

Kapitel 3

Theoretische Modelle

Die in dieser Arbeit benutzten theoretischen Modelle zur Beschreibung von Spallationsreaktionen sind INCL¹ [Cug97, Cha88], HERMES² [Clo88] und LAHET³ [Pra89]. Im folgenden wird eine kurze Beschreibung dieser Modelle gegeben und auf die Hauptunterschiede zwischen den Modellen eingegangen. Diese Codesysteme setzen sich aus 2 theoretischen Ansätzen zusammen, der

1. Intranuklearen Kaskade (INC) sowie
2. einem statistischen Modell der sequentiellen Verdampfung.

Der LAHET-Code behandelt als Zwischenschritt auch noch die Vergleichgewichtsemission.

Damit sind wir in der Lage, die verschiedenen Stufen der Modelle mit unseren experimentellen Daten zu vergleichen:

- Inelastische Kollisionswahrscheinlichkeit und damit totaler Reaktions- oder inelastischer Wirkungsquerschnitt,
- Anregungsenergieverteilung nach der Intranuklearen Kaskade,
- Vergleichgewichtsemission sowie
- inklusive Produktionswirkungsquerschnitte.

Dazu muß erwähnt werden, daß es sich bei HERMES und LAHET um umfangreiche Transportcodes handelt, mit denen beliebige Targetgeometrien aus beliebigen Materialien modelliert werden können und die alle sekundären,

¹INCL ist eine Kombination aus Cugnon- und GEMINI-Code

²HERMES ist eine Weiterentwicklung des HET, High Energy Transport code, federführend ist das IKP im FZ-Jülich

³Los Alamos High Energy Transport code

tertiären usw. Reaktionen in dieser Geometrie berücksichtigen. Mit solchen Codes können u.a. Vorgänge in Kernreaktoren berechnet werden. Da in dieser Arbeit nur dünne Targets mit einer Reaktionswahrscheinlichkeit von $P_{\text{reac}} \approx 10^{-4} \dots 10^{-5}$ verwendet wurden, können Sekundärreaktionen mit einer Wahrscheinlichkeit von $P_{\text{reac}}^2 \cdot M_i$ völlig vernachlässigt werden. Damit interessiert in dieser Arbeit nur der erste Teil, d.h. die Intranukleare Kaskade und die anschließende Verdampfung — nur ein kleiner Teil dieser Programmpakete.

3.1 Die Intranukleare Kaskade

Der Ausgangspunkt aller drei verwendeter Codes ist die Intranukleare Kaskade, die das erste Mal 1947 von Serber [Ser47] vorgeschlagen und durch Bertini [Ber63] erweitert wurde. Dabei wird eine Folge von Stößen zwischen den beteiligten Teilchen mittels Monte-Carlo-Methode simuliert. Die Grundannahmen dafür sind:

1. Die inelastische Hadron-Kern-Wechselwirkung ist eine Folge voneinander unabhängiger Stöße von primären sowie sekundär erzeugten Teilchen mit den Kernnukleonen.
2. Die Trajektorien der Kaskadenteilchen werden als klassisch angenommen, ihre Wechselwirkung untereinander vernachlässigt.
3. Als Wirkungsquerschnitte für die elementaren Stöße werden unter Berücksichtigung des Pauli-Prinzips die freien Wirkungsquerschnitte im Vakuum angenommen.
4. Der Targetkern wird als Mischung eines entarteten Fermigases aus Neutronen und Protonen betrachtet.

Die Gültigkeit dieser Annahmen erfordert folgende Bedingungen:

- Die de Broglie-Wellenlänge λ der Teilchen (hier Pionen und Nukleonen) muß kleiner als der mittlere Abstand zwischen Kernnukleonen ($\delta \approx 2 \text{ fm}$) und als die mittlere freie Weglänge L dieser Teilchen in Kernmaterie sein: $\lambda \ll \delta, \lambda \ll L$. Für Nukleonen mit einem Impuls von $2 \text{ GeV}/c$ ist $\lambda = 0,1 \text{ fm}$, die mittlere freie Weglänge beträgt $1,6 \text{ fm}$ bei einem freie-Nukleonen-Nukleonen-Wirkungsquerschnitt von 40 mb .

- Die Zeit für einen elementaren Stoß τ ist kleiner als die Zeit zwischen zwei Stößen, d.h. die Reichweite der starken Wechselwirkung r muß kleiner sein als die mittlere freie Weglänge: $r \ll L$.
- Die Zahl der an der Kaskade beteiligten Teilchen N sollte klein im Verhältnis zur Zahl der Targetnukleonen sein: $N \ll A$.

Das Modell der Intranuklearen Kaskade beschreibt im Detail den Transfer von Energie zum Kern und die Dissipation der Energie im Kern für die schnelle Phase der Proton–Kern–Wechselwirkung, d.h. für Zeiten bis ca. 30 fm/c (ca. $1 \cdot 10^{-22}$ s).

Ein die Ergebnisse der Rechnungen beeinflussender Aspekt ist, auf welche Weise die Dichteverteilung der Nukleonen im Kern Eingang in die Modelle findet. Daraus resultiert die Kollisions– bzw. Reaktionswahrscheinlichkeit P_{inel} und damit der inelastische oder Reaktions–Wirkungsquerschnitt $\sigma_{reac} = P_{inel} \cdot \sigma_{geom}$ mit dem geometrische Wirkungsquerschnitt σ_{geom} (siehe Kapitel 2).

Im INCL–Code wird der Radius des geometrischen Wirkungsquerschnittes mit $1,12 \cdot A^{1/3}$ fm berechnet, wobei die nukleare Dichte innerhalb dieses Radius konstant und außerhalb 0 ist. Der etwas kleine Radiusparameter $r_0 = 1,12$ fm ist die Ursache dafür, daß die Rechnungen 20% kleinere Werte für die Reaktionswahrscheinlichkeit ergeben als die in Tabelle 4.1 aufgelisteten gemessenen für die Reaktionen 1,2 GeV p + (Fe . . . U). Diese Diskrepanz läßt sich beseitigen, wenn anstelle von $r_0 = 1,12$ fm der Wert $r_0 = 1,26$ fm benutzt wird.

In dieser Arbeit wurden die mit INCL berechneten Wirkungsquerschnitte renormiert mit einer Parametrisierung von in [Wel96] veröffentlichten inelastischen Wirkungsquerschnitten.

Die beiden Codes vom Bertini–Typ, HERMES und LAHET, nehmen eine variable Kerndichte $\varrho(R)$ [Hof56] in Form einer 3–Stufenfunktion mit $\varrho_{0,9}/\varrho_{0,2}/\varrho_{0,01}=0,9/0,2/0,01$ mal der zentralen Kerndichte an. Dadurch ergeben sich größere geometrische Wirkungsquerschnitte, der Parameter r_0 beträgt bei $\varrho_{0,01}$ 1,8 fm für $A \approx 40$ und 1,5 fm für $A \approx 200$. Allerdings ist die Kollisionswahrscheinlichkeit, gemittelt über die Fläche, niedriger, so daß sich diese beiden Anteile herausheben. Die Rechnungen für den inelastischen (Reaktions–) Wirkungsquerschnitt stimmen innerhalb 5% mit den in Tabelle 4.1 angegebenen Meßwerten überein. Folglich mußten die Ergebnisse von HERMES und LAHET nicht renormiert werden.

Nach jeder Intranuklearen Kaskade bleibt ein mehr oder weniger hoch angeregter Kern zurück, abhängig davon, ob es sich um einen zentralen oder einen peripheren Stoß handelte. Dieser Kern emittiert so lange Teilchen, wie

die Anregungsenergie dafür ausreicht. Dieser Vorgang des sequentiellen Abdampfens von Teilchen wird theoretisch mit dem Statistischen Modell beschrieben. Ein kritischer Punkt ist in dieser Kombination das Kriterium des Umschaltens von der Intranuklearen Kaskade zum Statistischen Modell. Beim Cugnoncode INCL ist die Kaskade eine Funktion der Zeit und somit das Kriterium ein Zeitwert, die sogenannte Gleichgewichtszeit τ_{equil} . Diese Zeit ist abhängig von der Masse A der Targetkerne, der Energie des Protons und des Stoßparameters. Typische Werte dieser Zeit liegen bei 18 fm/c für Fe oder 25 fm/c für U. Diese theoretische Gleichgewichtszeit ergibt sich aus einer Abflachung der zeitabhängigen Emissionsrate von Kaskadenteilchen innerhalb des Modells.

In den INC-Modellen nach Bertini (HERMES und LAHET) ist das korrespondierende Kriterium gegeben durch die Bedingung, daß die Energie des energiereichsten gestreuten Nukleons im Kern niedriger wird als eine definierte Grenzenergie: \rightarrow der Summe von Bindungs-, Coulomb- und Fermi-Energie.

3.1.1 Der Cugnoncode

Der Cugnoncode berücksichtigt nur Hadron-Hadron-Wechselwirkungen, die Emission von kompositären Teilchen wie d, t und α -Teilchen wird nicht betrachtet. Allerdings werden folgende Prozesse verfolgt:

$$NN \iff N\Delta \quad \text{sowie} \quad \Delta \iff \pi N$$

Die Rechnungen werden relativistisch behandelt, Energie-, Impuls- und Baryonenzahlerhaltung sind gewährleistet. In-medium Nukleon-Nukleon-Wirkungsquerschnitte sind unterhalb von 400 MeV von Bedeutung und werden berücksichtigt.

Die Nukleonen im Targetkern bewegen sich in einem sphärisch konstanten Potential von $V_0 = 40 \text{ MeV}^4$. Ein Nukleon, welches die Oberfläche des Kernes von innen berührt, wird reflektiert, falls die Energie kleiner als V_0 ist. Anderenfalls kann es mit einer bestimmten, von der Energie abhängigen Wahrscheinlichkeit den Kern verlassen (Abbildung 3.1).

⁴32 MeV Fermigasbeitrag, 8 MeV Bindungsenergie eines Nukleons

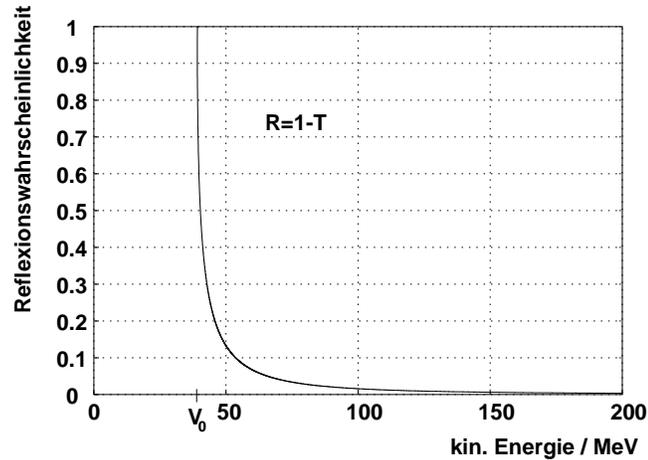


Abbildung 3.1: Wahrscheinlichkeit, daß ein Nukleon an der Innenseite der Kernoberfläche reflektiert wird, nach [Cug87]. Auch oberhalb von V_0 kann das Nukleon im Kern verbleiben.

3.2 Das Statistische Modell

Die weitere Abregung des sich im thermischen Gleichgewicht befindenden Kernes wird durch den Verdampfungscode GEMINI [Cha88] beschrieben, der die Ausgaben des Cugnoncodes als Eingabe benutzt. Die Rechencodes HERMES und LAHET haben einen eingebauten Verdampfungscode. Die Eingabeparameter für diese Verdampfungscode sind die Anregungsenergie, die Ladung und die Masse des Kernes nach der INC.

Das Statistische Modell in seiner Standardform, wie es in der statistischen Theorie von N. Bohr [Boh39] bereits 1939 in Grundzügen entwickelt worden ist, geht von folgenden Annahmen aus: Formation und Zerfall des Compoundkerns sind bis auf die Erhaltung der Gesamtenergie und des Gesamtdrehimpulses voneinander unabhängig. Alle möglichen Zerfallskanäle werden mit gleicher Wahrscheinlichkeit besetzt. Existiert für einen Kanal eine Barriere, so wird die Wahrscheinlichkeit für das Erreichen dieses Besetzungszustands durch einen Transmissionskoeffizienten reduziert. Die intrinsischen Freiheitsgrade des Compoundkerns sind äquilibriert, am Sattelpunkt wird eine quasistationäre Situation der kollektiven Freiheitsgrade angenommen.

Ein angeregter Compoundkern zerfällt in diesem Modell durch Spaltung oder unter Emission leichter Teilchen. Für Teilchenemission können die partiellen Zerfallsbreiten $\Gamma_{J_2}(Z_1, A_1, Z_2, A_2)$ als Funktion der Niveaudichte ρ des Anfangs- und Endsystems sowie der Transmissionskoeffizienten T_l ausgedrückt werden:

$$\Gamma_{J_2}(Z_1, A_1, Z_2, A_2) = \frac{2J_1 + 1}{2\pi\varrho_0} \sum_{l=|J_0-J_2|}^{|J_0+J_2|} \int_0^{E^*-B-E_{rot}(J_2)} T_l(\epsilon)\varrho_2(U_2, J_2) d\epsilon$$

- J_0, E^*, ϱ_0 : Ausgangskern
- Z_1, A_1, J_1, ϵ : emittiertes Teilchen
- $Z_2, A_2, J_2, U_2, \varrho_2$: Restkern
- B : Bindungsenergie
- E_{rot} : Deformations- und Rotationsenergie
- T_l : Transmissionskoeffizienten, = 0 für $\epsilon < E_{coul} + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu R^2}$, sonst 1 (R – Absorptionsradius, μ – reduzierte Masse, E_{coul} wird nach einer empirischen Formel berechnet)

Im Gegensatz zum Kanal des Teilchenzerfalls hängt die Beschreibung der Spaltzerfallsbreiten nicht von Niveaudichten oder anderen statistischen Eigenschaften der Restkerne ab, sondern – nach der Hypothese von Bohr–Wheeler – von den Eigenschaften des Compoundkerns am Sattelpunkt. Die drehimpulsabhängige potentielle Energie hat hier ihr Maximum erreicht (siehe Abbildung 3.2). Die Spaltung wird analog dem Teilchenzerfall behandelt [Boh39, Sto85]:

$$\Gamma_f^{BW}(Z_1, A_1, Z_2, A_2) = \frac{1}{2\pi\varrho_0} \int_0^{E^*-E_{sad}(J_0)} T\varrho_{sad}(U_{sad}, J_0) d\epsilon$$

$$U_{sad} = E^* - E_{sad}(J_0) - \epsilon$$

T=1 wenn die totale Energie die Spaltbarriere überschreitet, sonst T=0.

Neben den Transmissionskoeffizienten werden die partiellen Emissionsbreiten Γ entscheidend von den Kernniveaudichten bestimmt. Wird der Kern als ein Fermigas von A unabhängigen Teilchen aufgefaßt, ist bei gegebener Anregungsenergie die Niveaudichte ϱ durch die Anzahl der Arten, auf die E^* auf die verschiedenen Einteilchenzustände verteilt werden kann, gegeben. Für den Niveaudichteparameter a werden neben einfachen Beziehungen $a = A/x$ ($x = 7$ bis 14 MeV) in der Literatur auch phänomenologische Ansätze beschrieben, die den Einfluß der Oberfläche, Struktur und der Form

der Kerne durch verschiedene Parameteransätze berücksichtigen [Tok81, Ign75, Got79]. Der Niveaudichteparameter wurde für GEMINI konstant mit $a = A/10 \text{ MeV}^{-1}$ gewählt, LAHET2.7 benutzt den Gilbert–Cameron–Cook–Ignatyuk Formalismus [Pra88] zur Berechnung des Niveaudichteparameters.

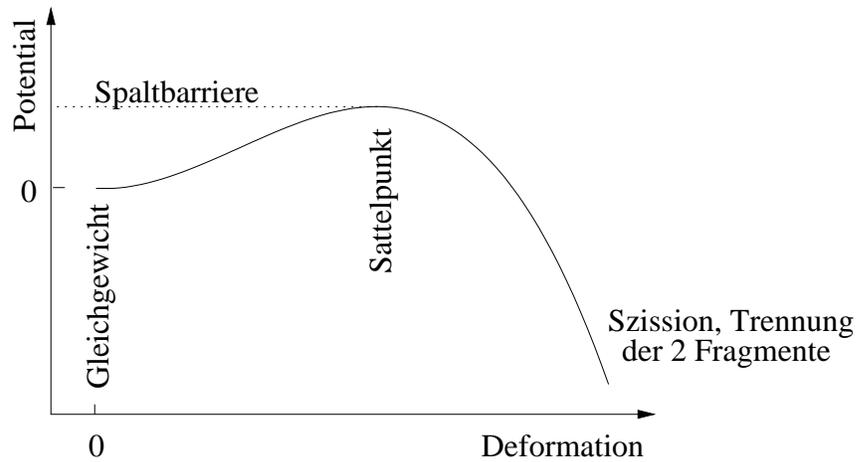


Abbildung 3.2: Potentielle Energie bei der Spaltung. Ist der Compoundkern in einen Zustand rechts vom Maximum gelangt, spaltet der Kern.