5 Mehrstufige Supply Chain

In Kapitel 5 soll schließlich eine Kette mit einer unbestimmten Anzahl von Unternehmen ($L \geq 2$) betrachtet werden, wie in Abb. 5.1 schematisch dargestellt ist.

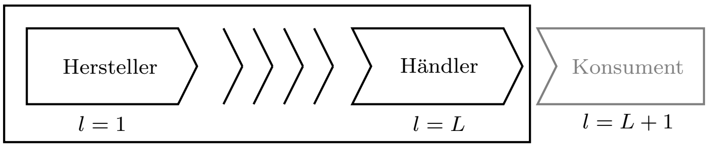


Abb. 5.1: Supply Chain für $L \geq 2$[472]

Das Produkt wird vom ersten Unternehmen ($l = 1$) hergestellt und an das zweite Unternehmen ($l = 2$) verkauft. Im Unterschied zu Kapitel 4 verkauft das zweite Unternehmen das Produkt an ein drittes ($l = 3$) weiter. Je nach Länge der Kette wird das Produkt bis zum letzten Unternehmen $l = L$ weiter verkauft. Dieses Unternehmen ($l = L$) verkauft dann das Produkt an den Konsumenten ($L + 1$).

In diesem Kapitel soll für jedes Unternehmen einer Kette die Preis-/Mengenkombination bestimmt werden, die diesem den maximal möglichen Deckungsbeitrag zusichert. Auch hier sollen die verschiedenen Konstellationen bei einer linearen und multiplikativen Nachfragefunktion sowie bei einer deterministischen und stochastischen Marktnachfrage bei einer nicht-kooperativen und einer kooperativen Kette untersucht werden.

5.1 Lineare Nachfragefunktion

Im Folgenden wird zunächst eine lineare Nachfragefunktion bei einer deterministischen Marktnachfrage betrachtet. Dabei wird auch hier zwischen einer nicht-kooperativen und einer kooperativen Supply Chain unterschieden. Dazu werden verschiedene Berechnungsmöglichkeiten vorgestellt, die zunächst algebraisch und im Anschluss verallgemeinernd für Supply Chains mit einer Länge $L \geq 2$ gelöst werden. Abschließend erfolgt eine beispielhafte Illustration der vorgestellten algebraischen Lösungen.

5.1.1 Deterministische Marktnachfrage

5.1.1.1 Modellierung mit Restriktionen

Die nicht-kooperative Kette

Aufbauend auf einer zweigliedrigen nicht-kooperativen Kette[473] wird nun eine drei- bzw. mehrgliedrige nicht-kooperative Kette betrachtet. Bei dieser sind hinsichtlich des Informati-

[472] In Anlehnung an Tab. 2.2, S. 18.
[473] Siehe Abschnitt 4.1.1.1, S. 64 ff.

onsflusses ebenfalls zwei Fälle zu unterscheiden. Im ersten Fall existiert zwischen den Parteien kein Informationsfluss, so dass nur die letzte Stufe Kenntnis über das Nachfrageverhalten der Endkonsumenten hat. Allen anderen Stufen fehlt diese Kenntnis. Die Informationen sind also lediglich lokal präsent. Im zweiten Fall sind die Informationen global verfügbar. Dies ist dann der Fall, wenn alle Stufen Kenntnis über die Nachfragefunktion der Konsumenten sowie die Mindestgewinne aller anderen Stufen besitzen. Die Maximierung der Deckungsbeiträge der einzelnen Stufen wird dabei unter den gleichen Gesichtspunkten betrachtet wie bei einer zweigliedrigen Kette, so dass auf die dort vorgestellten vier Berechnungsmöglichkeiten verwiesen werden kann.[474] Zusätzlich maximieren die Stufen l, $l \in [2, L-1]$ ihren Deckungsbeitrag in jedem Fall durch die Bestimmung ihrer optimalen Preis-/Mengenkombination, unabhängig von der betrachteten Berechnungsmöglichkeit.

Deckungsbeiträge bei lokaler Information Analog zum gleichnamigen Abschnitt des 4. Kapitels besitzt im Fall der nicht-kooperativen Kette jedes Unternehmen nur die Informationen der eigenen Stufe.[475] Das bedeutet, dass nur die letzte Stufe Kenntnis über die Nachfragefunktion $d(p_{(L,L)})$ der Konsumenten besitzt und somit seinen Deckungsbeitrag $\Pi_{(L,L)}$ maximieren kann.[476] Der Deckungsbeitrag ergibt sich aus dem Umsatz $p_{(L,L)} \cdot q_{(L,L)}$ und den Kosten $c_{(L,L)} \cdot q_{(L,L)}$. Die Kosten der letzten Stufe entsprechen dem Verkaufspreis der vorletzten Stufe mit $c_{(L,L)} := p_{(L-1,L)}$, da die letzte Stufe das Produkt nicht selbst herstellt sondern einkauft. Der Deckungsbeitrag der letzten Stufe hängt also nur von den Preisen $p_{(L,L)}$ und $p_{(L-1,L)}$ ab, wobei die letzte Stufe nur Einfluss auf den eigenen Preis $p_{(L,L)}$ nehmen kann. Die zu maximierende Deckungsbeitragsfunktion der letzten Stufe lautet demnach

$$\Pi_{(L,L)}(p_{(L,L)}, p_{(L-1,L)}) = \max_{p_{(L,L)}} \left((p_{(L,L)} - p_{(L-1,L)})(a - bp_{(L,L)}) \right). \tag{5.1}$$

Aus der Ableitung von (5.1) und anschließender Auflösung nach $p_{(L,L)}$ ergibt sich der optimale Preis:[477]

$$p^*_{(L,L)}(p_{(L-1,L)}) = \frac{a + bp_{(L-1,L)}}{2b}. \tag{5.2}$$

Aus dem optimalen Preis (5.2) resultiert die bei der Vorstufe optimal zu bestellende Menge mit

$$q^*_{(L,L)} := q^*_{(L,L)}(p^*_{(L,L)}(p_{(L-1,L)})) = d(p^*_{(L,L)}(p_{(L-1,L)})).$$

Die Stufe $(L-1)$ kann ihren Deckungsbeitrag nicht maximieren, da sie nicht antizipieren kann, welche Menge die letzte Stufe bestellen wird, da sie nur Kenntnis von ihren eigenen Kosten besitzt. Die Kosten der Stufe $(L-1)$ entsprechen dem Verkaufspreis der vorherigen

[474] Siehe S. 64 f.
[475] Siehe S. 65.
[476] Statt der bisherigen Indexierung mit M bzw. R soll nun für die Zuordnung einer Variablen bzw. eines Parameters zu einem bestimmten Glied bei Ketten mit unbestimmter Länge der Index (l, L) eingeführt werden. Dieser kennzeichnet das „l-te Glied einer Kette mit der Länge L“.
[477] Wegen $\frac{\partial^2 \Pi_{(L,L)}(p_{(L,L)}, p_{(L-1,L)})}{\partial p_{(L,L)}{}^2} = -2b < 0$ liegt an der Stelle $p^*_{(L,L)}(p_{(L-1,L)})$ ein Maximum vor.

Stufe $(L-2)$. Somit wird die Stufe $(L-1)$ einen Verkaufspreis wählen, der sich aus den Kosten $c_{(L-1,L)} := p_{(L-2,L)}$ und einem Aufschlag $\gamma_{(L-1,L)}$, $\gamma_{(L-1,L)} > 1$, zusammensetzt:

$$p_{(L-1,L)} = c_{(L-1,L)} \cdot \gamma_{(L-1,L)} \quad \text{mit } c_{(L-1,L)} = p_{(L-2,L)}.$$

Aber auch die Stufe $(L-2)$ kann ihren Deckungsbeitrag nicht maximieren, da sie ebenso nur Kenntnis von ihren eigenen Kosten besitzt und deshalb nicht antizipieren kann, welche Menge bei ihr von Stufe $(L-1)$ bestellt wird. Die Kosten dieser Stufe $(L-2)$ entsprechen dem Verkaufspreis der darvorliegenden Stufe $(L-3)$, so dass auch hier ein Verkaufspreis gewählt wird, der sich aus den eigenen Kosten $c_{(L-2,L)} := p_{(L-3,L)}$ sowie eines Aufschlages $\gamma_{(L-2,L)}$, $\gamma_{(L-2,L)} > 1$, zusammensetzt. Für das herstellende Unternehmen (Stufe l=1) entsprechen letztendlich die eigenen Kosten den Produktionskosten, so dass sich folgender Preis ergibt:

$$p_{(1,L)} = c_{(1,L)} \cdot \gamma_{(1,L)}, \quad \gamma_{(1,L)} > 1.$$

Es kann somit verallgemeinernd gesagt werden, dass sich für jede Stufe l, $l \leq (L-1)$, der eigene Verkaufspreis aus den eigenen Kosten (diese entsprechen dem Verkaufspreis der vorherigen Stufe bzw. für die erste Stufe den eigenen Produktionskosten $c_{(1,L)}$) und einem eigenen Aufschlag $\gamma_{(l,L)}$, $\gamma_{(l,L)} > 1$, zusammensetzt.

Es gilt somit für alle Stufen l, $l \leq (L-1)$:

$$p_{(l,L)} = p_{(l-1,L)} \cdot \gamma_{(l,L)}, \text{ mit } p_{(0,L)} = c_{(1,L)}. \tag{5.3}$$

Um den tatsächlichen Preis einer Stufe l, $l \leq (L-1)$, zu erhalten, werden die Preise der einzelnen Kettenglieder sukzessive, ausgehend von (5.3), berechnet:

$$\begin{array}{lcl}
p_{(1,L)} = p_{(0,L)} \cdot \gamma_{(1,L)} & \Rightarrow & p_{(1,L)} = c_{(1,L)} \cdot \gamma_{(1,L)} \\
p_{(2,L)} = p_{(1,L)} \cdot \gamma_{(2,L)} & \Rightarrow & p_{(2,L)} = c_{(1,L)} \cdot \gamma_{(1,L)} \cdot \gamma_{(2,L)} \\
p_{(3,L)} = p_{(2,L)} \cdot \gamma_{(3,L)} & \Rightarrow & p_{(3,L)} = c_{(1,L)} \cdot \gamma_{(1,L)} \cdot \gamma_{(2,L)} \cdot \gamma_{(3,L)} \\
\quad\vdots & & \quad\vdots \\
p_{(l,L)} = p_{(l-1,L)} \cdot \gamma_{(l,L)} & \Rightarrow & p_{(l,L)} = c_{(1,L)} \cdot \gamma_{(1,L)} \cdot \gamma_{(2,L)} \cdot \gamma_{(3,L)} \cdot \cdots \\
 & & \qquad \cdot \gamma_{(l-1,L)} \cdot \gamma_{(l,L)} \\
\quad\vdots & & \quad\vdots \\
p_{(L-1,L)} = p_{(L-2,L)} \cdot \gamma_{(L-1,L)} & \Rightarrow & p_{(L-1,L)} = c_{(1,L)} \cdot \gamma_{(1,L)} \cdot \gamma_{(2,L)} \cdot \gamma_{(3,L)} \cdot \cdots \\
 & & \qquad \cdot \gamma_{(l-1,L)} \cdot \gamma_{(l,L)} \cdot \cdots \cdot \gamma_{(L-2,L)} \cdot \gamma_{(L-1,L)}.
\end{array}$$

Der tatsächliche Preis einer Stufe l, $l \leq (L-1)$ ergibt sich somit aus

$$p_{(l,L)} = c_{(1,L)} \prod_{i=1}^{l} \gamma_{(i,L)}. \tag{5.4}$$

Aus (5.4) können nun die Kosten der letzten Stufe L berechnet werden:

$$c_{(L,L)} = p_{(L-1,L)} = c_{(1,L)} \prod_{i=1}^{L-1} \gamma_{(i,L)}. \tag{5.5}$$

Der Preis der letzten Stufe ergibt sich durch das Einsetzen von (5.5) in (5.2):

$$p^*_{(L,L)} = \frac{a + bc_{(1,L)} \prod_{i=1}^{(L-1)} \gamma_{(i,L)}}{2b}.$$

Da nur eine positive Menge an die Konsumenten verkauft werden kann, muss gelten:

$$\begin{aligned} & d(p^*_{(L,L)}) > 0 \\ \Leftrightarrow\ & c_{(1,L)} \prod_{i=1}^{L-1} \gamma_{(i,L)} < \frac{a}{b}. \end{aligned} \tag{5.6}$$

Es können nun die relevanten Ergebnisse einer Kette berechnet werden, die in Tab. 5.1 zusammengefasst sind.[478]

Stufe l, $l \in \{1, 2, \ldots, L-1\}$	
Preis	$c_{(1,L)} \prod_{i=1}^{l} \gamma_{(i,L)}$
Herstellmenge	$\frac{a-bc_{(L,L)}}{2}$
Deckungsbeitrag	$(\gamma_{(l,L)} - 1)\frac{(a-bc_{(L,L)})}{2} c_{(1,L)} \prod_{i=1}^{(l-1)} \gamma_{(i,L)}$
Stufe $l = L$	
Preis	$\frac{a+bc_{(L,L)}}{2b}$
Bestellmenge	$\frac{a-bc_{(L,L)}}{2}$
Deckungsbeitrag	$\frac{(a-bc_{(L,L)})^2}{4b}$
Lieferkette	
Deckungsbeitrag	$\left(\frac{a+bc_{(L,L)}}{2b} - c_{(1,L)}\right) \frac{a-bc_{(L,L)}}{2}$

Tab. 5.1: Algebraische Lösung für $L \geq 2$ mit $c_{(L,L)} = c_{(1,L)} \prod_{i=1}^{(L-1)} \gamma_{(i,L)}$ und $c_{(L,L)} < \frac{a}{b}$ bei lokaler Information

Alle Ergebnisse hängen wegen $c_{(L,L)} = c_{(1,L)} \prod_{i=1}^{(L-1)} \gamma_{(i,L)}$ direkt von der Kettenlänge sowie den gewählten Aufschlägen der einzelnen Glieder und den Produktionskosten der ersten Stufe ab.

[478] Die Herleitung der Ergebnisse und der Beweis mittels vollständiger Induktion finden sich unter A.3.1.1, S. 411 f.

Deckungsbeiträge bei globaler Information Beim Vorliegen von globaler Information werden die folgenden Berechnungsmöglichkeiten betrachtet:

- Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$: Jede Stufe der Kette bestimmt jeweils für sich den optimalen Preis und die optimale Menge.
- Berechnungsmöglichkeit $2^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$: Die letzte Stufe berechnet die optimale Menge bei einem vorgegebenen Verkaufspreis. Alle anderen Stufen bestimmen ihren optimalen Preis und die optimale Menge.
- Berechnungsmöglichkeit $3^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$: Sie entspricht der Berechnungsmöglichkeit $2^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$ mit dem Unterschied, dass der Verkaufspreis nicht von einer außerhalb der Lieferkette stehenden, dritten Person, sondern vom Hersteller (erste Stufe) vorgegeben wird.
- Berechnungsmöglichkeit $4^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$: Die erste Stufe bestimmt ihren und den Verkaufspreis der letzten Stufe. Diese legt die optimale Menge fest. Alle anderen Stufen bestimmen ihren optimalen Preis und die optimale Menge.

Um die Deckungsbeiträge bei globaler Information für jede dieser Berechnungsmöglichkeiten zu berechnen, werden zum Zwecke der besseren Nachvollziehbarkeit zuerst die optimalen Lösungen für Ketten mit einer Länge von $L = 3$ algebraisch hergeleitet.[479] Anschließend werden algebraische Lösungen für Ketten mit unbestimmter Länge vorgestellt.

- Berechnungsmöglichkeit $\mathbf{1^{nK}_{d,3}}$: Der Händler optimiert bei dieser Berechnungsmöglichkeit zunächst seinen Deckungsbeitrag unabhängig vom geforderten Preis des Zwischenhändlers und legt damit seinen optimalen Verkaufspreis fest:[480]

$$\begin{aligned}
\Pi_R &= \max_{p_R}\left((p_R - p_W)(a - bp_R)\right)\\
\frac{\partial \Pi_R}{\partial p_R} &= a + bp_W - 2bp_R \overset{!}{=} 0\\
\Leftrightarrow p_R^*(p_W) &= \frac{a + bp_W}{2b}.^{481}
\end{aligned}$$

Abhängig vom Preis des Zwischenhändlers (p_W) beträgt die optimale Bestellmenge des Händlers

$$q_R^*(p_W) = \frac{a - bp_W}{2}. \tag{5.7}$$

Der Zwischenhändler kann aufgrund seines Informationsstandes die Nachfragefunktion des Händlers antizipieren, nicht aber den geforderten Preis des Herstellers. Somit optimiert der Zwischenhändler seinen Deckungsbeitrag unabhängig vom geforderten Preis des Herstellers.

[479] Für eine bessere Lesbarkeit wird im Folgenden bei dreigliedrigen Ketten vom Hersteller (erste Stufe), Zwischenhändler (zweite Stufe) und Händler (dritte Stufe) gesprochen. Dementsprechend erhalten die jeder Stufe zugeordneten Parameter und Variablen die Indizes M, W und R.

[480] Der detaillierte Rechenweg für die folgenden Berechnungen der Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$ findet sich unter B.4.1, S. 522 ff.

[481] An der Stelle p_R^* liegt wegen $\frac{\partial^2 \Pi_R}{\partial p_R^2} = -2b < 0$ ein Maximum vor.

Allerdings muss der Zwischenhändler bei der Wahl seines optimalen Preises $p_W^*(p_M)$ beachten, dass sowohl der Händler als auch er selbst den jeweils geforderten Mindestgewinn erhalten. Das Optimierungsproblem des Zwischenhändlers lautet demnach

$$\begin{aligned} \Pi_W &= \max_{p_W}\left((p_W - p_M)\, q_R^*\right) \\ \Pi_W &= \max_{p_W}\left((p_W - p_M)\cdot \frac{a - bp_W}{2}\right) \\ \text{u. d. NB.}\quad \Pi_R &\geq \Pi_R^{Min} \\ \Pi_W &\geq \Pi_W^{Min}. \end{aligned}$$

Für den Zwischenhändler sind, in Abhängigkeit von den geforderten Mindestgewinnen des Händlers und des Zwischenhändlers, folgende Preise optimal:[482]

$$p_W^*(p_M) = \begin{cases} \frac{a+bp_M}{2b} & \text{für } \Pi_R^{Min} \leq \frac{(a-bp_M)^2}{16b} \text{ und } \Pi_W^{Min} \leq \frac{(a-bp_M)^2}{8b} \\ & \text{(Beschränkung } W_1\text{)} \\ \frac{a}{b} - \frac{2\sqrt{\Pi_R^{Min}}}{\sqrt{b}} & \text{für } \frac{(a-bp_M)^2}{16b} < \Pi_R^{Min} \leq \frac{(a-bp_M)^2}{4b} \\ & \text{und } \Pi_W^{Min} \leq \frac{(a-bp_M)\sqrt{\Pi_R^{Min}}}{\sqrt{b}} - 2\Pi_R^{Min} \\ & \text{(Beschränkung } W_2\text{)} \\ 0 & \text{sonst.}^{483} \end{cases} \tag{5.8}$$

Aufgrund der globalen Information kann auch der Hersteller die Nachfragefunktion (5.7) des Händlers antizipieren. Der zu optimierende Deckungsbeitrag des Herstellers lautet demnach

$$\Pi_M(p_M) = \max_{p_M}\left((p_M - c_M)\, q_R^*\right). \tag{5.9}$$

Der Hersteller muss bei der Lösung von (5.9) ebenfalls die Einhaltung der Mindestgewinne von Händler, Zwischenhändler und Hersteller berücksichtigen. Sein Optimierungsproblem lautet somit

$$\begin{aligned} \Pi_M(p_M) &= \max_{p_M}\left((p_M - c_M)\frac{a - bp_W^*}{2}\right). \\ \text{u. d. NB.}\quad \Pi_R &\geq \Pi_R^{Min} \\ \Pi_W &\geq \Pi_W^{Min} \\ \Pi_M &\geq \Pi_M^{Min}. \end{aligned}$$

[482] Siehe B.4.1, S. 523 f., In[11]–In[15]. Hier werden mögliche Lösungen (In[10]) des Zwischenhändlers auf Zulässigkeit überprüft.

[483] Mit $p_W^* = 0$ wird angedeutet, dass kein Preis gefunden werden kann, bei dem beide Kettenglieder wenigstens ihre Mindestgewinne erhalten. Es kommt dann kein Vertrag zustande. Dieser Fall wird im weiteren Verlauf nicht betrachtet.

Letztendlich kann auch der Hersteller aufgrund seines Informationsstandes den Preis $p_W^*(p_M)$ antizipieren, den der Zwischenhändler wählen wird. Entscheidet sich der Hersteller für einen Preis p_M, bei dem die geforderten Mindestgewinne Π_R^{Min} und Π_W^{Min} der Beschränkung W_1 unterliegen, so wird der Hersteller folgenden optimalen Preis p_M^* wählen, der abhängig von der Höhe seines Mindestgewinns Π_M^{Min} ist:[484]

$$p_M^* = \begin{cases} \frac{a+bc_M}{2b} & \text{für } \Pi_R^{Min} \leq \frac{(a-bc_M)^2}{64b},\ \Pi_W^{Min} \leq \frac{(a-bc_M)^2}{32b},\ \Pi_M^{Min} \leq \frac{(a-bc_M)^2}{16b} \\ & \text{(Beschränkung } M_1\text{)} \\ \frac{a}{b} - \frac{2\sqrt{2}\sqrt{\Pi_W^{Min}}}{\sqrt{b}} & \text{für } \Pi_R^{Min} \leq \frac{\Pi_W^{Min}}{2},\ \frac{(a-bc_M)^2}{32b} < \Pi_W^{Min} \leq \frac{(a-bc_M)^2}{8b} \\ & \text{und } \Pi_M^{Min} \leq \frac{(a-bc_M)\sqrt{\Pi_W^{Min}}}{\sqrt{2}\sqrt{b}} - 2\Pi_W^{Min} \text{ (Beschränkung } M_2\text{)} \\ \frac{a}{b} - \frac{4\sqrt{\Pi_R^{Min}}}{\sqrt{b}} & \text{für } \frac{(a-bc_M)^2}{64b} < \Pi_R^{Min} \leq \frac{(a-bc_M)^2}{16b},\ \Pi_W^{Min} \leq 2\Pi_R^{Min} \\ & \text{und } \Pi_M^{Min} \leq \frac{(a-bc_M)\sqrt{\Pi_R^{Min}}}{\sqrt{b}} - 4\Pi_R^{Min} \text{ (Beschränkung } M_3\text{)} \\ 0 & \text{sonst.}^{485} \end{cases} \tag{5.10}$$

Unterliegen die geforderten Mindestgewinne der drei Kettenglieder der Beschränkung M_1, so wählt der Hersteller den Preis $p_M^* = \frac{a+bc_M}{2b}$,[486] was zu den in Tab. 5.2 genannten Ergebnissen führt:

[484] Siehe B.4.1, S. 525 ff., In[20]–In[30]. Hier werden mögliche Lösungen (In[19]) des Herstellers auf Zulässigkeit überprüft.

[485] Mit $p_M^* = 0$ wird angedeutet, dass kein Preis gefunden werden kann, bei dem alle drei Kettenglieder wenigstens ihre Mindestgewinne erhalten. Es kommt kein Vertrag zustande. Dieser Fall wird im weiteren Verlauf nicht betrachtet.

[486] Siehe In[31], S. 529 f.

Beschränkung M_1	$\Pi_R^{Min} \leq \frac{(a-bc_M)^2}{64b}$ $\Pi_W^{Min} \leq \frac{(a-bc_M)^2}{32b}$ $\Pi_M^{Min} \leq \frac{(a-bc_M)^2}{16b}$
Hersteller	
Preis	$\frac{a+bc_M}{2b}$
Herstellmenge	$\frac{a-bc_M}{8}$
Deckungsbeitrag	$\frac{(a-bc_M)^2}{16b}$
Zwischenhändler	
Preis	$\frac{3a+bc_M}{4b}$
Herstellmenge	$\frac{a-bc_M}{8}$
Deckungsbeitrag	$\frac{(a-bc_M)^2}{32b}$
Händler	
Preis	$\frac{7a+bc_M}{8b}$
Bestellmenge	$\frac{a-bc_M}{8}$
Deckungsbeitrag	$\frac{(a-bc_M)^2}{64b}$
Lieferkette	
Deckungsbeitrag	$\frac{7(a-bc_M)^2}{64b}$

Tab. 5.2: Algebraische Ergebnisse der Berechnungsmöglichkeit $1_{\mathrm{d},3}^{\mathrm{nK}}$ für Beschränkung M_1

Alle Ergebnisse der Tab. 5.2 sind somit unabhängig von den geforderten Mindestgewinnen[487] der drei Kettenglieder und hängen lediglich von den Parametern der Nachfragefunktion a und b sowie von den Herstellkosten c_M des Herstellers ab.

Sollten die geforderten Mindestgewinne der Beschränkung M_2 unterliegen, so lauten die Ergebnisse:[488]

[487] Sofern sie der Beschränkung M_1 unterliegen.
[488] Siehe In[33] und In[34], S. 530.

Beschränkung M_2	$\Pi_R^{Min} \leq \frac{\Pi_W^{Min}}{2}$ $\Pi_W^{Min} \in \left]\frac{(a-bc_M)^2}{32b}, \frac{(a-bc_M)^2}{8b}\right]$ $\Pi_M^{Min} \leq \frac{(a-bc_M)\sqrt{\Pi_W^{Min}}}{\sqrt{2}\sqrt{b}} - 2\Pi_W^{Min}$
Hersteller	
Preis	$\frac{a}{b} - 2\sqrt{\frac{2\Pi_W^{Min}}{b}}$
Herstellmenge	$\sqrt{\frac{b\Pi_W^{Min}}{2}}$
Deckungsbeitrag	$\frac{(a-bc_M)\sqrt{\Pi_W^{Min}}}{\sqrt{2b}} - 2\Pi_W^{Min}$
Zwischenhändler	
Preis	$\frac{a}{b} - \sqrt{\frac{2\Pi_W^{Min}}{b}}$
Herstellmenge	$\sqrt{\frac{b\Pi_W^{Min}}{2}}$
Deckungsbeitrag	Π_W^{Min}
Händler	
Preis	$\frac{a}{b} - \sqrt{\frac{\Pi_W^{Min}}{2b}}$
Bestellmenge	$\sqrt{\frac{b\Pi_W^{Min}}{2}}$
Deckungsbeitrag	$\frac{\Pi_W^{Min}}{2}$
Lieferkette	
Deckungsbeitrag	$\frac{(a-bc_M)\sqrt{\Pi_W^{Min}}}{\sqrt{2b}} - \frac{\Pi_W^{Min}}{2}$

Tab. 5.3: Algebraische Ergebnisse der Berechnungsmöglichkeit $1_{\mathrm{d},3}^{\mathrm{nK}}$ für Beschränkung M_2

Das bedeutet, dass alle Ergebnisse direkt vom geforderten Mindestgewinn des Zwischenhändlers abhängen. Der Händler erhält mindestens einen Deckungsbeitrag in Höhe seines geforderten Mindestgewinns, der mit steigendem Mindestgewinn des Zwischenhändlers zunimmt,[489] wohingegen der Deckungsbeitrag des Herstellers mit steigendem Mindestgewinn des Zwischenhändlers fällt. Der Zwischenhändler erhält genau einen Deckungsbeitrag in Höhe seines geforderten Mindestgewinns.

489 Der Deckungsbeitrag des Händlers entspricht immer der Hälfte des vom Zwischenhändler geforderten Mindestgewinns.

Unterliegen die geforderten Mindestgewinne allerdings der Beschränkung M_3, so sind alle Ergebnisse abhängig vom geforderten Mindestgewinn des Händlers, wie anhand der Tab. 5.4 deutlich wird.[490]

Beschränkung M_3	$\Pi_R^{Min} \leq \frac{a-bc_M}{8\sqrt{b}}$ $\Pi_W^{Min} \leq 2\Pi_R^{Min}$ $\Pi_M^{Min} \leq \frac{(a-bc_M)\sqrt{\Pi_R^{Min}}}{\sqrt{b}} - 4\Pi_R^{Min}$
Hersteller	
Preis	$\frac{a}{b} - 4\sqrt{\frac{\Pi_R^{Min}}{b}}$
Herstellmenge	$\sqrt{b\Pi_R^{Min}}$
Deckungsbeitrag	$\frac{(a-bc_M)\sqrt{\Pi_R^{Min}}}{\sqrt{b}} - 4\Pi_R^{Min}$
Zwischenhändler	
Preis	$\frac{a}{b} - 2\sqrt{\frac{\Pi_R^{Min}}{b}}$
Herstellmenge	$\sqrt{b\Pi_R^{Min}}$
Deckungsbeitrag	$2\Pi_R^{Min}$
Händler	
Preis	$\frac{a}{b} - \sqrt{\frac{\Pi_R^{Min}}{b}}$
Bestellmenge	$\sqrt{b\Pi_R^{Min}}$
Deckungsbeitrag	Π_R^{Min}
Lieferkette	
Deckungsbeitrag	$\frac{(a-bc_M)\sqrt{\Pi_R^{Min}}}{\sqrt{b}} - \Pi_R^{Min}$

Tab. 5.4: Algebraische Ergebnisse der Berechnungsmöglichkeit $1_{\mathrm{d},3}^{\mathrm{nK}}$ für Beschränkung M_3

So erhält der Händler immer einen Deckungsbeitrag in Höhe seines geforderten Mindestgewinns. Der Deckungsbeitrag des Zwischenhändlers ist damit immer doppelt so hoch wie der des Händlers. Die Deckungsbeiträge von Händler und Zwischenhändler steigen mit zunehmendem geforderten Mindestgewinn Π_R^{Min}, wohingegen der Deckungsbeitrag des Herstellers fällt.

[490] Siehe In[35] und In[36], S. 530.

Die Ergebnisse der Tab. 5.2 bis Tab. 5.4 entsprechen der Situation, dass Händler und Zwischenhändler Mindestgewinne fordern, die der Beschränkung W_1 unterliegen.[491] Der Hersteller kann mit den Preisen

- $p_M^* = \frac{a+bc_M}{2b}$,
- $p_M^* = \frac{a}{b} - \frac{2\sqrt{2}\sqrt{\Pi_W^{Min}}}{\sqrt{b}}$,
- $p_M^* = \frac{a}{b} - \frac{4\sqrt{\Pi_R^{Min}}}{\sqrt{b}}$ oder
- $p_M^* = 0$

reagieren, die aufgrund der geforderten Mindestgewinne Π_R^{Min}, Π_W^{Min} und Π_M^{Min} zum maximalen Deckungsbeitrag Π_M^* führen.

Fordern Händler und Zwischenhändler Mindestgewinne, die der Beschränkung W_2 unterliegen,[492] so wählt der Zwischenhändler den Preis (5.8)

$$p_W = \frac{a}{b} - \frac{2\sqrt{\Pi_R^{Min}}}{\sqrt{b}},$$

der unabhängig vom geforderten Preis des Herstellers ist.

Der Hersteller wird dann nur mit einem der folgenden Preise reagieren:[493]

$$p_M^* = \begin{cases} \frac{a}{b} - \frac{(\Pi_W^{Min}+2\Pi_R^{Min})}{\sqrt{b}\sqrt{\Pi_R^{Min}}} & \text{für } \frac{(2\Pi_R^{Min}+\Pi_W^{Min})^2}{16\Pi_R^{Min}} < \Pi_R^{Min} \leq \frac{(2\Pi_R^{Min}+\Pi_W^{Min})^2}{4\Pi_R^{Min}} \\ & \text{und } \Pi_M^{Min} \leq \frac{(a-bc_M)\sqrt{\Pi_R^{Min}}}{\sqrt{b}} - (2\Pi_R^{Min} + \Pi_W^{Min}) \\ & \text{(Beschränkung } M_4\text{)} \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \tag{5.11}$$

Die aus der Beschränkung M_4 folgenden Ergebnisse sind in Tab. 5.5 zusammengefasst.[494]

---

[491] Siehe (5.8), S. 226.

[492] Ebenda.

[493] Siehe In[38]–In[48], S. 530 ff. Hier findet sich der detaillierte Rechenweg für die Optimierung des Deckungsbeitrags des Herstellers unter Nebenbedingungen sowie die Überprüfung der Zulässigkeit möglicher Lösungen.

[494] Siehe Out[49] und Out[50], S. 533.

Beschränkung M_4	$\Pi_R^{Min} \in \left]\frac{(2\Pi_R^{Min}+\Pi_W^{Min})^2}{16\Pi_R^{Min}}, \frac{(2\Pi_R^{Min}+\Pi_W^{Min})^2}{4\Pi_R^{Min}}\right]$ $\Pi_W^{Min} \leq \frac{(a-bc_M)\sqrt{\Pi_R^{Min}}}{\sqrt{b}} - (2\Pi_R^{Min} + \Pi_M^{Min})$ $\Pi_M^{Min} \leq \frac{(a-bc_M)\sqrt{\Pi_R^{Min}}}{\sqrt{b}} - (2\Pi_R^{Min} + \Pi_W^{Min})$
Hersteller	
Preis	$\frac{a}{b} - \sqrt{\frac{2\Pi_R^{Min}+\Pi_W^{Min}}{b\Pi_R^{Min}}}$
Herstellmenge	$\sqrt{b\Pi_R^{Min}}$
Deckungsbeitrag	$\frac{(a-bc_M)\sqrt{\Pi_R^{Min}}}{\sqrt{b}} - (2\Pi_R^{Min} + \Pi_W^{Min})$
Zwischenhändler	
Preis	$\frac{a}{b} - 2\sqrt{\frac{\Pi_R^{Min}}{b}}$
Herstellmenge	$\sqrt{b\Pi_R^{Min}}$
Deckungsbeitrag	Π_W^{Min}
Händler	
Preis	$\frac{a}{b} - \sqrt{\frac{\Pi_R^{Min}}{b}}$
Bestellmenge	$\sqrt{b\Pi_R^{Min}}$
Deckungsbeitrag	Π_R^{Min}
Lieferkette	
Deckungsbeitrag	$\frac{(a-bc_M)\sqrt{\Pi_R^{Min}}}{\sqrt{b}} - \Pi_R^{Min}$

Tab. 5.5: Algebraische Ergebnisse der Berechnungsmöglichkeit $1_{\mathrm{d},3}^{\mathrm{nK}}$ für Beschränkung M_4

Der Händler und der Zwischenhändler erhalten demnach Deckungsbeiträge, die ihren geforderten Mindestgewinnen entsprechen. Der Deckungsbeitrag des Herstellers sinkt mit steigendem geforderten Mindestgewinn von Händler und Zwischenhändler. Der Verkaufspreis und die angebotene Menge an Produkten an die Konsumenten richtet sich nach der Höhe des geforderten Mindestgewinns des Händlers. Dabei fällt der Verkaufspreis mit zunehmendem Mindestgewinn. Die angebotene Menge nimmt dann dementsprechend zu.

Für die algebraische Verallgemeinerung der Ergebnisse für Ketten mit unbestimmter Länge L soll nur der Fall betrachtet werden, bei dem jedes Kettenglied einen Mindestgewinn fordert, der maximal dem Deckungsbeitrag entspricht, den er erhalten würde, wenn der Hersteller den für ihn optimalen Preis p_M^* wählt.[495]

Für eine Kette mit unbestimter Länge L und

$$\Pi_{(l,L)}^{Min} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{(L+l-2)} \frac{(a - bc_{(1,L)})^2}{4b} \tag{5.12}$$

fasst die Tab. 5.6 die optimalen Lösungen zusammen.[496]

Stufe l, $l \in \{1, 2, \ldots, L\}$	
Preis	$\frac{(2^l-1)a+bc_{(1,L)}}{2^l b}$
Herstellmenge	$\frac{a-bc_{(1,L)}}{2^L}$
Deckungsbeitrag	$\left(\frac{1}{2}\right)^{(L+l-2)} \frac{(a-bc_{(1,L)})^2}{4b}$
Lieferkette	
Deckungsbeitrag	$\frac{2^L-1}{2^{(2L-2)}} \frac{(a-bc_{(1,L)})^2}{4b}$

Tab. 5.6: Algebraische Lösung mit $\Pi_{(l,L)}^{Min} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{(L+l-2)} \frac{(a-bc_{(1,L)})^2}{4b}$

Die Lösungen der Tab. 5.6 verdeutlichen, dass der Preis jeder Stufe l mit zunehmender Anzahl von Kettengliedern steigt, die angebotene Menge hingegen sinkt. Alle Kettenglieder erhalten wenigstens ihren geforderten Mindestgewinn, wobei die Summe der Mindestgewinne mit steigender Anzahl der Kettenglieder sinken muss, damit sie vom Gesamtdeckungsbeitrag gedeckt werden kann.

- Berechnungsmöglichkeit $2_{d,3}^{nK}$: Bei dieser Berechnungsmöglichkeit wird der Verkaufspreis des Händlers extern vorgeschrieben ($p_R := \bar{p}_R$), so dass die optimale Menge, die beim Zwischenhändler bestellt werden muss, direkt mit Hilfe der Nachfragefunktion berechnet wird:

$$q_R^* := d(\bar{p}_R) = a - b\bar{p}_R.$$

Die Höhe des Deckungsbeitrags vom Händler hängt demnach nur noch vom Verkaufspreis des Zwischenhändlers ab:

$$\Pi_R^*(p_W) = (\bar{p}_R - p_W) \cdot q_R^*.$$

[495] Diese Einschränkung ist notwendig, um den Rahmen dieser Arbeit nicht zu sprengen. Für abweichende Mindestgewinne muss analog zu den für eine Kette mit $L = 3$ Gliedern oben aufgeführten Bschränkungen W_i, $i \in [1, 2]$ und M_j, $j \in [1, 4]$ die Berechnungen verallgemeinert werden.

[496] Die Herleitung der Ergebnisse und der Beweis mittels vollständiger Induktion finden sich unter A.3.1.2, S. 413 ff.

Der Zwischenhändler maximiert seinen Deckungsbeitrag unter Beachtung seines Mindestgewinns und dem des Händlers:

$$\begin{aligned} \Pi_W &= \max_{p_W}\left((p_W - p_M)\cdot q_R^*\right) \\ \text{u. d. NB.} \quad \Pi_R &\geq \Pi_R^{Min} \\ \Pi_W &\geq \Pi_W^{Min}. \end{aligned}$$

Der Zwischenhändler kann einen Preis im Bereich

$$p_W \in \left[p_M + \frac{\Pi_W^{Min}}{a - b\bar{p}_R},\quad \bar{p}_R - \frac{\Pi_R^{Min}}{a - b\bar{p}_R}\right] \tag{5.13}$$

wählen, ohne dass sein Mindestgewinn oder der des Händlers unterschritten wird.[497] Die untere Preisgrenze ist jedoch noch abhängig vom geforderten Preis des Herstellers. Der maximale Preis, den der Zwischenhändler fordern kann, ist genau der Preis, bei dem der Händler gerade seinen Mindestgewinn erhält. Dieser Preis ist unabhängig vom geforderten Preis des Herstellers.

Auch der Hersteller maximiert seinen Deckungsbeitrag unter Beachtung der geforderten Mindestgewinne der einzelnen Stufen:

$$\begin{aligned} \Pi_M &= \max_{p_M}\left((p_M - c_M)\cdot q_R^*\right) \\ \text{u. d. NB.} \quad \Pi_R &\geq \Pi_R^{Min} \\ \Pi_W &\geq \Pi_W^{Min} \\ \Pi_M &\geq \Pi_M^{Min}. \end{aligned}$$

Der Hersteller wird immer zu dem Preis

$$p_M^* = \bar{p}_R - \frac{\Pi_W^{Min} + \Pi_R^{Min}}{a - b\bar{p}_R} \tag{5.14}$$

verkaufen wollen, da dieser ihm den maximalen Deckungsbeitrag zusichert.[498] Je nach Verhandlungsposition der anderen Parteien wäre der Hersteller aber bereit, seinen Preis bis auf

$$p_M^{min} = c_M + \frac{\Pi_M^{Min}}{a - b\bar{p}_R} \tag{5.15}$$

zu reduzieren. Bei diesem Preis würde er gerade seinen Mindestgewinn Π_M^{Min} erhalten.[499]

Nun kann auch der exakte Preisbereich des Zwischenhändlers ermittelt werden. Dazu werden die soeben berechneten Preise des Herstellers jeweils in (5.13) eingesetzt. Fordert der Herstel-

[497] Siehe dazu unter B.4.1, „Berechnungsmöglichkeit $2^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d,3}}$“, S. 533 ff., Berechnungen In[4]–In[8].
[498] Berechnung dazu unter In[9] bis In[18], S. 534 ff.
[499] Siehe In[15] und Out[15], S. 535.

ler den Preis p_M^* (5.14), so entspricht die Preisuntergrenze der Preisobergrenze. Das bedeutet, dass der Zwischenhändler nur mit dem Preis

$$p_W^* = \bar{p}_R - \frac{\Pi_R^{Min}}{a - b\bar{p}_R}$$

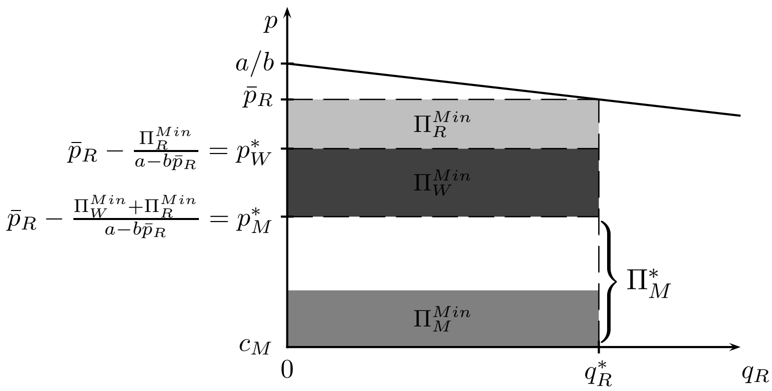
reagieren kann.

Sollte der Hersteller den minimal möglichen Preis (5.15) fordern, so kann der Zwischenhändler einen Preis aus dem Intervall von

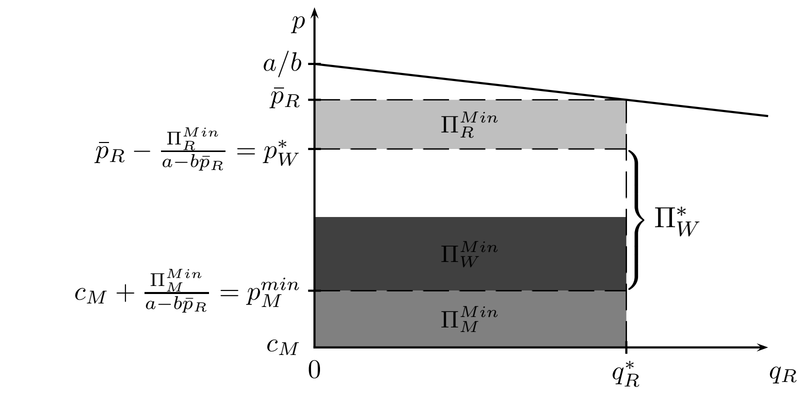
$$p_W \in \left[c_M + \frac{\Pi_W^{Min} + \Pi_M^{Min}}{a - b\bar{p}_R}, \quad \bar{p}_R - \frac{\Pi_R^{Min}}{a - b\bar{p}_R}\right] \tag{5.16}$$

wählen.

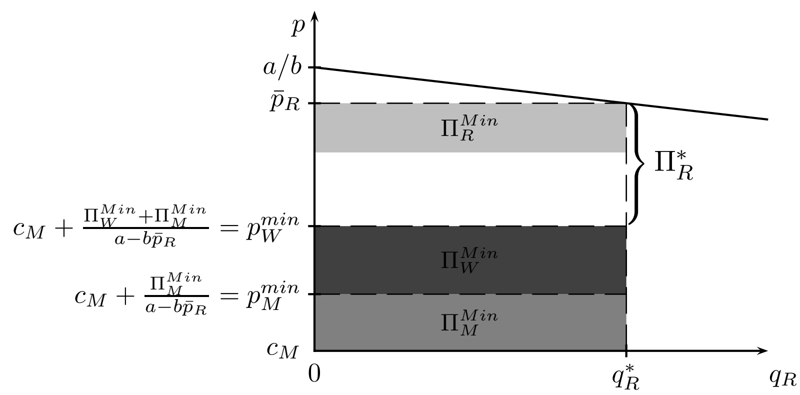
Die möglichen Preisintervalle und die dazugehörigen Deckungsbeiträge sind in Abb. 5.2 dargestellt. Die Teilabbildungen zeigen für eine lineare inverse Nachfragefunktion die optimale Menge zum extern vorgegebenen Verkaufspreis $\bar{p}_R$ sowie die Mindestgewinne von Hersteller (mittelgraues Rechteck), Zwischenhändler (dunkelgraues Rechteck) und Händler (hellgraues Rechteck). Das weiße Rechteck zeigt den verbleibenden Deckungsbeitrag, der zwischen den Parteien aufgeteilt wird. Abb. 5.2(a) stellt den Fall dar, dass der Hersteller den maximal möglichen Preis p_M^* wählt (5.14). Der Zwischenhändler muss ebenfalls den maximal möglichen Preis p_W^* wählen, damit er und der Händler jeweils die geforderten Mindestgewinne erhalten. Der Hersteller erhält somit den maximal möglichen Deckungsbeitrag.



(a) Hersteller hat Verhandlungsmacht



(b) Zwischenhändler hat Verhandlungsmacht



(c) Händler hat Verhandlungsmacht

Abb. 5.2: Mindestgewinne der einzelnen Kettenglieder bei einem extern vorgegebenen Preis $\bar{p}_R$ sowie Deckungsbeiträge bei unterschiedlicher Verhandlungsmacht

Sollte der Hersteller den Preis p_M^{min} wählen, bei dem er gerade seinen geforderten Mindestgewinn erhält, kann der Zwischenhändler den ganzen zusätzlichen Deckungsbeitrag erhalten, wenn er den Preis p_W^* wählt (Abb. 5.2(b)). Sollten Hersteller und Zwischenhändler jeweils die minimal möglichen Preise p_M^{min} und p_W^{min} wählen, erhält der Händler den zusätzlichen Deckungsbeitrag (Abb. 5.2(c)). Es ist aber auch möglich, dass Hersteller oder Zwischenhändler Preise innerhalb ihrer Preisintervalle wählen. Der zusätzliche Deckungsbeitrag wird dann dementsprechend auf die einzelnen Parteien aufgeteilt.

Auch Abb. 5.3 stellt mögliche Preisintervalle von Hersteller und Zwischenhändler dar. Allerdings werden hier nicht wie in Abb. 5.2 die geforderten Mindestgewinne und Deckungsbeiträge der drei Parteien ersichtlich, sondern alle (p_M, p_W)-Kombinationen, bei denen jede Partei mindestens ihren geforderten Mindestgewinn erhält. Diese Lösungen sind durch ein Dreieck gekennzeichnet.

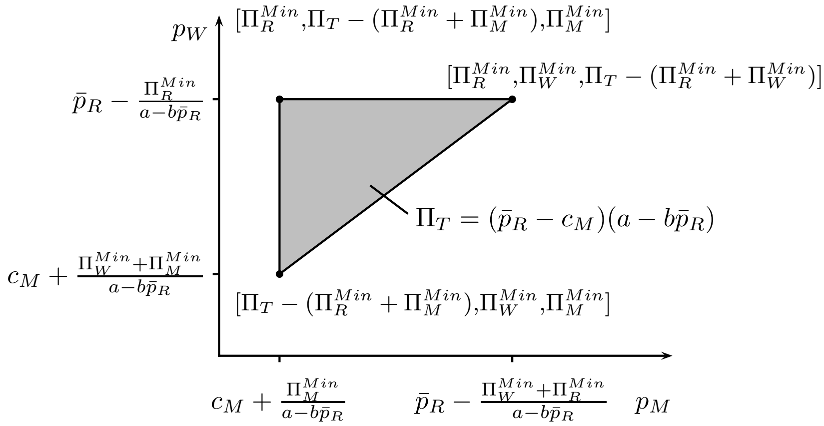


Abb. 5.3: Gesamtdeckungsbeitrag in Abhängigkeit von (p_M, p_W)-Kombinationen und ausgewählte Deckungsbeiträge der Kettenglieder mit $[\Pi_R, \Pi_W, \Pi_M]$

Bei allen zulässigen (p_M, p_W)-Kombinationen wird ein Gesamtdeckungsbeitrag von $\Pi_T = (\bar{p}_R - c_M)(a - b\bar{p}_R)$ erreicht.

Für die drei Eckpunkte der Abb. 5.3 werden in Tab. 5.7 die soeben dargestellten Ergebnisse zusammengefasst.[500] Der Hersteller stellt demnach die Menge $q_M^* = a - b\bar{p}_R$ her, die der Zwischenhändler bei ihm bestellt $(q_W^* := q_M^*)$. Der Händler bestellt ebenso die Menge $(q_R^* := q_W^*)$ und verkauft diese dann an die Konsumenten. Die Preisunter- und -obergrenzen von Hersteller und Händler sind in der Tabelle eingetragen. Dabei ist die Tabelle folgendermaßen zu lesen: Wählt der Hersteller den maximalen Preis p_M^* (letzte Spalte), so muss der Zwischenhändler ebenso seinen maximalen Preis p_W^* wählen, damit er und der Händler die geforderten Mindestgewinne erhalten. Der Hersteller erhält indes den maximal möglichen Deckungsbeitrag.[501]

Verkauft der Hersteller seine Produkte an den Zwischenhändler zum minimalen Preis p_M^{min}, kann der Zwischenhändler einen Preis aus dem Intervall $[p_W^{min}, p_W^*]$ wählen. Fordert er die Preisuntergrenze (1. Spalte), erhalten der Hersteller sowie der Zwischenhändler gerade ihre Mindestgewinne. Der Händler hingegen erhält den maximal möglichen Deckungsbeitrag.[502] Damit der Zwischenhändler den maximal möglichen Deckungsbeitrag erhält, muss er den Preis p_W^* wählen.[503] Der Gesamtdeckungsbeitrag ist unabhängig von den geforderten Preisen von Hersteller und Zwischenhändler.

[500] Aus Gründen der Übersichtlichkeit weicht der Tabellenaufbau von den vorherigen ab.
[501] Siehe auch Abb. 5.2(a).
[502] Siehe auch Abb. 5.2(c).
[503] Siehe auch Abb. 5.2(b).

<table>
<tr><td colspan="4">Herstell- und Bestellmenge</td></tr>
<tr><td>Hersteller</td><td colspan="3">$a - b\bar{p}_R$</td></tr>
<tr><td>Zwischenhändler</td><td colspan="3">$a - b\bar{p}_R$</td></tr>
<tr><td>Händler</td><td colspan="3">$a - b\bar{p}_R$</td></tr>
<tr><td colspan="4">Preis</td></tr>
<tr><td>Hersteller</td><td colspan="2">$c_M + \frac{\Pi_M^{Min}}{a-b\bar{p}_R}$</td><td>$\bar{p}_R - \frac{\Pi_R^{Min}+\Pi_W^{Min}}{a-b\bar{p}_R}$</td></tr>
<tr><td>Zwischenhändler</td><td>$c_M + \frac{\Pi_W^{Min}+\Pi_M^{Min}}{a-b\bar{p}_R}$</td><td>$\bar{p}_R - \frac{\Pi_R^{Min}}{a-b\bar{p}_R}$</td><td>$\bar{p}_R - \frac{\Pi_R^{Min}}{a-b\bar{p}_R}$</td></tr>
<tr><td>Händler</td><td colspan="3">$\bar{p}_R$</td></tr>
<tr><td colspan="4">Deckungsbeitrag</td></tr>
<tr><td>Hersteller</td><td colspan="2">Π_M^{Min}</td><td>$(\bar{p}_R - c_M)(a - b\bar{p}_R) - \left(\Pi_R^{Min} + \Pi_W^{Min}\right)$</td></tr>
<tr><td>Zwischenhändler</td><td>Π_W^{Min}</td><td>$(\bar{p}_R - c_M)(a - b\bar{p}_R) - \left(\Pi_R^{Min} + \Pi_M^{Min}\right)$</td><td>$\Pi_W^{Min}$</td></tr>
<tr><td>Händler</td><td>$(\bar{p}_R - c_M)(a - b\bar{p}_R) - \left(\Pi_W^{Min} + \Pi_M^{Min}\right)$</td><td colspan="2">$\Pi_R^{Min}$</td></tr>
<tr><td>Lieferkette</td><td colspan="3">$(\bar{p}_R - c_M)(a - b\bar{p}_R)$</td></tr>
</table>

Tab. 5.7: Algebraische Lösung für Preisintervalle bei $L = 3$ mit $\Pi_R^{Min} + \Pi_W^{Min} + \Pi_M^{Min} \leq (\bar{p}_R - c_M)(a - b\bar{p}_R)$

Die vorgestellten Ergebnisse der Tab. 5.7 sind nur Lösungen, die an den Grenzen der Preisintervalle von Hersteller und Zwischenhändler gelten. Sollte der Hersteller und/oder der Zwischenhändler einen Preis innerhalb ihrer Preisintervalle wählen, müssen die Lösungen extra berechnet werden.

Die folgende Tabelle gibt die Lösungen einer Kette mit $L \geq 2$ Gliedern an. Dabei wird von der Situation ausgegangen, dass das erste Kettenglied (Hersteller) die stärkste Verhandlungsposition einnimmt und seinen optimalen Preis wählt.

Stufe $l = 1$	
Preis	$\bar{p}_L - \frac{\sum_{i=2}^{L} \Pi_{(i,L)}^{Min}}{a - b\bar{p}_L}$
Herstellmenge	$a - b\bar{p}_L$
Deckungsbeitrag	$(\bar{p}_L - c_{(1,L)})(a - b\bar{p}_L) - \sum_{i=2}^{L} \Pi_{(i,L)}^{Min}$
Stufe $l,\ L > 2,\ l \in \{2, \ldots, L-1\}$	
Preis	$\bar{p}_L - \frac{\sum_{i=l+1}^{L} \Pi_{(i,L)}^{Min}}{a - b\bar{p}_L}$
Bestellmenge	$a - b\bar{p}_L$
Deckungsbeitrag	$\Pi_{(l,L)}^{Min}$
Stufe $l = L$	
Preis	$\bar{p}_L$
Bestellmenge	$a - b\bar{p}_L$
Deckungsbeitrag	$\Pi_{(L,L)}^{Min}$
Lieferkette	
Deckungsbeitrag	$(\bar{p}_L - c_{(1,L)})(a - b\bar{p}_L)$

Tab. 5.8: Algebraische Lösung für $L \geq 2$ mit $\sum_{i=1}^{L} \Pi_{(i,L)}^{Min} \leq (\bar{p}_L - c_{(1,L)})(a - b\bar{p}_L)$

Entsprechend den Lösungen gelten für Ketten mit $L \geq 2$ folgende Ergebnisse: Die Verkaufspreise der Stufen $l = 1$ bis $l = L-1$ hängen von der Höhe der Mindestgewinne der Folgestufen ab. Nur die erste Stufe erhält den zusätzlichen Deckungsbeitrag, alle anderen erhalten ihren geforderten Mindestgewinn. Da der Verkaufspreis an die Konsumenten extern festgelegt wurde, sind die nachgefragte Menge und dementsprechend auch der Gesamtdeckungsbeitrag unabhängig von den geforderten Mindestgewinnen und der Kettenlänge.

- **Berechnungsmöglichkeit $3^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$:** Bei dieser Berechnungsmöglichkeit legt der Hersteller des Produktes den Verkaufspreis an die Konsumenten (L+1) fest.

Da der Hersteller, unabhängig von einer Zwischenstufe, dem Händler einen Verkaufspreis vorschreibt, kann auf die Berechnung des optimalen Verkaufspreises mit

$$\bar{p}_R^* = \frac{a + bc_M}{2b}$$

der Berechnungsmöglichkeit $3^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$ bei einer zweigliedrigen Kette verwiesen werden.[504]

Die Menge, die der Händler beim Zwischenhändler bestellen muss, beträgt aufgrund des vorgeschriebenen Verkaufspreises

$$q_R^* := d(\bar{p}_R^*) = a - b\bar{p}_R^* = \frac{a - bc_M}{2}.$$

Da der Verkaufspreis des Händlers mit $\bar{p}_R^*$ vorgegeben ist und sich die optimale Verkaufsmenge q_R^* aus dem Preis ableitet, hängt die Höhe des Deckungsbeitrags vom Händler nur noch vom Verkaufspreis des Zwischenhändlers ab:

$$\Pi_R^*(p_W) = (\bar{p}_R^* - p_W) \cdot q_R^*.$$

Auch bei dieser Berechnungsmöglichkeit maximiert der Zwischenhändler seinen Deckungsbeitrag. Ab hier folgt das weitere Vorgehen der Berechnungsmöglichkeit $2^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$.[505] Der einzige Unterschied zu dieser Berechnungsmöglichkeit besteht darin, dass dem Händler statt des Preises $\bar{p}_R$ nun der Preis $\bar{p}_R^*$ vorgeschrieben wird. Die Lösungen dieser Berechnungsmöglichkeit (Tab. 5.9 auf der nächsten Seite) entsprechen somit den Lösungen der Tab. 5.7 mit $\bar{p}_R := \bar{p}_R^*$.

[504] Siehe S. 76. Das Maximierungsproblem des Herstellers ist identisch mit (4.12).
[505] Siehe S. 233 ff.

<table>
<tr><td colspan="4">Herstell- und Bestellmenge</td></tr>
<tr><td>Hersteller</td><td colspan="3">$\frac{a-bc_M}{2}$</td></tr>
<tr><td>Zwischenhändler</td><td colspan="3">$\frac{a-bc_M}{2}$</td></tr>
<tr><td>Händler</td><td colspan="3">$\frac{a-bc_M}{2}$</td></tr>
<tr><td colspan="4">Preis</td></tr>
<tr><td>Hersteller</td><td colspan="2">$c_M + \frac{2\Pi_M^{Min}}{a-bc_M}$</td><td>$\frac{a+bc_M}{2b} - \frac{2\left(\Pi_R^{Min}+\Pi_W^{Min}\right)}{a-bc_M}$</td></tr>
<tr><td>Zwischenhändler</td><td>$c_M + \frac{2\left(\Pi_W^{Min}+\Pi_M^{Min}\right)}{a-bc_M}$</td><td>$\frac{a+bc_M}{2b} - \frac{2\Pi_R^{Min}}{a-bc_M}$</td><td>$\frac{a+bc_M}{2b} - \frac{2\Pi_R^{Min}}{a-bc_M}$</td></tr>
<tr><td>Händler</td><td colspan="3">$\frac{a+bc_M}{2b}$</td></tr>
<tr><td colspan="4">Deckungsbeitrag</td></tr>
<tr><td>Hersteller</td><td colspan="2">Π_M^{Min}</td><td>$\frac{(a-bc_M)^2}{4b} - \left(\Pi_R^{Min} - \Pi_W^{Min}\right)$</td></tr>
<tr><td>Zwischenhändler</td><td>Π_W^{Min}</td><td>$\frac{(a-bc_M)^2}{4b} - \left(\Pi_R^{Min} - \Pi_M^{Min}\right)$</td><td>$\Pi_W^{Min}$</td></tr>
<tr><td>Händler</td><td>$\frac{(a-bc_M)^2}{4b} - \left(\Pi_W^{Min} - \Pi_M^{Min}\right)$</td><td colspan="2">$\Pi_R^{Min}$</td></tr>
<tr><td>Lieferkette</td><td colspan="3">$\frac{(a-bc_M)^2}{4b}$</td></tr>
</table>

Tab. 5.9: Algebraische Lösung für Preisintervalle bei $L = 3$ mit $\Pi_R^{Min} + \Pi_W^{Min} + \Pi_M^{Min} \leq \frac{(a-bc_M)^2}{4b}$

Die Interpretation der Tab. 5.9 folgt jener der Berechnungsmöglichkeit $2^{\text{nK}}_{\text{d,3}}$.[506]

Analog kann auch die allgemeine Lösung für eine Kette mit $L \geq 2$ Gliedern angegeben werden. Wie schon bei Berechnungsmöglichkeit $2^{\text{nK}}_{\text{d,3}}$ wird auch hier von der Situation ausgegangen, dass das erste Kettenglied (Hersteller) den stärksten Einfluss besitzt und seinen optimalen Preis wählt.

Stufe $l = 1$	
Preis	$\frac{a+bc_{(1,L)}}{2b} - \frac{2\sum_{i=2}^{L} \Pi^{Min}_{(i,L)}}{a-bc_{(1,L)}}$
Herstellmenge	$\frac{a-bc_{(1,L)}}{2}$
Deckungsbeitrag	$\frac{(a-bc_{(1,L)})^2}{4b} - \sum_{i=2}^{L} \Pi^{Min}_{(i,L)}$
Stufe $l,\ L > 2,\ l \in \{2, \ldots, L-1\}$	
Preis	$\frac{a+bc_{(1,L)}}{2b} - \frac{2\sum_{i=l+1}^{L} \Pi^{Min}_{(i,L)}}{a-bc_{(1,L)}}$
Bestellmenge	$\frac{a-bc_{(1,L)}}{2}$
Deckungsbeitrag	$\Pi^{Min}_{(l,L)}$
Stufe $l = L$	
Preis	$\frac{a+bc_{(1,L)}}{2b}$
Bestellmenge	$\frac{a-bc_{(1,L)}}{2}$
Deckungsbeitrag	$\Pi^{Min}_{(L,L)}$
Lieferkette	
Deckungsbeitrag	$\frac{(a-bc_{(1,L)})^2}{4b}$

Tab. 5.10: Algebraische Lösung für $L \geq 2$ mit $\sum_{i=1}^{L} \Pi^{Min}_{(i,L)} \leq \frac{(a-bc_{(1,L)})^2}{4b}$

Für Berechnungsmöglichkeit $3^{\text{nK}}_{\text{d,3}}$ gelten für Ketten mit $L \geq 2$ folgende Ergebnisse: Die Verkaufspreise der Stufen $l \leq L-1$ hängen von der Höhe der Mindestgewinne der Folgestufen sowie von der Höhe der Herstellkosten der ersten Stufe ab. Der Preis jeder Stufe steigt mit zunehmender Kettenlänge. Jede Stufe mit $l > 1$ erhält einen Deckungsbeitrag in Höhe des geforderten Mindestgewinns. Die erste Stufe hingegen erhält den zusätzlichen Deckungsbeitrag, der insgesamt durch die Lieferkette erwirtschaftet wird. Der Gesamtdeckungsbeitrag ist unabhängig von der Länge der Kette. Lediglich die erste Stufe beeinflusst die Höhe des Gesamtdeckungsbeitrags durch ihre Herstellkosten.

[506] Siehe S. 233 ff.

- **Berechnungsmöglichkeit $4^{nK}_{d,3}$:** Auch in diesem Kapitel unterscheidet sich die Berechnungsmöglichkeit $4^{nK}_{d,3}$ von der Berechnungsmöglichkeit $3^{nK}_{d,3}$ durch die Vorgehensweise zur Bestimmung der Preise $\bar{p}^*_R$ und p^*_M.

Der Hersteller legt nun den Endverkaufspreis und seinen eigenen Verkaufspreis simultan fest. Er maximiert deshalb seinen Deckungsbeitrag, wobei er bei der Lösung die geforderten Mindestgewinne aller Parteien berücksichtigen muss.

Auch hier wird zum Zwecke der Übersichtlichkeit und Nachvollziehbarkeit zunächst die simultane Preisbestimmung anhand einer dreigliedrigen Kette vorgestellt, um anschließend das Ergebnis auf eine Kette mit einer unbestimmten Anzahl von Gliedern zu verallgemeinern.

Das Optimierungsproblem des Herstellers lautet für eine Kette mit drei Gliedern

$$\begin{aligned} \Pi_M &= \max_{p_M,\bar{p}_R} ((p_M - c_M)(a - b\bar{p}_R)) \\ \text{u. d. NB.} \quad \Pi_R &\geq \Pi_R^{Min} \\ \Pi_W &\geq \Pi_W^{Min} \\ \Pi_M &\geq \Pi_M^{Min}. \end{aligned}$$

Einzig die Lösung

$$p^*_M = \frac{a + bc_M}{2b} - \frac{2(\Pi_R^{Min} + \Pi_W^{Min})}{a - bc_M},\ \bar{p}^*_R = \frac{a + bc_M}{2b}$$

genügt allen Kuhn-Tucker-Bedingungen.[507] Bei dieser Preiskombination muss der Zwischenhändler den Preis

$$p^*_W = \frac{a + bc_M}{2b} - \frac{2\Pi_R^{Min}}{a - bc_M}$$

wählen, damit er einen Deckungsbeitrag in Höhe seines Mindestgewinns erhält.[508]

Die Ergebnisse sind in Tab. 5.11 zusammengefasst.

[507] Siehe Berechnung dazu unter B.4.1, „Berechnungsmöglichkeit $4^{nK}_{d,3}$“, S. 538 ff., In[4]–In[23].

[508] Siehe Berechnung dazu unter B.4.1, S. 543 f., In[27]–In[34].

Hersteller	
Preis	$\frac{a+bc_M}{2b} - \frac{2(\Pi_R^{Min}+\Pi_W^{Min})}{a-bc_M}$
Herstellmenge	$\frac{a-bc_M}{2}$
Deckungsbeitrag	$\frac{(a-bc_M)^2}{4b} - (\Pi_R^{Min} + \Pi_W^{Min})$
Zwischenhändler	
Preis	$\frac{a+bc_M}{2b} - \frac{2\Pi_R^{Min}}{a-bc_M}$
Herstellmenge	$\frac{a-bc_M}{2}$
Deckungsbeitrag	Π_W^{Min}
Händler	
Preis	$\frac{a+bc_M}{2b}$
Bestellmenge	$\frac{a-bc_M}{2}$
Deckungsbeitrag	Π_R^{Min}
Lieferkette	
Deckungsbeitrag	$\frac{(a-bc_M)^2}{4b}$

Tab. 5.11: Optimale algebraische Lösung für Berechnungsmöglichkeit $4_{\mathrm{d},3}^{\mathrm{nK}}$ für $L = 3$

Die für den Hersteller optimale Lösung entspricht somit der optimalen Lösung aus Berechnungsmöglichkeit $3_{\mathrm{d},3}^{\mathrm{nK}}$.[509]

Durch die Möglichkeit der simultanen Bestimmung der Preise $\bar{p}_R^*$ und p_M^* folgt, dass der Hersteller ebenfalls dem Händler einen minimalen bzw. maximalen Preis vorschreiben kann, der zu unterschiedlichen Angebotsmengen führt.[510]

Da die optimale Lösung des Herstellers bezüglich des Preises der optimalen Lösung der Berechnungsmöglichkeit $3_{\mathrm{d},3}^{\mathrm{nK}}$ entspricht, kann auch im Hinblick auf die Verallgemeinerung dieses Ergebnisses auf eine Kette mit einer unbestimmten Anzahl von Gliedern auf die dortige allgemeine Lösung für $L \geq 2$ verwiesen werden.[511]

Die kooperative Kette

Im Folgenden wird ausgehend von der jeweiligen Berechnungsmöglichkeit für den Fall der Nicht-Kooperation (Berechnungsmöglichkeiten $1_{\mathrm{d},3}^{\mathrm{nK}}$ bis $4_{\mathrm{d},3}^{\mathrm{nK}}$) überprüft, inwiefern die einzelnen

[509] Siehe Tab. 5.9, S. 241, letzte Spalte.
[510] Siehe Kapitel 4, Berechnungsmöglichkeit $4_{\mathrm{d},3}^{\mathrm{nK}}$, S. 81 ff. Da die algebraische Lösung für $L = 3$ sehr komplex wird, wird auf eine Angabe verzichtet.
[511] Siehe Tab. 5.10, S. 242.

Stufen einer Kette durch eine Kooperation profitieren können. Diese Berechnungsmöglichkeiten werden dabei an den Fall der Kooperation angepasst, so dass sich die betrachteten Berechnungsmöglichkeiten wie folgt darstellen:

- Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{K}}_{\mathrm{d},3}$: Alle Stufen legen gemeinsam den optimalen Verkaufspreis und die optimale Verkaufsmenge fest, um so den Gesamtdeckungsbeitrag zu maximieren.

- Berechnungsmöglichkeit $2^{\mathrm{K}}_{\mathrm{d},3}$: Alle Stufen maximieren den Gesamtdeckungsbeitrag unter einem extern vorgegebenen Verkaufspreis.

In Bezug auf Berechnungsmöglichkeit $3^{\mathrm{K}}_{\mathrm{d},3}$ und Berechnungsmöglichkeit $4^{\mathrm{K}}_{\mathrm{d},3}$ soll analog zu den Berechnungsmöglichkeiten $3^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$ und $4^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$ bei Nicht-Kooperation angenommen werden, dass die erste Stufe nur dann mit der letzten Stufe kooperieren wird, wenn diese den ihr vom Hersteller vorgeschriebenen Verkaufspreis akzeptiert. In den entsprechenden Abschnitten[512] wurde gezeigt, dass die erste Stufe sowohl bei Berechnungsmöglichkeit $3^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$ als auch bei Berechnungsmöglichkeit $4^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$ trotz unterschiedlicher Berechnungsweisen der letzten Stufe den gleichen Verkaufspreis vorschreibt. Somit ergeben sich bei einer Kooperation für die entsprechenden Berechnungsmöglichkeiten keine Unterschiede bezüglich der Ergebnisse. Deshalb werden beide Berechnungsmöglichkeiten folgendermaßen definiert:

- Berechnungsmöglichkeiten $3^{\mathrm{K}}_{\mathrm{d},3}$ und $4^{\mathrm{K}}_{\mathrm{d},3}$: Alle Stufen maximieren den Gesamtdeckungsbeitrag unter dem von der ersten Stufe vorgegebenen Verkaufspreis.

Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{K}}_{\mathrm{d},3}$: Bei der Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{K}}_{\mathrm{d},3}$ kooperieren die Parteien, damit der Gesamtdeckungsbeitrag Π_T maximiert wird. Der Gesamtdeckungsbeitrag, der zusätzlich zu den geforderten Mindestgewinnen erwirtschaftet wird, wird anschließend unter den Parteien aufgeteilt.[513] Nachfolgend wird zunächst die Lösung für diese Berechnungsmöglichkeit anhand einer dreigliedrigen Kette vorgestellt. Anschließend wird diese für eine Kette mit $L \geq 2$ verallgemeinert.

Der Gesamtdeckungsbeitrag ergibt sich aus der Summe der Deckungsbeiträge von Händler, Zwischenhändler und Hersteller:

$$\begin{aligned}
\Pi_T &= \Pi_R + \Pi_W + \Pi_M \\
&= (p_R - p_M) \cdot (a - bp_R) + (p_W - p_M) \cdot (a - bp_R) + (p_M - c_M) \cdot (a - bp_R) \\
\Pi_T &= (p_R - c_M) \cdot (a - bp_R).
\end{aligned}$$

[512] Siehe S. 240 ff. für Berechnungsmöglichkeit $3^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$ bzw. S. 242 ff. für Berechnungsmöglichkeit $4^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$.

[513] Unter welchen Gesichtspunkten die Aufteilung zwischen den Parteien erfolgt ist nicht Gegenstand dieser Arbeit.

Somit hängt der Gesamtdeckungsbeitrag nur noch von p_R ab und entspricht dem Gesamtdeckungsbeitrag bei einer Kettenlänge von $L = 2$.[514] Nach der Maximierung des Deckungsbeitrags bezüglich p_R ergibt sich der optimale Endverkaufspreis

$$p_R^* = \frac{a + bc_M}{2b}.$$

Der maximal zu erreichende Gesamtdeckungsbeitrag bei einer Kooperation lautet demnach

$$\Pi_T^* = \frac{(a - bc_M)^2}{4b}.$$[515]

Da der Endverkaufspreis p_R^* und der maximale Gesamtdeckungsbeitrag feststehen, müssen nun die Preisintervalle berechnet werden, aus denen der Hersteller und der Zwischenhändler wählen können, damit alle Kettenglieder wenigstens die geforderten Mindestgewinne erhalten. Für die Berechnung der Preisintervalle kann auf die Herleitung von Berechnungsmöglichkeit $2_{\mathrm{d},3}^{\mathrm{nK}}$ bei Nicht-Kooperation mit

$$\bar{p}_R := p_R^* = \frac{a + bc_M}{2b}$$

verwiesen werden, da sowohl bei Berechnungsmöglichkeit $2_{\mathrm{d},3}^{\mathrm{nK}}$ als auch bei Berechnungsmöglichkeit $1_{\mathrm{d},3}^{\mathrm{K}}$ der Gesamtdeckungsbeitrag wegen des vorgegebenen Verkaufspreises feststeht. Die Aufteilung des Gesamtdeckungsbeitrags auf die einzelnen Kettenglieder erfolgt dann im Rahmen der festgelegten Preisintervalle.[516]

Analog zu Tab. 5.7 sind in Tab. 5.12 die Preisintervalle aufgezeigt, aus denen Hersteller und Zwischenhändler wählen können, ohne dass Mindestgewinne unterschritten werden:

[514] Siehe (4.17), S. 87.
[515] Siehe (4.19), S. 88.
[516] Siehe Berechnungsmöglichkeit $2_{\mathrm{d},3}^{\mathrm{nK}}$, S. 233 ff.

<table>
<tr><td colspan="4">Herstell- und Bestellmenge</td></tr>
<tr><td>Hersteller</td><td colspan="3">$\frac{a-bc_M}{2}$</td></tr>
<tr><td>Zwischenhändler</td><td colspan="3">$\frac{a-bc_M}{2}$</td></tr>
<tr><td>Händler</td><td colspan="3">$\frac{a-bc_M}{2}$</td></tr>
<tr><td colspan="4">Preis</td></tr>
<tr><td>Hersteller</td><td colspan="2">$c_M + \frac{2\Pi_M^{Min}}{a-bc_M}$</td><td>$\frac{a+bc_M}{2b} - \frac{2(\Pi_R^{Min}+\Pi_W^{Min})}{a-bc_M}$</td></tr>
<tr><td>Zwischenhändler</td><td>$c_M + \frac{2(\Pi_W^{Min}+\Pi_M^{Min})}{a-bc_M}$</td><td>$\frac{a+bc_M}{2b} - \frac{2\Pi_R^{Min}}{a-bc_M}$</td><td>$\frac{a+bc_M}{2b} - \frac{2\Pi_R^{Min}}{a-bc_M}$</td></tr>
<tr><td>Händler</td><td colspan="3">$\frac{a+bc_M}{2b}$</td></tr>
<tr><td colspan="4">Deckungsbeitrag</td></tr>
<tr><td>Hersteller</td><td colspan="2">Π_M^{Min}</td><td>$\frac{(a-bc_M)^2}{4b} - \left(\Pi_R^{Min} + \Pi_W^{Min}\right)$</td></tr>
<tr><td>Zwischenhändler</td><td>Π_W^{Min}</td><td>$\frac{(a-bc_M)^2}{4b} - \left(\Pi_R^{Min} - \Pi_M^{Min}\right)$</td><td>$\Pi_W^{Min}$</td></tr>
<tr><td>Händler</td><td>$\frac{(a-bc_M)^2}{4b} - \left(\Pi_W^{Min} + \Pi_M^{Min}\right)$</td><td colspan="2">$\Pi_R^{Min}$</td></tr>
<tr><td>Lieferkette</td><td colspan="3">$\frac{(a-bc_M)^2}{4b}$</td></tr>
</table>

Tab. 5.12: Algebraische Lösung für Preisintervalle bei $L = 3$ mit $\Pi_R^{Min(K)} + \Pi_W^{Min(K)} + \Pi_M^{Min(K)} \leq \frac{(a-bc_M)^2}{4b}$

Werden für die Mindestgewinne der drei Kettenglieder die optimalen Deckungsbeiträge bei Nicht-Kooperation zuzüglich ihrer Aufschläge für die Kosten der Kooperation gewählt,[517] so lauten die zu fordernden Mindestgewinne

$$\Pi_M^{Min(K)} = \Pi_M^{Min} + \kappa_M = \frac{(a - bc_M)^2}{16b} + \kappa_M,$$
$$\Pi_W^{Min(K)} = \Pi_W^{Min} + \kappa_W = \frac{(a - bc_M)^2}{32b} + \kappa_W$$

und

$$\Pi_R^{Min(K)} = \Pi_R^{Min} + \kappa_R = \frac{(a - bc_M)^2}{64b} + \kappa_R.$$

Durch das Einsetzen der Mindestgewinne in Tab. 5.12 erhält man die Ergebnisse der Tab. 5.13.

[517] Siehe Tab. 5.2, S. 228.

<table>
<tr><td colspan="4">Herstell- und Bestellmenge</td></tr>
<tr><td>Hersteller</td><td colspan="3">$\frac{a-bc_M}{2}$</td></tr>
<tr><td>Zwischenhändler</td><td colspan="3">$\frac{a-bc_M}{2}$</td></tr>
<tr><td>Händler</td><td colspan="3">$\frac{a-bc_M}{2}$</td></tr>
<tr><td colspan="4">Preis</td></tr>
<tr><td>Hersteller</td><td colspan="2">$\frac{a+7bc_M}{8b} - \frac{2\kappa_M}{a-bc_M}$</td><td>$\frac{13a+19bc_M}{32b} - \frac{2(\kappa_R+\kappa_W)}{a-bc_M}$</td></tr>
<tr><td>Zwischenhändler</td><td>$\frac{3a+13bc_M}{16b} - \frac{2(\kappa_M+\kappa_W)}{a-bc_M}$</td><td>$\frac{3a+5bc_M}{8b} - \frac{2\kappa_R}{a-bc_M}$</td><td>$\frac{3a+5bc_M}{8b} - \frac{2\kappa_R}{a-bc_M}$</td></tr>
<tr><td>Händler</td><td colspan="3">$\frac{a+bc_M}{2b}$</td></tr>
<tr><td colspan="4">Deckungsbeitrag</td></tr>
<tr><td>Hersteller</td><td colspan="2">$\frac{(a-bc_M)^2}{16b} + \kappa_M$</td><td>$\frac{13(a-bc_M)^2}{64b} - \left(\kappa_R + \kappa_W\right)$</td></tr>
<tr><td>Zwischenhändler</td><td>$\frac{(a-bc_M)^2}{32b} + \kappa_W$</td><td>$\frac{11(a-bc_M)^2}{64b} - \left(\kappa_R + \kappa_M\right)$</td><td>$\frac{(a-bc_M)^2}{32b} + \kappa_W$</td></tr>
<tr><td>Händler</td><td>$\frac{5(a-bc_M)^2}{32b} - \left(\kappa_W + \kappa_M\right)$</td><td colspan="2">$\frac{(a-bc_M)^2}{64b} + \kappa_R$</td></tr>
<tr><td>Lieferkette</td><td colspan="3">$\frac{(a-bc_M)^2}{4b}$</td></tr>
</table>

Tab. 5.13: Algebraische Lösung für Preisintervalle bei $L = 3$ mit $\Pi_R^{Min(K)} + \Pi_W^{Min(K)} + \Pi_M^{Min(K)} \leq \frac{(a-bc_M)^2}{4b}$

Sofern die Summe der Mindestgewinne der drei Parteien den Gesamtdeckungsbeitrag unterschreitet, kann die Differenz von

$$\Pi_T^* - \left(\Pi_R^{Min(K)} + \Pi_W^{Min(K)} + \Pi_M^{Min(K)}\right) = \frac{9(a - bc_M)^2}{64b} - (\kappa_M + \kappa_W + \kappa_R)$$

zwischen den Parteien aufgeteilt werden.

Unabhängig von den Kooperationskosten erhöht sich der Gesamtdeckungsbeitrag Π_T^* um

$$\Delta\Pi_T = \frac{9(a - bc_M)^2}{64b}$$

durch eine Kooperation der drei Kettenglieder ausgehend von der Berechnungsmöglichkeit $1_{\mathrm{d},3}^{\mathrm{nK}}$ bei Nicht-Kooperation.[518]

Verallgemeinert auf eine Kette mit $L \geq 2$ bedeutet dies, dass der maximale Gesamtdeckungsbeitrag dann erwirtschaftet wird, wenn alle L Stufen miteinander kooperieren. Der Gesamtdeckungsbeitrag ergibt sich aus der Summation des Deckungsbeitrags jeder einzelnen Stufe:

$$\begin{aligned}
\Pi_{T(L)} &= \Pi_{(1,L)} + \Pi_{(2,L)} + \ldots + \Pi_{(l,L)} + \ldots + \Pi_{(L-1,L)} + \Pi_{(L,L)} \\
&= (p_{(1,L)} - c_{(1,L)}) \cdot d(p_{(1,L)}) + (p_{(2,L)} - p_{(1,L)}) \cdot d(p_{(2,L)}) + \ldots \\
&\quad + (p_{(l,L)} - p_{(l-1,L)}) \cdot d(p_{(l,L)}) + \ldots + (p_{(L-1,L)} - p_{(L-2,L)}) \cdot d(p_{(L-1,L)}) + \\
&\quad + (p_{(L,L)} - p_{(L-1,L)}) \cdot d(p_{(L,L)}) \\
\Pi_{T(L)} &= \sum_{i=1}^{L} p_{(i,L)} d(p_{(i,L)}) - \sum_{i=1}^{L-1} p_{(i,L)} d(p_{(i+1,L)}) - c_{(1,L)} d(p_{(1,L)})
\end{aligned}$$

Da die erste Stufe nur die Menge herstellt und alle anderen Stufen ($l < L$) die Menge bestellen, die die Folgestufe von ihnen bestellen, gilt

$$q_{(1,L)} = q_{(2,L)} = \ldots = q_{(l,L)} = \ldots = q_{(L-1,L)} = q_{(L,L)} = d(p_{(L,L)})$$

und somit

$$\begin{aligned}
\Pi_{T(L)} &= \sum_{i=1}^{L} p_{(i,L)} d(p_{(L,L)}) - \sum_{i=1}^{L-1} p_{(i,L)} d(p_{(L,L)}) - c_{(1,L)} d(p_{(L,L)}) \\
&= p_{(L,L)} d(p_{(L,L)}) + \sum_{i=1}^{L-1} p_{(i,L)} d(p_{(L,L)}) - \sum_{i=1}^{L-1} p_{(i,L)} d(p_{(L,L)}) - c_{(1,L)} d(p_{(L,L)}) \\
\Pi_{T(L)} &= (p_{(L,L)} - c_{(1,L)}) \cdot d(p_{(L,L)}). \qquad (5.17)
\end{aligned}$$

Für eine lineare Nachfragefunktion lautet der Gesamtdeckungsbeitrag laut (5.17)

$$\Pi_{T(L)} = \left(p_{(L,L)} - c_{(1,L)}\right) \cdot (a - bp_{(L,L)}).$$

[518] Siehe Tab. 5.2, S. 228.

Bei einer Kette mit der Länge L hängt der Gesamtdeckungsbeitrag nur noch vom Verkaufspreis der letzten Stufe ab.

Der Gesamtdeckungsbeitrag muss nun maximiert werden, um zunächst den optimalen Verkaufspreis der letzten Stufe zu ermitteln:

$$\begin{aligned} \Pi_{T(L)} &= \max_{p_{(L,L)}} \left((p_{(L,L)} - c_{(1,L)}) \cdot (a - bp_{(L,L)}) \right) \\ \frac{\partial \Pi_{T(L)}}{\partial p_{(L,L)}} &\overset{!}{=} 0 \\ \Leftrightarrow p^*_{(L,L)} &= \frac{a + bc_{(1,L)}}{2b}. \end{aligned} \tag{5.18}$$

Aus dem optimalen Verkaufspreis ergibt sich dann die optimal zu verkaufende bzw. dementsprechend auch herzustellende Menge

$$q^*_{(1,L)} = q^*_{(2,L)} = \ldots = q^*_{(l,L)} = \ldots = q^*_{(L-1,L)} = q^*_{(L,L)} = d(p^*_{(L,L)}) = \frac{a - bc_{(1,L)}}{2}.$$

Der bei einer Kooperation maximal zu erreichende Gesamtdeckungsbeitrag beträgt damit

$$\Pi^*_{T(L)} = \frac{\left(a - bc_{(1,L)}\right)^2}{4b} \tag{5.19}$$

und ist unabhängig von der Länge der Kette. Das heißt, je mehr Stufen eine Kette hat, desto mehr Stufen müssen sich den Gesamtdeckungsbeitrag auf eine noch festzulegende Weise teilen.[519] Die Summe der geforderten Mindestgewinne der einzelnen Stufen darf dabei maximal dem Gesamtdeckungsbeitrag Π^*_T entsprechen:

$$\sum_{i=1}^{L} \Pi^{Min(K)}_{(i,L)} = \sum_{i=1}^{L} \left(\Pi^{Min}_{(i,L)} + \kappa_{(i,L)} \right) \leq \Pi^*_{T(L)}. \tag{5.20}$$

Abschließend kann festgestellt werden, dass durch eine Kooperation im Vergleich zur Nicht-Kooperation (Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$) sich der Gesamtdeckungsbeitrag um

$$\Delta\Pi_{T(L)} = \frac{(2^L - 2)^2}{4^L} \cdot \frac{(a - bc_{(1,L)})^2}{4b} - \sum_{i=1}^{L} \kappa_{(i,L)} \tag{5.21}$$

Geldeinheiten steigern lässt.[520]

In Abb. 5.4 auf der nächsten Seite ist der prozentuale Verlust an Gesamtdeckungsbeitrag dargestellt, der entstehen würde, falls jedes Kettenglied selbst seinen Deckungsbeitrag maximiert anstatt mit den übrigen Kettengliedern zu kooperieren.[521]

---

[519] Wie der Gesamtdeckungsbeitrag auf die einzelnen Kettenglieder aufgeteilt wird, ist nicht Gegenstand dieser Arbeit.

[520] Entspricht dem Gesamtdeckungsbeitrag bei Kooperation (5.19) abzüglich dem Gesamtdeckungsbeitrag bei Nicht-Kooperation, Tab. 5.6, S. 233.

[521] Für diese Darstellung gilt: $\sum_{i=1}^{L} \Pi^{Min(K)}_{(i,L)} \leq \Pi^*_{T(L)}, \quad \forall L \in [2, 10]$.

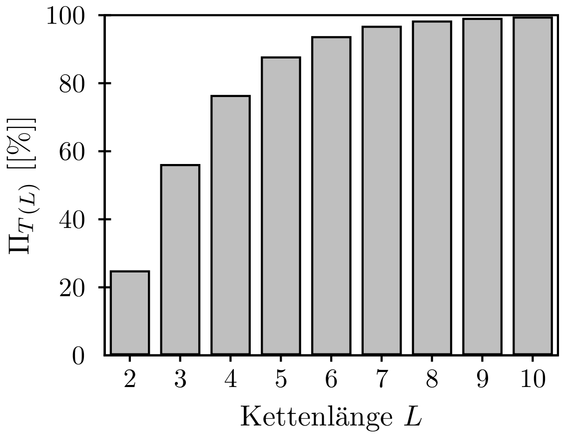


Abb. 5.4: Verlust an Gesamtdeckungsbeitrag bei Nicht-Kooperation im Vergleich zur Kooperation bei Ketten bis zu einer Länge von $L = 10$

So ist schon bei einer zweigliedrigen Kette ein 25%iger Verlust zu verzeichnen, falls die Glieder nicht kooperieren. Bei einer dreigliedrigen Kette sind es dann schon nahezu 60 %, die an Gesamtdeckungsbeitrag verloren gehen. Mit jeder weiteren Stufe erhöht sich der Verlust. Das heißt, dass ab einer Kettenlänge von $L = 9$ der Gesamtdeckungsbeitrag nahezu verdoppelt werden kann, wenn die Kettenglieder miteinander kooperieren würden.

Berechnungsmöglichkeit $2^{K}_{d,3}$: Bei dieser Berechnungsmöglichkeit muss die Stufe L ihr Produkt zu einem extern vorgegebenen Preis $\bar{p}_L$ verkaufen. Der Gesamtdeckungsbeitrag, der aufgrund des vorgegebenen Preises erreicht werden kann, entspricht[522]

$$\Pi^*_{T(L)} = (\bar{p}_L - c_{(1,L)}) \cdot d(\bar{p}_L).$$

Dieser Gesamtdeckungsbeitrag muss nun so aufgeteilt werden, dass jede Stufe ihren Mindestgewinn erhält, der sich aus dem jeweiligen Deckungsbeitrag bei Nicht-Kooperation zuzüglich der anfallenden Kooperationskosten zusammensetzt.[523] Der Mindestgewinn der ersten Stufe lautet

$$\Pi^{Min(K)}_{(1,L)} = \left((\bar{p}_L - c_{(1,L)}) \cdot d(\bar{p}_L) - \sum_{i=2}^{L} \Pi^{Min}_{(i,L)} \right) + \kappa_{(1,L)}.$$

Der Mindestgewinn aller anderen Stufen ergibt sich zu

$$\Pi^{Min(K)}_{(l,L)} = \Pi^{Min}_{(l,L)} + \kappa_{(l,L)}, \quad l \in \{2, \ldots, L\}.$$

Da die Summe der geforderten Mindestgewinne höher ist als der Gesamtdeckungsbeitrag,

$$\sum_{i=1}^{L} \Pi^{Min(K)}_{(i,L)} = (\bar{p}_L - c_{(1,L)}) \cdot d(\bar{p}_L) + \sum_{i=1}^{L} \kappa_{(i,L)} \not< \Pi^*_T,$$

[522] Nach (5.17) mit $p_{(L,L)} = \bar{p}_L$. Der vorgegebene Preis $\bar{p}_L$ ist identisch mit dem vorgegebenen Preis bei Nicht-Kooperation.

[523] Siehe Tab. 5.8, S. 239, für die Höhe des Deckungsbeitrags jeder Stufe bei Nicht-Kooperation.

werden die einzelnen Stufen einer Kette nicht miteinander kooperieren.

Berechnungsmöglichkeiten $3^{\mathrm{K}}_{\mathrm{d},3}$ und $4^{\mathrm{K}}_{\mathrm{d},3}$: Bei den Berechnungsmöglichkeiten $3^{\mathrm{K}}_{\mathrm{d},3}$ und $4^{\mathrm{K}}_{\mathrm{d},3}$ kooperiert das herstellende Unternehmen nur dann mit den anderen Stufen, wenn das Produkt letztendlich zu dem von ihm festgelegten Preis $\bar{p}^*_L$ verkauft wird.

Der Preis, der den Deckungsbeitrag des herstellenden Unternehmens maximiert, wenn dieser direkt an die Endkunden verkaufen könnte, beträgt

$$\bar{p}^*_L = \frac{a + bc_{(1,L)}}{2b}.$$ [524]

Aus (5.17) resultiert ein erreichbarer Gesamtdeckungsbeitrag von

$$\Pi^*_{T(L)} = \frac{(a - bc_{(1,L)})^2}{4b}.$$

Für diese Berechnungsmöglichkeit erhält das herstellende Unternehmen bei Nicht-Kooperation einen Deckungsbeitrag von

$$\Pi^*_{(1,L)} = \frac{(a - bc_{(1,L)})^2}{4b} - \sum_{l=2}^{L} \Pi^{Min}_{(l,L)}$$

und alle anderen Stufen einen Deckungsbeitrag von

$$\Pi^*_{(l,L)} = \Pi^{Min}_{(l,L)}, \quad l \in \{2, \dots, L\}.$$ [525]

Anfallende Kooperationskosten können nicht beglichen werden, da der Gesamtdeckungsbeitrag gerade die Deckungsbeiträge der einzelnen Stufen bei Nicht-Kooperation deckt. Es wird deshalb keine Kooperation stattfinden, wenn das herstellende Unternehmen einen Verkaufspreis $\bar{p}^*_L$ festlegt.

Fazit

Es lässt sich abschließend feststellen, dass die einzelnen Stufen einer Kette nur dann kooperieren, wenn Preise und Mengen durch die Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{K}}_{\mathrm{d},3}$ festgelegt werden.[526] Wird der Verkaufspreis $p_{(L,L)}$ extern oder vom herstellenden Unternehmen vorgeschrieben (Berechnungsmöglichkeiten $2^{\mathrm{K}}_{\mathrm{d},3}$ bzw. $3^{\mathrm{K}}_{\mathrm{d},3}$ und $4^{\mathrm{K}}_{\mathrm{d},3}$), lohnt sich eine Kooperation nicht, da die einzelnen Stufen gerade die Deckungsbeiträge im Falle einer Nicht-Kooperation erhalten (für

[524] Siehe Tab. 5.10, S. 242.
[525] Ebenda.
[526] Die Untersuchung erfolgte für die Beschränkungen

$$\Pi^{Min}_{(l,L)} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{(L+l-2)} \frac{(a - bc_{(1,L)})^2}{4b}, \quad l \in [1, L].$$

$\sum_{l=1}^{L} \kappa_{(l,L)} = 0$) oder wenn Kooperationskosten anfallen, können diese nicht gedeckt werden, da der aufzuteilende Gesamtdeckungsbeitrag zu gering ist.

5.1.1.2 Beispielhafte Illustration

Die unter Abschnitt 5.1.1.1[527] für die einzelnen Berechnungsmöglichkeiten bei Nicht-Kooperation (lokale und globale Information) bzw. Kooperation (nur globale Information) algebraisch ermittelten Ergebnisse werden nachfolgend zunächst beispielhaft für $L = 3$ anhand der folgenden Parameter illustriert.

	Parameter
Hersteller	$c_M = 3$ $\gamma_M = 1{,}5$ $\kappa_M = 5$ $\Pi_M^{Min} = 20$
Zwischenhändler	$c_W = p_M$ $\gamma_W = 1{,}2$ $\kappa_W = 5$ $\Pi_W^{Min} = 15$
Händler	$c_R = p_W$ $\kappa_R = 5$ $\Pi_R^{Min} = 10$
Preis-Absatz-Funktion	$a = 200$ $b = 25$

Tab. 5.14: Parameterwahl für das Beispiel 5.1.1-1

Im Anschluss an die Betrachtung von $L = 3$ folgt eine Darstellung ausgewählter Ergebnisse für verschiedene Kettenlängen mit $L > 3$ auf der Grundlage von Parameterwerten, die im Grundsatz denen aus Tab. 5.14 folgen.

Die Untersuchung bezieht sich dabei insgesamt zuerst auf den Fall der Nicht-Kooperation und wird im Anschluss auf den Fall der Kooperation erstreckt.

Die nicht-kooperative Kette

Im Fall der nicht-kooperativen Kette ist zwischen dem Vorliegen von lokaler Informationen und globaler Informationen zu unterscheiden.

[527] Siehe S. 221 ff.

Deckungsbeiträge bei lokaler Information Weder der Hersteller noch der Zwischenhändler können ihren Deckungsbeitrag in einer Kette maximieren, bei der nur lokale Informationen vorhanden sind, da keiner von ihnen antizipieren kann, in welcher Höhe der Händler Produkte bestellen wird. Somit können sie lediglich Preise fordern, die sich aus den jeweiligen Produktionskosten und einem Aufschlag zusammensetzen.[528] Für dieses Beispiel wählt der Hersteller nach Tab. 5.14 einen 50%igen Aufschlag ($\gamma_M = 1{,}5$) auf seine Produktionskosten, so dass sein geforderter Preis $p_M^{(*)} = c_M \cdot \gamma_M = 4{,}50$ beträgt. Der Zwischenhändler wählt einen 20%igen Aufschlag ($\gamma_W = 1{,}2$) auf seine anfallenden Kosten $c_W = p_M^{(*)}$. Sein Verkaufspreis beträgt damit

$$p_W^{(*)} = c_W \cdot \gamma_W = p_M^{(*)} \cdot \gamma_W = 5{,}40.$$

Der Händler kennt im Gegensatz zum Hersteller und Zwischenhändler die Nachfragefunktion der Konsumenten mit

$$d(p_R) = 200 - 25p_R.$$

Er kann deshalb seinen Deckungsbeitrag maximieren. Für einen ihm zunächst unbekannten Einkaufspreis $c_R = p_W^{(*)}$ lautet der optimale Preis

$$\begin{aligned} \Pi_R(p_W) &= \max_{p_R} \left((p_R - p_W)(200 - 25p_R)\right) \\ \frac{\partial \Pi_R(p_W)}{\partial p_R} &= 25(8 - 2p_R + p_W) \overset{!}{=} 0 \\ \Leftrightarrow p_R^*(p_W) &= \frac{8 + p_W}{2}.^{529} \end{aligned}$$

Verkauft der Zwischenhändler seine Produkte zu dem Preis $p_W^{(*)} = 5{,}40$, so maximiert der Preis

$$p_R^* := p_R^*(p_W^{(*)}) = 6{,}70$$

den Deckungsbeitrag des Händlers. Der Händler wird deshalb

$$q_R^* := d(p_R^*) = 32{,}50$$

Produkte beim Zwischenhändler bestellen.

Die Lösungen für dieses Beispiel sind in Tab. 5.15 aufgeführt.

[528] Siehe Abschnitt „Deckungsbeiträge bei lokaler Information“, S. 222 ff.

[529] An der Stelle $p_R^*(p_W)$ liegt wegen $\frac{\partial^2 \Pi_R(p_W)}{\partial p_R^2} = -2b = -50 < 0$ ein Maximum vor.

Hersteller	
Preis	4,50
Herstellmenge	32,50
Mindestgewinn	20,00
Deckungsbeitrag	48,75
Zwischenhändler	
Preis	5,40
Bestellmenge	32,50
Mindestgewinn	15,00
Deckungsbeitrag	29,25
Händler	
Preis	6,70
Bestellmenge	32,50
Mindestgewinn	10,00
Deckungsbeitrag	42,25
Lieferkette	
Deckungsbeitrag	120,25

Tab. 5.15: Lokale Information; Ergebnisse für Beispiel 5.1.1 -1

Wie am Deckungsbeitrag des Herstellers zu erkennen ist, war die Wahl eines Aufschlags von $\gamma_M = 1{,}5$ für ihn vorteilhaft, da er dadurch einen mehr als doppelt so hohen Deckungsbeitrag erhält als er gefordert hat. Auch der Deckungsbeitrag des Zwischenhändlers verdoppelt sich im Vergleich zu seinem geforderten Mindestgewinn von $\Pi_W^{Min} = 15$, obwohl der Zwischenhändler nur einen 20%igen Aufschlag auf seine Kosten gewählt hat. Der Händler erhält aufgrund des vom Zwischenhändler geforderten Preises mehr als das vierfache seines geforderten Mindestgewinns von $\Pi_R^{Min} = 10$.

Die Frage, ob zwischen den drei Kettengliedern ein Vertrag zustande gekommen wäre, wenn der Hersteller andere Aufschläge gewählt hätte, beantwortet die folgende Tabelle.[530] Sie zeigt für verschiedene, vom Hersteller gewählte Aufschläge, die daraus resultierenden Preise, Mengen und Deckungsbeiträge. Der Zwischenhändler wählt auch hier weiterhin den Aufschlag $\gamma_W = 1{,}2$.

[530] Wie schon bei Tab. 4.14, S. 95, werden auch hier diejenigen Ergebnisse in Klammern dargestellt, bei der wenigstens eine der drei Vertragsparteien aufgrund der Aufschlagskombination ihren Mindestgewinn nicht erhält.

Hersteller						
Aufschlag	1,05	1,20	1,40	1,60	1,80	2,00
Preis	(3,15)	3,60	4,20	4,80	5,40	(6,00)
Herstellmenge	(52,75)	46,00	37,00	28,00	19,00	(10,00)
Deckungsbeitrag	(7,91)	27,60	44,40	50,40	45,60	(30,00)
Zwischenhändler						
Aufschlag	1,20	1,20	1,20	1,20	1,20	1,20
Preis	(3,78)	4,32	5,04	5,76	6,48	(7,20)
Herstellmenge	(52,75)	46,00	37,00	28,00	19,00	(10,00)
Deckungsbeitrag	(33,23)	33,12	31,08	26,88	20,52	(12,00)
Händler						
Preis	(5,89)	6,16	6,52	6,88	7,24	(7,60)
Bestellmenge	(52,75)	46,00	37,00	28,00	19,00	(10,00)
Deckungsbeitrag	(111,30)	84,64	54,76	31,36	14,44	(4,00)
Lieferkette						
Deckungsbeitrag	(152,44)	145,36	130,24	108,64	80,56	(46,00)

Tab. 5.16: Lösungen für verschiedene Aufschläge γ_M

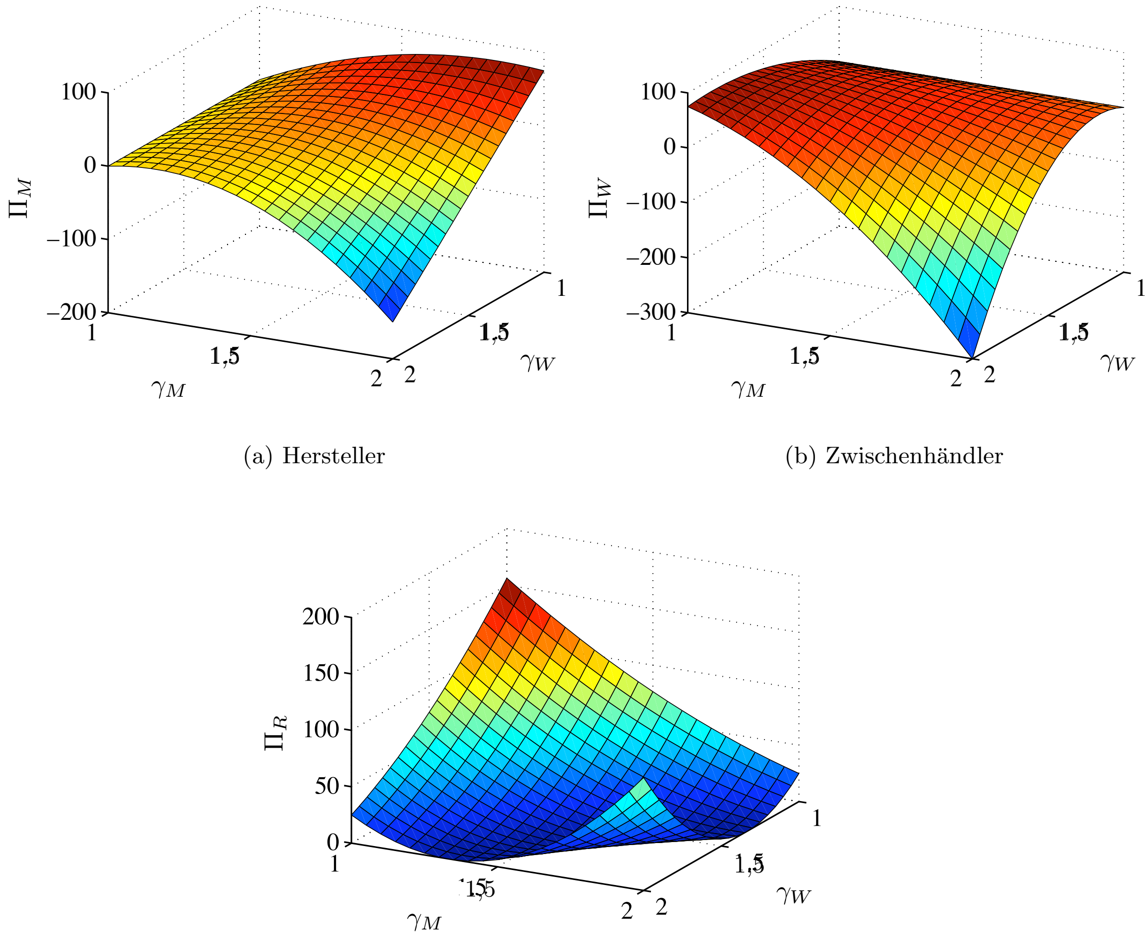
Wie im Vergleich mit Tab. 5.15 zu erkennen ist, war die Entscheidung des Herstellers, einen 50%igen Aufschlag auf die Produktionskosten zu nehmen, eine gute Entscheidung, da der Hersteller, wie schon oben erwähnt, einen Deckungsbeitrag erhält, der mehr als doppelt so hoch wie sein geforderter Mindestgewinn ist. Allerdings hätte ein 60%iger Aufschlag ($\gamma_M = 1{,}6$) zu einem noch höheren Deckungsbeitrag geführt. Die Deckungsbeiträge von Zwischenhändler und Händler würden dann allerdings im Vergleich zu einem 50%igen Aufschlag vom Hersteller sinken.

Wählt der Zwischenhändler einen 20%igen Aufschlag auf seine Kosten, wäre nur dann zwischen den Vertragsparteien kein Vertrag zustande gekommen, wenn der Hersteller einen Aufschlag von 5 % oder einen Aufschlag von 100 % gewählt hätte.[531]

Da nicht nur der Hersteller, sondern auch der Zwischenhändler verschiedene Aufschläge wählen kann, sind eine unbegrenzte Anzahl von (γ_M, γ_W)-Kombinationen denkbar, die entweder zu Vertragsverhandlungen führen oder aber wenigstens einem Kettenglied nicht den geforderten Mindestgewinn garantieren und es somit nicht zu einem Vertragsschluss kommt. Die aus verschiedenen (γ_M, γ_W)-Kombinationen resultierenden Ergebnisse werden nachfolgend grafisch dargestellt, da eine tabellarische Zusammenfassung der Ergebnisse ungeeignet ist.[532] In Abb. 5.5 sind die Deckungsbeiträge der drei Vertragsparteien für Aufschlagskombinationen mit $\gamma_M \in [1, 2]$ und $\gamma_W \in [1, 2]$ dargestellt.

[531] Das exakte Intervall, aus dem der Hersteller wählen kann, ohne den Mindestgewinn einer Partei zu unterschreiten, lautet $\gamma_M \in [1{,}13, 1{,}87]$. Für das Nachvollziehen dieses Beispiels reicht die vorgenommene Einteilung der Tabelle.

[532] Es müsste dazu eine dreidimensionale Tabelle angelegt werden.



(a) Hersteller

(b) Zwischenhändler

(c) Händler

Abb. 5.5: Deckungsbeiträge der drei Stufen in Abhängigkeit von $\gamma_M \in [1, 2]$ und $\gamma_W \in [1, 2]$

Anhand der Abb. 5.5 kann die Höhe der einzelnen Deckungsbeiträge für verschiedene Aufschlagskombinationen aller drei Kettenglieder abgelesen werden. So ist z. B. ersichtlich, dass der Hersteller einen Deckungsbeitrag von nahezu Null erhält, falls er einen sehr geringen Aufschlag ($\gamma_M \approx 1$) wählt (Abb. 5.5(a)). Der Zwischenhändler dagegen erzielt seinen maximal möglichen Deckungsbeitrag, wenn er in diesem Fall einen Aufschlag von $\gamma_W = 2$ wählt (Abb. 5.5(b)). Der Händler würde den maximal möglichen Deckungsbeitrag erhalten, wenn Hersteller und Zwischenhändler jeweils einen sehr geringen Aufschlag auf ihre Kosten nehmen würden (Abb. 5.5(c)).

In keinem der drei Teilbilder von Abb. 5.5 ist aber zu erkennen, bei welcher Aufschlagskombination alle drei Kettenglieder wenigstens ihre geforderten Mindestgewinne erhalten. Das zeigt Abb. 5.6. Hier sind in einem Koordinatensystem auf der Abszisse die Aufschläge des Herstellers und auf der Ordinate die Aufschläge des Zwischenhändlers abgetragen. Aufschlagskombinationen, bei denen keine der drei geforderten Mindestgewinne unterschritten werden, sind schwarz dargestellt.

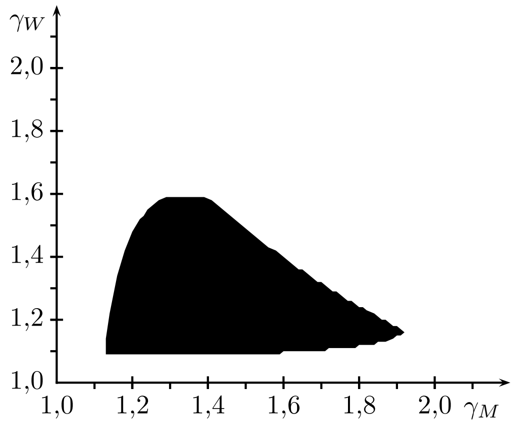
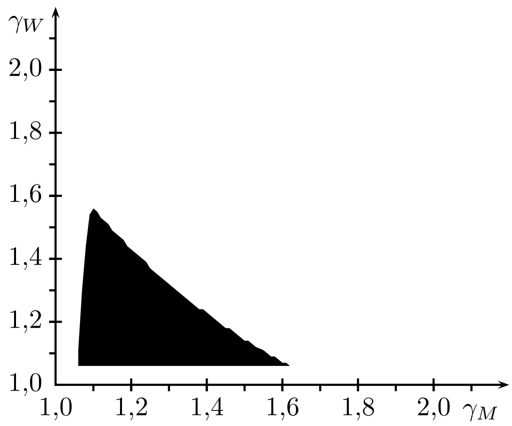


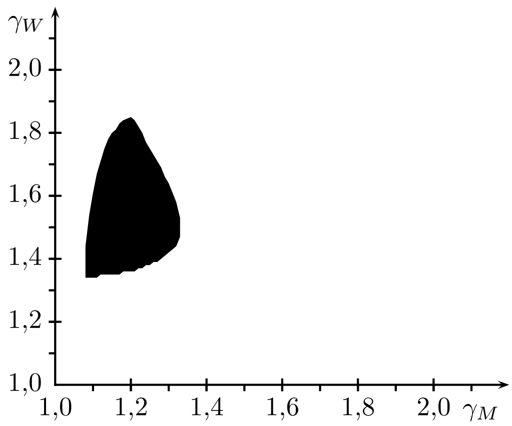
Abb. 5.6: Zulässige Aufschlagskombinationen für das Beispiel 5.1.1-1

Der Hersteller darf demnach maximal einen Aufschlag von 95 % wählen, abhängig von der Aufschlagshöhe des Zwischenhändlers. Der Zwischenhändler kann hingegen nicht mehr als 60 % für seinen Aufschlag festsetzen, ohne die Mindestgewinne aller Parteien zu gefährden. Je höher der gewählte Aufschlag des Herstellers ist, desto sicherer muss er den Preisaufschlag des Zwischenhändlers einschätzen können, um die Unterschreitung eines Mindestgewinns ausschließen zu können.

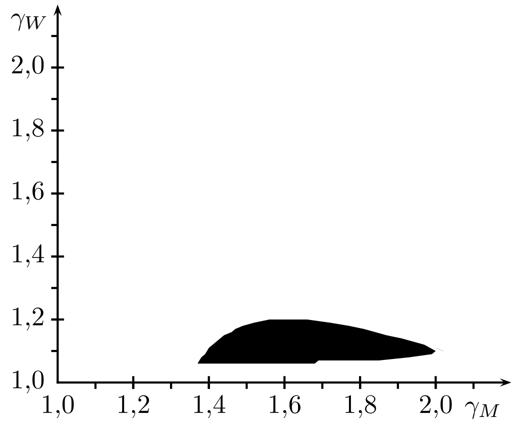
Abb. 5.7 zeigt für die Parameter des Beispiels 5.1.1-1 zulässige Aufschlagskombinationen für verschiedene Mindestgewinnanforderungen.



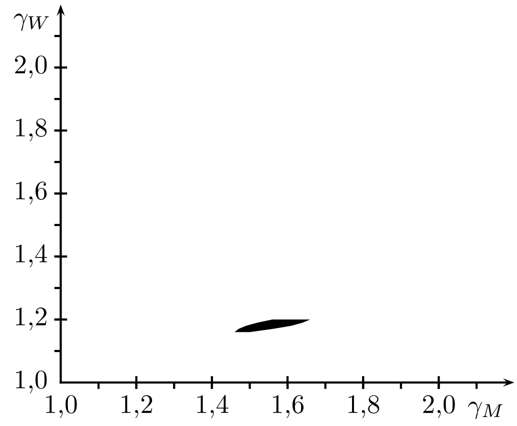
(a) $\Pi_M^{Min} = 10, \Pi_W^{Min} = 10, \Pi_R^{Min} = 50$



(b) $\Pi_M^{Min} = 10, \Pi_W^{Min} = 50, \Pi_R^{Min} = 10$



(c) $\Pi_M^{Min} = 50, \Pi_W^{Min} = 10, \Pi_R^{Min} = 10$



(d) $\Pi_M^{Min} = 50, \Pi_W^{Min} = 25, \Pi_R^{Min} = 10$

Abb. 5.7: Zulässige Aufschlagskombinationen für unterschiedliche Mindestgewinnanforderungen, $L = 3$

Für diese Abbildung wurden extreme Mindestgewinne gewählt, um deren Einfluss auf die zulässige Menge von (γ_M, γ_W)-Aufschlagskombinationen darzustellen. Fordert der Händler einen hohen Mindestgewinn, so ähnelt die zulässige (γ_M, γ_W)-Aufschlagskombination einem Dreieck (Abb. 5.7(a)). Das heißt, dass sich der Hersteller oder aber auch der Zwischenhändler für einen hohen Aufschlag entscheiden kann, sofern der jeweils andere einen niedrigen Aufschlag wählt. Damit der Zwischenhändler einen Deckungsbeitrag in Höhe seines geforderten Mindestgewinns von $\Pi_W^{Min} = 50$ erhalten kann, muss er einen Aufschlag von mindestens 35 % wählen (Abb. 5.7(b)). Der maximale Aufschlag des Herstellers beträgt bei dieser Mindestgewinnanforderung 35 %.

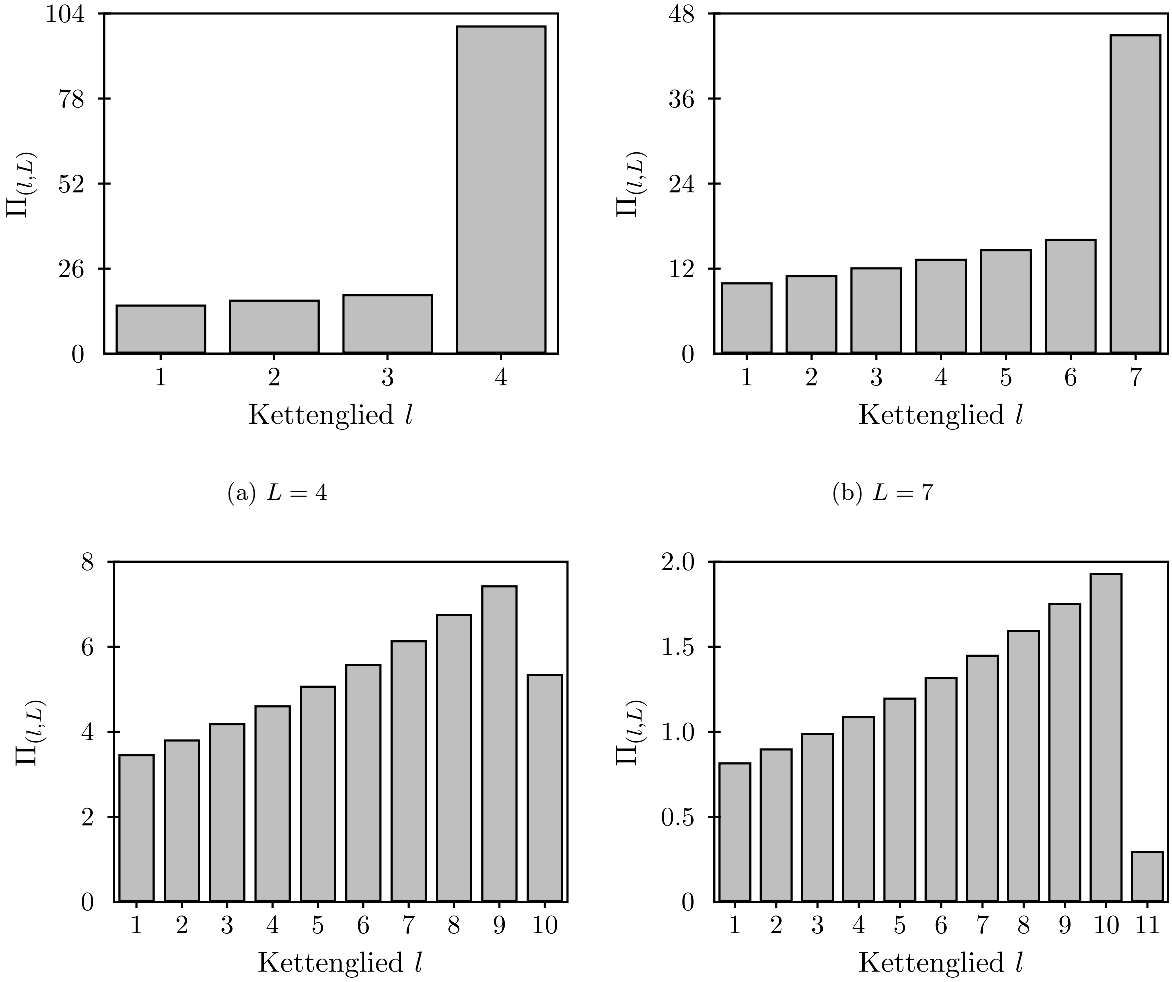
Fordert der Hersteller hingegen einen Mindestgewinn von $\Pi_M^{Min} = 50$ (Abb. 5.7(c)), so kann sein Aufschlag ungefähr zwischen 37 % und 100 % liegen. Allerdings wird nur dann der Mindestgewinn der anderen Parteien nicht unterschritten, wenn der Zwischenhändler einen Aufschlag von maximal 20 % wählt.

Verlangt der Zwischenhändler im Vergleich zu Abb. 5.7(c) einen Mindestgewinn von $\Pi_W^{Min} = 25$, so verringern sich die zulässigen (γ_M, γ_W)-Aufschlagskombinationen enorm (siehe Abb. 5.7(d)). Der Zwischenhändler kann nur noch einen Aufschlag von ungefähr 20 % wählen, der Hersteller dagegen einen Aufschlag von ungefähr 45 % bis 65 %.

Daraus folgt, dass je nachdem, in welcher Höhe Mindestgewinne vom Hersteller, Zwischenhändler und Händler gefordert werden, sich die Menge der zulässigen Aufschlagskombinationen ändert. Je höher der Mindestgewinn eines Einzelnen oder mehrerer ist, desto kleiner wird der zulässige Bereich, aus dem (γ_M, γ_W)-Aufschlagskombinationen gewählt werden können.

Nachfolgend werden nun in Abb. 5.8 für verschiedene Kettenlängen und fest gewählte Aufschlagskombinationen die Deckungsbeiträge der einzelnen Stufen betrachtet.[533]

[533] Folgende Parameterwerte wurden verwendet: $a = 200$, $b = 25$, $c_{(1,L)} = 3$, $\gamma_{(l,L)} = 1{,}1$, $l \in [1, \ldots, L-1]$ und $\Pi_{(l,L)}^{Min} = 0$, $l \in [1, \ldots, L]$.



(a) $L = 4$ (b) $L = 7$

(c) $L = 10$ (d) $L = 11$

Abb. 5.8: Deckungsbeiträge der einzelnen Stufen bei unterschiedlicher Kettenlänge L und $\gamma_{(l,L)} = 1{,}1$, $l \in [1, \ldots, L-1]$

So erhält die letzte Stufe bei einer Kettenlänge von $L = 4$ rund das Fünffache des Deckungsbeitrags verglichen mit den übrigen Stufen (Abb. 5.8(a)). Verlängert sich die Kette um drei Stufen, so erhält die letzte Stufe wiederum einen höheren Deckungsbeitrag als die vorherigen Stufen (ca. das Drei- bis Fünfache, Abb. 5.8(b)). Allerdings erhält die letzte Stufe nur noch einen halb so hohen Deckungsbeitrag wie bei einer Kettenlänge von $L = 4$. Der Deckungsbeitrag der ersten Stufe sinkt hingegen nur um 33 %. Bei $L = 10$ Stufen erhält die letzte Stufe nur noch ein Achtel des Deckungsbeitrags im Vergleich zu $L = 7$. Wird nochmals eine Stufe hinzugefügt, reduziert sich der Deckungsbeitrag der Stufe $L = 11$ um 94,42 % im Vergleich zu 10 Stufen (Abb. 5.8(c) und Abb. 5.8(d)). Die letzte Stufe erhält dann von allen Kettengliedern den geringsten Deckungsbeitrag. Je höher die Anzahl der Kettenglieder ist, desto geringer müssen die Anforderungen an die Mindestgewinne sein, da sonst keine Vertragsverhandlungen stattfinden.

Wie unter (5.6)[534] beschrieben, muss

$$c_{(1,L)} \prod_{i=1}^{L-1} \gamma_{(i,L)} \nless \frac{a}{b}$$

gelten, damit eine positive Menge an die Konsumenten verkauft werden kann. Wird die elfgliedrige Kette weiter verlängert, so ist diese Ungleichung nicht mehr erfüllt:

$$c_{(1,L)} \prod_{i=1}^{L-1} \gamma_{(i,L)} = 8{,}56 \nless \frac{a}{b} = 8.$$

Es finden damit keine Vertragsverhandlungen mehr statt.

In Abb. 5.9 wird für Ketten bis zu einer Länge von $L = 11$ der prozentuale Verlust an Gesamtdeckungsbeitrag dargestellt, der gegenüber einer Kette mit $L - 1$ Stufen entstehen würde.

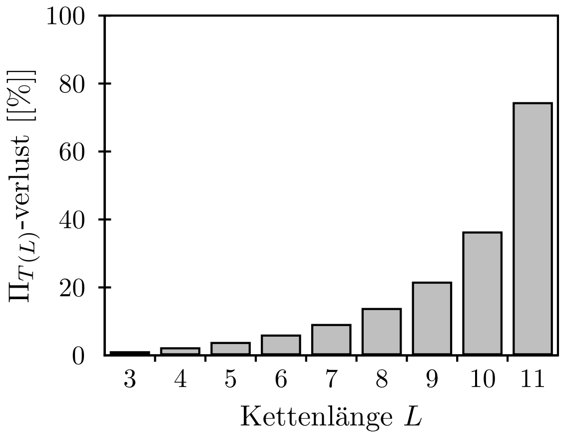


Abb. 5.9: Prozentualer Verlust an Gesamtdeckungsbeitrag für Ketten bis zu einer Länge von $L = 11$ mit $\gamma_{(l,L)} = 1{,}1$, $l \in [1, \ldots, L-1]$ gegenüber einer Kette mit $L - 1$ Stufen

So entsteht beispielsweise ein Verlust an Gesamtdeckungsbeitrag von 1,23 %, wenn eine zweigliedrige Kette um ein weiteres Glied verlängert wird. Bis zu einer Kettenlänge von $L = 7$ beträgt der Verlust jeweils unter 10 %. Wird die Kette von 9 auf 10 Glieder erweitert, kann nur noch 63,52 % an Gesamtdeckungsbeitrag erwirtschaftet werden. Eine elfgliedrige Kette kann gegenüber einer zehngliedrigen Kette nur noch ein Viertel des Gesamtdeckungsbeitrags erwirtschaften.

Die letzte Abbildung dieses Abschnitts zeigt auf der nächsten Seite nochmals eine Kette mit $L = 10$ Stufen, bei der aber jede Stufe unterschiedliche Aufschläge wählt.

[534] Siehe S. 224.

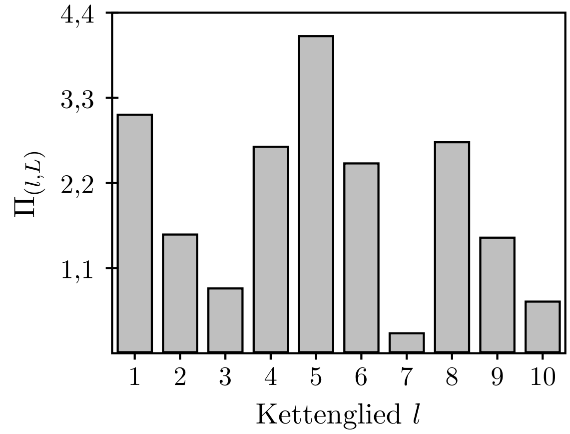


Abb. 5.10: Deckungsbeiträge der einzelnen Stufen bei einer Kettenlänge von $L = 10$ und unterschiedlichem $\gamma_{(l,L)}$, $l \in [1, \ldots, 9]$

Im Vergleich zu Abb. 5.8 steigt der Deckungsbeitrag der einzelnen Stufen nicht kontinuierlich mit Ausnahme der letzten Stufe, sondern „springt" von Stufe zu Stufe. Das liegt daran, dass nicht jede Stufe einen Aufschlag von 10 % wählt, sondern der realistischere Fall betrachtet wird, dass jede Stufe einen unterschiedlichen Aufschlag wählt.[535]

Deckungsbeiträge bei globaler Information

- Beispielhafte Illustration für Berechnungsmöglichkeit $1^{nK}_{d,3}$ Legt jede Stufe für sich die optimale Preis-/Mengenkombination fest, kann die optimale Lösung in Abhängigkeit der von den einzelnen Stufen geforderten Mindestgewinne angegeben werden.[536]

Damit die richtigen algebraischen Lösungen für das Beispiel 5.1.1-1 herangezogen werden können, muss zunächst überprüft werden, welche Beschränkungen für die geforderten Mindestgewinne gelten.[537]

Da nach Tab. 5.14 Mindestgewinne von

$$\Pi_R^{Min} = 10, \quad \Pi_W^{Min} = 15 \quad \text{und } \Pi_M^{Min} = 20$$

gefordert werden, kann Beschränkung M_1 ausgeschlossen werden, da hier

$$\Pi_R^{Min} \leq \frac{(a - bc_M)^2}{64} = 9{,}77$$

gelten muss. Auch die Beschränkung M_2 scheidet aus wegen

$$10 = \Pi_R^{Min} \nleq \frac{\Pi_W^{Min}}{2} = 7{,}5$$

535 Es gelten weiterhin die Parameterwerte der Fussnote 533, S. 260, mit Ausnahme der gewählten Aufschläge. Diese sind: $\gamma_{(1,L)} = 1{,}25$, $\gamma_{(2,L)} = 1{,}1$, $\gamma_{(3,L)} = 1{,}05$, $\gamma_{(4,L)} = 1{,}15$, $\gamma_{(5,L)} = 1{,}2$, $\gamma_{(6,L)} = 1{,}1$, $\gamma_{(7,L)} = 1{,}01$, $\gamma_{(8,L)} = 1{,}1$, $\gamma_{(9,L)} = 1{,}05$.

536 Siehe Abschnitt 5.1.1.1, Berechnungsmöglichkeit $1^{nK}_{d,3}$, S. 225 ff.

537 Siehe Tab. 5.2 bis Tab. 5.5, S. 228 ff.

ebenso wie Beschränkung M_3 wegen

$$10 = \Pi_R^{Min} \nleq \frac{a - bc_M}{8\sqrt{b}} = 3{,}125.$$

Nur die Beschränkung M_4 kann alle Ungleichungen erfüllen:

$$\begin{aligned}
10 &= \Pi_R^{Min} \in]7{,}65,\ 30{,}63] \\
15 &= \Pi_W^{Min} \leq \frac{(a - bc_M)\sqrt{\Pi_R^{Min}}}{\sqrt{b}} - (2\Pi_R^{Min} + \Pi_M^{Min}) = 39{,}06 \\
20 &= \Pi_M^{Min} \leq \frac{(a - bc_M)\sqrt{\Pi_R^{Min}}}{\sqrt{b}} - (2\Pi_R^{Min} + \Pi_W^{Min}) = 44{,}06.
\end{aligned}$$

Setzt man die Parameterwerte in die algebraischen Lösungen für die Beschränkung M_4 ein, so erhält man die folgenden Ergebnisse:[538]

Hersteller	
Preis	5,79
Herstellmenge	15,81
Mindestgewinn	20,00
Deckungsbeitrag	44,06
Zwischenhändler	
Preis	6,74
Bestellmenge	15,81
Mindestgewinn	15,00
Deckungsbeitrag	15,00
Händler	
Preis	7,37
Bestellmenge	15,81
Mindestgewinn	10,00
Deckungsbeitrag	10,00
Lieferkette	
Deckungsbeitrag	69,06

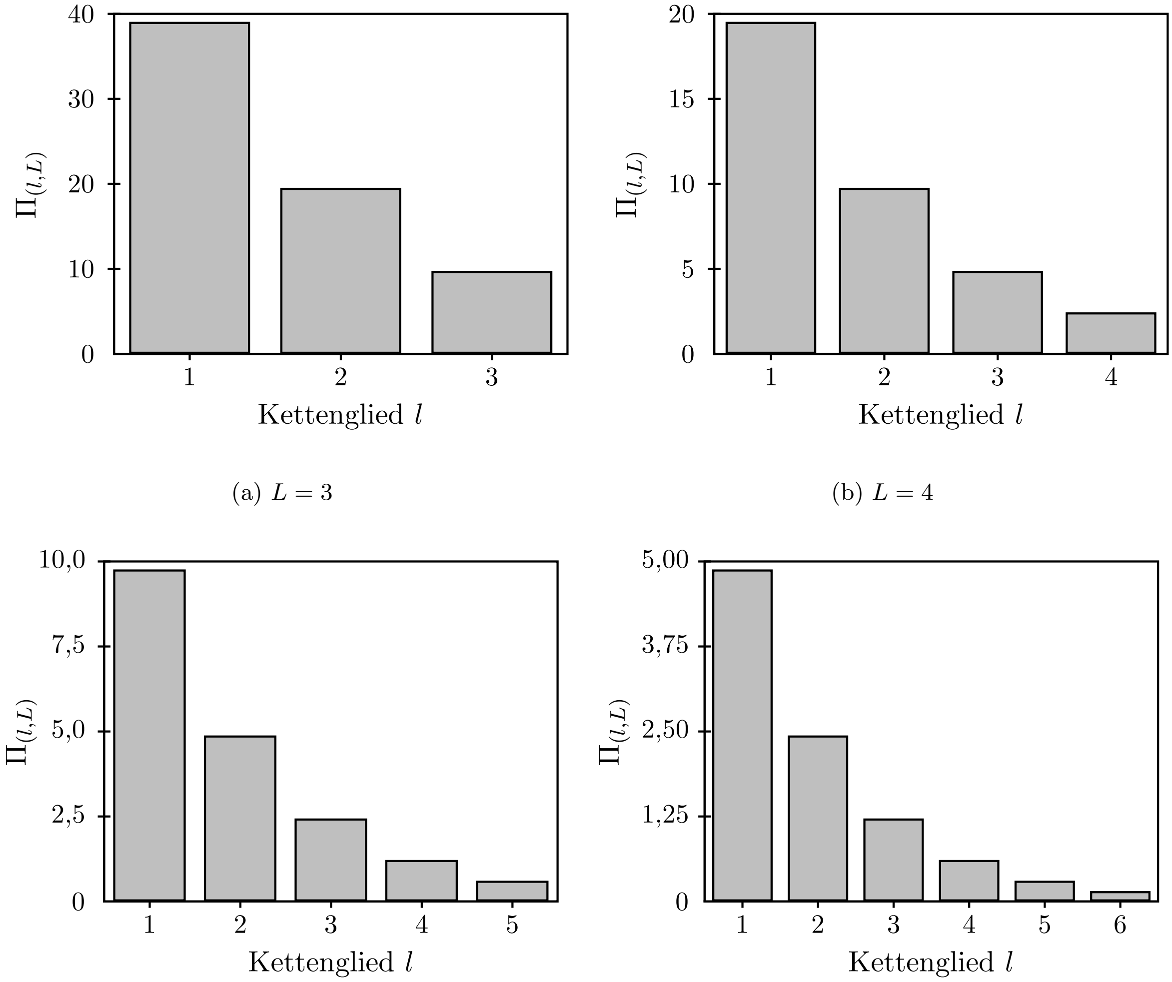
Tab. 5.17: Ergebnisse der Berechnungsmöglichkeit $1_{\mathrm{d},3}^{\mathrm{nK}}$ für das Beispiel 5.1.1 -1

Der Hersteller wählt den Preis p_M^*, bei dem der Zwischenhändler und der Händler jeweils ihren Mindestgewinn erhalten. Der Hersteller erhält insgesamt einen Deckungsbeitrag, der mehr als das Doppelte seines geforderten Mindestgewinns beträgt.

[538] Siehe Tab. 5.5, S. 232.

In den folgenden Abbildungen werden für verschiedene Kettenlängen die Deckungsbeiträge der einzelnen Stufen (Abb. 5.11) sowie die entsprechenden Gesamtdeckungsbeiträge dargestellt (Abb. 5.12).[539] Weil für jedes Kettenglied die Bedingung (5.12) eingehalten wird,[540] können die Deckungsbeiträge sowie Gesamtdeckungsbeiträge mit Hilfe der Tab. 5.6 berechnet werden.

Abb. 5.11 verdeutlicht, dass sich der Deckungsbeitrag in einer Kette von einem Kettenglied zum nächsten halbiert.[541] Dies setzt sich mit jeder Verlängerung der Kette um ein weiteres Glied fort.



(a) $L = 3$ (b) $L = 4$

(c) $L = 5$ (d) $L = 6$

Abb. 5.11: Deckungsbeiträge der einzelnen Stufen bei unterschiedlicher Kettenlänge L und $\Pi^{Min}_{(l,L)} = 0$, $l \in [1, \dots, L]$

[539] Folgende Parameterwerte wurden verwendet: $a = 200$, $b = 25$, $c_{(1,L)} = 3$ und $\Pi^{Min}_{(l,L)} = 0, \quad l \in [1, \dots, L]$.

[540] Siehe S. 233.

[541] Siehe Tab. 5.6, S. 233. Der Faktor, um den der Deckungsbeitrag von Stufe zu Stufe fällt, beträgt

$$\frac{\Pi_{(l,L)}}{\Pi_{(l+1,L)}} = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{(L+l-2)} \cdot \frac{(a-bc_{(1,L)})^2}{4b}}{\left(\frac{1}{2}\right)^{(L+(l+1)-2)} \cdot \frac{(a-bc_{(1,L)})^2}{4b}} = 2, \quad \forall l \leq L-1.$$

Der Deckungsbeitragsverlust von Stufe zu Stufe ist somit immer konstant.

Abschließend stellt Abb. 5.12 den Gesamtdeckungsbeitrag für Ketten bis zu einer Länge von $L = 6$ dar.

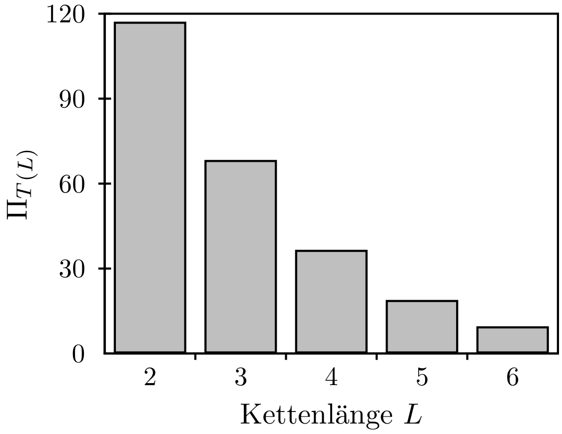


Abb. 5.12: Gesamtdeckungsbeiträge für Ketten bis zu einer Länge von $L = 6$ mit $\Pi_{(l,L)}^{Min} = 0$, $l \in [1, \ldots, L]$

Mit jeder Erweiterung der Kette um eine Stufe sinkt der Gesamtdeckungsbeitrag um den Faktor

$$\frac{\Pi_{T(L)}}{\Pi_{T(L+1)}} = \frac{4 \cdot 2^{(L-1)}}{2^{(L+1)} - 1}.$$

Dieser Faktor hängt einzig von der Kettenlänge L ab.

- Beispielhafte Illustration für Berechnungsmöglichkeit $2_{d,3}^{nK}$ Für die numerische Illustration der Berechnungsmöglichkeit $2_{d,3}^{nK}$ soll nun gezeigt werden, wie zunächst bei einer Kettenlänge von $L = 3$ die Preise der einzelnen Kettenglieder gebildet werden. Anschließend werden für verschiedene Kettenlängen die Deckungsbeiträge dargestellt.

Der Verkaufspreis $\bar{p}_R$ des Händlers wird in Berechnungsmöglichkeit $2_{d,3}^{nK}$ extern mit $\bar{p}_R = 7{,}37$ vorgeschrieben.[542] Die von den Konsumenten nachgefragte Menge $d(\bar{p}_R)$ steht deshalb mit $q_R^* = d(7{,}37) = 15{,}81$ fest. Diese muss der Händler beim Zwischenhändler bestellen.

Der Zwischenhändler antizipiert die vom Händler bestellte Menge ($q_W^* := q_R^*$) und maximiert seinen Deckungsbeitrag unter der Bedingung, dass die Mindestgewinne $\Pi_R^{Min} = 10$ und $\Pi_W^{Min} = 15$ eingehalten werden. Aber auch der Hersteller kann die Menge antizipieren, die bei ihm bestellt wird. Auch er wird deshalb seinen Deckungsbeitrag unter Berücksichtigung der geforderten Mindestgewinne maximieren.

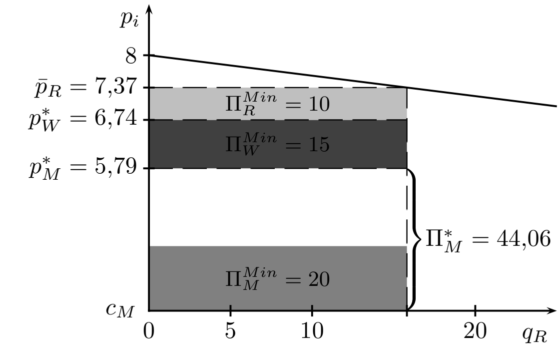
Mit Hilfe der inversen Nachfragefunktion sind für die angebotene Menge

$$q_M = q_W = q_R = d(\bar{p}_R)$$

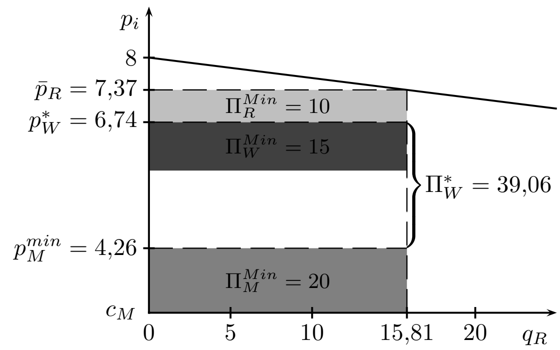
die Mindestgewinne des Händlers, Zwischenhändlers und Herstellers in Abb. 5.13 dargestellt. Das mittelgraue Viereck entspricht dem Mindestgewinn des Herstellers, das dunkelgraue dem

[542] Um später die Berechnungsmöglichkeiten vergleichen zu können, soll der externe Preis $\bar{p}_R$ dem optimalen Preis des Händlers aus Berechnungsmöglichkeit $1_{d,3}^{nK}$ entsprechen. Siehe Tab. 5.17, S. 264.

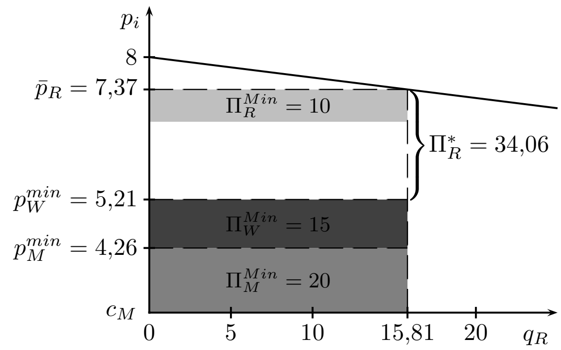
des Zwischenhändlers und das hellgraue dem des Händlers. Das weiße Viereck, welches zwischen den grauen Vierecken liegt, stellt einen Deckungsbeitrag dar, der zwischen den drei Parteien aufgeteilt werden kann. Hat der Hersteller Verhandlungsmacht, so wird er diesen Deckungsbeitrag für sich selbst beanspruchen und den maximal möglichen Preis von $p_M^* = 5{,}79$ fordern (Abb. 5.13(a)). Sollte der Zwischenhändler Verhandlungsmacht besitzen, so könnte er selbst den zusätzlichen Deckungsbeitrag für sich beanspruchen (Abb. 5.13(b)). Liegt die Verhandlungsmacht hingegen beim Händler, könnte er den Preis des Zwischenhändlers maximal bis p_W^{min} drücken. Der Händler würde dann maximal einen zusätzlichen Deckungsbeitrag in Höhe des weißen Rechtecks erhalten (Abb. 5.13(c)).



(a) Hersteller hat Verhandlungsmacht



(b) Zwischenhändler hat Verhandlungsmacht



(c) Händler hat Verhandlungsmacht

Abb. 5.13: Mindestgewinne der einzelnen Kettenglieder bei dem extern vorgegebenen Preis $\bar{p}_R = 7{,}37$ sowie Deckungsbeiträge bei unterschiedlicher Verhandlungsmacht

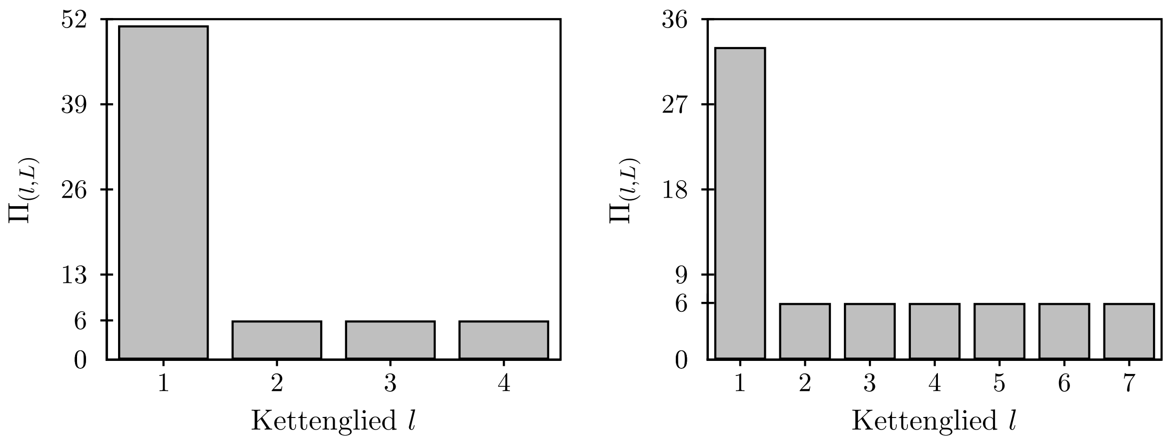
Wendet man die algebraischen Ergebnisse der Tab. 5.7 für das Beispiel 5.1.1-1 an,[543] so bestätigen sich die in Abb. 5.13 dargestellten Werte bezüglich der minimalen und maximalen Preise von Zwischenhändler und Hersteller. Alle Ergebnisse der Berechnungsmöglichkeit $2^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$ sind in Tab. 5.18 zusammengefasst.

<table>
<tr><td colspan="4">Herstell- und Bestellmenge</td></tr>
<tr><td>Hersteller</td><td colspan="3">15,81</td></tr>
<tr><td>Zwischenhändler</td><td colspan="3">15,81</td></tr>
<tr><td>Händler</td><td colspan="3">15,81</td></tr>
<tr><td colspan="4">Preis</td></tr>
<tr><td>Hersteller</td><td colspan="2">4,26</td><td>5,79</td></tr>
<tr><td>Zwischenhändler</td><td>5,21</td><td>6,74</td><td>6,74</td></tr>
<tr><td>Händler</td><td colspan="3">7,37</td></tr>
<tr><td colspan="4">Deckungsbeitrag</td></tr>
<tr><td>Hersteller</td><td colspan="2">20,00</td><td>44,06</td></tr>
<tr><td>Zwischenhändler</td><td>15,00</td><td>39,06</td><td>15,00</td></tr>
<tr><td>Händler</td><td>34,06</td><td colspan="2">10,00</td></tr>
<tr><td>Lieferkette</td><td colspan="3">69,06</td></tr>
</table>

Tab. 5.18: Ergebnisse der Berechnungsmöglichkeit $2^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$ für das Beispiel 5.1.1-1

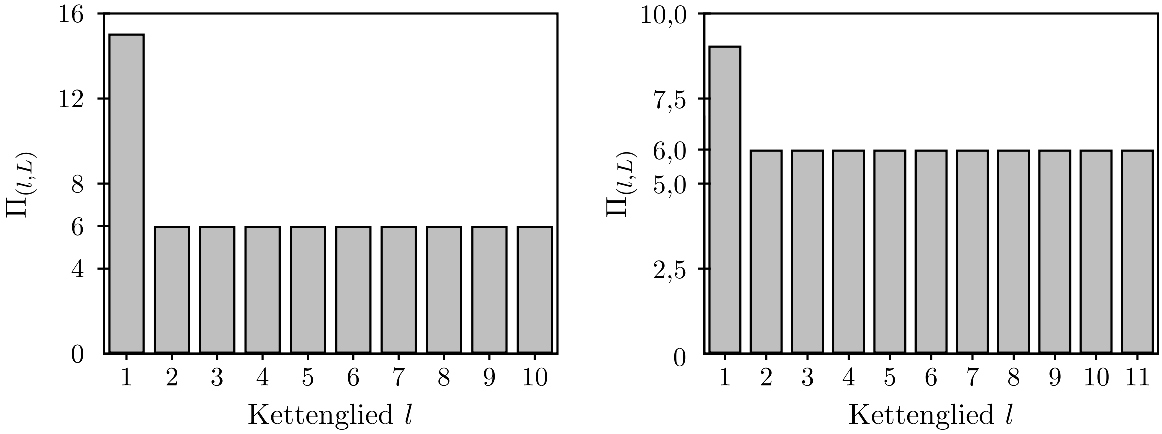
Wird dem Händler der Preis $\bar{p}_R = 7{,}37$ vorgeschrieben, wird der Hersteller den Preis $p_M^* = 5{,}79$ wählen, solange er die stärkste Verhandlungsposition besitzt. Unabhängig von den letztendlich gewählten Preisen p_W und p_M bleibt der Gesamtdeckungsbeitrag konstant.

Die nächste Abbildung zeigt für verschiedene Kettenlängen die Deckungsbeiträge der einzelnen Kettenglieder.



(a) $L = 4$ (b) $L = 7$

[543] Siehe S. 238.



(c) $L = 10$ (d) $L = 11$

Abb. 5.14: Deckungsbeiträge der einzelnen Stufen bei unterschiedlicher Kettenlänge L und $\Pi^{Min}_{(l,L)} = 6, \quad l \in [1, \ldots, L]$

Der Hersteller wird seinen Preis immer so wählen, dass die folgenden Kettenglieder gerade ihren Mindestgewinn erhalten. Da die Summe der Mindestgewinne den Gesamtdeckungsbeitrag bei einer elfgliedrigen Kette mit

$$\sum_{i=1}^{11} \Pi^{Min}_{(i,L)} = 66 \leq 69{,}06 = \Pi^*_{T(11)}$$

nahezu ausschöpft, kann die Kette um kein weiteres Glied erweitert werden, wenn dieses ebenso einen Mindestgewinn von 6 fordert.

Da der Gesamtdeckungsbeitrag nur vom extern vorgegebenen Verkaufspreis der letzten Stufe abhängt, ändert dieser sich nicht für Ketten bis zu einer Länge von $L = 11$ (Abb. 5.15).

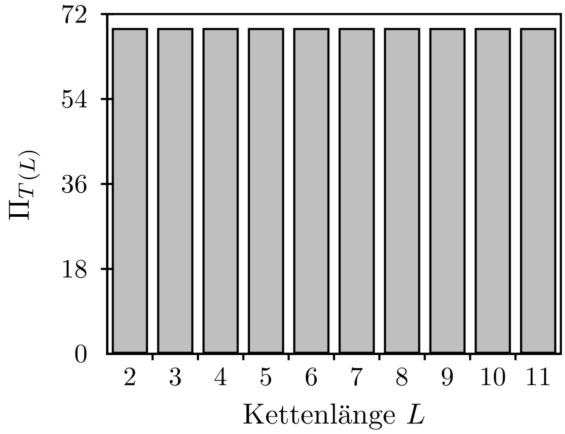


Abb. 5.15: Gesamtdeckungsbeitrag für Ketten bis zu einer Länge von $L = 11$ mit $\Pi^{Min}_{(l,L)} = 6, \quad l \in [1, \ldots, L]$

Die letzte Abbildung dieses Abschnitts zeigt nochmals eine Kette mit $L = 10$ Stufen, aber mit verschiedenen Mindestgewinnen.[544]

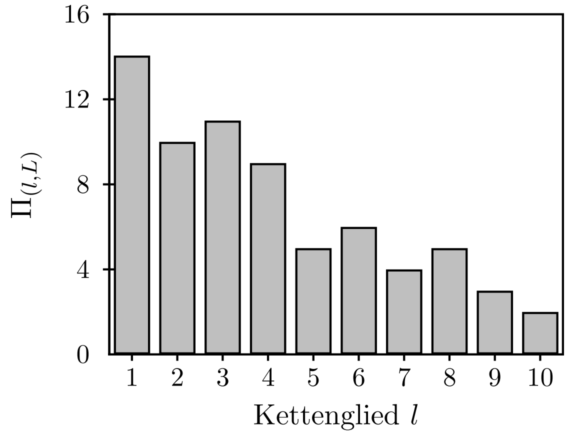


Abb. 5.16: Deckungsbeiträge der einzelnen Stufen bei einer Kettenlänge von $L = 10$ und unterschiedlichem $\Pi^{Min}_{(l,L)}$, $l \in [1, \ldots, 10]$

Auch hier können die Preise der einzelnen Kettenglieder so gewählt werden, dass jedes Glied seinen geforderten Mindestgewinn erhält. Einzig der Hersteller erhält einen Deckungsbeitrag von

$$\Pi_{(1,10)} = \left(\bar{p}_L - c_{(1,10)}\right)(a - b\bar{p}_L) - \sum_{i=2}^{10} \Pi^{Min}_{(i,10)} = 14{,}06.$$

Der Hersteller erhält demnach einen Deckungsbeitrag, der um 2,06 höher ist als er gefordert hat.

- Beispielhafte Illustration für Berechnungsmöglichkeit $3^{nK}_{d,3}$ Bei dieser Berechnungsmöglichkeit ermittelt der Hersteller zunächst den Verkaufspreis, den er wählen würde, wenn er selbst direkt an den Endkunden verkauft. Da sich die Kostenstruktur und die Nachfragefunktion der Konsumenten im Vergleich zu einer Kettenlänge von $L = 2$ nicht geändert hat, wird der Hersteller auch hier den Preis $p^*_M = 5{,}50$ wählen.[545] An diesem Punkt erhält er den maximalen Deckungsbeitrag.[546] Damit lautet der für den Händler vorgeschriebene Verkaufspreis $\bar{p}^*_R = 5{,}50$.[547]

Die weitere Vorgehensweise entspricht der vorherigen Berechnungsmöglichkeit $2^{nK}_{d,3}$ mit dem einzigen Unterschied, dass die Konsumenten nun eine Menge von $d(\bar{p}^*_R) = 62{,}50$ nachfragen.[548]

[544] Die für dieses Beispiel frei gewählten Mindestgewinne lauten $\Pi_{(1,10)} = 12$, $\Pi_{(2,10)} = 10$, $\Pi_{(3,10)} = 11$, $\Pi_{(4,10)} = 9$, $\Pi_{(5,10)} = 5$, $\Pi_{(6,10)} = 6$, $\Pi_{(7,10)} = 4$, $\Pi_{(8,10)} = 5$, $\Pi_{(9,10)} = 3$ sowie $\Pi_{(10,10)} = 2$.

[545] Siehe Berechnungsmöglichkeit $3^{nK}_{d,2}$ bei $L = 2$, S. 100 ff. Hier wurde der Preis grafisch dargestellt und algebraisch berechnet.

[546] Sofern keiner der folgenden Kettenglieder einen Mindestgewinn fordert.

[547] Dieser Preis ergibt sich auch durch Einsetzen der Parameterwerte in Tab. 5.9, S. 241.

[548] Siehe Berechnungsmöglichkeit $2^{nK}_{d,3}$, S. 266 ff.

In Tab. 5.19 sind alle Werte für diese Berechnungsmöglichkeit zusammengefasst.

<table>
<tr><td colspan="4">Herstell- und Bestellmenge</td></tr>
<tr><td>Hersteller</td><td colspan="3">62,50</td></tr>
<tr><td>Zwischenhändler</td><td colspan="3">62,50</td></tr>
<tr><td>Händler</td><td colspan="3">62,50</td></tr>
<tr><td colspan="4">Preis</td></tr>
<tr><td>Hersteller</td><td colspan="2">3,32</td><td>5,10</td></tr>
<tr><td>Zwischenhändler</td><td>3,56</td><td>5,34</td><td>5,34</td></tr>
<tr><td>Händler</td><td colspan="3">5,50</td></tr>
<tr><td colspan="4">Deckungsbeitrag</td></tr>
<tr><td>Hersteller</td><td colspan="2">20,00</td><td>131,25</td></tr>
<tr><td>Zwischenhändler</td><td>15,00</td><td>126,25</td><td>15,00</td></tr>
<tr><td>Händler</td><td>121,25</td><td colspan="2">10,00</td></tr>
<tr><td>Lieferkette</td><td colspan="3">156,25</td></tr>
</table>

Tab. 5.19: Ergebnisse der Berechnungsmöglichkeit $3^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$ für das Beispiel 5.1.1 -1

Der Hersteller kann also seinen Deckungsbeitrag nahezu verdreifachen, wenn er den Endverkaufspreis vorgeben kann und nicht die letzte Stufe durch ihre Deckungsbeitragsmaximierung den Verkaufspreis festlegt.[549]

Abb. 5.17(a) auf der nächsten Seite veranschaulicht den deutlich höheren zusätzlichen Deckungsbeitrag, den der Hersteller durch die Vorgabe des Endverkaufspreises erhalten kann. Alle anderen Kettenglieder erhalten gerade ihren geforderten Mindestgewinn.

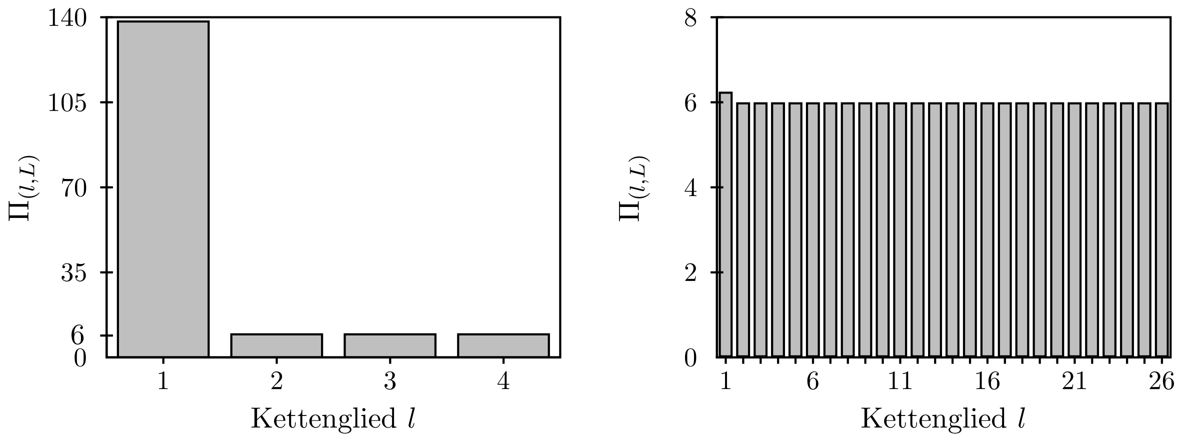
Da durch die Vorgabe des Endverkaufspreises auch der Gesamtdeckungsbeitrag im Vergleich zu den vorherigen Berechnungsmöglichkeiten gestiegen ist, kann die Kette bis zu 26 Kettenglieder umfassen (Abb. 5.17(b)).[550] Jedes Kettenglied erhält seinen Mindestgewinn. Der zusätzliche Deckungsbeitrag des Herstellers ist aufgrund der hohen Anzahl von Kettengliedern stark gesunken.

[549] Siehe Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$, S. 263.

[550] Würde ein 27. Kettenglied ebenfalls einen Mindestgewinn von 6 fordern, würde wegen

$$\sum_{i=1}^{27} \Pi_{(i,L)}^{Min} = 162 \nleq 156{,}25 = \frac{(a - bc_{(1,L)})^2}{4b} = \Pi_{T(27)}$$

kein Vertrag zwischen den Kettengliedern zustande kommen, weil nicht alle ihren geforderten Mindestgewinn erhalten können. Die Wahl einer eher unrealistischen Zahl von 24 Zwischenhändlern soll hier lediglich dazu dienen, die möglichen Unterschiede zwischen den einzelnen Berechnungsmöglichkeiten deutlich zu machen.



(a) $L = 4$ (b) $L = 26$

Abb. 5.17: Deckungsbeiträge der einzelnen Stufen bei unterschiedlicher Kettenlänge L und $\Pi_{(l,L)}^{Min} = 6$, $l \in [1, \ldots, L]$

Da wie schon bei Berechnungsmöglichkeit $2_{\text{d},3}^{\text{nK}}$ der Endverkaufspreis vorgeschrieben ist, ist der Gesamtdeckungsbeitrag für Ketten bis zu $L = 26$ gleich hoch.

- Beispielhafte Illustration für Berechnungsmöglichkeit $4_{\text{d},3}^{\text{nK}}$ Bei dieser Berechnungsmöglichkeit hat der Hersteller erst den Verkaufspreis $\bar{p}_R^*$ des Händlers, dann den eigenen Preis p_M^* festgelegt, um seinen Deckungsbeitrag zu maximieren. Bei Berechnungsmöglichkeit $4_{\text{d},3}^{\text{nK}}$ legt der Hersteller hingegen beide Preise simultan fest, wobei er das Preisverhalten des Zwischenhändlers in seine Berechnung mit einbezieht. Eine grafische Darstellung der Deckungsbeiträge der einzelnen Kettenglieder analog zu Abb. 4.14 ist nun aufgrund der neu hinzugekommenen Variablen p_W nicht möglich.[551]

Es sollen deshalb nur die Ergebnisse der Berechnung zusammengefasst werden.[552] Auch hier kann wie bei Berechnungsmöglichkeit $3_{\text{d},3}^{\text{nK}}$ ein maximaler Gesamtdeckungsbeitrag von $\Pi_T^* = 156{,}25$ erreicht werden, der analog zur Tab. 5.19, letzte Spalte, aufgeteilt werden kann. Des Weiteren ergibt sich aber auch für den Hersteller die Möglichkeit, den Verkaufspreis des Händlers und seinen Verkaufspreis an den Zwischenhändler so festzulegen, dass jedes Kettenglied gerade seinen Mindestgewinn erhält.

Tab. 5.20 stellt abschließend zum einen die Ergebnisse dar, die durch die Wahl der optimalen Preiskombination entstehen und zum anderen die Ergebnisse, bei welchem der Hersteller dem Händler die Endverkaufspreise vorschreibt, so dass alle Kettenglieder ihren jeweiligen Mindestgewinn erhalten.

[551] Siehe S. 102. Dort wurde der Deckungsbeitrag durch die zwei Variablen p_M und p_R gebildet und in einem dreidimensionalen Koordinatensystem dargestellt. Um aber den Deckungsbeitrag in Abhängigkeit von den drei Variablen p_M, p_R und p_W darzustellen, bräuchte man ein vierdimensionales Koordinatensystem.

[552] Die Berechnung der Ergebnisse findet sich unter B.4.2, S. 544 ff.

Hersteller			
Preis	3,17	5,10	5,05
Herstellmenge	115,24	62,50	9,76
Mindestgewinn	20,00		
Deckungsbeitrag	20,00	131,25	20,00
Zwischenhändler			
Preis	3,30	5,34	6,59
Bestellmenge	115,24	62,50	9,76
Mindestgewinn	15,00		
Deckungsbeitrag	15,00		
Händler			
Preis minimal	3,39	–	–
Preis optimal	–	5,50	–
Preis maximal	–	–	7,61
Bestellmenge	115,24	62,50	9,76
Mindestgewinn	10,00		
Deckungsbeitrag	10,00		
Lieferkette			
Deckungsbeitrag	45,00	156,25	45,00

Tab. 5.20: Ergebnisse der Berechnungsmöglichkeit $4^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$ für das Beispiel 5.1.1 -1

Anhand der Ergebnisse ist zu erkennen, dass der Hersteller durch die Wahl der $(\bar{p}_R, p_M)$-Kombination einen erheblichen mengenpolitischen Spielraum haben kann.

Die kooperative Kette

Für eine kooperative Kette sollen nun ebenfalls die optimalen Deckungsbeiträge der einzelnen Kettenglieder unter Berücksichtigung der geforderten Mindestgewinne berechnet werden. Hersteller, Zwischenhändler und Händler werden nur dann kooperieren, wenn sie durch die Kooperation jeweils höhere Deckungsbeiträge erhalten als ohne Kooperation.

Die beispielhafte Illustration der folgenden Berechnungsmöglichkeiten bezieht sich auf die in Tab. 5.14[553] genannten Parameterwerte. Lediglich die Mindestgewinne von Hersteller, Zwischenhändler und Händler werden für jede der vier Berechnungsmöglichkeiten angepasst. Sie entsprechen jeweils den Deckungsbeiträgen, die die Kettenglieder erhalten, wenn der Hersteller den optimalen Preis p_M^* bei Nicht-Kooperation wählt.

[553] Siehe S. 254.

Beispielhafte Illustration für Berechnungsmöglichkeit $1^{K}_{d,3}$ Kooperieren alle drei Parteien miteinander, so kann maximal ein Gesamtdeckungsbeitrag von

$$\Pi_{T(3)} = \frac{(a - bc_M)^2}{4b} = 156{,}25$$

erwirtschaftet werden, wenn der Händler die Produkte zu einem Preis von $p^*_R = 5{,}50$ verkauft.[554] Es kann dann insgesamt ein Deckungsbeitrag von 81,25 zwischen ihnen aufgeteilt werden.[555] Bei dieser Berechnungsmöglichkeit lohnt es sich demnach, zu kooperieren.

In Tab. 5.21 sind diejenigen Lösungen dieses Beispiels zusammengefasst, bei denen zwei Kettenglieder ihren geforderten Mindestgewinn erhalten und das dritte Kettenglied den durch die Kooperation verbleibenden Deckungsbeitrag bekommt.[556]

<table>
<tr><td colspan="4">Herstell- und Bestellmenge</td></tr>
<tr><td>Hersteller</td><td colspan="3">62,50</td></tr>
<tr><td>Zwischenhändler</td><td colspan="3">62,50</td></tr>
<tr><td>Händler</td><td colspan="3">62,50</td></tr>
<tr><td colspan="4">Preis</td></tr>
<tr><td>Hersteller</td><td colspan="2">3,40</td><td>4,94</td></tr>
<tr><td>Zwischenhändler</td><td>3,72</td><td>5,26</td><td>5,26</td></tr>
<tr><td>Händler</td><td colspan="3">5,50</td></tr>
<tr><td colspan="4">Deckungsbeitrag</td></tr>
<tr><td>Hersteller</td><td colspan="2">25,00</td><td>121,25</td></tr>
<tr><td>Zwischenhändler</td><td>20,00</td><td>116,25</td><td>20,00</td></tr>
<tr><td>Händler</td><td>111,25</td><td colspan="2">15,00</td></tr>
<tr><td>Lieferkette</td><td colspan="3">156,25</td></tr>
</table>

Tab. 5.21: Ergebnisse der Berechnungsmöglichkeit $1^{K}_{d,3}$ für das Beispiel 5.1.1 -1

Auf der nächsten Seite stellt Abb. 5.18 die Deckungsbeiträge der Kettenglieder für Kettenlängen von $L = 4$ und $L = 26$ dar, wobei jedes Kettenglied einen Mindestgewinn von 6 (hellgrau dargestellt) fordert.

554 Siehe (5.18) und (5.19), S. 251.
555 $\Pi_{T(3)} - (\Pi^{Min}_M + \kappa_M + \Pi^{Min}_W + \kappa_W + \Pi^{Min}_R + \kappa_R) = 81{,}25$.
556 Siehe Tab. 5.12, S. 247. Wie letztendlich der zusätzliche Deckungsbeitrag auf die Kettenglieder aufgeteilt wird, ist nicht Bestandteil dieser Arbeit.

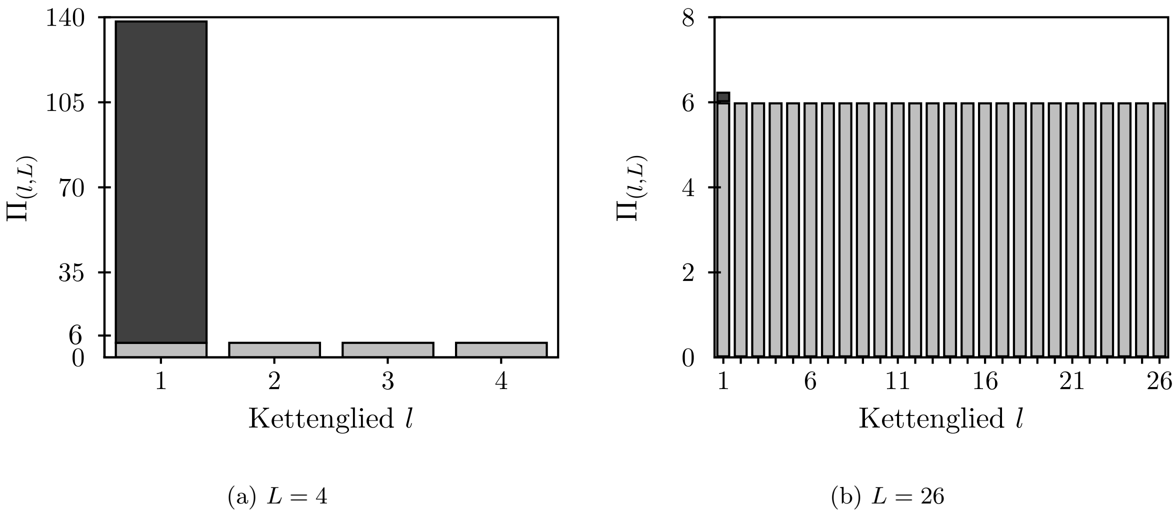


Abb. 5.18: Deckungsbeiträge der einzelnen Stufen bei unterschiedlicher Kettenlänge L und $\Pi^{Min(K)}_{(l,L)} = 6$, $\kappa_{(l,L)} = 0$, $l \in [1, \ldots, L]$

Der dunkelgraue Balken stellt den zusätzlichen Deckungsbeitrag dar, der durch die Kooperation erwirtschaftet werden kann. Dieser kann auf die einzelnen Kettenglieder aufgeteilt werden. Auch hier zeigt sich, dass eine Kette mit einer geringen Anzahl von Gliedern einen höheren Deckungsbeitrag aufteilen kann als eine Kette mit vielen Kettengliedern.[557]

Beispielhafte Illustration für die Berechnungsmöglichkeiten $2^{K}_{d,3}$, $3^{K}_{d,3}$ und $4^{K}_{d,3}$ Für die Berechnungsmöglichkeiten $2^{K}_{d,3}$, $3^{K}_{d,3}$ und $4^{K}_{d,3}$ haben bereits die algebraischen Lösungen gezeigt,[558] dass Hersteller, Zwischenhändler und Händler nicht kooperieren werden, da sie ihre geforderten Mindestgewinne nicht erhalten.

5.1.1.3 Fazit

In Abschnitt 5.1.1 wurden jeweils für eine nicht-kooperative Kette sowie für eine kooperative Kette algebraische Lösungen hergeleitet. Diese Herleitungen bezogen sich auf dreigliedrige Ketten sowie auf Ketten mit unbestimmter Länge.[559] Zudem wurden einzelne beispielhafte Ergebnisse für ausgewählte Ketten mit $L \geq 2$ vorgestellt.[560]

Wie für Abschnitt 4.1.1 wurde auch für Abschnitt 5.1.1 unterschieden, ob bei einer nicht-kooperativen Kette lokale oder globale Informationen vorlagen.

[557] Sofern alle Parameter gleich bleiben.
[558] Siehe S. 252 ff.
[559] Mit Ausnahme des Falls einer nicht-kooperativen Kette bei lokaler Information. Hier erfolgte die Herleitung direkt für Ketten mit unbestimmter Länge. Siehe Abschnitt 5.1.1.1, S. 221 ff.
[560] Siehe Abschnitt 5.1.1.2, S. 254 ff.

Ob bei lokaler Information ein Vertrag zwischen den Gliedern einer Kette mit $L \geq 2$ zustande kommt, hängt allein von den gewählten Aufschlägen $\gamma_{(l,L)}$ der einzelnen Kettenglieder ab. Nur wenn die Bedingung

$$c_{(1,L)} \prod_{i=1}^{L-1} \gamma_{(i,L)} \leq \frac{a}{b},\ L \geq 2,$$

gilt,[561] kann jede Vertragspartei einen positiven Deckungsbeitrag erhalten.

Bei globaler Information wurden vier Berechnungsmöglichkeiten vorgestellt. Fordert jedes Kettenglied l einer Kette mit der Länge $L \in \left[1, \frac{\log(a-bc_{(1,L)})}{\log 2}\right]$ einen Mindestgewinn von

$$\Pi^{Min}_{(l,L)} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{(L+l-2)} \frac{(a-bc_{(1,L)})^2}{4b},$$

so erhalten alle Mitglieder der Kette bei Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$ mindestens einen Deckungsbeitrag in Höhe des geforderten Mindestgewinns.

Wird der Verkaufspreis des letzten Kettenglieds $l = L$ extern vorgegeben (Berechnungsmöglichkeit $2^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$), so erhalten alle Kettenglieder $l > 1$ Deckungsbeiträge in Höhe ihrer jeweils geforderten Mindestgewinne. Der Hersteller ($l = 1$) erhält hingegen einen Deckungsbeitrag in Höhe von

$$\Pi_{(1,L)} = (\bar{p}_L - c_{(1,L)})(a - b\bar{p}_L) - \sum_{i=2}^{L} \Pi^{Min}_{(i,L)},$$

der wenigstens seinem Mindestgewinn entspricht.[562]

Die Berechnungsmöglichkeiten $3^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$ und $4^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$ unterscheiden sich lediglich in der Berechnung des vom Hersteller vorzuschreibenden Preises $\bar{p}_R$, nicht aber im Ergebnis. Auch hier erhalten alle Kettenglieder $l > 1$ Deckungsbeiträge in Höhe der geforderten Mindestgewinne. Im Vergleich zu Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$ ist es für den Hersteller als erstes Kettenglied immer von Vorteil, den Endverkaufspreis vorzuschreiben, da er stets einen höheren Deckungsbeitrag $\Pi_{(1,L)}$ erhält.[563] Der Gesamtdeckungsbeitrag steigt im Vergleich zu Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$ um

$$\left(\frac{2^{2L-2}}{2^L - 1} - 1\right) \cdot 100\,\%.$$

---

561 Siehe (5.6), S. 224.

562 Für $\sum_{i=1}^{L} \Pi^{Min}_{(i,L)} \leq (\bar{p}_L - c_{(1,L)})(a - b\bar{p}_L)$.

563 Der Deckungsbeitrag $\Pi_{(1,L)}$ aus Berechnungsmöglichkeit $3^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$ und $4^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$, siehe Tab. 5.10, S. 242, ist mindestens genauso groß wie der Deckungsbeitrag $\Pi_{(1,L)}$ der Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$, siehe Tab. 5.6, S. 233, wenn gilt:

$$\begin{aligned} \frac{(a-bc_{(1,L)})^2}{4b} - \sum_{i=2}^{L} \Pi^{Min}_{(i,L)} &\geq \left(\frac{1}{2}\right)^{L+l-2} \frac{(a-bc_{(1,L)})^2}{4b} \\ \Leftrightarrow \frac{(a-bc_{(1,L)})^2}{4b} - \frac{L-1}{2^{L+l-2}} \frac{(a-bc_{(1,L)})^2}{4b} &\geq \left(\frac{1}{2}\right)^{L+l-2} \frac{(a-bc_{(1,L)})^2}{4b} \\ \Leftrightarrow 1 - \frac{1}{2^{L+l-2}} &\geq \frac{1}{2^{L+l-2}} \\ \Leftrightarrow 1 &\geq \frac{1}{2^{L+l-3}}. \end{aligned}$$

Dies ist für alle Kettenlängen $L \geq 2$ gegeben.

Eine Kooperation wird nur dann stattfinden, wenn die Preise und Mengen nach Berechnungsmöglichkeit $1_{\mathrm{d},3}^{\mathrm{nK}}$ festgelegt werden. Vergleicht man eine kooperative Kette mit einer nicht-kooperativen Kette, so entsteht ein zusätzlicher Gesamtdeckungsbeitrag von

$$\Delta\Pi_{T(L)} = \frac{\left(2^L - 2\right)^2}{4^L} \cdot \frac{\left(a - bc_{(1,L)}\right)^2}{4b}.$$[564]

Bei den Berechnungsmöglichkeiten $2_{\mathrm{d},3}^{\mathrm{K}}$, $3_{\mathrm{d},3}^{\mathrm{K}}$ und $4_{\mathrm{d},3}^{\mathrm{K}}$ kommt keine Kooperation zustande, da durch sie kein zusätzlicher Deckungsbeitrag erwirtschaftet werden kann. Anfallende Kooperationskosten können nicht gedeckt werden.

Unabhängig von der Länge der Kette werden mit Hilfe der Berechnungsmöglichkeiten $3_{\mathrm{d},3}^{\mathrm{nK}}$, $4_{\mathrm{d},3}^{\mathrm{nK}}$ und $1_{\mathrm{d},3}^{\mathrm{K}}$ die gleichen Gesamtdeckungsbeiträge erzielt. Die Gesamtdeckungsbeiträge bei Berechnungsmöglichkeit $1_{\mathrm{d},3}^{\mathrm{nK}}$ sinken hingegen mit zunehmender Kettenlänge. Die Vorgabe des Endverkaufspreises durch den Hersteller bzw. eine Kooperation der Kettenglieder führt zu einer Deckungsbeitragserhöhung bei wenigstens einem Kettenglied.[565]

5.1.2 Stochastische Marktnachfrage

Im Anschluss an die Betrachtung der deterministischen Marktnachfrage bei einer linearen Nachfragefunktion erfolgt nachfolgend die Untersuchung dieser Nachfragefunktion bei einer stochastischen Marktnachfrage unter Berücksichtigung einer nicht-kooperativen sowie einer kooperativen Supply Chain. Dazu werden die nachfolgenden Berechnungsmöglichkeiten angewandt.

Nicht-kooperative Supply Chain:

- Berechnungsmöglichkeit $1_{\mathrm{s},3}^{\mathrm{nK}}$: Jede Stufe der Kette bestimmt jeweils für sich den optimalen Preis und die optimale Menge. Die letzte Stufe (Händler) vernachlässigt allerdings die Unsicherheit der Marktnachfrage.

- Berechnungsmöglichkeit $2_{\mathrm{s},3}^{\mathrm{nK}}$: Die letzte Stufe berechnet die optimale Menge bei einem vorgegebenen Verkaufspreis. Alle anderen Stufen bestimmen ihren optimalen Preis und die optimale Menge.

- Berechnungsmöglichkeit $3_{\mathrm{s},3}^{\mathrm{nK}}$: Sie entspricht der Berechnungsmöglichkeit $2_{\mathrm{s},3}^{\mathrm{nK}}$ mit dem Unterschied, dass der Verkaufspreis nicht von einer außerhalb der Lieferkette stehenden, dritten Person, sondern vom Hersteller (erste Stufe) vorgegeben wird.

- Berechnungsmöglichkeit $4_{\mathrm{s},3}^{\mathrm{nK}}$: Jede Stufe bestimmt jeweils für sich den optimalen Preis und die optimale Menge, wobei die letzte Stufe (Händler) die unsichere Marktnachfrage in seine Rechnungen mit einbezieht.

Kooperative Supply Chain:

564 Siehe (5.21), S. 251.

565 Sofern bei Berechnungsmöglichkeit $1_{\mathrm{d},3}^{\mathrm{K}}$ die Kooperationskosten der Kette höchstens dem zusätzlichen Deckungsbeitrag entsprechen.

- Berechnungsmöglichkeit $1^{K}_{s,3}$: Alle Stufen maximieren gemeinsam den erwarteten Gesamtdeckungsbeitrag, wobei die Unsicherheit der Marktnachfrage vernachlässigt wird.
- Berechnungsmöglichkeit $2^{K}_{s,3}$: Alle Stufen maximieren gemeinsam den erwarteten Gesamtdeckungsbeitrag bei einem extern vorgegebenen Verkaufspreis.
- Berechnungsmöglichkeit $3^{K}_{s,3}$: Sie entspricht der Berechnungsmöglichkeit $2^{K}_{s,3}$ mit dem Unterschied, dass der Verkaufspreis nicht von einer außerhalb der Lieferkette stehenden, dritten Person, sondern der ersten Stufe (Hersteller) vorgegeben wird.
- Berechnungsmöglichkeit $4^{K}_{s,3}$: Alle Stufen bestimmen gemeinsam den optimalen Preis und die optimale Menge, wobei der Händler die unsichere Marktnachfrage in seine Rechnungen mit einbezieht.

Da schon für eine Kette mit zwei Gliedern eine algebraische Lösung der Berechnungsmöglichkeiten $2^{nK}_{s,2}$ bis $4^{nK}_{s,2}$ nicht möglich war,[566] sollen in diesem Abschnitt die einzelnen Berechnungsmöglichkeiten unter Verwendung konkreter Parameter anhand numerischer Ergebnisse diskutiert werden.

5.1.2.1 Darstellung anhand numerischer Ergebnisse

Die Darstellung der Lösungen der vier zu betrachtenden Berechnungsmöglichkeiten für eine nicht-kooperative und eine kooperative Kette mit bis zu fünf Kettengliedern erfolgt anhand von sechs Beispielen.

Für die numerische Illustration der einzelnen Berechnungsmöglichkeiten wurden die in Tab. 5.22 genannten Parameterwerte gewählt:

[566] Siehe Abschnitt 4.1.2, S. 108 ff. Da die Berechnungsmöglichkeit $1^{nK}_{s,3}$ nur einen Mittelwert μ für die Verteilung des Nachfragschocks annimmt, kann eine algebraische Lösung für Ketten mit unbestimmter Länge angegeben werden. Diese findet sich unter A.3.3, S. 439 ff., mit der dazugehörigen Herleitung und dem Beweis mittels vollständiger Induktion.

Parameter	Zugewiesene Werte für das Beispiel					
	1	2	3	4	5	6
a	200	200	200	200	200	200
b	25	25	25	15	30	25
c_u	3	0,5	5	2	2	1
c_o	1	5	0,5	3	3	6
$c_{(1,L)}$	3	5	5	4	4	4
μ	0	0	0	0	0	0
σ	4,97	2	2	3	3	0,7
A	−25,00	−10,06	−10,06	−15,09	−15,09	−3,52
B	+25,00	+10,06	+10,06	+15,09	+15,09	+3,52

Tab. 5.22: Parameterwerte für die Beispiele 5.1.2 -1 bis 6

Die Kosten der Stufen $l \geq 2$ ergeben sich aus den geforderten Preisen der Vorstufe mit

$$c_{(l,L)} = p_{(l-1,L)}, \quad \forall\, l \in [2, L] \text{ und } \forall L \in [2, 5],$$

und den in Tab. 5.22 genannten Kosten der ersten Stufe.

Die nicht-kooperative Kette

Für die nicht-kooperative Kette wird angenommen, dass alle Kettenglieder, unabhängig von der Kettenlänge, einen Mindestgewinn von

$$\Pi^{Min}_{(l,L)} = 1, \quad \forall\, l \in [1, L] \text{ und } \forall L \in [2, 5],$$

fordern.

Es werden nachfolgend die Ergebnisse einer Berechnungsmöglichkeit für die untersuchten Kettenlängen $L \in [2, 5]$ in einer Tabelle zusammengefasst, so dass sich insgesamt für ein Beispiel vier Tabellen ergeben, die in mehrere Blöcke unterteilt sind. Wie schon bei der Zusammenfassung der Ergebnisse des letzten Kapitels,[567] werden auch hier die optimalen Ergebnisse der ersten und letzten Stufe für Preis, Menge sowie den erwarteten und simulierten Deckungsbeitrag aufgeführt. Ebenso werden für auftretende Zwischenstufen die optimalen

[567] Siehe z. B. Tab. 4.33, S. 135.

Ergebnisse für Preis, Menge und den simulierten Deckungsbeitrag angegeben.[568] Die simulierten Deckungsbeiträge der einzelnen Kettenglieder entsprechen dem Deckungsbeitrag, der auf einem Markt mit dem jeweiligen Preis und der hergestellten bzw. bestellten Menge entstehen würde.[569] Für die Stufen $l = 1$ und $l = L$ wird die Abweichung des simulierten Deckungsbeitrags vom erwarteten Deckungsbeitrag sowie die Abweichung des simulierten Deckungsbeitrags bei Verlängerung der Kette um ein weiteres Glied angegeben. Ebenso sind in der Tabelle die Mindestgewinne der Kettenglieder eingetragen, um einen Vergleich von gefordertem und simuliertem Deckungsbeitrag zu ermöglichen. Im letzten Block wird der simulierte Gesamtdeckungsbeitrag für Ketten der Länge $L = 2$ bis $L = 5$ dargestellt.

Zunächst soll für das Beispiel 1 eine detaillierte Diskussion der Ergebnisse für Ketten mit der Länge $L \in [2, 5]$ und den Berechnungsmöglichkeiten $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ bis $4^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ erfolgen. Anschließend werden die Ergebnisse der Beispiele 2 bis 6 vorgestellt.

Die Ergebnisse der Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ sind in Tab. 5.23 zusammengefasst.

[568] Da sich die Stufen $l \leq (L - 1)$ für $L \in [2, 5]$ einer deterministischen Nachfrage gegenübersehen, entspricht der jeweils erwartete Deckungsbeitrag dem simulierten Deckungsbeitrag. Um dies zu verdeutlichen, werden für die erste Stufe beide Deckungsbeiträge angegeben. Für die Stufen $l \in [2, L - 1]$ erfolgt die Darstellung in nur einer Zeile mit der Bezeichnung „Deckungsbeitrag“, welche aber aufgrund der Gleichheit der beiden Deckungsbeiträge mit dem erwarten und dem simulierten Deckungsbeitrag identisch ist.

[569] Dazu wurden 5 000 Nachfrageschocks simuliert, die einer Normalverteilung mit den in Tab. 5.22 genannten Parametern unterlagen. Für jeden Nachfrageschock wurde der entsprechende Deckungsbeitrag berechnet und anschließend der Durchschnitt gebildet.

			Kettenlänge L 2	3	4	5
Beispiel 1	**Hersteller** $(l = 1)$					
	Preis		5,50	5,50	5,50	4,80
	Herstellmenge		31,25	15,63	7,81	5,00
	Mindestgewinn		1,00	1,00	1,00	1,00
	Deckungs-beitrag	erwartet	78,13	39,06	19,53	9,00
		simuliert	78,13	39,06	19,53	9,00
	Abwei-chung [[%]]	sim./erw.	0,00	0,00	0,00	0,00
		sim./sim.$^{(L-1)}$	0,00	−50,00	−50,00	−53,92
	Für $L \geq 3$: **Zwischenhändler 1** $(l = 2)$					
	Preis		–	6,75	6,75	6,40
	Bestellmenge		–	15,63	7,81	5,00
	Mindestgewinn		–	1,00	1,00	1,00
	Deckungsbeitrag[a]		–	19,53	9,77	8,00
	Für $L \geq 4$: **Zwischenhändler 2** $(l = 3)$					
	Preis		–	–	7,38	7,20
	Bestellmenge		–	–	7,81	5,00
	Mindestgewinn		–	–	1,00	1,00
	Deckungsbeitrag[a]		–	–	4,88	4,00
	Für $L \geq 5$: **Zwischenhändler 3** $(l = 4)$					
	Preis		–	–	–	7,60
	Bestellmenge		–	–	–	5,00
	Mindestgewinn		–	–	–	1,00
	Deckungsbeitrag[a]		–	–	–	2,00
	Händler $(l = L)$					
	Preis		6,75	7,38	7,69	7,80
	Bestellmenge		31,25	15,63	7,81	5,00
	Mindestgewinn		1,00	1,00	1,00	1,00
	Deckungs-beitrag	erwartet	39,06	9,77	2,44	1,00
		simuliert	17,82	−12,71	−20,66	−22,32
	Abwei-chung [[%]]	sim./erw.	−54,39	−230,19	−946,05	−2331,90
		sim./sim.$^{(L-1)}$	0,00	−171,36	−62,46	−8,05
	Lieferkette					
	Deckungsbeitrag, simuliert		95,94	45,88	13,52	0,68

[a] Der erwartete Deckungsbeitrag entspricht dem simulierten und wird deshalb nur einmal aufgeführt.

Tab. 5.23: Ergebnisse des Beispiels 5.1.2 -1, Berechnungsmöglichkeit $1^{\text{nK}}_{\text{s},3}$

Die Ergebnisse einer Kette der Länge $L = 2$ entsprechen den Ergebnissen des Beispiels 4.1.2 - 1, da sie sich auf die gleichen Parameter beziehen.[570]

Wird die Kette um ein weiteres Glied verlängert ($L = 3$), sinkt der erwartete (und der simulierte) Deckungsbeitrag der ersten Stufe um 50 % und der erwartete Deckungsbeitrag der letzten Stufe um 75 % im Vergleich zu einer Kette mit $L = 2$ Stufen. Da alle Stufen einen höheren Deckungsbeitrag als ihren geforderten Mindestgewinn erwarten, wird zwischen den Kettengliedern ein Vertrag zustande kommen. Allerdings erhält die letzte Stufe bei der gewählten Preis-/Mengenkombination einen negativen simulierten Deckungsbeitrag. Dies wird durch die getroffene Annahme der Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ verursacht, Fehlmengen bei der Berechnung des erwarteten Deckungsbeitrags zu ignorieren. Da der erwartete Deckungsbeitrag 9,77 beträgt, sich die erwarteten Kosten für Fehlmengen allerdings auf 22,54 belaufen,[571] kann die letzte Stufe die anfallenden Kosten nicht durch den erwarteten Deckungsbeitrag ausgleichen, wie es noch bei einer Kettenlänge von $L = 2$ der Fall war.

Die Interpretation der Ergebnisse für $L = 4$ erfolgt analog zur Interpretation von $L = 3$. Auch hier fallen der erwartete und simulierte Deckungsbeitrag der ersten Stufe, ausgehend von $L = 3$, um 50 % und der erwartete Deckungsbeitrag der letzten Stufe um 75 %. Alle Kettenglieder erwarten Deckungsbeiträge, die höher als die geforderten Mindestgewinne sind. Da die letzte Stufe anfallende Fehlkosten ignoriert, wird sie wieder einen negativen simulierten Deckungsbeitrag erhalten.

Bei einer Kettenlänge von $L = 5$ kann die algebraische Lösung der Tab. A.28[572] nicht angewandt werden, da der Mindestgewinn der letzten Stufe größer als der erwartete Deckungsbeitrag ausfällt.[573] Die erste Stufe wird deshalb einen Preis wählen, bei dem die letzte Stufe gerade einen erwarteten Deckungsbeitrag in Höhe des geforderten Mindestgewinns erhält.

Der Verlust der ersten Stufe bei der Verlängerung einer Kette mit vier auf fünf Stufen beträgt somit nicht wie bisher 50 %, sondern 53,92 %. Dafür fällt der erwartete Deckungsbeitrag der letzten Stufe nur um 59,02 % statt um 75 %. Trotz alledem wird auch hier aufgrund der anfallenden Fehlkosten der simulierte Deckungsbeitrag der letzten Stufe negativ ausfallen.

In Abb. 5.19 sind abschließend die erwarteten und simulierten Deckungsbeiträge für alle Stufen der betrachteten Ketten gegenübergestellt.

---

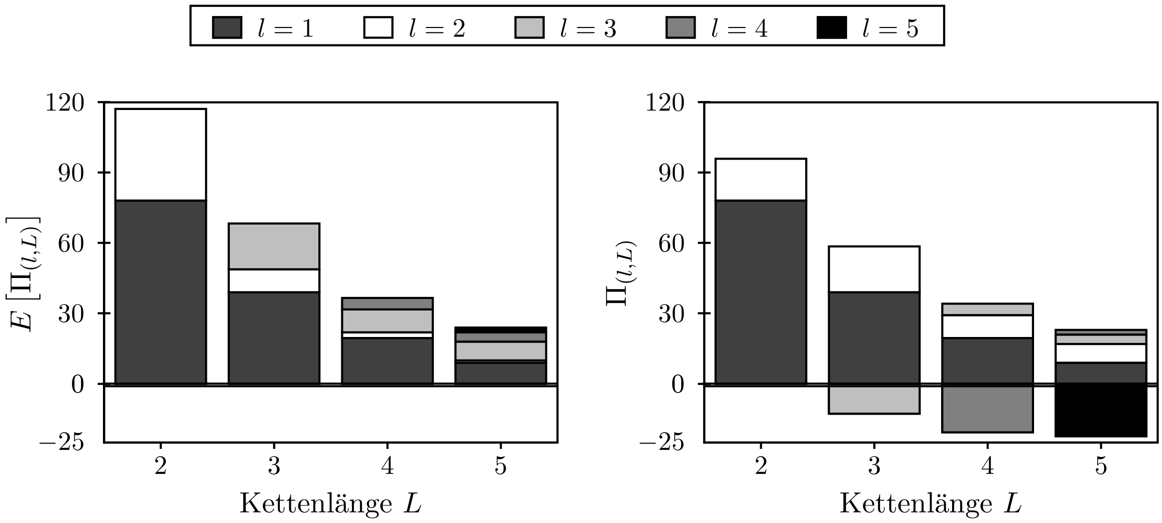
570 Siehe Tab. 4.33, S. 135, erste Spalte.

571 Siehe (3.12), S. 26. Für $p_M := p_{(L,L)}$, $c_M := c_{(L,L)} = p_{(L-1,L)}$ und $z_M := z_{(L,L)} = 0$ ergibt sich der Verlust V durch Einsetzen der Parameterwerte: $V = 7{,}93 + 1{,}98p_{(L,L)}$. Die Höhe der erwarteten Fehlkosten ist allein abhängig vom gewählten Preis. Die Kosten $c_{(L,L)}$ beeinflussen den Verlust V somit nicht.

572 Siehe S. 439.

573 Siehe (A.7), S. 439. Es ist

$$\Pi^{Min}_{(5,5)} = 1 \nleq 0{,}61 = \left(\frac{1}{2}\right)^{(5+5-2)} \cdot 156{,}25.$$



(a) Erwartete Deckungsbeiträge

(b) Simulierte Deckungsbeiträge

Abb. 5.19: Erwartete und simulierte Deckungsbeiträge des Beispiels 5.1.2 -1 für Kettenlängen $L \in [2, \ldots, 5]$, Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$

Durch das Ignorieren von Fehlkosten der letzten Stufe fällt der simulierte Gesamtdeckungsbeitrag niedriger aus als der erwartete. Allerdings trägt die letzte Stufe allein die Auswirkung der „falschen“ Berechnung. Alle anderen Stufen erhalten mindestens einen erwarten Deckungsbeitrag, der über dem jeweiligen geforderten Mindestgewinn liegt.

Für Berechnungsmöglichkeit $2^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$, bei welcher der letzten Stufe der Verkaufspreis extern vorgeschrieben wird, ergeben sich die Ergebnisse der Tab. 5.24.[574]

[574] Die extern vorgegebenen Verkaufspreise der letzten Stufe entsprechen denjenigen der Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$. Siehe optimale Preise der letzten Stufe, Tab. 5.23, S. 281.

			Kettenlänge L			
			2	3	4	5
Beispiel 1	**Hersteller** $(l = 1)$					
	Preis		6,09	5,84	4,33	0,00
	Herstellmenge		29,20	14,14	8,04	0,00
	Mindestgewinn		1,00	1,00	1,00	1,00
	Deckungs-beitrag	erwartet	90,28	40,20	10,66	0,00
		simuliert	90,28	40,20	10,66	0,00
	Abwei-chung [[%]]	sim./erw.	0,00	0,00	0,00	0,00
		sim./sim.$^{(L-1)}$	0,00	−55,47	−73,48	−100,00
	Für $L \geq 3$: **Zwischenhändler 1** $(l = 2)$					
	Preis		–	5,91	4,45	0,00
	Bestellmenge		–	14,14	8,04	0,00
	Mindestgewinn		–	1,00	1,00	1,00
	Deckungsbeitrag[a]		–	1,00	1,00	0,00
	Für $L \geq 4$: **Zwischenhändler 2** $(l = 3)$					
	Preis		–	–	4,58	0,00
	Bestellmenge		–	–	8,04	0,00
	Mindestgewinn		–	–	1,00	1,00
	Deckungsbeitrag[a]		–	–	1,00	0,00
	Für $L \geq 5$: **Zwischenhändler 3** $(l = 4)$					
	Preis		–	–	–	0,00
	Bestellmenge		–	–	–	0,00
	Mindestgewinn		–	–	–	1,00
	Deckungsbeitrag[a]		–	–	–	0,00
	Händler $(l = L)$					
	Preis		6,75	7,38	7,69	0,00
	Bestellmenge		29,20	14,14	8,04	0,00
	Mindestgewinn		1,00	1,00	1,00	1,00
	Deckungs-beitrag	erwartet	1,00	1,00	1,00	0,00
		simuliert	1,04	1,07	1,08	0,00
	Abwei-chung [[%]]	sim./erw.	4,16	7,26	8,31	–
		sim./sim.$^{(L-1)}$	0,00	2,98	0,98	−100,00
	Lieferkette					
	Deckungsbeitrag, simuliert		91,32	42,27	13,74	0,00

[a] Der erwartete Deckungsbeitrag entspricht dem simulierten und wird deshalb nur einmal aufgeführt.

Tab. 5.24: Ergebnisse des Beispiels 5.1.2-1, Berechnungsmöglichkeit $2^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$

Vergleicht man die Ergebnisse der einzelnen Kettenlängen in Tab. 5.24, so fällt auf, dass bei einer Kettenlänge von $L = 5$ kein Vertrag zwischen den Mitgliedern einer Kette zustande kommt, obwohl dies bei der Berechnungsmöglichkeit $1^{\text{nK}}_{\text{s},3}$ bei einem Preis von $p_{(L,L)} = 7{,}80$ der Fall war. Warum kein Vertrag zustande kommt, wird nachfolgend mathematisch und grafisch aufgezeigt.

Die letzte Stufe optimiert ihren Deckungsbeitrag, indem sie die optimale Menge zu dem vorgegebenen Preis festlegt:[575]

$$\begin{aligned} E\left[\Pi_{(5,5)}\right] &= (7{,}8 - p_{(4,5)}) \cdot 5 \\ &\quad - (p_{(4,5)} + 1) \int_{-25}^{z_{(5,5)}} (z_{(5,5)} - \bar{\epsilon}) f(\bar{\epsilon})\, \mathrm{d}\bar{\epsilon} - (10{,}8 - p_{(4,5)}) \int_{z_{(5,5)}}^{25} (\bar{\epsilon} - z_{(5,5)}) f(\bar{\epsilon})\, \mathrm{d}\bar{\epsilon}. \end{aligned}$$

Die optimale Bestellmenge, die die letzte Stufe in Abhängigkeit vom Preis der letzten Stufe wählt, lautet

$$q^*_{(5,5)} = 5 + 7{,}02889 \mathrm{Erf}^{-1}\left(0{,}830508 - 0{,}169491 p_{(4,5)}\right).$$

Weil die mathematische Notation des erwarteten Deckungsbeitrags sehr komplex und damit unübersichtlich ist, wird dieser in Abb. 5.20 dargestellt.

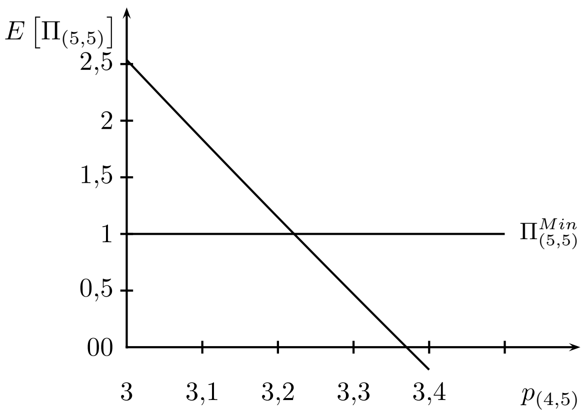


Abb. 5.20: Erwarteter Deckungsbeitrag der letzten Stufe in Abhängig vom Preis $p_{(4,5)}$

Die letzte Stufe erwartet maximal einen Deckungsbeitrag von $E\left[\Pi_{(5,5)}\right] = 2{,}54$. Mit steigendem Preis der vorletzten Stufe sinkt dieser jedoch.

Die vorletzte Stufe erwartet einen Deckungsbeitrag von

$$E\left[\Pi_{(4,5)}\right] = (p_{(4,5)} - p_{(3,5)}) \cdot q^*_{(5,5)}.$$

Abhängig vom Preis der Stufe $l = 3$ maximiert die vorletzte Stufe ihren Deckungsbeitrag dann, wenn sie einen Preis von $p_{(4,5)} \geq 6{,}24$ wählt:[576]

575 Siehe (3.16), S. 29, mit $\bar{p}_M := \bar{p}_L$, $z_M := z_{(L,L)}$ und $c_M := c_{(L,L)} = p_{(L-1,L)}$.

576 Sollte die Stufe $l = 3$ einen Preis von $p_{(3,5)} = c_{(1,5)} = 3$ wählen, erhält die Stufe $l = 4$ bei $p_{(4,5)} = 6{,}24$ ihren maximalen Deckungsbeitrag (ohne Berücksichtigung von Mindestgewinnen). Je höher der Preis $p_{(3,5)}$ ist, desto höher muss auch $p_{(4,5)}$ gewählt werden, um das Maximum der Deckungsbeitragsfunktion zu erhalten.

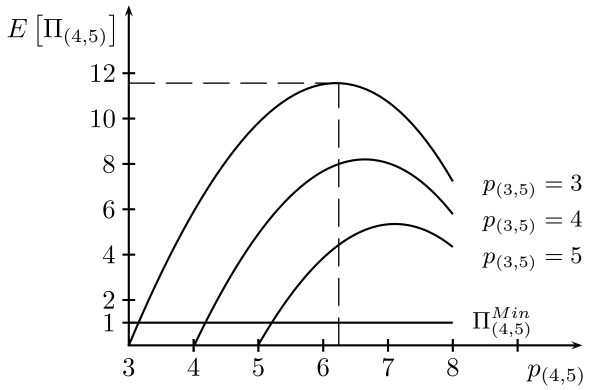


Abb. 5.21: Erwarteter Deckungsbeitrag der Stufe $l = 4$ für verschiedene Preise $p_{(3,5)}$

Da aber die letzte Stufe nur einen Preis $p_{(4,5)}$ akzeptiert, der maximal 3,22 beträgt, wird die vorletzte Stufe genau diesen Preis wählen. Bei einem Preis von $p_{(4,5)} > 3{,}22$ kann die Stufe $l = 5$ keinen Deckungsbeitrag erwarten, der wenigstens dem Mindestgewinn entspricht, wie Abb. 5.20 auf der vorherigen Seite zeigt. Der erwartete Deckungsbeitrag lautet deshalb

$$E\left[\Pi_{(4,5)}\right] = \left(3{,}22 - p_{(3,5)}\right) \cdot 6{,}81$$

und ist damit linear abhängig vom Preis $p_{(3,5)}$. Die dritte Stufe, die das Verhalten der Stufe $l = 4$ antizipiert, erwartet einen Deckungsbeitrag von

$$E\left[\Pi_{(3,5)}\right] = \left(p_{(3,5)} - p_{(2,5)}\right) \cdot 6{,}81.$$

Das bedeutet, dass diese Stufe bestrebt ist, einen Preis $p_{(3,5)}$ zu wählen, der so hoch wie möglich ist. Um die Mindestgewinnanforderung der Stufe $l = 4$ nicht zu verletzen, wählt Stufe $l = 3$ den Preis $p_{(3,5)} = 3{,}07$. Stufe $l = 4$ erhält dann den geforderten Mindestgewinn von $\Pi^{Min}_{(4,5)} = 1$.

Der Preis der Stufe $l = 2$ wird auf die gleiche Weise festgelegt. Da ihr erwarteter Deckungsbeitrag

$$E\left[\Pi_{(2,5)}\right] = \left(p_{(2,5)} - p_{(1,5)}\right) \cdot 6{,}81$$

beträgt, wird diese Stufe den Preis $p_{(2,5)} = 2{,}93$ verlangen. Stufe $l = 3$ erwartet dann einen Deckungsbeitrag in Höhe des Mindestgewinns von $\Pi^{Min}_{(3,5)} = 1$. Schon hier ist ersichtlich, dass die erste Stufe keinen Preis $p_{(1,5)}$ anbieten kann, bei der die zweite Stufe wenigstens ihren Mindestgewinn erhält. Stufe $l = 1$ müsste einen Preis $p_{(1,5)} < 2{,}93$ verlangen, die Herstellkosten betragen aber $c_{(1,5)} = 3$. Die erste Stufe wird somit nicht produzieren, so dass keine vertragliche Bindung zwischen den Kettengliedern zustande kommt.

Bei Ketten mit der Länge $L = 2$ bis $L = 4$ können die Preise entsprechend der zuvor dargestellten Vorgehensweise derart festgelegt werden, dass jedes Kettenglied $l \leq (L - 1)$

einen Deckungsbeitrag in Höhe des Mindestgewinns erwarten kann. Die erste Stufe erhält den verbleibenden Deckungsbeitrag

$$E\left[\Pi_{(1,L)}\right] = \Pi_{T(L)} - \sum_{i=1}^{L-1} \Pi_{(i,L)}^{Min}.$$

Bei einer Kettenlänge von $L = 2$ und $L = 3$ bestellt die letzte Stufe weniger Produkte bei der Vorstufe als die Kernnachfrage angibt.[577] Dies ergibt sich aus den Kostenfaktoren von 1 zu 1,94 ($L = 2$) und 1 zu 1,55 ($L = 3$).[578] Bei einer Kettenlänge von $L = 4$ beträgt der Kostenfaktor 1 zu 0,91, so dass es für die letzte Stufe von Vorteil ist, mehr Produkte zu bestellen als die Kernnachfrage angibt.

Kann die erste Stufe der letzten Stufe den Verkaufspreis vorschreiben (Berechnungsmöglichkeit $3_{\mathrm{s},3}^{\mathrm{nK}}$), so wird für alle betrachteten Kettenlängen ein Gesamtdeckungsbeitrag von 137,02 erwirtschaftet.[579] Die erste Stufe legt unabhängig von der Länge der Kette immer den gleichen Endverkaufspreis fest, da dieser ihren Deckungsbeitrag maximiert. Jede Stufe $l < (L-1)$ versucht ihren Deckungsbeitrag gleichfalls zu maximieren und legt den eigenen Preis so fest, dass die Folgestufe gerade einen Deckungsbeitrag in Höhe des geforderten Mindestgewinns erhält. Der letzten Stufe entstehen somit unabhängig von der Kettenlänge immer Kosten in Höhe von $c_{(L,L)} := p_{(L-1,L)} = 5{,}18$. Damit ändert sich auch der Kostenfaktor nicht,[580] so dass die letzte Stufe immer die gleiche Menge bei der Vorstufe bestellt.

---

[577] $d(6{,}75) = 31{,}25$ für $L = 2$ und $d(7{,}38) = 15{,}63$ für $L = 3$.

[578] Der Kostenfaktor wird gebildet aus den Kosten für den entgangenen Deckungsbeitrag und für den Ausgleich von Fehlmengen ($p_{(L,L)} - c_{(L,L)} + c_u$) im Vergleich zu den Kosten der Vernichtung ($c_{(L,L)} + c_o$), wobei die erstgenannten Kosten zu 1 normiert werden.

[579] Siehe Tab. 5.25, S. 288.

[580] Der Kostenfaktor beträgt 1 zu 1,87. Damit bestellt die letzte Stufe immer weniger als die Kernnachfragefunktion angibt.

			Kettenlänge L			
			2	3	4	5
Beispiel 1	**Hersteller** ($l = 1$)					
	Preis		5,18	5,17	5,15	5,14
	Herstellmenge		62,25	62,25	62,25	62,25
	Mindestgewinn		1,00	1,00	1,00	1,00
	Deckungs-beitrag	erwartet	135,96	134,96	133,96	132,96
		simuliert	135,96	134,96	133,96	132,96
	Abwei-chung [[%]]	sim./erw.	0,00	0,00	0,00	0,00
		sim./sim.$^{(L-1)}$	0,00	−0,74	−0,74	−0,75
	Für $L \geq 3$: **Zwischenhändler 1** ($l = 2$)					
	Preis		–	5,18	5,17	5,15
	Bestellmenge		–	62,25	62,25	62,25
	Mindestgewinn		–	1,00	1,00	1,00
	Deckungsbeitrag[a]		–	1,00	1,00	1,00
	Für $L \geq 4$: **Zwischenhändler 2** ($l = 3$)					
	Preis		–	–	5,18	5,17
	Bestellmenge		–	–	62,25	62,25
	Mindestgewinn		–	–	1,00	1,00
	Deckungsbeitrag[a]		–	–	1,00	1,00
	Für $L \geq 5$: **Zwischenhändler 3** ($l = 4$)					
	Preis		–	–	–	5,18
	Bestellmenge		–	–	–	62,25
	Mindestgewinn		–	–	–	1,00
	Deckungsbeitrag[a]		–	–	–	1,00
	Händler ($l = L$)					
	Preis		5,49	5,49	5,49	5,49
	Bestellmenge		62,25	62,25	62,25	62,25
	Mindestgewinn		1,00	1,00	1,00	1,00
	Deckungs-beitrag	erwartet	1,00	1,00	1,00	1,00
		simuliert	1,06	1,06	1,06	1,06
	Abwei-chung [[%]]	sim./erw.	5,74	5,74	5,74	5,74
		sim./sim.$^{(L-1)}$	0,00	0,00	0,00	0,00
	Lieferkette					
	Deckungsbeitrag, simuliert		137,02	137,02	137,02	137,02

[a] Der erwartete Deckungsbeitrag entspricht dem simulierten und wird deshalb nur einmal aufgeführt.

Tab. 5.25: Ergebnisse des Beispiels 5.1.2 -1, Berechnungsmöglichkeit $3^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$

Alle Stufen $l > 1$ erwarten einen Deckungsbeitrag in Höhe des geforderten Mindestgewinns. Die erste Stufe erhält den verbleibenden Gesamtdeckungsbeitrag.

Als Letztes sollen die Ergebnisse der Berechnungsmöglichkeit $4^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ betrachtet werden. Die Herleitung der Ergebnisse für eine Kettenlänge von $L = 2$ wurde bereits in Abschnitt 4.1.2.2 anhand des Beispiels 4.1.2-1 erläutert.[581] Der einzige Unterschied zwischen dem Beispiel 4.1.2-1 und dem Beispiel 5.1.2-1 besteht in der Wahl der Mindestgewinne. Da die geforderten Mindestgewinne die Wahl des optimalen Preises der ersten Stufe nicht beeinflussen, ergeben sich die selben Ergebnisse wie für das Beispiel 4.1.2 -1.[582]

---

[581] Siehe S. 131 ff. im Zusammenhang mit Abschnitt 4.1.2.2, S. 134 ff., und Tab. 4.33.

[582] Siehe auch Abb. 4.22, S. 133, für $\Pi_M := \Pi_{(1,2)} = 1$ und $\Pi_R := \Pi_{(2,2)} = 1$.

			Kettenlänge L			
			2	3	4	5
Beispiel 1	**Hersteller** $(l = 1)$					
	Preis		5,44	4,40	0,00	0,00
	Herstellmenge		31,99	22,76	0,00	0,00
	Mindestgewinn		1,00	1,00	1,00	1,00
	Deckungs-beitrag	erwartet	78,18	31,96	0,00	0,00
		simuliert	78,18	31,96	0,00	0,00
	Abwei-chung [[%]]	sim./erw.	0,00	0,00	0,00	0,00
		sim./sim.$^{(L-1)}$	0,00	−59,13	−100,00	0,00
	Für $L \geq 3$: **Zwischenhändler 1** $(l = 2)$					
	Preis		–	6,15	0,00	0,00
	Bestellmenge		–	22,76	0,00	0,00
	Mindestgewinn		–	1,00	1,00	1,00
	Deckungsbeitrag[a]		–	39,75	0,00	0,00
	Für $L \geq 4$: **Zwischenhändler 2** $(l = 3)$					
	Preis		–	–	0,00	0,00
	Bestellmenge		–	–	0,00	0,00
	Mindestgewinn		–	–	1,00	1,00
	Deckungsbeitrag[a]		–	–	0,00	0,00
	Für $L \geq 5$: **Zwischenhändler 3** $(l = 4)$					
	Preis		–	–	–	0,00
	Bestellmenge		–	–	–	0,00
	Mindestgewinn		–	–	–	1,00
	Deckungsbeitrag[a]		–	–	–	0,00
	Händler $(l = L)$					
	Preis		6,67	7,01	0,00	0,00
	Bestellmenge		31,99	22,76	0,00	0,00
	Mindestgewinn		1,00	1,00	1,00	1,00
	Deckungs-beitrag	erwartet	20,33	1,00	0,00	0,00
		simuliert	20,40	1,05	0,00	0,00
	Abwei-chung [[%]]	sim./erw.	0,33	4,87	–	–
		sim./sim.$^{(L-1)}$	0,00	−94,86	−100,00	0,00
	Lieferkette					
	Deckungsbeitrag, simuliert		98,59	72,76	0,00	0,00

[a] Der erwartete Deckungsbeitrag entspricht dem simulierten und wird deshalb nur einmal aufgeführt.

Tab. 5.26: Ergebnisse des Beispiels 5.1.2 -1, Berechnungsmöglichkeit $4^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$

Besteht die Kette aus drei Gliedern, so erwartet die letzte Stufe $l = L = 3$ einen Deckungsbeitrag in Höhe des geforderten Mindestgewinns. Die erste und zweite Stufe erhalten hingegen einen deutlich höheren Deckungsbeitrag als sie gefordert haben.

Kam für die Berechnungsmöglichkeiten $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ bis $3^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ ein Vertrag für Ketten mit der Länge $L = 4$ zustande, so ist dies bei Berechnungsmöglichkeit $4^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ nicht der Fall. Der Grund dafür soll nachfolgend grafisch verdeutlicht werden.

Nachdem die letzte Stufe die optimale Preis-/Mengenkombination in Abhängigkeit vom Preis der Vorstufe festgelegt hat,[583] hat der erwartete Deckungsbeitrag $E\left[\Pi_{(4,4)}\right]$ folgenden Verlauf:

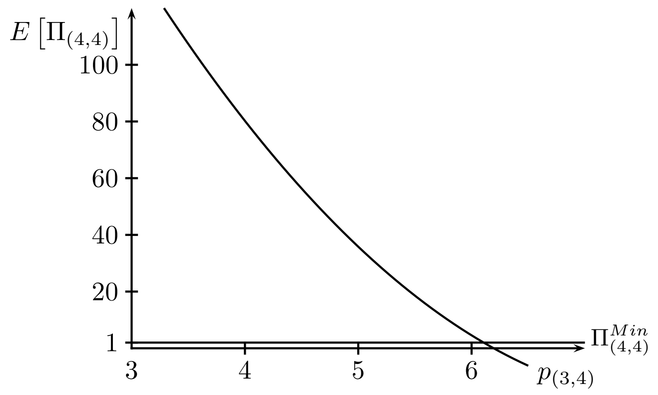


Abb. 5.22: Erwarteter Deckungsbeitrag der Stufe $l = 4$ in Abhängigkeit von $p_{(3,4)}$

Die letzte Stufe erhält nur dann einen Deckungsbeitrag, der über dem geforderten Mindestgewinn liegt, wenn die Stufe $l = 3$ einen Preis $p_{(3,4)} \leq 6{,}15$ wählt.

Die Stufe $l = 3$ maximiert ebenfalls ihren Deckungsbeitrag, wobei dieser vom Preis der Vorstufe $l = 2$ abhängt.[584] Der minimale Preis, den die Stufe $l = 3$ wählen wird, beträgt $p_{(3,4)} = 5{,}44$. Dies wird anhand der folgenden Abbildung deutlich:

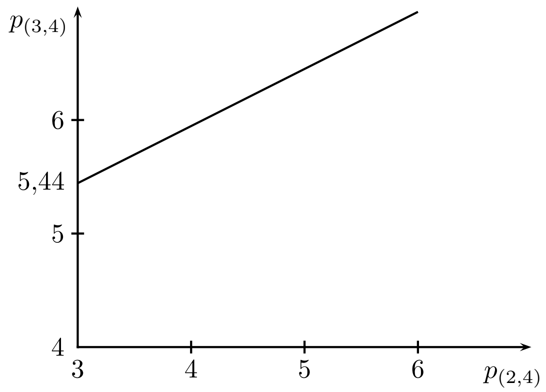


Abb. 5.23: Preis der dritten Stufe in Abhängigkeit von der zweiten Stufe

Die erwarteten Deckungsbeiträge der Stufen $l = 3$ sowie $l = 4$ sind in Abhängigkeit von $p_{(2,4)}$ in Abb. 5.24 dargestellt.

[583] Siehe In[4]–In[27], B.4.3, S. 548 ff.
[584] Siehe In[28]–In[35], B.4.3, S. 548 ff.

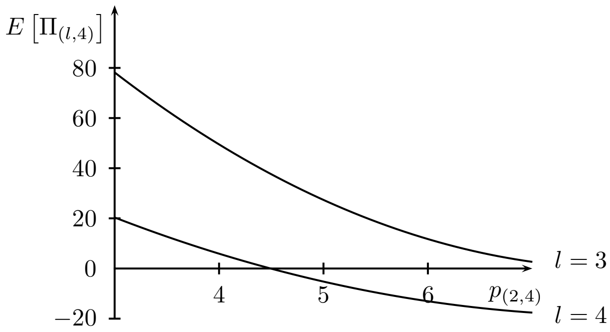


Abb. 5.24: Erwartete Deckungsbeiträge der Stufen $l = 3$ und $l = 4$ in Abhängigkeit von $p_{(2,4)}$

Somit kann die letzte Stufe nur noch einen Deckungsbeitrag von maximal $E\left[\Pi_{(4,4)}\right] = 20{,}34$ erwarten.[585]

Genau wie Stufe $l = 3$ maximiert nun Stufe $l = 2$ ihren Deckungsbeitrag. Ihr Preis $p_{(2,4)}$ hängt vom Preis $p_{(1,4)}$ des Herstellers wie folgt ab:

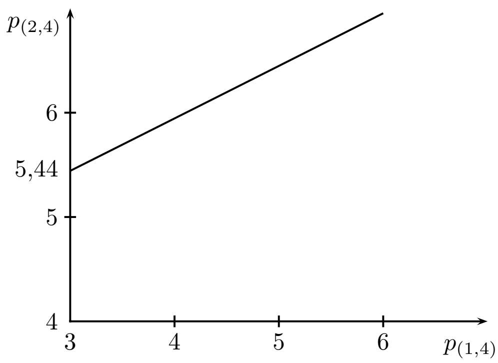


Abb. 5.25: Preis der zweiten Stufe in Abhängigkeit von der ersten Stufe

Wählt die erste Stufe den minimalen Preis $p_{(1,4)} = 3$, so wählt die zweite Stufe den Preis $p_{(2,4)} = 5{,}44$. Anhand von Abb. 5.24 kann man erkennen, dass bei diesem Preis die letzte Stufe einen negativen Deckungsbeitrag erwartet. Sie wird dementsprechend einen Vertrag mit den anderen Kettengliedern ablehnen. Der Vollständigkeit halber sind in Abb. 5.26 die erwarteten Deckungsbeiträge aller Stufen dargestellt:

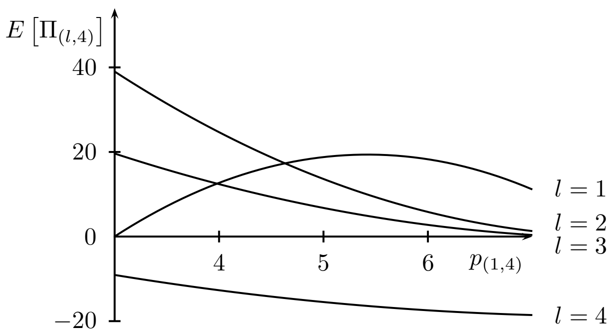
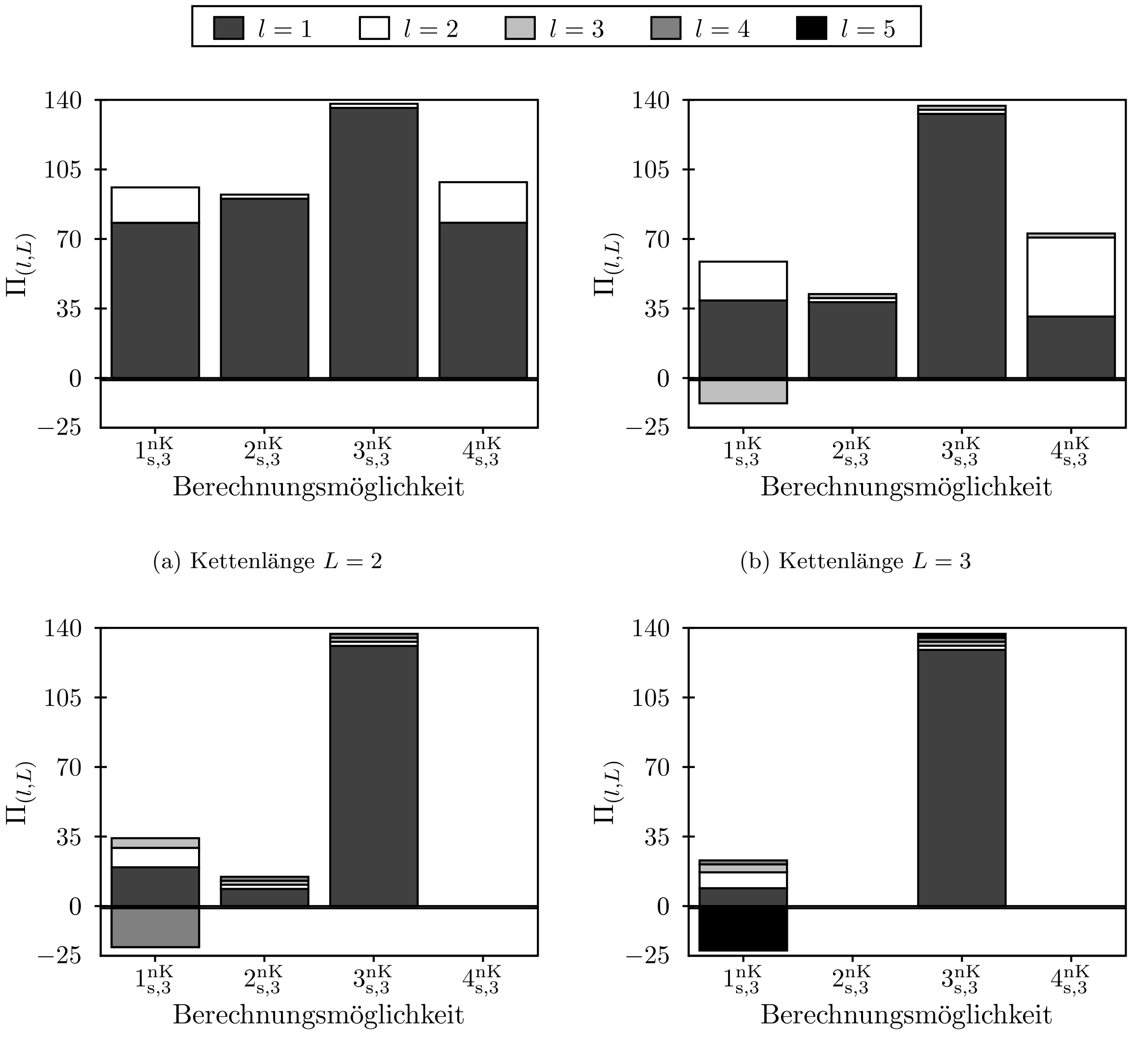


Abb. 5.26: Erwartete Deckungsbeiträge der Stufen $l \in [1, 4]$ in Abhängigkeit von $p_{(1,4)}$

[585] Siehe auch Abb. 5.22 für $p_{(3,4)} \geq 5{,}44$.

Legt jede Stufe für sich die optimale Preis-/Mengenkombination fest, erwartet die letzte Stufe für dieses Beispiel einen negativen Deckungsbeitrag von mindestens -10.

Abb. 5.27 stellt zusammenfassend die simulierten Deckungsbeiträge aller Stufen für das Beispiel 1 dar.[586]



(a) Kettenlänge $L = 2$

(b) Kettenlänge $L = 3$

(c) Kettenlänge $L = 4$

(d) Kettenlänge $L = 5$

Abb. 5.27: Simulierte Deckungsbeiträge des Beispiels 1 für Kettenlängen $L \in [2, \ldots, 5]$

Kettenlänge $L = 2$: Nur bei einer Kettenlänge von $L = 2$ erhalten alle Kettenglieder Deckungsbeiträge, die mindestens ihren geforderten Mindestgewinnen entsprechen. Bei den Berechnungsmöglichkeiten $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ und $4^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ ist der Deckungsbeitrag der ersten Stufe ungefähr gleich hoch. Die letzte Stufe kann aufgrund der Antizipation des Nachfrageschocks (Berechnungsmöglichkeit $4^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$) einen höheren Deckungsbeitrag erhalten als bei Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$. Wird der letzten Stufe ein Preis extern vorgeschrieben (entspricht dem der Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$), so erhält sie gerade einen Deckungsbeitrag in Höhe des geforderten Mindestge-

[586] Die entsprechenden Daten sind den Tabellen 5.23 bis 5.26, S. 281 ff., entnommen.

winns. Ebenso hoch fällt der Deckungsbeitrag der letzten Stufe aus, wenn die erste Stufe der letzten Stufe einen Preis vorschreibt. Im Vergleich zu den Berechnungsmöglichkeiten $1_{s,3}^{nK}$, $2_{s,3}^{nK}$ und $4_{s,3}^{nK}$ kann die erste Stufe ihren Deckungsbeitrag durch Berechnungsmöglichkeit $3_{s,3}^{nK}$ erhöhen.

Kettenlänge $L = 3$: Bei einer Länge von $L = 3$ erhält die letzte Stufe bei der Festlegung einer Preis-/Mengenkombination einen negativen Deckungsbeitrag, wenn sie den Nachfrageschock ignoriert und lediglich einen Mittelwert in die Berechnung einbezieht (Berechnungsmöglichkeit $1_{s,3}^{nK}$). Erst bei der Antizipation des Nachfrageschocks erhält die letzte Stufe einen positiven Deckungsbeitrag, der dem geforderten Mindestgewinn entspricht. Die zweite Stufe kann im Vergleich zu Berechnungsmöglichkeit $1_{s,3}^{nK}$ ihren Deckungsbeitrag steigern, wenn Berechnungsmöglichkeit $4_{s,3}^{nK}$ angewandt wird, im Gegensatz zur ersten Stufe, die einen Teil ihres Deckungsbeitrags einbüßt. Ebenso wie bei einer Kettenlänge von $L = 2$ erhält die erste Stufe bei den Berechnungsmöglichkeiten $2_{s,3}^{nK}$ und $3_{s,3}^{nK}$ den höchsten Deckungsbeitrag und die übrigen Stufen einen Deckungsbeitrag, der dem geforderten Mindestgewinn enspricht. Im Vergleich zu den Berechnungsmöglichkeiten $1_{s,3}^{nK}$, $2_{s,3}^{nK}$ und $4_{s,3}^{nK}$ kann Stufe $l = 1$ ihren Deckungsbeitrag in etwa verdreifachen, wenn sie den Endverkaufspreis vorschreiben kann.

Kettenlänge $L = 4$: Wird die dreigliedrige Kette um ein weiteres Glied verlängert, so sinkt der Gesamtdeckungsbeitrag für die Berechnungsmöglichkeit $1_{s,3}^{nK}$. Auch hier erhält die letzte Stufe einen negativen Deckungsbeitrag. Antizipiert die letzte Stufe den Nachfrageschock (Berechnungsmöglichkeit $4_{s,3}^{nK}$), wird kein Vertrag zwischen den Kettengliedern zustande kommen, da die letzte Stufe immer einen negativen Deckungsbeitrag erwartet.[587] Auch bei einer viergliedrigen Kette kann die erste Stufe ihren Deckungsbeitrag erheblich steigern, wenn Berechnungsmöglichkeit $3_{s,3}^{nK}$ anwandt wird.

Kettenlänge $L = 5$: Letztendlich kommt bei einer Kette mit fünf Gliedern nur dann ein Vertrag zustande, wenn die Preis-/Mengenkombinationen durch die Berechnungsmöglichkeiten $1_{s,3}^{nK}$ und $3_{s,3}^{nK}$ festgelegt worden sind. Auch hier erhält die letzte Stufe bei Berechnungsmöglichkeit $1_{s,3}^{nK}$ einen negativen Deckungsbeitrag, alle anderen Stufen erhalten mindestens einen Deckungsbeitrag in Höhe des geforderten Mindestgewinns. Der Gesamtdeckungsbeitrag einer fünfgliedrigen Kette entspricht dem für Ketten mit geringerer Gliederanzahl, wenn Preise und Mengen durch die Berechnungsmöglichkeit $3_{s,3}^{nK}$ festgelegt worden sind. Bis auf das erste Kettenglied erhalten alle Kettenglieder einen Deckungsbeitrag, der dem geforderten Mindestgewinn entspricht. Das erste Glied erhält den restlichen Deckungsbeitrag.

Je länger eine Kette ist, desto vorteilhafter ist es für die erste Stufe, den Endverkaufspreis vorzuschreiben, da sie bei anderen Berechnungsmöglichkeiten einen geringeren oder gar keinen Deckungsbeitrag erhält.

Die simulierten Gesamtdeckungsbeiträge der Beispiele 4.1.2- 1 bis 6 werden für alle Berechnungsmöglichkeiten und Kettenlängen in Abb. 5.28 dargestellt. Für Ketten mit der Länge $L = 2$ wurden die Ergebnisse für die Berechnungsmöglichkeiten $1_{s,3}^{nK}$ bis $4_{s,3}^{nK}$ ausführlich in Abschnitt 4.1.2.2 diskutiert.[588]

[587] Siehe Abb. 5.26, S. 292.
[588] Siehe S. 134 ff.

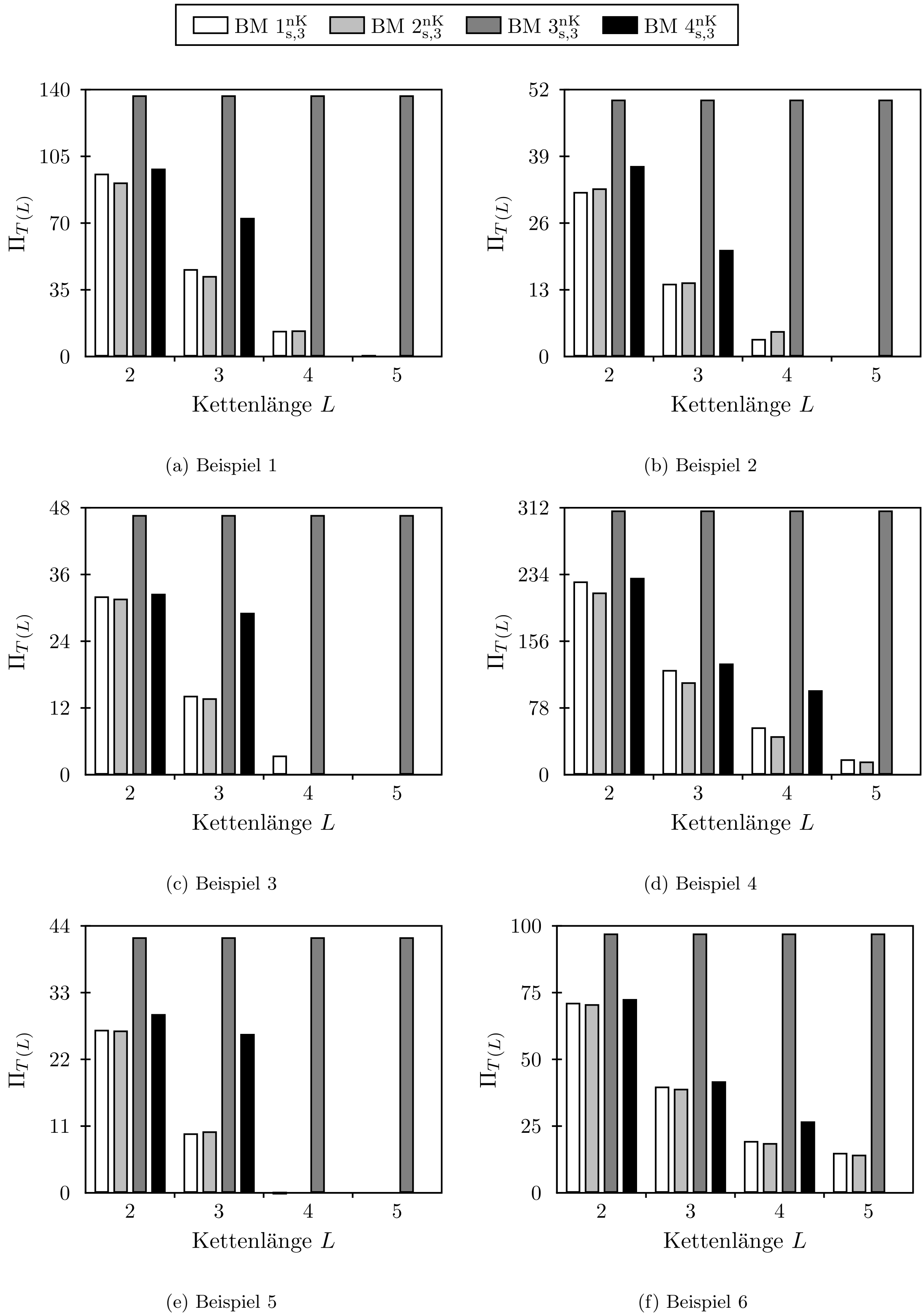


Abb. 5.28: Simulierte Gesamtdeckungsbeiträge für die Berechnungsmöglichkeiten $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ bis $4^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ bei Kettenlängen von $L \in [2, \ldots, 5]$

Unabhängig von der Wahl der Parameter sinkt der Gesamtdeckungsbeitrag mit steigender Kettenlänge für die Berechnungsmöglichkeiten $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$, $2^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ und $4^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$, nur bei Berechnungsmöglichkeit $3^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ bleibt er konstant. Zwar konnte für die Beispiele 1, 3, 4 und 6 mit Hilfe der Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ ein höherer Gesamtdeckungsbeitrag erzielt werden als mit Berechnungsmöglichkeit $2^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$, dies darf aber nicht darüber hinwegtäuschen, dass die letzte Stufe für die genannten Beispiele ab einer Kettenlänge von $L \geq 3$ negative Deckungsbeiträge erhält. Vergleicht man die Berechnungsmöglichkeiten $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ und $4^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$, so kann tendenziell ein höherer Gesamtdeckungsbeitrag erwirtschaftet werden, wenn Strafkosten in die Berechnung mit einfließen. Allerdings kann für alle Beispiele mit Ausnahme von Beispiel 4 und 6 ab einer Kettenlänge von $L = 4$ keine Preis-/Mengenkombination gefunden werden, bei der alle Kettenglieder ihren geforderten Mindestgewinn erwarten können. Die Deckungsbeitragssteigerung durch Berechnungsmöglichkeit $4^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ gegenüber der Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ hängt allerdings nicht nur von der Höhe der Strafkosten ab, sondern auch von der Länge der Kette. Das sieht man sehr deutlich an den Beispielen 2 und 3. Bis auf die Höhe der Strafkosten sind alle Parameter identisch. Deshalb sind die Gesamtdeckungsbeiträge für Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ und den Kettenlängen $L = 2$ und $L = 3$ gleich hoch.[589] Aufgrund des Kostenfaktors von 1 zu 9,2 im Beispiel 2 und $L = 2$ kann der Gesamtdeckungsbeitrag im Vergleich zu Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ gesteigert werden. Im Beispiel 3 heben sich die Kosten nahezu auf (1 zu 1,2), so dass hier kaum eine Steigerung zu verzeichnen ist.

Warum allerdings bei einer Kettenlänge von $L = 3$ der simulierte Gesamtdeckungsbeitrag bei Beispiel 3 bei einem Kostenfaktor von 1 zu 1,27 verdoppelt werden kann, obwohl bei Beispiel 2 der Kostenfaktor 1 zu 14,12 beträgt und lediglich eine Deckungsbeitragssteigerung von 45 % erzielt werden kann, soll nachfolgend erklärt werden. Zunächst wird Stufe $l = 3$ betrachtet. Die Optimierung des erwarteten Deckungsbeitrags bezüglich des Preises $p_{(3,3)}$ liefert wegen

$$
\begin{aligned}
E\left[\Pi_{(3,3)}\right] = {} & (p_{(3,3)} - p_{(2,3)})(d(p_{(3,3)}) - \mu) \\
& - \Bigg((p_{(2,3)} + c_o) \int_A^{z_{(3,3)}} (z_{(3,3)} - \bar{\epsilon}) f(\bar{\epsilon})\, \mathrm{d}\bar{\epsilon} \\
& \qquad + (p_{(3,3)} + c_u - p_{(2,3)}) \int_{z_{(3,3)}}^{B} (\bar{\epsilon} - z_{(3,3)}) f(\bar{\epsilon})\, \mathrm{d}\bar{\epsilon} \Bigg)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial E\left[\Pi_{(3,3)}\right]}{\partial p_{(3,3)}} & = a + b\,p_{(2,3)} - 2\,b\,p_{(3,3)} + \mu + \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}} \left(e^{-\frac{(B-\mu)^2}{2\,\sigma^2}} - e^{-\frac{(z_{(3,3)}-\mu)^2}{2\sigma^2}} \right. \\
& \qquad \left. + \frac{(z_{(3,3)} - \mu)}{2} \left(\mathrm{Erf}\left(\frac{B-\mu}{\sqrt{2}\sigma} \right) - \mathrm{Erf}\left(\frac{z_{(3,3)} - \mu}{\sqrt{2}\sigma} \right) \right) \right) \\
& \stackrel{!}{=} 0
\end{aligned}
$$

589 Für Beispiel 2 ist $\Pi_{T(2)} = 32{,}07$ und $\Pi_{T(3)} = 14{,}19$ und für Beispiel 3 ist $\Pi_{T(2)} = 32{,}07$ und $\Pi_{T(3)} = 14{,}20$.

$$\Leftrightarrow p_{(3,3)} = \frac{a + bp_{(2,3)} + \mu}{2b} + \frac{\sigma}{2b\sqrt{2\pi}} \left(e^{-\frac{(B-\mu)^2}{2\sigma^2}} - e^{-\frac{(z_{(3,3)}-\mu)^2}{2\sigma^2}} \right) + \frac{\left(z_{(3,3)} - \mu\right)}{4b} \left(\mathrm{Erf}\left(\frac{B-\mu}{\sqrt{2}\sigma}\right) - \mathrm{Erf}\left(\frac{z_{(3,3)} - \mu}{\sqrt{2}\sigma}\right)\right)$$

für beide Beispiele das gleiche Ergebnis, da der Preis $p_{(3,3)}$ unabhängig von den Kosten c_u und c_o ist. Erst die Optimierung bezüglich des antizipierten Schocks $z_{(3,3)}$ zeigt den Unterschied zwischen beiden Beispielen.[590] Die Stufe $l = 3$ antizipiert für Beispiel 2 einen Schock von

$$z_{(3,3)} \in [-3{,}71346, -1{,}95877]$$

und für Beispiel 3 einen Schock von

$$z_{(3,3)} \in [-0{,}667565,\ 0{,}206573],$$

um wenigstens einen erwarteten Deckungsbeitrag in Höhe des geforderten Mindestgewinns zu erhalten. Aufgrund eines hohen Kostenfaktors wird in Beispiel 2, unabhängig vom Preis $p_{(2,3)}$, weniger bestellt, als die Kernnachfrage angibt. Da sich in Beispiel 3 die Kosten für den entgangenen Deckungsbeitrag sowie für den Ausgleich von Fehlmengen und die Kosten der Vernichtung gegenseitig nahezu aufheben, wird letztendlich durch die Höhe des Preises $p_{(2,3)}$ entschieden, ob etwas weniger oder mehr bestellt wird, als die Kernnachfrage angibt. Insgesamt sind aber die Strafkosten in Beispiel 3 höher als in Beispiel 2,[591] so dass Stufe 3 insgesamt in Beispiel 3 einen niedrigeren Deckungsbeitrag erwartet als in Beispiel 2, wie Abb. 5.29 darstellt.

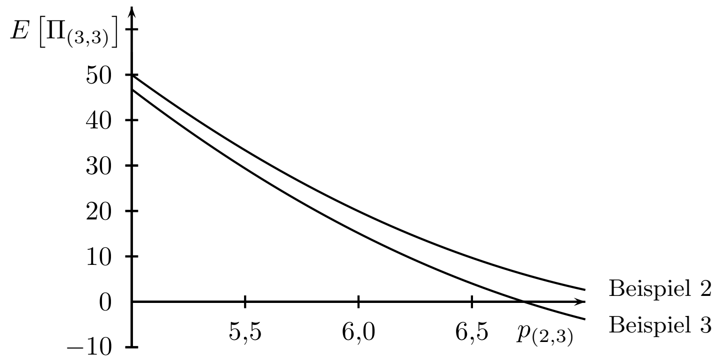
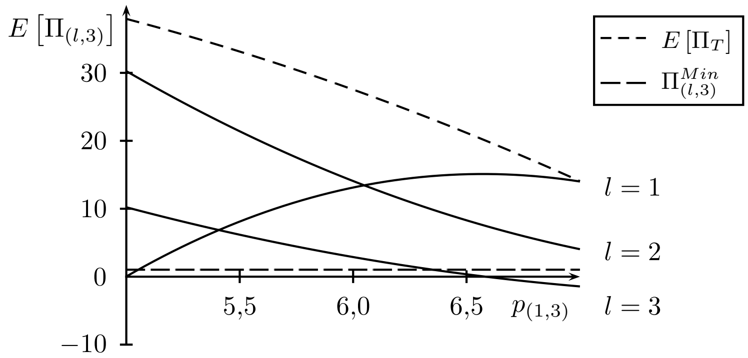


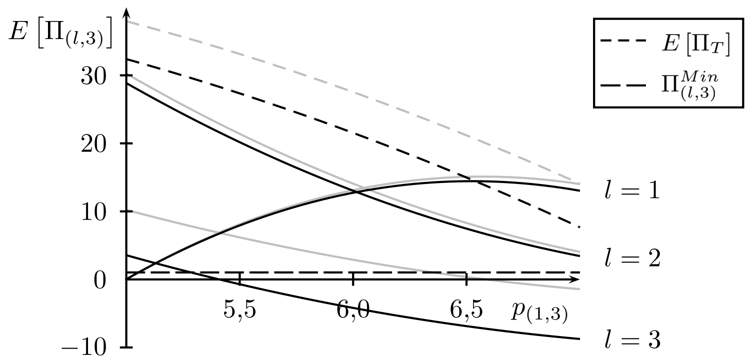
Abb. 5.29: Erwarteter Deckungsbeitrag der Stufe $l = 3$ für die Beispiele 2 und 3 in Abhängigkeit von $p_{(2,3)}$

Optimieren die Stufen $l = 1$ und $l = 2$ ihre erwarteten Deckungsbeiträge, so ergeben sich für das Beispiel 2 die in Abb. 5.30(a) und für das Beispiel 3 die in Abb. 5.30(b) dargestellten Graphiken.[592]

[590] Siehe B.4.4, „Ausführung für das Beispiel 2“, S. 552 ff., und „Ausführung für das Beispiel 3“, S. 556 ff.
[591] Die Strafkosten von Beispiel 2 und Beispiel 3 sind jeweils in Out[37], ebenda, dargestellt.
[592] Für einen besseren Vergleich der beiden Beispiele sind in Abb. 5.30(b) die erwarteten Deckungsbeiträge des Beispiels 2 angedeutet.



(a) Beispiel 2



(b) Beispiel 3 (Beispiel 2 hellgrau angedeutet)

Abb. 5.30: Erwartete Deckungsbeiträge der Stufen $l \in [1, 3]$ in Abhängigkeit von $p_{(1,3)}$

Aus Abb. 5.30(b) lässt sich erkennen, dass die erwarteten Deckungsbeiträge der Stufen $l = 1$ und $l = 2$ für die Beispiele 2 und 3 nahezu identisch sind, wohingegen der erwartete Deckungsbeitrag der Stufe $l = 3$ in Abhängigkeit vom Preis $p_{(1,3)}$ abweicht. Auch hier ist wieder der erwartete Deckungsbeitrag für Beispiel 3 geringer als für Beispiel 2. Die Stufe $l = 1$ wird den Preis $p_{(1,3)}$ wählen, bei dem die Stufe $l = 3$ gerade ihren Mindestgewinn erhält. Dieser lautet für das Beispiel 2 $p_{(1,3)} = 6{,}43$, für Beispiel 3 $p_{(1,3)} = 5{,}34$. Bei beiden Preisen erhält die Stufe $l = 3$ einen erwarteten Deckungsbeitrag von $E\left[\Pi_{(3,3)}\right] = 1$. Stufe $l = 1$ verliert in Beispiel 3 mehr als die Hälfte ihres erwarteten Deckungsbeitrags im Vergleich zu Beispiel 2. Allein die Stufe $l = 2$ profitiert durch den niedrigen Preis $p_{(1,3)}$ in Beispiel 3. So kann sie mehr als den dreifachen Deckungsbeitrag als in Beispiel 2 erwarten. Durch diese deutliche Deckungsbeitragssteigerung wird der erwartete Deckungsbeitrag der gesamten Kette im Vergleich zu Berechnungsmöglichkeit $1_{\mathrm{s},3}^{\mathrm{nK}}$ verdoppelt. Den Deckungsbeitragsverlust, den Stufe $l = 2$ aufgrund des höheren Preises $p_{(1,3)}$ in Beispiel 2 erfährt, kann durch den Deckungsbeitragszuwachs der Stufe 1 nicht aufgeholt werden, so dass in Beispiel 2 insgesamt ein niedriger Gesamtdeckungsbeitrag erwartet wird als in Beispiel 3.

Die Wahl der Parameter der Beispiele 4 und 5 (Abb. 5.28(d) und Abb. 5.28(e)) soll die Auswirkungen einer Änderung des Parameters b illustrieren. So wirkt sich schon die Verdopplung dieses einen Parameters auf die Länge einer Kette aus, bei der aufgrund der angewandten

Berechnungsmöglichkeiten Verträge geschlossen werden können. Dies ist anhand der Abbildungen 5.28(d) und 5.28(e) zu erkennen. Die erhebliche Deckungsbeitragssteigerung in Beispiel 5 erklärt sich für $L = 3$ von Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ zu Berechnungsmöglichkeit $4^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ analog zu Beispiel 3. Auch hier kann Stufe $l = 2$ durch den geringen Preis $p_{(1,3)}$ einen starken Deckungsbeitragszuwachs erzielen, der insgesamt zur Deckungsbeitragssteigerung der gesamten Kette führt.

Die Abb. 5.28(f) (Beispiel 6) zeigt noch einmal deutlich, dass eine geringe Varianz des Nachfrageschocks (±3,52) nur zu einer geringen Steigerung des Deckungsbeitrags führt, wenn statt der Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ die Berechnungsmöglichkeit $4^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ verwendet wird. Da mit steigender Anzahl der Kettenglieder der Verkaufspreis $p_{(3,3)}$ steigt, fällt die Kernnachfrage. Das führt dazu, dass insgesamt die Abweichung von der Kernnachfrage von ca. ±14 % bei $L = 2$ auf ±28 % bei $L = 3$ und schließlich auf ±46 % bei einer Länge von $L = 4$ führt. So wird der Gesamtdeckungsbeitrag bei einer Kettenlänge von $L = 2$ um ca. 1 %, bei $L = 3$ um ca. 5 % und bei $L = 4$ um ca. 40 % gesteigert. Für eine Kettenlänge von $L = 5$ kann für die Berechnungsmöglichkeit $4^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ keine Preis-/Mengenkombination gefunden werden, bei der alle Kettenglieder wenigstens ihren geforderten Mindestgewinn erhalten.

Die kooperative Kette

Im Vergleich zu einer nicht-kooperativen Kette veranschaulicht der folgende Abschnitt die numerischen Ergebnisse einer kooperativen Kette für die in Tab. 5.22 definierten sechs Beispiele.[593] Zusätzlich wird angenommen, dass bei keinem Kettenglied, unabhängig von der Kettenlänge, Kooperationskosten anfallen, so dass

$$\kappa_{(l,L)} = 0, \quad \forall\, l \in [1, L] \text{ und } \forall L \in [2, 5] \tag{5.22}$$

gilt.[594]

Bei einer Kooperation fordert jedes Kettenglied einen Mindestgewinn, der sich aus dem maximalen Wert von Mindestgewinn und dem erwarteten Deckungsbeitrag bei Nicht-Kooperation sowie im Grundsatz zuzüglich der Kooperationskosten zusammensetzt:[595]

$$\Pi^{Min(K)}_{(l,L)} = \max\left[\Pi^{Min}_{(l,L)}, E\left[\Pi_{(l,L)}\right]\right] + \kappa_{(l,L)}, \quad \forall\, l \in [1, L] \text{ und } \forall L \in [2, 5]. \tag{5.23}$$

Da nach (5.22) keine Kooperationskosten anfallen, entspricht der jeweils geforderte Mindestgewinn dem Maximum aus gefordertem Mindestgewinn und erwartetem Deckungsbeitrag bei Nicht-Kooperation.[596]

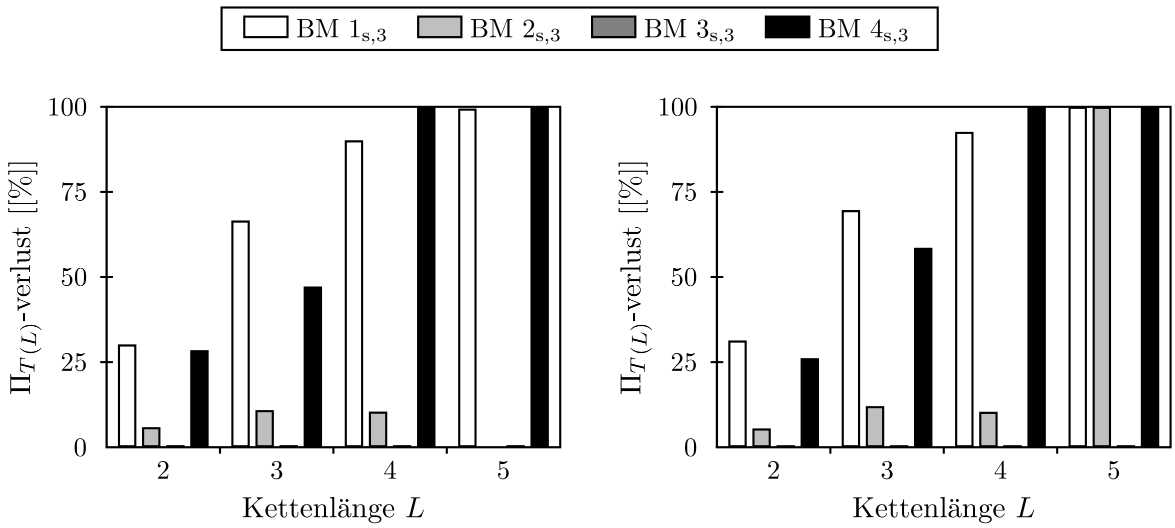
[593] Die tabellarische Zusammenfassung der Ergebnisse einer kooperativen Kette findet sich unter A.3.2.2, S. 426 ff.

[594] Annahme, um eine bessere Vergleichbarkeit der einzelnen Berechnungsmöglichkeiten und Beispiele zu ermöglichen.

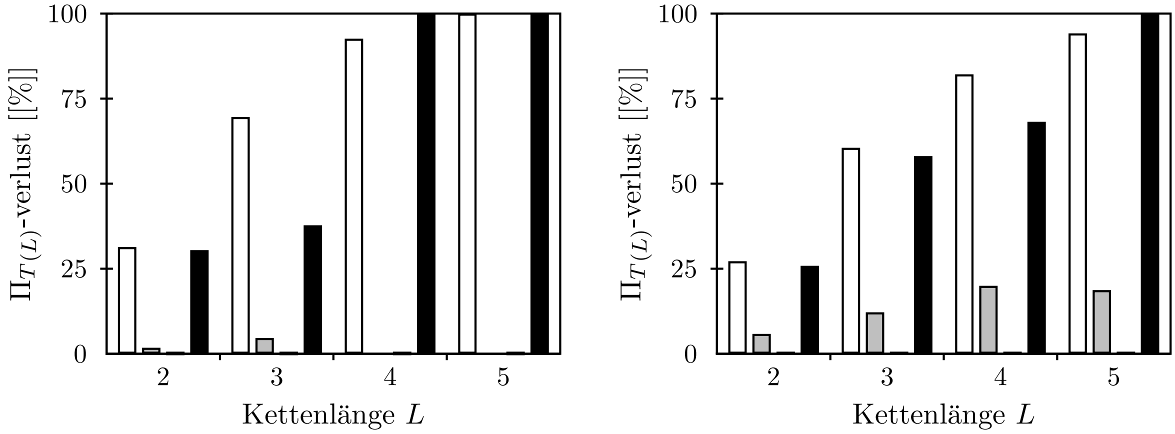
[595] Auch wenn bei Nicht-Kooperation kein Vertrag zwischen den Kettengliedern geschlossen werden konnte und somit die jeweiligen Deckungsbeiträge Null sind, werden die Kettenglieder im Falle einer Kooperation weiterhin ihren Mindestgewinn fordern.

[596] Die erwarteten Deckungsbeiträge sind unter A.3.2.1, S. 415 ff., zu finden.

Dass eine Kooperation den Gesamtdeckungsbeitrag einer Kette mit $L = 2$ Gliedern je nach Berechnungsmöglichkeit um bis zu 50 % steigern kann, wurde schon mit Hilfe der Abb. 4.27 gezeigt.[597] Ob und in welcher Höhe der Gesamtdeckungsbeitrag durch eine Kooperation auch für Ketten mit der Länge $L \geq 2$ gesteigert werden kann, soll nachfolgend betrachtet werden. Dazu wird in Abb. 5.31 für jedes der sechs Beispiele der prozentuale Anteil des Verlustes am Gesamtdeckungsbeitrag für die vier Berechnungsmöglichkeiten dargestellt, wenn die Glieder einer Kette auf eine Kooperation verzichten.[598]



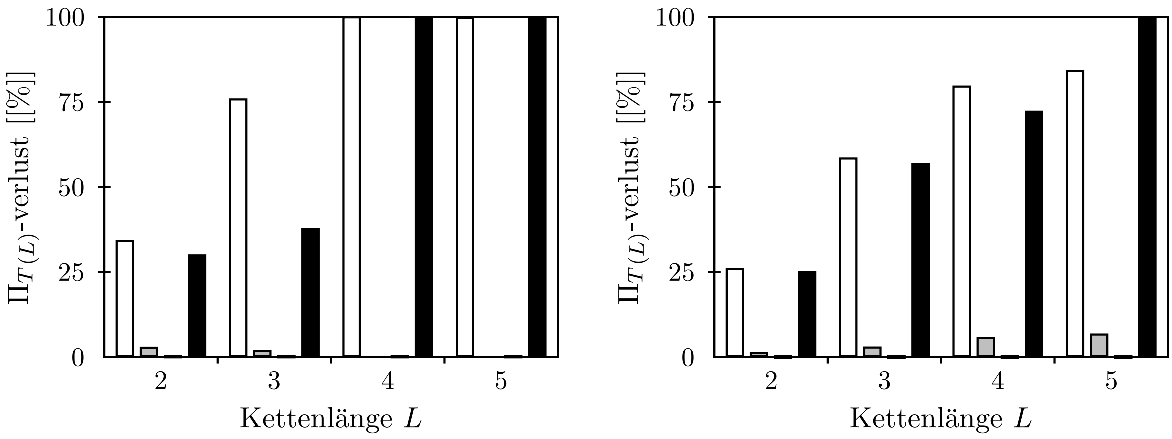
(a) Beispiel 1 (b) Beispiel 2



(c) Beispiel 3 (d) Beispiel 4

[597] Siehe S. 151.

[598] Es wird diese Darstellung gewählt, da es bei Nicht-Kooperation für bestimmte Kettenlängen bei einigen Berechnungsmöglichkeiten zu einem Gesamtdeckungsbeitrag von Null kommt, da geforderte Mindestgewinne nicht befriedigt werden können. Ist aber durch eine Kooperation ein positiver Gesamtdeckungsbeitrag erzielbar, kann eine prozentuale Abweichung des Gesamtdeckungsbeitrags einer kooperativen Kette von einer nicht-kooperativen Kette nicht angegeben werden.



(e) Beispiel 5

(f) Beispiel 6

Abb. 5.31: Verlust von Gesamtdeckungsbeitrag im Falle der Nicht-Kooperation im Vergleich zur Kooperation

Es wird deutlich, dass der Gesamtdeckungsbeitrag gesteigert werden kann, wenn die Kette kooperiert und die Preis-/Mengenkombination durch die Berechnungsmöglichkeiten $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ oder $4^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ bei Nicht-Kooperation festgelegt wurde. Der prozentuale Verlust, der durch den Verzicht auf eine Kooperation im Vergleich zu einer Nicht-Kooperation entsteht, steigt mit zunehmender Kettenlänge von ca. 25 % auf bis zu 100 % für diese beiden Berechnungsmöglichkeiten.

So würde beispielsweise bei einer Kooperation in Beispiel 1, Berechnungsmöglichkeit $4^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$, bei einer Kettenlänge von $L = 5$ der Gesamtdeckungsbeitrag $\Pi_{T(5)} = 137{,}88$ betragen, wenn nach der Berechnungsmöglichkeit $4^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ verfahren würde.[599] Bei einer Nicht-Kooperation läge hingegen der Gesamtdeckungsbeitrag bei $\Pi_{T(5)} = 0$, weil wenigstens eine Partei nicht ihren Mindestgewinn von 1 erhalten hätte.[600] Gilt also für die Differenz aus Gesamtdeckungsbeitrag, geforderten Mindestgewinnen und Summe der Kooperationskosten

$$\Delta\Pi_{T(L)} = \Pi_{T(L)} - \sum_{l=1}^{L} \max\left[\Pi^{Min}_{(l,L)}, E\left[\Pi_{(l,L)}\right]\right] - \sum_{l=1}^{L} \kappa_{(l,L)} > 0,$$

so kann diese Differenz $\Delta\Pi_{T(L)}$ auf die Kettenglieder aufgeteilt werden. In diesem Beispiel kann der zusätzliche Gesamtdeckungsbeitrag von $\Delta\Pi_{T(5)} = 132{,}88$ auf die einzelnen Parteien verteilt werden, da keine Kooperationskosten anfallen.[601]

Kam beispielsweise bei Beispiel 2 für die Berechnungsmöglichkeiten $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$, $2^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ und $4^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ bei einer Kettenlänge von $L = 5$ kein Vertrag zustande, so erhalten alle Kettenglieder je nach Aufteilung des Gesamtdeckungsbeitrags mindestens ihren geforderten Mindestgewinn (siehe Abb. 5.31(c)). Ebenso verhält es sich bei den Beispielen 3 und 5. Hier profitiert die Kette schon ab einer Länge von $L = 4$ bei den Berechnungsmöglichkeit $2^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ und $4^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ von einer Kooperation.

[599] Siehe Tab. A.22(d), S. 428.
[600] Siehe Tab. 5.26, S. 290.
[601] Die Summe der geforderten Mindestgewinne beträgt 5.

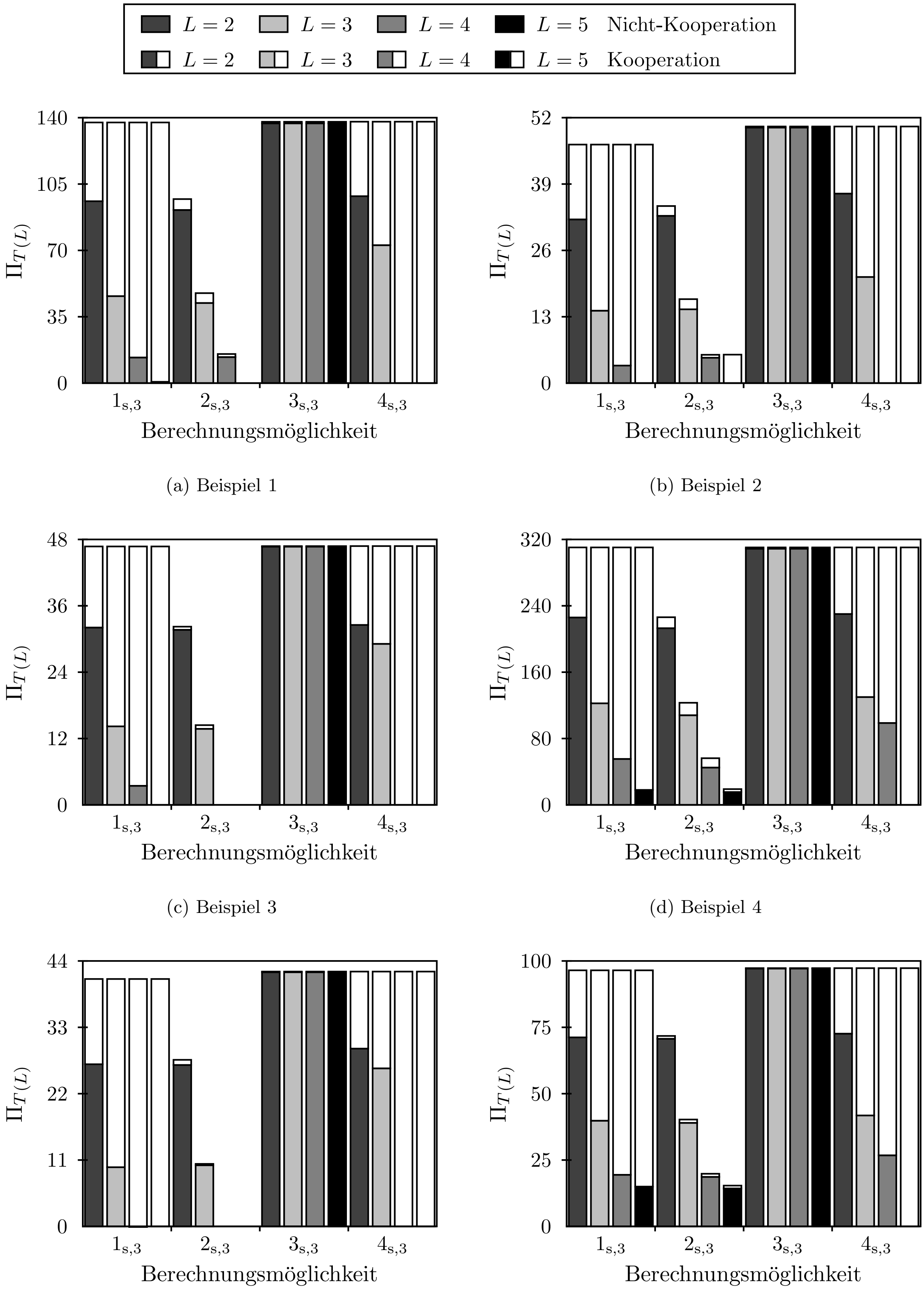
Wurde der Endverkaufspreis extern festgelegt (Berechnungsmöglichkeit $2^{\mathrm{K}}_{\mathrm{s},3}$),[602] kann der Gesamtdeckungsbeitrag durch eine Kooperation im Grundsatz gesteigert werden, sofern bei Nicht-Kooperation zwischen den Kettengliedern ein Vertrag zustande kam. Allerdings kann bei den Beispielen 1 ($L = 5$), 3 und 5 ($L = 4$ und $L = 5$) trotz einer Kooperation kein positiver Gesamtdeckungsbeitrag erzielt werden. Die einzige Ausnahme bildet das Beispiel 2 ($L = 5$). Hier können aufgrund der Kooperation die Kettenglieder ihre geforderten Mindestgewinne erhalten und einen zusätzlichen Gesamtdeckungsbeitrag von $\Delta\Pi_{T(5)} = 0{,}58$ verteilen.[603]

Legt allerdings das erste Kettenglied $l = 1$ den Endverkaufspreis $p_{(L,L)}$ fest (Berechnungsmöglichkeit $3^{\mathrm{K}}_{\mathrm{s},3}$), so kann für keines der sechs Beispiele der Gesamtdeckungsbeitrag durch eine Kooperation nennenswert gesteigert werden. Das liegt daran, dass der Hersteller den Endverkaufspreis $p_{(L,L)}$ derart wählt, dass er selbst den maximal möglichen Deckungsbeitrag abschöpft.

Der Umfang des an die Kettenglieder verteilbaren Gesamtdeckungsbeitrags ergibt sich aus Abb. 5.32. Für alle sechs Beispiele sind die simulierten Gesamtdeckungsbeiträge bei Nicht-Kooperation und bei Kooperation abgebildet. Der Gesamtdeckungsbeitrag im Falle einer Kooperation setzt sich dabei zusammen aus dem Gesamtdeckungsbeitrag im Falle der Nicht-Kooperation (verdeutlicht durch den grauen Teil eines Balkens) und den durch die Kooperation zusätzlich erwirtschafteten Gesamtdeckungsbeitrag (verdeutlicht durch den weißen Teil des Balkens).

[602] Der externe Preis entspricht dem externen Preis aus Berechnungsmöglichkeit $2^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$, siehe Tab. 5.24, S. 284, und Tab. A.17, S. 417 ff.

[603] Siehe Tab. A.23(b), S. 429: $\Delta\Pi_{T(5)} = 5{,}58 - \sum_{i=1}^{5} \Pi^{Min(K)}_{(i,5)} = 0{,}58$.



(a) Beispiel 1 (b) Beispiel 2

(c) Beispiel 3 (d) Beispiel 4

(e) Beispiel 5 (f) Beispiel 6

Abb. 5.32: Simulierter Gesamtdeckungsbeitrag bei Nicht-Kooperation und Kooperation

Dies zeigt noch einmal, dass bei einer prozentualen Betrachtung im Falle der Nicht-Kooperation der Verlust des Gesamtdeckungsbeitrags steigt, je länger die Kette ist. Allerdings spielt es bei einer Kooperation nahezu keine Rolle, durch welche Berechnungsmöglichkeit die Preis-/Mengenkombination festgelegt wurde. So kann der Gesamtdeckungsbeitrag im Vergleich zu Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{K}}_{\mathrm{s},3}$ durch eine Antizipation des Nachfrageschocks (Berechnungsmöglichkeit $4^{\mathrm{K}}_{\mathrm{s},3}$) nur in Beispiel 2 nennenswert gesteigert werden (7,58 %). Bei Beispiel 5 wird lediglich eine Steigerung von 3 % erreicht. Die Verbesserung des Gesamtdeckungsbeitrags durch Berechnungsmöglichkeit $4^{\mathrm{K}}_{\mathrm{s},3}$ beträgt in allen anderen Beispielen weniger als 1 %.

5.1.2.2 Fazit

In Abschnitt 5.1.2 wurden für nicht-kooperative sowie für kooperative Ketten numerische Ergebnisse für die Berechnungsmöglichkeiten $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ bis $4^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ bzw. $1^{\mathrm{K}}_{\mathrm{s},3}$ bis $4^{\mathrm{K}}_{\mathrm{s},3}$ vorgestellt. Es wurden dabei jeweils sechs Beispiele mit zwei- bis fünfgliedrigen Ketten betrachtet.

Für eine nicht-kooperative Kette wird in Tab. 5.27 dargestellt, ob zwischen den Kettengliedern ein Vertrag geschlossen wird oder nicht.[604]

	Kettenlänge L															
	2				3				4				5			
$\mathrm{BM}^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
Bsp. 1	✓	✓	✓	✓	(✓)	✓	✓	✓	(✓)	✓	✓	✗	(✓)	✗	✓	✗
Bsp. 2	✓	✓	✓	✓	(✓)	✓	✓	✓	(✓)	✓	✓	✗	✗	✗	✓	✗
Bsp. 3	✓	✓	✓	✓	(✓)	✓	✓	✓	(✓)	✗	✓	✗	✗	✗	✓	✗
Bsp. 4	✓	✓	✓	✓	(✓)	✓	✓	✓	(✓)	✓	✓	✓	(✓)	✓	✓	✗
Bsp. 5	✓	✓	✓	✓	(✓)	✓	✓	✓	(✓)	✗	✓	✗	✗	✗	✓	✗
Bsp. 6	✓	✓	✓	✓	(✓)	✓	✓	✓	(✓)	✓	✓	✓	(✓)	✓	✓	✗

Tab. 5.27: Vertragsschluss im Falle einer Nicht-Kooperation

Wie man anhand der Tab. 5.27 erkennen kann, erwarten alle Kettenglieder für Ketten mit der Länge $L \leq 3$ Deckungsbeiträge, die wenigestens dem geforderten Mindestgewinn entsprechen. Nur bei einer ex post Betrachtung der Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ stellt sich für eine dreigliedrige Kette heraus, dass die letzte Stufe einen niedrigeren Deckungsbeitrag erhält als

[604] Die Symbole haben folgende Bedeutung:
- ✓ : Alle Stufen erwarten Deckungsbeiträge in Höhe ihrer geforderten Mindestgewinne (ex ante Betrachtung) – ein Vertrag kommt zustande.
- (✓) : Alle Stufen erwarten Deckungsbeiträge in Höhe ihrer geforderten Mindestgewinne, allerdings fällt der simulierte Deckungsbeitrag für die letzte Stufe niedriger aus als der erwartete Deckungsbeitrag, so dass es im Nachhinein für die letzte Stufe besser gewesen wäre, keinen Vertrag mit den anderen Stufen zu schließen (ex post Betrachtung) – ein Vertrag kommt zustande, stellt sich im Nachhinein jedoch als nachteilhaft heraus.
- ✗ : Wenigstens eine Stufe erwartet einen Deckungsbeitrag, der unter dem geforderten Mindestgewinn liegt und lehnt deshalb einen Vertrag mit den anderen Stufen ab – es kommt kein Vertrag zustande.

erwartet bzw. der Deckungsbeitrag negativ wird. Dieses Ergebnis erhält man auch bei einer viergliedrigen Kette und, falls entschieden wird, zu produzieren, auch bei einer fünfgliedrigen Kette. Ursache für die Abweichung von erwartetem und simuliertem Deckungsbeitrag ist die Vernachlässigung des Nachfrageschocks bei der Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$. Da die letzte Stufe nur den Mittelwert μ der Verteilungsfunktion in die Kalkulation mit einbezieht, können die durch die Nachfragschocks auftretenden Strafkosten nicht gedeckt werden. Insgesamt sinken die Deckungsbeiträge der einzelnen Stufen mit steigender Kettenlänge, so dass auch der Gesamtdeckungsbeitrag mit steigender Kettenlänge fällt.

Wird der letzten Stufe ein Verkaufspreis extern vorgeschrieben (Berechnungsmöglichkeit $2^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$), kann die erste Stufe ihren Preis $p^*_{(1,L)}$ so wählen, dass alle anderen Stufen gerade einen Deckungsbeitrag in Höhe ihrer geforderten Mindestgewinne erwarten.[605] Nur die erste Stufe erhält einen Deckungsbeitrag, der mindestens dem geforderten Mindestgewinn entspricht. Da bei Berechnungsmöglichkeit $2^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ der Nachfrageschock von der letzten Stufe antizipiert wird, kann die letzte Stufe anfallende Strafkosten besser einschätzen, so dass z. B. ab einer Kettenlänge von $L = 4$ Verträge verworfen werden (z. B. Beispiel 3 und 5).

Bei Berechnungsmöglichkeit $3^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ kann die erste Stufe den Verkaufspreis der letzten Stufe vorschreiben. Wie bei Berechnungsmöglichkeit $2^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ erwarten und erhalten alle Stufen $l > 1$ einer Kette Deckungsbeiträge in Höhe der geforderten Mindestgewinne. Die Stufe $l = 1$ erhält einen Deckungsbeitrag, der aus dem Gesamtdeckungsbeitrag abzüglich der von den anderen Kettengliedern geforderten Mindestgewinne resultiert. Der Gesamtdeckungsbeitrag ist bei dieser Berechnungsmöglichkeit im Vergleich zu den anderen Berechnungsmöglichkeiten am höchsten und bleibt auch bei zunehmender Kettenlänge konstant.

Berechnet jede der Stufen simultan ihre optimale Preis-/Mengenkombination unter Berücksichtigung von Nachfrageschocks (Berechnungsmöglichkeit $4^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$), kommt bei einer Kettenlänge von $L = 5$ bei keinem der sechs Beispiele ein Vertrag zwischen den Stufen zustande. Aber auch schon bei einer Kettenlänge von $L = 4$ kann nur bei zwei Beispielen für alle Stufen eine Preis-/Mengenkombination gefunden werden, bei der sie ihren jeweils geforderten Mindestgewinn erwarten könnnen. Sofern ein positiver Gesamtdeckungsbeitrag zu verzeichnen ist, ist dieser bei Berechnungsmöglichkeit $4^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ im Vergleich zu den Berechnungsmöglichkeiten $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ und $2^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ höher.

Durch eine Kooperation der Kettenglieder kann ein höherer Gesamtdeckungsbeitrag erwirtschaftet werden als bei einer Nicht-Kooperation. Die Höhe des durch die Kooperation zusätzlich entstandenen Deckungsbeitrags hängt von der verwendeten Berechnungsmöglichkeit ab.[606] In Tab. 5.28 ist analog zu Tab. 5.27 dargestellt, bei welchen Beispielen und Berechnungsmöglichkeiten kooperiert wird oder nicht.[607]

---

[605] Der Verkaufspreis entspricht dem Verkaufspreis aus Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$.

[606] Bis auf Berechnungsmöglichkeit $2^{\mathrm{K}}_{\mathrm{s},3}$ erwirtschaften alle Berechnungsmöglichkeiten bei einer Kooperation den gleichen Gesamtdeckungsbeitrag.

[607] Für die sechs Beispiele wurde zwar festgelegt, dass keine Kooperationskosten anfallen, so dass sich tatsächlich für jede Berechnungsmöglichkeit eine Kooperation lohnt, allerdings wird hier zum Zwecke einer deutlicheren Darstellung davon ausgegangen, dass bei einem zusätzlichen Deckungsbeitrag von $\Delta\Pi_{T(L)} \leq 1\%$ auf eine Kooperation verzichtet wird.

	Kettenlänge L															
	2				3				4				5			
$BM^{K}_{s,3}$	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
Bsp. 1	✓	✓	✗	✓	✓	✓	✗	✓	✓	✓	✗	✓	✓	✓	✗	✓
Bsp. 2	✓	✓	✗	✓	✓	✓	✗	✓	✓	✓	✗	✓	✓	✓	✗	✓
Bsp. 3	✓	✓	✗	✓	✓	✓	✗	✓	✓	✗	✗	✓	✓	✗	✗	✓
Bsp. 4	✓	✓	✗	✓	✓	✓	✗	✓	✓	✓	✗	✓	✓	✓	✗	✓
Bsp. 5	✓	✓	✗	✓	✓	✓	✗	✓	✓	✗	✗	✓	✓	✗	✗	✓
Bsp. 6	✓	✓	✗	✓	✓	✓	✗	✓	✓	✓	✗	✓	✓	✓	✗	✓

Tab. 5.28: Vertragsschluss im Falle einer Kooperation[608]

Es wird ersichtlich, dass eine Kooperation nicht lohnenswert ist, wenn der Endverkaufspreis durch die erste Stufe festgelegt wird (Berechnungsmöglichkeit $3^{K}_{s,3}$), da durch eine Kooperation annähernd ein Gesamtdeckungsbeitrag erzielt wird, der dem einer Nicht-Kooperation entspricht.

Auch bei Berechnungsmöglichkeit $2^{K}_{s,3}$ kann wegen des extern vorgegebenen Verkaufspreises eine Kooperation unattraktiv sein. Hier hängt es von der Wahl der Parameter ab, wie hoch der zusätzliche Deckungsbeitrag ausfällt.

Wird bei einer Kooperation der Nachfrageschock bei der Bestimmung der Preis-/Mengenkombinationen vernachlässigt (Berechnungsmöglichkeit $1^{K}_{s,3}$), so kann die letzte Stufe wie im Falle einer Nicht-Kooperation einen Deckungsbeitrag erhalten, der unter dem geforderten Mindestgewinn liegt. Allerdings kann, je nach Aufteilung des zusätzlichen Deckungsbeitrags,[609] dieser Verlust durch den zusätzlichen Deckungsbeitrag gedeckt werden, so dass alle Stufen mindestens einen Deckungsbeitrag erhalten, der ihren geforderten Mindestgewinnen entspricht. Mit zunehmender Kettenlänge steigt der zusätzliche Gesamtdeckungsbeitrag, der durch eine Kooperation im Vergleich zu einer Nicht-Kooperation erwirtschaftet und auf die übrigen Kettenglieder verteilt werden kann.

Eine Kooperation ist für die Kette letztlich dann von Vorteil, wenn die Preis-/Mengenkombinationen durch Berechnungsmöglichkeit $4^{K}_{s,3}$ festgelegt worden sind. Insbesondere bei Kettenlängen von $L \geq 4$ kommt hier ein Vertrag zustande, wohingegen bei Nicht-Kooperation auf einen Vertrag verzichtet worden ist. Damit steigt auch, wie bei Berechnungsmöglichkeit $1^{K}_{s,3}$, der zusätzlich erwirtschaftete Deckungsbeitrag mit zunehmender Kettenlänge.

[608] Siehe Fußnote 604 zur Erläuterung der Symbole.

[609] Wie der zusätzliche Deckungsbeitrag zwischen den einzelnen Kettengliedern verteilt wird, ist nicht Gegenstand dieser Arbeit.

5.2 Multiplikative Nachfragefunktion

Abschnitt 5.2 beschäftigt sich mit einer multiplikativen Nachfragefunktion. Analog zu Abschnitt 5.1 wird zunächst eine deterministische Marktnachfrage betrachtet (Abschnitt 5.2.1). Es werden für eine nicht-kooperative Kette sowie für eine kooperative Kette die für die verschiedenen Berechnungsmöglichkeiten entsprechenden algebraischen Modelle formuliert (Abschnitt 5.2.1.1) und anschließend in Abschnitt 5.2.1.2 beispielhaft illustriert. Ein Fazit (Abschnitt 5.2.1.3) schließt den Teil der deterministischen Nachfrage ab.

Ergebnisse, die durch eine stochastische Marktnachfrage entstehen, werden sodann in Abschnitt 5.2.2 mit Hilfe von numerischen Beispielen vorgestellt. Die wichtigsten Erkenntnisse werden in einem Fazit (Abschnitt 5.2.2.2) zusammengefasst.

5.2.1 Deterministische Marktnachfrage

5.2.1.1 Modellierung mit Restriktionen

Die nicht-kooperative Kette

Deckungsbeiträge bei lokaler Information In diesem Abschnitt werden die Deckungsbeiträge bei lokaler Information und multiplikativer Nachfragefunktion analog zur linearen Nachfragefunktion für eine Kette mit unbestimmter Länge berechnet.[610]

Wieder besitzt nur die letzte Stufe der Kette Informationen über die Marktnachfrage und kann deshalb ihren Deckungsbeitrag maximieren:

$$\Pi_{(L,L)}(p_{(L,L)}, p_{(L-1,L)}) = \max_{p_{(L,L)}} \left((p_{(L,L)} - p_{(L-1,L)}) \cdot a p_{(L,L)}^{-b} \right). \tag{5.24}$$

Der optimale Preis ergibt sich aus der Ableitung von (5.24) und anschließender Auflösung nach $p_{(L,L)}$:[611]

$$p^*_{(L,L)}(p_{(L,L)}, p_{(L-1,L)}) = \frac{b p_{(L-1,L)}}{b-1}. \tag{5.25}$$

Ebenso wie bei einer linearen Nachfragefunktion müssen die Preise der Vorstufen berechnet werden. Die Preise der eigenen Stufe ergeben sich auch hier aufgrund der lokalen Information durch die eigenen Kosten zuzüglich eines Aufschlags. Da diese Preisbildung unabhängig von der Nachfragefunktion ist, kann auf die Herleitung bei linearer Nachfrage verwiesen werden.[612]

Der Preis einer Stufe lautet nach (5.4) somit

$$p_{(l,L)} = c_{(1,L)} \prod_{i=1}^{l} \gamma_{(i,L)}$$

[610] Siehe S. 222 ff.

[611] Der Preis $p^*_{(L,L)}$ maximiert den Deckungsbeitrag der letzten Stufe, da

$$\frac{\partial^2 \Pi_{(L,L)}}{\partial p^2_{(L,L)}} = ab p_{(L,L)}^{-2-b}((-1+b)p_{(L,L)} - (1+b)p_{(L-1,L)}) < 0 \Leftrightarrow p_{(L,L)} < \frac{(b+1)p_{(L-1,L)}}{b-1}$$

gilt.

[612] Siehe Abschnitt 5.1.1.1, S. 222 ff.

sowie die Kosten der letzten Stufe nach (5.5)

$$c_{(L,L)} = p_{(L-1,L)} = c_{(1,L)} \prod_{i=1}^{L-1} \gamma_{(i,L)}.$$

Aus (5.25) folgt der Preis der Stufe $l = L$ mit

$$p^*_{(L,L)} = \frac{bc_{(1,L)}}{b-1} \prod_{i=1}^{L-1} \gamma_{(i,L)}.$$

Die Ergebnisse für eine multiplikative Nachfragefunktion bei lokaler Information sind in Tab. 5.29 zusammengefasst.[613]

Stufe l, $l \in \{1, 2, \ldots, L-1\}$	
Preis	$c_{(1,L)} \prod_{i=1}^{l} \gamma_{(i,L)}$
Herstellmenge	$a \left(\frac{bc_{(L,L)}}{b-1}\right)^{-b}$
Deckungsbeitrag	$(\gamma_{(l,L)} - 1) a \left(\frac{bc_{(L,L)}}{b-1}\right)^{-b} c_{(1,L)} \prod_{i=1}^{(l-1)} \gamma_{(i,L)}$
Stufe $l = L$	
Preis	$\frac{bc_{(L,L)}}{b-1}$
Bestellmenge	$a \left(\frac{bc_{(L,L)}}{b-1}\right)^{-b}$
Deckungsbeitrag	$\frac{p_{(L,L)} q_{(L,L)}}{b}$
Lieferkette	
Deckungsbeitrag	$\left(\frac{bc_{(L,L)}}{b-1} - c_{(1,L)}\right) a \left(\frac{bc_{(L,L)}}{b-1}\right)^{-b}$

Tab. 5.29: Algebraische Lösung für $L \geq 2$ mit $c_{(L,L)} = c_{(1,L)} \prod_{i=1}^{(L-1)} \gamma_{(i,L)}$ bei lokaler Information

Alle Ergebnisse hängen, wie bei einer linearen Nachfragefunktion, direkt von der Kettenlänge L und der Höhe der von den Kettengliedern gewählten Aufschläge und den Produktionskosten der ersten Stufe ab.

Deckungsbeiträge bei globaler Information Bei globaler Information werden für jede der folgenden vier Berechnungsmöglichkeiten wieder zum Zwecke der besseren Nachvollziehbarkeit zunächst optimale Lösungen für Ketten mit einer Länge von $L = 3$ algebraisch hergeleitet. Die algebraischen Lösungen für Ketten mit unbestimmter Länge werden abschließend aufgezeigt.

[613] Die Herleitung der Ergebnisse und der Beweis mittels vollständiger Induktion finden sich unter A.3.4.1, S. 442 f.

- **Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$:** Für die Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$ konnten keine algebraischen Lösungen gefunden werden, wie sie bei einer linearen Nachfragefunktion vorgestellt wurden.[614]

Um dennoch eine Lösung anbieten zu können, soll zunächst bei der Berechnung der optimalen Deckungsbeiträge auf Nebenbedingungen[615] verzichtet werden.

Der optimale Preis des Händlers wird durch die Optimierung seiner Deckungsbeitragsfunktion berechnet:

$$\begin{aligned}
\Pi_R &= \max_{p_R} \left((p_R - p_W) \cdot a p_R^{(-b)} \right) \\
\frac{\partial \Pi_R}{\partial p_R} &= a p_R^{-(b+1)} (b(p_W - p_R) + p_R) \stackrel{!}{=} 0 \\
\Leftrightarrow p_R^*(p_W) &= \frac{b p_W}{b-1}.^{616}
\end{aligned}$$

Der Preis p_R^* ist vom Preis p_W des Zwischenhändlers abhängig.

Der Zwischenhändler kann den Verkaufspreis $p_R^*(p_W)$ des Händlers antizipieren:

$$\begin{aligned}
\Pi_W &= \max_{p_W} \left((p_W - p_M) \cdot a p_R^{(-b)} \right) \\
\Pi_W &= \max_{p_W} \left((p_W - p_M) \cdot a \left(\frac{b p_W}{b-1} \right)^{-b} \right).
\end{aligned}$$

Sein Deckungsbeitrag ist dann am größten, wenn der Zwischenhändler den Preis

$$p_W^*(p_M) = \frac{b^2 p_M}{(b-1)^2} \tag{5.26}$$

wählt.

Wird (5.26) in die Deckungsbeitragsgleichungen von Händler und Zwischenhändler eingesetzt, erhält man nach einigen Umformungen:

$$\begin{aligned}
\Pi_R^*(p_M) &= \frac{a}{b} \left(\frac{b^2 p_M}{(b-1)^2} \right)^{1-b} \\
\Pi_W^*(p_M) &= \left(\frac{b-1}{b} \right) \frac{a}{b} \left(\frac{b^2 p_M}{(b-1)^2} \right)^{1-b}.
\end{aligned}$$

[614] Siehe S. 225 ff. Unter B.4.5, S. 560, ist der Versuch einer Lösung dargestellt.

[615] Das heißt, die Nebenbedingungen, dass der Deckungsbeitrag jeder Stufe wenigstens dem geforderten Mindestgewinn entsprechen muss.

[616] An der Stelle $p_R^*(p_W)$ liegt ein Maximum vor, da

$$\frac{\partial^2 \Pi_R}{\partial p_R^2} = a b p_R^{-(2+b)} \left((b-1) p_R - (b+1) p_W \right) < 0 \Leftrightarrow p_R < \frac{(b+1) p_W}{b-1}$$

gilt.

Für den Deckungsbeitrag des Zwischenhändlers gilt somit unabhängig vom Preis des Herstellers immer

$$\Pi_W = \frac{b-1}{b} \cdot \Pi_R.$$

Auch der Hersteller kann den Preis des Händlers sowie den Preis des Zwischenhändlers antizipieren. Seine zu maximierende Deckungsbeitragsgleichung lautet

$$\Pi_M = \max_{p_M}\left((p_M - c_M) \cdot a p_R^{(-b)}\right)$$
$$\Pi_M = \max_{p_M}\left((p_M - c_M) \cdot a \left(\frac{b^2 p_M}{(b-1)^2}\right)^{-b}\right).$$

Der Deckungsbeitrag des Herstellers ist demnach am größten, wenn er den Preis

$$p_M^* = \frac{b^3 c_M}{(b-1)^3}$$

wählt.

In Abb. 5.33 sind die Deckungsbeiträge des Händlers, Zwischenhändlers und Herstellers in Abhängigkeit vom Preis des Herstellers dargestellt. Weiter sind die optimalen Deckungsbeiträge für den Preis p_M^* eingetragen.

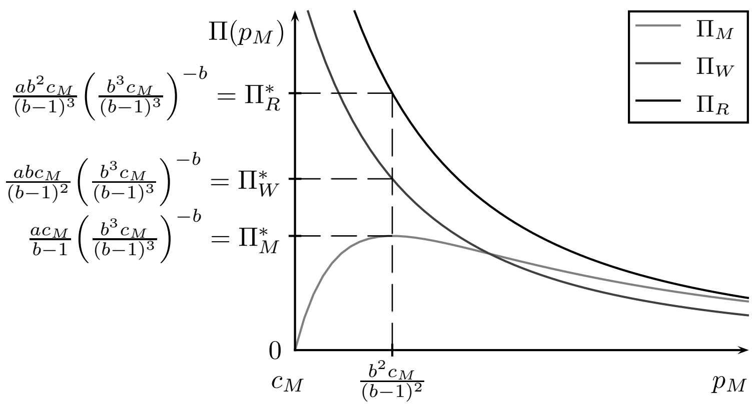


Abb. 5.33: Deckungsbeiträge des Händlers, Zwischenhändlers und Herstellers

Aus der Abb. 5.33 wird auch ersichtlich, dass der Preis p_M^* nur dann optimal ist, wenn für die geforderten Mindestgewinne der drei Parteien folgende Restriktionen gelten:

$$\Pi_R^{Min} \leq \frac{a}{b}\left(\frac{b^3 c_M}{(b-1)^3}\right)^{1-b}$$
$$\Pi_W^{Min} \leq \left(\frac{b-1}{b}\right)\frac{a}{b}\left(\frac{b^3 c_M}{(b-1)^3}\right)^{1-b}$$

sowie

$$\Pi_M^{Min} \leq \left(\frac{b-1}{b}\right)^2 \frac{a}{b}\left(\frac{b^3 c_M}{(b-1)^3}\right)^{1-b}.$$

Die vollständigen Ergebnisse für die eben genannten Beschränkungen sind in Tab. 5.30 zusammengefasst.

Beschränkung M_1	$\Pi_R^{Min} \leq \frac{a}{b}\left(\frac{b^3 c_M}{(b-1)^3}\right)^{1-b}$ $\Pi_W^{Min} \leq \left(\frac{b-1}{b}\right)\frac{a}{b}\left(\frac{b^3 c_M}{(b-1)^3}\right)^{1-b}$ $\Pi_M^{Min} \leq \left(\frac{b-1}{b}\right)^2\frac{a}{b}\left(\frac{b^3 c_M}{(b-1)^3}\right)^{1-b}$
Hersteller	
Preis	$\frac{bc_M}{b-1}$
Herstellmenge	$a\left(\frac{b^3 c_M}{(b-1)^3}\right)^{-b}$
Deckungsbeitrag	$\frac{p_M q_R}{b}$
Zwischenhändler	
Preis	$\frac{b^2 c_M}{(b-1)^2}$
Herstellmenge	$a\left(\frac{b^3 c_M}{(b-1)^3}\right)^{-b}$
Deckungsbeitrag	$\frac{p_W q_R}{b}$
Händler	
Preis	$\frac{b^3 c_M}{(b-1)^3}$
Bestellmenge	$a\left(\frac{b^3 c_M}{(b-1)^3}\right)^{-b}$
Deckungsbeitrag	$\frac{p_R q_R}{b}$
Lieferkette	
Deckungsbeitrag	$\frac{3b^2-3b+1}{b^2}\frac{p_R q_R}{b}$

Tab. 5.30: Algebraische Ergebnisse für Berechnungsmöglichkeit $1_{\mathrm{d},3}^{\mathrm{nK}}$ für Beschränkung M_1

Im Gegensatz zur Berechnungsmöglichkeit $1_{\mathrm{d},3}^{\mathrm{nK}}$ bei einer linearen Nachfragefunktion erhält der Hersteller hier den geringsten und der Händler den höchsten Deckungsbeitrag:[617]

$$\Pi_R = \frac{a}{b}\left(\frac{b^3 c_M}{(b-1)^3}\right)^{1-b}$$

$$\Pi_W = \left(\frac{b-1}{b}\right)\frac{a}{b}\left(\frac{b^3 c_M}{(b-1)^3}\right)^{1-b} = \left(\frac{b-1}{b}\right)\Pi_R \tag{5.27}$$

$$\Pi_M = \left(\frac{b-1}{b}\right)^2\frac{a}{b}\left(\frac{b^3 c_M}{(b-1)^3}\right)^{1-b} = \left(\frac{b-1}{b}\right)^2\Pi_R. \tag{5.28}$$

[617] Siehe Berechnungsmöglichkeit $1_{\mathrm{d},3}^{\mathrm{nK}}$ bei einer linearen Nachfragefunktion: Tab. 5.2, S. 228. Nimmt man den Deckungsbeitrag des Händlers als Basis, so entspricht dort $\Pi_W = 2\Pi_R$ und $\Pi_M = 4\Pi_R$.

Für eine Kette mit unbestimmter Länge L und

$$\Pi_{(l,L)}^{Min} \leq \left(\frac{b-1}{b}\right)^{L-l} \frac{a}{b} \left(\frac{b^L c_{(1,L)}}{(b-1)^L}\right)^{1-b} \tag{5.29}$$

fasst Tab. 5.31 die optimalen Lösungen zusammen.[618]

Stufe l, $l \in \{1,2,\ldots,L\}$	
Preis	$\frac{b^l c_{(1,L)}}{(b-1)^l}$
Herstellmenge	$a\left(\frac{b^L c_{(1,L)}}{(b-1)^L}\right)^{-b}$
Deckungsbeitrag	$\left(\frac{b-1}{b}\right)^{L-l} \frac{a}{b} \left(\frac{b^L c_{(1,L)}}{(b-1)^L}\right)^{1-b}$
Lieferkette	
Deckungsbeitrag	$\frac{a(b-1)^{(b-1)L}\left(b^L-(b-1)^L\right)c_{(1,L)}^{(1-b)}}{b^{bL}}$

Tab. 5.31: Algebraische Lösung für $L \geq 1$ mit $\Pi_{(l,L)}^{Min} \leq \left(\frac{b-1}{b}\right)^{L-l} \frac{a}{b} \left(\frac{b^L c_{(1,L)}}{(b-1)^L}\right)^{1-b}$

Mit zunehmender Anzahl von Kettengliedern steigt der Endverkaufspreis und die angebotene Menge sinkt. Alle Kettenglieder erhalten wenigstens ihren geforderten Mindestgewinn, sofern sie der oben genannten Beschränkung (5.29) unterliegen.

- **Berechnungsmöglichkeit $2_{d,3}^{nK}$:** Die Berechnung der Deckungsbeiträge für diese Berechnungsmöglichkeit bei multiplikativer Nachfrage erfolgt analog zur linearen Nachfrage.[619] Der einzige Unterschied besteht in der optimalen Menge, die der Händler beim Zwischenhändler bestellen muss. Diese lautet für die hier betrachtete Nachfragefunktion

$$q_R^* := d(\bar{p}_R) = a\bar{p}_R^{(-b)}.$$

Die sich aus den Preisintervallen ergebenden Deckungsbeiträge für die drei Parteien ergeben sich analog zur Tab. 5.7 und sind hier zusammengefasst:

[618] Die detaillierten Berechnungen mit Beweis sind in A.3.4.2, S. 443 ff., aufgeführt.

[619] Siehe Berechnungsmöglichkeit $2_{d,3}^{nK}$, S. 233 ff.

<table>
<tr><td colspan="4">Herstell- und Bestellmenge</td></tr>
<tr><td>Hersteller</td><td colspan="3">$a\bar{p}_R^{(-b)}$</td></tr>
<tr><td>Zwischenhändler</td><td colspan="3">$a\bar{p}_R^{(-b)}$</td></tr>
<tr><td>Händler</td><td colspan="3">$a\bar{p}_R^{(-b)}$</td></tr>
<tr><td colspan="4">Preis</td></tr>
<tr><td>Hersteller</td><td colspan="2">$c_M + \frac{\Pi_M^{Min}}{a\bar{p}_R^{(-b)}}$</td><td>$\bar{p}_R - \frac{\Pi_R^{Min}+\Pi_W^{Min}}{a\bar{p}_R^{(-b)}}$</td></tr>
<tr><td>Zwischenhändler</td><td>$c_M + \frac{\Pi_W^{Min}+\Pi_M^{Min}}{a\bar{p}_R^{(-b)}}$</td><td>$\bar{p}_R - \frac{\Pi_R^{Min}}{a\bar{p}_R^{(-b)}}$</td><td>$\bar{p}_R - \frac{\Pi_R^{Min}}{a\bar{p}_R^{(-b)}}$</td></tr>
<tr><td>Händler</td><td colspan="3">$\bar{p}_R$</td></tr>
<tr><td colspan="4">Deckungsbeitrag</td></tr>
<tr><td>Hersteller</td><td colspan="2">Π_M^{Min}</td><td>$(\bar{p}_R - c_M) \cdot a\bar{p}_R^{(-b)} - \left(\Pi_R^{Min} + \Pi_W^{Min}\right)$</td></tr>
<tr><td>Zwischenhändler</td><td>Π_W^{Min}</td><td>$(\bar{p}_R - c_M) \cdot a\bar{p}_R^{(-b)} - \left(\Pi_R^{Min} + \Pi_M^{Min}\right)$</td><td>$\Pi_W^{Min}$</td></tr>
<tr><td>Händler</td><td>$(\bar{p}_R - c_M) \cdot a\bar{p}_R^{(-b)} - (\Pi_W^{Min} + \Pi_M^{Min})$</td><td colspan="2">$\Pi_R^{Min}$</td></tr>
<tr><td>Lieferkette</td><td colspan="3">$(\bar{p}_R - c_M) \cdot a\bar{p}_R^{(-b)}$</td></tr>
</table>

Tab. 5.32: Algebraische Lösung für Preisintervalle bei $L = 3$ mit $\Pi_R^{Min} + \Pi_W^{Min} + \Pi_M^{Min} \leq (\bar{p}_R - c_M) \cdot a\bar{p}_R^{(-b)}$

Besitzt der Hersteller die stärkste Verhandlungsposition, so dass er seinen optimalen Preis durchsetzen kann, so kann folgende allgemeine Lösung für $L \geq 2$ angegeben werden:

Stufe $l = 1$	
Preis	$\bar{p}_L - \frac{\sum_{i=2}^{L} \Pi_{(l,L)}^{Min}}{a\bar{p}_L^{(-b)}}$
Herstellmenge	$a\bar{p}_L^{(-b)}$
Deckungsbeitrag	$(\bar{p}_L - c_{(1,L)})a\bar{p}_L^{(-b)} - \sum_{i=2}^{L} \Pi_{(i,L)}^{Min}$
Stufe $l,\ L > 2,\ l \in \{2, \ldots, L-1\}$	
Preis	$\bar{p}_L - \frac{\sum_{i=l+1}^{L} \Pi_{(l,L)}^{Min}}{a\bar{p}_L^{(-b)}}$
Bestellmenge	$a\bar{p}_L^{(-b)}$
Deckungsbeitrag	$\Pi_{(l,L)}^{Min}$
Stufe $l = L$	
Preis	$\bar{p}_L$
Bestellmenge	$a\bar{p}_L^{(-b)}$
Deckungsbeitrag	$\Pi_{(L,L)}^{Min}$
Lieferkette	
Deckungsbeitrag	$(\bar{p}_L - c_{(1,L)})a\bar{p}_L^{(-b)}$

Tab. 5.33: Algebraische Lösung für $L \geq 2$ mit $\sum_{i=1}^{L} \Pi_{(i,L)}^{Min} \leq (\bar{p}_L - c_{(1,L)})a\bar{p}_L^{(-b)}$

Wie bei Berechnungsmöglichkeit $2_{\mathrm{d},3}^{\mathrm{nK}}$ bei einer linearen Nachfragefunktion hängen die Preise der Stufen $l = 1$ bis $l = L - 1$ von der Höhe der Mindestgewinne der Folgestufen ab. Alle Stufen $l \geq 2$ erhalten genau ihren geforderten Mindestgewinn, nur die erste Stufe erhält den zusätzlichen Deckungsbeitrag. Der Gesamtdeckungsbeitrag ist unabhängig von der Kettenlänge und den geforderten Mindestgewinnen der Kettenglieder.

- Berechnungsmöglichkeit $3_{\mathrm{d},3}^{\mathrm{nK}}$: Auch für diese Berechnungsmöglichkeit soll zunächst eine Kette mit drei Gliedern betrachtet und anschließend die Lösung verallgemeinert werden.

Der Hersteller wird dem Händler den Preis

$$\bar{p}_R^* = \frac{bc_M}{b-1}$$

vorschreiben, da dieser seinen Deckungsbeitrag maximieren würde, wenn er an die Konsumenten direkt verkaufen könnte.[620] Somit beträgt die Menge, die der Händler beim Zwischenhändler bestellen muss

$$q_R^* := d(\bar{p}_R^*) = a(\bar{p}_R^*)^{-b} = a\left(\frac{bc_M}{b-1}\right)^{-b}.$$

Da die weitere Vorgehensweise die der Berechnungsmöglichkeit $2_{\mathrm{d},3}^{\mathrm{nK}}$ entspricht, können die Ergebnisse und die Interpretation der Tab. 5.32 mit $\bar{p}_R := \bar{p}_R^*$ übernommen werden.

620 Siehe Berechnungsmöglichkeit $3_{\mathrm{d},2}^{\mathrm{nK}}$ für $L = 2$, S. 161. Das Maximierungsproblem des Herstellers ist identisch mit (4.44).

<table>
<tr><td colspan="4">Herstell- und Bestellmenge</td></tr>
<tr><td>Hersteller</td><td colspan="3">$a\left(\frac{bc_M}{b-1}\right)^{-b}$</td></tr>
<tr><td>Zwischenhändler</td><td colspan="3">$a\left(\frac{bc_M}{b-1}\right)^{-b}$</td></tr>
<tr><td>Händler</td><td colspan="3">$a\left(\frac{bc_M}{b-1}\right)^{-b}$</td></tr>
<tr><td colspan="4">Preis</td></tr>
<tr><td>Hersteller</td><td colspan="2">$c_M + \frac{\Pi_M^{Min}}{a\left(\frac{bc_M}{b-1}\right)^{-b}}$</td><td>$\frac{bc_M}{b-1} - \frac{\Pi_R^{Min}+\Pi_W^{Min}}{a\left(\frac{bc_M}{b-1}\right)^{-b}}$</td></tr>
<tr><td>Zwischenhändler</td><td>$c_M + \frac{\Pi_W^{Min}+\Pi_M^{Min}}{a\left(\frac{bc_M}{b-1}\right)^{-b}}$</td><td>$\frac{bc_M}{b-1} - \frac{\Pi_R^{Min}}{a\left(\frac{bc_M}{b-1}\right)^{-b}}$</td><td>$\frac{bc_M}{b-1} - \frac{\Pi_R^{Min}}{a\left(\frac{bc_M}{b-1}\right)^{-b}}$</td></tr>
<tr><td>Händler</td><td colspan="3">$\frac{bc_M}{b-1}$</td></tr>
<tr><td colspan="4">Deckungsbeitrag</td></tr>
<tr><td>Hersteller</td><td colspan="2">Π_M^{Min}</td><td>$\frac{a}{b}\left(\frac{bc_M}{b-1}\right)^{1-b} - \left(\Pi_R^{Min} + \Pi_W^{Min}\right)$</td></tr>
<tr><td>Zwischenhändler</td><td>Π_W^{Min}</td><td>$\frac{a}{b}\left(\frac{bc_M}{b-1}\right)^{1-b} - \left(\Pi_R^{Min} + \Pi_M^{Min}\right)$</td><td>$\Pi_W^{Min}$</td></tr>
<tr><td>Händler</td><td>$\frac{a}{b}\left(\frac{bc_M}{b-1}\right)^{1-b} - \left(\Pi_W^{Min} + \Pi_M^{Min}\right)$</td><td colspan="2">$\Pi_R^{Min}$</td></tr>
<tr><td>Lieferkette</td><td colspan="3">$\frac{a}{b}\left(\frac{bc_M}{b-1}\right)^{1-b}$</td></tr>
</table>

Tab. 5.34: Algebraische Lösung für Preisintervalle bei $L = 3$ mit $\Pi_R^{Min} + \Pi_W^{Min} + \Pi_M^{Min} \leq \frac{a}{b}\left(\frac{bc_M}{b-1}\right)^{1-b}$

Eine verallgemeinernde Lösung für $L \geq 2$ analog zu Berechnungsmöglichkeit $2^{\text{nK}}_{\text{d,3}}$ zeigt die folgende Tabelle. Auch hier wird davon ausgegangen, dass das erste Kettenglied die stärkste Verhandlungsposition besitzt und seinen optimalen Preis wählen kann.

Stufe $l = 1$	
Preis	$\frac{bc_{(1,L)}}{b-1} - \frac{\sum_{i=2}^{L} \Pi^{Min}_{(i,L)}}{a\left(\frac{bc_{(1,L)}}{b-1}\right)^{-b}}$
Herstellmenge	$a\left(\frac{bc_{(1,L)}}{b-1}\right)^{-b}$
Deckungsbeitrag	$\frac{a}{b-1}\left(\frac{bc_{(1,L)}}{b-1}\right)^{1-b} - \sum_{i=2}^{L} \Pi^{Min}_{(i,L)}$
Stufe $l,\ L > 2,\ l \in \{2, \dots, L-1\}$	
Preis	$\frac{bc_{(1,L)}}{b-1} - \frac{\sum_{i=l+1}^{L} \Pi^{Min}_{(i,L)}}{a\left(\frac{bc_{(1,L)}}{b-1}\right)^{-b}}$
Bestellmenge	$a\left(\frac{bc_{(1,L)}}{b-1}\right)^{-b}$
Deckungsbeitrag	$\Pi^{Min}_{(l,L)}$
Stufe $l = L$	
Preis	$\frac{bc_{(1,L)}}{b-1}$
Bestellmenge	$a\left(\frac{bc_{(1,L)}}{b-1}\right)^{-b}$
Deckungsbeitrag	$\Pi^{Min}_{(L,L)}$
Lieferkette	
Deckungsbeitrag	$\frac{a}{b}\left(\frac{bc_{(1,L)}}{b-1}\right)^{1-b}$

Tab. 5.35: Algebraische Lösung für $L \geq 2$ mit $\sum_{i=1}^{L} \Pi^{Min}_{(i,L)} \leq \frac{a}{b}\left(\frac{bc_{(1,L)}}{b-1}\right)^{1-b}$

Die Interpretation dieser Tabelle folgt der Interpretation der Tab. 5.33 von Berechnungsmöglichkeit $2^{\text{nK}}_{\text{d,3}}$.[621]

- Berechnungsmöglichkeit $4^{\text{nK}}_{\text{d,3}}$: Die simultane Preisbestimmung des Herstellers bezüglich des eigenen Verkaufspreises p^*_M und des Verkaufspreises $\bar{p}^*_R$ des Händlers erfolgt analog zur Berechnungsmöglichkeit $4^{\text{nK}}_{\text{d,3}}$ bei linearer Nachfragefunktion.[622]

[621] Siehe S. 314 ff.
[622] Siehe S. 241 f.

Die einzige Lösung, die allen Kuhn-Tucker-Bedingungen des Optimierungsproblems

$$\begin{aligned} \Pi_M &= \max_{p_M, \bar{p}_R} \left((p_M - c_M)(a\bar{p}_R^{(-b)}) \right) \\ \text{u. d. NB.} \quad \Pi_R &\geq \Pi_R^{Min} \\ \Pi_W &\geq \Pi_W^{Min} \\ \Pi_M &\geq \Pi_M^{Min} \end{aligned}$$

genügt, lautet

$$p_M^* = \frac{bc_M}{b-1} - \frac{\Pi_R^{Min} + \Pi_W^{Min}}{a\left(\frac{bc_M}{b-1}\right)^{-b}}, \quad \bar{p}_R^* = \frac{bc_M}{b-1}.$$

Der Zwischenhändler ist bei diesen Preisen gezwungen, den Preis

$$p_W^* = \frac{bc_M}{b-1} - \frac{\Pi_R^{Min} + \Pi_W^{Min}}{a\left(\frac{bc_M}{b-1}\right)^{-b}}$$

zu wählen, um seinen geforderten Mindestgewinn zu erhalten. Diese Preiskonstellation entspricht der optimalen Lösung der Berechnungsmöglichkeit $3_{\mathrm{d},3}^{\mathrm{nK}}$.[623] Die Ergebnisse dieser optimalen Lösung sind in Tab. 5.36 zusammengefasst.

Hersteller	
Preis	$\frac{bc_M}{b-1} - \frac{\Pi_R^{Min}+\Pi_W^{Min}}{a\left(\frac{bc_M}{b-1}\right)^{-b}}$
Herstellmenge	$a\left(\frac{bc_M}{b-1}\right)^{-b}$
Deckungsbeitrag	$\frac{a}{b}\left(\frac{bc_M}{b-1}\right)^{1-b} - (\Pi_R^{Min} + \Pi_W^{Min})$
Zwischenhändler	
Preis	$\frac{bc_M}{b-1} - \frac{\Pi_R^{Min}}{a\left(\frac{bc_M}{b-1}\right)^{-b}}$
Herstellmenge	$a\left(\frac{bc_M}{b-1}\right)^{-b}$
Deckungsbeitrag	Π_W^{Min}
Händler	
Preis	$\frac{bc_M}{b-1}$
Bestellmenge	$a\left(\frac{bc_M}{b-1}\right)^{-b}$
Deckungsbeitrag	Π_R^{Min}
Lieferkette	
Deckungsbeitrag	$\frac{a}{b}\left(\frac{bc_M}{b-1}\right)^{1-b}$

Tab. 5.36: Optimale algebraische Lösung für Berechnungsmöglichkeit $4_{\mathrm{d},3}^{\mathrm{nK}}$ für $L = 3$

[623] Siehe Tab. 5.34, letzte Spalte, S. 314.

Mit Hilfe der simultanen Bestimmung der Preise $\bar{p}_R^*$ und p_M^* können des Weiteren untere und obere Preisschranken des Preises p_M bestimmt werden, welche zu unterschiedlichen Angebotsmengen führen. Aufgrund der Komplexität dieser Lösungen wird auf eine algebraische Angabe verzichtet. Diese können jedoch an einem konkreten Zahlenbeispiel berechnet werden.

Die optimale algebraische Lösung für Ketten mit der Länge $L \geq 2$ entspricht der optimalen Lösung der Berechnungsmöglichkeit $3_{\text{d},3}^{\text{nK}}$. Somit kann auf die Tab. 5.35 und die dazugehörige Interpretation verwiesen werden.

Die kooperative Kette

Im Folgenden wird ausgehend von der jeweiligen Berechnungsmöglichkeit für den Fall der Nicht-Kooperation (Berechnungsmöglichkeiten $1_{\text{d},3}^{\text{nK}}$ bis $4_{\text{d},3}^{\text{nK}}$) überprüft, inwiefern die einzelnen Stufen einer Kette durch eine Kooperation profitieren können.

Berechnungsmöglichkeit $\mathbf{1_{d,3}^{K}}$: Für die multiplikative Nachfragefunktion wird direkt für eine Kette mit unbestimmter Länge die optimale Lösung bei Kooperation berechnet.[624]

Der Gesamtdeckungsbeitrag für eine Kette mit L Stufen lautet nach (5.17) für eine multiplikative Nachfragefunktion

$$\Pi_{T(L)} = (p_{(L,L)} - c_{(1,L)}) \cdot a p_{(L,L)}^{-b}$$

und ist identisch mit dem Gesamtdeckungsbeitrag einer Kette mit $L = 2$ Stufen.[625] An die Konsumenten muss demnach zu einem Preis von

$$p_{(L,L)}^* = \frac{bc_{(1,L)}}{b-1}$$

und eine Menge von

$$q_{(L,L)}^* = a\left(\frac{bc_{(1,L)}}{b-1}\right)^{-b}$$

verkauft werden.[626] Der maximal zu erreichende Gesamtdeckungsbeitrag ist somit bei einer Kooperation unabhängig von der Anzahl der Stufen und beträgt

$$\Pi_{T(L)}^* = \frac{a}{b}\left(\frac{bc_{(1,L)}}{b-1}\right)^{1-b}. \tag{5.30}$$

[624] Weil die Herleitung analog zur linearen Nachfragefunktion erfolgt (siehe S. 245 ff.), wird hier auf die ausführliche Herleitung verzichtet.
[625] Siehe (4.49), S. 166.
[626] Siehe (4.50) und (4.51), S. 167. Auch hier gilt wieder

$$q_{(1,L)}^* = q_{(2,L)}^* = \ldots = q_{(l,L)}^* = \ldots = q_{(L-1,L)}^* = \ldots = q_{(L,L)}^* = d(p_{(L,L)}^*) = a\left(\frac{bc_{(1,L)}}{b-1}\right)^{-b}.$$

Analog zur linearen Nachfragefunktion gilt auch hier, dass die Summe der geforderten Mindestgewinne der einzelnen Stufen den Gesamtdeckungsbeitrag nicht überschreiten darf:[627]

$$\sum_{i=1}^{L} \Pi_{(i,L)}^{Min} \leq \Pi_{T(L)}^{*}.$$

Der Gesamtdeckungsbeitrag erhöht sich durch eine Kooperation im Vergleich zu Berechnungsmöglichkeit $1_{\mathrm{d},3}^{\mathrm{nK}}$ bei Nicht-Kooperation um

$$\Delta\Pi_{T(L)} = ac_{(1,L)} \left(\frac{(b-1)^{(b-1)L}\left((b-1)^L - b^L\right)}{b^{bL} c_{(1,L)}^{b}} + \frac{(b-1)^{b-1}}{\left(bc_{(1,L)}\right)^{b}} \right).$$

In Abb. 5.34 sind die prozentualen Verluste der Gesamtdeckungsbeiträge im Vergleich von Kooperation zu Nicht-Kooperation für Ketten bis zu einer Länge von $L = 10$ dargestellt.

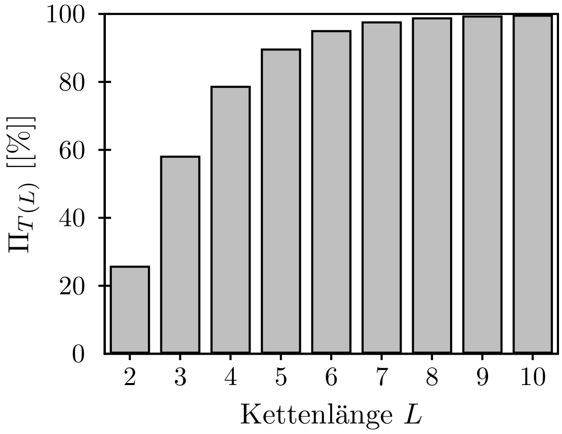


Abb. 5.34: Verlust an Gesamtdeckungsbeitrag bei Nicht-Kooperation im Vergleich zur Kooperation bei Ketten bis zu einer Länge von $L = 10$

Bei einer multiplikativen Nachfragefunktion verhält es sich demnach ähnlich wie bei einer linearen Nachfragefunktion.[628] So ist auch hier bei einer zweigliedrigen Kette ein fast 25%iger Verlust zu verzeichnen, falls die Kettenglieder nicht kooperieren, genau wie es bei einer dreigliedrigen Kette nahezu 60 % sind, die an Gesamtdeckungsbeitrag verloren gehen. Der Deckungsbeitragsverlust erhöht sich mit jeder weiteren Stufe. Dieser beträgt ab einer Stufe von $L = 9$ fast 100 %, wenn die Kettenglieder nicht miteinander kooperieren.

Berechnungsmöglichkeit $2_{\mathrm{d},3}^{\mathrm{K}}$: Wird der Verkaufspreis $\bar{p}_L$ extern vorgeschrieben, werden die Kettenglieder nicht miteinander kooperieren.[629]

[627] Siehe (5.20), S. 251.
[628] Siehe Abb. 5.4, S. 252.
[629] Die Begründung erfolgt analog zur linearen Nachfragefunktion. Siehe Berechnungsmöglichkeit $2_{\mathrm{d},3}^{\mathrm{K}}$, S. 252.

Berechnungsmöglichkeiten $3^{K}_{d,3}$ und $4^{K}_{d,3}$: Schreibt das herstellende Unternehmen bei Nicht-Kooperation den Verkaufspreis $\bar{p}_L^*$ vor, so kann ein maximaler Gesamtdeckungsbeitrag von

$$\Pi^*_{T(L)} = \frac{a}{b}\left(\frac{bc_{(1,L)}}{b-1}\right)^{1-b} \tag{5.31}$$

erreicht werden. Dieser wird vollständig auf die Kettenglieder aufgeteilt.[630] Da bei Kooperation auch nur ein maximaler Gesamtdeckungsbeitrag in Höhe von (5.31) wie bei Nicht-Kooperation[631] erzielt werden kann, können anfallende Kooperationskosten nicht gedeckt werden. Es wird deshalb keine Kooperation stattfinden.

5.2.1.2 Beispielhafte Illustration

Die unter Abschnitt 5.2.1.1[632] algebraisch ermittelten Ergebnisse für die einzelnen Berechnungsmöglichkeiten bei lokaler und globaler Information (Nicht-Kooperation und Kooperation) werden nun beispielhaft für eine Kettenlänge von $L = 3$ illustriert. Dazu werden folgende Werte für die Parameter verwendet:

	Parameter
Hersteller	$c_M = 3$ $\gamma_M = 1{,}3$ $\kappa_M = 5$ $\Pi_M^{Min} = 12$
Zwischenhändler	$c_W = p_M$ $\gamma_W = 1{,}2$ $\kappa_W = 5$ $\Pi_W^{Min} = 10$
Händler	$c_R = p_W$ $\kappa_R = 5$ $\Pi_R^{Min} = 7$
Preis-Absatz-Funktion	$a = 10\,000$ $b = 3$

Tab. 5.37: Parameterwahl für das Beispiel 5.2.1-1

Im Anschluss folgt eine Darstellung ausgewählter Ergebnisse für unterschiedliche Kettenlängen.

[630] Siehe Tab. 5.8, S. 239.
[631] Siehe Tab. 5.35, S. 317, bzw. Tab. 5.36, S. 319.
[632] Siehe S. 307 ff.

Die nicht-kooperative Kette

Im Fall der nicht-kooperativen Kette ist zwischen dem Vorliegen von lokaler Informationen und globaler Informationen zu unterscheiden.

Deckungsbeiträge bei lokaler Information Um die Deckungsbeiträge bei lokaler Information der drei Kettenglieder zu berechnen, soll hier auf die algebraischen Ergebnisse der Tab. 5.29 zurückgegriffen werden.[633]

Zunächst muss $c_{(3,3)}$ berechnet werden:[634]

$$c_{(3,3)} = c_{(1,L)} \prod_{i=1}^{(L-1)} \gamma_{(i,L)} = c_{(1,3)} \cdot \gamma_{(1,3)} \cdot \gamma_{(2,3)} = 3 \cdot 1{,}3 \cdot 1{,}2 = 4{,}68.$$

Nun können die Parameterwerte in die algebraischen Lösungen eingesetzt und ausgerechnet werden. Die Lösungen für dieses Beispiel sind in Tab. 5.38 eingetragen.

Hersteller	
Preis	3,90
Herstellmenge	28,91
Mindestgewinn	12,00
Deckungsbeitrag	26,02
Zwischenhändler	
Preis	4,68
Bestellmenge	28,91
Mindestgewinn	10,00
Deckungsbeitrag	22,55
Händler	
Preis	7,02
Bestellmenge	28,91
Mindestgewinn	7,00
Deckungsbeitrag	67,64
Lieferkette	
Deckungsbeitrag	116,20

Tab. 5.38: Lokale Information; Ergebnisse für Beispiel 5.2.1 -1

Alle Kettenglieder erhalten bei den gewählten Parameterwerten Deckungsbeiträge, die höher als gefordert sind. Auffallend ist, dass der Deckungsbeitrag des Händlers das zehnfache des Mindestgewinns entspricht, der Hersteller aber nur einen Deckungsbeitrag erhält, der ein Drittel höher ist als der geforderte Mindestgewinn.

[633] Siehe S. 308.

[634] Es entsprechen: $c_{(1,3)} = c_M$, $\gamma_{(1,3)} = \gamma_M$ und $\gamma_{(2,3)} = \gamma_W$.

Die Tab. 5.39 stellt wie schon bei den vorherigen beispielhaften Illustrationen bei lokaler Information Ergebnisse vor, die bei einer Variation des Aufschlags γ_M zustande kommen.[635]

Hersteller						
Aufschlag	1,05	1,20	1,40	1,60	1,80	2,00
Preis	(3,15)	3,60	4,20	4,80	5,40	(6,00)
Herstellmenge	(54,86)	36,75	23,14	15,50	10,89	(7,94)
Deckungsbeitrag	(8,23)	22,05	27,77	27,91	26,13	(23,81)
Zwischenhändler						
Aufschlag	1,20	1,20	1,20	1,20	1,20	1,20
Preis	(3,78)	4,32	5,04	5,76	6,48	(7,20)
Herstellmenge	(54,86)	36,75	23,14	15,50	10,89	(7,94)
Deckungsbeitrag	(34,56)	26,46	19,44	14,88	11,76	(9,53)
Händler						
Preis	(5,67)	6,48	7,56	8,64	9,72	(10,80)
Bestellmenge	(54,86)	36,75	23,14	15,50	10,89	(7,94)
Deckungsbeitrag	(103,68)	79,38	58,32	44,65	35,28	(28,58)
Lieferkette						
Deckungsbeitrag	(146,47)	127,90	105,54	87,45	73,18	(61,92)

Tab. 5.39: Lösungen für verschiedene Aufschläge γ_M

Wählt der Zwischenhändler einen Aufschlag von $\gamma_W = 1{,}2$, so kann der Hersteller selbst einen Aufschlag aus dem Intervall von $\gamma_M \in [1{,}2,\ 2{,}0[$ wählen,[636] damit alle Vertragsparteien wenigstens ihren geforderten Mindestgewinn erhalten. Der Hersteller hätte bei einem 60%igen Aufschlag einen höheren Deckungsbeitrag erhalten, ohne die Mindestgewinne der anderen Parteien zu gefährden. Die Deckungsbeiträge von Händler und Zwischenhändler sinken mit steigendem Aufschlag des Herstellers. In diesem Beispiel würde der Zwischenhändler als erster von einem Vertrag zurücktreten, falls der Hersteller einen Aufschlag von $\gamma_M \geq 2$ wählt.

Die nächste Abbildung zeigt alle (γ_M, γ_W)-Kombinationen, die für die geforderten Mindestgewinne dieses Beispiels zulässig sind. Je nachdem, welchen Preisaufschlag der Zwischenhändler wählt, kann der Hersteller selbst einen Preisaufschlag von ungefähr maximal 220 % wählen. Der Zwischenhändler hingegen kann aus einer Aufschlagsspanne von $\gamma_W \in [1{,}05,\ 1{,}6]$ wählen, ohne eine Vertragsverletzung der anderen Parteien zu gefährden.

[635] Es werden die Ergebnisse in Klammern dargestellt, bei der wenigstens eine der drei Vertragsparteien aufgrund der Aufschlagskombination ihren Mindestgewinn nicht erhält.

[636] Das exakte Intervall, aus dem der Hersteller wählen kann, lautet $\gamma_M \in [1{,}08,\ 1{,}95]$. Für das Nachvollziehen dieses Beispiels reicht allerdings die vorgenommene Einteilung der Tabelle.

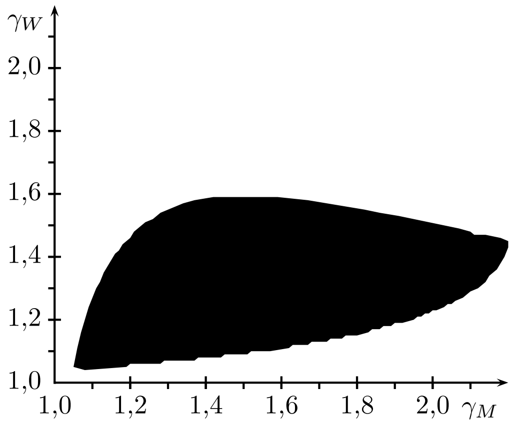
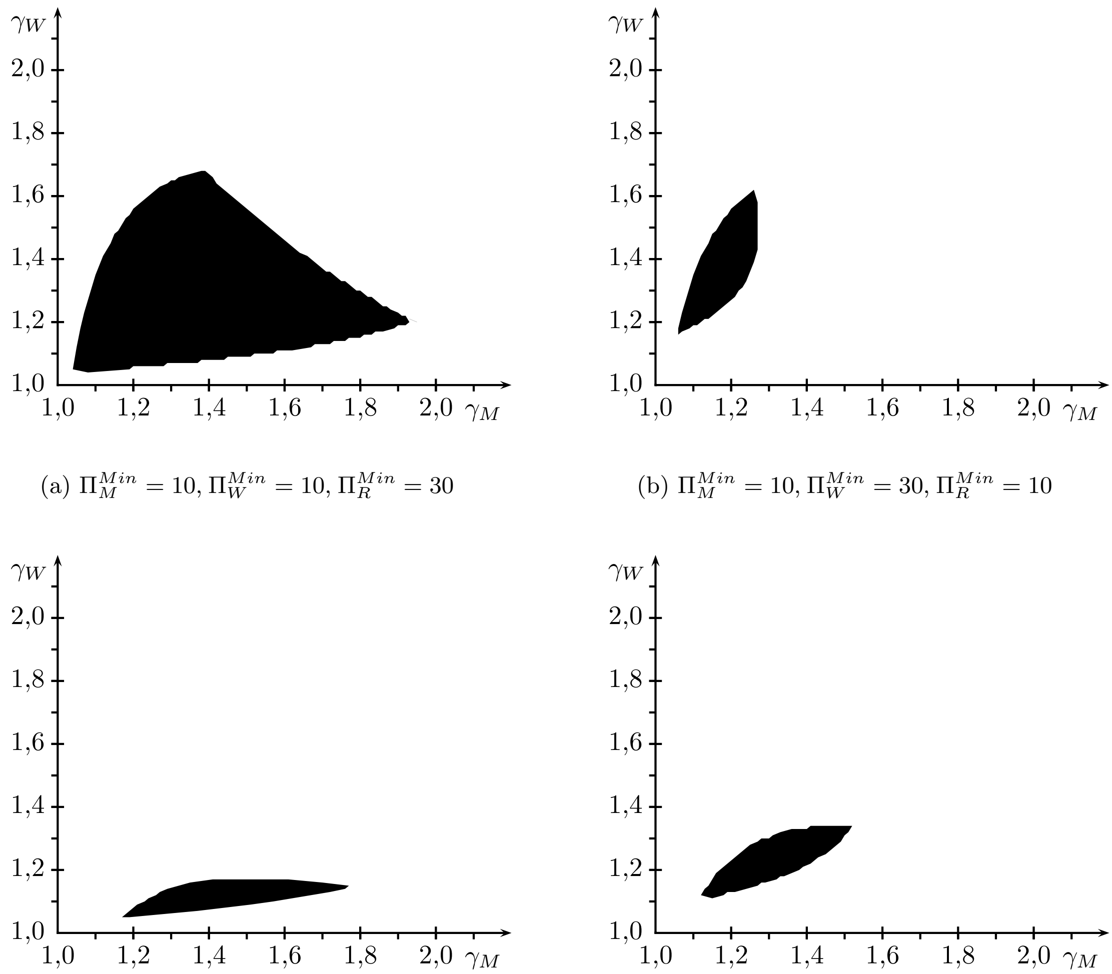


Abb. 5.35: Zulässige Aufschlagskombinationen für das Beispiel 5.2.1-1

In Abb. 5.36 werden für die Parameter des Beispiels 5.2.1-1 zulässige Aufschlagskombinationen gezeigt, jedoch mit unterschiedlichen Mindestgewinnanforderungen.



(a) $\Pi_M^{Min} = 10, \Pi_W^{Min} = 10, \Pi_R^{Min} = 30$

(b) $\Pi_M^{Min} = 10, \Pi_W^{Min} = 30, \Pi_R^{Min} = 10$

(c) $\Pi_M^{Min} = 30, \Pi_W^{Min} = 10, \Pi_R^{Min} = 10$

(d) $\Pi_M^{Min} = 20, \Pi_W^{Min} = 20, \Pi_R^{Min} = 20$

Abb. 5.36: Zulässige Aufschlagskombinationen für unterschiedliche Mindestgewinnanforderungen, $L = 3$

Je nachdem, in welcher Höhe Mindestgewinne von Hersteller, Zwischenhändler und Händler gefordert werden, ändert sich die Menge der zulässigen Aufschlagskombinationen. Fordert der Zwischenhändler z. B. einen im Vergleich zu den anderen Kettengliedern hohen Mindestgewinn, kann der Hersteller nur einen geringen Aufschlag γ_M, der Zwischenhändler hingegen einen hohen Aufschlag γ_W wählen (Abb. 5.36(b)). Fordert der Hersteller hingegen einen im Vergleich zu den anderen Kettengliedern hohen Mindestgewinn (Abb. 5.36(c)), so kann der Hersteller einen relativ hohen Aufschlag γ_M wählen. Der Aufschlag des Zwischenhändlers darf dann 18 % nicht überschreiten.

Nachfolgend werden nun in Abb. 5.37 für unterschiedliche Kettenlängen mit fest gewählten Aufschlagskombinationen die Deckungsbeiträge der einzelnen Stufen dargestellt.[637]

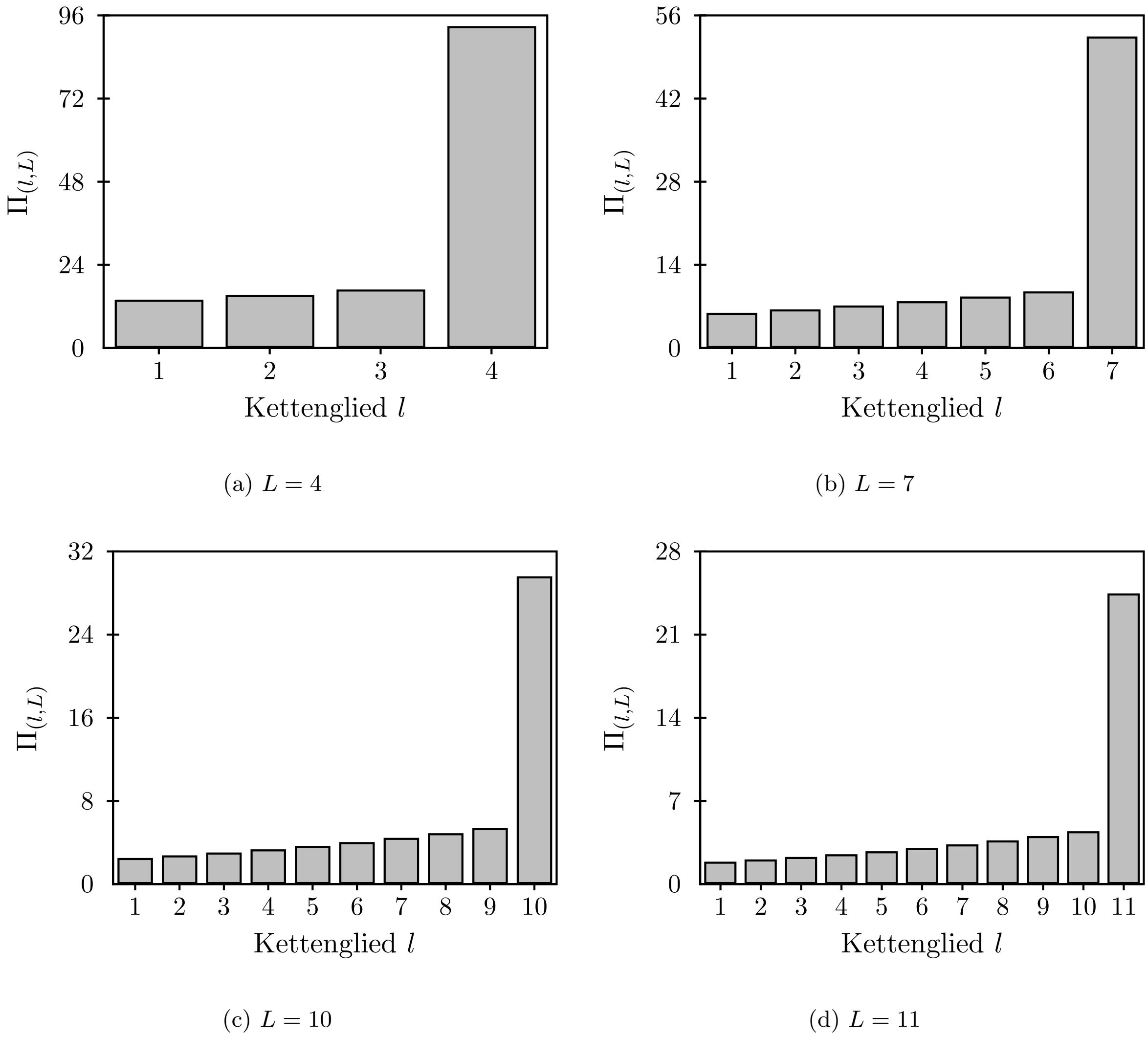


Abb. 5.37: Deckungsbeiträge der einzelnen Stufen bei unterschiedlicher Kettenlänge L und $\gamma_{(l,L)} = 1{,}1, \quad l \in [1, \dots, L-1]$

[637] Folgende Parameterwerte wurden verwendet: $a = 10\,000$, $b = 3$, $c_{(1,L)} = 3$, $\gamma_{(l,L)} = 1{,}1$, $l \in [1, \dots, L-1]$ und $\Pi^{Min}_{(l,L)} = 0, l \in [1, \dots, L]$.

Die letzte Stufe erhält unabhängig der von Kettenlänge immer das 5,5fache des Deckungsbeitrags der vorletzten Stufe.[638] Insgesamt fällt der Deckungsbeitrag jeder Stufe, wenn sich die Kettenlänge erhöht. Auch der Gesamtdeckungsbeitrag sinkt mit zunehmender Anzahl von Stufen. Der prozentuale Verlust an Gesamtdeckungsbeitrag einer Kette mit der Länge L gegenüber einer Ketten der Länge $L-1$ ist in Abb. 5.38 dargestellt.

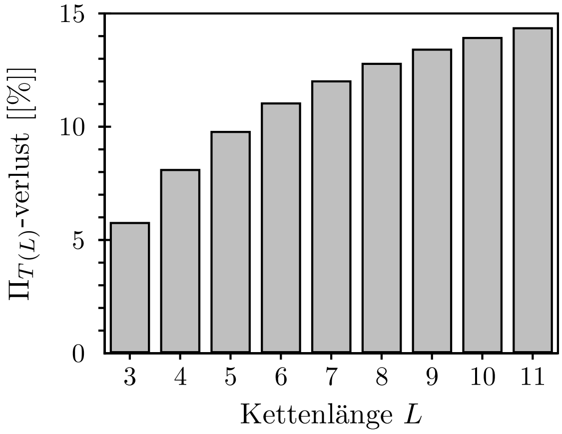


Abb. 5.38: Prozentualer Verlust an Gesamtdeckungsbeitrag für Ketten bis zu einer Länge von $L = 11$ mit $\gamma_{(l,L)} = 1{,}1$, $l \in [1, \ldots, L-1]$ gegenüber einer Kette mit $L-1$ Stufen

Der prozentuale Verlust an Gesamtdeckungsbeitrag nimmt hier im Gegensatz zur linearen Nachfragefunktion mit steigender Kettenlänge nur progressiv zu.[639] Bei der Verlängerung einer zweigliedrigen Kette um ein weiteres Glied entsteht ein Verlust an Gesamtdeckungsbeitrag von 5,8 %. Der Verlust an Gesamtdeckungsbeitrag steigt bis auf 14,39 %, wenn die Kette von $L = 10$ auf $L = 11$ Stufen verlängert wird.

Die letzte Abbildung dieses Abschnitts zeigt auf der nächsten Seite nochmals eine Kette mit $L = 10$ Stufen und unterschiedlichen Aufschlägen der einzelnen Kettenglieder.[640]

---

[638] Der Unterschied von vorletzter zu letzter Stufe beträgt

$$\frac{\Pi_{(L,L)}}{\Pi_{(L-1,L)}} = \frac{\gamma_{(L-1,L)}}{(\gamma_{(L-1,L)} - 1)(b-1)} = \frac{1{,}1}{0{,}1 \cdot 2} = 5{,}5.$$

Die Höhe des Unterschieds ist ausschließlich von der Höhe des Aufschlags der vorletzten Stufe und dem Parameter b abhängig.

[639] Siehe Abb. 5.9, S. 262.

[640] Es wurden folgende Aufschläge gewählt: $\gamma_{(1,L)} = 1{,}25$, $\gamma_{(2,L)} = 1{,}1$, $\gamma_{(3,L)} = 1{,}05$, $\gamma_{(4,L)} = 1{,}15$, $\gamma_{(5,L)} = 1{,}2$, $\gamma_{(6,L)} = 1{,}1$, $\gamma_{(7,L)} = 1{,}01$, $\gamma_{(8,L)} = 1{,}1$, $\gamma_{(9,L)} = 1{,}05$.

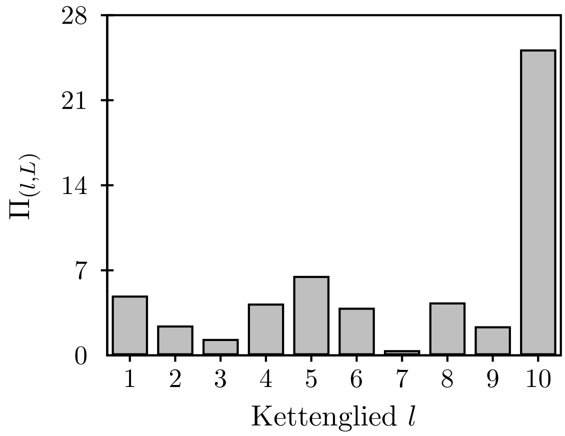


Abb. 5.39: Deckungsbeiträge der einzelnen Stufen bei einer Kettenlänge von $L = 10$ und unterschiedlichem $\gamma_{(l,L)}$, $l \in [1, \ldots, 9]$

Wie schon bei einer linearen Nachfragefunktion steigt und fällt der Deckungsbeitrag der einzelnen Stufen je nach gewähltem Aufschlag.[641] Ein gravierender Unterschied besteht jedoch darin, dass die letzte Stufe nicht einen geringeren, sondern einen 10,5fachen Deckungsbeitrag als die vorletzte Stufe erhält.[642] Dieser Unterschied wird durch die Art der Nachfragefunktion verursacht.

Deckungsbeiträge bei globaler Information

- Beispielhafte Illustration für Berechnungsmöglichkeit $\mathbf{1^{nK}_{d,3}}$ Bei dieser Berechnungsmöglichkeit legt jede Stufe für sich die optimale Preis-/Mengenkombination in Abhängigkeit ihres geforderten Mindestgewinns fest.

Für dieses Beispiel wurden die Mindestgewinne so gewählt, dass sie den Beschränkungen der Tab. 5.30[643] unterliegen. Werden die Parameterwerte des Beispiels 5.2.1-1[644] in die algebraischen Lösungen der Tab. 5.30 eingesetzt, erhält man folgende Ergebnisse für eine dreigliedrige Kette:

---

641 Siehe Abb. 5.10, S. 263.

642 Wegen

$$\frac{\Pi_{(10,L)}}{\Pi_{(9,L)}} = \frac{\gamma_{(9,L)}}{(\gamma_{(9,L)} - 1)(b-1)} = \frac{1{,}05}{0{,}05 \cdot 2} = 10{,}5.$$

643 Siehe S. 311.

644 Siehe Tab. 5.37, S. 321.

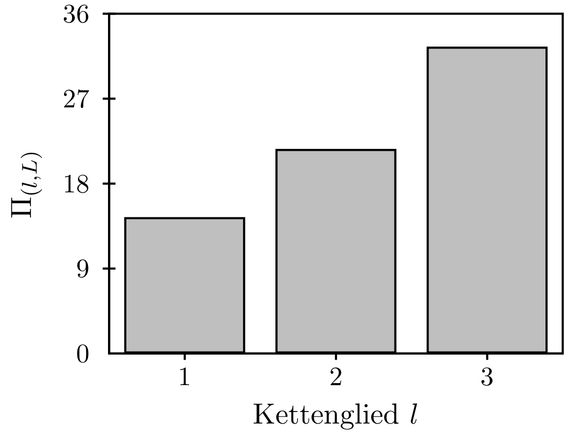
Hersteller	
Preis	4,50
Herstellmenge	9,63
Mindestgewinn	12,00
Deckungsbeitrag	14,45
Zwischenhändler	
Preis	6,75
Bestellmenge	9,63
Mindestgewinn	10,00
Deckungsbeitrag	21,68
Händler	
Preis	10,13
Bestellmenge	9,63
Mindestgewinn	7,00
Deckungsbeitrag	32,52
Lieferkette	
Deckungsbeitrag	68,64

Tab. 5.40: Ergebnisse der Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$ für das Beispiel 5.2.1 -1

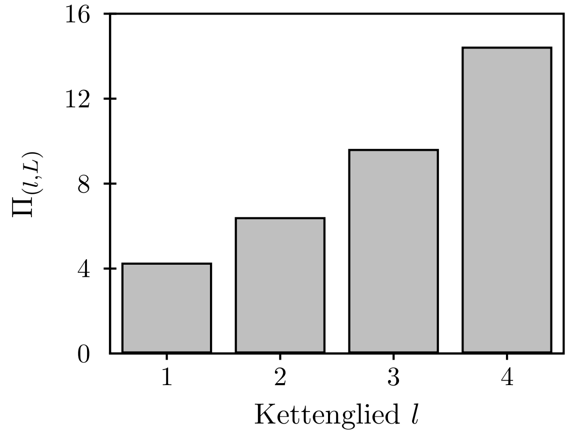
Jede Stufe erhält somit einen Deckungsbeitrag, der höher als der geforderte Mindestgewinn ist. Hier bestätigt sich, dass der Händler den höchsten und der Hersteller den geringsten Deckungsbeitrag erhält.[645] Der Zwischenhändler erhält $^2/_3$ und der Hersteller lediglich $^4/_9$ vom Deckungsbeitrag des Händlers.[646]

Abb. 5.40(a) stellt die soeben vorgestellten Ergebnisse bezüglich der Deckungsbeiträge der einzelnen Stufe dar. Die übrigen drei Grafiken der Abb. 5.40 zeigen die Deckungsbeiträge der Kettenglieder für verschiedene Kettenlängen.

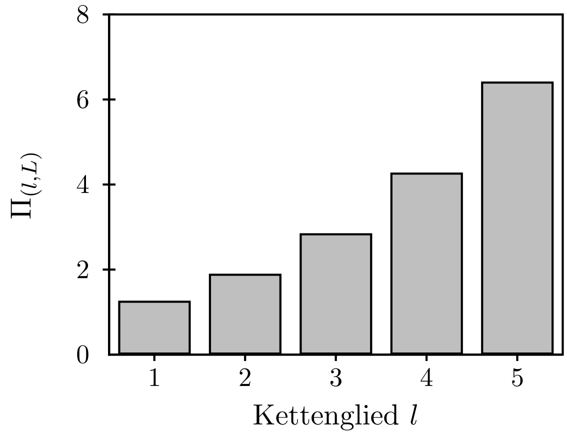
[645] Siehe Tab. 5.30, S. 311.
[646] Siehe (5.27) und (5.28), S. 311.



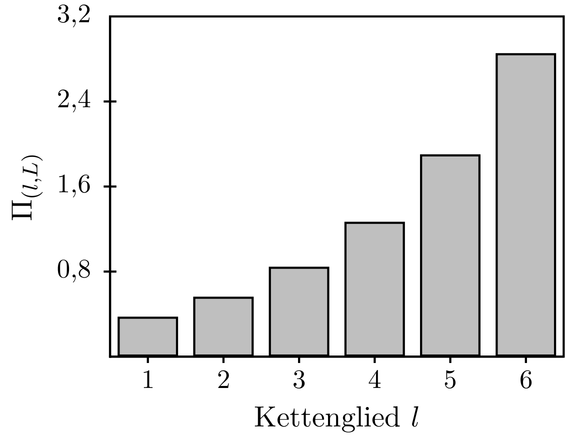
(a) $L = 3$



(b) $L = 4$



(c) $L = 5$



(d) $L = 6$

Abb. 5.40: Deckungsbeiträge der einzelnen Stufen bei unterschiedlicher Kettenlänge L und $\Pi^{Min}_{(l,L)} = 0$, $l \in [1, \ldots, L]$

Im Vergleich zu den Ergebnissen bezüglich der Deckungsbeiträge bei einer linearen Nachfragefunktion steigt der Deckungsbeitrag innerhalb einer Kette mit jeder Stufe.[647]

Der Deckungsbeitrag der letzten Stufe fällt jeweils um den Faktor 2,25, wenn die Kette um eine weitere Stufe verlängert wird.[648]

Abb. 5.41 stellt nun abschließend den Gesamtdeckungsbeitrag für Ketten bis zu einer Länge von $L = 6$ dar.

[647] Siehe Abb. 5.11, S. 266. Bei einer linearen Nachfragefunktion sinkt der Deckungsbeitrag mit jeder Stufe.

[648] Der Faktor, um den der Deckungsbeitrag der letzten Stufe bei einer Erweiterung der Kette um jeweils eine Stufe fällt, ergibt sich aus

$$\frac{\Pi_{(L,L)}}{\Pi_{(L+1,L)}} = \left(\frac{b}{b-1}\right)^{b-1}.$$

Dieser Faktor hängt allein vom Parameter b ab.

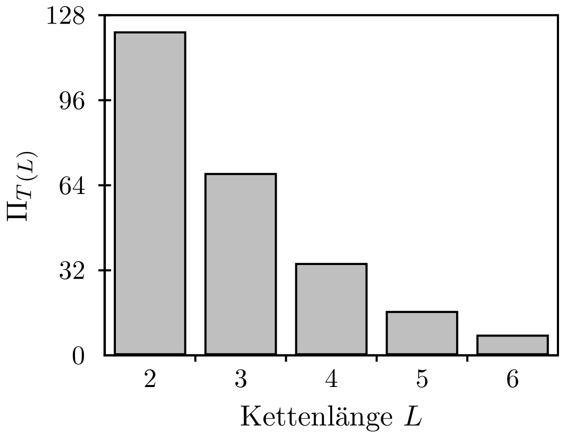


Abb. 5.41: Gesamtdeckungsbeitrag für Ketten bis zu einer Länge von $L = 6$ mit $\Pi^{Min}_{(l,L)} = 0$, $l \in [1, \ldots, L]$

Da die Deckungsbeiträge der Kettenglieder mit zunehmender Kettenlänge sinken, wird auch der Gesamtdeckungsbeitrag geringer (Abb. 5.41). Dabei steigt der Faktor, um den der Gesamtdeckungsbeitrag mit steigender Kettenlänge L auf die Länge $L+1$ fällt.[649] So sinkt der in Abb. 5.41 dargestellte Gesamtdeckungsbeitrag von einer Kettenlänge von $L = 2$ auf $L = 3$ um den Faktor 1,78 und von einer Kettenlänge von $L = 5$ auf $L = 6$ um den Faktor 2,14.

- Beispielhafte Illustration für Berechnungsmöglichkeit $2^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d,3}}$ Wird bei dieser Berechnungsmöglichkeit der Endverkaufspreis aus Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d,3}}$ dem Händler vorgeschrieben, so ergeben sich folgende Lösungen:

[649] Siehe Tab. 5.31, S. 312. Der Faktor beträgt:

$$\frac{\Pi_{T(L)}}{\Pi_{T(L+1)}} = \frac{b^b(b-1)^{(1-b)}\left((b-1)^L - b^L\right)}{(b-1)^L(1-b) + b^{(L+1)}}.$$

Der Faktor, um den der Gesamtdeckungsbeitrag mit steigendender Länge fällt, ist allein abhängig vom Parameter b und der Kettenlänge L.

<table>
<tr><td colspan="4">Herstell- und Bestellmenge</td></tr>
<tr><td>Hersteller</td><td colspan="3">9,63</td></tr>
<tr><td>Zwischenhändler</td><td colspan="3">9,63</td></tr>
<tr><td>Händler</td><td colspan="3">9,63</td></tr>
<tr><td colspan="4">Preis</td></tr>
<tr><td>Hersteller</td><td colspan="2">4,25</td><td>8,36</td></tr>
<tr><td>Zwischenhändler</td><td>5,28</td><td>9,40</td><td>9,40</td></tr>
<tr><td>Händler</td><td colspan="3">10,13</td></tr>
<tr><td colspan="4">Deckungsbeitrag</td></tr>
<tr><td>Hersteller</td><td colspan="2">12,00</td><td>51,64</td></tr>
<tr><td>Zwischenhändler</td><td>10,00</td><td>49,64</td><td>10,00</td></tr>
<tr><td>Händler</td><td>46,64</td><td colspan="2">7,00</td></tr>
<tr><td>Lieferkette</td><td colspan="3">68,64</td></tr>
</table>

Tab. 5.41: Ergebnisse der Berechnungsmöglichkeit $2^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$ für das Beispiel 5.2.1 -1

Der Gesamtdeckungsbeitrag ist mit dem aus Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$ identisch[650]. Allerdings wird bei Berechnungsmöglichkeit $2^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$ der Gesamtdeckungsbeitrag anders aufgeteilt. So erhalten der Zwischenhändler und der Händler gerade ihre geforderten Mindestgewinne, wenn der Hersteller den für ihn optimalen Preis $p_M^* = 8{,}36$ fordern kann. Er erhält dann den restlichen Deckungsbeitrag. Somit stellt sich nur der Hersteller gegenüber der Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$ besser, die anderen Kettenglieder verschlechtern sich.[651]

Ausgehend von den eben vorgestellten Ergebnissen für eine dreigliedrige Kette werden in Abb. 5.42 für verschiedene Kettenlängen die Deckungsbeiträge der Kettenglieder dargestellt, wenn der externe Preis mit $\bar{p}_R = 10{,}13$ vorgegeben ist.

[650] Siehe Tab. 5.40, S. 328.

[651] Es erhält nur derjenige den zusätzlichen Deckungsbeitrag, der den für ihn optimalen Preis fordern kann. Die anderen beiden verschlechtern sich im Vergleich zu Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$, da sie nur einen Deckungsbeitrag in Höhe ihres geforderten Mindestgewinns erhalten.

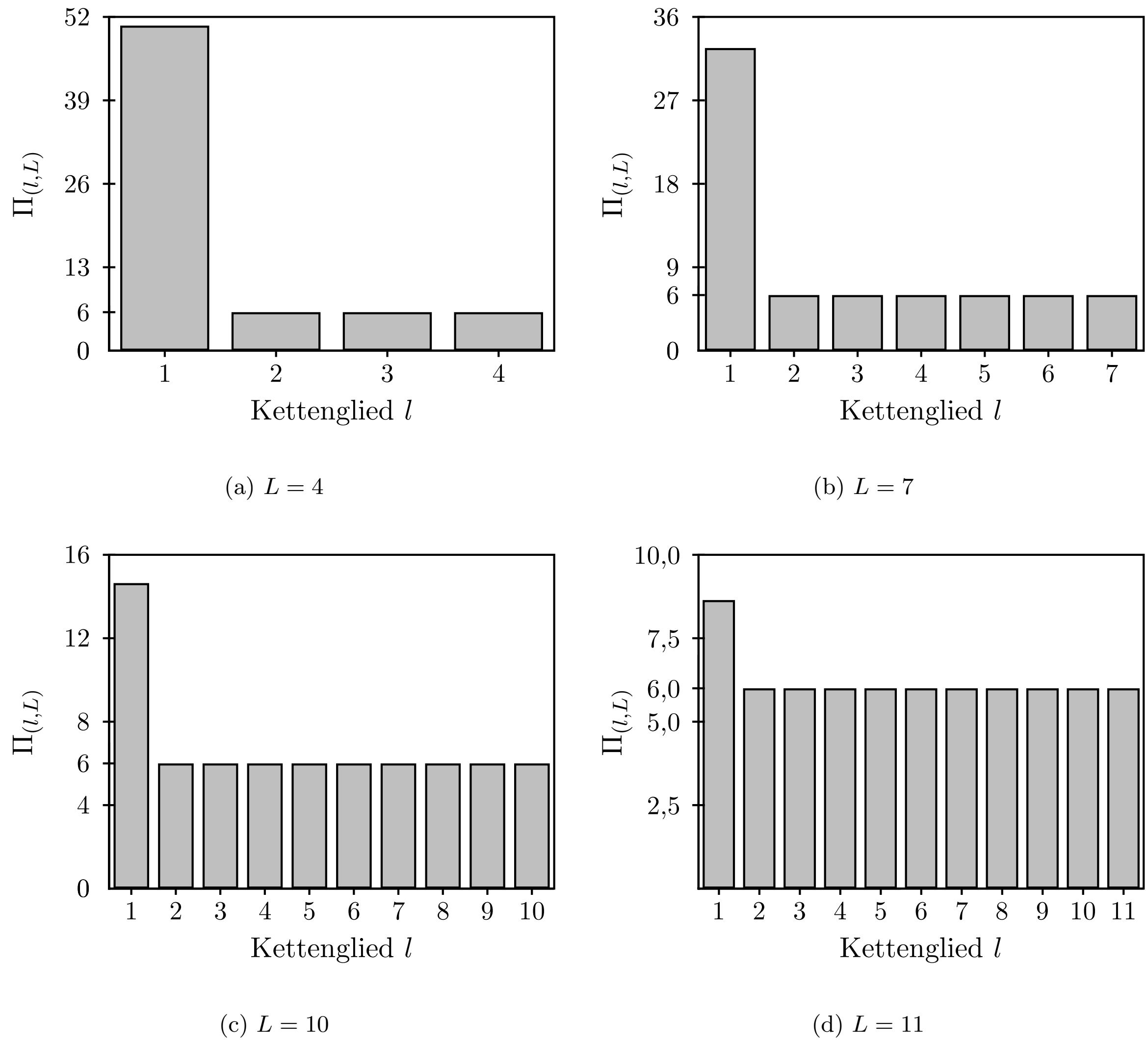


Abb. 5.42: Deckungsbeiträge der einzelnen Stufen bei unterschiedlicher Kettenlänge L und $\Pi^{Min}_{(l,L)} = 6$, $l \in [1, \ldots, L]$

Bis auf den Hersteller erhält somit jedes Kettenglied gerade seinen Mindestgewinn. Der Hersteller bekommt den ganzen zusätzlichen Deckungsbeitrag. So ist bei Berechnungsmöglichkeit $2^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$ eine Kettenlänge mit $L \geq 4$ möglich, wenn die Kettenglieder einen Mindestgewinn von $\Pi^{Min}_{(l,L)} = 6$ fordern. Für diesen geforderten Mindestgewinn wäre schon ein Vertrag bei Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$ für eine viergliedrige Kette nicht zustande gekommen, da der Hersteller dort nur einen Deckungsbeitrag erhalten würde, der geringer ist als der geforderte von $\Pi^{Min}_{M} = 6$.[652]

[652] Siehe Abb. 5.40(b), S. 329.

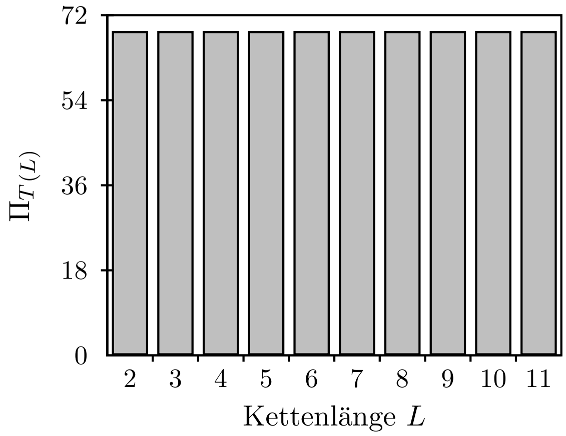


Abb. 5.43: Gesamtdeckungsbeitrag für Ketten bis zu einer Länge von $L = 11$ mit $\Pi^{Min}_{(l,L)} = 6$, $l \in [1, \ldots, L]$

Aufgrund des vorgegebenen Endverkaufspreises ist die Höhe des Gesamtdeckungsbeitrags unabhängig von der Länge der Kette, wie Abb. 5.43 zeigt, solange die Mindestgewinne durch den Gesamtdeckungsbeitrag gedeckt werden.

Analog zur linearen Nachfragefunktion zeigt die Abb. 5.44 eine Ketten mit $L = 10$ Stufen und den dort genannten Mindestgewinnen.[653]

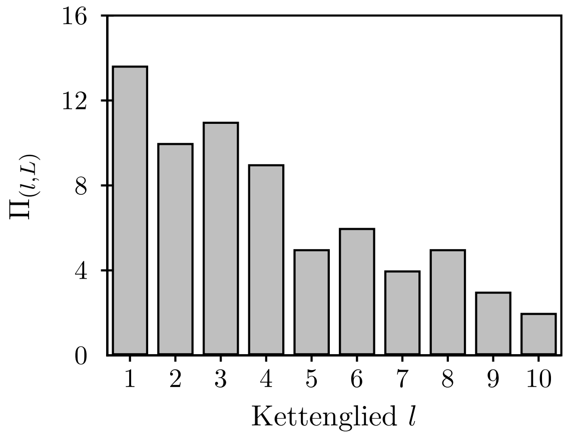


Abb. 5.44: Deckungsbeiträge der einzelnen Stufen bei einer Kettenlänge von $L = 10$ und unterschiedlichem $\Pi^{Min}_{(l,L)}$, $l \in [1, \ldots, 10]$

Jedes Kettenglied erhält einen Deckungsbeitrag in Höhe seines geforderten Mindestgewinns. Nur der Hersteller erhält einen Deckungsbeitrag von

$$\Pi_{(1,10)} = \left(\bar{p}_L^{(-b)} - c_{(1,10)}\right) a\bar{p}_L^{(-b)} - \sum_{i=2}^{10} \Pi^{Min}_{(i,10)} = 13{,}64.$$

Da der Hersteller einen Mindestgewinn von $\Pi^{Min}_{(1,10)} = 12$ gefordert hat, erhält er demnach einen Deckungsbeitrag, der um 1,64 höher als der geforderte ist.

[653] Siehe Fußnote 544, S. 270.

- Beispielhafte Illustration für Berechnungsmöglichkeit $3^{nK}_{d,3}$ Ermittelt der Hersteller bei dieser Berechnungsmöglichkeit den Verkaufspreis des Händlers, so wird er dem Händler den Preis $\bar{p}^*_R = 4{,}50$ vorschreiben.[654]

Durch das Einsetzen der Parameterwerte in die algebraische Lösung der Tab. 5.34[655] erhält man die numerischen Ergebnisse für dieses Beispiel.

<table>
<tr><th colspan="4">Herstell- und Bestellmenge</th></tr>
<tr><td>Hersteller</td><td colspan="3">109,74</td></tr>
<tr><td>Zwischenhändler</td><td colspan="3">109,74</td></tr>
<tr><td>Händler</td><td colspan="3">109,74</td></tr>
<tr><th colspan="4">Preis</th></tr>
<tr><td>Hersteller</td><td colspan="2">3,11</td><td>4,35</td></tr>
<tr><td>Zwischenhändler</td><td>3,20</td><td>4,44</td><td>4,44</td></tr>
<tr><td>Händler</td><td colspan="3">4,50</td></tr>
<tr><th colspan="4">Deckungsbeitrag</th></tr>
<tr><td>Hersteller</td><td colspan="2">12,00</td><td>147,61</td></tr>
<tr><td>Zwischenhändler</td><td>10,00</td><td>145,61</td><td>10,00</td></tr>
<tr><td>Händler</td><td>142,61</td><td colspan="2">7,00</td></tr>
<tr><td>Lieferkette</td><td colspan="3">164,61</td></tr>
</table>

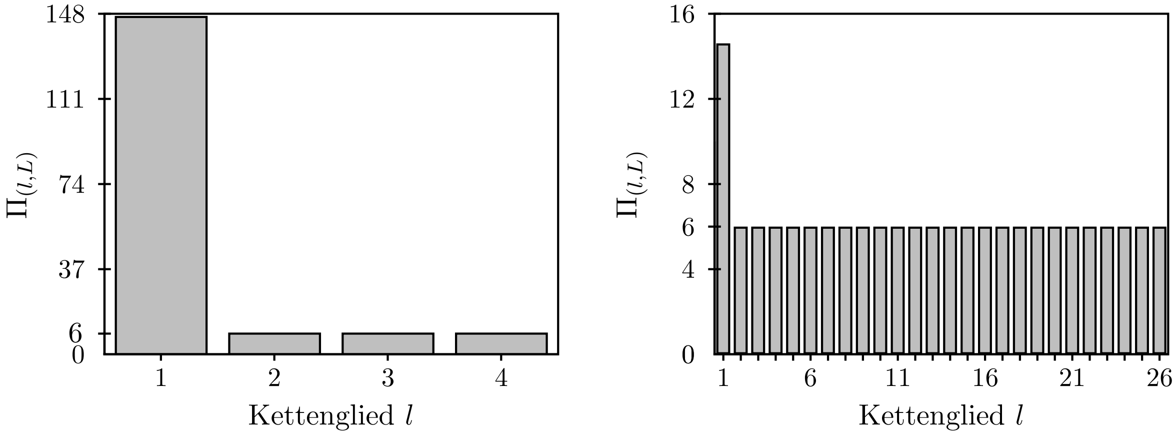
Tab. 5.42: Ergebnisse der Berechnungsmöglichkeit $3^{nK}_{d,3}$ für das Beispiel 5.2.1 -1

Schreibt der Hersteller dem Händler den Verkaufspreis vor, kann er seinen Deckungsbeitrag im Vergleich zu Berechnungsmöglichkeit $1^{nK}_{d,3}$ verzehnfachen, wenn er selbst den Preis $p^*_M = 4{,}35$ wählt. Der Händler und der Zwischenhändler erhalten dann aber jeweils einen Deckungsbeitrag, der gerade ihren geforderten Mindestgewinnen entspricht und somit geringer ist als in Berechnungsmöglichkeit $1^{nK}_{d,3}$.

Abb. 5.45 verdeutlicht, dass der Hersteller die Preise $\bar{p}^*_R$ und p^*_M so wählen kann, dass alle Kettenglieder gerade ihren geforderten Mindestgewinn erhalten und ihm der ganze zusätzliche Deckungsbeitrag zukommt.

[654] Dieser Preis entspricht dem vorgegebenen Preis für eine Kettenlänge $L = 2$, da sich die Kostenstruktur und die Nachfragefunktion der Konsumenten nicht geändert haben. Siehe Berechnungsmöglichkeit $3^{nK}_{d,2}$, S. 161.

[655] Siehe S. 316.



(a) $L = 4$ (b) $L = 26$

Abb. 5.45: Deckungsbeiträge der einzelnen Stufen bei unterschiedlicher Kettenlänge L und $\Pi^{Min}_{(l,L)} = 6$, $l \in [1, \ldots, L]$

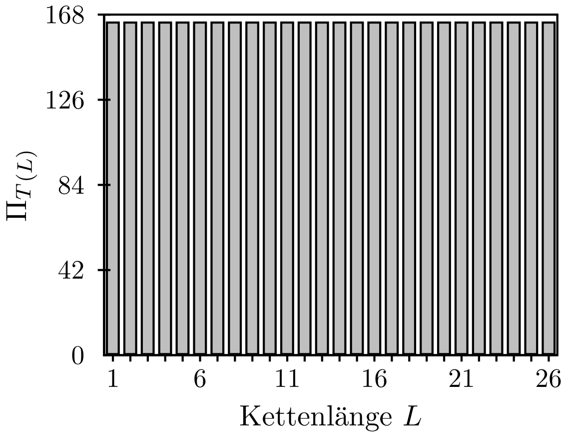


Abb. 5.46: Gesamtdeckungsbeitrag für Ketten bis zu einer Länge von $L = 26$ mit $\Pi^{Min}_{(l,L)} = 6$, $l \in [1, \ldots, L]$

Weil der Hersteller unabhängig von der Kettenlänge den Verkaufspreis $\bar{p}^*_R = 4{,}50$ festlegt, bleibt die Höhe des Gesamtdeckungsbeitrags für alle Kettenlängen gleich (Abb. 5.46).

- Beispielhafte Illustration für Berechnungsmöglichkeit $\mathbf{4^{nK}_{d,3}}$ Durch die Berechnungsmöglichkeit $4^{\text{nK}}_{\text{d},3}$ lässt sich der Deckungsbeitrag des Herstellers im Vergleich zur vorherigen Berechnungsmöglichkeit nicht steigern. Er kann jedoch dem Händler einen Verkaufspreis vorschreiben, der die Höhe der zu verkaufenden Menge beeinflusst. Aus einem Preisintervall von $\bar{p}_R \in [3{,}06, 16{,}83]$ resultiert eine Nachfrage von $d(\bar{p}_R) \in [2{,}10, 340{,}54]$, wie man anhand der Tab. 5.43 auf der nächsten Seite ablesen kann.

Hersteller				
Preis		3,04	4,35	8,72
Herstellmenge		340,54	109,74	2,10
Mindestgewinn		12,00		
Deckungsbeitrag		12,00	147,61	12,00
Zwischenhändler				
Preis		3,06	4,44	13,49
Bestellmenge		340,54	109,74	2,10
Mindestgewinn		10,00		
Deckungsbeitrag		10,00		
Händler				
Preis	minimal	3,09	–	–
	optimal	–	4,50	–
	maximal	–	–	16,83
Bestellmenge		340,54	109,74	2,10
Mindestgewinn		7,00		
Deckungsbeitrag		7,00		
Lieferkette				
Deckungsbeitrag		29,00	164,61	29,00

Tab. 5.43: Ergebnisse der Berechnungsmöglichkeit $4^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$ für das Beispiel 5.2.1 -1

Unabhängig von den gewählten Preisen $\bar{p}_R$, p_W und p_M erhalten der Händler und der Zwischenhändler immer gerade ihren geforderten Mindestgewinn. Der Hersteller erhält nur bei der Preiskombination $(\bar{p}^*_R, p^*_M)$ den maximalen Deckungsbeitrag. Allerdings fällt der Deckungsbeitrag nicht unter den geforderten Mindestgewinn, wenn der Hersteller dem Händler Preise aus dem Intervall $\bar{p}_R \in [3{,}06, 16{,}83]$ vorschreibt und seinen entsprechenden Preis p_M wählt.

Die kooperative Kette

Die beispielhafte Illustration einer kooperativen Kette bezieht sich, wie bei der nicht-kooperativen Kette, auf die in Tab. 5.37[656] genannten Parameterwerte. Lediglich die Mindestgewinne von Hersteller, Zwischenhändler und Händler werden für jede der vier Berechnungsmöglichkeiten angepasst. Sie entsprechen jeweils den Deckungsbeiträgen, die die Kettenglieder erhalten, wenn der Hersteller den optimalen Preis p^*_M bei Nicht-Kooperation wählt, zuzüglich der jeweils anfallenden Kooperationskosten.

[656] Siehe S. 321.

Beispielhafte Illustration für Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathsf{K}}_{\mathsf{d,3}}$ Bei der Kooperation aller drei Kettenglieder kann maximal ein Gesamtdeckungsbeitrag von

$$\Pi_{T(3)} = \frac{a}{b}\left(\frac{bc_{(1,3)}}{b-1}\right)^{1-b} = 164{,}61$$

erwirtschaftet werden, wenn der Händler die Produkte zu einem Preis von $p_R^* = 4{,}50$ verkauft.[657]

Da die Parteien mindestens einen Deckungsbeitrag verlangen, den sie ohne Kooperation erhalten würden zuzüglich der anfallenden Kooperationskosten, lauten nun deren geforderte Mindestgewinne:[658]

$$\begin{aligned}
\Pi_R^{Min(K)} &= \Pi_R^{Min} + \kappa_R = 32{,}52 + 5 = 37{,}52\\
\Pi_W^{Min(K)} &= \Pi_W^{Min} + \kappa_W = 21{,}68 + 5 = 26{,}68\\
\Pi_M^{Min(K)} &= \Pi_M^{Min} + \kappa_M = 14{,}45 + 5 = 19{,}45.
\end{aligned}$$

Insgesamt kann ein Deckungsbeitrag von 80,97 zwischen Hersteller, Zwischenhändler und Händler aufgeteilt werden.[659] Damit lohnt es sich für die Kettenglieder zu kooperieren, statt jeweils die eigenen Deckungsbeiträge zu maximieren.

Tab. 5.44 fasst die Ergebnisse zusammen, bei denen zwei Kettenglieder gerade ihre geforderten Mindestgewinne erhalten.

<table>
<tr><td colspan="4">Herstell- und Bestellmenge</td></tr>
<tr><td>Hersteller</td><td colspan="3">109,74</td></tr>
<tr><td>Zwischenhändler</td><td colspan="3">109,74</td></tr>
<tr><td>Händler</td><td colspan="3">109,74</td></tr>
<tr><td colspan="4">Preis</td></tr>
<tr><td>Hersteller</td><td colspan="2">3,18</td><td>3,92</td></tr>
<tr><td>Zwischenhändler</td><td>3,42</td><td>4,16</td><td>4,16</td></tr>
<tr><td>Händler</td><td colspan="3">4,50</td></tr>
<tr><td colspan="4">Deckungsbeitrag</td></tr>
<tr><td>Hersteller</td><td colspan="2">19,45</td><td>100,42</td></tr>
<tr><td>Zwischenhändler</td><td>26,68</td><td>107,64</td><td>26,68</td></tr>
<tr><td>Händler</td><td>118,48</td><td colspan="2">37,52</td></tr>
<tr><td>Lieferkette</td><td colspan="3">164,61</td></tr>
</table>

Tab. 5.44: Ergebnisse der Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{K}}_{\mathrm{d,3}}$ für das Beispiel 5.2.1 -1

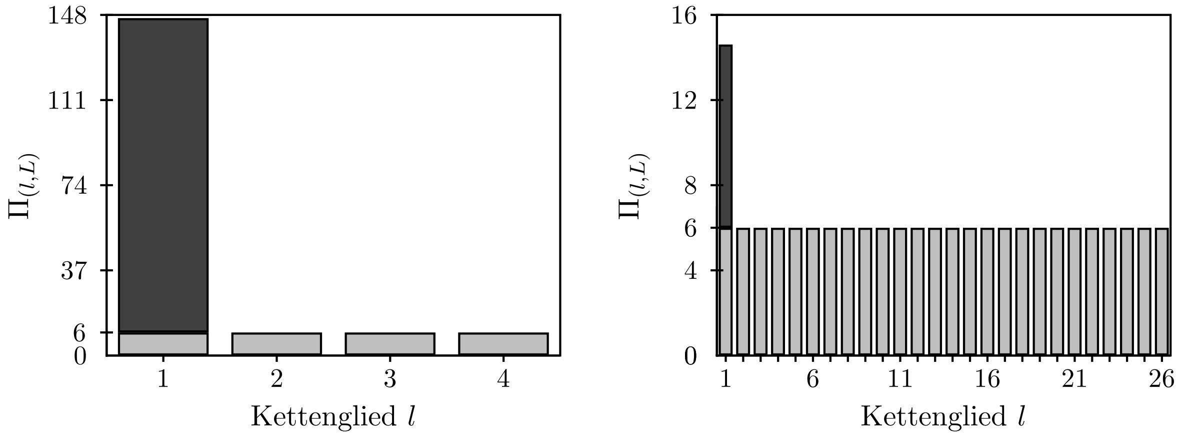
[657] Siehe (5.30), S. 319.

[658] Siehe Tab. 5.37, S. 321, für Kooperationskosten und Tab. 5.40, S. 328, für die Deckungsbeiträge der drei Parteien aus Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d,3}}$.

[659] $164{,}61 - \left(\Pi_R^{Min(K)} + \Pi_W^{Min(K)} + \Pi_M^{Min(K)}\right)$. Wie letztendlich der zusätzliche Deckungsbeitrag auf die Kettenglieder aufgeteilt wird, ist nicht Bestandteil dieser Arbeit.

Im Vergleich zur Nicht-Kooperation profitieren nicht nur die einzelnen Kettenglieder, sondern auch die Konsumenten. Wurde bei Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$ eine Menge von 9,63 zu einem Preis von 10,13 angeboten, so steigt die Menge durch eine Kooperation auf 109,74 und der Preis sinkt auf 4,50.

Analog zur Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{K}}_{\mathrm{d},3}$ bei einer linearen Nachfragefunktion werden in Abb. 5.47 für eine Kette mit $L = 4$ und $L = 26$ die Deckungsbeiträge der einzelnen Kettenglieder (hellgrau) sowie der noch aufzuteilende zusätzliche Deckungsbeitrag (dunkelgrau) dargestellt.



(a) $L = 4$

(b) $L = 26$

Abb. 5.47: Deckungsbeiträge der einzelnen Stufen bei unterschiedlicher Kettenlänge L und $\Pi^{Min}_{(l,L)} = 6$, $l \in [1, \ldots, L]$

Je weniger Glieder eine Kette hat, desto größer ist der Deckungsbeitrag, der auf die einzelnen Kettenglieder aufgeteilt werden kann bzw. der aufzuteilende Deckungsbeitrag sinkt mit zunehmender Kettenlänge.[660]

Beispielhafte Illustration für die Berechnungsmöglichkeiten $2^{\mathrm{K}}_{\mathrm{d},3}$, $3^{\mathrm{K}}_{\mathrm{d},3}$ und $4^{\mathrm{K}}_{\mathrm{d},3}$ Wie schon die algebraischen Lösungen dieser Berechnungsmöglichkeiten zeigten, werden die einzelnen Stufen nicht kooperieren, da sie ihre geforderten Mindestgewinne nicht erhalten werden.[661]

5.2.1.3 Fazit

Analog zur linearen Nachfragefunktion wurden auch bei einer multiplikativen Nachfragefunktion für eine nicht-kooperative Kette sowie für eine kooperative Kette algebraische Lösungen hergeleitet.[662] Die Lösungen wurden zunächst für eine dreigliedrige Kette, sodann für Ketten mit unbestimmter Länge hergeleitet.[663] Alle vorgestellten Berechnungsmöglichkeiten wurden

[660] Sofern alle Parameter gleich bleiben.
[661] Siehe S. 320 ff.
[662] Siehe Abschnitt 5.2.1, S. 307 ff.
[663] Mit Ausnahme bei nicht-kooperativen Ketten bei lokaler Information. Hier erfolgte die Herleitung direkt für Ketten mit unbestimmter Länge. Siehe Abschnitt 5.2.1.1, S. 307 ff.

für eine dreigliedrige Kette beispielhaft illustriert. Für ausgewählte Ketten mit $L > 3$ wurden ebenfalls beispielhaft einzelne Ergebnisse vorgestellt.[664]

Die Frage, ob bei lokaler Information ein Vertrag zwischen den Gliedern einer Kette mit $L \geq 2$ zustande kommt, stellt sich im Gegensatz zur linearen Nachfragefunktion für eine multiplikative Nachfragefunktion nicht. Da aufgrund der multiplikativen Nachfragefunktion Preis und Menge immmer positive Werte annehmen, werden die einzelnen Kettenglieder immer positive Deckungsbeiträge erhalten.[665]

Bei globaler Information wurden vier Berechnungsmöglichkeiten vorgestellt. Fordert jedes Kettenglied l einer Kette mit der Länge L einen Mindestgewinn von

$$\Pi^{Min}_{(l,L)} \leq \left(\frac{b-1}{b}\right)^{L-l} \frac{a}{b} \left(\frac{b^L c_{(1,L)}}{(b-1)^L}\right)^{1-b},$$

so erhalten alle Kettenglieder bei Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$ mindestens einen Deckungsbeitrag in Höhe des geforderten Mindestgewinns. Das erste Kettenglied erhält den geringsten Deckungsbeitrag. Der Deckungsbeitrag steigt von Stufe zu Stufe, so dass das letzte Kettenglied den höchsten Deckungsbeitrag erhält.

Bei der externen Vorgabe des Endverkaufspreises $\bar{p}_L$ kann das erste Kettenglied seinen Preis $p^*_{(1,L)}$ so wählen, dass alle Kettenglieder $l > 1$ lediglich Deckungsbeiträge in Höhe ihrer geforderten Mindestgewinne erhalten. Der Hersteller ($l = 1$) erhält genau dann einen Deckungsbeitrag in Höhe von

$$\Pi_{(1,L)} = (\bar{p}_L - c_{(1,L)}) a \bar{p}_L^{(-b)} - \sum_{i=2}^{L} \Pi^{Min}_{(i,L)},$$

der wenigstens seinem Mindestgewinn entspricht.[666]

Die Berechnungsmöglichkeiten $3^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$ und $4^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$ unterscheiden sich lediglich in der Berechnung des vom Hersteller vorzuschreibenden Preises $\bar{p}_R$, nicht aber im Ergebnis. Auch hier erhalten alle Kettenglieder $l \geq 2$ Deckungsbeiträge in Höhe der geforderten Mindestgewinne.

Eine Kooperation wird nur dann stattfinden, wenn Preise und Mengen durch Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$ festgelegt wurden. Bei den Berechnungsmöglichkeiten $2^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$, $3^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$ und $4^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$ kommt keine Kooperation zustande, da durch diese kein zusätzlicher Deckungsbeitrag erwirtschaftet werden kann. Anfallende Kooperationskosten können nicht gedeckt werden.

Unabhängig von der Länge der Kette werden mit Hilfe der Berechnungsmöglichkeiten $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$, $3^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$ und $4^{\mathrm{K}}_{\mathrm{d},3}$ jeweils gleich hohe Gesamtdeckungsbeiträge erzielt. Die Gesamtdeckungsbeiträge bei Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$ sinken hingegen mit zunehmender Kettenlänge. Die Vorgabe des Endverkaufspreises durch den Hersteller bzw. eine Kooperation der Kettenglieder führt zu einer Deckungsbeitragserhöhung bei wenigstens einem Kettenglied.[667]

---

664 Siehe Abschnitt 5.2.1.2, S. 321 ff.

665 Diese werden aber gegen null sinken.

666 Für $\sum_{i=1}^{L} \Pi^{Min}_{(i,L)} \leq (\bar{p}_L - c_{(1,L)}) a \bar{p}_L^{(-b)}$.

667 Sofern bei Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{K}}_{\mathrm{d},3}$ die Kooperationskosten der Kette maximal dem zusätzlichen Deckungsbeitrag entsprechen.

5.2.2 Stochastische Marktnachfrage

5.2.2.1 Darstellung anhand numerischer Ergebnisse

Analog zu Abschnitt 5.1.2.1[668] werden in diesem Teil die Lösungen der vier Berechnungsmöglichkeiten für eine nicht-kooperative und ein kooperative Kette anhand von sechs Beispielen vorgestellt.

Für die numerische Illustration der einzelnen Berechnungsmöglichkeiten wurden die in Tab. 5.45 genannten Parameterwerte gewählt:

Parameter	Zugewiesene Werte für das Beispiel					
	1	2	3	4	5	6
a	10 000	20 000	20 000	20 000	20 000	20 000
b	3	3	3	3.2	3.5	3
c_u	3	0,5	5	2	2	1
c_o	1	5	0,5	3	3	4
$c_{(1,L)}$	3	5	5	3	3	3
μ	1,1	1,1	1,1	0,8	0,8	1
σ	0,2	0,1	0,1	0,15	0,15	0,005
A	0,094	0,597	0,597	0,0455	0,0455	0,97485
B	2,106	1,603	1,603	1,5545	1,5545	1,02515

Tab. 5.45: Parameterwerte für die Beispiele 5.2.2 -1 bis 6

Wie schon in Abschnitt 5.1.2.1 ergeben sich die Kosten der Stufen $l \geq 2$ aus den geforderten Preisen der Vorstufe mit

$$c_{(l,L)} = p_{(l-1,L)}, \quad \forall\, l \in [2, L] \text{ und } \forall L \in [2, 5],$$

und den in Tab. 5.45 genannten Kosten der ersten Stufe.

Die nicht-kooperative Kette

Für die nicht-kooperative Kette wird angenommen, dass alle Kettenglieder, unabhängig von der Kettenlänge, einen Mindestgewinn von

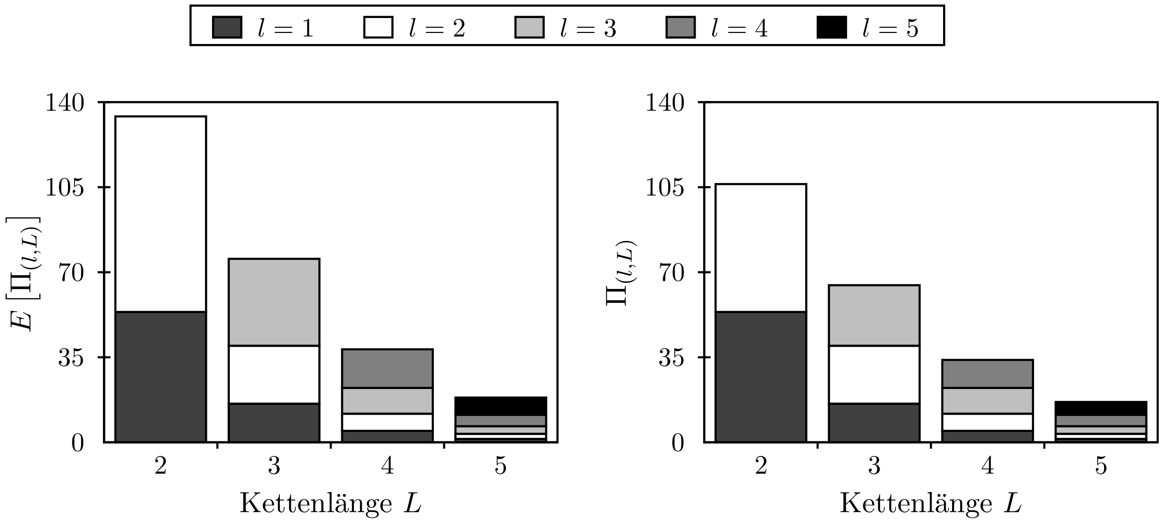
$$\Pi^{Min}_{(l,L)} = 1, \quad \forall\, l \in [1, L] \text{ und } \forall L \in [2, 5]$$

[668] Siehe S. 278 ff.

fordern.

Die Darstellung der Ergebnisse erfolgt analog zur linearen Nachfragefunktion mit dem Unterschied, dass auf die detaillierte Darstellung der Ergebnisse verzichtet und nur auf wichtige Unterschiede eingegangen wird.[669]

Bei Berechnungsmöglichkeit $1_{s,3}^{nK}$ ergibt sich ein wesentlicher Unterschied bezüglich der Verteilung der erwarteten bzw. simulierten Deckungsbeiträge. In Abb. 5.48 ist im Vergleich zu Abb. 5.19[670] zu sehen, dass bei einer multiplikativen Nachfragefunktion die Folgestufen tendenziell einen höheren Deckungsbeitrag erhalten als die Vorstufen.



(a) Erwartete Deckungsbeiträge

(b) Simulierte Deckungsbeiträge

Abb. 5.48: Erwartete und simulierte Deckungsbeiträge des Beispiels 1 für Kettenlängen $L \in [2, \ldots, 5]$, Berechnungsmöglichkeit $1_{s,3}^{nK}$

Ein weiterer Unterschied besteht darin, dass bei der letzten Stufe $l = L$ der Deckungsbeitrag nie unter dem geforderten Mindestgewinn liegt bzw. der simulierte Deckungsbeitrag sogar negativ wird wie beim Beispiel einer linearen Nachfragefunktion.[671] Die erwarteten Kosten für Fehlmengen fallen bei der multiplikativen Nachfragefunktion mit steigendem Preis,[672] so dass diese durch den relativ hohen simulierten Deckungsbeitrag gedeckt werden können, ohne das der geforderte Mindestgewinn unterschritten wird.

[669] Siehe Abschnitt 5.1.2.1, S. 278 ff.

[670] Siehe S. 283.

[671] Siehe Abb. 5.19(b), S. 283, für $L \geq 3$.

[672] Siehe (3.30), S. 47. Für $p_M := p_{(L,L)}$, $c_M := c_{(L,L)} = p_{(L-1,L)}$ und $z_M := z_{(L,L)} = \mu$ ergibt sich der Verlust V durch Einsetzen der Parameterwerte:

$$V = \frac{3191{,}53 + 797{,}88 p_{(L,L)}}{p_{(L,L)}^3}.$$

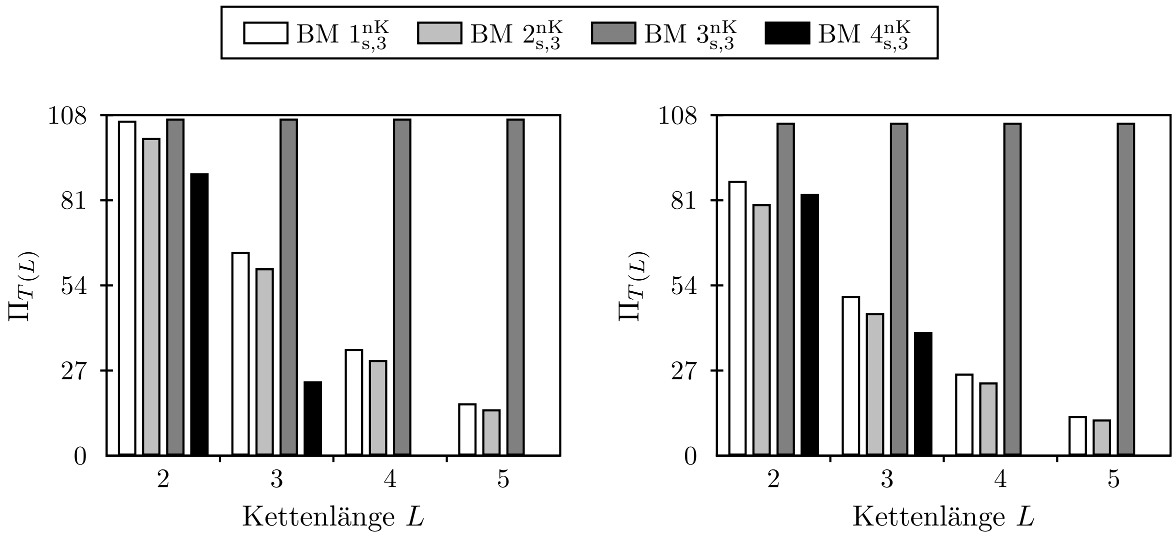
Die Höhe der erwarteten Fehlkosten ist allein abhängig vom gewählten Preis. Die Kosten $c_{(L,L)}$ beeinflussen den Verlust V somit nicht.

Der simulierte Gesamtdeckungsbeitrag fällt insgesamt ebenfalls geringer aus als der erwartete Gesamtdeckungsbeitrag. Alle Stufen erhalten aber mindestens einen Deckungsbeitrag, der über dem jeweils geforderten Mindestgewinn liegt.

Bei Anwendung der Berechnungsmöglichkeiten $2_{s,3}^{nK}$ und $3_{s,3}^{nK}$ erwarten und erhalten, wie bei einer linearen Nachfragefunktion, alle Stufen $l \in [2, L]$, $L \in [2, 5]$ Deckungsbeiträge in Höhe ihrer geforderten Mindestgewinne.[673] Die erste Stufe erhält einen Deckungsbeitrag in Höhe des Gesamtdeckungsbeitrags abzüglich der geforderten Mindestgewinne der Nachfolgestufen.

Für die Berechnungsmöglichkeit $4_{s,3}^{nK}$ können nur Lösungen für Ketten mit der Länge $L \leq 3$ gefunden werden. Anders als bei einer linearen Nachfragefunktion, bei der ab Stufe $L = 4$ die letzte Stufe keinen wenigstens dem geforderten Mindestgewinn entsprechenden Deckungsbeitrag erwarten kann,[674] ist bei einer multiplikativen Nachfragefunktion keine Lösung auffindbar.[675]

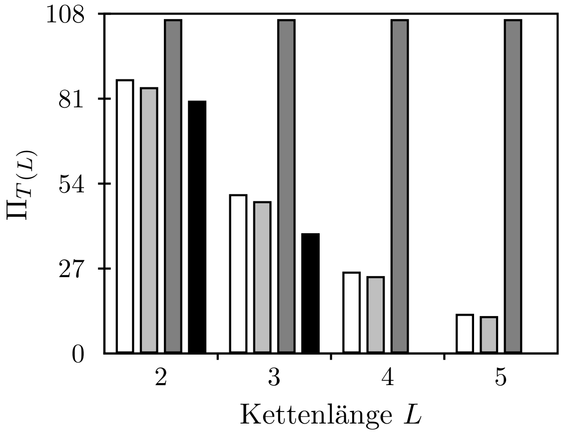
In Abb. 5.49 sind die simulierten Gesamtdeckungsbeiträge für alle sechs Beispiele dargestellt.[676]



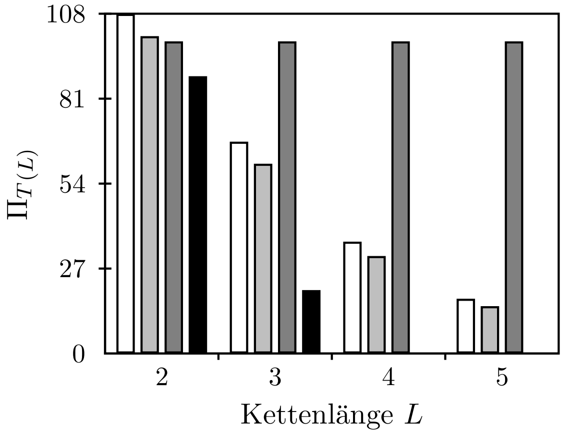
(a) Beispiel 1

(b) Beispiel 2

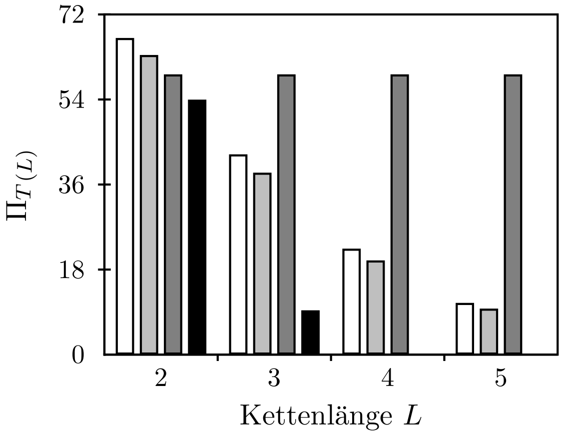
[673] Bei einer multiplikativen Nachfragefunktion wird aufgrund der gewählten Parameter auch bei einer Kettenlänge von $L = 5$ ein Vertrag zwischen den Kettengliedern geschlossen, wenn Berechnungsmöglichkeit $2_{s,3}^{nK}$ angewandt wird.
[674] Siehe z. B. Abb. 5.26, S. 292.
[675] Die Lösungen erhalten komplexe Zahlen.
[676] Die Ergebnisse einer Berechnungsmöglichkeit sind für die untersuchten Kettenlängen $L \in [2, 5]$ aller sechs Beispiele jeweils in einer Tabelle zusammengefasst und der Übersichtlichkeit halber unter A.3.5.1, S. 446 ff., aufgeführt. Die Unterteilung jeder dieser Tabellen erfolgt analog zu Abschnitt 5.1.2.1.



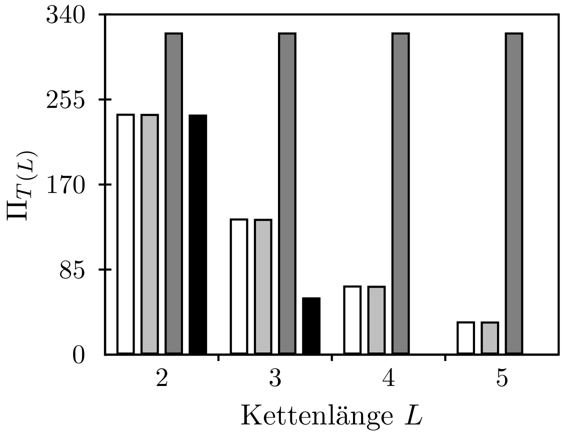
(c) Beispiel 3



(d) Beispiel 4



(e) Beispiel 5



(f) Beispiel 6

Abb. 5.49: Simulierte Gesamtdeckungsbeiträge für die Berechnungsmöglichkeiten $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ bis $4^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ bei Kettenlängen von $L \in [2, \ldots, 5]$

Die Abb. 5.49 zeigt, dass auch bei einer multiplikativen Nachfragefunktion der Gesamtdeckungsbeitrag mit zunehmender Kettenlänge für alle Berechnungsmöglichkeiten fällt. Nur wenn der Hersteller den Endverkaufspreis vorgibt (Berechnungsmöglichkeit $3^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$), bleibt der Gesamtdeckungsbeitrag gleich hoch. Anders als bei einer linearen Nachfragefunktion kann der Gesamtdeckungsbeitrag mittels Berechnungsmöglichkeit $4^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ im Vergleich zu Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ nicht gesteigert werden. Allein die letzte Stufe ($l = L$) profitiert insofern von Berechnungsmöglichkeit $4^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ im Vergleich zu Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$, als dass sie aufgrund der Antizipation des Nachfrageschocks einen simulierten Deckungsbeitrag erhält, der dem erwarteten Deckungsbeitrag entspricht.[677] Allerdings sinkt der Deckungsbeitrag für alle Stufen im Vergleich zu Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$, so dass bei Anwendung der Berechnungsmöglichkeit $4^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ insgesamt, verglichen mit Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$, ein geringerer Gesamtdeckungsbeitrag entsteht.

[677] Dies kann anhand der entsprechenden Tabellen abgelesen werden. Siehe A.3.5.1, S. 446 ff.

Vergleicht man die Gesamtdeckungsbeiträge des Beispiels 2 mit denen des Beispiels 3 (Abb. 5.49(b) und Abb. 5.49(c)), so fällt auf, dass die unterschiedlich gewählten Strafkosten bei Konstanz der übrigen Parameter bei den Berechnungsmöglichkeiten $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ und $3^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ so gut wie keine Auswirkungen haben.[678] Bei der Vorgabe eines externen Preises (Berechnungsmöglichkeit $2^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$) kann der Gesamtdeckungsbeitrag allerdings um bis zu 7 % gesteigert werden. Hier zeigt sich, dass bei Beispiel 3 aufgrund der geringeren Kosten für die Beseitigung von Restposten bei gleichem Verkaufspreis mehr Produkte angeboten werden.

Die gewählten Werte der Beispiele 4 und 5 unterscheiden sich lediglich im Parameter b (Beispiel 4: $b = 3{,}2$, Beispiel 5: $b = 3{,}5$). Diese scheinbar geringe Erhöhung von b resultiert in einer Verringerung des Gesamtdeckungsbeitrags um bis zu 54 % je nach Kettenlänge und Berechnungsmöglichkeit. Für eine Kettenlänge von $L = 2$ ist bei diesen beiden Beispielen der Gesamtdeckungsbeitrag für Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ größer als für Berechnungsmöglichkeit $3^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$. Dies folgt aus der Wahl der Parameterwerte. So kann der Hersteller durch das Festlegen eines Verkaufspreises im Vergleich zu Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ seinen Deckungsbeitrag um 66 % in Beispiel 4 bzw. um 50 % in Beispiel 5 steigern. Die letzte Stufe ($l{=}L$) muss allerdings dafür einen tatsächlichen Deckungsbeitragsverlust von ca. 97 % in beiden Beispielen hinnehmen. Der Verlust ist so groß, dass dieser in der Summation den Deckungsbeitragszuwachs des Herstellers nicht ausgleicht (Abb. 5.49(d) und Abb. 5.49(e)).

Für Beispiel 6 wurde letztendlich eine geringe Abweichung vom Nachfrageschock gewählt. An Abb. 5.49(f) erkennt man für alle dargestellten Kettenlängen, dass die Auswirkungen einer Nicht-Antizipation bzw. Antizipation des Nachfragschocks bei identischen Verkaufspreisen auf die angebotenen Mengen praktisch vernachlässigbar sind (Berechnungsmöglichkeiten $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ und $2^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$). Durch Berechnungsmöglichkeit $3^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ wird wieder der höchste Gesamtdeckungsbeitrag generiert, wobei der Hersteller nahezu den gesamten Deckungsbeitrag erhält (abzüglich der von den anderen Stufen geforderten Mindestgewinne). Nur bei einer Kettenlänge von $L = 2$ kann mittels Berechnungsmöglichkeit $4^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ ein ebenso hoher Gesamtdeckungsbeitrag erwirtschaftet werden wie mit den Berechnungsmöglichkeiten $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ und $2^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$. Die Deckungsbeiträge der ersten und zweiten Stufe unterscheiden sich dabei nur unerheblich von den durch Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ erzielbaren Deckungsbeiträgen. Der Grund, dass bereits bei einer Kettenlänge von $L = 3$ weniger als die Hälfte des Gesamtdeckungsbeitrag durch die Berechnungsmöglichkeit $4^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ im Vergleich zu Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ erwirtschaftet werden kann und auch die Verteilung der Deckungsbeiträge für die drei Stufen unterschiedlich ist, soll anhand der folgenden Abbildungen erklärt werden.[679] Abb. 5.50 stellt den erwarteten Deckungsbeitrag der dritten Stufe dar, nachdem die Stufe $l = 3$ ihren erwarteten Deckungsbeitrag jeweils zum einen mit Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ und zum anderen mit Berechnungsmöglichkeit $4^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ maximiert hat.

[678] Sind die Kosten für die Beseitigung von Restposten geringer als die Kosten zum Ausgleich von Fehlmengen (Beispiel 3, im Vergleich zu Beispiel 2), kann bei den Berechnungsmöglichkeiten $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ und $3^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ der Gesamtdeckungsbeitrag um maximal 0,62 % gesteigert werden.

[679] Dies kann auch analog auf die Beispiele 1 bis 5 übertragen werden.

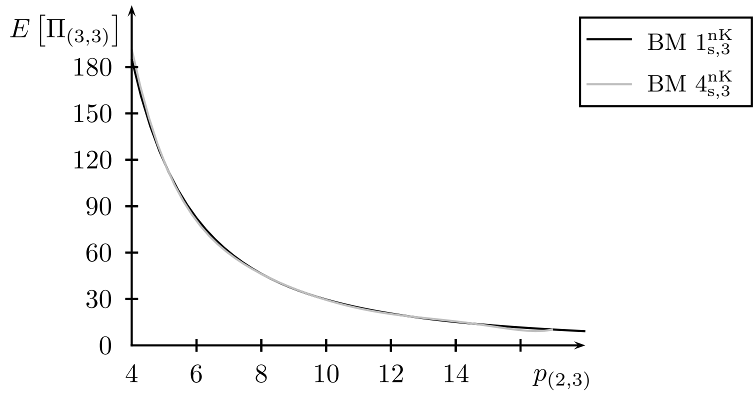
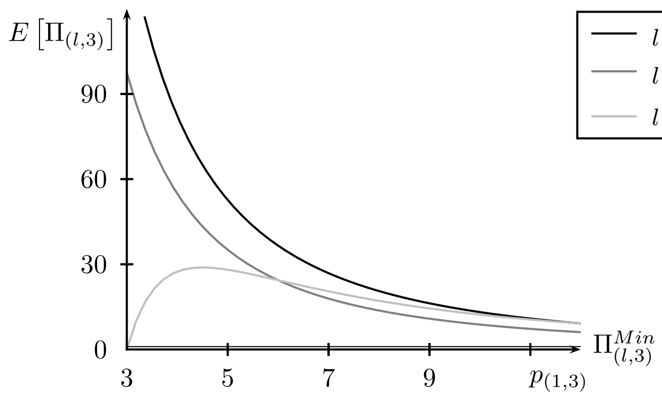
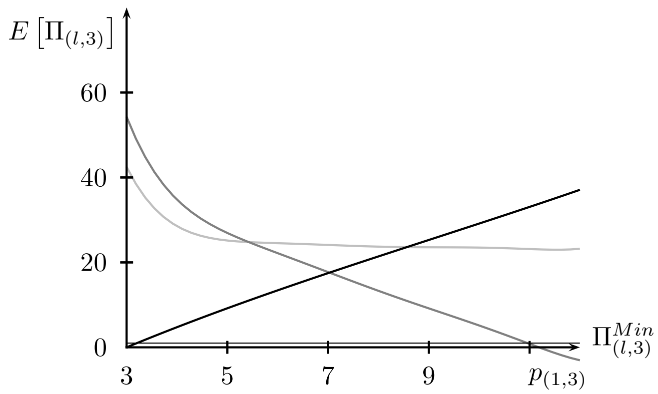


Abb. 5.50: Erwarteter Deckungsbeitrag der Stufe $l = 3$ in Abhängigkeit von $p_{(2,3)}$ für die Berechnungsmöglichkeiten $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ und $4^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$

Es ist zu sehen, dass die erwarteten Deckungsbeiträge beider Berechnungsmöglichkeiten nahezu identisch sind, obwohl bei Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ kein Nachfrageschock antizipiert worden ist. Erst nachdem die Stufe $l = 2$ ihren Deckungsbeitrag maximiert hat, werden die Unterschiede beider Berechnungsmöglichkeiten deutlich, wie Abb. 5.51 zeigt.



(a) Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$



(b) Berechnungsmöglichkeit $4^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$

Abb. 5.51: Erwartete Deckungsbeiträge der Stufen $l \in [1, 3]$ in Abhängigkeit von $p_{(1,3)}$ für die Berechnungsmöglichkeiten $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ und $4^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$

Die erwarteten Deckungsbeiträge der einzelnen Stufen der Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ (Abb. 5.51(a)) folgen dem Verlauf der Deckungsbeiträge, wie sie auch bei einer deterministischen Nachfrage auftreten.[680] Bei Anwendung von Berechnungsmöglichkeit $4^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ fällt der erwartete Deckungsbeitrag der Stufe $l = 2$ mit steigendem Preis $p_{(1,3)}$ so, dass ab einem Preis $p_{(1,3)} > 11$ der geforderte Mindestgewinn unterschritten wird. Der erwartete Deckungsbeitrag der ersten Stufe steigt mit steigendem Preis $p_{(1,3)}$. Die erste Stufe muss allerdings den Preis $p_{(1,3)} = 11$ wählen, damit alle Stufen wenigstens ihre geforderten Mindestgewinne erhalten. Damit erwartet die erste Stufe den höchsten und die letzte Stufe den zweithöchsten Deckungsbeitrag. Die zweite Stufe erwartet gerade einen Deckungsbeitrag in Höhe des geforderten Mindestgewinns.

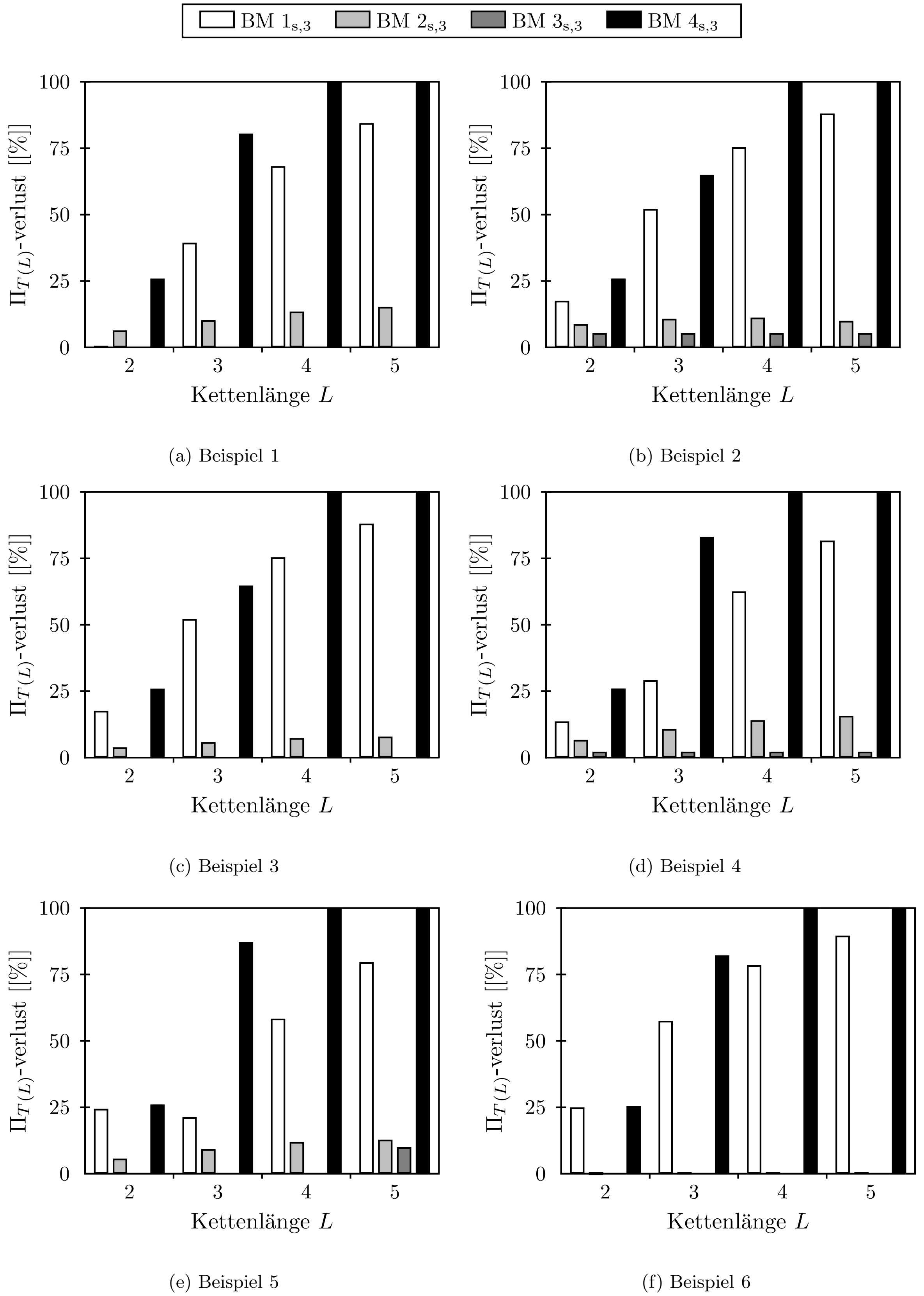
Die Stufe $l = 1$ profitiert als einzige von Berechnungsmöglichkeit $4^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$. Sie erwartet einen höheren Deckungsbeitrag als durch Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$. Für alle anderen Stufen sinkt der erwartete Deckungsbeitrag, so dass in der Summe bei der Berechnungsmöglichkeit $4^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ ein niedriger Gesamtdeckungsbeitrag erwartet wird als bei Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$.

Die kooperative Kette

Für die in Tab. 5.45 definierten sechs Beispiele sollen in diesem Abschnitt die numerischen Ergebnisse einer kooperativen Kette mit denen einer nicht-kooperativen Kette verglichen werden.[681] Die Vorgehensweise entspricht derjenigen bei einer linearen Nachfragefunktion.[682] Auch hier wird angenommen, dass keinem Kettenglied Kooperationskosten entstehen und jedes Kettenglied einen Mindestgewinn fordert, der dem Maximum von Mindestgewinn und erwartetem Deckungsbeitrag bei Nicht-Kooperation entspricht.[683]

In Abb. 5.52 auf der nächsten Seite ist der Verlust hinsichtlich des Gesamtdeckungsbeitrags dargestellt, wenn die Kettenglieder nicht miteinander kooperieren. Es zeigt sich, dass eine Kooperation für jede Kettenlänge und für jede Berechnungsmöglichkeit mit Ausnahme von Berechnungsmöglichkeit $3^{\mathrm{K}}_{\mathrm{s},3}$ rentabel ist. Je höher die Anzahl der Glieder einer Kette, desto sinnvoller ist eine Kooperation der Kettenglieder. Gerade bei der Preis- und Mengenbestimmung durch Berechnungsmöglichkeit $4^{\mathrm{K}}_{\mathrm{s},3}$ bei einer Kettenlänge von $L = 4$ und $L = 5$ können die einzelnen Stufen mindestens ihren geforderten Mindestgewinn erhalten, wenn sie kooperieren. Bei Nicht-Kooperation kam kein Vertrag zwischen den Parteien zustande, da wenigstens ein Kettenglied seinen Mindestgewinn nicht erhalten hat.[684]

[680] Siehe auch Abb. 5.33, S. 310.
[681] Die tabellarische Zusammenfassung der Ergebnisse einer kooperativen Kette findet sich unter A.3.5.2, S. 459 ff.
[682] Siehe Abschnitt 5.1.1.1, S. 244 ff.
[683] Siehe (5.22) und (5.23), S. 299.
[684] Die entsprechenden Tabellen finden sich unter A.3.5.1, S. 446 ff.



(a) Beispiel 1
(b) Beispiel 2
(c) Beispiel 3
(d) Beispiel 4
(e) Beispiel 5
(f) Beispiel 6

Abb. 5.52: Verlust von Gesamtdeckungsbeitrag im Falle der Nicht-Kooperation im Vergleich zur Kooperation

Stellt man die simulierten Gesamtdeckungsbeiträge bei Nicht-Kooperation und Kooperation eines Beispiels für jede Kettenlänge und jede Berechnungsmöglichkeit gegenüber, wie in Abb. 5.53 dargestellt, so erkennt man, dass der Gesamtdeckungsbeitrag bei einer Kooperation, unabhängig von der verwendeten Berechnungsmöglichkeit, gleich hoch ist.[685]

[685] Eine Ausnahme bildet die Berechnungsmöglichkeit $2^{\mathrm{K}}_{\mathrm{s},3}$. Aufgrund des vorgeschriebenen Verkaufspreises, der dem optimalen Verkaufspreis der Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ einer Kettenlänge L bei Nicht-Kooperation entspricht, kann der Gesamtdeckungsbeitrag bei einer Kooperation nicht für alle Kettenlängen identisch sein.

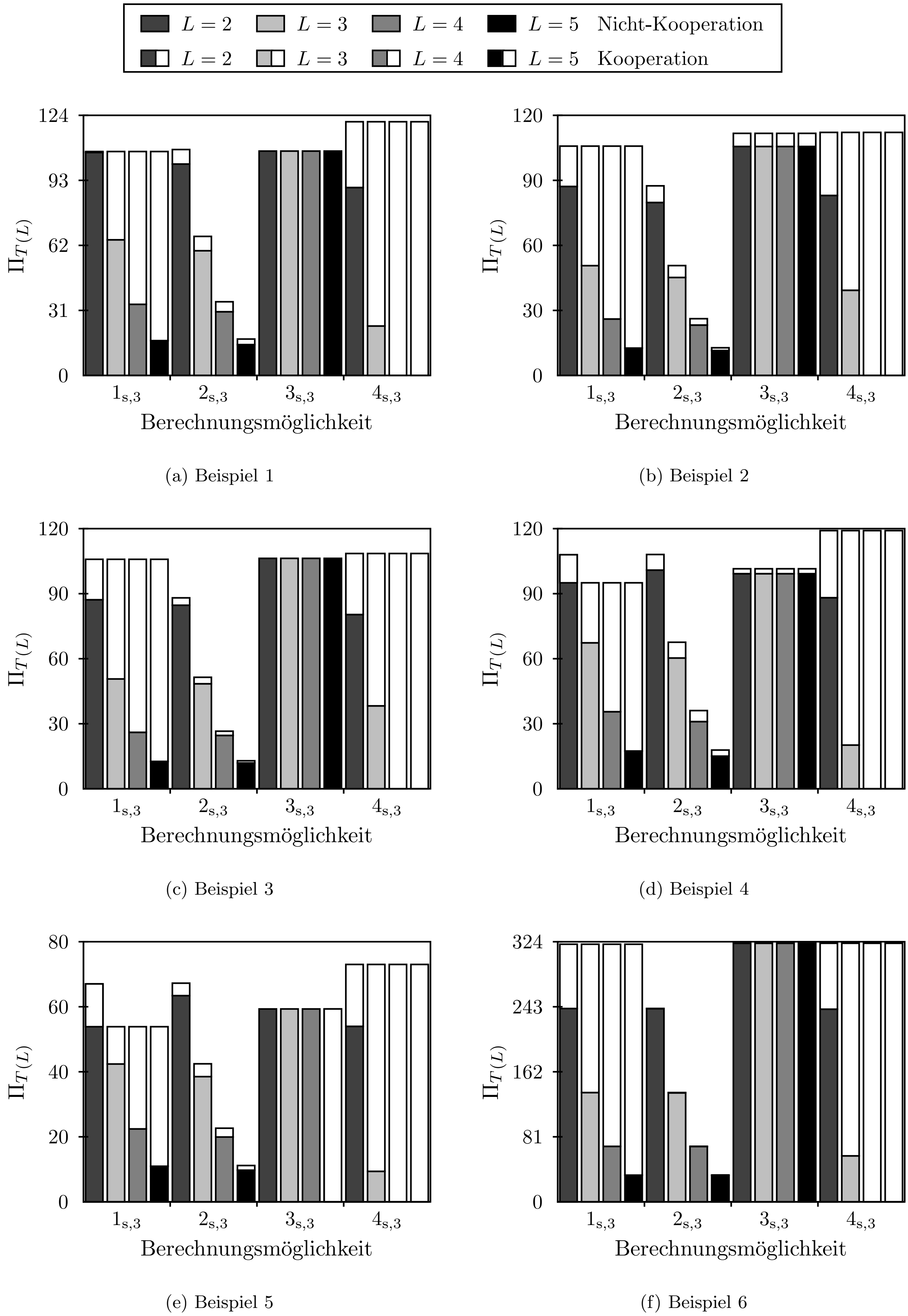


Abb. 5.53: Simulierter Gesamtdeckungsbeitrag bei Nicht-Kooperation und Kooperation

In Beispiel 1, Abb. 5.53(a), kann durch eine Kooperation mit Hilfe der Berechnungsmöglichkeiten $1^{\mathrm{K}}_{\mathrm{s},3}$ und $3^{\mathrm{K}}_{\mathrm{s},3}$ für jede Kettenlänge nahezu der gleiche Gesamtdeckungsbeitrag erzielt werden.[686] Die Kette erhält nur durch die Anwendung von Berechnungsmöglichkeit $4^{\mathrm{K}}_{\mathrm{s},3}$ einen höheren Deckungsbeitrag. Zwar steigt bei Berechnungsmöglichkeit $4^{\mathrm{K}}_{\mathrm{s},3}$ im Vergleich zu Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{K}}_{\mathrm{s},3}$ der Preis und die angebotene Menge sinkt. Durch die Antizipation des auftretenden Nachfrageschocks kann die Diskrepanz von erwartetem und simuliertem Deckungsbeitrag der letzten Stufe jedoch vermieden werden, so dass letztendlich der erwartete Gesamtdeckungsbeitrag dem simulierten Gesamtdeckungsbeitrag entspricht. Im Vergleich zu Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{K}}_{\mathrm{s},3}$ wird in Berechnungsmöglichkeit $3^{\mathrm{K}}_{\mathrm{s},3}$ die angebotene Menge aufgrund des Kostenverhältnisses leicht erhöht. Insgesamt kann dadurch eine geringe Steigerung des Gesamtdeckungsbeitrags (0,2 %) erreicht werden.

In Beispiel 2, Abb. 5.53(b), verhält es sich anders. Hier liefern die Berechnungsmöglichkeiten $3^{\mathrm{K}}_{\mathrm{s},3}$ und $4^{\mathrm{K}}_{\mathrm{s},3}$ gleich hohe Gesamtdeckungsbeiträge. Nur bei Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{K}}_{\mathrm{s},3}$ kommt es wegen des Kostenfaktors und der Nichtbeachtung des Nachfrageschocks zu einer Abweichung des erwarteten vom simulierten Deckungsbeitrag der letzten Stufe, so dass der Gesamtdeckungsbeitrag geringer ausfällt als bei den Berechnungsmöglichkeiten $3^{\mathrm{K}}_{\mathrm{s},3}$ und $4^{\mathrm{K}}_{\mathrm{s},3}$.

Die Ergebnisse des Beispiels 3, Abb. 5.53(c), sind ähnlich den Ergebnissen des Beispiels 1. Hier kann allerdings der Gesamtdeckungsbeitrag durch Berechnungsmöglichkeit $4^{\mathrm{K}}_{\mathrm{s},3}$ im Vergleich zu den anderen Berechnungsmöglichkeiten nur um maximal 2,53 % gesteigert werden. Der zusätzliche Deckungsbeitrag ist bei der Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ bei einer Kettenlänge von $L = 2$ so hoch, dass die Differenz vom erwarteten und simulierten Deckungsbeitrag der letzten Stufe ausgeglichen werden kann.

Bei den Beispielen 4 und 5, Abb. 5.53(d) und Abb. 5.53(e), kann der Gesamtdeckungsbeitrag, berechnet durch Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{K}}_{\mathrm{s},3}$, durch Anwenden der Berechnungsmöglichkeit $4^{\mathrm{K}}_{\mathrm{s},3}$ bei Beispiel 4 um 20,06 % und bei Beispiel 5 um 35,56 % gesteigert werden.[687] Aber auch bei der Berechnungsmöglichkeit $3^{\mathrm{K}}_{\mathrm{s},3}$ kann im Vergleich zu Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{K}}_{\mathrm{s},3}$ der Gesamtdeckungsbeitrag nennenswert gesteigert werden, da aufgrund der Antizipation des Nachfrageschocks die angebotene Menge besser angepasst wird und letztendlich geringere Strafkosten anfallen.

Fällt der Nachfrageschock nur gering aus, wie es in Beispiel 6 angenommen wird, erzielen die Berechnungsmöglichkeiten $1^{\mathrm{K}}_{\mathrm{s},3}$, $3^{\mathrm{K}}_{\mathrm{s},3}$ und $4^{\mathrm{K}}_{\mathrm{s},3}$ nahezu den gleichen Gesamtdeckungsbeitrag. Dies zeigt Abb. 5.53(f). Insgesamt kann durch die Antizipation des Nachfrageschocks durch Berechnungsmöglichkeit $4^{\mathrm{K}}_{\mathrm{s},3}$ nur eine Steigerung des Gesamtdeckungsbeitrags von 0,02 % im

[686] Bei einer Kettenlänge von $L = 2$ kann durch Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{K}}_{\mathrm{s},3}$ der Gesamtdeckungsbeitrag im Vergleich zur Nicht-Kooperation um 0,44 % gesteigert werden. Zwar erwarten beide Kettenglieder einen Deckungsbeitrag, der dem geforderten Mindestgewinn entspricht, allerdings weicht der simulierte Deckungsbeitrag der letzten Stufe so stark vom erwarteten Deckungsbeitrag ab, dass der Ausgleich dieses Verlustes durch eine Aufteilung des zusätzlichen Deckungsbeitrags nicht möglich ist, ohne dass die Mindestgewinnanforderungen verletzt werden, wie in Tab. A.35(a), S. 460, abzulesen ist. Ex ante ist also von einer Kooperation abzusehen, wenn bei einer Kettenlänge von $L = 2$ die Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{K}}_{\mathrm{s},3}$ angewandt wird.

[687] Analog zum Beispiel 1 ist bei den Beispielen 4 und 5 für Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{K}}_{\mathrm{s},3}$ und $L = 2$ ex ante auf eine Kooperation zu verzichten. Siehe auch Tab. A.38(a), S. 466, und Tab. A.39(a), S. 468.

Vergleich zu Berechnungsmöglichkeit $1^{K}_{s,3}$ erreicht werden. Bei Berechnungsmöglichkeit $2^{K}_{s,3}$ wird im Gegensatz zu den vorherigen Beispielen 1 bis 5 der Gesamtdeckungsbeitrag durch eine Kooperation nicht gesteigert, was ebenfalls auf den geringen Nachfrageschock zurückzuführen ist.

Insgesamt zeigt sich, dass im Falle einer Kooperation je nach Nachfrageschock und Strafkosten mittels Berechnungsmöglichkeit $1^{K}_{s,3}$ ein ähnlich guter Gesamtdeckungsbeitrag erzielt werden kann wie durch Berechnungsmöglichkeit $3^{K}_{s,3}$. Im schlechtesten Fall beträgt der Verlust an Gesamtdeckungsbeitrag ca. 10 % bei Beispiel 5. Durch Berechnungsmöglichkeit $4^{K}_{s,3}$ kann im Vergleich zu den anderen Berechnungsmöglichkeiten eine Steigerung des Gesamtdeckungsbeitrags von 0,02 % (Beispiel 6) bis 35,56 % (Beispiel 5) erreicht werden.

5.2.2.2 Fazit

In Abschnitt 5.2.2[688] wurden für nicht-kooperative Ketten sowie für kooperative Ketten bei einer stochastischen multiplikativen Nachfragefunktion numerische Ergebnisse für die Berechnungsmöglichkeiten $1^{nK}_{s,3}$ bis $4^{nK}_{s,3}$ bzw. $1^{K}_{s,3}$ bis $4^{K}_{s,3}$ vorgestellt. Es wurden dabei jeweils sechs Beispiele mit zwei- bis fünfgliedrigen Ketten betrachtet.

Analog zur Tab. 5.27[689] wird auch hier für eine nicht-kooperative Kette in Tab. 5.46 dargestellt, ob zwischen den Kettengliedern ein Vertrag geschlossen wird oder nicht.[690]

	Kettenlänge L															
	2				3				4				5			
$BM^{nK}_{s,3}$	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
Bsp. 1	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✗	✓	✓	✓	✗
Bsp. 2	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✗	✓	✓	✓	✗
Bsp. 3	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✗	✓	✓	✓	✗
Bsp. 4	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✗	✓	✓	✓	✗
Bsp. 5	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✗	✓	✓	✓	✗
Bsp. 6	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✗	✓	✓	✓	✗

Tab. 5.46: Vertragsschluss im Falle einer Nicht-Kooperation

688 Siehe S. 340 ff.

689 Siehe S. 304.

690 Die Symbole haben folgende Bedeutung:

- ✓ : Alle Stufen erwarten Deckungsbeiträge in Höhe ihrer geforderten Mindestgewinne (ex ante Betrachtung) – ein Vertrag kommt zustande.
- (✓) : Alle Stufen erwarten Deckungsbeiträge in Höhe ihrer geforderten Mindestgewinne, allerdings fällt der simulierte Deckungsbeitrag für die letzte Stufe niedriger aus als der erwartete Deckungsbeitrag, so dass es im Nachhinein für die letzte Stufe besser gewesen wäre, keinen Vertrag mit den anderen Stufen zu schließen (ex post Betrachtung) – ein Vertrag kommt zustande, stellt sich im Nachhinein jedoch als nachteilhaft heraus.
- ✗ : Wenigstens eine Stufe erwartet einen Deckungsbeitrag, der unter dem geforderten Mindestgewinn liegt und lehnt deshalb einen Vertrag mit den anderen Stufen ab – es kommt kein Vertrag zustande.

Für die betrachteten Kettenlängen erwarten und erhalten alle Kettenglieder Deckungsbeiträge, die den geforderten Mindestgewinnen entsprechen, sofern die Preis-/Mengenkombinationen mit Hilfe der Berechnungsmöglichkeiten $1_{\mathrm{s},3}^{\mathrm{nK}}$ bis $3_{\mathrm{s},3}^{\mathrm{nK}}$ festgelegt worden sind. Nur bei Berechnungsmöglichkeit $4_{\mathrm{s},3}^{\mathrm{nK}}$ unterschreitet für Kettenlängen $L \geq 4$ für mindestens ein Kettenglied der erwartete Deckungsbeitrag den geforderten Mindestgewinn, so dass zwischen den Kettengliedern kein Vertrag zustande kommt.

Eine Kooperation ist bei einer multiplikativen Nachfragefuntion nicht immer für alle Kettenglieder vorteilhaft, auch wenn keine Kooperationskosten anfallen. Tab. 5.47 zeigt, bei welchen Kettenlängen und Berechnungsmöglichkeiten eine Kooperation im Vergleich zur Nicht-Kooperation ex ante, ex post lohnend oder nicht lohnend ist.[691]

	Kettenlänge L															
	2				3				4				5			
$\mathrm{BM}_{\mathrm{s},3}^{\mathrm{K}}$	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
Bsp. 1	(✓)	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Bsp. 2	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Bsp. 3	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Bsp. 4	(✓)	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Bsp. 5	(✓)	✓	✗	✓	✓	✓	✗	✓	✓	✓	✗	✓	✓	✓	✗	✓
Bsp. 6	✓	✗	✗	✓	✓	✗	✗	✓	✓	✗	✗	✓	✓	✗	✗	✓

Tab. 5.47: Vertragsschluss im Falle einer Kooperation[692]

Für die Beispiele 1 bis 4 ist eine Kooperation für jede Berechnungsmöglichkeit und jede Kettenlänge im Vergleich zu einer Nicht-Kooperation von Vorteil, sofern von erwarteten Deckungsbeiträgen ausgegangen wird. Bei den Beispielen 5 und 6 kann der Deckungsbeitrag durch Anwendung der Berechnungsmöglichkeit $3_{\mathrm{s},3}^{\mathrm{K}}$ nicht gesteigert werden. Weiter wird bei Beispiel 6 keine Kooperation stattfinden, wenn der Preis extern vorgegeben ist (Berechnungsmöglichkeit $2_{\mathrm{s},3}^{\mathrm{K}}$). Bemerkenswert ist, dass der Gesamtdeckungsbeitrag bei einer Kettenlänge von $L = 2$ und Anwendung der Berechnungsmöglichkeit $1_{\mathrm{s},3}^{\mathrm{K}}$ für die Beispiele 1, 4 und 5 gesteigert werden kann, ex post aber der Unterschied von erwartetem und simuliertem Deckungsbeitrag der letzten Stufe so groß ist, dass der durch die Kooperation zusätzlich erwirtschaftete Deckungsbeitrag im Gegensatz zu den anderen Beispielen nicht ausreicht, um diese Differenz auszugleichen.

691 Für die sechs Beispiele wurde festgelegt, dass keine Kooperationskosten anfallen, so dass sich tatsächlich für jede Berechnungsmöglichkeit eine Kooperation lohnt. Allerdings wird zum Zwecke einer deutlicheren Darstellung hier davon ausgegangen, dass bei einem zusätzlichen Deckungsbeitrag von $\Delta\Pi_T \leq 1\%$ auf eine Kooperation verzichtet wird.

692 Siehe Fußnote 690 zur Erläuterung der Symbole.

5.3 Zusammenfassung

Im 5. Kapitel wurden Supply Chains mit unbestimmter Länge $L \geq 2$ bei einer deterministischen und einer stochastischen Marktnachfrage betrachtet, denen jeweils wie in den vorherigen Kapiteln eine lineare sowie eine multiplikative Nachfragefunktion zugrunde gelegt wurde.

Deterministische Marktnachfrage

Bei der Betrachtung der deterministischen Marktnachfrage wurde danach unterschieden, ob lokale oder globale Informationen innerhalb der Kette zur Verfügung stehen.

Liegen in der Supply Chain nur *lokale Informationen* vor, so kann keine der Stufen $l \in [1, L-1]$ antizipieren, welche Menge die jeweils zu beliefernde Stufe bestellen wird. Damit kann auch nicht der optimale Verkaufspreis $p^*_{(l,L)}$ berechnet werden, so dass jede Stufe deshalb einen Aufschlag $\gamma_{(l,L)}$ auf ihre Kosten $c_{(l,L)}$ verlangen wird.

Die Gegenüberstellung der Ergebnisse einer linearen und einer multiplikativen Nachfragefunktion in Tab. 5.48 auf der nächsten Seite zeigt, dass die gewählten Preise der Stufen $l \in [1, L-1]$ unabhängig von der Art der Nachfragefunktion sind, da jeweils lediglich Aufschläge auf die Preise genommen werden. Nur die Stufe $l = L$ kann ihren Deckungsbeitrag maximieren. Daher unterscheidet sich bei dieser Stufe der optimale Preis bei den jeweiligen Nachfragefunktionen. Für eine lineare Nachfragefunktion lautet der optimale Preis der Stufe L

$$p^*_{(L,L)} = \frac{a + bc_{(L,L)}}{2b}.$$

Für eine multiplikative Nachfragefunktion lautet er

$$p^*_{(L,L)} = \frac{bc_{(L,L)}}{b-1}.$$

Daraus resultierend werden unterschiedliche Mengen nachgefragt und am Markt angeboten. Der optimale Deckungsbeitrag der letzten Stufe hängt bei beiden Nachfragefunktionen von den Parametern der Nachfragefunktion und den Herstellungskosten der ersten Stufe sowie den Aufschlägen der einzelnen Stufen ab. Die Deckungsbeiträge der Stufen $l \in [1, L-1]$ werden jeweils für die lineare und multiplikative Nachfragefunktion durch die gleiche Formel berechnet. Wegen der unterschiedlich nachgefragten Mengen unterscheiden sich die Ergebnisse aber letztlich.

Auch der Gesamtdeckungsbeitrag wird für beide Nachfragefunktionen durch die gleiche Formel berechnet, unterscheidet sich aber im Ergebnis aufgrund des unterschiedlichen Preises $p^*_{(L,L)}$ und der unterschiedlichen Menge $q^*_{(L,L)}$.

	Nachfragefunktion	
	linear	multiplikativ
Stufe l, $l \in \{1, 2, \ldots, L-1\}$		
(optimaler) Preis $p^{(*)}_{(l,L)}$	$c_{(1,L)} \prod_{i=1}^{l} \gamma_{(i,L)}$	
optimale Menge $q^*_{(l,L)}$	$\frac{a-bc_{(L,L)}}{2}$	$a\left(\frac{bc_{(L,L)}}{b-1}\right)^{-b}$
maximaler Deckungsbeitrag $\Pi^*_{(l,L)}$	$(\gamma_{(l,L)} - 1)q^*_{(l,L)}c_{(1,L)} \prod_{i=1}^{l-1} \gamma_{(i,L)}$	
Stufe $l = L$		
optimaler Preis $p^*_{(L,L)}$	$\frac{a+bc_{(L,L)}}{2b}$	$\frac{bc_{(L,L)}}{b-1}$
optimale Menge $q^*_{(l,L)}$	$\frac{a-bc_{(L,L)}}{2}$	$a\left(\frac{bc_{(L,L)}}{b-1}\right)^{-b}$
optimaler Deckungsbeitrag $\Pi^*_{(L,L)}$	$\frac{(a-bc_{(L,L)})^2}{4b}$	$\frac{p^*_{(L,L)}q^*_{(L,L)}}{b}$
Lieferkette		
Deckungsbeitrag $\Pi^*_{T(L)}$	$(p^*_{(L,L)} - c_{(1,L)})q^*_{(L,L)}$	

Tab. 5.48: Ergebnisse für eine deterministische Marktnachfrage bei lokaler Information für $L \geq 2$ mit $c_{(L,L)} = c_{(1,L)} \prod_{i=1}^{(L-1)} \gamma_{(i,L)}$

Liegen die Informationen hingegen *global* vor, wurde danach unterschieden, ob die einzelnen Kettenglieder nicht kooperieren oder eine Kooperation eingehen. Es wurde auf die im vierten Kapitel vorgestellten vier Berechnungsmöglichkeiten zurückgegriffen mit dem Zusatz, dass – unabhängig von der Berechnungsmöglichkeit – auftretende Zwischenhändler ihren Deckungsbeitrag durch die Berechnung ihres optimalen Preises maximieren.[693] Für jede der vier Berechnungsmöglichkeiten wurde zunächst die Preis- und/oder Mengenkombination für eine dreigliedrige Kette ($L = 3$) algebraisch bestimmt, welche die Deckungsbeiträge der einzelnen Stufen maximiert. Im Anschluss wurden sodann algebraische Lösungen für eine Kette mit unbestimmter Länge vorgestellt.

Für Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$ konnten bei einer Kette mit $L = 3$ Gliedern und einer linearen Nachfragefunktion insgesamt vier verschiedene Lösungen vorgestellt werden, die jeweils abhängig von den geforderten Mindestgewinnen der einzelnen Kettenglieder sind.[694] Für eine multiplikative Nachfragefunktion hingegen konnte aufgrund der auftretenden Komplexität der Berechnungen nur eine Lösung gefunden werden, die zudem nur für bestimmte Mindestgewinnanforderungen der Kettenglieder gilt.[695]

693 Siehe Berechnungsmöglichkeiten bei Nicht-Kooperation, S. 221 ff., und Berechnungsmöglichkeiten bei Kooperation, S. 244 ff.

694 Siehe Tab. 5.2, S. 228, Tab. 5.3, S. 229, Tab. 5.4, S. 230, und Tab. 5.5, S. 232.

695 Diese wurden jeweils als Beschränkung 1 definiert, siehe Tab. 5.2, S. 228, für eine lineare Nachfragefunktion und Tab. 5.30, S. 311, für eine multiplikative Nachfragefunktion.

Für beide Nachfragefunktionen wurden die Ergebnisse für Ketten mit $L \geq 2$ verallgemeinert, die der Beschränkung

$$\Pi_{(l,L)}^{Min} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{(L+l-2)} \frac{(a - bc_{(1,L)})^2}{4b}$$

bei einer linearen Nachfragefunktion und

$$\Pi_{(l,L)}^{Min} \leq \left(\frac{b-1}{b}\right)^{L-l} \frac{a}{b} \left(\frac{b^L c_{(1,L)}}{(b-1)^L}\right)^{1-b}$$

bei einer multiplikativen Nachfragefunktion unterlagen. Nur bei Berücksichtigung dieser Beschränkungen ergaben sich folgende optimale Lösungen, die unabhängig von der Höhe der geforderten Mindestgewinne sind:

	Nachfragefunktion	
	linear	multiplikativ
Stufe l, $l \in \{1, 2, \ldots, L\}$		
Preis $p^*_{(l,L)}$	$\frac{(2^l-1)a+bc_{(1,L)}}{2^l b}$	$\frac{b^l c_{(1,L)}}{(b-1)^l}$
Menge $q^*_{(l,L)}$	$\frac{a-bc_{(1,L)}}{2^L}$	$a\left(\frac{b^L c_{(1,L)}}{(b-1)^L}\right)^{-b}$
Deckungsbeitrag $\Pi^*_{(l,L)}$	$\left(\frac{1}{2}\right)^{(L+l-2)} \frac{(a-bc_{(1,L)})^2}{4b}$	$a\frac{b^{(l-1)}c_{(1,L)}}{(b-1)^l}\left(\frac{b^L c_{(1,L)}}{(b-1)^L}\right)^{-b}$
Lieferkette		
Deckungsbeitrag $\Pi^*_{T(L)}L$	$\frac{2^L-1}{2^{(2L-2)}} \frac{(a-bc_{(1,L)})^2}{4b}$	$\frac{a(b-1)^{(b-1)L}\left(b^L-(b-1)^L\right)c_{(1,L)}^{(1-b)}}{b^{bL}}$

Tab. 5.49: Ergebnisse für Berechnungsmöglichkeit $1_{\mathrm{d},3}^{\mathrm{nK}}$ und Beschränkung M_1

Der Gesamtdeckungsbeitrag fällt mit steigender Kettenlänge. Bei einer linearen Nachfragefunktion ist der Faktor, der die Höhe des Gesamtdeckungsbeitrags beeinflusst, allein von der betrachteten Kettenlänge, bei einer multiplikativen Nachfragefunktion hingegen ist der Faktor sowohl von der Kettenlänge L als auch von den Parametern a, b und $c_{(1,L)}$ abhängig.

Bei den Berechnungsmöglichkeiten $2_{\mathrm{d},3}^{\mathrm{nK}}$ und $3_{\mathrm{d},3}^{\mathrm{nK}}$ und einer Kette der Länge $L = 3$ ergab sich, dass, sofern die Summe der geforderten Mindestgewinne der einzelnen Stufen höchstens dem erzielbaren Gesamtdeckungsbeitrag entsprach, Preisbereiche für die einzelnen Stufen bestimmt werden konnten, bei denen zwei Stufen jeweils nur einen Deckungsbeitrag in Höhe ihres geforderten Mindestgewinns erzielten, wohingegen die dritte Stufe den verbleibenden Deckungsbeitrag erhielt.

Für die Verallgemeinerung der Berechnungsmöglichkeiten $2_{\mathrm{d},3}^{\mathrm{nK}}$ und $3_{\mathrm{d},3}^{\mathrm{nK}}$ auf eine Kette mit unbestimmter Länge wurde der Fall zugrunde gelegt, dass die erste Stufe den verbleibenden

Deckungsbeitrag erhält und die übrigen Stufen nur einen Deckungsbeitrag in Höhe ihres Mindestgewinns bekommen.

Die Lösungen für die beiden Nachfragefunktionen für Berechnungsmöglichkeit $2^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$ sind in Tab. 5.50 angegeben.

	Nachfragefunktion	
	linear	multiplikativ
Stufe $l = 1$		
Preis $p^*_{(l,L)}$	$\bar{p}_L - \frac{\sum_{i=2}^{L} \Pi^{Min}_{(i,L)}}{q^*_{(L,L)}}$	
Menge $q^*_{(l,L)}$	$a - b\bar{p}_L$	$a\bar{p}_L^{(-b)}$
Deckungsbeitrag $\Pi^*_{(l,L)}$	$(\bar{p}_L - c_{(1,L)})q^*_{(L,L)} - \sum_{i=2}^{L} \Pi^{Min}_{(i,L)}$	
Stufe l, $L > 2, l \in \{2, \ldots, L-1\}$		
Preis $p^*_{(l,L)}$	$\bar{p}_L - \frac{\sum_{i=l+1}^{L} \Pi^{Min}_{(i,L)}}{q^*_{(L,L)}}$	
Menge $q^*_{(l,L)}$	$a - b\bar{p}_L$	$a\bar{p}_L^{(-b)}$
Deckungsbeitrag $\Pi^*_{(l,L)}$	$\Pi^{Min}_{(l,L)}$	
Stufe $l = L$		
Preis $\bar{p}_L$	$\bar{p}_L$	$\bar{p}_L$
Menge $q^*_{(L,L)}$	$a - b\bar{p}_L$	$a\bar{p}_L^{(-b)}$
Deckungsbeitrag $\Pi^*_{(L,L)}$	$\Pi^{Min}_{(L,L)}$	
Lieferkette		
Deckungsbeitrag $\Pi^*_{T(L)}L$	$(\bar{p}_L - c_{(1,L)})q^*_{(L,L)}$	

Tab. 5.50: Ergebnisse für Berechnungsmöglichkeit $2^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$

Tab. 5.50 zeigt, dass sich die algebraischen Lösungsterme von linearer und multiplikativer Nachfragefunktion lediglich in der Berechnung der von der letzten Stufe bestellten Menge $q^*_{(L,L)}$ unterscheiden.

Bei Berechnungsmöglichkeit $3^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$ wird der letzten Stufe der Verkaufspreis $\bar{p}_L$ im Gegensatz zur Berechnungsmöglichkeit $2^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$ nicht extern, sondern von der ersten Stufe vorgeschrieben. Der vorgeschriebene Preis $\bar{p}_L$ lautet für eine lineare Nachfragefunktion

$$\bar{p}_L = \frac{a + bc_{(1,L)}}{2b}$$

und für eine multiplikative Nachfragefunktion

$$\bar{p}_L = \frac{bc_{(1,L)}}{b-1}.$$

Daraus resultieren die Ergebnisse der Berechnungsmöglichkeit $3^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$, die in der folgenden Tabelle angegeben sind.

	Nachfragefunktion: linear	Nachfragefunktion: multiplikativ
Stufe $l = 1$		
Preis $p^*_{(l,L)}$	$p^*_{(L,L)} - \frac{\sum_{i=2}^{L} \Pi^{Min}_{(i,L)}}{q^*_{(l,L)}}$	
Menge $q^*_{(l,L)}$	$\frac{a-bc_{(1,L)}}{2}$	$a\left(\frac{bc_{(1,L)}}{b-1}\right)^{-b}$
Deckungsbeitrag $\Pi^*_{(l,L)}$	$(p^*_{(L,L)} - c_{(1,L)})q^*_{(l,L)} - \sum_{i=2}^{L} \Pi^{Min}_{(i,L)}$	
Stufe $l,\ L > 2, l \in \{2, \ldots, L-1\}$		
Preis $p^*_{(l,L)}$	$p^*_{(L,L)} - \frac{\sum_{i=l+1}^{L} \Pi^{Min}_{(i,L)}}{q^*_{(l,L)}}$	
Menge $q^*_{(l,L)}$	$\frac{a-bc_{(1,L)}}{2}$	$a\left(\frac{bc_{(1,L)}}{b-1}\right)^{-b}$
Deckungsbeitrag $\Pi^*_{(l,L)}$	$\Pi^{Min}_{(l,L)}$	
Stufe $l = L$		
Preis $\bar{p}_L$	$\frac{a+bc_{(1,L)}}{2b}$	$\frac{bc_{(1,L)}}{b-1}$
Menge $q^*_{(L,L)}$	$\frac{a-bc_{(1,L)}}{2}$	$a\left(\frac{bc_{(1,L)}}{b-1}\right)^{-b}$
Deckungsbeitrag $\Pi^*_{(L,L)}$	$\Pi^{Min}_{(L,L)}$	
Lieferkette		
Deckungsbeitrag $\Pi^*_{T(L)}L$	$(p^*_{(L,L)} - c_{(1,L)})q^*_{(L,L)}$	

Tab. 5.51: Ergebnisse für Berechnungsmöglichkeit $3^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$

Aus Tab. 5.51 ist zu erkennen, dass die algebraischen Lösungsterme von linearer und multiplikativer Nachfragefunktion sich allein in der Berechnung des von der ersten Stufe vorgeschriebenen Preises $p^*_{(L,L)}$ und der von der letzten Stufe bestellten Menge $q^*_{(L,L)}$ unterscheiden.

Bei Berechnungsmöglichkeit $4^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$, bei der der Verkaufspreis $\bar{p}_L$ und der Preis $p^*_{(1,L)}$ von der ersten Stufe simultan festgelegt werden, entspricht die optimale Lösung aus Sicht der ersten Stufe grundsätzlich derjenigen der Berechnungsmöglichkeit $3^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$. Es kann deshalb auf die

Darstellung in Tab. 5.51 verwiesen werden. Die Ergebnisse von Berechnungsmöglichkeit $4^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$ unterscheiden sich nur dann von denen der Berechnungsmöglichkeit $3^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{d},3}$, wenn die erste Stufe aus preis- oder mengenpolitischer Sicht von ihrem optimalen Preis $p^*_{(1,L)}$ abweicht.

Ausgehend von den Ergebnissen der Nicht-Kooperation wurde anschließend der Fall der *Kooperation* betrachtet. Dabei wurden die Ergebnisse der vier Berechnungsmöglichkeiten für den Fall der Nicht-Kooperation als Basis verwendet und daraufhin untersucht, ob und inwiefern sich die einzelnen Kettenglieder durch eine Kooperation besser stellen würden. Eine Kooperation zwischen den Stufen einer Kette findet nur dann statt, wenn die einzelnen Stufen wenigstens den Deckungsbeitrag erhalten würden, den sie auch bei einer Nicht-Kooperation bekommen hätten.

Wie schon bei einer zweigliedrigen Kette wurde auch in diesem Kapitel für eine Kette mit unbestimmter Länge gezeigt, dass aufgrund von anfallenden Kooperationskosten nur dann kooperiert wird, wenn die letzte Stufe selbst ihren Verkaufspreis festlegen kann (Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{K}}_{\mathrm{d},3}$).

Für

$$\Pi^{Min(K)}_{(l,L)} = \Pi^{Min}_{(l,L)} + \kappa_{(l,L)}, \quad \forall l \in [1, L]$$

und

$$\sum_{i=1}^{L} \Pi^{Min(K)}_{(i,L)} \leq \Pi^*_{T(L)} L$$

gilt die in Tab. 5.52 dargestellte Lösung.

	Nachfragefunktion	
	linear	multiplikativ
Stufe l, $L > 2$, $l \in \{1, \ldots, L\}$		
Menge $q^*_{(l,L)}$	$\frac{a-bc_{(1,L)}}{2}$	$a\left(\frac{bc_{(1,L)}}{b-1}\right)^{-b}$
Stufe $l = L$		
Preis $p^*_{(L,L)}$	$\frac{a+bc_{(1,L)}}{2b}$	$\frac{bc_{(1,L)}}{b-1}$
Lieferkette		
Deckungsbeitrag $\Pi^*_{T(L)} L$	$\frac{(a-bc_{(1,L)})^2}{4b}$	$\frac{p^*_{(L,L)} q^*_{(L,L)}}{b}$

Tab. 5.52: Ergebnisse für Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{K}}_{\mathrm{d},3}$

Aus Tab. 5.52 ist abzulesen, dass der Preis der letzten Stufe, die nachgefragte und die angebotene Menge sowie der Gesamtdeckungsbeitrag unabhängig von der Länge der Kette sind.

Da bei steigender Kettenlänge der Gesamtdeckungsbeitrag bei einer Kooperation konstant bleibt, der Gesamtdeckungsbeitrag bei Nicht-Kooperation hingegen fällt, nimmt der zusätzliche Deckungsbeitrag, der durch eine Kooperation erreicht werden kann, mit steigender Kettenlänge zu.[696] Der zusätzliche Deckungsbeitrag, der durch eine Kooperation erwirtschaftet werden kann, lautet für eine lineare Nachfragefunktion

$$\Delta\Pi_{T(L)} = \frac{\left(2^L - 2\right)^2}{4^L} \frac{\left(a - bc_{(1,L)}\right)^2}{4b}$$

und für eine multiplikative Nachfragefunktion

$$\Delta\Pi_{T(L)} = ac_{(1,L)} \left(\frac{(b-1)^{(b-1)L}\left((b-1)^L - b^L\right)}{b^{bL} c_{(1,L)}^b} + \frac{(b-1)^{b-1}}{\left(bc_{(1,L)}\right)^b} \right).$$

Je nachdem, wie dieser zusätzliche Deckungsbeitrag zwischen den Kettengliedern verteilt wird, ergeben sich für die Stufen $l \in [1, L-1]$ unterschiedliche Preise $p^*_{(l,L)}$ und Deckungsbeiträge $\Pi^*_{(l,L)}$, $l \in [1, L]$. Sie sind deshalb in Tab. 5.52 nicht angegeben.

Stochastische Marktnachfrage

Im Anschluss an die Betrachtung einer deterministischen Marktnachfrage wurden sodann Supply Chains bei einer stochastischen Marktnachfrage betrachtet. Auch hier wurde eine lineare und eine multiplikative Nachfragefunktion zugrunde gelegt.

Bei Annahme einer stochastischen Marktnachfrage mit allgemeiner Verteilung konnten keine algebraischen Lösungen ermittelt werden. Es wurden deshalb mit Hilfe numerischer Beispiele die vier unter 5.1.2[697] vorgestellten Berechnungsmöglichkeiten bei Nicht-Kooperation und Kooperation berechnet und illustriert. Als numerische Beispiele wurden die im 4. Kapitel vorgestellten sechs Beispiele herangezogen und auf Ketten mit den Längen $L = 2$ bis $L = 5$ angewandt.[698]

Auch wenn lineare und multiplikative Nachfragefunktionen aufgrund ihrer Struktur unterschiedlich sind und ein Vergleich der Ergebnisse nur begrenzt möglich ist, konnten dennoch einige relevante Gemeinsamkeiten und Unterschiede für die sechs Beispiele bei *Nicht-Kooperation* festgestellt werden.

Folgende Gemeinsamkeiten fanden sich für eine lineare und eine multiplikative Nachfragefunktion:

- Bei steigender Kettenlänge fällt bei beiden Nachfragefunktionen der Gesamtdeckungsbeitrag für alle Berechnungsmöglichkeiten mit Ausnahme der Berechnungsmöglichkeit $3^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$, die für jede Kettenlänge einen gleich hohen Gesamtdeckungsbeitrag generiert.

[696] Siehe (5.19), S. 251, und Abb. 5.12, S. 266. Die Kooperationskosten dürfen den zusätzlichen Gesamtdeckungsbeitrag nicht übersteigen.

[697] Siehe S. 277 f.

[698] Der Einfachheit halber wurde angenommen, dass jedes Kettenglied, unabhängig von der Kettenlänge, einen Mindestgewinn von 1 fordert.

- Die Anwendung der Berechnungsmöglichkeit $3^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ ergab sowohl für eine lineare Nachfragefunktion für Ketten mit der Länge $L \geq 2$ als auch für eine multiplikative Nachfragefunktion für Ketten mit der Länge $L \geq 3$ den höchsten Gesamtdeckungsbeitrag.
- Kann der Hersteller den Verkaufspreis vorgeben (Berechnungsmöglichkeit $3^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$), erhält er verglichen mit den anderen Berechnungsmöglichkeiten den höchsten Deckungsbeitrag. Die übrigen Kettenglieder erwarten bzw. erhalten Deckungsbeiträge nur in Höhe ihrer jeweils geforderten Mindestgewinne.
- Insbesondere bei Anwendung von Berechnungsmöglichkeit $4^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ kann es vorkommen, dass bei einer Kettenlänge von $L \geq 4$ kein Vertrag zwischen den Parteien zustande kommt, da wenigstens eine Stufe einen Deckungsbeitrag erwartet, der unter dem geforderten Mindestgewinn liegt.

Die beiden Nachfragefunktionen unterschieden sich hinsichtlich der Ergebnisse in folgenden Punkten:

- Bei einer linearen Nachfragefunktion und Anwendung der Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ fällt der erwartete Deckungsbeitrag mit jeder weiteren Stufe, so dass die letzte Stufe den niedrigsten Deckungsbeitrag erwartet. Bei der multiplikativen Nachfragefunktion steigt der erwartete Deckungsbeitrag mit jeder weiteren Stufe. Die letzte Stufe erwartet somit den höchsten Deckungsbeitrag.
- Der simulierte Deckungsbeitrag kann bei Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ und linearer Nachfragefunktion für die letzte Stufe so erheblich vom erwarteten Deckungsbeitrag abweichen, dass der simulierte Deckungsbeitrag unter dem geforderten Mindestgewinn liegt oder sogar negativ wird. Bei der multiplikativen Nachfragefunktion weicht zwar für die letzte Stufe der erwartete Deckungsbeitrag ebenfalls vom simulierten Deckungsbeitrag ab, jedoch lag der simulierte Deckungsbeitrag stets über dem geforderten Mindestgewinn.

Die Tabellen 5.53 bis 5.55 stellen die Abweichungen der simulierten Deckungsbeiträge aller Kettenglieder sowie den simulierten Gesamtdeckungsbeitrag der Lieferkette für die Berechnungsmöglichkeiten $2^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ bis $4^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ im Vergleich zu Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ noch einmal schematisch dar, so dass weitere Gemeinsamkeiten und Unterschiede zwischen einer linearen und einer multiplikativen Nachfragefunktion ersichtlich werden.[699]

Berechnungsmöglichkeit $2^{nK}_{s,3}$:

		Kettenlänge							
		2		3		4		5	
Nachfragefunktion		lin.	mult.	lin.	mult.	lin.	mult.	lin.	mult.
Deckungsbeitrag	Hersteller	↑↓	↑	↑↓	↑	↑↓	↑	↑↓ ×	↑
	Zwischenhändler 1	–	–	↓	↓	↓	↓	↓ ×	↓
	Zwischenhändler 2	–	–	–	–	↓	↓	↓ ×	↓
	Zwischenhändler 3	–	–	–	–	–	–	↓ ×	↓
	Händler	↑↓	↓	↑↓	↓	↑	↓	↑↓ ×	↓
	Lieferkette	↑↓	↓	↑↓	↓	↑↓	↓	↓ ×	↓

Tab. 5.53: Berechnungsmöglichkeit $2^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$: Abweichung der Ergebnisse der simulierten Deckungsbeiträge der Kettenglieder und der Lieferkette im Vergleich zu Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ der Beispiele 4.1.2 -1 bis 6 und 4.2.2 -1 bis 6

Bei einer linearen Nachfragefunktion hängt es – unabhängig von der Kettenlänge – von der Wahl der Parameter des jeweiligen Beispiels ab, ob die Deckungsbeiträge des Herstellers und des Händlers sowie der Gesamtdeckungsbeitrag steigen oder fallen (Tab. 5.53). Lediglich für die Zwischenhändler kann definitiv festgestellt werden, dass ihre Deckungsbeiträge auf den Betrag ihrer geforderten Mindestgewinne fallen.

In einigen Beispielen kann mindestens ein Kettenglied seinen Mindestgewinn nicht erhalten, so dass ab einer Kettenlänge von $L = 4$ kein Vertrag mehr zustande kommt.

Bei einer multiplikativen Nachfragefunktion profitiert bei jeder betrachteten Kettenlänge nur der Hersteller von der Berechnungsmöglichkeit $2^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$. Alle Folgestufen verlieren an Deckungsbeitrag im Vergleich zu Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$. Auch der Gesamtdeckungsbeitrag fällt, da der Deckungsbeitragszuwachs des Herstellers geringer ist als der gesamte Deckungsbeitragsverlust der restlichen Kettenglieder.

[699] Die Pfeile deuten die Abweichungen der simulierten Deckungsbeiträge gegenüber der Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ folgendermaßen an:
- ↑: der simulierte Deckungsbeitrag steigt,
- (↑): ein negativer simulierter Deckungsbeitrag steigt auf den Wert Null,
- ↓: der simulierte Deckungsbeitrag fällt.

Ein Pfeil in einem Feld markiert, dass die angegebene Abweichung für alle sechs Beispiele gilt. Zwei Pfeile in einem Feld geben an, dass mindestens ein Beispiel von den übrigen Beispielen abweicht.

Die folgende Symbolik gibt zusätzlich an, dass bei mindestens einem Beispiel
- „×“: weder bei Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ noch bei der betrachteten Berechnungsmöglichkeit ein Vertrag zwischen den Kettengliedern zustande kommt,
- hellgrau unterlegte Zelle: bei der betrachteten Berechnungsmöglichkeit kein Vertrag mehr zustande kommt,
- dunkelgrau unterlegte Zelle: bei der betrachteten Berechnungsmöglichkeit kommt im Vergleich zu Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ ein Vertrag zustande.

Berechnungsmöglichkeit $3^{nK}_{s,3}$:

		Kettenlänge							
		2		3		4		5	
Nachfragefunktion		lin.	mult.	lin.	mult.	lin.	mult.	lin.	mult.
Deckungsbeitrag	Hersteller	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Zwischenhändler 1	–	–	↓	↓	↓	↓	↑↓	↓
	Zwischenhändler 2	–	–	–	–	↓	↓	↓↑	↓
	Zwischenhändler 3	–	–	–	–	–	–	↓↑	↓
	Händler	↑↓	↓	↑↓	↓	↑	↓	↑	↓
	Lieferkette	↑	↑↓	↑	↑	↑	↑	↑	↑

Tab. 5.54: Berechnungsmöglichkeit $3^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s,3}}$: Abweichung der Ergebnisse der simulierten Deckungsbeiträge der Kettenglieder und der Lieferkette im Vergleich zu Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s,3}}$ der Beispiele 4.1.2 -1 bis 6 und 4.2.2 -1 bis 6

Tab. 5.54 zeigt für Berechnungsmöglichkeit $3^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s,3}}$, dass sich sowohl bei der linearen als auch bei der multiplikativen Nachfragefunktion der Deckungsbeitrag des Herstellers verbessert. Das liegt daran, dass der Hersteller zunächst den für ihn optimalen Verkaufspreis des Händlers und anschließend seinen eigenen Verkaufspreis derart festlegt, dass die folgenden Kettenglieder gerade Deckungsbeiträge in Höhe ihrer geforderten Mindestgewinne erhalten. Aus diesem Grund kommt nun auch für die Beispiele 2, 3 und 5 bei einer linearen Nachfragefunktion für diese Berechnungsmöglichkeit zwischen den Kettengliedern einer fünfgliedrigen Kette ein Vertrag zustande (dunkelgrau unterlegte Spalte). Bei Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s,3}}$ hatte wenigstens ein Kettenglied seinen geforderten Mindestgewinn nicht erhalten. Mit Ausnahme der drei genannten Beispiele sinkt jedoch der Deckungsbeitrag für alle Zwischenhändler im Vergleich zu Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s,3}}$.

Auch der Händler erhält bei einer linearen Nachfragefunktion nur einen Deckungsbeitrag in Höhe seines geforderten Mindestgewinns. Allerdings erhielt er bei Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s,3}}$ und Ketten der Länge $L \geq 4$ stets negative Deckungsbeiträge, so dass im Vergleich dazu der Deckungsbeitrag insgesamt betrachtet steigt. Bei Kettenlängen von $L = 2$ und $L = 3$ hingegen erhält der Händler jeweils einen Deckungsbeitrag, der entweder über oder unter dem simulierten Deckungsbeitrag der Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s,3}}$ liegt, d. h. sein Deckungsbeitrag steigt oder fällt im Vergleich zu Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s,3}}$.

Bei einer multiplikativen Nachfragefunktion fällt der Deckungsbeitrag des Händlers für jede Kettenlänge, da er bei Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s,3}}$ stets einen Deckungsbeitrag erhielt, der über seinem geforderten Mindestgewinn lag.

Insgesamt steigt der Gesamtdeckungsbeitrag für jede Kettenlänge und jedes Beispiel bei einer linearen ebenso wie bei einer multipliplikativen Nachfragefunktion. Lediglich bei einer Kettenlänge von $L = 2$ und einer multiplikativen Nachfragefunktion wiegt der Deckungsbeitragszuwachs des Herstellers den Deckungsbeitragsverlust des Händlers nicht auf, so dass hier je nach gewähltem Beispiel der Gesamtdeckungsbeitrag steigt oder sinkt.

Berechnungsmöglichkeit $4_{s,3}^{nK}$:

		Kettenlänge							
		2		3		4		5	
Nachfragefunktion		lin.	mult.	lin.	mult.	lin.	mult.	lin.	mult.
Deckungsbeitrag	Hersteller	↑↓	↓	↓	↑↓	↓	↓	↓ ×	↓
	Zwischenhändler 1	–	–	↓↑	↓	↑↓	↓	↓ ×	↓
	Zwischenhändler 2	–	–	–	–	↑↓	↓	↓ ×	↓
	Zwischenhändler 3	–	–	–	–	–	–	↓ ×	↓
	Händler	↑	↑↓	↑	↓	↑ (↑)	↓	(↑)×	↓
	Lieferkette	↑	↓	↑	↓	↑↓	↓	↓ ×	↓

Tab. 5.55: Berechnungsmöglichkeit $4_{\mathrm{s},3}^{\mathrm{nK}}$: Abweichung der Ergebnisse der simulierten Deckungsbeiträge der Kettenglieder und der Lieferkette im Vergleich zu Berechnungsmöglichkeit $1_{\mathrm{s},3}^{\mathrm{nK}}$ der Beispiele 4.1.2 -1 bis 6 und 4.2.2 -1 bis 6

Bei Berechnungsmöglichkeit $4_{\mathrm{s},3}^{\mathrm{nK}}$, bei der jede Stufe für sich den optimalen Preis unter Einbeziehung des Nachfrageschocks festlegt, profitiert bei einer linearen Nachfragefunktion nur der Händler durch einen höheren Deckungsbeitrag im Vergleich zu Berechnungsmöglichkeit $1_{\mathrm{s},3}^{\mathrm{nK}}$, sofern die Kette nicht aus mehr als vier Gliedern besteht.

Aber auch bei den Beispielen 2, 3 und 5 (Kettenlänge $L = 4$) und allen Beispielen der Kettenlänge von $L = 5$, bei denen kein Vertrag zustande kommt, profitiert der Händler insofern von Berechnungsmöglichkeit $4_{\mathrm{s},3}^{\mathrm{nK}}$, als er im Vergleich zu Berechnungsmöglichkeit $1_{\mathrm{s},3}^{\mathrm{nK}}$ keinen negativen Deckungsbeitrag erhält.

Bei einer multiplikativen Nachfragefunktion steigt oder fällt der Deckungsbeitrag des Händlers bei einer Kettenlänge von $L = 2$ in Anhängigkeit von den gewählten Parametern. Bei einer Kettenlänge von $L = 3$ fällt der Deckungsbeitrag verglichen mit Berechnungsmöglichkeit $1_{\mathrm{s},3}^{\mathrm{nK}}$. Ab einer Kettenlänge von $L = 4$ schließlich wird kein Vertrag zwischen den Kettengliedern geschlossen, so dass der Händler statt eines positiven Deckungsbeitrags bei Berechnungsmöglichkeit $1_{\mathrm{s},3}^{\mathrm{nK}}$ nun einen Deckungsbeitrag von Null erhält.

Sofern ein Vertrag zwischen den Kettengliedern geschlossen wird, steigen oder sinken die Deckungsbeiträge des Herstellers und der Zwischenhändler für beide Nachfragefunktionen. Tendenziell steigt der Gesamtdeckungsbeitrag bei einer linearen Nachfragefunktion im Vergleich zu Berechnungsmöglichkeit $1_{\mathrm{s},3}^{\mathrm{nK}}$, bei einer multiplikativen Nachfragefunktion fällt er hingegen.

Insgesamt lässt sich feststellen, dass jedes Kettenglied in Abhängigkeit von den jeweils gewählten Parametern, der Nachfragefunktion und der Kettenlänge eine unterschiedliche Berechnungsmöglichkeit vorziehen wird. Der Hersteller wird stets die Berechnungsmöglichkeit $3_{\mathrm{s},3}^{\mathrm{nK}}$

präferieren. Die Zwischenhändler werden in der Regel Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ bevorzugen. Nur bei einer linearen Nachfragefunktion und einer Kettenlänge von $L = 3$ bzw. $L = 4$ können sie durch Wahl einer anderen Berechnungsmöglichkeit in einigen Fällen einen höheren Deckungsbeitrag als bei Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ erhalten. Der Händler letztlich wird Berechnungsmöglichkeit $4^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ wählen, wenn eine lineare Nachfragefunktion gegeben ist. Bei dieser Berechnungsmöglichkeit steigt sein Deckungsbeitrag gegenüber der Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$. Im ungünstigsten Fall kommt zwar kein Vertrag zwischen den Kettengliedern zustande, aber das ist für den Händler letztlich positiv zu bewerten, da er dann auch keinen negativen Deckungsbeitrag erhält. Liegt allerdings eine multiplikative Nachfragefunktion mit einer Kettenlänge von $L \geq 3$ vor, so sollte der Händler die Berechnungsmöglichkeit $1^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$ wählen. Obwohl der Nachfrageschock lediglich durch einen Mittelwert in die Berechnung eingeflossen ist, erhält er die höchsten Deckungsbeiträge. Nur bei einer Kettenlänge von $L = 2$ profitiert er minimal von der Berechnungsmöglichkeit $4^{\mathrm{nK}}_{\mathrm{s},3}$.

Aufbauend auf die durch die numerischen Beispiele bei einer Nicht-Kooperation gewonnenen Ergebnisse wurde sodann untersucht, ob und inwiefern die einzelnen Kettenglieder bei Ketten mit einer Länge von $L = 2$ bis $L = 5$ durch eine *Kooperation* profitieren würden.

Für jede der vier Berechnungsmöglichkeiten ergaben sich die geforderten Mindestgewinne jeder Stufe jeweils aus dem Maximum von gefordertem Mindestgewinn und erwartetem Deckungsbeitrag bei Nicht-Kooperation. Der geforderte Mindestgewinn einer Stufe lautet demnach

$$\Pi_{(l,L)}^{Min(K)} = \max\left[\Pi_{(l,L)}^{Min}, E\left[\Pi_{(l,L)}\right]\right] + \kappa_{(l,L)}, \quad \forall\, l \in [1, L] \text{ und } \forall L \in [2, 5] \text{ mit } \kappa_{(l,L)} = 0.$$

Aufgrund der besseren Vergleichbarkeit der einzelnen Beispiele wurde angenommen, dass keine Kooperationskosten anfallen.

Ebenso wie bei einer nicht-kooperativen Kette ist auch bei einer *kooperativen Kette* ein Vergleich der Ergebnisse von linearer und multiplikativer Nachfragefunktionen aufgrund ihrer Struktur nur begrenzt möglich. Dennoch konnten einige relevante Gemeinsamkeiten und Unterschiede für die sechs Beispiele bei Kooperation festgestellt werden.

Folgende Gemeinsamkeiten fanden sich für eine lineare und eine multiplikative Nachfragefunktion bezogen auf eine *kooperative Kette*:

- Für die Berechnungsmöglichkeiten $1^{\mathrm{K}}_{\mathrm{s},3}$ und $4^{\mathrm{K}}_{\mathrm{s},3}$ steigt der zusätzliche Deckungsbeitrag mit zunehmender Kettenlänge sowohl für eine lineare als auch für eine multiplikative Nachfragefunktion.

- Für beide Nachfragefunktionen kann für Berechnungsmöglichkeit $2^{\mathrm{K}}_{\mathrm{s},3}$ ein geringer zusätzlicher Deckungsbeitrag erwirtschaftet werden, der abhängig von der Höhe des Nachfrageschocks ist. Je nach Höhe der anfallenden Kooperationskosten kann eine Kooperation deshalb nicht lohnend sein.

- Bei einer linearen Nachfragefunktion konnte für die Beispiele 1, 2, 3 und 6 und bei einer multiplikativen Nachfragefunktion für die Beispiele 1, 3, 4 und 6 durch Berechnungsmöglichkeit $1^{K}_{s,3}$ nahezu der gleiche Gesamtdeckungsbeitrag erwirtschaftet werden wie durch Berechnungsmöglichkeit $3^{K}_{s,3}$.

- Durch Berechnungsmöglichkeit $3^{K}_{s,3}$ kann weder für eine lineare noch für eine multiplikative Nachfragefunktion ein zusätzlicher Gesamtdeckungsbeitrag erwirtschaftet werden, so dass bei anfallenden Kooperationskosten der Gesamtdeckungsbeitrag bei Kooperation geringer ausfallen würde als bei Nicht-Kooperation.

Die beiden Nachfragefunktionen unterscheiden sich hinsichtlich der Ergebnisse in folgenden Punkten:

- Entsprach bei einer linearen Nachfragefunktion der Gesamtdeckungsbeitrag der Berechnungsmöglichkeit $1^{K}_{s,3}$ nahezu dem Gesamtdeckungsbeitrag der Berechnungsmöglichkeit $4^{K}_{s,3}$, so kann bei einer multiplikativen Nachfragefunktion der Gesamtdeckungsbeitrag durch Berechnungsmöglichkeit $4^{K}_{s,3}$ im Vergleich zu Berechnungsmöglichkeit $1^{K}_{s,3}$ gesteigert werden.

- Der durch die Kooperation zusätzlich erwirtschaftete Deckungsbeitrag ist bei einer linearen Nachfragefunktion ausreichend, um die Differenz von erwartetem und simuliertem Deckungsbeitrag der letzten Stufe bei Berechnungsmöglichkeit $1^{K}_{s,3}$ auszugleichen. Bei einer multiplikativen Nachfragefunktion ist die Differenz für zwei Beispiele (Beispiel 4 und 5) zu hoch, so dass ex post eine Kooperation für wenigstens eine Stufe nicht lohnend ist.

Insgesamt lässt sich also feststellen, dass eine Kooperation für die Kettenglieder nicht immer lohnend sein muss. Dies hängt vor allem von der Nachfragefunktion, den gewählten Parametern und den Kooperationskosten ab.