

# Kapitel 9

## Feedback-Messungen

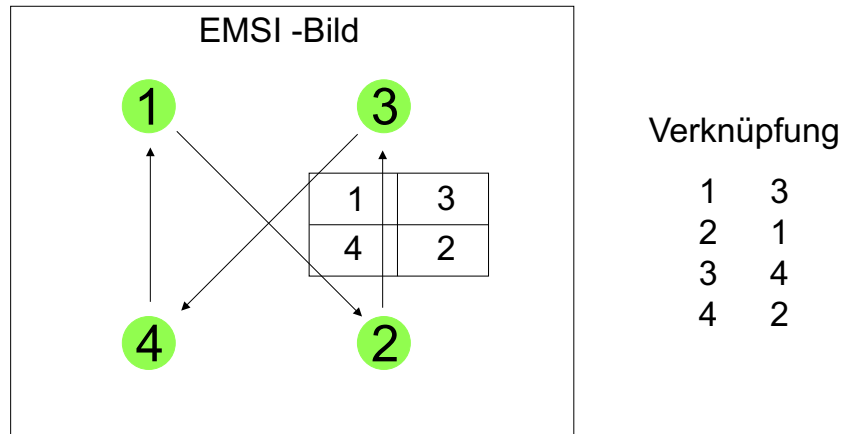
Alle bisher vorgestellten Experimente hatten eine Gemeinsamkeit: Die Abfolge der Störungen, seien sie punktuell wie z.B. in Kapitel 5 oder 6 oder entlang von vordefinierten Pfaden wie z.B. im letzten Kapitel, waren bei allen Messungen vorherbestimmt. Das heißt, sie wurden vom Experimentator vor Beginn des Experiments festgelegt. Das Experiment bestand darin, die Auswirkungen der verschieden komplexen Anregungen unter verschiedenen Bedingungen zu untersuchen.

In diesem Kapitel wird die Komplexität der Anregung vergrößert, in dem man nun dem „anregenden System“, welches aus dem fokussierten Laser und dem Computer, der ihn steuert, besteht, eine weitere Komponente hinzufügt. Durch die Ausstattung des Computers mit einer Frame-Grabber-Karte, die das EMSI-Bild einliest, kann das steuernde Programm in gewissem Ausmaß die Auswirkung seiner Aktionen „erkennen“. Diese „Erkenntnisse“ kann es dann in neue Anweisungen an den Laserspot umsetzen (*Feedback*). Wie groß bzw. genau diese Erkenntnisse sind und wie detailliert der Computer auf sie reagieren kann, hängt letzten Endes vom Programm und der zur Verfügung stehenden Rechenleistung ab. Hier soll als Einstieg in diese Thematik ein relativ einfaches Beispiel untersucht werden, welches aber die potentielle Komplexität dieser Art von Experimenten aufzeigt.

### 9.1 Feedback I

Abbildung 9.1 verdeutlicht das Prinzip des ersten Feedback-Experiments. Der fokussierte Laser wird nacheinander auf die Punkte 1–4 gerichtet, wo er jeweils eine Zeit  $T_i$  verweilt, so daß sich der durch die Pfeile angedeutete Ablauf ergibt. Das EMSI-Bild wird mit Hilfe der Frame-Grabber-Karte vor Beginn eines jeden Umlaufs einmal in den Computer eingelesen. In den Bereichen

1–4 zwischen Laserpunkt 2 und 3 wird dann jeweils die mittlere Helligkeit  $a_i$  bestimmt. Die Verweildauern des Laserspots  $T_i$  an den Punkten  $i$  wird durch



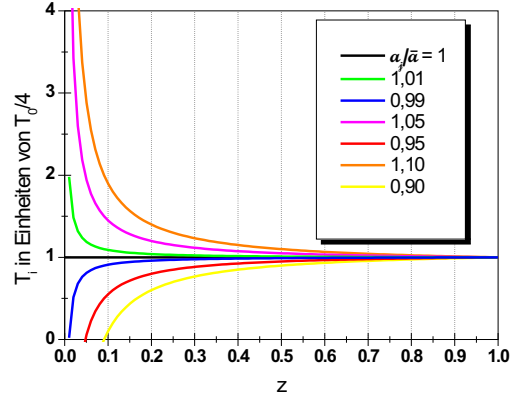
**Abbildung 9.1:** Skizze zur Beschreibung des ersten Feedback-Experiments. Der fokussierte Laser verbringt die Zeiten  $T_i$  bei den einzelnen Punkten 1–4, wodurch sich das durch die Pfeile angedeutete Sprungmuster ergibt. Die  $T_i$  bestimmen sich dabei nach Gleichung (9.1), mit der angegebenen Verknüpfung  $j \rightarrow i$ , so daß also  $T_i = T_i(a_j)$  ist.

die Formel

$$T_i = \frac{T_0}{4\bar{a}z} (z\bar{a} + (1-z)(a_j - \bar{a})) \quad (9.1)$$

bestimmt, wobei  $\bar{a} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 a_i$  der Durchschnitt der gemessenen Helligkeiten und  $z$  ein Maß für die Stärke des Feedbacks ist. Je kleiner  $z$  ist, desto größer wirken sich die Unterschiede der  $a_i$  im Vergleich zu  $\bar{a}$  aus. Die Summe der  $T_i$  ergibt wiederum  $T_0$ , die Zeit, die der Laserspot benötigt, um einmal alle vier Punkte aufgesucht zu haben.  $T_0$  wird extern vorgegeben und während des Experiments nicht verändert. Die Form des Feedbacks wurde in dieser Art gewählt, damit man die Stärke in einem weiten Bereich verändern kann. Die Auswirkung von  $z$  auf die Zeit  $T_i$  ist in Abbildung 9.2 für Ergebnisse von  $a_j$ , die sich nur relativ wenig von  $\bar{a}$  unterscheiden, dargestellt. Die Verknüpfung der Bereiche, in denen die mittleren Helligkeiten  $a_j$  bestimmt werden, mit den Zeiten  $T_i$  erfolgte zufällig nach dem in Abbildung 9.1 angegebenen Schema.

Alle Experimente wurden bei Parametern durchgeführt, bei denen das System oszillatorisches Verhalten zeigte. Abbildung 9.3a zeigt ein EMSI-Bild zu einem Zeitpunkt, zu dem das Feedback noch „ausgeschaltet“ war ( $z = 1$ ). Die vier Punkte (1–4) und die vier Meßbereiche sind markiert, ebenso wie die Strecke zwischen den beiden Punkten a und b, entlang welcher die Raum-

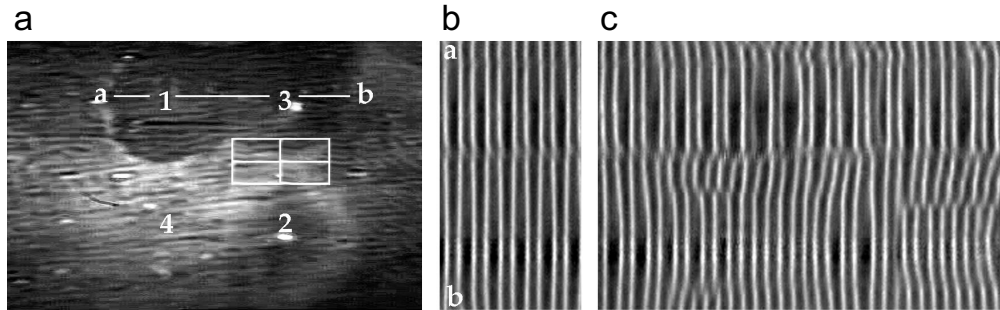


**Abbildung 9.2:** Zur Verdeutlichung der Wirkung von  $z$ : berechnete Werte für  $T_i$  in Abhängigkeit von  $z$ , je nachdem, wie weit  $a_j$  von  $\bar{a}$  abweicht.

Zeit-Diagramme erzeugt wurden, die in Abbildung 9.3b ( $z = 1$ , kein Feedback) und 9.3c ( $z = 0, 1$ , Feedback angeschaltet) abgebildet sind. Anhand dieser Diagramme ist es leicht möglich, die Wirkung des Feedbacks in diesem Fall zu erkennen: Während bei ausgeschaltetem Feedback ( $T_i = \frac{1}{4}T_0 \forall i$ ) die Umgebung der beiden Punkte 1 und 3 in Phase schwingen, ist dies bei angeschaltetem Feedback nicht mehr der Fall. Zusätzlich ist die Oszillation bei angeschaltetem Feedback unregelmäßiger, was man an den unregelmäßig großen Abständen zwischen den einzelnen hellen und dunklen Linien im Raum-Zeit-Diagramm erkennen kann. Das Feedback hat in diesem Fall also eine desynchronisierende Wirkung.

## 9.2 Feedback II

Verändert man die Bedingungen des Feedbacks leicht, so läßt sich auch das Gegenteil beobachten. In diesem Fall wurde zum einen die Reihenfolge verändert, in der der Laser die vier Punkte abfährt (siehe Abbildung 9.4). Die Nummerierung der Felder, in denen das Programm die mittlere Helligkeit bestimmt, wurde angepaßt, wobei die Verknüpfung  $j \rightarrow i$  nicht verändert wurde. Zum anderen wurden die  $a_j$  nicht nur einmal pro Umlauf bestimmt, sondern vor jedem einzelnen Sprung von einem Punkt zum anderen. Das führte dazu, daß nunmehr die effektive Zeit  $T_{eff}$ , die der Laser für einen Umlauf um alle vier Punkte brauchte, nicht mehr mit dem vorgegebenen



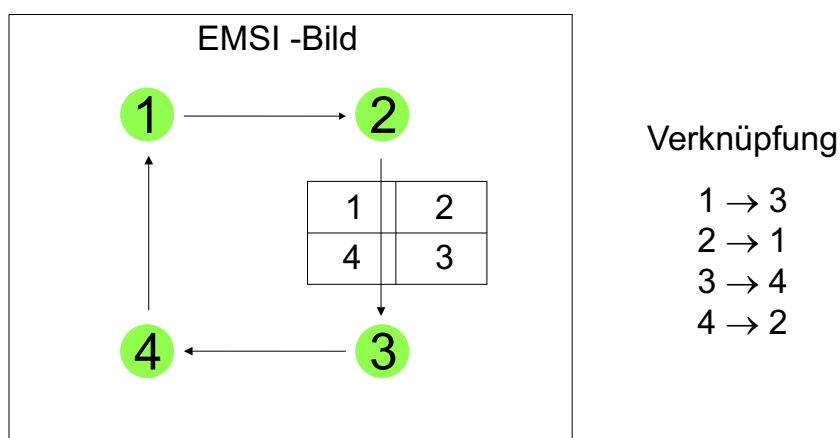
**Abbildung 9.3:** a) EMSI-Momentaufnahme, in der die vier Punkte, die der Laserspot aufsucht, die Linie (a-b,  $750 \mu\text{m}$ ), entlang derer die Raum-Zeit-Diagramme in b) und c) erzeugt wurden, sowie die vier Bereiche des Bildes, aus denen die mittleren Helligkeiten berechnet wurden, markiert sind (siehe auch Abbildung 9.1). b) Raum-Zeit-Diagramm (10 s) bei ausgeschaltetem Feedback ( $z = 1$ ). Die Probe schwingt entlang der angegebenen Linie in Phase. c) Raum-Zeit-Diagramm (29 s) bei eingeschaltetem Feedback ( $z = 0, 1$ ). Die Probe schwingt jetzt nicht mehr in Phase entlang der angegebenen Linie. Parameter:  $T = 545 \text{ K}$ ,  $p_{\text{CO}} = 7,5 \times 10^{-5} \text{ mbar}$ ,  $p_{\text{O}_2} = 3,0 \times 10^{-4} \text{ mbar}$ ,  $T_0 = 750 \text{ ms}$ ,  $L_p = 2 \text{ W}$  (aus [121]).

$T_0$  übereinstimmte.  $T_0$  (zusammen mit  $z$ ) war jetzt mehr ein Maß für den Größenbereich, in dem sich die  $T_i$  bewegten.

In Abbildung 9.5 sind zwei Momentaufnahmen vor (a) und nach (b) dem Einschalten des Feedbacks gezeigt. Das System befindet sich anfangs im Oszillatorischen, wobei die vier Punkte, ähnlich wie bei Abbildung 5.8 auf Seite 49, Zielscheibenmuster aussenden, die sich symmetrisch um das Zentrum treffen und dort gegenseitig auslöschen. Nach dem Einschalten des Feedbacks bildet sich eine umlaufende Struktur heraus, die in Abbildung 9.5b durch die gestrichelte Linie gekennzeichnet ist. Die Umlaufrichtung entspricht dabei der des Laserspots. Abbildung 9.6 zeigt ein Raum-Zeit-Diagramm, welches entlang der in Abbildung 9.5a eingezeichneten Linie erzeugt wurde. Es verdeutlicht, daß das Feedback innerhalb kurzer Zeit zu einer Synchronisierung führt.<sup>1</sup>

$T_0$  wurde bei diesem Experiment auf 300 ms eingestellt. Das gemessene  $T_{eff}$  lag jedoch mit  $\text{ca. } 270 \pm 30 \text{ ms}$  deutlich niedriger. Stellte man von vornherein  $T_0 = 270 \text{ ms}$  ein und das Feedback aus, so erhielt man auch den

<sup>1</sup>Die bewegten Videobilder erinnern an eine Waschmaschine: Der Rotator erinnert an die Wäsche, die mit der Trommel umläuft. Gleichzeitig „wäscht“ der Rotator die von ihm überstrichene Fläche „sauber“ von allen anderen Mustern.



**Abbildung 9.4:** Skizze zur Beschreibung des zweiten Feedback-Experiments. Der fokussierte Laser verbringt die Zeiten  $T_i$  bei den einzelnen Punkten 1–4, wodurch sich das durch die Pfeile nun veränderte Sprungmuster ergibt. Die  $T_i$  bestimmen sich dabei nach Gleichung (9.1), mit der angegebenen Verknüpfung  $j \rightarrow i$ , so daß also  $T_i = T_i(a_j)$  ist.

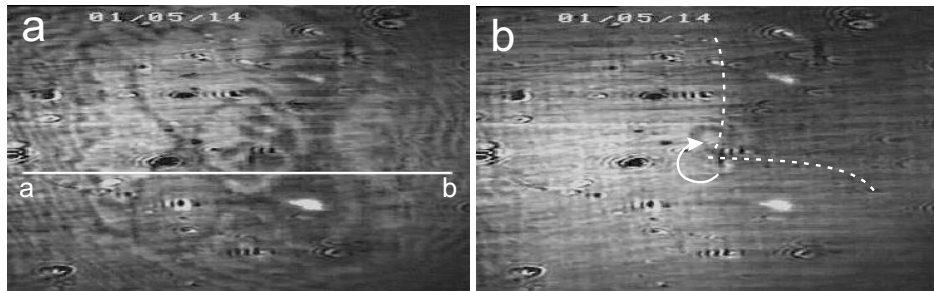
Rotator. Das bedeutet, daß das gemeinsame System aus Computer und Reaktion bei diesen leicht veränderten Bedingungen sich auf einen neuen stabilen Zustand zubewegte und, falls  $T_0$  nicht zu weit weg vom „gewünschten“  $T_{eff}$  lag, diesen auch erreichte.

Um diesen Effekt weiter zu untersuchen, wurde das Programm, das das Feedback berechnete, noch ein weiteres Mal modifiziert. Nun wurde auch  $T_0$  zur Modifikation durch das Programm freigegeben: Nach jedem Umlauf wurde nun  $T_0$  für die kommenden Berechnungen auf  $T_{eff}$  des letzten Umlaufs gesetzt. Wenn also  $k$  ein Zähler ist, der die Umläufe zählt, dann errechnet sich  $T_{i,k}$  folgendermaßen:

$$T_{i,k} = \frac{\sum_{i=1}^4 T_{i,k-1}}{4\bar{a}z} (z\bar{a} + (1-z)(a_j - \bar{a})). \quad (9.2)$$

Die  $a_j$  sind die nach wie vor unmittelbar vor dem Sprung des Laserspots von einem Punkt zum nächsten bestimmten mittleren Helligkeiten der entsprechenden Gebiete.

Die Experimente mit diesem neuen Feedback-Algorithmus wurden ebenfalls im oszillatorischen Bereich der Reaktion durchgeführt. Sie wurden jeweils mit einem willkürlich gewählten  $T_0$  gestartet, und nach Einschalten des Feedbacks ( $z = 0, 1$ ) wurde die weitere Entwicklung von  $T_0$  beobachtet. In Abbildung 9.7 sind exemplarisch zwei Ausschnitte einer solchen Entwicklung

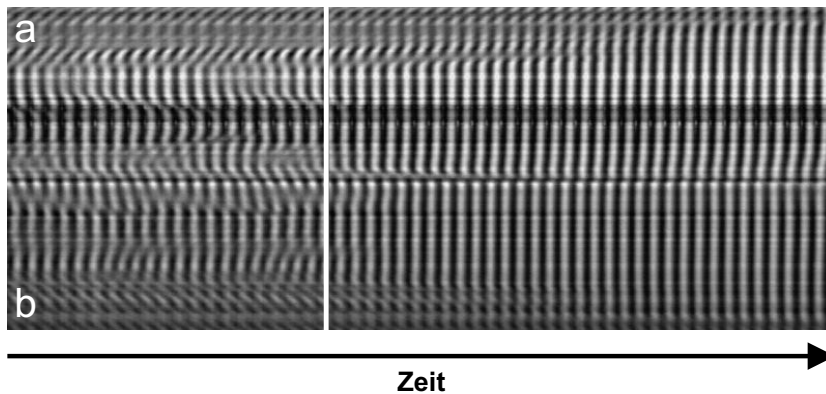


**Abbildung 9.5:** a) EMSI-Momentaufnahme bei ausgeschaltetem Feedback ( $z = 1$ ). Der Laserspot verbringt an jedem der vier Punkte die gleiche Zeit  $T_0/4$ . Die Probe zeigt viele Muster. b) EMSI-Momentaufnahme bei eingeschaltetem Feedback ( $z = 0, 1$ ). Es ist eine große rotierende Struktur entstanden, die den größten Teil der Muster im Blickfeld des EMSI auslöscht bzw. deren Entstehen verhindert. Sie wird durch die gestrichelte Linie markiert. Der Pfeil zeigt die Richtung der Rotation an, welche mit der Reihenfolge, mit der der Laserspot die vier Punkte abfährt, übereinstimmt. In a) ist zusätzlich noch die Strecke markiert, entlang derer das Raum-Zeit-Diagramm von Abbildung 9.6 erzeugt wurde. Parameter:  $T = 537$  K,  $p_{\text{CO}} = 7,8 \times 10^{-5}$  mbar,  $p_{\text{O}_2} = 3,0 \times 10^{-4}$  mbar,  $T_0 = 300$  ms,  $L_p = 2$  W.

dargestellt, anhand derer im Folgenden die beobachteten Phänomene besprochen werden.

In Abbildung 9.7a sind die ersten 1000 s des Experiments abgebildet: Am Anfang ist das Feedback ausgeschaltet ( $z = 1$ ), und  $T_0$  ist mit 200 ms vorgegeben. Bei ca. 120 s wird das Feedback eingeschaltet ( $z = 0, 1$ ), und sofort steigt  $T_0$  innerhalb weniger Umläufe auf ca. 400 ms an. Im Zeitraum bis ca. 320 s bleibt  $T_0$  auch bei diesem Wert, mit zwei Ausnahmen: Zum einen gibt es einen ca. 40 s lange andauernden Bereich, in dem  $T_0$  sich bei ca. 150 ms stabilisiert, und zum anderen gibt es eine kurze Abweichung hin zu großen  $T_0$ . Fast direkt danach fällt  $T_0$  auf Werte deutlich unter 100 ms ab. Bei solchen kurzen Verweildauern  $T_i$  ist im EMSI-Bild kein nennenswerter Einfluß der Laserspots auf die Musterbildung mehr zu erkennen. Das Rauschen nimmt deutlich ab, und im großen und ganzen ist  $T_0$  in diesem Bereich stabil.

Bei ca. 700 s, in Abbildung 9.7a mit „1“ gekennzeichnet, wird  $T_0$  von außen einmal auf 200 ms gesetzt. Gleich im Anschluß daran aber kann sich das System wieder frei entwickeln, was zu einem erneuten Absinken von  $T_0$  führt. Dieser Zustand – sehr geringe  $T_0$  – ist anscheinend ein stabiler Zustand. Da der Laserspot bei so kurzen Verweildauern kaum noch Einfluß auf die Musterbildung hat, ist die Amplitude der Rückkopplung in diesem Zustand sehr klein, was dazu führt, daß, wenn dieser Zustand einmal erreicht wurde,



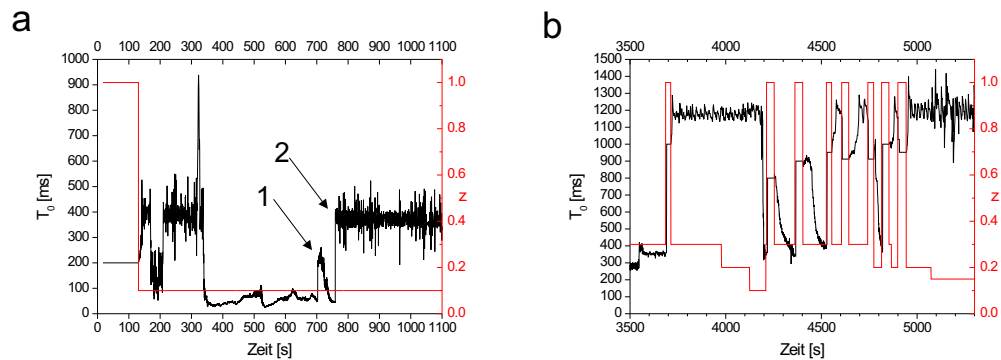
**Abbildung 9.6:** Raum-Zeit-Diagramm des Experiments aus Abbildung 9.5 entlang der in Abbildung 9.5a markierten Linie. Die senkrechte Linie zeigt das Einschalten des Feedbacks ( $z = 1 \rightarrow z = 0, 1$ ) an.

es relativ unwahrscheinlich wird, daß er wieder verlassen wird.

Bei ca. 780 s („2“) wurde  $T_0$  noch einmal willkürlich gesetzt, und zwar diesmal auf 400 ms. Anschließend stabilisiert sich das System bei  $T_0 \approx 400$  ms mit einem wiederum recht großen Rauschen. Dies scheint ein weiterer stabiler Zustand des kombinierten Systems zu sein, da er über mehrere Minuten gehalten wird. Auch am Anfang der Messung hatte sich dieser Zustand ja für eine Weile halten können, bevor das System zu den geringen Werten von  $T_0$  überging.

In Abbildung 9.7b ist ein weiterer zeitlicher Ausschnitt desselben Experiments gezeigt. Hier wurde auch  $z$  variiert. Es fällt zum einen auf, daß bei größerem  $z$ , also kleinerem Feedback, das Rauschen wesentlich kleiner wird. Das ist auch zu erwarten, da die erzeugten Schwankungen der einzelnen  $T_i$  kleiner sind bei geringerem Feedback. In der Zeit zwischen ca. 3700 s und 4200 s konnte ein weiterer stabiler Zustand identifiziert werden, nämlich  $T_0 \approx 1200$  ms. Die Veränderungen von  $z$  in diesem Bereich demonstrieren, daß nur für  $z \geq 0,15$  dieser Zustand stabil zu sein scheint, nicht aber für  $z = 0, 1$ .

Die Messungen im Bereich von ca. 4200 s bis ca. 5000 s dienen dazu herauszufinden, in welchem Zustand sich das System bei gegebenem anfänglichen  $T_0$  stabilisiert. Man erkennt, daß das System recht sensitiv auf Ausgangsumlaufzeiten  $T_0$  von ca. 900 ms reagiert. Wenn man sich vor Augen führt, daß bei kleinerem  $z$  die Streuung der erzeugten  $T_0$  größer wird, so kann man auch verstehen, warum in diesem Fall die Zustände mit größerem  $T_0$  weniger stabil sind als solche mit kleinerem  $T_0$ . Da die Größe des Rauschens konstruktionsbedingt nicht absolut ist, sondern sich relativ zum gerade gültige  $T_0$  verhält,



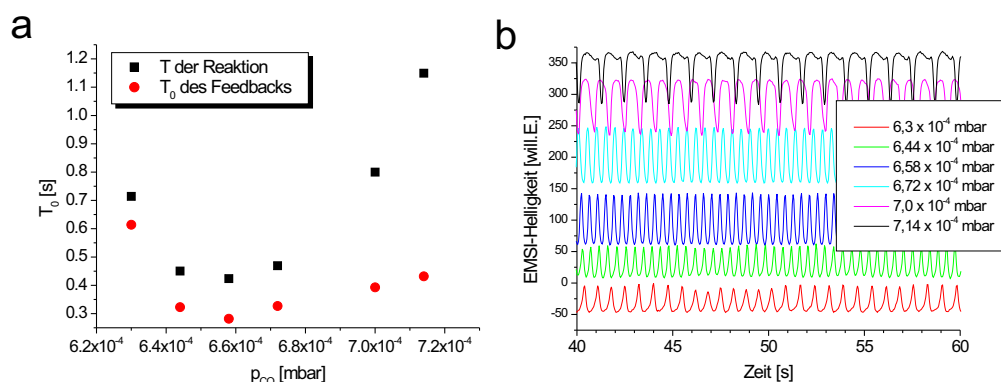
**Abbildung 9.7:** Beide Graphen, a) und b), zeigen die zeitliche Entwicklung von  $T_0$  (schwarz) bei gegebenem  $z$  (rot). In a) wird bei Punkt 1  $T_0$  einmalig von außen auf 200 ms gesetzt und bei Punkt 2 auf 400 ms. Es sind zwei stabile Zustände erkennbar,  $T_0 \approx 400$  ms und  $T_0 < 100$  ms. In b) wird auch die Feedbackstärke  $z$  variiert und ein weiterer stabiler Zustand bei  $T_0 \approx 1200$  ms gefunden. Im Bereich zwischen ca. 4200 s und ca. 5000 s wird in Abhängigkeit vom Ausgangszustand, der durch ein vorgegebenes  $T_0$  charakterisiert ist, vermessen, zu welchem Endzustand das System tendiert. Parameter:  $T = 555$  K,  $p_{\text{CO}} = 9,8 \times 10^{-5}$  mbar,  $p_{\text{O}_2} = 3,0 \times 10^{-4}$  mbar,  $L_p = 2$  W.

ist es wesentlich wahrscheinlicher, daß von einem stabilen Zustand um z.B.  $T_0 = 1200$  ms aus eine Störung die Grenze von ca. 900 ms *unterschreitet* als daß von einem stabilen Zustand um ca. 400 ms eine Störung die gleiche Grenze *überschreitet*.

Interessant ist es, einen Blick auf das Verhältnis der beiden gefundenen stabilen Zustände mit höherem  $T_0$  zu werfen, welches ca. 3:1 beträgt. Wenn man davon ausgeht, daß die  $T_0$  in Verbindung stehen mit der intrinsischen Oszillationsfrequenz der Reaktion, dann ist es verwunderlich, daß kein stabiler Zustand bei  $T_0 \approx 800$  ms zwischen den beiden bekannten gefunden wurde, der ein Verhältnis von 2:1 hätte.

Um genauer zu überprüfen, ob  $T_0$  in einer Relation zur Frequenz der Oszillation steht, wurde in einer weiteren Messung bei einem Feedback von  $z = 0,1$  der stabile Zustand aufgesucht. Anschließend wurde durch die Variation des CO-Partialdrucks die Oszillationsfrequenz der Reaktion verändert und die Reaktion von  $T_0$  des stabilen Zustandes beobachtet. Die Resultate sind in Abbildung 9.8a dargestellt. Für geringe CO-Partialdrücke korrelieren die  $T_0$  des stabilen Zustandes des Feedbacks recht gut mit der Periode der Oszillation der Reaktion. Für größere CO-Partialdrücke ist das nicht der Fall. Wenn man sich die Form der Oszillation der Reaktion ansieht (Abbildung 9.8b), so fällt





**Abbildung 9.8:** a) Gegenüberstellung des  $T_0$  des stabilen Zustandes mit angeschaltetem Feedback ( $z = 0, 1$ ) und der Periode der Oszillation der Reaktion. Man erkennt, daß für geringe CO-Partialdrücke die beiden Größen gut korrelieren. b) Form der Oszillation der Reaktion für verschiedene CO-Partialdrücke. Für größere  $p_{CO}$  wird die Oszillation relaxationsartiger. Sonstige Parameter:  $T = 548$  K,  $p_{O_2} = 3,0 \times 10^{-4}$  mbar,  $L_p = 3$  W.

auf, daß dann, wenn das  $T_0$  des Feedbacks und die Periode der Oszillation gut korrelieren, die Oszillation relativ gleichmäßig ist, während sie für die Fälle, in denen die Korrelation nicht so gut ist, stärker relaxationsartig ist.

Wenn man annimmt, daß die Reaktion in diesem Experiment das Computerprogramm, welches das Feedback errechnet, antreibt, so könnte eventuell die Form der antreibenden Schwingung dafür verantwortlich sein, ob es zu einer Übereinstimmung der Frequenzen kommt oder nicht. Von einem Frequenzeinfall kann allerdings in diesem Beispiel nicht die Rede sein, da das Computerprogramm keine eigene Frequenz hat. Wohl aber könnte man von Frequenzeinfall im Fall des Experimentes, welches für Abbildung 9.5 durchgeführt wurde, sprechen, da dort  $T_0$  nicht variabel war und somit ein Maß für die Frequenz des Programms darstellte.

Abschließend soll an dieser Stelle noch einmal betont werden, daß, obwohl die hier angewandten Feedback-Regeln denen ähneln, die auch für globales Feedback benutzt werden (z.B. [45, 129]), es sich hier jedoch um eine prinzipiell andere Art von Feedback handelt, da die aus ihm resultierenden Aktionen lokal sind. Das bedeutet, daß man wesentlich kompliziertere Feedback-Algorithmen entwerfen kann. Während globales Feedback im allgemeinen zu einem nicht explizit steuerbaren Zustand des Systems führt (z.B. Clusterbildung), könnte mit dem lokalen Feedback auch aktiv nach bestimmten Zuständen gesucht werden. Wollte man z.B. in einem bestimmten Bildbereich

eine diesen Ausschnitt ausfüllende einzelne Spirale erzeugen, so könnte man sich überlegen, unter welchen Umständen man eine einzelne solchen Spirale erhalten könnte und welche Zustände, die man auf eine ebenfalls zu bestimmende Art charakterisieren müßte, nahe an dem gewünschten Endzustand sind. Das Feedback-Programm könnte dann eine Art Optimierungsschleife darstellen, welches versucht, von seinem Ist-Zustand sich in Richtung des Soll-Zustands zu bewegen.

Mit den in diesem Kapitel vorgestellten Experimenten sollte anhand eines Beispiels das Potential der Verknüpfung von sowohl räumlich als auch zeitlich aufgelöstem Messen und Agieren demonstriert werden. Selbst bei diesen recht einfachen Rückkopplungsalgorithmen zeigen bereits kleine Änderungen der Programmvorschriften deutliche Änderungen im Verhalten des Systems.