frac{a + b\ pW - \sqrt{a^2 - 2\ a\ b\ pW + b^2\ pW^2 - 4\ b\ UR}}{2\ b}$ &&

$\lambda == \frac{c1 \sqrt{a^2 - 2\ a\ b\ pW + b^2\ pW^2 - 4\ b\ UR}}{-\frac{a^2}{b} + 2\ a\ pW - b\ pW^2 + 4\ UR} - \frac{pW \sqrt{a^2 - 2\ a\ b\ pW + b^2\ pW^2 - 4\ b\ UR}}{-\frac{a^2}{b} + 2\ a\ pW - b\ pW^2 + 4\ UR}$ && $\lambda1 == 1$ &&

$\lambda2 == 0$ && $b \neq 0$ && $UR \neq 0$ && $a^2 - 2\ a\ b\ pW + b^2\ pW^2 - 4\ b\ UR \neq 0$ && $-a^2 + 2\ a\ b\ pW - b^2\ pW^2 + 4\ b\ UR \neq 0$

Nr. 25:

$pM == \frac{a + b\ c1}{2\ b} - \frac{2\ (UR + UD)}{a - b\ c1}$ && $pR == \frac{a + b\ c1}{2\ b}$ && $\lambda == 0$ && $\lambda1 == 1$ && $\lambda2 == 0$ && $a - b\ c1 \neq 0$ && $b \neq 0$

Es werden nun die einzelnen Lösungen überprüft

Nr. 17

In[11]:=
```
Clear[pW]
pM := pW;
pR := pW;
```

In[14]:=
```
{Haendler[pR, pW], Distribuent[pR, pW, pM], Hersteller[pR, pM]} // FullSimplify
```

Out[14]= $\{0,\ 0,\ (-c1 + pW)\ (a - b\ pW)\}$

Weder Haendler noch Distribuent können ihre Deckungsbeiträge maximieren, da sie unabhängig vom Preis pW sind.

Nr. 18

In[15]:=
```
Clear[pW]
```
$pM := pW - \frac{UD^2}{a\ UD - b\ pW\ UD};$

```
pR := pW;
```

In[18]:=
```
{Haendler[pR, pW], Distribuent[pR, pW, pM], Hersteller[pR, pM]} // FullSimplify
```

Out[18]= $\{0,\ UD,\ (c1 - pW)\ (-a + b\ pW) - UD\}$

Weder Haendler noch Distribuent können ihre Deckungsbeiträge maximieren, da sie unabhängig vom Preis pW sind.

Nr. 21

In[19]:=
```
Clear[pW]
```
$pM := pW - \frac{a\ UD}{2\ b\ UR} + \frac{pW\ UD}{2\ UR} + \frac{UD \sqrt{a^2 - 2\ a\ b\ pW + b^2\ pW^2 - 4\ b\ UR}}{2\ b\ UR};$

$pR := \frac{a + b\ pW - \sqrt{a^2 - 2\ a\ b\ pW + b^2\ pW^2 - 4\ b\ UR}}{2\ b};$

In[22]:=
```
{Haendler[pR, pW], Distribuent[pR, pW, pM], Hersteller[pR, pM]} // FullSimplify
```

Out[22]= $\left\{UR,\ UD,\ \frac{1}{2}\left(-2\ UD + (-c1 + pW)\left(a - b\ pW + \sqrt{(a - b\ pW)^2 - 4\ b\ UR}\right)\right)\right\}$

Weder Haendler noch Distribuent können ihre Deckungsbeiträge maximieren, da sie unabhängig vom Preis pW sind.

Nr. 25

In[23]:=
```
Clear[pW]
```
$pM := \frac{a + b\ c1}{2\ b} - \frac{2\ (UR + UD)}{a - b\ c1};$

$pR := \frac{a + b\ c1}{2\ b};$

In[26]:=
```
{Haendler[pR, pW], Distribuent[pR, pW, pM], Hersteller[pR, pM]} // FullSimplify
```

Out[26]=
$$\left\{\frac{(a-b\,c1)\,(a+b\,(c1-2\,pW))}{4\,b},\ \frac{-a^2+2\,a\,b\,pW+b\,(b\,c1\,(c1-2\,pW)+4\,(UD+UR))}{4\,b},\ \frac{a^2-2\,a\,b\,c1+b\,(b\,c1^2-4\,(UD+UR))}{4\,b}\right\}$$

Distribuent

■ Der Distribuent optimiert seinen Deckungsbeitrag unter Nebenbedingungen

In[27]:=
```
L = Distribuent[pR, pW, pM] + λ (-UR + Haendler[pR, pW]) +
   λ1 (-UD + Distribuent[pR, pW, pM]) // Simplify
```

Out[27]=
$$\frac{1}{4\,b}\left(a^2\,(-1+\lambda-\lambda1)+2\,a\,b\,pW\,(1-\lambda+\lambda1)+b\,(-b\,c1\,(c1-2\,pW)\,(-1+\lambda-\lambda1)+4\,(UD+UR-UR\,\lambda+UR\,\lambda1))\right)$$

In[28]:=
```
Simplify[DLpW = D[L, pW]]
Simplify[DLλ = D[L, λ]]
Simplify[DLλ1 = D[L, λ1]]
```

Out[28]= $-\frac{1}{2}\,(a-b\,c1)\,(-1+\lambda-\lambda1)$

Out[29]= $\frac{a^2-2\,a\,b\,pW-b\,(b\,c1\,(c1-2\,pW)+4\,UR)}{4\,b}$

Out[30]= $\frac{-a^2+2\,a\,b\,pW+b\,(b\,c1\,(c1-2\,pW)+4\,UR)}{4\,b}$

In[31]:=
```
ModuleLoesungskandidatenDesR
```

Nr. 1: $a == b\,c1\ \&\&\ UR == 0\ \&\&\ b \neq 0$

Nr. 2: $a == b\,c1\ \&\&\ \lambda == 0\ \&\&\ \lambda1 == 0\ \&\&\ b \neq 0$

Nr. 3: $pW == \frac{1}{2}\left(\frac{a}{b}+c1-\frac{4\,UR}{a-b\,c1}\right)\ \&\&\ \lambda == 1+\lambda1\ \&\&\ b \neq 0\ \&\&\ a-b\,c1 \neq 0$

Nr. 4: $pW == \frac{1}{2}\left(\frac{a}{b}+c1-\frac{4\,UR}{a-b\,c1}\right)\ \&\&\ \lambda == 1\ \&\&\ \lambda1 == 0\ \&\&\ b \neq 0\ \&\&\ a-b\,c1 \neq 0$

Überprüfung der Zulässigkeit der Kuhn-Tucker-Bedingungen

Zu Nr. 1, 2 - wird nicht betrachtet

keine Aussage über pW

Zu Nr. 3 - kein Widerspruch

In[32]:= KuhnTuckerZweiNebenbedingungen$\left[\frac{1}{2}\left(\frac{a}{b}+c1-\frac{4\,UR}{a-b\,c1}\right),\ 1+\lambda1,\ \lambda1,\ UR,\ UD\right]$

Out[32]//TableForm=

DLpW ≤0	True	|	pW ≥0	$\frac{1}{2}\left(\frac{a}{b}+c1-\frac{4\,UR}{a-b\,c1}\right) \geq 0$	|	DLpW pW ==0	Tru
DLλ ≥0	True	|	λ ≥0	True	|	DLλ λ ==0	Tru
DLλ1 ≥0	True	|	λ1 ≥0	True	|	DLλ1 λ1 ==0	Tru

Zu Nr. 4 - kein Widerspruch

In[33]:= KuhnTuckerZweiNebenbedingungen$\left[\frac{1}{2}\left(\frac{a}{b}+c1-\frac{4\,UR}{a-b\,c1}\right),\ 1,\ 0,\ UR,\ UD\right]$

Out[33]//TableForm=

DLpW ≤0	True	|	pW ≥0	$\frac{1}{2}\left(\frac{a}{b}+c1-\frac{4\,UR}{a-b\,c1}\right) \geq 0$	|	DLpW pW ==0	Tru
DLλ ≥0	True	|	λ ≥0	True	|	DLλ λ ==0	Tru
DLλ1 ≥0	True	|	λ1 ≥0	True	|	DLλ1 λ1 ==0	Tru

Aus den Kuhn-Tucker-Bedingungen folgen folgende zulässige Lösungen:

Nr. 3: $pW == \frac{1}{2}\left(\frac{a}{b} + c - \frac{4\,UR}{a - b\,c}\right)$ && $\lambda == 1 + \lambda1$ && $b \neq 0$ && $a - b\,c \neq 0$

Nr. 4: $pW == \frac{1}{2}\left(\frac{a}{b} + c - \frac{4\,UR}{a - b\,c}\right)$ && $\lambda == 1$ && $\lambda1 == 0$ && $b \neq 0$ && $a - b\,c \neq 0$

Nr. 3 und Nr. 4 ergeben eine Lösung, da Nr. 4 eine spezielle Lösung von Nr. 3 ist

Deckungsbeiträge und Preise lauten wie folgt, wenn der Distribuent seinen Preis pW wählt

aus Nr. 3 und 4

In[34]:= $\mathbf{pW := \frac{1}{2}\left(\frac{a}{b} + c1 - \frac{4\,UR}{a - b\,c1}\right)}$

In[35]:= **Ergebnisse**

Out[35]//TableForm=

	Hersteller	Distribuent	Händler
Deckungsbeitrag	$\frac{a^2 - 2\,a\,b\,c1 + b\,(b\,c1^2 - 4\,(UD + UR))}{4\,b}$	UD	UR
Preis	$\frac{a + b\,c1}{2\,b} - \frac{2\,(UD + UR)}{a - b\,c1}$	$\frac{1}{2}\left(\frac{a}{b} + c1 - \frac{4\,UR}{a - b\,c1}\right)$	$\frac{a + b\,c1}{2\,b}$
Menge	$\frac{1}{2}\,(a - b\,c1)$	$\frac{1}{2}\,(a - b\,c1)$	$\frac{1}{2}\,(a - b\,c1)$

B.4.2 Programm 12

Ausführung für die Berechnungsmöglichkeit $4^{nK}_{d,3}$ des Beispiels 5.1.1-1

Einlesen von Modulen

In[1]:=
```
<< "LineareNachfrage.m";
<< "ModuleUndZuweisungenNrFuenf.m";
<< "LineareNachfrageParameter.m";
<< "ErgebnisseDeterministischNrZwei.m"
```

Weitere Parameterwerte

In[5]:=
```
UR = 10; (* Mindestdeckungsbeitrag des Händlers *)
UD = 15; (* Mindestdeckungsbeitrag des Distribuents *)
UM = 20; (* Mindestdeckungsbeitrag des Herstellers *)
```

Hersteller

Der Hersteller legt die Preise pR und pM simultan fest, die seinen Deckungsbeitrag maximieren

In[8]:= **LagrangeFunktionDreiNebenbedingungen**

Out[8]= $-25\,(-3 + pM)\,(-8 + pR) + (-10 - 25\,(-8 + pR)\,(pR - pW))\,\lambda + (-15 + 25\,(-8 + pR)\,(pM - pW))\,\lambda1 + (-20 - 25\,(-3 + pM)\,(-8 + pR))\,\lambda2$

In[9]:= **AbleitungLagrangeVierNebenbedingungen**

$25\,(-8 + pR)\,(-1 + \lambda1 - \lambda2)$

$25\,(3 + (8 - 2\,pR + pW)\,\lambda - pW\,\lambda1 + pM\,(-1 + \lambda1 - \lambda2) + 3\,\lambda2)$

$-10 - 25\,(-8 + pR)\,(pR - pW)$

$-15 + 25\,(-8 + pR)\,(pM - pW)$

$-20 - 25\,(-3 + pM)\,(-8 + pR)$

In[10]:= **ModuleLoesungskandidatenSim**

Nr. 1: $pM == \frac{1}{45}\left(185 - 2\sqrt{445}\right)$ && $pR == \frac{1}{10}\left(55 - \sqrt{445}\right)$ &&
$pW == \frac{1}{90}\left(445 - 7\sqrt{445}\right)$ && $\lambda == \frac{7}{258}\left(-103\,\lambda1 + 5\sqrt{445}\,\lambda1\right)$ && $\lambda2 == -1 + \lambda1$

Nr. 2: $pM == \frac{1}{45}\left(185 + 2\sqrt{445}\right)$ && $pR == \frac{1}{10}\left(55 + \sqrt{445}\right)$ &&
$pW == \frac{1}{90}\left(445 + 7\sqrt{445}\right)$ && $\lambda == -\frac{7}{258}\left(103\,\lambda1 + 5\sqrt{445}\,\lambda1\right)$ && $\lambda2 == -1 + \lambda1$

Nr. 3: $pR == \frac{-117 + 40\,pM}{5\,(-3 + pM)}$ && $pW == 3$ && $\lambda == 0$ && $\lambda1 == 1$ && $\lambda2 == 0$

Nr. 4: $pM == \frac{1}{2}\left(-12 + \frac{7\,pW}{2} - \frac{3\sqrt{312 - 80\,pW + 5\,pW^2}}{2\sqrt{5}}\right)$ &&
$pR == \frac{1}{10}\left(40 + 5\,pW + \sqrt{5}\sqrt{312 - 80\,pW + 5\,pW^2}\right)$ &&
$\lambda == \frac{3\sqrt{5}\sqrt{312 - 80\,pW + 5\,pW^2} - \sqrt{5}\,pW\sqrt{312 - 80\,pW + 5\,pW^2}}{312 - 80\,pW + 5\,pW^2}$ &&
$\lambda1 == 1$ && $\lambda2 == 0$ && $312 - 80\,pW + 5\,pW^2 \neq 0$

Nr. 5: $pM == \frac{1}{2}\left(-12 + \frac{7\,pW}{2} + \frac{3\sqrt{312 - 80\,pW + 5\,pW^2}}{2\sqrt{5}}\right)$ &&
$pR == \frac{1}{10}\left(40 + 5\,pW - \sqrt{5}\sqrt{312 - 80\,pW + 5\,pW^2}\right)$ &&
$\lambda == \frac{-3\sqrt{5}\sqrt{312 - 80\,pW + 5\,pW^2} + \sqrt{5}\,pW\sqrt{312 - 80\,pW + 5\,pW^2}}{312 - 80\,pW + 5\,pW^2}$ &&
$\lambda1 == 1$ && $\lambda2 == 0$ && $312 - 80\,pW + 5\,pW^2 \neq 0$

Überprüfung der Zulässigkeit der Kuhn-Tucker-Bedingungen

Zu Nr. 1 - kein Widerspruch

Da eine (pR,pW,pM)-Preiskombination angegeben ist, kann diese direkt in die Deckungsbeitragsfunktionen eingesetzt werden.

In[11]:= **{Haendler[pR, pW], Distribuent[pR, pW, pM], Hersteller[pR, pM]} /.**
$\left\{pR \to \frac{1}{10}\left(55 - \sqrt{445}\right),\ pW \to \frac{1}{90}\left(445 - 7\sqrt{445}\right),\ pM \to \frac{1}{45}\left(185 - 2\sqrt{445}\right)\right\}$ **// N // Simplify**

Out[11]= {10., 15., 20.}

Streng genommen ist diese Lösung nicht zulässig, da der Deckungsbeitrag des Herstellers wegen λ2==-1+λ1 nicht maximiert, sondern minimiert wurde. Da in dieser Arbeit auch diese Lösung von Interesse ist, wird Nr. 1 zu den zulässigen Lösungen aufgenommen.

Zu Nr. 2 - kein Widerspruch

Da eine (pR,pW,pM)-Preiskombination angegeben ist, kann diese direkt in die Deckungsbeitragsfunktionen eingesetzt werden.

In[12]:= **{Haendler[pR, pW], Distribuent[pR, pW, pM], Hersteller[pR, pM]} /.**
$\left\{pR \to \frac{1}{10}\left(55 + \sqrt{445}\right),\ pW \to \frac{1}{90}\left(445 + 7\sqrt{445}\right),\ pM \to \frac{1}{45}\left(185 + 2\sqrt{445}\right)\right\}$ **// N // Simplify**

Out[12]= {10., 15., 20.}

Streng genommen ist diese Lösung nicht zulässig, da der Deckungsbeitrag des Herstellers wegen λ2==-1+λ1 nicht maximiert, sondern minimiert wurde. Da in dieser Arbeit auch diese Lösung von Interesse ist, wird Nr. 2 zu den zulässigen Lösungen aufgenommen.

Zu Nr. 3 → unzulässig!

In[13]:= $N\left[\text{KuhnTuckerVierNebenbedingungen}\left[pM, \frac{-117+40\,pM}{5\,(-3+pM)}, 0, 1, 0, UR, UD, UM\right] \text{ //. } pW \to 3\right]$

Out[13]//TableForm=

DLpM ≤0	True	pM ≥0	pM ≥ 0.	DLpM pM ==0	
DLpR ≤0	True	pR ≥0	$8. + \frac{0.6}{-3.+pM} \geq 0.$	DLpR pR ==0	
DLλ ≥0	$\frac{126.-5.\,pM\,(3.+2.\,pM)}{(-3.+pM)^2} \geq 0.$	λ ≥0	True	DLλ λ ==0	
DLλ1 ≥0	True	λ1 ≥0	True	DLλ1 λ1 ==0	
DLλ2 ≥0	False	λ2 ≥0	True	DLλ2 λ2 ==0	

Zu Nr. 4 → unzulässig!

In[14]:= $N\Big[\text{KuhnTuckerVierNebenbedingungen}\Big[\frac{1}{2}\left(-12+\frac{7\,pW}{2}-\frac{3\sqrt{312-80\,pW+5\,pW^2}}{2\sqrt{5}}\right), \frac{1}{10}\left(40+5\,pW+\sqrt{5}\sqrt{312-80\,pW+5\,pW^2}\right), \frac{3\sqrt{5}\sqrt{312-80\,pW+5\,pW^2}-\sqrt{5}\,pW\sqrt{312-80\,pW+5\,pW^2}}{312-80\,pW+5\,pW^2}, 1, 0, UR, UD, UM\Big]\Big]$

Out[14]//TableForm=

DLpM ≤0	True
DLpR ≤0	True
DLλ ≥0	True
DLλ1 ≥0	True
DLλ2 ≥0	$0. \geq 2.5\,\big(134.-55.\,pW+5.\,pW^2+2.23607\,(-3.+pW)\sqrt{312.+5.\,(-16.+pW)\,pW}$

Aus "λ≥0" folgt, dass pW≤3 sein muss. Wegen c1≤pM≤pW Widerspruch, wenn pW<3. Für pW=3 gilt für "DLλ2≥0" 0!≥35 . Widerspruch.

Zu Nr. 5 - kein Widerspruch für 3.304 ≤ pW ≤ 6.73509

In[15]:= $N\Big[\text{KuhnTuckerVierNebenbedingungen}\Big[\frac{1}{2}\left(-12+\frac{7\,pW}{2}+\frac{3\sqrt{312-80\,pW+5\,pW^2}}{2\sqrt{5}}\right), \frac{1}{10}\left(40+5\,pW-\sqrt{5}\sqrt{312-80\,pW+5\,pW^2}\right), \frac{-3\sqrt{5}\sqrt{312-80\,pW+5\,pW^2}+\sqrt{5}\,pW\sqrt{312-80\,pW+5\,pW^2}}{312-80\,pW+5\,pW^2}, 1, 0, UR, UD, UM\Big]\Big]$

Out[15]//TableForm=

DLpM ≤0	True
DLpR ≤0	True
DLλ ≥0	True
DLλ1 ≥0	True
DLλ2 ≥0	$2.5\,\big(-134.+55.\,pW-5.\,pW^2+2.23607\,(-3.+pW)\sqrt{312.+5.\,(-16.+pW)\,pW}\big) \geq$

Aus "λ≥0" folgt, dass pW≥3 sein muss. "DLλ2≥0" wird nur dann eingehalten, wenn pW≥3.304 ist. Ebenso muss pW≤ 6.73509 sein, damit 62.4 + (pW − 16) pW≥0 ist (keine negative Wurzeln!).

Aus den Kuhn-Tucker-Bedingungen folgen folgende zulässige Lösungen:

Nr. 1: $pM == \frac{1}{45}(185 - 2\sqrt{445})$ && $pR == \frac{1}{10}(55 - \sqrt{445})$ &&
$pW == \frac{1}{90}(445 - 7\sqrt{445})$ && $\lambda == \frac{7}{258}(-103\,\lambda 1 + 5\sqrt{445}\,\lambda 1)$ && $\lambda 2 == -1 + \lambda 1$

Nr. 2: $pM == \frac{1}{45}(185 + 2\sqrt{445})$ && $pR == \frac{1}{10}(55 + \sqrt{445})$ &&
$pW == \frac{1}{90}(445 + 7\sqrt{445})$ && $\lambda == -\frac{7}{258}(103\,\lambda 1 + 5\sqrt{445}\,\lambda 1)$ && $\lambda 2 == -1 + \lambda 1$

Nr. 5:
$pM == \frac{1}{2}\left(-12 + \frac{7\,pW}{2} + \frac{3\sqrt{312 - 80\,pW + 5\,pW^2}}{2\sqrt{5}}\right)$ && $pR == \frac{1}{10}\left(40 + 5\,pW - \sqrt{5}\sqrt{312 - 80\,pW + 5\,pW^2}\right)$ &&
$\lambda == \frac{-3\sqrt{5}\sqrt{312 - 80\,pW + 5\,pW^2} + \sqrt{5}\,pW\sqrt{312 - 80\,pW + 5\,pW^2}}{312 - 80\,pW + 5\,pW^2}$ &&
$\lambda 1 == 1$ && $\lambda 2 == 0$ && $312 - 80\,pW + 5\,pW^2 \neq 0$

Für Nr. 1 ist:

In[16]:= $pM := \frac{1}{45}(185 - 2\sqrt{445})$
$pW := \frac{1}{90}(445 - 7\sqrt{445})$
$pR := \frac{1}{10}(55 - \sqrt{445})$

In[19]:= **Ergebnisse // N**

Out[19]//TableForm=

	Hersteller	Distribuent	Händler	Kette
Deckungsbeitrag	20.	15.	10.	45.
Preis	3.17355	3.30372	3.3905	
Menge	115.238	115.238	115.238	

Für Nr. 2 ist:

In[20]:= $pM := \frac{1}{45}(185 + 2\sqrt{445})$
$pW := \frac{1}{90}(445 + 7\sqrt{445})$
$pR := \frac{1}{10}(55 + \sqrt{445})$

In[23]:= **Ergebnisse // N**

Out[23]//TableForm=

	Hersteller	Distribuent	Händler	Kette
Deckungsbeitrag	20.	15.	10.	45.
Preis	5.04867	6.58517	7.6095	
Menge	9.76244	9.76244	9.76244	

Für Nr. 5 ist:

In[24]:= **Clear[pW]**
$pM := \frac{1}{2}\left(-12 + \frac{7\,pW}{2} + \frac{3\sqrt{312 - 80\,pW + 5\,pW^2}}{2\sqrt{5}}\right)$
$pR := \frac{1}{10}\left(40 + 5\,pW - \sqrt{5}\sqrt{312 - 80\,pW + 5\,pW^2}\right)$

```
In[27]:= Haendler[pR, pW] // Simplify
         Distribuent[pR, pW, pM] // Simplify
         Hersteller[pR, pM] // Simplify
Out[27]= 10
Out[28]= 15
```

Out[29]= $\frac{1}{8}\left(40-5\,\text{pW}+\sqrt{5}\,\sqrt{312-80\,\text{pW}+5\,\text{pW}^2}\right)\left(-180+35\,\text{pW}+3\,\sqrt{5}\,\sqrt{312-80\,\text{pW}+5\,\text{pW}^2}\right)$

Der Distribuent hat mit der Wahl seines Preises pW keinen Einfluss auf seinen Deckungsbeitrag. Hat der Hersteller die Macht, auch ihm den Preis pW vorzuschreiben, so wird er den Preis wählen, der seinen Deckungsbeitrag maximiert. Es ist

```
In[30]:= D[Hersteller[pR, pM], pW] // FullSimplify(* Ableiten nach pW *)
         Solve[% == 0, pW] // N (* Ableitung Null setzen und nach pW auflösen *)
```

Out[30]= $\frac{-25\,(-11+2\,\text{pW})\,\sqrt{312+5\,(-16+\text{pW})\,\text{pW}}+5\,\sqrt{5}\,(432+5\,\text{pW}\,(-27+2\,\text{pW}))}{2\,\sqrt{312+5\,(-16+\text{pW})\,\text{pW}}}$

```
Out[31]= {{pW → 5.34}}

In[32]:= pW := 5.34`

In[33]:= Ergebnisse // N
Out[33]//TableForm=
```

	Hersteller	Distribuent	Händler	Kette
Deckungsbeitrag	131.25	15.	10.	156.25
Preis	5.1	5.34	5.5	
Menge	62.5	62.5	62.5	

B.4.3 Programm 13

Einlesen von Modulen

```
In[1]:= << "LineareNachfrage.m";
        << "Verteilungsfunktion.m";
        << "LineareNachfrageParameterBsp3.m";
```

Berechnungen

Definieren der Kettenglieder

```
In[4]:= Kettenglied = Table[0, {4}];

In[5]:= Kettenglied[[1]] = (p1 - c1) y[p4]
        Kettenglied[[2]] = (p2 - p1) y[p4]
        Kettenglied[[3]] = (p3 - p2) y[p4]
```

$$\text{Kettenglied}[[4]] = (\text{p4}-\text{p3}) * (\text{y}[\text{p4}]+\mu) - \left((\text{p3}+\text{co}) * \int_{A}^{z4} (\text{z4}-\text{u}) * \text{kleinF}[\text{u}]\,d\text{u} + (\text{p4}+\text{cu}-\text{p3}) * \int_{z4}^{B} (\text{u}-\text{z4}) * \text{kleinF}[\text{u}]\,d\text{u}\right) \text{ // Simplify}$$

```
Out[5]= (-3 + p1) (200 - 25 p4)
Out[6]= (-p1 + p2) (200 - 25 p4)
Out[7]= (-p2 + p3) (200 - 25 p4)
```

Out[8]= $-25\,(-8+\text{p4})\,(-\text{p3}+\text{p4})-0.0802672\,(1+\text{p3})\left(-0.0000791997+24.7027\,e^{-0.0202407\,(0.+\text{z4})^2}+6.22919\,\text{z4}+6.2292\,\text{z4}\,\text{Erf}[0.+0.14227\,\text{z4}]\right)-0.0802672\,(3-\text{p3}+\text{p4})\left(-0.0000791997+24.7027\,e^{-0.0202407\,\text{z4}^2}-6.22919\,\text{z4}+6.2292\,\text{z4}\,\text{Erf}[0.14227\,\text{z4}]\right)$

Berechnen des optimalen Preises p4

```
In[9]:= dEWGRp = D[Kettenglied⟦4⟧, p4]; (* Ableiten der Funktion nach p4*)
        tt = Solve[dEWGRp == 0 , p4] (* Lösen der Gleichung nach p4 *)
        p4 = p4 /. tt⟦1, 1⟧ // Simplify; (* Zuweisen der Lösung zur Variablen p4 *)
```

Out[9]= $\{\{p4 \to -0.02\ (-200. - 25.\ p3 + 0.0802672\ (-0.0000791997 + 24.7027\ e^{-0.0202407\ z4^2} - 6.22919\ z4 + 6.2292\ z4\ \mathrm{Erf}[0.14227\ z4]))\}\}$

Berechnen der unteren Grenze für den antizipierten Schock z4

```
In[11]:= i = c1; z4min = 0;
         (* Maximiere für jedes p3=
           i die Funktion Kettenglied⟦4⟧ bzgl. z4. Falls für die p4,
          z4-Kombination der erwartete Deckungsbeitrag von Kettenglied⟦4⟧ geringer
            ist als der geforderte Mindestgewinn, wird die Schleife abgebrochen. *)
         Do[
           t = Kettenglied⟦4⟧ /. p3 → i // Simplify;
           t = D[t, z4];
           m = FindRoot[t == 0, {z4, μ, A, B}];
           z4min = z4 /. m⟦1⟧;
           If[(Evaluate[Kettenglied⟦4⟧ /. p3 → i /. z4 → zRmin]) <
             Mindestgewinn⟦4⟧, Break[]],
           {i, c1, a / b, 0.1}
          ];
```

Berechnen der oberen Grenze für den antizipierten Schock z4

```
In[13]:= t = Kettenglied⟦4⟧ /. p3 → c1 // Simplify;
         m = D[t, z4];
         t = FindRoot[m == 0, {z4, μ, A, B}];
         z4max = z4 /. t⟦1⟧;

In[17]:= {z4min, z4max}
         (* Bereich von z4, bei dem das 4. Kettenglied wenigstens den \MG erhält*)

Out[17]= {-3.4346, 0.972732}
```

Interpolation der Funktion Kettenglied⟦4⟧ im Bereich {z4min,z4max} mit drei Stützstellen

```
In[18]:= InterpolierterErwarteterGewinn =
          InterpolatingPolynomial[Table[{i, Kettenglied⟦4⟧ /. z4 → i},
             {i, z4min, z4max, (z4max - z4min) / 3}], z4] // Simplify
```

Out[18]= $-0.000313105\ p3\ (82.8762 + z4)\ (3891.92 - 18.0719\ z4 + z4^2) - 0.00543132\ (-31.2105 + z4)\ (2266.36 + 90.2308\ z4 + z4^2) + p3^2\ (6.25 + 0.\ z4 + 0.\ z4^2 + 0.\ z4^3)$

Optimierung der interpolierten Funktion Kettenglied⟦4⟧ bzgl. z4

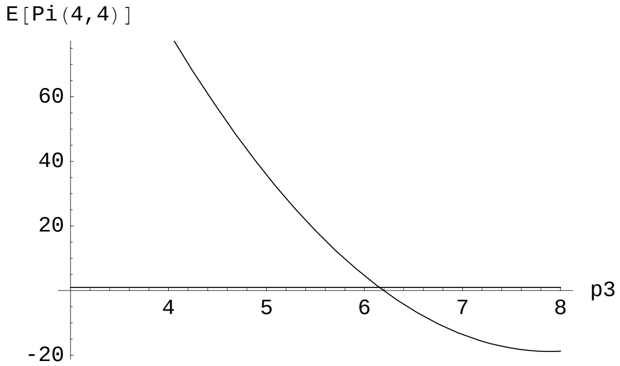
```
In[19]:= tt = D[InterpolierterErwarteterGewinn, z4];
         ttb = Solve[tt == 0, z4] // Simplify;
         ttc = ttb /. {p3 → c1};
         If[Abs[ttc⟦1, 1, 2⟧ - μ] ≤ Abs[ttc⟦2, 1, 2⟧ - μ], tta = ttb⟦1, 1⟧, tta = ttb⟦2, 1⟧];
         z4 = z4 /. tta;
         p4 = p4 /. tta;

In[25]:= z4 (* Der antizipierte Schock ist abhängig
           vom geforderten Preis des dritten Kettenglieds *)
```

Out[25]= $\dfrac{-0.320558 - 0.0202905\ p3 + 0.0171007\ \sqrt{-1.\ (-29.7252 + p3)\ (17.4184 + p3)}}{0.016294 + 0.000939314\ p3}$

In[26]:=
```
p4 (* Der Preis des vierten Kettenglieds ist
  abhängig vom geforderten Preis des dritten Kettenglieds *)
```

Out[26]=
$$4. - 0.0396563\, e^{-\frac{0.0202407\left(-0.320558-0.0202905\,p3+0.0171007\sqrt{-1.\,(-29.7252+p3)\,(17.4184+p3)}\right)^2}{(0.016294+0.000939314\,p3)^2}} + 0.5\,p3 + \frac{0.01\left(-0.320558 - 0.0202905\,p3 + 0.0171007\sqrt{-1.\,(-29.7252+p3)\,(17.4184+p3)}\right)}{0.016294+0.000939314\,p3} - \frac{1}{0.016294+0.000939314\,p3}\Big(0.01\left(-0.320558-0.0202905\,p3+0.0171007\sqrt{-1.\,(-29.7252+p3)\,(17.4184+p3)}\right)\mathrm{Erf}\Big[\Big(0.14227\left(-0.320558-0.0202905\,p3+0.0171007\sqrt{-1.\,(-29.7252+p3)\,(17.4184+p3)}\right)\Big)\Big/(0.016294+0.000939314\,p3)\Big]\Big)$$

In[27]:=
```
Plot[{Kettenglied[[4]], Mindestgewinn[[1]]},
 {p3, c1, a / b}, AxesLabel → {"p3", "E[Pi(4,4)]"}]
(* Erwarteteter \DB des vierten Kettenglieds in Abhängigkeit vom Preis p3 *)
```



Out[27]= - Graphics -

Maximierung des dritten Kettenglieds bzgl. p3

In[28]:=
```
D[Kettenglied[[3]], p3]; (* Ableitung nach p3 *)
p3Zwischen = Solve[% == 0, p3] (* nach p3 auflösen *)
```

Out[28]= {{}}

Die Ableitung kann nicht nach p3 aufgelöst werden, deshalb wird die Funktion Kettenglied[[3]] interpoliert

In[29]:=
```
InterpolatingPolynomial[
  Table[{i, Kettenglied[[3]] /. p3 → i}, {i, c1, 6.5, (6.5 - c1) / 3}], p3] // Expand
D[%, p3] (* Ableitung nach p3 *)
p3Zwischen = Solve[% == 0, p3] ;(* nach p3 auflösen *)
```

Out[29]=
$$0.290222 - 100.28\,p2 + 100.015\,p3 + 12.3871\,p2\,p3 - 12.2987\,p3^2 - 0.0191316\,p2\,p3^2 + 0.00640652\,p3^3 + 0.000669742\,p2\,p3^3$$

Out[30]=
$$100.015 + 12.3871\,p2 - 24.5974\,p3 - 0.0382632\,p2\,p3 + 0.0192195\,p3^2 + 0.00200923\,p2\,p3^2$$

Es gibt zwei Lösungen für p3, deshalb werden für den Preis p2 Werte eingesetzt, um die zulässige Lösung herauszufinden

In[32]:=
```
p3Zwischen /. p2 → {c1, 6.5}
```

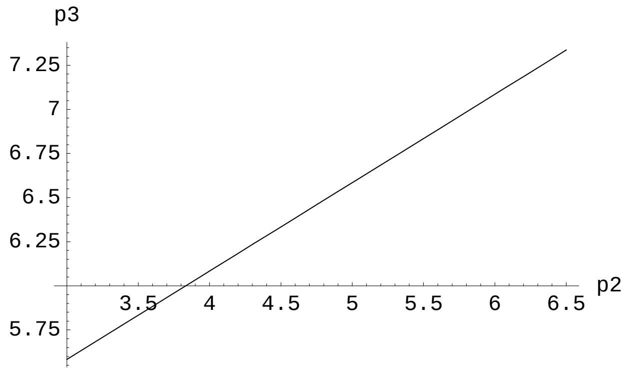
Out[32]= {{p3 → {5.5828, 7.33588}}, {p3 → {973.225, 762.381}}}

Nur die erste Lösung ist zulässig und wird deshalb zu p3

In[33]:=
```
p3 = p3 /. p3Zwischen[[1]]
```

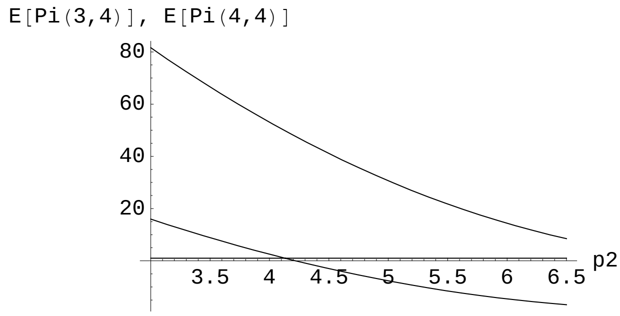
Out[33]=
$$\frac{0.5\left(24.5974 + 0.0382632\,p2 - 0.313193\sqrt{6089.76 + 1.28703\,p2 - 1.\,p2^2}\right)}{0.0192195 + 0.00200923\,p2}$$

In[34]:=
```
Plot[p3, {p2, c1, 6.5}, AxesLabel → {"p2", "p3"}]
(* Preis p3 in Abhängigkeit von p2 *)
```



Out[34]= - Graphics -

In[35]:=
```
Plot[{Kettenglied⟦3⟧, Kettenglied⟦4⟧, Mindestgewinn⟦1⟧},
 {p2, c1, 6.5}, AxesLabel → {"p2", "E[Pi(3,4)], E[Pi(4,4)]"}]
(* Erwarteteter \DB des dritten und vierten
  Kettenglieds in Abhängigkeit vom Preis p2 *)
```



Out[35]= - Graphics -

Maximierung des zweiten Kettenglieds bzgl. p2

In[36]:=
```
D[Kettenglied⟦2⟧, p2];
p2Zwischen = Solve[% == 0, p2]
```

Out[37]= $Aborted

Die Ableitung kann nicht nach p2 aufgelöst werden, deshalb wird die Funktion Kettenglied⟦2⟧ interpoliert

In[38]:=
```
InterpolatingPolynomial[
  Table[{i, Kettenglied⟦2⟧ /. p2 → i}, {i, c1, 4.5, (4.5 - c1) / 3}], p2] // Expand
D[%, p2]
p2Zwischen = Solve[% == 0, p2]
```

Out[38]= $0.0626386 - 50.0252\,p1 + 49.9568\,p2 + 6.15418\,p1\,p2 - 6.12642\,p2^2 - 0.00576326\,p1\,p2^2 + 0.000791945\,p2^3 + 0.000331421\,p1\,p2^3$

Out[39]= $49.9568 + 6.15418\,p1 - 12.2528\,p2 - 0.0115265\,p1\,p2 + 0.00237583\,p2^2 + 0.000994263\,p1\,p2^2$

Out[40]= $$\left\{\left\{p2 \to \frac{0.5\left(12.2528 + 0.0115265\,p1 - 0.156021\sqrt{6147.96 + 1.03929\,p1 - 1.\,p1^2}\right)}{0.00237583 + 0.000994263\,p1}\right\},\right.$$
$$\left.\left\{p2 \to \frac{0.5\left(12.2528 + 0.0115265\,p1 + 0.156021\sqrt{6147.96 + 1.03929\,p1 - 1.\,p1^2}\right)}{0.00237583 + 0.000994263\,p1}\right\}\right\}$$

Es gibt zwei Lösungen für p2, deshalb werden für den Preis p1 Werte eingesetzt, um die zulässige Lösung herauszufinden

```
In[41]:= p2Zwischen /. p1 → {c1, 4.5}
Out[41]= {{p2 → {5.58183, 6.33297}}, {p2 → {2287.44, 1789.97}}}
```

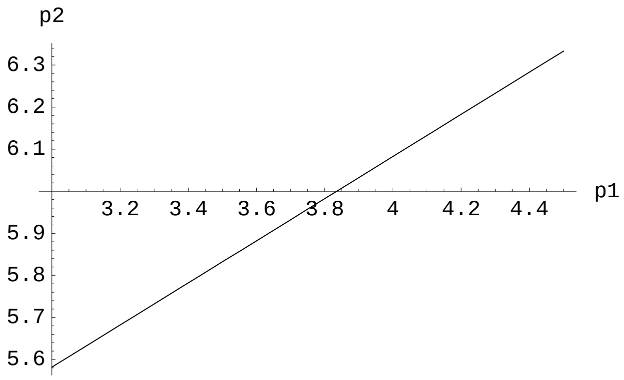
Nur die erste Lösung ist zulässig und wird deshalb zu p2

```
In[42]:= p2 = p2 /. p2Zwischen[[1]]
```

Out[42]=

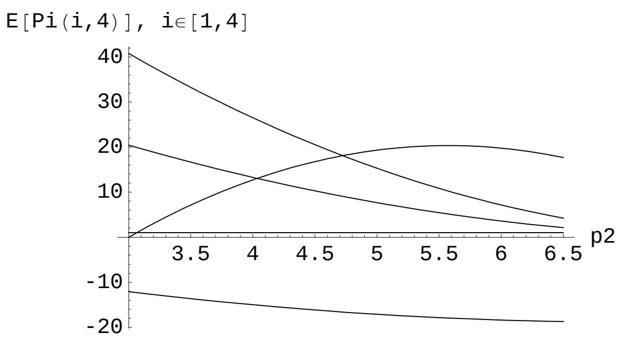
$$\frac{0.5\left(12.2528 + 0.0115265\,\mathrm{p1} - 0.156021\sqrt{6147.96 + 1.03929\,\mathrm{p1} - 1.\,\mathrm{p1}^2}\right)}{0.00237583 + 0.000994263\,\mathrm{p1}}$$

```
In[43]:= Plot[p2, {p1, c1, 4.5}, AxesLabel → {"p1", "p2"}]
         (* Preis p2 in Abhängigkeit von p1 *)
```




```
Out[43]= - Graphics -
```

```
In[44]:= Plot[{Kettenglied[[1]], Kettenglied[[2]], Kettenglied[[3]],
           Kettenglied[[4]], Mindestgewinn[[1]]}, {p1, c1, 6.5},
          AxesLabel → {"p2", "E[Pi(i,4)], i∈[1,4]"}] (* Erwartetete \DBe
           des einzelnen Kettenglieder in Abhängigkeit vom Preis p1 *)
```




```
Out[44]= - Graphics -
```

B.4.4 Programm 14

Ausführung für das Beispiel 2

Einlesen von Modulen

```
In[1]:= << "LineareNachfrage.m";
        << "Verteilungsfunktion.m";
        << "LineareNachfrageParameterBsp4.m";
        << "ModuleUndZuweisungenNrSechs.m"
```

Berechnungen

In[28]:= **ModuleKettenglieder**

```
Kettenglied[[1]] = (-5 + p1) (200 - 25 p3)

Kettenglied[[2]] = (-p1 + p2) (200 - 25 p3)
```

$$\text{Kettenglied}[\![3]\!] = e^{-\frac{z3^2}{8}} \left(-4.38837 - 0.797885\, p3 + e^{\frac{z3^2}{8}} (0.0000140696 + 200.\, p3 - 25.\, p3^2 + p2\,(-200. + 25.\, p3 - 1.\, z3) - 2.25\, z3 + 0.5\, p3\, z3) - 0.5\, e^{\frac{z3^2}{8}} (5.5 + 1.\, p3)\, z3\, \text{Erf}\left[\frac{z3}{2\sqrt{2}}\right]\right)$$

Berechnen des optimalen Preises p3

In[29]:= **ModuleBerechnungOptimalerPreis**

$$p3 = 4. - 0.0159577\, e^{-\frac{z3^2}{8}} + 0.5\, p2 + 0.01\, z3 - 0.01\, z3\, \text{Erf}[0.353553\, z3]$$

Berechnen der unteren und oberen Grenze für den antizipierten Schock z3

In[30]:= **ModuleUntereGrenzeAntizipierterSchock**
ModuleObereGrenzeAntizipierterSchock

In[32]:= **{z3min, z3max}**
**(* Bereich von z3,
bei dem das 3. Kettenglied wenigstens den Mindestdeckungsbeitrag erhält*)**

Out[32]= {-3.71346, -1.95877}

Interpolation der Funktion Kettenglied[[3]] im Bereich {z3min,z3max} mit drei Stützstellen

In[33]:= **ModuleInterpolation**

$$\text{InterpolierterErwarteterGewinn} = -0.00426644\, p2\, (31.2924 + z3)\, (751.965 - 18.4329\, z3 + z3^2) - 0.0812455\, (-13.5228 + z3)\, (357.3 + 26.2428\, z3 + z3^2)$$

Optimierung des interpolierten Funktion Kettenglied[[3]] bzgl. z3

In[34]:= **ModuleBerechnungOptimalerAntizipierterSchock**

In[35]:= **z3**
**(* Der antizipierte Schock ist abhängig
vom geforderten Preis des zweiten Kettenglieds *)**

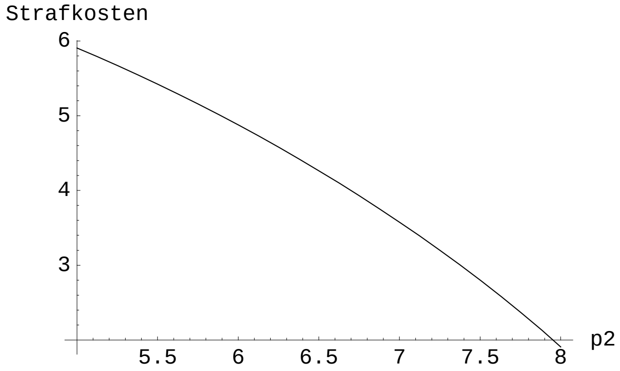
Out[35]=
$$\left(1.16412\times 10^{14} + 6.18019\times 10^{12}\, p2 - 2.83612\, p2^2 + 0.446724\sqrt{-1.37009\times 10^{12} + p2}\,\sqrt{-8.17138 + p2}\,\sqrt{19.0436 + p2}\,\sqrt{3.04199\times 10^{14} + p2}\right) \Big/ \left(-2.74557\times 10^{13} - 1.44178\times 10^{12}\, p2 + p2^2\right)$$

In[36]:=
```
p3
(* Der Preis des dritten Kettenglieds ist
  abhängig vom geforderten Preis des zweiten Kettenglieds *)
```

Out[36]=

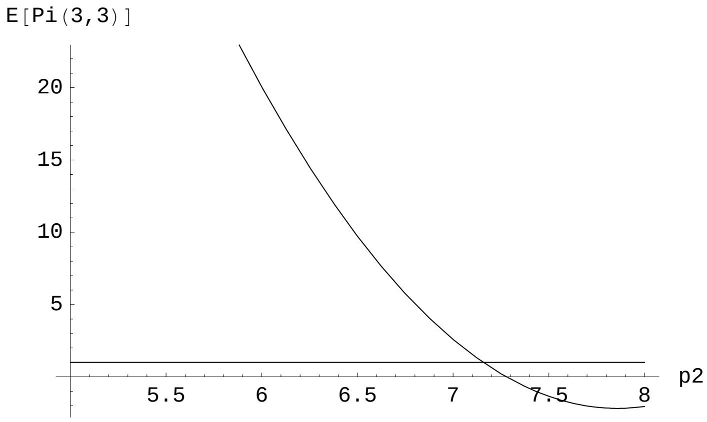
$$4. - 0.0159577\, e^{-\frac{\left(1.16412\times 10^{14}+6.18019\times 10^{12}\,p2-2.83612\,p2^2+0.446724\sqrt{-1.37009\times 10^{12}+p2}\,\sqrt{-8.17138+p2}\,\sqrt{19.0436+p2}\,\sqrt{3.04199\times 10^{14}+p2}\right)^2}{8\left(-2.74557\times 10^{13}-1.44178\times 10^{12}\,p2+p2^2\right)^2}} + 0.5\,p2 + \left(0.01\left(1.16412\times 10^{14}+6.18019\times 10^{12}\,p2-2.83612\,p2^2+0.446724\sqrt{-1.37009\times 10^{12}+p2}\,\sqrt{-8.17138+p2}\,\sqrt{19.0436+p2}\,\sqrt{3.04199\times 10^{14}+p2}\right)\right) \Big/ \left(-2.74557\times 10^{13}-1.44178\times 10^{12}\,p2+p2^2\right) - \left(0.01\left(1.16412\times 10^{14}+6.18019\times 10^{12}\,p2-2.83612\,p2^2+0.446724\sqrt{-1.37009\times 10^{12}+p2}\,\sqrt{-8.17138+p2}\,\sqrt{19.0436+p2}\,\sqrt{3.04199\times 10^{14}+p2}\right)\,\mathrm{Erf}\left[\left(0.353553\left(1.16412\times 10^{14}+6.18019\times 10^{12}\,p2-2.83612\,p2^2+0.446724\sqrt{-1.37009\times 10^{12}+p2}\,\sqrt{-8.17138+p2}\,\sqrt{19.0436+p2}\,\sqrt{3.04199\times 10^{14}+p2}\right)\right)\Big/\left(-2.74557\times 10^{13}-1.44178\times 10^{12}\,p2+p2^2\right)\right]\right)\Big/\left(-2.74557\times 10^{13}-1.44178\times 10^{12}\,p2+p2^2\right)$$

In[37]:=
```
Plot[Strafkosten, {p2, c1, a / b}, AxesLabel → {"p2", "Strafkosten"}]
(* Strafkosten,
 die der letzten Stufe in Abhängigkeit des Preises p2 entstehen. *)
```



Out[37]= - Graphics -

In[38]:=
```
Plot[{Kettenglied⟦3⟧, Mindestgewinn⟦1⟧}, {p2, c1, a / b},
 AxesLabel → {"p2", "E[Pi(3,3)]"}] (* Erwarteteter Deckungsbeitrag
  des dritten Kettenglieds in Abhängigkeit vom Preis p2 *)
```



Out[38]= - Graphics -

Maximierung des zweiten Kettenglieds bzgl. p2

```
In[39]:= ModuleBerechnungOptimalerPreisII

Solve::tdep : In den Gleichungen scheinen die Variablen
   in einer wesentlichen nichtalgebraischen Weise vorzukommen.
```

Die Ableitung kann nicht nach p2 aufgelöst werden, deshalb wird die Funktion Kettenglied⟦2⟧ interpoliert

```
In[40]:= ModuleBerechnungOptimalerPreisDurchInterpolation
```

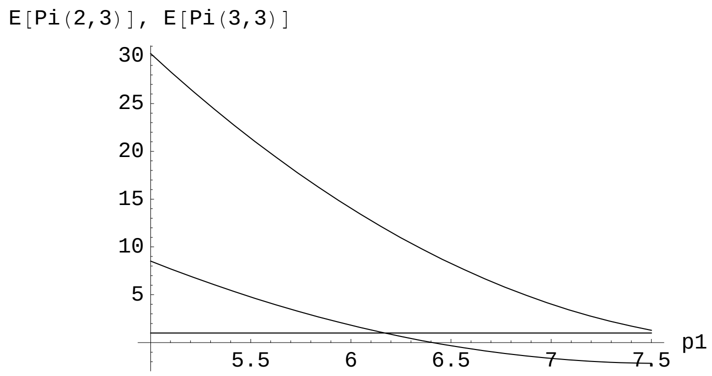
$$\partial_{p2}\ \text{InterpolierterDB} = 79.5779 + 14.7107\,p1 - 13.7491\,p2 - 1.23233\,p1\,p2 - 1.95106\,p2^2 + 0.216454\,p1\,p2^2 + 0.118718\,p2^3 - 0.0130343\,p1\,p2^3$$

Es gibt drei Lösungen für p2, deshalb werden für den Preis p2 Werte eingesetzt, um die zulässige Lösung herauszufinden

```
In[41]:= Chop[p2Zwischen /. p1 → {c1, 7.5}]

Out[41]= {{p2 → {6.57009, 7.82416}}, {p2 → {26.2419, 38.1563}}, {p2 → {-16.587, -30.3484}}}
```

Nur die erste Lösung ist zulässig und wird deshalb zu p2

```
In[42]:= p2 = p2 /. Chop[p2Zwischen⟦1⟧];

In[43]:= Plot[{Chop[Kettenglied⟦2⟧], Kettenglied⟦3⟧, Mindestgewinn⟦1⟧},
          {p1, c1, 7.5}, AxesLabel → {"p1", "E[Pi(2,3)], E[Pi(3,3)]"}]
         (* Erwarteteter Deckungsbeitrag des zweiten und
           dritten Kettenglieds in Abhängigkeit vom Preis p1 *)
```




```
Out[43]= - Graphics -
```

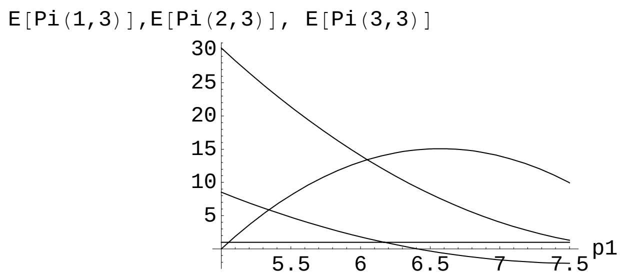
Maximierung des ersten Kettenglieds bzgl. p1

```
In[44]:= D[Kettenglied⟦1⟧, p1];
         p1Zwischen = Solve[% == 0, p1]

Out[45]= $Aborted
```

Die Ableitung kann nicht nach p1 aufgelöst werden, deshalb wird die Funktion Kettenglied⟦1⟧ interpoliert

```
In[46]:= ModuleBerechnungOptimalerPreisDurchInterpolationII
```

In[47]:=
```
Plot[{Chop[Kettenglied[[1]]], Chop[Kettenglied[[2]]],
  Kettenglied[[3]], Mindestgewinn[[1]]}, {p1, c1, 7.5},
 AxesLabel → {"p1", "E[Pi(1,3)],E[Pi(2,3)], E[Pi(3,3)]"}]
(* Erwartetete Deckungsbeiträge der einzelnen
  Kettenglieder in Abhängigkeit vom Preis p1 *)
```



Out[47]= - Graphics -

Ausführung für das Beispiel 3

Einlesen von Modulen

In[1]:=
```
<< "LineareNachfrage.m";
<< "Verteilungsfunktion.m";
<< "LineareNachfrageParameterBsp4.m";
<< "ModuleUndZuweisungenNrSechs.m"
```

Berechnungen

ModuleKettenglieder

$$\text{Kettenglied}[\![1]\!] = (-5 + p1)\,(200 - 25\,p3)$$

$$\text{Kettenglied}[\![2]\!] = (-p1 + p2)\,(200 - 25\,p3)$$

$$\text{Kettenglied}[\![3]\!] = e^{-\frac{z3^2}{8}}\Big(-4.38837 - 0.797885\,p3 + e^{\frac{z3^2}{8}}\,(0.0000140696 + 200.\,p3 - 25.\,p3^2 + p2\,(-200. + 25.\,p3 - 1.\,z3) + 2.25\,z3 + 0.5\,p3\,z3) - 0.5\,e^{\frac{z3^2}{8}}\,(5.5 + 1.\,p3)\,z3\,\text{Erf}\Big[\frac{z3}{2\sqrt{2}}\Big]\Big)$$

Berechnen des optimalen Preises p3

ModuleBerechnungOptimalerPreis

$$p3 = 4. - 0.0159577\,e^{-\frac{z3^2}{8}} + 0.5\,p2 + 0.01\,z3 - 0.01\,z3\,\text{Erf}[0.353553\,z3]$$

Berechnen der unteren und oberen Grenze für den antizipierten Schock z3

ModuleUntereGrenzeAntizipierterSchock
ModuleObereGrenzeAntizipierterSchock

```
{z3min, z3max}
(* Bereich von z3,
 bei dem das 3. Kettenglied wenigstens den Mindestdeckungsbeitrag erhält*)
```

$$\{-0.667565,\ 0.206573\}$$

Interpolation der Funktion Kettenglied⟦3⟧ im Bereich {z3min,z3max} mit drei Stützstellen

```
ModuleInterpolation
```

$$\text{InterpolierterErwarteterGewinn} = -0.0189779\,(-19.03 + z3)\,(24.5038 + z3)\,(44.3442 + z3) - 0.000944023\,p2\,(65.5633 + z3)\,(1622.13 - 12.6246\,z3 + z3^2)$$

Optimierung des interpolierten Funktion Kettenglied⟦3⟧ bzgl. z3

```
ModuleBerechnungOptimalerAntizipierterSchock
```

```
z3
(* Der antizipierte Schock ist abhängig
  vom geforderten Preis des zweiten Kettenglieds *)
```

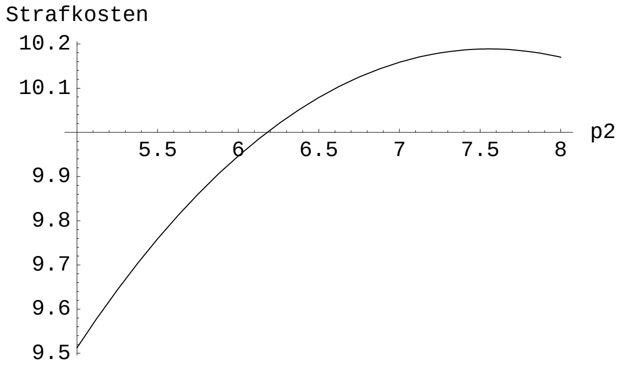
$$\left(1.31668\times10^{13} + 6.95988\times10^{11}\,p2 - 0.303341\,p2^2 - 0.234164\,\sqrt{20.1752 + p2}\,\sqrt{150.628 + p2}\,\sqrt{7.22984\times10^{9} + p2}\,\sqrt{1.82794\times10^{14} + p2}\right) \Big/ \left(-7.92896\times10^{11} - 3.94412\times10^{10}\,p2 + p2^2\right)$$

```
p3
(* Der Preis des dritten Kettenglieds ist
  abhängig vom geforderten Preis des zweiten Kettenglieds *)
```

$$4. - 0.0159577\,e^{-\frac{\left(1.31668\times10^{13}+6.95988\times10^{11}\,p2-0.303341\,p2^2-0.234164\,\sqrt{20.1752+p2}\,\sqrt{150.628+p2}\,\sqrt{7.22984\times10^{9}+p2}\,\sqrt{1.82794\times10^{14}+p2}\right)^2}{8\left(-7.92896\times10^{11}-3.94412\times10^{10}\,p2+p2^2\right)^2}} + 0.5\,p2 + \left(0.01\left(1.31668\times10^{13} + 6.95988\times10^{11}\,p2 - 0.303341\,p2^2 - 0.234164\,\sqrt{20.1752 + p2}\,\sqrt{150.628 + p2}\,\sqrt{7.22984\times10^{9} + p2}\,\sqrt{1.82794\times10^{14} + p2}\right)\right) \Big/ \left(-7.92896\times10^{11} - 3.94412\times10^{10}\,p2 + p2^2\right) - \left(0.01\left(1.31668\times10^{13} + 6.95988\times10^{11}\,p2 - 0.303341\,p2^2 - 0.234164\,\sqrt{20.1752 + p2}\,\sqrt{150.628 + p2}\,\sqrt{7.22984\times10^{9} + p2}\,\sqrt{1.82794\times10^{14} + p2}\right) \mathrm{Erf}\left[\left(0.353553\left(1.31668\times10^{13} + 6.95988\times10^{11}\,p2 - 0.303341\,p2^2 - 0.234164\,\sqrt{20.1752 + p2}\,\sqrt{150.628 + p2}\,\sqrt{7.22984\times10^{9} + p2}\,\sqrt{1.82794\times10^{14} + p2}\right)\right) \Big/ \left(-7.92896\times10^{11} - 3.94412\times10^{10}\,p2 + p2^2\right)\right]\right) \Big/ \left(-7.92896\times10^{11} - 3.94412\times10^{10}\,p2 + p2^2\right)$$

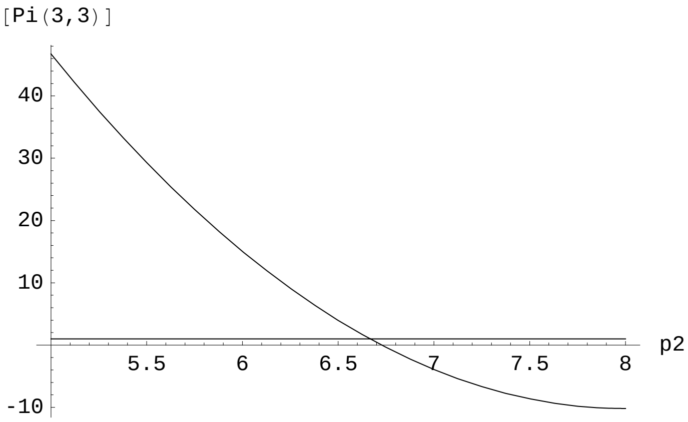
```
Simplify[TableForm[Kettenglied]]
(* Funktion der Kettenglieder für p3 und z3 *)
```

```
Plot[Strafkosten, {p2, c1, a / b}, AxesLabel → {"p2", "Strafkosten"}]
```



- Graphics -

```
Plot[{Kettenglied⟦3⟧, Mindestgewinn⟦1⟧}, {p2, c1, a / b},
 AxesLabel → {"p2", "E[Pi(3,3)]"}] (* Erwarteteter Deckungsbeitrag
  des dritten Kettenglieds in Abhängigkeit vom Preis p2 *)
```



- Graphics -

Maximierung des zweiten Kettenglieds bzgl. p2

```
ModuleBerechnungOptimalerPreisII
```

{{}}

Die Ableitung kann nicht nach p2 aufgelöst werden, deshalb wird die Funktion Kettenglied⟦2⟧ interpoliert

```
ModuleBerechnungOptimalerPreisDurchInterpolation
```

$$\partial_{p2}\ \text{InterpolierterDB} = 100.051 + 12.4724\, p1 - 24.9251\, p2 - 0.0132825\, p1\, p2 + 0.0151484\, p2^2 + 0.000918015\, p1\, p2^2 - 0.000712086\, p2^3 - 0.0000163819\, p1\, p2^3$$

Es gibt drei Lösungen für p2, deshalb werden für den Preis p2 Werte eingesetzt, um die zulässige Lösung herauszufinden

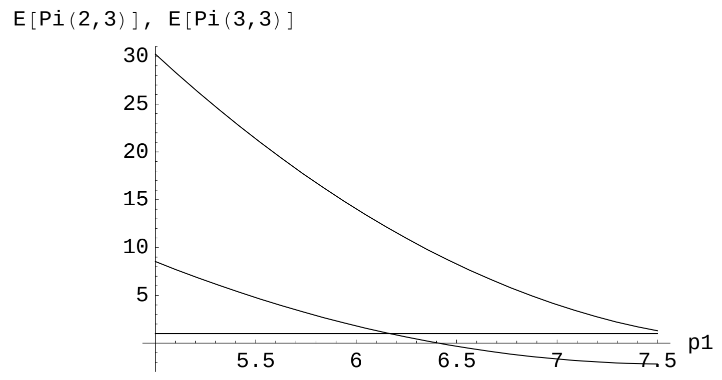
```
Chop[p2Zwischen /. p1 → {c1, 7.5}]
```

```
{{p2 → {9.16809 - 176.839 i, 9.3077 - 172.453 i}},
 {p2 → {9.16809 + 176.839 i, 9.3077 + 172.453 i}}, {p2 → {6.52352, 7.77365}}}
```

Nur die dritte Lösung ist zulässig und wird deshalb zu p2

```
p2 = p2 /. Chop[p2Zwischen[[3]]];
```

```
Plot[{Chop[Kettenglied[[2]]], Kettenglied[[3]], Mindestgewinn[[1]]},
 {p1, c1, 7.5}, AxesLabel → {"p1", "E[Pi(2,3)], E[Pi(3,3)]"}]
(* Erwarteteter Deckungsbeitrag des zweiten und
  dritten Kettenglieds in Abhängigkeit vom Preis p1 *)
```




```
- Graphics -
```

Maximierung des ersten Kettenglieds bzgl. p1

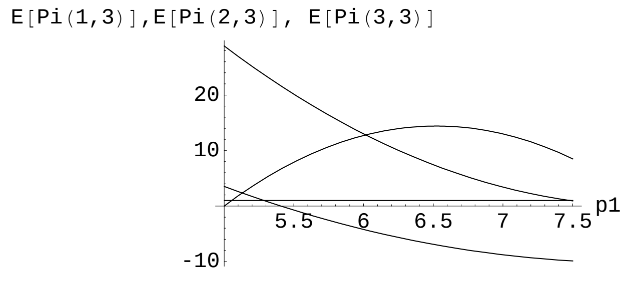
```
D[Kettenglied[[1]], p1];
p1Zwischen = Solve[% == 0, p1]
```

```
$Aborted
```

Die Ableitung kann nicht nach p1 aufgelöst werden, deshalb wird die Funktion Kettenglied[[1]] interpoliert

```
ModuleBerechnungOptimalerPreisDurchInterpolationII
```

```
Plot[{Chop[Kettenglied[[1]]], Chop[Kettenglied[[2]]],
  Kettenglied[[3]], Mindestgewinn[[1]]}, {p1, c1, 7.5},
 AxesLabel → {"p1", "E[Pi(1,3)],E[Pi(2,3)], E[Pi(3,3)]"}]
(* Erwartetete Deckungsbeiträge der einzelnen
  Kettenglieder in Abhängigkeit vom Preis p1 *)
```




```
- Graphics -
```

B.4.5 Programm 15

Ausführung: Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathbf{nK}}_{\mathbf{d,3}}$

Einlesen von Modulen

In[1]:=
```
<< "MultiplikativeNachfrage.m";
<< "ModuleUndZuweisungenNrFuenf.m"
```

Händler

Der Händler optimiert seinen Deckungsbeitrag

In[3]:=
```
Haendler[pr, pW]
Solve[D[Haendler[pr, pW], pr] == 0, pr] // Simplify
pr = pr /. %[[1]];
pR := pr;
```

Out[3]= $a\, pr^{-b}\, (pr - pW)$

Out[4]= $\left\{\left\{pr \to \frac{b\, pW}{-1+b}\right\}\right\}$

Distribuent

Der Distribuent optimiert seinen Deckungsbeitrag unter Nebenbedingungen

In[7]:=
```
L = Distribuent[pR, pW, pM] + λ (-UR + Haendler[pR, pW]) +
    λ1 (-UD + Distribuent[pR, pW, pM]) // Simplify
```

Out[7]= $$\frac{1}{-1+b}\left(\left(\frac{b\,pW}{-1+b}\right)^{-b}\left(-(-1+b)\left(\frac{b\,pW}{-1+b}\right)^{b}(UR\,\lambda + UD\,\lambda 1) + a\,(-(-1+b)\,pM\,(1+\lambda 1) + pW\,(-1+b+\lambda-\lambda 1+b\,\lambda 1))\right)\right)$$

In[8]:=
```
AbleitungLagrangeZweiNebenbedingungen
```

$$\frac{a\left(\frac{b\,pW}{-1+b}\right)^{-b}(b\,(pM-pW)\,(1+\lambda 1)+pW\,(1-\lambda+\lambda 1))}{pW}$$

$$\frac{a\,pW\left(\frac{b\,pW}{-1+b}\right)^{-b}+UR-b\,UR}{-1+b}$$

$$-\left(\frac{b\,pW}{-1+b}\right)^{-b}\left(a\,(pM-pW)+\left(\frac{b\,pW}{-1+b}\right)^{b}UD\right)$$

In[9]:=
```
ModuleLoesungskandidatenDesR
```

Nr. 1: {pW, λ, λ1}

Es werden keine Lösungen angegeben, die die Kuhn-Tucker Bedingungen erfüllen.