

Function Space Complementarity Methods for Optimal Control Problems

Dissertation von
Martin Weiser

eingereicht am
Fachbereich Mathematik und Informatik
der Freien Universität Berlin

im Februar 2001

Betreuer: Prof. Dr. Dr. h.c. Peter Deuffhard
Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik Berlin
Takustr. 7
14195 Berlin

Gutachter: Prof. Dr. Dr. h.c. Peter Deuffhard
Prof. Dr. Fredi Tröltzsch

Datum der Disputation: 18. 07. 2001

Contents

Introduction	3
1 Optimization Problems and Techniques	7
1.1 Optimal Control Problems	7
1.2 Methods for Constrained Optimization	8
1.2.1 Indirect Methods	8
1.2.2 Direct Methods	9
1.3 Interior Point Methods	10
2 Complementarity Methods for Optimal Control	13
2.1 Statement of the Problem	13
2.2 Necessary and Sufficient Optimality Conditions	14
2.2.1 The Role of Lagrange Multipliers	16
2.3 Infinite dimensional Complementarity Methods	18
2.4 Nemyckii operators in L_∞ and W_∞^1	21
2.5 Existence of the Central Path	26
2.6 Convergence of the Central Path	34
3 Inexact Newton Continuation	41
3.1 Predictor-Corrector Methods	41
3.2 Affine Invariance	41
3.3 Inexact Newton Corrector	43
3.3.1 Computable Estimates	46
3.4 Inexact Tangential Predictor	47
3.4.1 Computable Estimate	49
3.4.2 Step Size Selection	50
3.5 Accuracy Matching	53
3.6 Affine Invariant Norm	55
3.6.1 A Norm for Equality Constrained Problems	56
3.6.2 A Norm for Inequality Constrained Problems	59
4 Implementation and Numerical Examples	65
4.1 Solution of Linear Subproblems	65
4.2 Illustrative Examples	67
4.3 Abort Landing in the Presence of a Windshear	74

4.3.1	Mathematical Model	74
4.3.2	Numerical Results	77
	Conclusion	87
	Appendix. A Trivial Bang-Bang Example	89
	Symbols	91
	Bibliography	93
	Zusammenfassung	99
	Lebenslauf	101

Zusammenfassung

Für Probleme der optimalen Steuerung werden gegenwärtig entweder direkte oder indirekte Verfahren eingesetzt. Während die indirekten Methoden Einsicht in die Problemstruktur und eine aufwendige analytische Vorarbeit erfordern, lassen direkte Methoden durch die frühzeitige Diskretisierung die Einbettung in das kontinuierliche Problem vermissen. Die vorliegende Arbeit ist ein Ansatz, diese Lücke zu schließen.

Da sich Innere-Punkte-Methoden zur Lösung linearer Programme gerade bei hochdimensionalen Problemen bewähren, erscheint diese Verfahrensklasse für die Formulierung eines Algorithmus im Funktionenraum besonders attraktiv. Dabei fällt die Wahl auf Komplementaritätsmethoden, die auch nicht-zulässige Iterierte erlauben.

Dem durch die Komplementaritätsmethoden definierten zentralen Pfad kann mittels eines Pfadverfolgungsalgorithmus bis zur Lösung gefolgt werden. Dabei stellt sich heraus, daß die durch einen Newton-Korrektor zu lösenden Gleichungen nur in der L_∞ -Norm stetig differenzierbar sind, der zentrale Pfad jedoch nur in der schwächeren L_2 -Norm konvergiert. Daher muß in Theorie und Implementierung mit beiden Normen gearbeitet werden.

Die Formulierung der Homotopiemethode im Funktionenraum erfordert wegen der unvermeidlichen Diskretisierungsfehler die Entwicklung eines inexakten Newtonverfahrens als Korrektor und ebenso eines inexakten tangentialen Prädiktors. Die adaptive Steuerung verwendet dabei eine problemangepaßte Norm, die die spezielle Affin-Invarianzstruktur von Optimierungsproblemen berücksichtigt.

Die vorgeschlagene Methode ist robust und in der Lage, auch schwierige Probleme zu lösen. Dabei ist ein besonderer Vorteil, daß weder Vorwissen über die Lösungsstruktur noch analytische Vorarbeit erforderlich sind.

Lebenslauf

Name:	Weiser	
Vorname:	Martin Ludbert	
geboren am:	2. 12. 1970, Berlin	
Familienstand:	verheiratet	
Staatsangehörigkeit:	deutsch	
Ausbildung:	1977–1990	Schulbesuch, Abitur 6/1990
	10/1990–5/1996	Studium der Mathematik, Freie Universität Berlin, Diplom 1996
Berufstätigkeit:	10/1992–9/1994	Studentische Hilfskraft mit Lehraufgaben, FU Berlin
	10/1994–9/1996	Studentische Hilfskraft, Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik Berlin
	10/1996–9/1998	Wissenschaftlicher Angestellter, Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik Berlin
	10/1998–12/1998	Zivildienst, Rudolf-Virchow-Klinikum der Charité Berlin
	seit 1/1999	Wissenschaftlicher Angestellter, Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik Berlin