

---

# Zusammenfassung

---

Ein wesentlicher Aspekt dieser Dissertationsschrift ist die Erweiterung der Anwendbarkeit von Funktionalintegralen in Quantenstatistik und Quantenfeldtheorie. Im ersten Teil wird die Definition kontinuierlicher statistischer Pfadintegrale von einem störungstheoretischen Standpunkt aus diskutiert, der automatisch auf eine Hochtemperaturentwicklung führt. Anschließend werden allgemeine Gaußsche Phasenraum-Pfadintegrale behandelt, wobei die harmonischen Korrelationsfunktionen dazu dienen, die Variationsstörungstheorie als Resummationsmethode für divergente Störungsreihen in den Teilen drei und vier weiterzuentwickeln. Der störungstheoretische Teil auf der einen Seite und die nichtperturbative Berechnung von Pfadintegralen auf der anderen wird überbrückt mit der Entwicklung einer rekursiven graphischen Konstruktionsmethode für Feynman-Diagramme in Teil zwei. Damit lassen sich systematisch alle topologisch verschiedenen Diagramme und ihre Multiplizitäten generieren, die zu einer bestimmten Ordnung der Störungsentwicklung beitragen. Entwickelt für die Erzeugung der Vakuumdiagramme für die freie Energie des anharmonischen Oszillators in hohen störungstheoretischen Ordnungen, lassen sich die grundlegenden graphischen Manipulationstechniken wie Aufschneiden und Amputieren von Linien und Vertizes auch auf  $n$ -Punkt-Korrelationsfunktionen anwenden. Damit können auch Graphen für Streuprozesse in Quantenfeldtheorien systematisch generiert werden, wie an verschiedenen Beispielen aus der Quantenelektrodynamik demonstriert wird.

Motiviert durch zum Teil nicht existierende analytische Resultate wenden wir die Variationsstörungstheorie auf atomare Systeme bei beliebigen Temperaturen und zur Bestimmung thermodynamischer Eigenschaften fluktuierender Membranen an. Um dies zu ermöglichen, wird das Resummationsverfahren in vielfältiger Weise erweitert. Die Berechnung von Dichtematrizen macht z.B. eine Verallgemeinerung der Verschmierungsformel erforderlich, bei der eine Gaußsche Faltung des klassischen Potentials die Berücksichtigung von thermischen und Quantenfluktuationen ermöglicht. Diese Verschmierungsformel ist ein wesentliches Hilfsmittel insbesondere bei nichtpolynomialen Potentialen, wo die übliche Wick-Regel zur Zerlegung der Korrelationsfunktionen einer Verallgemeinerung bedarf. Diese Theorie wird auf die Berechnung der Teilchendichte im Doppelmulden-Potential und die Elektronendichte im Coulomb-Potential angewendet, wobei letzteres als nichtpolynomiales Beispiel dient. In beiden Fällen liefert das Näherungsverfahren gute Ergebnisse.

Eine weitere wichtige Anwendung ist die Berechnung des effektiven klassischen Potentials für das Wasserstoffatom im Magnetfeld. Hierfür wird die Variationsstörungstheorie im Phasenraum formuliert, so daß sie jetzt auch für Systeme mit verallgemeinerten Impulsen benutzt werden kann. Das effektive klassische Potential, das die gesamte quantenstatistische Information eines Systems enthält, wurde in erster Ordnung Variationsstörungstheorie bestimmt. Im Grenzfall verschwindender Temperatur liefert das Minimum des effektiven klassischen Potentials die Grundzustandsenergie des Systems. Wir erhalten einen analytischen Ausdruck, der automatisch die Grenzfälle schwacher und starker Magnetfelder interpoliert und für alle Feldstärken genaue Ergebnisse liefert. Das für schwache und starke Felder sehr unterschiedliche asymptotische Verhalten der Bindungsenergie läßt sich mit Hilfe unseres Ausdruckes detailliert untersuchen. Im Schwachfeldfall wird das Potenzreihenverhalten der Entwicklung bestätigt, während für starke Felder ein kompliziert strukturiertes logarithmisches Verhalten auftritt.

Als Anwendung der Starkkopplungstheorie in der Membranphysik berechnen wir die universelle Druckkonstante, die im Druckgesetz von Helfrich für eine Membran auftritt, die zwischen zwei Wänden fluktuiert. Dabei werden die Wände durch ein parameterbehaftetes Potential simuliert, das so konstru-

iert ist, das es für verschwindenden Parameter die Wände exakt reproduziert. Der nichtharmonische Anteil des Potentials kann störungstheoretisch behandelt und die Störungsreihe mit Hilfe der Variationsstörungstheorie näherungsweise aufsummiert werden. Die erhaltenen Näherungen in verschiedenen Ordnungen der Variationsstörungstheorie lassen sich ins Unendliche extrapolieren. Die so erhaltene Druckkonstante ist in exzellenter Übereinstimmung mit früheren Monte-Carlo-Ergebnissen.

Ein ähnliches Verfahren dient dazu, die Druckkonstanten für einen Stapel von mehreren Membranen zwischen zwei Wänden zu berechnen. Wiederum stimmen die Ergebnisse sehr gut mit aus Monte-Carlo-Simulationen gewonnenen Werten überein. Der Notwendigkeit, daß sich die Membranen nicht gegenseitig durchdringen dürfen, wird durch die Betrachtung des Starkkopplungs-Grenzwertes eines künstlich eingeführten Abstoßungspotentials Rechnung getragen. Dabei wird die Ähnlichkeit zwischen dem Membranstapel und einem System von Strings ausgenutzt, die sich zwischen zwei linienartigen Wänden befinden. Dieses Vergleichssystem ist exakt behandelbar und dient der Bestimmung von Potentialparametern, die sich dann unmittelbar für das Membranproblem verwenden lassen.

In dieser Arbeit wird gezeigt, daß sich die Variationsstörungstheorie erfolgreich auf eine Reihe von Problemen aus verschiedenen Gebieten der Quantenstatistik und Membranphysik anwenden läßt. Die für fluktuierende Strings und Membranen gewonnenen Ergebnisse öffnen das Tor zu einem großen Feld von Anwendungen, das sich mit Hilfe der Starkkopplungstheorie bearbeiten läßt.