4 Schülerpartizipation im Mathematikunterricht achter Klassen

Auf der Grundlage der TIMSS-Videostudie und der darauf aufbauenden Untersuchung können Indikatoren gewonnen werden, die Aussagen über die Schülerbeteiligung zulassen. Eine erste Auskunft gibt die Anzahl der Schüler, die sich durch mündliche Beiträge ins Unterrichtsgeschehen einbringen. Ein weiterer Indikator für Schülerpartizipation ist das Verhältnis der Anzahl der Äußerungen von Schülern und Lehrern in den Unterrichtsstunden. Ferner kann die Gesamtlänge der Schüleräußerungen mit der Gesamtlänge der Lehreräußerungen verglichen werden und zur Länge der jeweiligen Einzeläußerungen der Schüler oder des Lehrers in Beziehung gesetzt werden. Neben der Länge lässt die Art der Äußerung Schlüsse über die Rolle der Schüler im Unterricht zu. Die Anzahl der Fragen des Lehrers, die eine Reaktion der Schüler fordern und bedingen, geben weiterhin Aufschluss über die Schülerpartizipation, insbesondere auch im Vergleich zu den Fragen, die die Schüler stellen. Diese quantitativen Faktoren werden auch zu qualitativen Aspekten der Partizipation in Beziehung gesetzt, die unter Rückgriff auf die Videobänder einzelner Unterrichtsstunden exemplarisch gezeigt werden können.

4.1 Schülerbeteiligung

Der Umfang der Schülerbeteiligung lässt sich unter anderem danach bestimmen, wie viele Schüler der Klasse sich durch mündliche Beiträge am Unterrichtsgeschehen beteiligen. Durch die Art der Codierung in der Videostudie lassen sich allerdings nur diejenigen Schüler ermitteln, die sich durch ihre *fachbezogenen Antworten* in den Unterricht einbringen. Die Individualisierung bezieht sich ausschließlich auf die mathematikbezogenen Schüler*antworten*, wie bereits im Kapitel 3.3 erläutert. Die unten aufgeführte Tabelle zeigt demnach in der ersten Zeile lediglich den prozentualen Anteil, den die mathematikbezogenen

Schülerantworten an den *gesamten* Äußerungsschritten im Unterricht durchschnittlich ausmachen. In der erst genannten Gruppe tauchen Äußerungsschritte wie „Na A und B im Original ist immer parallel zu A Strich B Strich im Bild.“[227] auf. Dieser Äußerungsschritt wird als mathematikbezogene Schülerantwort (RC) codiert, da es die fachbezogene Antwort auf die Frage „Welche Eigenschaften besitzt denn die zentrische Streckung?“[228] ist. In der zweiten Gruppe, die die gesamten Äußerungsschritte der Schüler darstellt, taucht sowohl dieser, als auch ein Äußerungsschritt auf wie „Ich habe keinen Bleistift.“[229], der keine mathematikbezogene Antwort, aber einen Äußerungsschritt eines Schülers darstellt.

	Gymnasium	Hauptschule
Mittlerer Anteil der fachbezogenen Antworten an allen Äußerungsschritten	64,9 %	61,3 %
Mittlerer Anteil der fachbezogenen Antworten an allen fachbezogenen Äußerungsschritten	91,1 %	86,5 %
Mittlerer Anteil der zugeordneten fachbezogenen Antworten an allen fachbezogenen Antworten	76,9 %	74,0 %
Mittlere Anzahl der Schüler in der Klasse	26	23
Mittlere Anzahl der fachbezogen antwortenden Schüler	17	15
Mittlere Anzahl der fachbezogenen Antworten des am häufigsten antwortenden Schülers[230]	5	7
Anteil der Stunden mit 2/3 Schülerbeteiligung an allen Stunden	56 %	60 %

N = 25 Klassen des Gymnasiums
N = 10 Klassen der Hauptschule

Tabelle 10
Schülerbeteiligung bei mathematikbezogenen Antworten

Die Beteiligung der Schüler ist insbesondere bei den fachbezogenen Teilen des Unterrichts von Interesse und nicht insgesamt bei allen klassenöffentlichen Äußerungen. Die nächste Zeile zeigt deshalb den Anteil der mathematikbezogenen *Antworten* an allen mathematikbezogenen *Äußerungsschritten*. Hier werden – anders als in

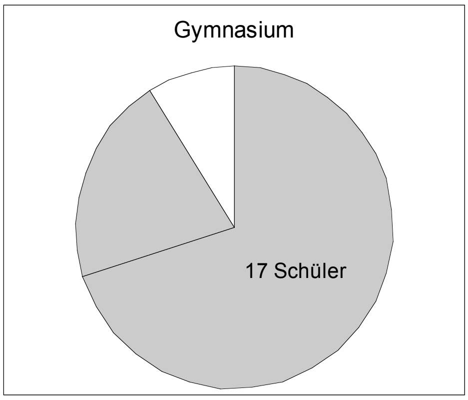
[227] S-ID-64462, 00:01:14.
[228] S-ID-64462, 00:00:54.
[229] S-ID-64462, 00:15:08.
[230] ... zu verschiedenen Fragestellungen.

der Zeile davor – Kommentare wie „Kriegen wir noch was auf?“[231] (EM) ausgespart. Es bleiben nur mathematikbezogene Äußerungsschritte erhalten wie „Kann man da eigentlich nicht mit dem Quadrat des Nenners malnehmen?“[232] (EC YNF), „Wieso können nicht beide kleiner und größer als Null sein?“[233] (EC DEF), „Wie geht denn der andere Weg?“[234] (EC DEF), „Was bringt das?“[235] (EC NSF). und „Können Sie das an der Tafel mal vorrechnen?“[236] (DC). Die Tabelle 10, Zeile 2 zeigt, dass die mathematikbezogenen Schülerantworten den größten Anteil der gesamten Schüleräußerungsschritte ausmachen, so dass die meisten Schülerbeiträge – trotz der Reduzierung, lediglich bei den Antworten die einzelnen Schüler zu identifizieren – auch einzelnen Schülern zugeordnet werden können.

Die Prozentzahlen, die in der dritten Zeile aufgeführt sind, geben Auskunft über den Anteil der fachbezogenen Antworten, die einzelnen Schülern zugeordnet werden können. Eine vollständige Zuordnung ist – wie im Kapitel 3.3 bereits erläutert – aus dem Grund nicht möglich, dass nur eine Videokamera den Unterricht filmt und nicht das gesamte Geschehen aufgezeichnet werden kann. Selbst wenn die Kamera die betreffenden Schüler filmt, ist es nicht immer möglich, den sprechenden Schüler auszumachen. So können beispielsweise Zwischenrufe oder Antworten nicht namentlich aufgerufener Schüler häufig nur schwer oder gar nicht zugeordnet werden. Der in Zeile fünf festgehaltene Wert ist demnach ein minimaler Wert der Schüler, die sich am Unterricht beteiligt haben. Tatsächlich haben sich wahrscheinlich mehr Schüler in den Mathematikstunden geäußert, als die Werte angeben. Bei der folgenden Betrachtung dürfen diese Einschränkungen nicht außer Acht gelassen werden. Die gewonnenen Werte werden in der Regel zu niedrig sein.

[231] S-ID-86800, 00:28:52.
[232] S-ID-86800, 00:07:18.
[233] S-ID-86800, 00:20:19.
[234] S-ID-86800, 00:11:11.
[235] S-ID-86800, 00:35:36.
[236] S-ID-86800, 00:01:39.

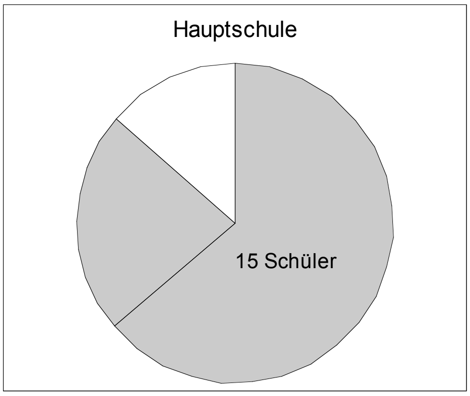
Stunden, in denen vom Codierer weniger als die Hälfte der Schülerantworten einzelnen Schülern zugeordnet werden konnten, finden in der Auswertung keine Berücksichtigung. Bei der Berechnung der Mittelwerte werden diese Stunden ausgespart. Außerdem sind diejenigen Stunden nicht berücksichtigt, in denen kein ausgefüllter TIMSS-Lehrerfragebogen vorliegt, in dem die Anzahl der Schüler in der Klasse anzugeben war. Insgesamt können deshalb bei dieser Auswertung nur 25 Gymnasiumsklassen und 10 Hauptschulklassen von den ausgewerteten 60 Klassen herangezogen werden.



A. fachbezogene Antworten		91,1 %
1. identifizierte Schüler	70,1%	
2. nicht identifizierte Schüler	21,0%	
B. andere fachbez. Äußerungsschritte		8,9 %

N = 25 Klassen

Abbildung 1
Anzahl der sich beteiligenden Schüler in Abhängigkeit der erfassten zuordenbaren Äußerungen in den untersuchten Gymnasien, für die eine Aussage möglich ist



A. fachbezogene Antworten		86,5 %
1. identifizierte Schüler	64,0%	
2. nicht identifizierte Schüler	22,5%	
B. andere fachbez. Äußerungsschritte		13,5 %

N = 10 Klassen

Abbildung 2
Anzahl der sich beteiligenden Schüler in Abhängigkeit der erfassten zuordenbaren Äußerungen in den untersuchten Hauptschulen, für die eine Aussage möglich ist

Die Kreisdiagramme in Abbildung 1 und Abbildung 2 repräsentieren alle fachbezogenen Äußerungsschritte der Schüler. Die grau hinterlegten Flächen stellen den durchschnittlichen Anteil der fachbezogenen Antworten an den Äußerungsschritten dar. Die zusätzlich schraffierten grauen Flächen sind der Anteil, bei dem die antwortenden Schüler identifiziert werden können. Im Gymnasium beteiligen sich durchschnittlich 17 Schüler am Unterricht, in der Hauptschule sind es

15. Dieser Wert ist unter Berücksichtigung der durchschnittlichen Klassengröße (vgl. Tabelle 10) recht hoch. Dies ist insbesondere deshalb der Fall, weil bei der Auswertung nur ein Teil aller Äußerungsschritte der Schüler (70,1 % in Gymnasien und 64 % in Hauptschulen) im Unterricht berücksichtigt und dargestellt wird.

In ungefähr sechs von zehn betrachteten Mathematikstunden beteiligen sich allein durch fachbezogene Antworten zum Stundenthema mindestens zwei Drittel der Klasse am Unterricht. Die Zahl der ermittelten Schüler, die sich verbal aktiv am Mathematikunterricht beteiligen, streut zwischen sieben Schülern einer 27 Schüler umfassenden Klasse und 22 einer 23 Schüler umfassenden Klasse. Beide Werte stammen aus Unterrichtsstunden des Gymnasiums. Der sprachlich aktivste Schüler im Gymnasium hatte durchschnittlich fünfmal die Gelegenheit, auf Fragen oder Anweisungen des Lehrers einzugehen, der aktivste Hauptschüler siebenmal. Die Zahl der Schüler, die sich ins Unterrichtsgeschehen einbringen, und auch die Zahl der Äußerungsmöglichkeiten jedes einzelnen Schülers ist einerseits von der Bereitschaft des Lehrers abhängig, der den Unterricht strukturiert und die Schülerbeteiligung zulässt bzw. fordert. Andererseits müssen die Schüler selbst bereit und motiviert sein, sich am Unterricht zu beteiligen.

Die Verschiedenheit der Werte der einzelnen Unterrichtsstunden, die sich u. a. bei der Angabe des Maximal- und Minimalwertes sich beteiligender Schüler darstellt, ist auch durch die unterschiedliche Dauer des klassenöffentlichen Unterrichts bedingt. Diese streut bei den aufgezeichneten 100 Stunden zwischen neun Minuten und 49 Minuten, im Durchschnitt beträgt sie 32 Minuten.

Die Schülerbeteiligung soll in der gesamten Unterrichtsstunde erfasst werden, unabhängig von der Dauer ihres klassenöffentlichen Teils. Die Unterrichtsstunde bildet den alleinigen Rahmen, in welchem

Schülerbeteiligung möglich ist. Entscheidet sich der Lehrer dazu, längere Zeit selbstständig in Stillarbeit arbeiten zu lassen, ist die Möglichkeit der Interaktion, mithin der mündlichen Schülerpartizipation, reduziert. Bei der Auswertung der Schülerbeteiligung wird dieser Faktor dennoch nicht berücksichtigt, da die vorliegende Analyse nur Auskunft darüber geben soll, wie viele Schüler in einer 45-minütigen Unterrichtsstunde, die sich sowohl aus klassenöffentlichem Unterricht wie aus Stillarbeitsphasen zusammensetzen kann, zu Wort kommen.

Die erfasste Maximalbeteiligung eines einzelnen Schülers aller Unterrichtsstunden im Mittel einerseits und die recht breite Streuung der Anzahl sich beteiligender Schüler in den untersuchten Klassen andererseits lassen folgende Schlüsse zu: Zum einen bestätigt sich der Eindruck, dass der Mathematikunterricht mancher Klassen von den Sprechbeiträgen einzelner Schüler stark dominiert wird. In der Unterrichtsstunde mit dem ermittelten Maximalwert im Gymnasium kommt ein Schüler zu verschiedenen Fragen neunmal zu Wort,[237] in der Hauptschule sogar 15 Mal.[238] Wie erwähnt, liegen die Mittelwerte bei fünf Beiträgen eines Schülers im Gymnasium und sieben in der Hauptschule. Zum anderen sind die Werte der sich beteiligenden Schüler aber auch gleichzeitig ein Beleg dafür, dass in vielen Unterrichtsstunden ein Großteil der Klasse allein durch Antworten in den Unterricht einbezogen wird, nämlich 67,3 % im Mittel im Gymnasium (17 Schüler) und 69,7 % in der Hauptschule (15 Schüler).

In der im Folgenden dargestellten Unterrichtsstunde eines Gymnasiums (S-ID-64868) ist die Beteiligung überdurchschnittlich hoch, während die Maximalbeteiligung eines einzelnen Schülers nur durchschnittlich ist. Allein durch das Beantworten von Fragen beteiligen sich 80 % der Klasse, nämlich 16 von 20 Schülern, am Unterrichtsgespräch. Die Lehrerin versucht, einen Großteil der Klasse einzubeziehen. Dabei

[237] Vgl. S-ID-42955.
[238] Vgl. S-ID-00317.

akzeptiert sie auch, wenn ein Schüler nicht bereit ist, an die Tafel zu kommen, wie es das folgende Beispiel verdeutlicht.

00:01:32			4	T	Dann fangen wir mal an. Morgen.	IM	
				T	Hausaufgaben.	DM	
				A	HAUSAUFGABEN	EC	NSF
00:01:49				T	So wer kann n denn mal die erste Aufgabe an die Tafel zeichnen?	EM	
00:02:00				T	Gute Frage. Ja?	IO	
				T	Finden wir niemand?	EM	
00:02:12				T	Sybel ja. War das eine Meldung?	EM	
00:02:14	1	1	1	S	Nein lieber nicht.	RM	
00:02:15			1	T	Lieber nicht.	U	
00:02:17	1	1	1	S	Ich hab das nicht ganz verstanden.	IM	
00:02:19			1	T	Die Erste?	EM	
00:02:19	1	1	1	S	Ja.	RM	
00:02:20			1	T	Oh.	U	
				T	... Nicole?	N	
00:02:23	1	1	1	S	(Ich denke meine ist falsch.)	RM	
00:02:27			1	T	Mattes?	N	
00:02:29	1	1	1	S	Ich weiß nicht.	RM	
00:02:34			2	T	Versuchs mal.	DM	

Transkriptausschnitt (Originalsprache) 1
S-ID-64868: Die achte Spalte zeigt durch das Fehlen der kombinierten Zahl-Buchstaben Codes, dass sich keine Schüler durch mathematisch-inhaltliche Antworten am Unterricht beteiligten.

Beschreibung:

Der Unterricht beginnt mit den Worten „Dann fangen wir mal an.“ und der Begrüßung „Morgen.“ von Seiten der Lehrerin, was sie sogleich durch „Hausaufgaben.“ (00:01:32) ergänzt. Die Schüler fangen an, in den vor ihnen liegenden Heften zu blättern, andere Tische sind noch leer und die Schüler nehmen Hefte und andere Utensilien aus Taschen und legen sie auf die Tische. Es herrscht eine allgemeine Unruhe. Auf die Frage „So wer kann n denn mal die erste Aufgabe an die Tafel zeichnen?“ (00:01:49) bekommt die Lehrerin keine Antwort, nach zehn Sekunden ergänzt sie „Gute Frage.“ und fragt erneut „Finden wir niemanden?“ (00:02:00). Dann spricht sie hintereinander zwei Schülerinnen direkt an. Sybel erwidert, dass sie mit der Aufgabe noch Probleme hat, was die Lehrerin erstaunt, wie sie durch ein „Oh.“ (00:02:20) zum Ausdruck bringt. Auch Renate kommt nicht an die Tafel.

Sie gibt an, die Aufgabe wahrscheinlich falsch gelöst zu haben. Mattes, der ebenfalls direkt angesprochen wird, steht auf, nachdem er sagt „Ich weiß nicht.“ (00:02:29), und geht an die Tafel, wo er die erste Aufgabe bearbeitet.

Interpretation:

Dieses erste Beispiel verdeutlicht, wie die Lehrerin zu Beginn einer Unterrichtsstunde, in der insgesamt – wie oben erwähnt – die Beteiligung überdurchschnittlich ist, die Schüler ihrer Klasse zum Mitwirken ermuntert. Es findet in dieser ersten Minute des Unterrichtsgesprächs noch keine mathematisch-inhaltliche Beteiligung der Schüler statt. Auch im weiteren Verlauf der Unterrichtsstunde ist es nicht ungewöhnlich, dass die Lehrerin verschiedene Schüler hintereinander auffordert, eine Aufgabe zu bearbeiten oder eine Frage zu beantworten. Untersucht man, wie häufig die Lehrerin einen Schüler durch eine Nominierung in den Unterricht zu integrieren versucht, so ergibt sich auch hier ein außergewöhnlich hoher Wert: Die Lehrerin fordert in den 44,3 Minuten des klassenöffentlichen Unterrichtsgesprächs 47-mal durch eine Nominierung die Schüler direkt auf, sich am Unterricht zu beteiligen. Sie nennt achtzehn verschiedene Schüler namentlich – manche von ihnen mehr als ein Mal, so dass sie insgesamt 61 Namen nennt. Der Versuch, die Schüler zu integrieren, endet oft erfolglos. Die Lehrerin versucht mit der Aufforderung „Wer wagt sich ran?“ (00:09:42) bisweilen dreimal hintereinander vergeblich, Schüler zu ermuntern, ihre Antworten zu präsentieren. Dabei handelt es sich nicht ausschließlich um unbekannte Aufgaben, die die Schüler in der Stunde zu lösen hätten, sondern nur um die aufgegebenen Hausaufgaben. Die Schüler antworten etwa „Na damit hatte ich noch ein paar Probleme.“ (00:09:56) oder auch einfach „Nee.“ (00:09:51) und „Nein, lieber nicht.“ (00:02:14). Die 47 Nominierungen bedeuten also nicht, dass sich 47 mathematische-inhaltliche Äußerungen von Schülern ergeben. Dennoch finden sich Antworten von 16 verschiedenen Schülern im Laufe des Unterrichtsgesprächs, was im

Vergleich zu den anderen untersuchten Unterrichtsstunden überdurchschnittlich hoch ist. Im Lehrerfragebogen antwortet die Lehrerin dennoch auf die Frage „Was war – gegebenenfalls – in der Unterrichtsstunde untypisch?“ „Die Beteiligung der Schüler war sehr gering. Die Klasse ist an sich sonst lebhafter dabei.“

Es folgt ein zweiter Ausschnitt der gleichen Unterrichtsstunde (S-ID-64868) zur näheren Analyse der Schülerbeteiligung:

00:41:57			7	T	Das können wir jetzt hierfür einsetzen.	IC	
00:42:03				T	Wer schreibt es mal?	EM	
00:42:09				T	Mattes erbarmst du dich?	EM	
00:42:11	1	1	1	S	Nee.	RM	
00:42:12			1	T	Nicht?	U	
00:42:17				T	Ja. Äh Diana.	N	
00:42:18	2	2	2	S	Na Gamma gleich neunzig Grad minus äh Delta äh Halbe-	IC	
00:42:24			7	T	Eins Halbe	IC	
				T	Und dann müssen wir erst mal weitersehen. Weiter sind wir noch nicht.	IM	
				T	Also bitte.	DM	
00:42:47				T	Fertig.	IM	
				T	So jetzt müssen wir uns erst Gedanken über das Gamma zwei machen.	IC	
				T	Da haben wir ja noch nichts gewurstelt.	IM	
				T	... Das heißt wir müssen hier das Gamma zwei ... rausholen.	IC	
00:43:02				T	Ganz entsprechend.	IC	
00:43:09				T	Ja?	O	
00:43:18				T	Wie würde man das machen?	EC	DEF
00:43:22				T	Katharina.	N	
00:43:23	1	1	1	S	Genauso wie bei Gamma eins.	RC	11D
00:43:25			7	T	Genauso wie bei Gamma eins.	UA	
				T	Das heißt wir müssen es genauso umformen.	IC	
				T	Können wir leider nicht unten drunter weiter schreiben. Jetzt müssen wir hier mal ran gehen.	IM	
00:43:44				T	Ähm Moment.	IM	
00:43:47				T	So. Wer schreibt es mal auf? Wer formt die Gleichung um?	EM	
				T	Linda?	N	
00:44:16				T	Ja und noch nach Gamma zwei alleine.	IC	
00:44:24				T	Ja. … Ja.	O	
00:44:39				T	Ja.	U	
00:44:45				T	Was müssen wir jetzt machen?	EC	NSF
00:44:48	1	1	1	S	Das abschreiben.	RC	7D
00:44:49			3	T	Das wieder abschreiben.	UA	
				T	Diana da hast du schon Erfahrung.	IM	

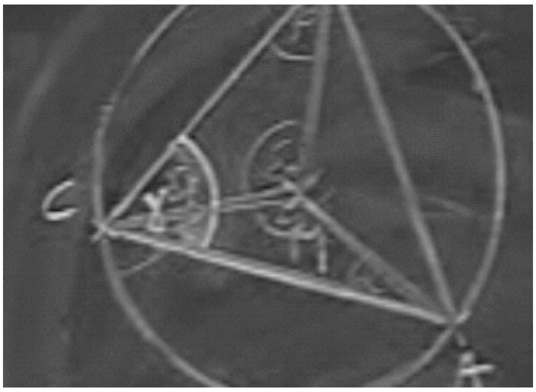
				T	Kannst du das da hinten noch dran bringen?	EC	NSF
00:44:55	1	1	1	S	Ähm.	O	
00:44:56			1	T	Also … das hier verwenden wir jetzt da oben.	IC	
00:45:02	1	1	1	S	Ähm … plus neunzig Grad uh	RC	7D
00:45:12			3	T	Jawohl.	UP	
00:45:18				T	So. Wem fällt denn da was noch ein zu? Wer könnte da noch was dran … rumändern? Verbessern? Zusammenfassen?	EC	NSF
				T	Lenja.	N	
00:45:33	1	1	1	S	Ähm.	O	
00:45:37			1	T	Na Nicole.	N	
00:45:39	1	1	1	S	Neunzig Grad plus neunzig Grad.	RC	4B
00:45:41			1	T	Sind?	EC	NSF
00:45:41	1	1	1	S	Hundertachtzig.	RC	4B
00:45:42			6	T	Ja	UA	
				T	machst du das mal?	DM	
00:46:08				T	Ja.	U	
00:46:11				T	Jetzt könnte man da noch was anfa- anfangen und zwar als letzten Schritt. Das hatten wir auch schon gehabt. Man kann hier was machen … wenn man so zwei Ausdrücke hat die den gleichen Faktor enthalten wie das ein Halb.	IC	
				T	Was kann man da machen?	EC	NSF
00:46:36				T	Ja ich habe es schon gehört.	IC	
				T	Karin.	N	
00:46:39	1	1	1	S	Mal zwei.	RC	6D
00:46:40			3	T	Nee.	UN	
				T	Ich kann nicht einfach etwas mal zwei nehmen	IC	
				T	aber was kann man machen … wenn man A X plus AY hat? Was kann man da immer machen wenn ein gleicher Faktor drin//steckt?	EC	NSF
00:46:54	1	1	1	S	//Ausklammern.	O	
00:46:56			1	T	Ja. Katharina?	N	
00:46:57	1	1	1	S	Ausklammern	RC	11E

Transkriptausschnitt (Originalsprache) 2

S-ID-64868: Die achte Spalte zeigt durch die Zahl der Codes 7D, 4B, 6D, 11E, dass vier verschiedene Schüler (nämlich Katharina, Diana, Nicole und Karin) sich durch Antworten am Unterricht beteiligten.

Beschreibung:

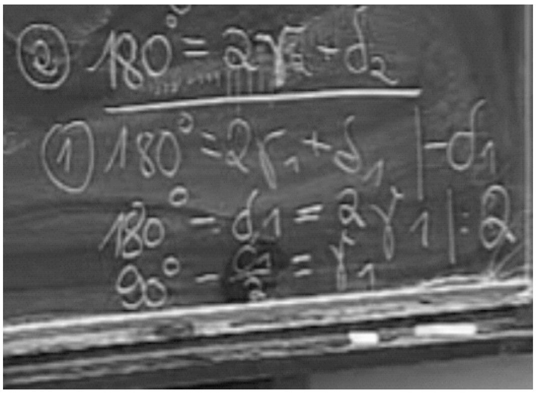
Die Unterrichtsstunde behandelt laut Lehrerfragebogen das Thema „Hinführung zum Umfangswinkelsatz“. An der Tafel befindet sich eine Zeichnung, in der der Winkel im Punkt C mit Gamma („γ“) bezeichnet ist, wobei sich der Winkel in zwei Winkel Gamma eins („γ_1“) und Gamma zwei („γ_2“) unterteilt, die auch an der Tafel beschriftet sind.



Tafelbild 1
S-ID-64868, 00:34:40: Winkel Gamma am Punkt C.

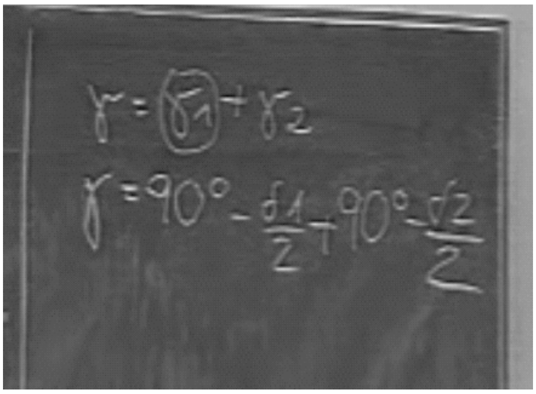
Außerdem ist dem dargestellten Transkriptausschnitt zum einen die Aufstellung der Gleichung „$\gamma = \gamma_1 + \gamma_2$“ und der Gleichung „$\gamma_1 = 90° - \frac{\delta_1}{2}$“ vorangegangen. Beide Gleichungen stehen an der Tafel. Die Lehrerin sagt, „Das“, und umkreist die zweite Gleichung mit einer bunten Kreide, „können wir jetzt hierfür“, und umkreist dann das Gamma eins der ersten Gleichung, „einsetzen.“ (00:41:57). Diana nennt die entstehende Gleichung und wird von der Lehrerin unterbrochen und verbessert, da sie den Index des Winkels Deltas „eins“ (00:42:24) nicht genannt hat. Die Lehrerin führt weiter aus: „Und dann müssen wir erst mal weitersehen. Weiter sind wir noch nicht.“ (00:42:18). Mit „Also bitte.“ (00:42:24) wird Diana gebeten, das Ergebnis an die Tafel zu schreiben. Diana beginnt an der Tafel die zweite Gleichung in die erste einzutragen. Sie schreibt „$\gamma = 90° - \frac{\delta_1}{2}$“ und die Lehrerin unterbricht sie erneut und sagt „Fertig.“ (00:42:47) Diana legt die Kreide ab und geht wieder an ihren Platz.

Im folgenden Tafelbild erkennt man, wie die Gleichung „$\gamma_1 = 90° - \frac{\delta_1}{2}$“ an der Tafel aus der Gleichung „$180° = 2\gamma_1 + \delta_1$“ entstand.



Tafelbild 2
S-ID-64868, 00:41:21: Zwei Gleichungen

Nun soll auch die an der Tafel an oberster Stelle stehende Gleichung „$180° = 2\gamma_2 + \delta_2$“ umgeformt werden: Die Lehrerin deutet auf die Gleichung und sagt „Das heißt wir müssen hier das Gamma zwei ... rausholen.“ (00:42:47) Katharina erklärt, dass dies „Genauso wie bei Gamma eins.“ (00:43:23) geht. Weil „wir leider nicht unten drunter weiter schreiben“ (00:43:25) können, schreibt die Lehrerin die Gleichung noch mal an eine noch unbeschriebene Tafelstelle. Linda formt die Gleichung analog zur anderen Gleichung um – diesmal nach Gamma zwei. Nach dem ersten Schritt, Linda subtrahiert erst Delta zwei, ergänzt die Lehrerin „Ja und noch nach Gamma zwei alleine.“ (00:44:16). Diana ergänzt einen vertikalen Strich rechts neben der Gleichung, ein Divisionszeichen und eine Zwei und schreibt in die nächste Zeile das Ergebnis ihrer Division durch zwei. Gamma zwei steht nun alleine auf einer Seite der Gleichung. Auf die Frage „Was müssen wir jetzt machen?“ (00:44:45) antwortet Diana „Das abschreiben.“ (00:44:48). Diana, die auch anfangs Gamma eins in die Gleichung eingesetzt hat und deshalb „schon Erfahrung“ (00:44:49) hat, fügt nun noch Gamma zwei hinzu, so dass folgendes Tafelbild entsteht.



Tafelbild 3
S-ID-64868, 00:45:18: Zwei Gleichungen

Im Anschluss wird die Gleichung noch vereinfacht, wobei Nicole, Karin und Katharina zu Wort kommen. Die Lehrerin fordert hierzu auf durch die Fragen „Wem fällt denn da was noch ein zu? Wer könnte da noch was dran … rumändern? Verbessern? Zusammenfassen?“ (00:45:18) Lenja gibt keine Antwort auf die Frage, Nicole antwortet „Neunzig Grad plus neunzig Grad.“ (00:45:39). Die Lehrerin fügt hinzu „Sind?“ (00:45:41) und Nicole errechnet „Hundertachtzig.“ (00:45:41). Was die Lehrerin durch ein „Ja.“ (00:45:42) bewertet. Nicole wird gefragt, ob sie an die Tafel kommt, um diese Antwort dort festzuhalten. Sie notiert: „$\gamma = 180° - \frac{\delta_1}{2} - \frac{\delta_2}{2}$“. Die anderen Summanden werden durch die erneute Frage der Lehrerin aufgegriffen. Sie zeigt auf die Brüche an der Tafel, ergänzt, „Man kann hier was machen … wenn man so zwei Ausdrücke hat die den gleichen Faktor enthalten wie das ein Halb.“ (00:46:11) Karin schlägt vor, mit Zwei zu multiplizieren. Die Lehrerin ist mit dieser Antwort nicht einverstanden. Sie sagt: „Nee. Ich kann nicht einfach etwas mal zwei nehmen“ (00:46:40) und formuliert ihre Frage erneut und ergänzt diese durch den Vergleich mit der Summe „$ax + ay$“. Katharina äußert kaum hörbar unaufgefordert „Ausklammern.“ (00:46:54). Sie wird durch die Lehrerin nominiert und antwortet erneut „Ausklammern.“ (00:46:54).

Interpretation:

Anhand dieses Beispiels soll zunächst in Erfahrung gebracht werden, welche Bedeutung es hat, wenn in einer Mathematikstunde der achten Klasse sich im Mittel mindestens 17 bzw. 15 Schüler beteiligen und der mündlich aktivste Schüler im Mittel bis zu fünf bzw. siebenmal auf die Fragen im Unterricht antwortet. In den dargestellten fünf Minuten eines Unterrichtsgesprächs beteiligen sich fünf verschiedene Schüler – Katharina, Linda, Diana, Renate und Karin – an der Lösung einer Aufgabe. Linda tut dies nonverbal, indem sie die Gleichung an der Tafel umformt, ohne diese Umformung zu kommentieren. Für die quantitative Analyse geht sie deshalb verloren. Mattes wird zwar gebeten, eine Gleichung in eine andere einzusetzen, lehnt dies aber ab. Lenja wird in der 45. Minute der Unterrichtsstunde von der Lehrerin nominiert, antwortet aber nur „Ähm." Auch sie werden nicht bei der quantitativen Analyse berücksichtigt, da es sich bei ihren Angaben nicht um fachbezogene Äußerungen handelt.

Die quantitative und qualitative Analysen lassen beide den Schluss zu, dass sich in den fünf Minuten des Unterrichtsverlaufs vier verschiedene Schüler am Unterricht mündlich beteiligen, und zwar drei von ihnen zu je einer Fragestellung und einer zu zwei Fragestellungen. Quantitativ kann man die Äußerungsschritte 7D, 4B und 6D der Schüler erfassen, welche sich in der aufgeführten Zeit äußern, sowie 11D und 11E, wobei sich der elfte Schüler der Klasse zum d.- und e.-mal, also zweimal in der Zeitspanne, äußert. Qualitativ kann man ebenfalls die Schüler benennen und feststellen, dass Diana, die siebte Schülerin, die in der Unterrichtsstunde zu Wort kommt, Nicole, die vierte Schülerin, und Karin, die sechste Schülerin, sich jeweils einmal mündlich beteiligen und Katharina, die elfte Schülerin zweimal. Weit aus wichtiger jedoch ist, dass die qualitative Analyse es ermöglicht, die Qualität der Beteiligung zu analysieren. Quantitativ erscheint eine Beteiligung von vier Schülern in fünf Minuten zunächst eher positiv. Nach der qualitativen Analyse relativiert sich dieser Eindruck.

Zu einer qualitativen Analyse gehört eine Beschreibung des Transkriptausschnitts. Obwohl diese möglichst neutral zu formulieren ist, erhält man durch sie schon einen ersten Eindruck der Unterrichtssequenz. Die Art der Beteiligung geht bereits aus der Beschreibung hervor. Die Lehrerin stellt Fragen an die Schüler wie „Was müssen wir jetzt machen?“ (00:44:45). Diana antwortet „Das abschreiben.“ (00:44:48). Es folgt die Lehrerin: „Das wieder abschreiben.“ (00:44:49). Die Lehrerin interpretiert die Äußerung der Schülerin als „Auch dieses Gamma muss wieder in die Gleichung eingesetzt werden.“ Dabei hätte die Schülerin hier auch meinen können, dass die Schüler „das abschreiben“ sollen (00:44:48) – von der Tafel in die Hefte, was auch vorgenommen wird. Manchmal fordert die Lehrerin sie dazu explizit auf, die Tafelaufzeichnungen in die Hefte zu übernehmen: „Bitte macht die Zeichnung alle mit.“ (00:21:41) Tatsächlich ist das Einfügen der neuen Gleichung nur ein Abschreiben einer bereits an der Tafel stehenden Zeile. Die Lehrerin akzeptiert Dianas Formulierung und wiederholt sie, ergänzt durch das Wort „wieder“. Genau dieser Vorgang zur selben Fragestellung wurde vor über einer Minute bereits von Katharina verlangt. „Genauso wie bei Gamma eins.“ (00:43:23). Und zwei Minuten zuvor hätte Diana evtl. auch schon diesen Gedanken in die Tat umgesetzt, als sie Gamma eins in die Gleichung einsetzte, aber von der Lehrerin durch „Fertig.“ (00:42:47) zum Abbrechen gebracht wurde und so nicht mehr auch noch Gamma zwei einsetzte. Auch zuvor wurde sie schon einmal durch die Lehrerin unterbrochen mit den Worten „müssen wir erst mal weitersehen. Weiter sind wir noch nicht“ (00:42:24). Hätte die Klasse nicht schon beim Tafelbild 2 erkennen können, dass die Gleichungen analog umzuformen sind, zumal die Schüler dies artikuliert haben? Auf das „Fertig.“ (00:42:47) der Lehrerin folgt die Begründung noch einmal: „So jetzt müssen wir uns erst Gedanken über das Gamma zwei machen. Da haben wir ja noch nichts gewurstelt“ (00:42:47). Gewurstelt wird von Linda, die an die Tafel geht und kommentarlos die Gleichung umformt, so wie dies zuvor die Lehrerin tat. Was wird durch die nochmalige Umformung erreicht? Welches Ziel verfolgt die Lehrerin mit dem Verharren an dieser Stelle? Will sie das Umformen von Gleichungen in dieser Unterrichtsstunde üben, obwohl sie als Thema das Hinführen zum Umfangswinkelsatz angibt? Ist der Grund, dass es essentiell ist, das Wissen zum Unformen von Gleichungen zu festigen? Immerhin ist der Umgang mit Gleichungen in allen Bereichen der Mathematik vonnöten. Ist es deshalb, auch ohne explizit genannt zu werden, immer Ziel einer Unterrichtsstunde, das Umformen von Gleichungen zu üben? Das würde erklären, warum die anderen untersuchten Unterrichtsstunden sich von eben dieser Sequenz wenig unterscheiden. Es geht auch in all den anderen Schulstunden häufig um Gleichungen, um Summanden oder Faktoren, die „auf die andere Seite gebracht werden“. Oder will die Lehrerin weitere Schüler der Klasse nicht im Prozess verlieren, die noch nicht wie Diana, Katharina und Linda erkannt haben, dass die beiden Gleichungen sich nur durch einen Index voneinander unterscheiden und deshalb die zweite Gleichung nicht umgeformt, sondern nur abgeschrieben werden kann? Die Lehrerin selbst gibt, nachdem sie erklärt, „wir müssen hier das Gamma zwei ... rausholen“ (00:42:47) gleich die Lösung bekannt: „Ganz entsprechend.“ (00:43:02) und fragt erst dann die Klasse „Wie würde man das machen?“ (00:43:18). Katharina muss zur Beantwortung der Frage, lediglich die Lösung der Lehrerin umformulieren: „Genauso wie bei Gamma eins.“ (00:43:23).

Die Lehrerin sagt, was man machen kann und was nicht. Sie befindet über richtig und falsch und fällt dieses Urteil. Der japanische Mathematikdidaktiker Yoshinori Shimizu führt aus, dass deutsche Lehrer sich im Gegensatz zu ihren japanischen Kollegen im Unterricht als Repräsentanten bzw. Autoritäten der Mathematik gerieren, während japanische Lehrer sich als Mittler zwischen der Mathematik und den Lernenden verstehen:

> „Another difference among the three countries concerns relationships among teacher, students, and mathematics in each country [Japan, USA, and Germany]. When I watch the field tested [TIMSS] video from the three countries, lessons from each country seemed to be quite different with respect to the relationships. German teachers, for example, seemed to teach mathematics […] with an authority of mathematics behind them. On the other hand, Japanese teachers seemed to behave keeping their position at somewhere in between mathematics and students without the authority of mathematics behind them.“[239]

In dieser untersuchten Sequenz erfährt man genau diese Autorität der Lehrerin, die zur Klasse sagt „Ich kann nicht einfach etwas mal zwei nehmen“. (00:46:40) Dies müssen die Schüler als unumstößlichen Fakt verstehen. Aber ist die Äußerung überhaupt zutreffend? Sehr wohl hätte die Schülerin die Gleichung mit dem Faktor „zwei“ multiplizieren können. Sie wäre wahrscheinlich sogar zum gleichen Ergebnis gekommen. Vielleicht wollte sie damit sogar die Regel befolgen, es sich so einfach wie möglich zu machen[240], die von Lehrern gerne angeboten wird. Brüche werden bekanntlich als schwierig empfunden. Es bietet sich daher die Möglichkeit an, mit dem Nenner zu multiplizieren, so dass im Folgenden nur noch mit natürlichen Zahlen in der Gleichung umzugehen ist. Die Lehrerin hingegen möchte, dass hier das Distributivgesetz angewandt wird. Sie hält die Zügel in der Hand und bestimmt nicht nur die Art der Beteiligung, sondern sogar deren Inhalt. Eine Lehrerin, die sich als Mittler zwischen Mathematik und Lernenden sieht, hätte sich wohl erklären lassen, warum die Schülerin die Gleichung mit zwei multiplizieren wollte. Sie hätte dies als eine Methode akzeptieren können und ihre eigene hinzufügen können, falls nicht ein anderer Schüler sie vorgeschlagen hätte. Hier werden die Schüler aber

[239] Shimizu, 1999, S.195.
[240] Vgl. S-ID-80355, 00:04:16.

zusätzlich verwirrt, weil sie ja schon häufig im Mathematikunterricht etwas – nämlich eine Gleichung – einfach mal zwei nehmen durften, ohne dass es die Gleichung oder die Lehrerin störte.

4.2 Sprechanteil der Schüler

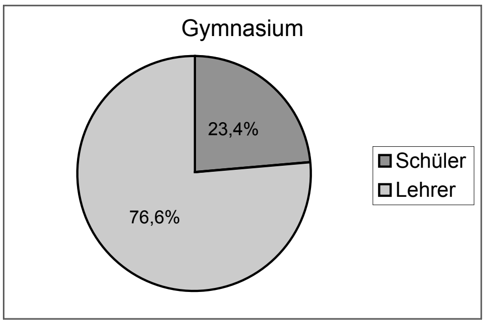
Am oben angeführten Beispiel wird deutlich, dass die Anzahl der Äußerungen verschiedener Schüler als Maß allein noch nicht ausreichend ist. Die hinzukommenden Sprechanteile geben Aufschluss darüber, in welchem Maße sich die Schüler im Verhältnis zum Lehrer verbal in den Unterricht einbringen. Den Werten liegen die zusammengefassten Äußerungen der zwei verschiedenen Sprechergruppen zugrunde, und zwar gemessen in Transkriptzeilen.

Sowohl im Gymnasium als auch in der Hauptschule ist der Sprechanteil der Schüler weitaus geringer als der des Lehrers. Der größte Sprechanteil stammt von einem einzigen Sprecher, dem Lehrer, während der kleinere Sprechanteil sich aus den Äußerungen der gesamten Klasse, also verschiedener Sprecher, zusammensetzt. Würde man die Sprachanteile der *einzelnen* Sprecher – also die des Lehrers mit denen eines einzelnen Schülers – vergleichen, so würde die Differenz zwischen den Anteilen noch gravierender ausfallen. Im Mathematikunterricht der beiden Schultypen liegt der Sprechanteil der Schüler im Vergleich zu dem des Lehrers bei ungefähr eins zu drei.

Dieses Ergebnis weist eine auffallende Ähnlichkeit zu den Resultaten der Studien von Corey aus dem Jahr 1940 und Flanders aus dem Jahr 1970 auf, die allerdings nicht ausschließlich Mathematikunterricht untersuchten. Sowohl Corey[241] als auch Flanders[242] stellen in ihren

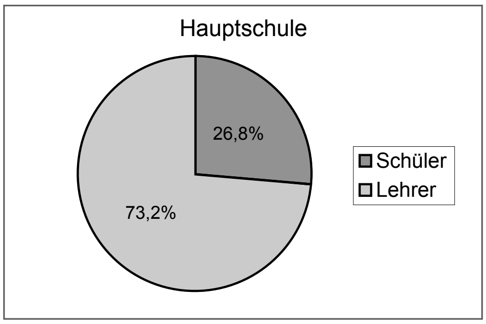
[241] Corey, 1940, S. 745-752.
[242] Flanders, 1970, S. 101.

nunmehr fast 65 bzw. 35 Jahre zurückliegenden Studien fest, dass der Lehrer insgesamt zwei Drittel des Unterrichts redet.



N = 34 Klassen

Abbildung 3[243]
Durchschnittlicher Sprechanteil der Schüler und des Lehrers im Gymnasium



N = 26 Klassen

Abbildung 4[244]
Durchschnittlicher Sprechanteil der Schüler und des Lehrers in der Hauptschule

Die in den Kreisdiagrammen dargestellten Mittelwerte der Sprechanteile ergeben sich aus den 34 bzw. 26 betrachteten Unterrichtsstunden beider Schultypen, die in den folgenden Blockdiagrammen wiedergegeben werden.

Analysiert man die Ergebnisse der einzelnen Unterrichtsstunden, so stellt man eine Streuung fest, die in der Hauptschule geringer ist als im Gymnasium. In der Hauptschule gibt es eine Unterrichtsstunde, in der die Schüler mit ca. 52,6 % (S-ID-36291) sogar etwas mehr reden als der Lehrer. Dieser Sprechanteil bildet sowohl für die Hauptschulen als auch für die Gymnasien ein Maximum (vgl. S. 170 - 174). Der minimalste Wert liegt in einer gymnasialen Mathematikstunde (S-ID-45717), und zwar bei ca. 5,8 %.

[243] Vgl. zur Bestimmung der Rededauer Kapitel 3.4.
[244] Vgl. zur Bestimmung der Rededauer Kapitel 3.4.

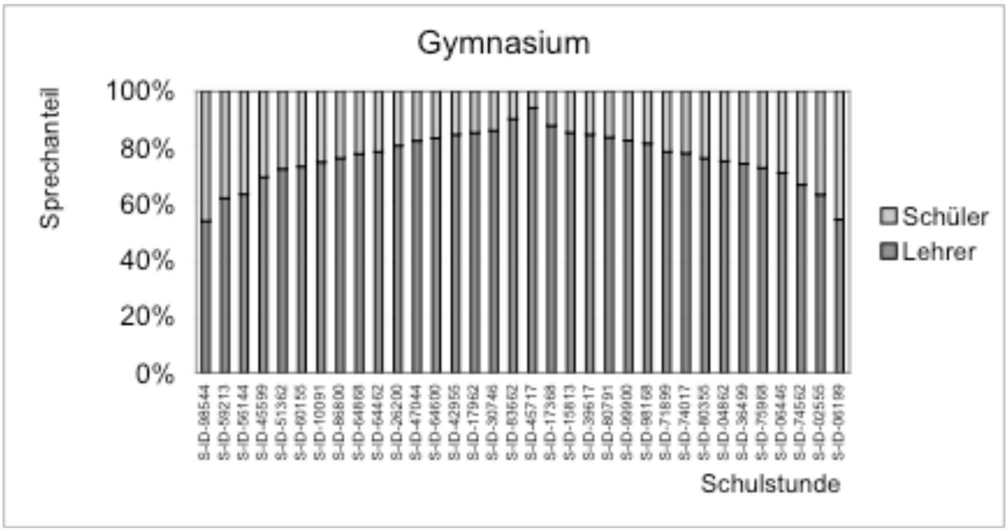


Abbildung 5[245]
Sprechanteil in den 34 Unterrichtsstunden im Gymnasium

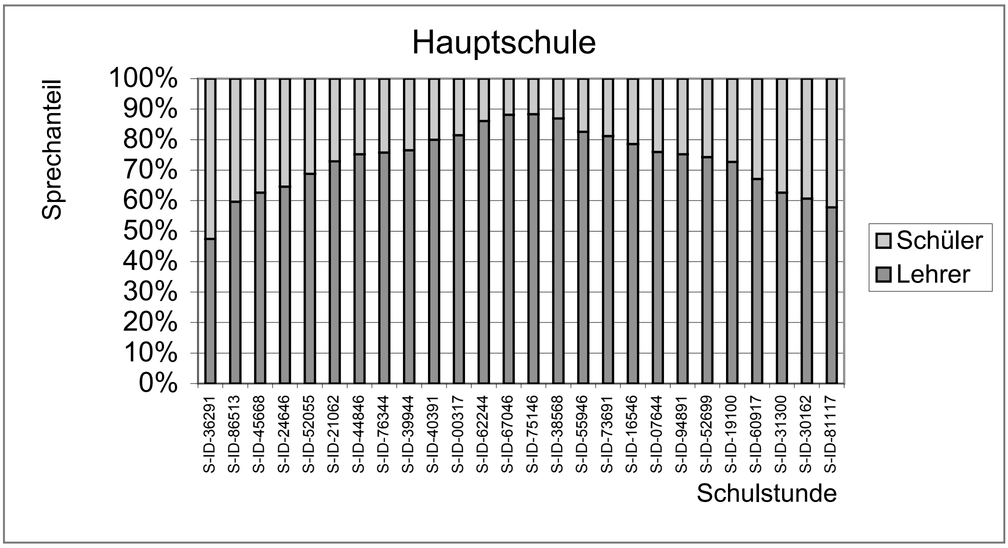


Abbildung 6[246]
Sprechanteil in den 26 Unterrichtsstunden in der Hauptschule

Die folgende Unterrichtsstunde (S-ID-98544) sticht in der quantitativen Analyse heraus. Gemessen am Sprechanteil der beiden Sprechergruppen weist diese Stunde die prozentuale Maximalbeteiligung der Schüler der gymnasialen Unterrichtsstunden auf. Bei der Betrachtung beider Schultypen rangiert sie an zweiter Stelle in Bezug auf die Sprechanteile der Schüler. Thema der

[245] Vgl. zur Bestimmung der Rededauer Kapitel 3.4.

Unterrichtsstunde ist „Äquivalenzumformungen von Gleichungen und Ungleichungen“:

00:06:21			7	T	So. Aufgabe eins.	IM	
00:06:30				T	Von zwei Orten die einundzwanzig Kilometer auseinander liegen gehen sich zwei Freunde entgegen. Der eine mit einer Geschwindigkeit von fünf Stundenkilometer der andere mit vier Stundenkilometer.	IC	
				T	Wann und wo begegnen sie sich?	EC	NSF
00:06:45				T	Matthäus.	N	
00:06:46	1	1	1	S	Ja ich hab gerechnet halt ... X mal-	RC	5A
00:06:49			1	T	Du hast schon angefangen?	EM	
00:06:49	1	1	1	S	Ja ich hab schon angefangen.	RM	5A
00:06:51			1	T	Ja wart erst mal.	DM	
				T	Was kommt zuerst?	EC	NSF
00:06:53	1	1	1	S	Ja X mal-	RC	
00:06:54			2	T	Nein Matthäus.	UN	
				T	Was kommt zuerst?	EC	
00:06:58				T	Ich weiß du kannst immer gleich //anfangen.	IM	
00:06:59	1	1	1	S	//Ja i- äh Klammer auf	RC	5A
00:07:02			1	T	Nein.	UN	
00:07:03	1	1	1	Ss	Skizze.	RC	5A
00:07:03			1	T	Skizze. Also	UP	
00:07:07				T	Beschreib mal.	EC	DEF
00:07:11	1	1	1	S	Ja jetzt erst mal ähm so einen langen Strich.	RC	5A
00:07:14			1	T	Eine Strecke.	UA	
				T	Wie lang ist die?	EC	NSF
00:07:17	2	2	2	S	Einundzwanzig Kilometer ... und so zwei Örtchen.	RC	5A
00:07:20			1	T	So das ist der Eine.	UA	
				T	Der ist die Person A Person B.	IC	
00:07:26	2	2	2	S	Ja und ähm dann wird gefragt in welcher Zeit die das schaffen.	IC	
00:07:30			1	T	M-hm.	O	
00:07:31	1			S	Wann sie sich treffen und-	IC	
00:07:32			1	T	Was muss ich noch einzeichnen?	EC	NSF
00:07:36	1	1	1	S	Ach so.	IM	
00:07:36	1	1	1	S	Ach so.	IM	
00:07:38			1	T	Miriam.	N	
00:07:39	2	2	2	S	Der eine läuft fünf Kilometer pro Stunde und der //andere vier.	RC	6A
00:07:42	1	1	1	S	//Zwei Stunden und zwanzig Minuten.	IC	
00:07:50			1	T	Es fehlt noch was?	EC	NSF
00:07:54				T	Fabien.	N	
00:07:55	1	1	1	S	Die Zeit wo sie sich treffen.	RC	7A
00:07:56			1	T	Die Zeit wo sie sich treffen.	UA	
				T	Sagen wir mal hier.	IC	

[246] Vgl. zur Bestimmung der Rededauer Kapitel 3.4.

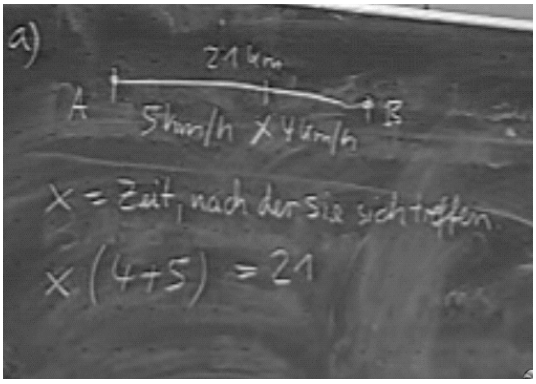
00:07:59	1	1	1	S	Das ist X.	RC	7A
00:08:00			3	T	Das ist X.	UA	
				T	Also X ... ist die Zeit ... nach der sie sich treffen.	IC	
00:08:17				T	So jetzt kannst du loslegen	EC	NSF
				T	Matthäus.	N	
00:08:19	1	1	1	S	Ja X mal Klammer auf ... vier plus fünf.	RC	5B
00:08:24			1	T	Na erklärst aber schon noch.	EC	DEF
00:08:26	4	6	6	S	Ja weil der- weil X ist die Zeit nach der sie sich treffen und vier plus fünf sind ja wenn sie eine Stunde laufen laufen sie ja zusammen neun Kilometer. Also vier plus fünf. Einer vier und einer fünf Kilometer.	RC	5B
00:08:36			1	T	M-hm. Okay.	UA	
00:08:38	2			S	Und ist gleich einundzwanzig weil der Weg ist ja einundzwanzig bis sie sich getroffen haben.	RC	
00:08:43			3	T	M-hm.	UA	
				T	Kann man's auch anders machen?	EC	NSF
				T	Wir haben meistens ein bisschen anders angefangen aber es ist klar.	IC	
				T	Jim.	N	
00:08:49	2	2	2	S	Ja ich hab gleich vie- äh vier X plus fünf X.	RC	8A
00:08:52	1	1	1	S	Das hatte ich auch.	IM	
00:08:54	1	1	1	S	Ich glaub es kommt das Selbe raus.	IM	
00:09:00	1	1	1	S	Ja und dann hab i- dann habe ich das zusammengefasst.	IC	
00:09:02			1	T	Moment noch mal Matthäus.	DM	
00:09:03	1	1	1	S	Ja.	RM	
00:09:04			1	T	Die vier ist was für eine Maßeinheit?	EC	NSF
00:09:09				T	Ja?	N	
00:09:09	1	1	1	S	Na Kilometer pro Stunde.	RC	
00:09:12			1	T	K M H	UA	
				T	... und X ist	EC	NSF
00:09:14	1	1	1	S	X ist die Zeit in der sie sich treffen.	RC	
00:09:16			3	T	Also auch H.	IC	
00:09:19				T	Also vier X ist ... Kilometer. Ja? Das Entsprechende da auch und Einundzwanzig auch ... So. Klar.	IC	
				T	Geht weiter?	EC	DEF
00:09:30	2	5	5	S	Also da habe ich dann raus neun X gleich einundzwanzig.	RC	5B
00:09:34	1			S	Da habe ich das ganz dann durch neun geteilt.	RC	5B
00:09:38	3			S	Das wäre dann X gleich einundzwanzig Neuntel und dann kann man's gleich als einen gemischten Bruch zwei ein Drittel.	RC	5B

Transkriptausschnitt (Originalsprache) 3
S-ID-98544: Der Sprechanteil der Schüler ist mit 46,1 % überdurchschnittlich hoch.

Beschreibung:

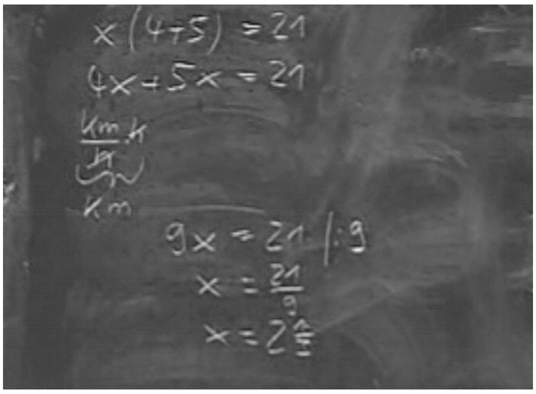
Mit den Worten „So jetzt kannst du loslegen" (00:08:17) wird Matthäus von der Lehrerin aufgefordert, mit seinen Ausführungen zu beginnen.

Die Klasse behandelt eine Textaufgabe, in der zwei Freunde aus zwei Orten, die 21 km von einander entfernt liegen, sich entgegen laufen. Beide gehen zur gleichen Zeit los, der eine mit einer Geschwindigkeit von fünf Kilometern pro Stunde, der andere mit einer Geschwindigkeit von vier km/h. Während Matthäus gleich eine Gleichung aufstellen wollte „Ja ich hab gerechnet halt ... X mal“ (00:06:46), besteht die Lehrerin darauf, zuerst eine Skizze zu zeichnen und bittet Matthäus durch die Aufforderung „Also. Beschreib mal.“ (00:07:03), diese zu entwerfen. Er beginnt mit seiner Ausführung, die von Miriam, Fabien und der Lehrerin ergänzt wird. Als Matthäus seine aufgestellte Gleichung nennt und die Lehrerin diese an der Tafel notiert, unterbricht sie ihn und sagt: „Na erklärst aber schon noch.“ (00:08:24). Matthäus rechtfertigt seine Gleichung. Das folgende Tafelbild ist zu sehen:



Tafelbild 4
S-ID-98544, 00:09:50: Skizze und von Matthäus aufgestellte Gleichung

Die Lehrerin fragt die Klasse, ob man auch eine andere Gleichung hätte aufstellen können und fügt auch hinzu, dass sie trotz ihrer Frage Matthäus Gleichung „klar“ (00:08:43) findet. Jim nennt seine Gleichung. Ein Mitschüler bestätigt, dass er ebenso vorgegangen ist. Ein Schüler sagt: „Ich glaub es kommt dasselbe raus.“ (00:08:54). Matthäus ergänzt „Ja und dann hab i- dann habe ich das zusammengefasst.“ (00:09:00). Die Lehrerin interveniert wiederum, indem sie nach der Maßeinheit fragt. Erst als die jeweiligen Maßeinheiten im fragend-entwickelnden Gespräch geklärt wurden, lässt sie Matthäus mit „Geht weiter?“ mit seinem eigentlichen Beitrag fortfahren. Matthäus erklärt, wie er seine Gleichung umformt und die Lehrerin notiert dies an der Tafel:



Tafelbild 5
S-ID-98544, 00:09:50: Matthäus Fortführung der aufgestellten Gleichung.

Interpretation:

In dieser Unterrichtsstunde fällt auf, dass die Lehrerin offene Fragen stellt, die regelmäßig längere Schüleräußerungen zur Folge haben. Während lange Schüleräußerungen in anderen Mathematikstunden zum Teil vorgelesene Textpassagen aus dem Mathematikbuch sind oder zum Beispiel auswendig gelernte, vorformulierte mathematische Sätze – in einer Stunde beispielsweise die Kongruenzsätze des Dreiecks[247] – sind die Ausführungen der Schüler dieser Klasse frei formulierte Gedanken. Bei der Entwicklung der Antworten hält die Lehrerin sich zurück. Sie begleitet die Ausführungen lediglich, indem sie die angebotenen Lösungswege auf die Tafel überträgt. Dennoch strukturiert sie den Unterricht stark. Sie unterbricht Matthäus gleich am Anfang seiner Ausführungen, weil sie prinzipiell anfangs immer die Anfertigung einer Skizze fordert. Matthäus könnte auf diese verzichten, weil ihm die Problematik auch ohne eine bildliche Darstellung verständlich ist. Er kommt nicht einmal darauf, was die Lehrerin meint, wenn sie fragt „Was kommt zuerst?“ (00:06:51) Für ihn kommt zuerst die Unbekannte X, die berechnet werden soll, die das Ergebnis liefert.

[247] S-ID-47262

Also wiederholt er seinen Ansatz: „Ja X mal-“ (00:06:53) und wird wieder von der Lehrerin unterbrochen: „Nein Matthäus. Was kommt zuerst?“ (00:06:54). Um den Anforderungen der Lehrerin zu entsprechen, die offensichtlich mit seinem X nicht zufrieden ist, denn mehr hat er noch nicht äußern können, stellt er nun souverän durch Ausnutzung der Kommutativität der Addition seine Gleichung um und bietet der Lehrerin seinen zweiten Faktor an erster Stelle an – in der Hoffnung, ihren Anforderungen nun zu entsprechen und endlich seine Lösung der Aufgabe vortragen zu können: „Ja i- äh Klammer auf“ (00:06:59). Er wird erneut durch seine Lehrerin unterbrochen. „Nein.“ Durch ein Nicken nominiert sie einen anderen Schüler der Klasse und viele Schüler äußern gleichzeitig: „Skizze“ (00:07:03). Mit den Worten „Also. Beschreib mal.“ (00:07:07) leitet sie diese Vorangehensweise ein. So bestimmt sie zwar die Tätigkeit, dominiert aber nicht durch viele lange Äußerungen. Sie hält sich sehr zurück. Es sind kurze, offene Impulse, die den Schülern mehr Zeit zur Verfügung stellen, in der sie die Möglichkeit haben, Probleme zu analysieren, indem sie ihre Kenntnisse anwenden und transferieren, womit sie zugleich ihre sprachlichen Fähigkeiten ausbilden können. Anstatt in kurzen Schritten Fragen zu stellen, die jeweils nur eine kurze Beantwortung erlauben, begleiten die Fragen dieser Lehrerin die Schülerausführungen und bestätigen die Schüler in der eigenständigen Entwicklung von Lösungsansätzen.

Bei der Bearbeitung der Textaufgabe, die in eine Gleichung umgeformt wird, stellt die Lehrerin nicht von Anfang an zu jedem Schritt eine Frage, wie z. B. „Was ist gegeben?“, sondern gibt Matthäus, nachdem eine Skizze an der Tafel existiert, mit den Worten „Jetzt kannst du loslegen.“ (00:08:17) Gelegenheit, seine Ideen zu formulieren. Ihre Art der Aufforderung nimmt nichts vorweg und leitet den Schüler bei seinen Überlegungen auch nicht in eine bestimmte festgelegte Richtung. Die Aufforderungen und Kommentare der Lehrerin sind vielmehr so offen gehalten, dass die Schüler bei der Darstellung der Lösung ihre eigenen

Gedanken selbstständig fassen und in zusammenhängenden Worten formulieren müssen. Nennt ein Schüler nur die aufgestellte Gleichung, deren Umformung sowie das Ergebnis, fordert sie ihn beiläufig durch die Worte „Erklärst aber schon noch.“ (00:08:24) zur Offenlegung der Gedankenschritte auf. Der Schüler muss seine Gedanken reflektieren; gleichzeitig können die Mitschüler so die mathematischen Überlegungen des Vortragenden leichter nachvollziehen. Der sprechende Schüler bekommt und leistet durch diese Nachzeichnung seiner Gedankengänge eine zusätzliche Lernhilfe.

Bei richtigen Lösungsvorschlägen der Schüler bricht die Lehrerin nicht ab und geht zum nächsten Problem über. Durch ihre anschließende Frage: „Kann man’s auch anders machen?“ (00:08:43) gibt sie den Schülern vielmehr Anreiz, über alternative Lösungswege nachzudenken. Sie macht so deutlich, dass nicht nur ein einziger mathematischer Lösungsweg der richtige sein muss und bietet Gelegenheit, in mathematischen Kategorien kreativ über verschiedene Lösungsansätze und Darstellungsweisen nachzudenken.

Durchschnittlich liegt in den Klassen der Hauptschule der Sprechanteil der Schüler im Verhältnis zum Sprechanteil des Lehrers bei circa 1 zu 2,7. Im Folgenden wird eine Unterrichtsstunde (S-ID-73691) einer Hauptschule analysiert, die zu dem Drittel der Unterrichtsstunden beider Schultypen gehört, in dem der Sprechanteil der Schüler am geringsten ist. Im Verhältnis zum Lehrersprechanteil liegt er bei 1 zu 4,3.

00:06:27			3	T	Und hier was haben wir hier wie könnte man das hier nennen? Vor allem wenn du dir den Winkel Alpha anschaust?	EC	NSF			
00:06:34	1	1	1	S	Über neunzig. Über	RC				
00:06:35			2	T	Ja	UA				
				T	Aber wie nennt man //das? Das ist ein stumpfer Winkel und wie nennt man so ein Dreieck.	EC	NSF			
00:06:36	1	1	1	Ss	//Stumpfer Winkel.	O				
00:06:40	1	1	1	S	Ein stumpfes Dreieck.	RC				

00:06:41			6	T	Ein stumpfes Dreieck nicht nein haha.	UN	
				T	//Ein stumpfwinkliges Dreieck. Genau.	PA	
				T	Gut. Das habt ihr gestern wunderbar geübt jetzt gehen wir zu etwas anderem. Dreiecke kennen wir.	IM	
				T	Hier haben wir ... klar ... Vierecke.	EC	NSF
				T	Sieht jeder.	IC	
00:06:43	1	1	1	S	//Ein stumpfwinkliges Dreieck.	O	
00:06:57	1	1	1	S	Quadrat.	IC	
00:06:58			3	T	Und jetzt könnt ihr euch mal bittschön schon mal melden	ID	
				T	die anderen haben sonst überhaupt keine Chance was zu sagen.	IM	
				T	Daphne.	N	
00:07:03	1	1	1	S	Quadrat.	RC	5C
00:07:04			1	T	Das ist ein Quadrat.	UA	
				T	Und woran erkennst du das?	EC	NSF
00:07:06	1	1	1	S	Alle Winkel sind gleich.	RC	5C
00:07:08			1	T	Gut.	UA	
				T	Und was für Winkel haben wir im Quadrat?	EC	NSF
00:07:10	1	1	1	S	Alpha (Beta Gamma Delta).	RC	
00:07:13			1	T	Ja	UA	
				T	und wie groß sind die alle?	EC	NSF
00:07:15	1	1	1	S	Neunzig Grad.	RC	
00:07:16			2	T	Sehr schön.	UA	
				T	Wie schaut es hier aus?	EC	NSF
00:07:20				T	Da hätte ich das hier auch noch … gelb zeichnen müssen. …	IC	
				T	Freddy	N	
00:07:25	1	1	1	S	Ein Rechteck.	RC	8B
00:07:27			2	T	Kannst du mir ein bissel mehr bitte sagen über das Rechteck.	EC	DEF
				T	Ist schon richtig.	IC	
00:07:30	1	1	1	S	Ja ... ähm C ... no die ist gleich lang.	RC	8B
00:07:34	1	1	1	S	//A und C	O	
00:07:35			2	T	//Welche //sind gleich lang? A und C sind gleich lang und welche noch?	EC	NSF
00:07:35	1	1	1	S	//A und C-	O	
00:07:38	1	1	1	S	Parallel.	IC	
00:07:39	1	1	1	S	Ja und B und D.	RC	
00:07:41			3	T	B und D genau so. Richtig.	UP	
				T	Was haben wir hier für eines? ...	EC	NSF
				T	Thomas vielleicht könntest du dich ja mal wieder etwas bemühen. Sergej.	O	
00:07:50	1	1	1	S	Parallelogramm.	RC	
00:07:51			1	T	Gut. Parallelogramm.	UA	
				T	Was kannst du dazu sagen?	EC	NSF
00:07:54	1	1	1	S	A und C	RC	
00:07:55			1	T	Sind?	UL	
00:07:56	1			S	Gleich lang.	RC	
00:07:57			1	T	Und was sind sie noch?	EC	NSF
00:08:00	1	1	1	S	//Parallel zueinander.	RC	

00:08:00	1	1	1	S	//Parallel.	RC	
00:08:01			2	T	Parallel zueinander. Sehr schön.	UA	
				T	Und die beiden Seiten was ist mit denen?	EC	NSF
00:08:04	1	1	1	S	Sind gleich lang.	RC	
00:08:05	1	1	1	S	Sind gleich lang.	RC	
00:08:06			1	T	Und //was noch?	EC	NSF
00:08:07	1	1	1	S	//Auch parallel.	RC	
00:08:07			2	T	Und sie sind auch parallel zueinander.	UA	
				T	Was bedeutet denn parallel zueinander?	EC	DEF
00:08:11	1	1	1	Ss	Jede Seite ist gleich lang.	RC	
00:08:13			1	T	Nein.	UN	
00:08:14	1	1	1	Ss	(//)	O	
00:08:14	1	1	1	S	//(Das eine so und das andere so)	RC	
00:08:16			5	T	Pssstttt.	ID	
				T	Denkt doch mal an den Abstand //zwischen den einzelnen Seiten	IC	
				T	und dann denkste mal wenn daran gedacht hast auch ans Melden bitte. Sonst habe wir hier nämlich ein heilloses Durcheinander.	IM	
				T	Enrico?	N	
00:08:20	1	1	1	S	//( )	O	
00:08:30	1	1	1	S	(Das ist die gleiche Entfernung).	RC	12A
00:08:31			2	T	Genau.	UA	
				T	Parallel heißt an jedem Punkt gleich weit voneinander entfernt.	IC	
				T	Was haben wir hier?	EC	NSF
00:08:36	1	1	1	S	Trapez.	RC	
00:08:38	1	1	1	S	Trapez	RC	
00:08:39			2	T	Ja. Trapez.	UA	
				T	Was ist das Merkmal eines Trapezes?	EC	NSF
00:08:41	2	2	2	S	Ja- da ist nur A und C gleich lang -äh parallel zueinander.	RC	
00:08:45			5	T	Die sind parallel zueinander. Genau.	UA	
				T	Was ist denn hier eigentlich der Unterschied noch einmal die sind jeweils gleich lang das ist ja bei dem auch was ist denn der Unterschied zwischen einem Parallelogramm und einem ... Rechteck. Dass das.	EC	NSF
00:09:00	1	1	1	S	Das Rechteck ist neunzig Grad	RC	
00:09:01			3	T	Hat neunzig Grad. Genau..	UP	
				T	So und hier hatten wir die letzte.	EC	NSF
				T	Das kennt ihr auch ... alles vom letzten Jahr.	IM	
00:09:07	1	1	1	S	Ein Drachenviereck	RC	
00:09:07			7	T	Ein Drachenviereck-	UA	
				T	das heißt nicht vom letzten Jahr nur sondern auch vom Konstruieren. Gut. Jetzt hab ich euch dazu wie ihr das auch schon von gestern her kennt solche Freiarbeitssachen gemacht ... das heißt ihr nehmt wieder euer ... Schulheft. ... Es gibt pro Gruppe acht solche Blätter. Ihr könnt euch wieder aussuchen mit was ihr anfangt ... Pscht//sch.	IM	
00:09:34	1	1	1	S	//Ich brauche Typ fünf.	O	

00:09:35	1	1	1	S	Ich auch.	O				
00:09:36			6	T	Es bekommt jeder Typ eins bis Typ ... vier B. Ihr könnt euch gerne wenn ihr denkt dass ihr mit dem Schwierigeren anfangen wollt. Die Reihenfolge ist mir Wurst ... aussuchen was ihr möchtet. Schreibt bitte wieder wie gestern auch schon hin ... was ihr gemacht habt damit ihr nachher nicht total durcheinander kommt.	IM				

<u>Transkriptausschnitt (Originalsprache) 4</u>
S-ID-73691: Der Sprechanteil der Schüler ist mit 18,9 % gering.

<u>Beschreibung:</u>

Im dargestellten Unterrichtsteil wiederholt die Lehrerin mit der Klasse geometrische Figuren, und zwar Dreiecke und Vierecke. Dazu hat sie die Figuren an die Tafel gezeichnet, deutet nacheinander auf sie und lässt sich von den Schülern den Namen der jeweiligen Figur und ihre Besonderheiten (z. B. rechte Winkel, Anzahl gleicher Seiten, Anzahl paralleler Seiten) nennen: „Und was für Winkel haben wir im Quadrat?“ (00:07:08). In der vorangegangen Stunde wurden die Dreiecke behandelt: „Erkennen versch. Dreieckstypen, Konstruktionen in Freiarbeit.“ ist die Antwort der Lehrerin im Lehrerfragebogen auf die Aufforderung „Bitte beschreiben Sie kurz die vorherige Stunde.“ Während in der oben angeführten Unterrichtsstunde laut Lehrerfragebogen die „Konstruktion von Vierecken (Übungsstd.)“ „das Wichtigste“ ist, „was die Schülerinnen und Schüler von der heutigen Stunde lernen sollten“, war es in der vorherigen Stunde die „Konstruktion von Dreiecken (Übungsstd.)“.

<u>Interpretation:</u>

Die Dreiecke werden zur Wiederholung auch in dieser Unterrichtsstunde, bevor die Lehrerin zu den Vierecken übergeht, von den Schülern benannt. Die Lehrerin zeigt an der Tafel auf den stumpfen Winkel eines Dreiecks und sagt: „Und hier was haben wir hier wie könnte man das hier nennen? Vor allem wenn du dir den Winkel Alpha anschaust?“ (00:06:27). Ein Schüler antwortet: „Über neunzig. Über“ (00:06:34), die Lehrerin stimmt ihm zu „Ja.“ und ergänzt „Aber wie nennt man //das? Das ist ein stumpfer Winkel und wie nennt man so ein Dreieck.“ (00:06:35). Bevor sie die Frage zu Ende formuliert hat, wird sie von mehreren Schülern unterbrochen, die gleichzeitig sagen „//Stumpfer Winkel.“ (00:06:36). (Die doppelten Schrägstriche zeigen das simultane Sprechen an.) Ein weiterer Schüler probiert die Aufgabe zu lösen, indem er als Antwort „Ein stumpfes Dreieck.“ (00:06:40) vorschlägt. Dies führt dazu, dass die Lehrerin lachend reagiert: „Ein stumpfes Dreieck nicht nein haha.“ Ein Mitschüler gibt gleichzeitig mit der Lehrerin die richtige Antwort: „//Ein stumpfwinkliges Dreieck.“ (00:06:43), was von der Lehrerin positiv aufgegriffen wird: „//Ein stumpfwinkliges Dreieck. Genau.“ (00:06:41). Mit „Gut. Das habt ihr gestern wunderbar geübt jetzt gehen wir zu etwas anderem. Dreiecke kennen wir.“ (00:06:41) geht sie zu den Vierecken über. Hier wird das erste Viereck ohne eine Nominierung der Lehrerin von einem Schüler benannt. Es folgt eine disziplinarische Information der Lehrerin: „Und jetzt könnt ihr euch mal bittschön schon mal melden“, die sie mit einer organisatorischen Information begründet: „die anderen haben sonst überhaupt keine Chance, was zu sagen.“, um dann Daphne zu nominieren: „Daphne“ (00:06:58). Daphne antwortet „Quadrat.“ (00:07:03). Hier zeigt sich, wie sehr sich die Länge der Äußerungen in beiden Sprechergruppen voneinander unterscheidet. Obwohl es sich bei der Behandlung der Dreiecke um eine Wiederholung handelt, tragen die Schüler nicht selbstständig ihr gelerntes Wissen vor. Die Lehrerin fragt dieses kleinschrittig ab und spricht so mehr als das Vierfache von dem, was den Schülern durch Redebeiträge ermöglicht wird.

Auch bei den Vierecken, dem expliziten Thema dieser Unterrichtsstunde, weicht das Vorgehen der Lehrerin nicht von dem der Wiederholung der Dreiecke ab. Beide Figuren sind den Schülern schon bekannt. Dennoch werden sie nicht selbstständig von den Schülern beschrieben, sondern von der Lehrerin abgefragt, wodurch sich der Sprechanteil der Schüler reduziert. Dieser Unterricht hat stark repetierenden Charakter, es werden keine neuen Kenntnisse erarbeitet, sondern lediglich Wissen abgefragt.

uch am Anfang der Unterrichtsstunde ist der Sprechanteil der Schüler gering. Hier wird Kopfrechnen geübt. Die Lehrerin stellt der gesamten Klasse mündlich Multiplikations-, Divisions-, Additions- und Subtraktionsaufgaben. Sobald ein Schüler die richtige Antwort gibt, geht sie sogleich zur nächsten Aufgabe über. Die Lehrerin beherrscht mit ihren Fragen den Unterricht. Die Rolle der Schüler beschränkt sich darauf, die Lehrerfragen zu beantworten, wobei sich die Antworten in der zweiten Phase des Unterrichts auf die Nennung des gewünschten Fachbegriffs reduzieren. Eine Begründung der Antworten erfolgt hier nicht. Im Transkript sind die festgehaltenen Schüleräußerungen alle sehr kurz. Ein einziges Mal kommt im klassenöffentlichen Unterricht eine zwei Transkriptzeilen[248] umfassende Schülerantwort vor, wobei die größere Länge darauf zurückzuführen ist, dass sich der Schüler verspricht und anschließend selbst korrigiert: „Ja- da ist nur A und C gleich lang -äh parallel zueinander.” (00:08:41).

In einer anderen Mathematikstunde der Hauptschule (S-ID-24646) ist der Sprechanteil am Anfang der Unterrichtstunde sehr hoch wie im nachfolgenden Transkript zu sehen:

00:00:33	1	1	2	S	Wir haben uns gestern um den Kreis unterhalten.	IC			
	1	1		S	Kann einer von euch mir sagen … wie dies hier heißt?	EC	NSF		
	1	1		S	Josefine?	N			
00:00:43	1	1	1	S	Mittelpunkt.	RC	1A		
00:00:44	1	1	1	S	Ja.	UA			
	1	1		S	Und … die hier?	EC	NSF		
00:00:51	1	1		S	Ähm //ähm	O			
00:00:51	1	1		S	//(Miriel?)	N			
00:00:52	1	1	1	S	Der Radius.	RC	2A		
00:00:53	1	1	2	S	Ja	UA			
	1	1		S	und von wo bis wohin geht der Radius?	EC	NSF		
00:00:56	2	2	2	S	Von der Mittel- vom Mittelpunkt bis zur Kreislinie.	RC	2A		
00:00:58	1	1	2	S	M-hm. Ähm	UA			
	1	1		S	... und wie und wie heißt die Linie?	EC	NSF		
00:01:05	1	1		S	Gera//ld?	N			
00:01:05	1	1	1	S	//(Durchmesser.)	RC	3A		

[248] S-ID-73691, 00:08:41.

00:01:08	1	1	2	S	Und von wo bis wo geht die Linie?	EC	NSF
	1	1		S	Antje?	N	
00:01:11	1	1	1	S	Von der Kreislinie durch den Mittelpunkt wieder zur Kreislinie.	RC	4A
00:01:15	1	1	1	S	Ja. Ähm	UA	
	1	1		S	und wie heißt die Linie?	EC	NSF
00:01:24	1	1		S	Josefine?	N	
00:01:25	1	1	1	S	Sekante?	RC	1B
00:01:28	1	1	2	S	Ähm ... ja.	UA	
	1	1		S	Und von wo bis wohin geht die?	EC	NSF
00:01:36	1	1		S	Sabine.	N	
00:01:37	1	1	1	S	Die geht von der einen Kante zur andern aber nicht durch den Mittelpunkt.	RC	5A
00:01:40	1	1	2	S	Genau ... ähm ...	UA	
	2	2		S	und dann gibt es hier noch so eine Linie und wie heißt die?	EC	NSF
00:01:50	1	1		S	Gerald.	N	
00:01:51	1	1	1	S	Ähm Tangente oder so irgendetwas.	RC	3B
00:01:53	1	1	1	S	Ja.	UA	
	1	1		S	Und was wissen wir über die?	EC	NSF
00:01:58	1	1		S	Bernhard?	N	
00:01:59	1	1	1	S	Die schneidet nur die - die Kreislinie also	RC	6A
00:02:02	1	1	1	S	Also sie berührt sie nur an einem Punkt.	IC	
00:02:04	1	1	1	S	Genau.	IM	
00:02:05	1	1	2	S	Ja	UA	
	2	2		S	und dann hab ich- ähm und wenn der Radius vier Zentimeter ist wie groß ist dann der Durchmesser?	EC	NSF
00:02:17	1	1		S	Kerstin?	N	
00:02:17	1	1	1	S	Acht Zentimeter.	RC	7A
00:02:20	1	1	3	S	M-hm.	UA	
	2	2		S	Und wenn der Durchmesser zwanzig Zentimeter ist wie groß ist dann der Radius?	EC	NSF
	1	1		S	Hann//ah?	N	
00:02:25	1	1	1	S	//Zehn- zehn Zentimeter.	RC	8A
00:02:27	1	1	1	S	Ja genau.	UA	
00:02:29			8	T	Gut. Danke schön Malwine. So. Wir waren vor ungefähr vier Wochen in der Fenster- und Türenfabrik Linter und ihr wisst ja dass die Fenster und Türen in allen Größen … herstellen	IM	
				T	und eins dieser Fenster hab ich euch jetzt mal grob hingemalt und wenn ihr euch noch ein bisschen erinnert haben die vor dem Einglasen mit diesen Rahmen noch eine bestimmte Sache gemacht.	IC	
00:03:01				T	Wisst ihr es noch?	EC	NSF
				T	Ja bitte.	N	
00:03:03	1	1	1	S	Gummidichtung.	RC	
00:03:05			7	T	Richtig.	UP	
				T	Wolltest du das auch sagen? Ja sie haben auch vorher noch lackiert.	IM	
				T	Tatsächlich sie haben eine Gummidichtung außen herum gemacht. Diese Gummidichtung wird in	IC	

					großen Rollen angeliefert und man kann jetzt nicht für ein Fenster da irgendwelche Größen abschneiden		
				T	sondern man muss sich vorher genau überlegen wie viel man jetzt für dieses Fenster braucht	EC	NSF
				T	Ist vielleicht nicht ganz so einfach.	IM	
00:03:28	2	2	2	S	Na ja einfach nur so rumwickeln und dann abschneiden.	RC	
00:03:32			1	T	M-hm.	UA	
00:03:33	1	1	1	S	Vielleicht Umfang.	RC	
00:03:34			1	T	M-hm.	UA	
00:03:35	2	2	2	S	Wenn wir die Größe von dem Fenster wissen dass man das dann vielleicht ausrechnen kann?	RC	
00:03:39			1	T	Ausrechnen?	US	
				T	Kannst du es ausrechnen?	EC	NSF
00:03:41	1	1	1	S	Oh Gott. Nee.	RC	
00:03:43			15	T	Glaub ich auch nicht.	UA	
				T	Ist nicht so ganz einfach denn so eine runde Sache haben wir bisher noch nicht berechnet.	IC	
				T	Ich habe euch jetzt eine Menge Kreise mitgebracht die der Marven und die Antje neulich ausgeschnitten haben	IM	
				T	und ihr sollt jetzt mal versuchen eine Art zu finden wie könnten wir jetzt rausbringen wie viel wir da außen rum brauchen wenn das unser Fenster wäre. Eure kleine Scheibe ist im Maßstab eins zu zehn also zehnmal so klein wie unsere Scheibe an der Tafel.	IC	
				T	Probiert es bitte zu zweit. Es sind immer für zwei Mann eine Scheibe da ... und dann hab ich euch hier draußen wenn ihr mal kurz drauf schaut einige Dinge schon hergelegt die ihr vielleicht brauchen könnt. Ihr könnt es gerne holen ihr braucht aber auch nicht. Ihr könnt es euch auch mit eurem Lineal überlegen. Vielleicht findet ihr da auch eine Möglichkeit.	IM	

Transkriptausschnitt (Originalsprache) 5

S-ID-24646: In den ersten zwei Minuten eines Unterrichtsgesprächs stammen alle Äußerungen von den Schülern, die Lehrerin spricht hingegen gar nicht

Beschreibung:

In dieser Unterrichtsstunde ist es nicht die Lehrerin, sondern eine Schülerin, die den Unterricht mit den Worten „Wir haben uns gestern um den Kreis unterhalten." (00:00:33) eröffnet. Die Lehrerin steht im Hintergrund, an eine Klassenwand gelehnt, und beobachtet das Gespräch ihrer Schüler. Sie greift verbal nicht ein. Ein einziges Mal sieht man, wie Malwine sich bei ihrer Lehrerin durch einen Blickkontakt vergewissert, bevor sie die Antwort ihrer Mitschülerin Josefine aufgreift und anerkennend bewertet: „Ähm ... ja.“ (00:01:28). Sie hatte zuvor auf eine sich auf einem Kreis befindende Strecke gedeutet und „wie heißt die Linie?“ (00:01:15) gefragt, woraufhin Josefine verunsichert antwortet: „Sekante?“ (00:01:25). Malwine fragt weiter „Und von wo bis wohin geht die?“ (00:01:28) Sabine antwortet: „Die geht von der einen Kante zur andern aber nicht durch den Mittelpunkt.“ (00:01:37) und Malwine fügt hinzu „Genau“ (00:01:40). Nach zwei Minuten, in denen einzelne Strecken am Kreis benannt sind sowie ihre Lage beschrieben ist und Malwine noch zwei Aufgaben zum Verhältnis des Radius zum Durchmesser gestellt hat, bedankt sich die Lehrerin bei ihrer Schülerin: „Gut. Danke schön Malwine. So. Wir waren vor ungefähr vier Wochen in der Fenster- und Türenfabrik Linter und ihr wisst ja, dass die Fenster und Türen in allen Größen … herstellen“ (00:02:29) und leitet so zur nächsten Phase über, in der die Schüler „lernen sollen“, „dass Formeln im Mathematikunterricht keine abstrakten Konstrukte sind, sondern handelnd begreifbar und durchschaubare Verbindungen“ (Angaben der Lehrerin im Lehrerfragebogen). Es findet eine inhaltliche Annäherung an den Kreisumfang und damit einhergehend an die irrationale Zahl Pi bzw. zunächst an die rationale Zahl 3,14 statt durch die Behandlung des kreisförmigen Fensters.

<u>Interpretation:</u>

In der Unterrichtsstunde mit anfangs sehr hohem Sprechanteil der Schüler übernimmt eine Schülerin die Einleitung der Geometriestunde. Sie wiederholt die vorangegangene Unterrichtsstunde gemeinsam mit ihren Mitschülern, indem sie diese zum Kreis befragt. Während in anderen Unterrichtsstunden einige Zeit vergeht, bis die Schüler sich daran erinnern, was Gegenstand der vorangegangen Mathematikstunde war, ist hier zumindest die Schülerin, die das Gespräch führt, mit dem Inhalt tiefer gehend vertraut. Aber auch ihre Mitschüler sind engagierter, die Fragen zu beantworten, als dies in anderen Schulstunden zu beobachten war, wo die einleitende

Wiederholung durch den Lehrer erfolgte. Sie unterstützen Malwine und versuchen so gut es geht, die Fragen zu beantworten. In ihrer Partizipation spiegelt sich Solidarität mit der unterrichtsleitenden Schülerin wieder. Dies geschieht in der Gewissheit, selbst einmal an die Reihe zu kommen, den Unterricht einleiten zu müssen und dann ebenso auf das Mitwirken der anderen Schüler angewiesen zu sein.

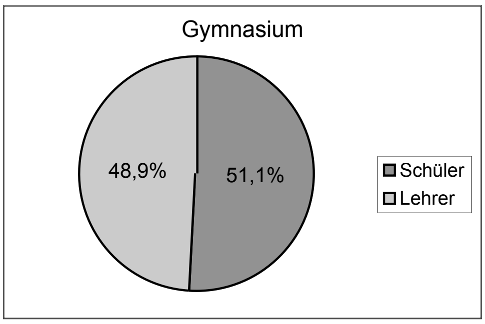
In diesem Teil der Stunde übernimmt die Schülerin die Art und Weise des Unterrichtens der Lehrerin, sie adaptiert deren Fragestil. Ähnlich wie eine Lehrerin greift Malwine die Antworten „ihrer" Schüler auf und formuliert sie gegebenenfalls um: Als Bernhard auf die Frage nach der Tangente „Die schneidet nur die - die Kreislinie also" (00:01:59) antwortet, verbessert Malwine ihn, in dem sie sagt. „Also sie berührt sie nur an einem Punkt." (00:02:02).

Bei dieser Art der Stundenwiederholung ist die agierende Schülerin gehalten, den Unterrichtsgegenstand der letzten Stunde zu rekapitulieren und ihr Verständnis der wesentlichen Unterrichtsaspekte zu demonstrieren, indem sie den Themenschwerpunkt ihrer Wiederholungsfragen deutlich herausarbeitet und durch verständige Frageformulierung einen Rahmen für die Beantwortung erleichtert. Auch muss der mathematische Sachverhalt, der Gegenstand der Wiederholung ist, von ihr so gut verstanden werden, dass sie die Richtigkeit der gegebenen Antworten beurteilen und eventuell Verbesserungsvorschläge anbringen kann. Gerade wenn diese Art der Stundeneinleitung die Regel der inhaltlichen Wiederholung darstellt, bei der jeder Schüler im Laufe der Zeit einmal die Gelegenheit erhält, den Unterricht zu leiten, kann dies die Motivation der Schüler und ihr Interesse am wirklichen Verständnis des Unterrichtsinhalts fördern. Die Lehrerin traut der Schülerin die Übernahme der Unterrichtssequenz zu und bestätigt sie hierdurch.

In der restlichen Unterrichtszeit, die wieder die Lehrerin leitet, sind die Unterrichtsbeiträge der Schüler vom Gesamtumfang her mit denen der anderen Mathematikstunden vergleichbar, so dass diese Stunde auch nicht insgesamt durch einen besonders hohen Schüler-Sprechanteil auffällt. Rund ein Sechstel der Unterrichtsstunden rangieren in dieser Hinsicht höher als diese. Die Lehrerin verfolgt in der Unterrichtseinheit das Ziel, dass die Schüler „Die Formel $u = d \bullet 3{,}14$ verstehen und anwenden können.“ Die Schüler, die von diesem Ziel eingangs noch nichts ahnen, tasten sich an den erst entstehenden Unterrichtsgegenstand heran. Nachdem die Lehrerin erklärt „Diese Gummidichtung wird in großen Rollen angeliefert und man kann jetzt nicht für ein Fenster da irgendwelche Größen abschneiden, sondern man muss sich vorher genau überlegen, wie viel man jetzt für dieses Fenster braucht. Ist vielleicht nicht ganz so einfach.“ (00:03:05). formulieren die Schüler Möglichkeiten, wie das beschriebene Problem gelöst werden kann. In dieser Phase des Unterrichts müssen die Schüler für ihre Antwortvorschläge nicht „gerade stehen“, ein Phänomen, welches auch Voigt bereits als Ausdrucksmerkmal des fragend-entwickelnden Unterrichts beschrieb (vgl. S. 55). Der erste Schüler schlägt vor, „Na ja einfach nur so rumwickeln und dann abschneiden.“ (00:03:28). Er greift hier – vermutlich unwissend – sogar ein der Lehrerin wichtiges Konzept auf, es „handelnd zu begreifen“. Die Lehrerin bestätigt seine Äußerung mit einem „M-hm.“ (00:03:32) und es folgt ein weiterer Vorschlag eines Mitschülers: „Vielleicht Umfang.“ (00:03:33) Auch hierauf erfolgt das anerkennende „M-hm“ der Lehrerin. Die dritte Idee führt in die anvisierte Richtung der Lehrerin: „Wenn wir die Größe von dem Fenster wissen dass man das dann vielleicht ausrechnen kann?“ Dieser Schülervorschlag trifft den Kern, auch wenn sein Inhalt nicht übermäßig innovativ ist, denn der Zusammenhang von Ausrechnen und Mathematikunterricht, in dem man sich schließlich befindet, liegt auf der Hand. Es ist aber genau die Antwort, die der Lehrerin ein längeres Aufgreifen erlaubt, da sie die Klasse zur Problematik des Ausrechnens hinführt. Auf die folgende Lehrerfrage:

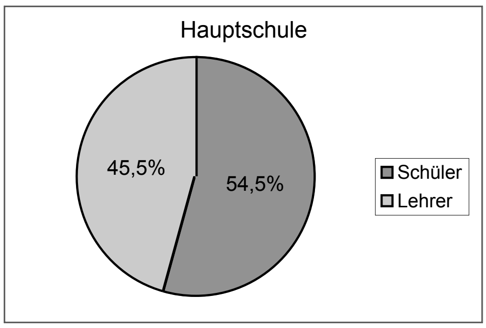
„Ausrechnen? Kannst du es ausrechnen?“ (00:03:39) antwortet der Schüler entgeistert „Oh Gott. Nee.“ (00:03:41). Damit ist die Notwendigkeit dargestellt, sich mit der Problematik des Kreisumfangs weiter zu beschäftigen.

Die Gegenüberstellung der *Anzahl* von Schüler- und Lehreräußerungen[249] lässt den Unterrichtsverlauf zwischen den zwei Sprechergruppen nachzeichnen. Wenn das Verhältnis ausgewogen ist, lässt dies auf steten Wechsel der Sprechergruppen schließen. Falls die Anzahl der Schülerbeiträge überwiegt, so kann davon ausgegangen werden, dass selbstständige Schülergespräche stattfinden, in welchen mehrere Schüler hintereinander ohne Lehrerunterbrechung auf eine Frage oder Bemerkung Bezug nehmen oder den mathematischen Inhalt diskutieren.



N = 34 Klassen

Abbildung 7
Durchschnittliche Häufigkeit der Äußerungen beider Sprechergruppen im Gymnasium



N = 26 Klassen

Abbildung 8
Durchschnittliche Häufigkeit der Äußerungen beider Sprechergruppen in der Hauptschule

Betrachtet man das quantitative Verhältnis der Äußerungen unabhängig von deren Länge, so ergibt sich, dass dies in beiden Schultypen ausgewogen ist. Die Schüler und der Lehrer kommen etwa gleich

---

[249] Zur Erinnerung: Im Gegensatz zum Begriff „Äußerung“, wie er im täglichen Sprachgebrauch verwendet wird, besteht eine „Äußerung“ im Sinne dieser Arbeit laut Definition in Kapitel 3.4 aus allem von einem Sprecher im unmittelbaren zeitlichen Zusammenhang Gesagten. Sie ist eingegrenzt durch die Äußerungen eines oder mehrerer anderer Sprecher.

häufig zu Wort. Hierdurch bestätigt sich der bereits in früheren Studien beobachtete Interaktionsverlauf, wonach auf eine Lehreräußerung eine Schüleräußerung folgt, die wiederum von einer Lehreräußerung abgelöst wird.

Nimmt man die Anzahl der Äußerungen als Maßstab, reden alle Schüler zusammen in etwa so viel wie der Lehrer. Da aber tatsächlich – wie bereits dargestellt (vgl. Abbildung 3 und Abbildung 4) – der Redeanteil der Schüler sehr viel geringer ist, kann man daraus folgern, dass insgesamt die einzelnen Schülerbeiträge in erheblichem Maße kürzer sind als die Redebeiträge des Lehrers. Dies wird im folgenden Abschnitt genauer dargestellt.

4.3 Länge der Einzeläußerungen

Neben der Verteilung der Sprechanteile der zwei im Unterricht vertretenen Gruppen ist auch die Länge der jeweiligen Einzeläußerungen dieser Sprechergruppen ein Hinweis auf die Möglichkeit der Schüler, mit längeren Äußerungen ihre Gedanken zum Ausdruck zu bringen. Die Länge der Äußerungen ist somit Indikator dafür, wie viel Zeit den Schülern zum Sprechen zur Verfügung steht bzw. inwieweit sie willens und in der Lage sind, sich durch ihre Beiträge einzubringen. Ein „großes Ausmaß von Sprachkommunikation von Lehrern ermöglicht Schülern nur eine geringe Sprachkommunikation“[250].

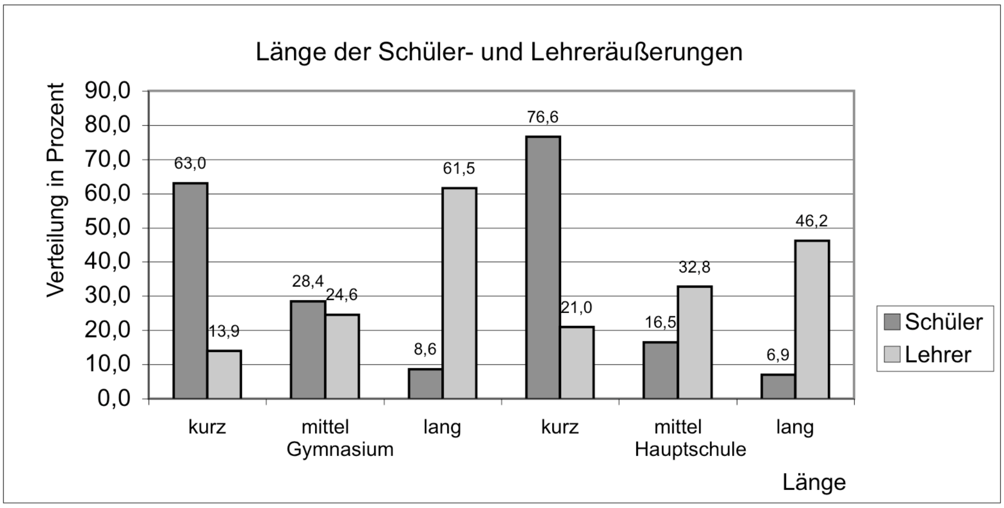
Wenn die fachbezogenen Äußerungen der Schüler überwiegend kurz sind, könnte es sich bei ihnen beispielsweise vorwiegend um Antworten auf eng gefasste Fragen handeln. Bei der Beantwortung solcher Fragen wird vom Schüler nicht verlangt, die mathematischen Grundgedanken sprachlich zum Ausdruck zu bringen. Die Fragen, die der kleinschrittigen Heranführung an den Unterrichtsgegenstand dienen sollen, sind in der Regel gerade so formuliert, dass sie von den Schülern ohne langes Überlegen schnell und kurz beantwortet werden können. Lange Äußerungen hingegen lassen auf komplexere und qualitativ anspruchsvollere Beiträge schließen. Eine lange Äußerung legt nahe, dass der Schüler Gedanken entwickelt und formuliert und dass der Lehrer es für angebracht hält, ihn gewähren zu lassen.

Die in der Tabelle verwendeten Kategorien „kurz", „mittel" und „lang" wurden gewählt, um die unterschiedliche Äußerungslänge der Sprechergruppen darzustellen. Bei einer „kurzen" Äußerung handelt es sich um eine Äußerung, die im Transkript höchstens eine Zeile umfasst. Auch Ein-Wort-Äußerungen fallen unter diese Kategorie. Äußerungen wie „Plus sechs."[251], „Ja."[252], „Einen Strahl."[253], oder „Es war parallel verschoben."[254] fallen alle in diesen Bereich. Als Äußerungen „mittlerer" Länge sind jene anzusehen, die sich in einer Länge von mindestens zwei bis maximal drei Transkriptzeilen bewegen. Bei „langen" Äußerungen schließlich handelt es sich um die, die im Transkript mindestens vier Zeilen ausfüllen. „Ja also wenn man das Geld zu Hause aufbewahrt ähm zum Beispiel (wenn man bezahlt) einhundert Mark dann bleiben siebenhundert Mark auf der Bank (und dann bekommt man viele Zinsen und bekommt gutes Geld)."[255] und „Ich habe noch eine Frage. Bei der- … bei der zweiten hätte man da auch gleich die Binomische Formel hinschreiben können? Also X hoch zwei plus X minus eins?"[256] sind Äußerungen, die in die Kategorie „lang" fallen.

Fast zwei Drittel aller Schüleräußerungen im Gymnasium und über drei Viertel aller Schüleräußerungen in der Hauptschule sind als „kurz" zu

[250] Tausch; Tausch, [1]1963, [6]1971, S. 215.
[251] S-ID-10091, 00:40:42.
[252] S-ID-52699, 00:04:59.
[253] S-ID-83662, 00:28:43.
[254] S-ID-44846, 00:02:53.
[255] S-ID-17962, 00:20:30.
[256] S-ID-10091, 00:35:09.

qualifizieren. Die Schüleräußerungen mittlerer und größter Länge kommen im Gymnasium häufiger vor als in der Hauptschule. In beiden Schultypen ist die Häufigkeit der Äußerungslängen so verteilt, dass die kurzen Äußerungen den größten Anteil bilden und die langen Äußerungen den kleinsten. Nicht einmal neun von hundert Äußerungen im Gymnasium sind der Kategorie „lang“ zuzuordnen. Im Mittel kommen im Gymnasium ca. 105 fachbezogene Schüleräußerungen in einer Mathematikstunde vor, so dass in einer fünfundvierzigminütigen Mathematikstunde nur durchschnittlich neun Äußerungen „lange“ Schülerbeiträge sind. Beim Betrachten der Videoaufzeichnungen ergibt sich zudem, dass es sich bei einer Vielzahl der längeren Äußerungen nicht um selbst formulierte Beiträge der Schüler handelt, sondern um abgelesene mathematische Texte aus dem Mathematikbuch oder den Arbeitsheften.



N = 34 Klassen des Gymnasiums
N = 26 Klassen der Hauptschule

Abbildung 9
Anteil der unterschiedlich langen Äußerungen an allen Äußerungen

Wie bereits oben dargestellt, lassen kurze Schüleräußerungen – sei es in Ein-Wort-Sätzen, sei es in kurzen vollständigen oder unvollständigen Sätzen – den Schluss zu, dass vom Lehrer überwiegend Wissen kurzschrittig abgefragt wurde, welches die Schüler wiedergeben. Bei kurzschrittigen Fragestellungen besteht das didaktische Problem, dass der Schüler beim Beantworten der sich auf die Einzelsegmente beziehenden Fragen nicht zwingend das Verständnis für den Gesamtzusammenhang entwickelt. Es kann die Schüler sogar in falscher Sicherheit wiegen, die vielen kleinen Probleme verstanden zu haben und ihnen den Blick dafür verstellen, dass sie das eigentliche mathematische Problem in Wahrheit noch nicht durchdrungen haben. Dies sei exemplarisch an folgender Unterrichtstunde (S-ID-26200) dargestellt.

00:17:07			2	T	Sieben A. Lässt sich da was kürzen?	EC	NSF
00:17:21				T	Hanna?	N	
00:17:23	1	1	1	S	Ähm	RO	
00:17:25			3	T	Stell dir vor du setzt für X gleich zwei ein. Was	IC	
				T	steht dann oben und was steht dann unten?	EC	NSF
00:17:30	1	1	1	S	Ähm oben steht drei unten auch.	RC	14B
00:17:33			1	T	Ach. Und was ist das dann.	EC	NSF
00:17:35	1	1	1	S	Eins.	RC	14B
00:17:35			1	T	Und wenn du nun für X fünf einsetzt?	EC	NSF
00:17:39	1	1	1	S	Dann kommt da immer das Selbe raus.	RC	14B
00:17:40			3	T	So. Was ist das also? Für ... fast alle Zahlen aus	EC	NSF
00:17:43				T	X- aus Q? Wenn wir für- Was ergibt sich?	EC	NSF
00:17:55				T		EC	NSF
00:17:56	1	1	1	S	Eins.	RC	14B
00:17:57			2	T	Eins. Ein Ganzes. Bis auf welche	UA	
				T	Einsetzung?	EC	NSF
00:18:02	1	1	1	S	Null.	RC	14B
00:18:03			1	T	Nee. Wenn ich für X null einsetze?	UN	
00:18:06				T		EC	NSF
00:18:08	1	1	1	S	Ach so.	RM	
	1	1		S	Ja. Minus eins.	RC	14B
00:18:10			1	T	Ja.	UA	

<u>Transkriptausschnitt (Originalsprache) 6</u>
S-ID-26200: Die vierte Spalte gibt die Länge der Einzeläußerungen an (Anzahl der Transkriptzeilen).

<u>Beschreibung:</u>

Im Lehrerfragebogen gibt die Lehrerin dieser Unterrichtsstunde als Unterrichtsgegenstand „Bruchterme“ an. Es handelt sich hierbei um die zweite einer zehn Stunden umfassenden Einheit, in der die Schüler zum Teil wiederholen, zum Teil neue Inhalte kennen lernen. In der nächsten Unterrichtsstunde will die Lehrerin die „Addition von Bruchtermen bei gleichem Nenner“ thematisieren. In der dargestellten

Sequenz der Unterrichtsstunde wird eine Aufgabe aus dem Schulbuch gelöst. Hanna wird von der Lehrerin nominiert, nachdem sie die Aufgabe benennt: „Sieben A. Lässt sich da was kürzen?“ (00:17:07). Hanna antwortet „Ähm“ (00:17:23). Die Lehrerin ergänzt zur Aufgabe $\frac{1+x}{x+1}$ sogleich „Stell dir vor du setzt für X gleich zwei ein. Was steht dann oben und was steht dann unten?“ (00:17:25). Hanna addiert eins und zwei und äußert folgerichtig „Ähm oben steht drei unten auch.“ (00:17:30). Diese Form des Frage-Antwort-Spiels geht weiter bis die Schülerin die richtige Lösung „Ja. Minus eins.“ (00:18:08) nennt und die Lehrerin diese mit einem „Ja.“ (00:18:10) aufgreift.

<u>Interpretation:</u>
Der Transkriptausschnitt veranschaulicht das kleinschrittige Fragen einer Lehrerin, das eine Vielzahl von Antworten bedingt, die aber nicht das eigenständige Lösen der Aufgabe durch die Schülerin erkennen lässt. Die Lehrerin übernimmt die Denkarbeit und lässt die Schülerin simple Grundrechenaufgaben lösen. Am Zeitcode ist zu erkennen, dass die jeweilige Schüleräußerung sofort durch eine Lehreräußerung abgelöst wird. Der Schülerin bleibt keine Zeit nachzudenken. Die Äußerungen der Schülerin sind folglich durchweg einzeilig, die vierte Spalte gibt diese Länge wieder. Schon Stevens kritisiert die Wirkung dieser Unterrichtsgestaltung auf die Schüler, indem sie ausführt:

> „The large number of questions suggests that in actual practice there is very little effort put forth to teach our boys and girls to be self-reliant, independent mental workers.“[257]

Der von Stevens beobachtete Unterricht muss ähnlich kleinschrittig sein wie dieser, so dass sich die Frage stellt, wie sich eigenständige Gedanken beim Lernenden entwickeln sollen. Wie kann der Schüler

[257] Stevens, 1912, S. 26.

das Übergeordnete erfassen bei der großen Betonung des Kleinsten, des Nebensächlichen? Zu Recht bemerkt Stevens:

> „The large number of questions suggests that we are coming, more and more, to make the classroom the place for displaying knowledge instead of a laboratory for getting and using it.“[258]

Erst offene Verständnisfragen, Fragen, die die Gesamtheit des Problems und seiner Lösung umreißen, vermögen Aufschluss über das Verständnis der Schüler zu geben. Diese Fragen verlangen vom Schüler längere Antworten und im Allgemeinen längere Ausführungen.

Längere Äußerungen sind daher Indikator für eigenständige Gedanken, Entwicklungen von eigenen Ideen und Lösungsmöglichkeiten. Um sich länger fachbezogen äußern zu können, muss man Einsicht und Verständnis des mathematischen Unterrichtsinhalts haben. Bei der Umformung von Gleichungen bedingen etwa Fragen, die nach bloßer Ausführung kleiner Rechenschritte verlangen, kurze Schüleräußerungen, während Fragen nach selbstständiger Formulierung eigener Lösungswege lange Äußerungen zur Folge haben. Diese Art der Äußerungen lässt sich bei den Schülern jedoch – wie dargestellt – nur selten beobachten.

Der Lehrer artikuliert sich weit seltener in „kurzen“ Äußerungen als die Schüler. Trotzdem bilden die kurzen Äußerungen auch bei ihm die größte Kategorie. Dies hat einen Grund darin, dass die häufig angewandte enggliedrige Frageweise überwiegend Lehreräußerungen kurzer und mittlerer Länge zur Folge hat. Allerdings muss bei der Betrachtung der Ergebnisse auch berücksichtigt werden, dass beispielsweise eine zwanzigzeilige Äußerung bei der Häufigkeitszählung nur ein einziges Mal gezählt und dementsprechend nur ein einziges Mal der Kategorie „lang“ zugeschrieben wird. Auch weniger häufig zu registrierende „lange“ Lehreräußerungen können daher trotzdem den Großteil der Unterrichtszeit in Anspruch nehmen. Die längste registrierte Lehreräußerung umfasst 79 Zeilen, die längste Schüleräußerung 22 Zeilen. Obwohl die langen Äußerungen auch bei den Lehrern die am seltensten vorkommende Kategorie darstellen, kommen sie im Gymnasium und in der Hauptschule häufiger vor als lange Schüleräußerungen. Berücksichtigt man außerdem die Länge der als „lang“ definierten Äußerungen der zwei Sprechergruppen, so ergibt sich, dass sowohl im Gymnasium als auch in der Hauptschule lange Lehreräußerungen etwa siebenmal so häufig vorkommen wie lange Schüleräußerungen. Die folgende Unterrichtsstunde (S-ID-36291) einer Hauptschule ist die, in der die erwähnte längste Schüleräußerung mit 22 Transkriptzeilen zu beobachten ist.

00:27:58				T	So die dritte Gruppe ... ist die Gruppe der Raute.	DC				
				T	Hast du den Stift schon?	EM				
				T	(Huch-) Ich weiß auch nicht wo er geblieben ist. Okay.	IM				
00:28:12	1	1	1	S	(Jetzt soll ich)	O				
00:28:12	1	1	1	S	( )	O				
00:28:15			1	T	Okay.	DM				
00:28:16	1	10	10	S	Alle Seiten sind gleich lang. Stimmt.	IC				
00:28:20	2			S	Es gibt mindestens ein Paar gleichla- gleich langer Seiten. Stimmt.	IC				
00:28:26	2			S	Es gibt zwei Paare gleich langer Seiten. Stimmt.	IC				
00:28:30	1			S	Es gibt mindestens ein Paar paralleler Seiten. Stimmt.	IC				
00:28:36	2			S	Es gibt zwei- es gibt zwei Paare paralleler Seiten. Stimmt.	IC				
00:28:42	2			S	Ähm alle Winkel sind gleich- sind gleich groß. Stimmt. Nicht.	IC				
00:28:48	1	1	1	Ss	Ha ha.	O				
00:28:49	1	1	1	S	Stimmt. Nicht.	IC				
00:28:51	2	2	2	S	Jammer. Jetzt hab ich einen klei- einen kleinen Strich gemacht.	IM				
00:28:54	3	3	3	S	Es gibt mindestens ein Paar gleich großer Seiten. Stimmt. Gleich großer Winkel. Stimmt.	IC				
00:29:01	2			S	Es gibt zwei Paare gleich großer Winkel. Stimmt.	IC				
00:29:06	1	1	1	S	Nicht.	U				
00:29:06	1	1	1	S	Stimmt wohl.	U				
00:29:09			1	T	Stopp.	DM				
00:29:11	1	1	1	S	Was? Warum?	EM				

[258] Stevens, 1912, S. 25-26.

00:29:12			1	T	Da taucht irgendeine ... Unklarheit auf.	IM	
00:29:15	1	1	1	S	Ja (das ist richtig).	IM	
00:29:16			3	T	In der Gruppe oder bei anderen?	EM	
				T	Also //die Gruppe ist der Meinung es gibt zwei Paar gleich großer Winkel.	EC	YNI
00:29:19	1	1	1	S	//( )	O	
00:29:23	1	1	1	S	(Bei wem)	O	
00:29:25	1	1	1	S	(Nee. Stimmt nicht.).	RC	
00:29:25			1	T	Also. Ihr seid der Meinung gibt es nicht?	EC	YNI
00:29:27	1	1	1	S	//(Nein sind nicht.)	RC	
00:29:28	1	1	1	S	//(hat es abgehakt.)	RC	
00:29:29			1	T	Aha.	UA	
00:29:29	1	1	1	S	Doch sind sie	IC	
00:29:30			3	T	Dann //geht die Frage an alle.	IM	
				T	Es gibt zwei Paar gleich großer Winkel. Eine Eigenschaft der Raute.	EC	YNF
				T	(Dieb.)	N	
00:29:31	1	1	1	S	//Doch sind sie.	RC	
00:29:41	1	1	1	S	Das stimmt nicht.	RC	2A
00:29:41	1	1	1	S	Das //stimmt.	RC	
00:29:42	1	1	1	S	//Ja es stimmt.	RC	
00:29:42	1	1	1	Ss	Es stimmt.	RC	
00:29:44	1	1	1	S	Es stimmt.	RC	
00:29:45			3	T	Passt auf.	DM	
				T	Ist ja kein Problem. Ich gebe dir jetzt die Raute.	IM	
				T	Es gibt zwei Paar Winkel ... wo jedes Paar gleich groß ist.	IC	
				T	Kontrollier mal.	DM	
00:29:56	1	1	1	S	//Ja.	O	
00:30:02	1	1	1	S	Ja.	O	
00:30:03			2	T	Es gibt zwei Paar Winkel wo jedes Paar gleich groß ist.	IC	
00:30:09	1	1	1	S	(Ja is richtig.)	RC	
00:30:12	1	1	1	S	(hab ich doch gesagt.)	IM	
00:30:14			3	T	Stimmt?	EC	YNF
				T	Gut.	UP	
				T	Aber irgendwo hattest du ein Kreuzchen zu schnell gemacht //oder die Andeutung eines Kreuzchens.	IM	
00:30:20	1	1	1	S	//(ja)	O	
00:30:23	1	1	1	S	(Sie kann es ja auch selber machen.)	IM	
00:30:29	1	1	1	S	(Weil sie gesagt hat) stimmt. Nicht.	IM	
00:30:31			1	T	So weg ist es. Schon erledigt.	IM	
00:30:37				T	Schenk ich dir.		
00:30:38				S	Danke.		
00:30:39			1	T	So. Es geht weiter mit der Gruppe.	DM	
00:30:42	2	16	16	S	Die- //die Diagonalen sind gleich lang. Stimmt nicht.	IC	
00:30:42				T	//(Behalt's mal jetzt).		
00:30:46	2			S	Die Diagonalen stehen senkrecht- senkrecht aufeinander. Stimmt.	IC	
00:30:52	1			S	Die Diagonalen halbieren sich. Stimmt.	IC	

00:30:58	2			S	Der Schnittpunkt der Dia- Diagonalen halbiert- halbiert mindestens eine Diagonale. Stimmt.	IC	
00:31:07	1			S	Die Mittellinien sind gleich lang. Stimmt	IC	
00:31:11	2			S	Die Mittellinien stehen senkrecht aufeinander- aufeinander. Stimmt nicht.	IC	
00:31:18	1			S	Die Mittellinien halbieren sich. Stimmt.	IC	
00:31:21	2			S	Der Schnittpunkt der- der Schnittpunkt der Mittellinien halbiert mindestens eine Mittellinie. Stimmt.	IC	
00:31:32	1			S	Die Diagonalen sind Symmetrieachsen. Stimmt.	IC	
00:31:37	2			S	Die Mittellinien sind S- Symmetrieachsen. Stimmt nicht.	IC	
00:31:41	2			S	Mindestens eine Diagonale ist Symmetrieachse. Stimmt.	IC	
00:31:48	2			S	Mindestens eine Mittellinie ist Symmetrieachse. Stimmt nicht.	IC	
00:31:52			3	T	Gut. Danke.	UA	
				T	Jetzt lasst uns mal eben bisher vergleichen.	IM	
00:31:58				T	Wie sieht das mit den Übereinstimmungen aus ... bei den Seiten?	EC	DEF
00:32:03	2	2	2	S	(Bei den Seiten ist außer bei ist alles gleich).	RC	
00:32:08	1	1	1	S	(Außer)	RC	
00:32:09			1	T	Wo ist völlige Übereinstimmung?	EC	NSF
00:32:11	1	1	1	S	Bei den Seiten	RC	
00:32:11	1	1	1	S	Beim Quadrat.	RC	
00:32:12	1	1	1	S	Den Seiten.	RC	
00:32:15			1	T	Beim?	EO	
00:32:15	1	1	1	S	Quadrat.	RC	
00:32:16	1	1	1	S	Quadrat.	RC	
00:32:16	1	1	1	S	//(Seiten).	RC	
00:32:17	1	1	1	S	//(Rauten).	RC	
00:32:17			2	T	Richtig.	UP	
				T	//Beim Quadrat und bei der Raute.	IC	
				T	Gibt es noch irgendwo eine völlige Übereinstimmung?	EC	NSF
00:32:18	1	1	1	S	//Die Raute.	RC	
00:32:24	1	1	1	S	Ja.	RC	
00:32:26	1	1	1	S	Ähm ... bei ... Winkel. (Oder- //Moment.)	RC	
00:32:29	1	1	1	S	//Äh?	EO	
00:32:30	1	1	1	S	Die //Diagonalen (halbieren sich.)	RC	
00:32:30	1	1	1	S	(//Beim Rechteck)	RC	
00:32:32			1	T	Es gibt noch eine //völlige Übereinstimmung.	IC	
00:32:32	1	1	1	S	//(Bei Winkeln?)	RC	
00:32:34	1	1	1	S	Bei Winkel //Quadrat und Rechteck.	RC	3A
00:32:35			4	T	//Ja Krista. . Bei dem Winkel beim Quadrat und beim Rechteck.	UP	
00:32:42				T	Sonst noch irgendwo eine völlige Übereinstimmung?	EC	NSF
00:32:47				T	Bisher.	IM	

00:32:49				T	Nein.	IC				
				T	Okay. Gut. Dann gehen wir zunächst zum Parallelogramm.	DC				

Transkriptausschnitt (Originalsprache) 7
S-ID-36291: Unterrichtsstunde mit besonders vielen langen Schüleräußerungen im Vergleich zu den anderen Unterrichtsstunden.

Beschreibung:

In der untersuchten Unterrichtsstunde der Hauptschule mit langen Schüleräußerungen ist der Unterricht so gestaltet, dass die Schüler im ersten Drittel der Stunde in Gruppen Besonderheiten von Vierecken erarbeiten. Im anschließenden klassenöffentlichen Stundenteil tragen die Schüler ihre Ergebnisse vor, indem sie sie von einem Mitglied ihrer Gruppe vor der Klasse in eine vom Lehrer angefertigte Tabelle eintragen lassen. Die Tabelle enthält die Kategorien „Seiten, Winkel, Diagonalen, Mittellinien und Symmetrieachsen“. Die Schüler sollen durch Ankreuzen der ebenfalls in der Tabelle aufgeführten Unterpunkte zu den Kategorien wie „Alle Seiten sind gleich lang.“ oder „Es gibt zwei Paare gleich großer Winkel.“ die Besonderheiten des von ihnen untersuchten Vierecks hervorheben.

Tafelbild 6
Schülerin beim Eintragen der Ergebnisse ihrer Gruppe zur Raute.

Interpretation:

Die langen Schüleräußerungen bestehen im Ablesen der Kategorien der Tabelle und im Diktieren der Ergebnisse. Dabei tragen alle Gruppen die in den Unterpunkten der Tabelle vorgegebenen gleich lautenden

Sätze vor, z. B. „Es gibt zwei- es gibt zwei Paare paralleler Seiten.“ (00:28:36) oder auch „Die Diagonalen halbieren sich.“ (00:30:52) Die einzige Variation besteht darin, dass abhängig von dem von der Gruppe untersuchten Viereck bei den Unterpunkten das Ergebnis mit den Worten „Trifft zu.“ und „Trifft nicht zu.“ oder „Stimmt.“ und „Stimmt nicht.“ diktiert wird. Der Umgang mit den Vierecken beschränkt sich darauf, bestimmte, vorgegebene Kategorien zu untersuchen und diese schematisch in eine Tabelle einzutragen. So setzt sich jede Gruppe zwar während der Erarbeitung intensiv mit ihrer Figur auseinander, durch das Abarbeiten der schematischen Punkte durch die vortragenden Gruppen kommt es allerdings nicht zur Auseinandersetzung mit den jeweils nicht in der eigenen Gruppe erarbeiteten Figuren. Für das inhaltliche Verständnis wäre es eher förderlich gewesen, hätte man die verschiedenen Kategorien mitsamt Unterpunkten nicht bereits vorgegeben, sondern es den Schülern zur Aufgabe gemacht, die Kategorien selbst zu entwickeln. Die Schüler hätten dann in der Präsentation ihrer Ergebnisse frei formulieren müssen, was für das Verständnis seitens der Mitschüler besser gewesen wäre. Außerdem hätten sie sich noch eingehender mit dem Viereck beschäftigen müssen, um dessen Besonderheiten zu erkennen.

4.4 Fragen

Die Schülerbeteiligung wird durch die Fragen des Lehrers gefördert. Die Anzahl der Fragen durch den Lehrer beeinflusst die Anzahl und Länge der Schüleräußerungen. Wenn ein Lehrer offene Fragen an die Klasse richtet und mehrere Schüler von sich aus zu Wort kommen lässt, könnte dies eine umfangreichere Schülerpartizipation zur Folge haben, als wenn eng gefasste Fragen gestellt werden, auf die nur kurze Ausführungen folgen können.

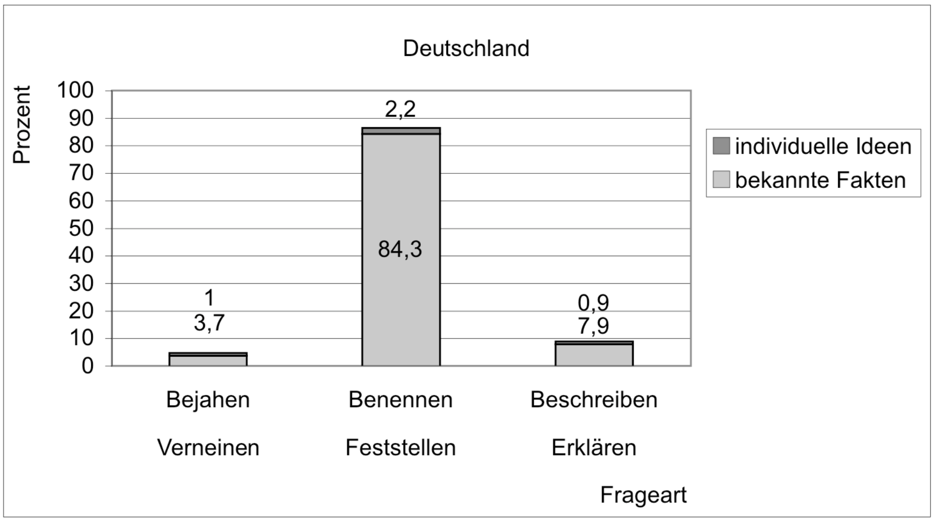
> „Im Einzelfall kann der Lehrer die Frage verschieden eng oder weit stellen. Dabei sollte das Prinzip gelten, dass der Schüler durch die Frage nicht unnötig viel Hilfe bekommt. Der Lehrer sollte vor allem nicht so eng fragen, dass es für den Schüler nichts mehr zu überlegen gibt. (‚Was für Winkel haben wir im Rechteck?' – ‚Rechte!')".[259]

In diesem Fall ist der Schüler nur in der Lage, eine kurze Antwort zu geben, da die gestellte Frage nichts anderes zulässt. Zur Visualisierung des Beweises zum Satz des Pythagoras stellt die Formulierung „Seht euch mal die Zeichnung an. Fällt euch etwas auf?"[260] eine weiter gefasste Frage im Vergleich zu „Wir haben links und rechts deckungsgleiche Quadrate (der Seitenlänge $a + b$); außerdem dieselben vier kongruenten Dreiecke. Was kann man dann über die Quadrate a^2 und b^2 sagen im Vergleich zu c^2?"[261] dar, welche nur eine kurze Antwort zulässt. Die Art des weit gefassten, offenen Fragens schafft „wohl günstigere Bedingungen zur Förderung von selbstständigem Denken und Kreativität [...] als enge."[262]

Im Beispiel zum Satz des Pythagoras verlangt die erste Frage eine Beschreibung und Erklärung vom Schüler. Die eng gefasste zweite Frage erfordert hingegen lediglich eine Feststellung. In diese Kategorie fallen auch Fragen wie „75 mal 3?" oder „Welcher Winkel liegt Seite c gegenüber und wie groß ist er?" In Deutschland wird der Großteil der Lehrerfragen so formuliert, dass die Schüler zur Beantwortung bloße Feststellungen treffen oder Benennungen vornehmen müssen. Die Fragen, die vom Schüler eigenständige Erklärungen verlangen, treten deutlich dahinter zurück. Bei der Auswertung wurden nur Fragen berücksichtigt, die der Lehrer zum ersten Mal stellt, Wiederholungsfragen bleiben außen vor. Außerdem gibt die Grafik nicht

[259] Zech, [1]1977, [8]1996, S. 288.
[260] Zech, [1]1977, [8]1996, S. 288.
[261] Zech, [1]1977, [8]1996, S. 288.
[262] Zech, [1]1977, [8]1996, S. 288.

Auskunft darüber, wie viele der Fragen durch Schüler beantwortet werden. Dies könnte Aufschluss darüber geben, ob der Lehrer sich auf die Fragen beschränkt, die lediglich bekannte Fakten benennen lassen, weil die weit gefassten Fragen, die eine Erklärung oder Beschreibung verlangen, unbeantwortet bleiben. In nur 4,1 % der Lehrerfragen sollen die Schüler eigene Ideen in den Unterricht einbringen. Die meisten Fragen zielen auf die Wiedergabe bekannter Fakten.

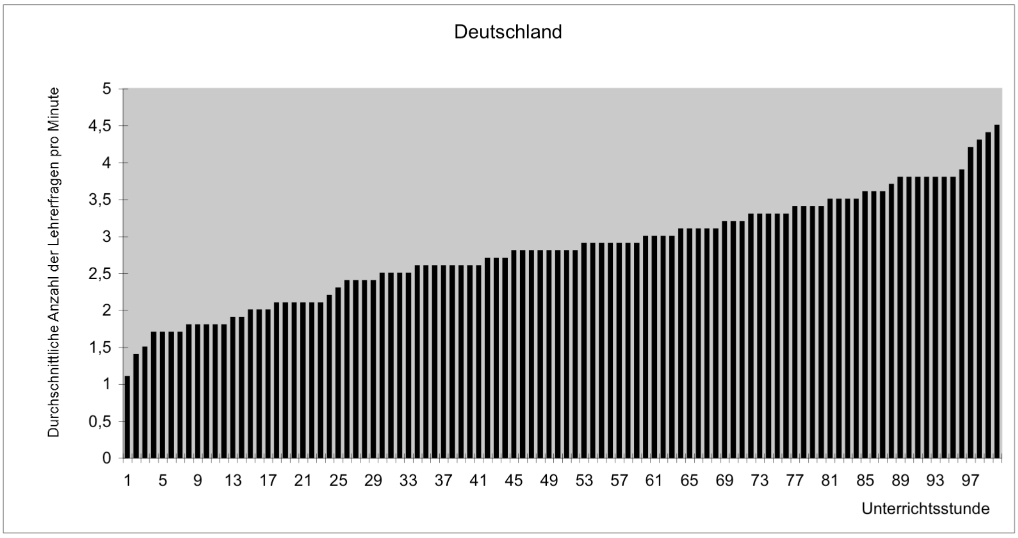


N = 100 Klassen

Abbildung 10
Frageart des Lehrers

Durchschnittlich werden in den deutschen Mathematikstunden der Videostudie drei Fragen pro Minute an die Schüler gerichtet. Bei diesem sehr hohen Wert stellt man sich die Frage, wann den Schülern Zeit bleibt nachzudenken. Mit so vielen Fragen kann allenfalls das Gedächtnis der Schüler geschult und eine schnelle, aber oberflächliche Bearbeitung des mathematischen Unterrichtsgegenstandes erzielt werden. Eine tiefer gehende Befassung mit mathematischen Inhalten ist in der kurzen Zeit kaum möglich. So kann es bei dieser hohen Frequenz doch nur zu Fragen kommen wie beispielsweise „Wenn wir jetzt die Drei auf die andere Seite bringen, dann steht da: Drei mal zwei ist...?“ „Sechs.“ Es werden überwiegend Fragen gestellt, die nach Ja-Nein-Antworten, kurzen Rechenschritten und Benennungen verlangen.

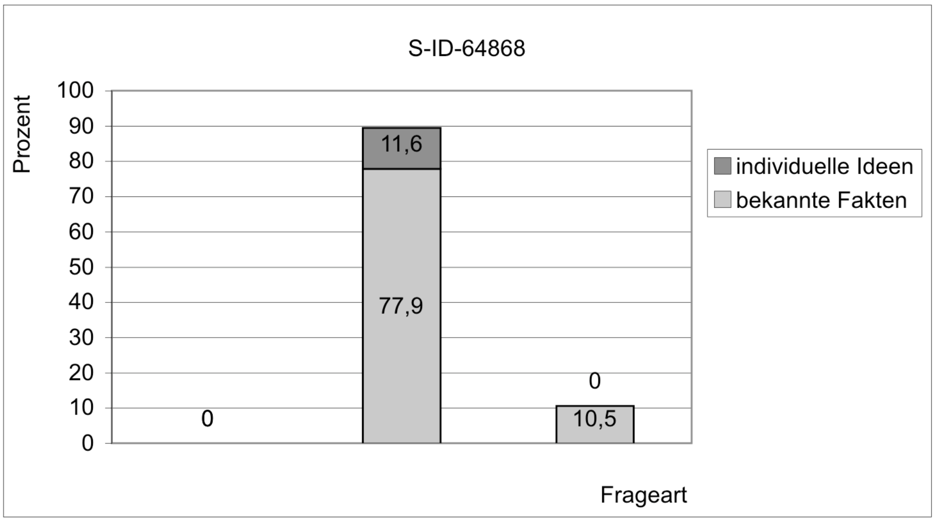
Der Schwerpunkt des Unterrichtens kann bei der festgestellten Fragehäufigkeit wohl nicht im Stellen von weit gefassten Fragen liegen, sondern muss auf eine gemeinsame, enggliedrige Entwicklung des Unterrichtsgegenstandes gerichtet sein.



N = 100 Klassen

Abbildung 11
Lehrerfragen pro Minute

Auch in den bereits aufgeführten Unterrichtsstunden (vgl. z. B. S-ID-73691, S. 152 oder S-ID-26200, S. 167) fiel auf, zu wie vielen Fragen es im Unterricht kommt. Die folgende Unterrichtsstunden (S-ID-64868) ist für die durchschnittliche Anzahl von Lehrerfragen pro Minute der 100 untersuchten Schulklassen Deutschlands exemplarisch. Auch in dieser Mathematikstunde eines Gymnasiums werden ungefähr drei Fragen pro Minute, nämlich ca. 2,8, an die Schüler der Klasse gerichtet. In dem folgenden siebenminütigen Unterrichtsgespräch richtet die Lehrerin 25 Fragen an die Schüler. In der gesamten Unterrichtsstunde stellt sie insgesamt 122 Fragen, was bei einem 44,3-minütigen klassenöffentlichen Unterricht ca. 2,8 Fragen pro Minute bedeutet. Die Schüler richten in derselben Zeit lediglich drei Fragen an die Lehrerin. Die oben in diesem Abschnitt unter Abbildung 10 thematisierte Art der Fragen, verteilt sich in dieser Unterrichtsstunde wie folgt:



N = 1 Klasse

Abbildung 12
Frageart des Lehrers in einer einzelnen Unterrichtsstunde (S-ID-64868)

Die Lehrerin stellt hier keine inhaltlichen Fragen, die die Schüler bejahen oder verneinen können. Andererseits ist die Fragestellung der Lehrerin allein noch kein ausreichendes Maß, um die Qualität des Unterrichts zu analysieren. Das bloße Stellen von Fragen, die zu 11,6 % die Benennung und Feststellung individueller Ideen verlangt und danach ausgerichtet ist, muss dies nicht bedingen.

Die folgende Analyse des Unterrichtstranskripts soll einen Einblick in die tatsächliche Unterrichtswirklichkeit ermöglichen.

00:03:12			2	T	Also was waren die Voraussetzungen? Was war gegeben?	EC	NSF
00:03:15	1	1	1	S	Ein Kreis.	RC	1A
00:03:15			1	T	Und?	EC	NSF
00:03:17	1	1	1	S	Und ähm ein Punkt A.	RC	1A
00:03:19			1	T	Ja.	UL	
00:03:20	1			S	Auf dem Kreis.	RC	1A
00:03:21			1	T	Ja.	UA	
00:03:32				T	Und jetzt sollte was gemacht werden?	EC	NSF
00:03:34	1	1	1	S	Ähm ... eine Tangente.	RC	1A
00:03:37			1	T	M-hm.	UA	
00:03:50				T	Was ist das?	EC	DEF
00:03:51	2	2	2	S	Na muss ich da nicht die Mittelsenkrechte machen?	RC	1A
00:03:55			2	T	Mittelsenkrechte.	UA	
				T	Was ist denn das was du jetzt eingezeichnet hast?	EC	NSF

00:03:59	1	1	1	S	Na Mittelpunkt zu A.	RC	1A
00:04:00			1	T	Wie heißt //denn das?	EC	NSF
00:04:00	1	1	1	S	//Strecke.	RC	1A
00:04:02			1	S	Durchmesser.	RC	1A
00:04:04			1	T	Jein.	US	
00:04:07	1	1	1	S	Ja der Radius.	RC	1A
00:04:09			2	T	Der Radius	UA	
				T	und welche Eigenschaft hat die Tangente?	EC	NSF
00:04:17	1	1	1	S	Na dass sie ... senkrecht auf dem Radius liegt.	RC	1A
00:04:19			2	T	Ja	UA	
				T	bitte.	DM	
00:04:26				T	So das war der Teil A.	IC	
00:04:32				T	Teil B ...	IC	
				T	wer macht das?	EM	
00:04:41				T	Lauren?	N	
00:04:57				T	Was ist jetzt gegeben?	EC	NSF
00:04:59	2	2	2	S	Punkt P. Abstand von sechs Zentimeter zum Mittelpunkt.	RC	2A
00:05:02			1	T	Ja.	UA	
00:05:04	1	1	1	S	Und dann	IO	
00:05:07				T	Was soll gemacht werden?	EC	DEF
00:05:10	1	1	1	S	Die zwei Tangenten durch Punkt B.	RC	2A
00:05:13			1	T	An den Kreis. Ja.	IC	
00:05:16				T	Wo ist denn das bei dir?		
00:05:21				T	Ach ( ). Guck doch mal da. Da steht kein Datum und kein gar nichts.		
00:05:29				T	Ja.		
00:05:34			1	T	Und was machst Du jetzt?	EC	DEF
00:05:36	2	3	3	S	Ich mach jetzt die Mittelsenkrechte auf die Strecke A- P M	RC	2A
00:05:39			1	T	Ja.	UA	
00:05:41	1			S	und dann ein ... ähm Thaleskreis.	RC	2A
00:05:45			1	T	Richtig.	UP	
00:05:45	1			S	Da wo die sich schneiden verläuft dann die Tangente.	RC	2A
00:05:47			1	T	//Ja.	UL	
00:05:48				T	Ja.	UA	
00:06:11				T	Ja.		
00:06:12				S	Ich habs falsch.		
00:06:14				T	Ja.		
00:06:15				S	Ich hab das auch falsch. Ich hab da irgendwas anderes gemacht.		
00:06:17				T	Das ist nur ein Hingefriemel und keine Konstruktion. Gell?		
00:06:22				S	Das hier. Aber ich weiß nicht ob das stimmt.		
00:06:24				T	Da bist Du unsicher. Na dann müssen wir es vergleichen.		
00:06:30				S	Und hier weiß ich auch nicht so ganz ob das so stimmt.		
00:06:33				T	Ja du hast ja ne ganze Zeit gefehlt. Gell?		
00:06:35				S	Nö. Gestern.		
00:06:36				T	Nur gestern und vorher aber auch noch mal im		

					März. //Gell?		
00:06:38				S	//Uh stimmt.		
00:06:42				T	Ja.		
00:07:02			4	T	Und warum Lauren ist das jetzt die Tangente das Grüne oder eine der Tangenten oder jede einzelne der Tangente?	EC	DEF
00:07:17				T	Warum ist das jetzt eine Tangente?	EC	DEF
				T	Welche Eigenschaft hat die Tangente?	EC	NSF
00:07:22	1	1	1	S	Das sie den Kreis einmal schneidet.	RC	2A
00:07:26			2	T	Ja. Berührt wäre besser.	US	
				T	Und?	EC	NSF
00:07:32				T	Und was noch?	EC	
00:07:37				T	Lyn.	N	
00:07:38	1	1	1	S	Die steht senkrecht zum Mittelpunkt.	RC	3A
00:07:39			1	T	Senkrecht zum Mittelpunkt.	US	
00:07:41	1	1	1	S	Zum Radius.	RC	3A
00:07:41			4	T	Senkrecht auf dem Radius. Kannst Du mal den Radius einzeichnen?	UA	
00:07:51				T	Ja aber denk mal an das was die Lyn gerade gesagt hat.	IC	
				T	... Welchen Radius hab ich eigentlich jetzt erwartet dass du einzeichnest.	EC	NSF
00:08:03				T	Lyn was hast Du gesagt?	EC	NSI
00:08:05	2	2	2	S	Radius. Das er steht senkrecht auf der uh ... Tangente.	RC	3A
00:08:11			2	T	Radius und Tangente stehen senkrecht.	IC	
				T	Welchen Radius solltest du dann eigentlich vielleicht einzeichnen?	EC	NSF
00:08:17	1	1	1	S	Hier.	RC	2B
00:08:18			7	T	Ja.	UP	
00:08:29				T	Noch einen.	DM	
				T	Wir haben zwei Fälle.	IC	
00:08:36				T	Und wo ist jetzt der rechte Winkel ... das Senkrechtstehen?	EC	NSF
				T	Ja kannst du das mal andeuten?	DM	
				T	So ja.	U	
00:08:47				T	Ja	UA	
				T	Und wo befinden sich-	EC	NSF
				T	ja setz dich mal Lauren danke-	DM	
				T	wo befinden sich nämlich alle rechten Winkel über einer Strecke P M die Durchmesser eines Kreises ist? Wo befinden sich dann alle rechten Winkel?	EC	
00:09:05	1	1	1	S	Auf dem Thaleskreis.	RC	
00:09:07			1	T	Ja.	N	
00:09:07	1	1	1	S	Auf dem Thaleskreis.	RC	
00:09:08			8	T	Auf dem Thaleskreis.	UA	
				T	Den hat sie ja konstruiert.	IC	
				T	So das war die Aufgabe eins. Möchte dazu noch- oh ( ) Ich leb gefährlich.	IM	
				T	Möchte dazu noch einer irgendetwas fragen?	EU	
00:09:24				T	Hat sich das bei denen die da Schwierigkeiten	EU	

					hatten beim zweiten Teil geklärt?					
				T	Also Konstruktion heißt nicht dass ich da irgendwo so was hin verschiebe so frei über den Daumen. Ja? Sondern heißt wirklich konstruieren.	IC				
00:09:42				T	So die zweite Aufgabe.	IM				
				A	HAUSAUFGABE	EC	NSF	]		
				T	Wer wagt sich ran?	EM				
00:09:51				T	Felix?	N				
00:09:51	1	1	1	S	Nee.	RM				
00:09:53			1	T	Nicht?	U				
				T	Antje?	N				
00:09:56	1	1	1	S	Na damit hatte ich noch ein paar Probleme.	RM				
00:09:58			1	T	Damit hattest du ein paar Probleme.	U				
				T	Nicole.	N				
00:10:03	1	1	1	S	Ich auch.	RM				
00:10:04			1	T	Das sieht aber doch gar nicht so schlecht aus.	IM				
00:10:07	1	1	1	S	Aber nur die A.	IM				
00:10:08			1	T	Nur die A. Gut.	U				

[...]

00:15:04				T	Was hast du da für wahnsinnig komplizierte Sachen gemacht? Na gut du hast immer konstruiert. Das geht natürlich auch. Gut.					

Transkriptausschnitt (Originalsprache) 8
S-ID-64868: Die siebte und achte Spalte identifizieren die Fragen und andere Äußerungsschritte.

Beschreibung:

Die Lehrerin lässt die zu dieser Unterrichtsstunde aufgegebene Hausarbeit – zwei Aufgaben bestehend aus jeweils zwei Teilen – von vier verschiedenen Schülern an der Tafel bearbeiten. Der Transkriptausschnitt zeigt die Bearbeitung der ersten Aufgabe, Teil A und B, während der dritten Minute bis in die zehnte Minute des Unterrichtsgesprächs.

Zunächst löst Mattes (Schüler 1) die Aufgabe 1 A, indem er einen Kreis mit einem Zirkel an die Tafel zeichnet, einen Punkt A auf dem Kreis markiert, diesen mit dem Mittelpunkt verbindet. Anschließend zeichnet er mit Hilfe eines Geodreiecks eine Tangente durch A, indem er die Mittelsenkrechte des Geodreiecks auf den Radius MA platziert. Im Anschluss bearbeit Lauren (Schülerin 2) Aufgabe 1 B: die Konstruktion der Tangenten am Kreis durch Punkt P, der außerhalb des Kreises liegt. Während der Konstruktion geht die Lehrerin durch die Klasse und kontrolliert, ob die Schüler die Hausarbeit erledigt haben. Es folgt die Bearbeitung der Aufgabe 2 A durch Nicole (Schülerin 4) und Aufgabe 2 B durch einen weiteren Mattes der Klasse, nämlich Mattes Holms (Schüler 5).

> Aufgabe 1
>
> Zeichne einen Kreis k mit dem Radius r = 3,7 cm.
>
> a. Wähle einen Punkt A auf k und konstruiere eine Tangente an k in A.
>
> b. Wähle einen Punkt P im Abstand 6 cm vom Kreismittelpunkt und konstruiere von P aus die Tangenten an k.

Schulbuch 1

Im oben abgebildeten Transkriptausschnitt werden Aufgabe 1 A und 1 B behandelt. Es endet mit der Suche der Lehrerin nach einem Schüler, der bereit ist Aufgabe 2 A an der Tafel zu bearbeiten. Nachdem die Lehrerin drei Schüler aufgefordert hat, erklärt sich Nicole bereit den ersten Teil der Aufgabe zu bearbeiten: „Aber nur die A.“ (00:10:07), obwohl sie „damit auch noch ein paar Probleme hatte“.

> Aufgabe 2
>
> Gegeben ist ein Kreis um M (5;4) mit dem Radius r = 2,5 cm.
>
> a. Konstruiere die Tangente an den Kreis im Punkt P (7; 5,5).
>
> b. Konstruiere die Tangente an den Kreis, die zu der Geraden AB mit A (0; 2) und B (7;0) parallel [senkrecht] sind.

Schulbuch 2

Interpretation:

Bei der Bearbeitung der Hausaufgabe an der Tafel beteiligen sich in dieser Unterrichtsstunde vier verschiedene Schüler bei den vier aufgegebenen Teilaufgaben durch ihre mündlichen Beiträge und ihre Konstruktion. Mattes scheint bei der Bearbeitung der Aufgabe 1 A sein Schulbuch in der Hand zu halten und schaut in dieses, als die Lehrerin nach den Voraussetzungen der Aufgabe fragt. Zutreffend stellt er fest, dass ein Kreis und ein Punkt A gegeben sind und dass eine Tangente gesucht wird. Mit dem Lineal verbindet er den Punkt A, der auf der Kreislinie liegt mit dem Mittelpunkt M. Die Lehrerin fragt. „Was ist das?“ Mattes deutet mit dem Zeigefinger auf den Mittelpunkt der Strecke AM und antwortet mit der Frage „Na muss ich da nicht die Mittelsenkrechte machen?“

Obwohl es sich hierbei um eine bereits aufgegebene Aufgabe handelt, wird hier ausgehandelt, worin die Aufgabe besteht, wie sie zu lösen ist, was zu tun ist. Es findet zwischen dem Schüler und der Lehrerin der Versuch einer Verständigung über mathematische Inhalte im Rahmen eines asymmetrischen Diskurses statt. Während die Lehrerin die Zusammenhänge kennt, versucht Mattes, sich diese noch zu erschließen. Die Mittelsenkrechte des Radius MA wird für die Konstruktion nicht benötigt. Die Frage der Lehrerin „Was ist das?“ wird von Mattes, der der Frage ausweicht und lieber den nächsten Schritt bestätigt haben möchte, mit der Gegenfrage „Na muss ich da nicht die Mittelsenkrechte machen?“ umgangen. Die Lehrerin geht auf ihn ein und sagt erstaunt „Mittelsenkrechte.“, um ihn anschließend wieder in die richtige Richtung zu führen: „Was ist denn das, was du jetzt eingezeichnet hast?“ Auch hier wird die Bezeichnung zwischen dem Schüler und der Lehrerin ausgehandelt. Mattes hilft sich durch eine Umschreibung „Na Mittelpunkt zu A.“ und ergänzt „Strecke.“

Beides ist richtig, kann in diesem Zusammenhang aber noch präzisiert werden und reicht der Lehrerin nicht aus, da sie die Zusammenhänge kennt und das Ziel verfolgt, Mattes zur Konstruktion einer Tangente zu führen. Die Klasse hat bereits in vorhergehenden Stunden gelernt, dass die „Tangente senkrecht zum Radius“ verläuft. Deshalb kann die Lehrerin hier die Antwort „Mittelpunkt zu A“ oder auch „Strecke“ nicht akzeptieren, weil der Begriff „Radius“ fallen muss, damit Mattes anschließend weiß, wo er eine Tangente hinzuzeichnen hat. Für Mattes, der über ein anderes Hintergrundwissen als die Lehrerin verfügt, ist die Antwort folgerichtig. Schließlich handelt es sich nach seinem Verständnis um die Verbindung zweier Punkte oder anders ausgedrückt „Mittelpunkt zu A“. Die Lehrerin wiederholt ihre Frage. „Wie heißt denn das?“, diesmal etwas anders formuliert, aber ohne weitere Information hinzuzufügen, da sie tatsächlich nur den Begriff von Mattes hören möchte, der ihm weiterhelfen soll. Mattes antwortet nun: „Durchmesser.“

Diese Antwort ist faktisch falsch, dennoch antwortet die Lehrerin mit „Jein.“ Schließlich befindet sich Mattes auf dem richtigen Weg, da Durchmesser und Radius begrifflich häufig gemeinsam geäußert werden und da auch Tangente und Durchmesser senkrecht zueinander stehen, und er ergänzt nun „Ja der Radius.“ Hier kann er von selbst an den Radius gedacht haben oder es ist möglich, dass jemand aus der etwas unruhigen Klasse den Begriff nannte oder beides gleichzeitig geschah. Unmittelbar nachdem die Lehrerin den Begriff wiederholt, folgt noch im selben Satz ihre Frage „und welche Eigenschaft hat die Tangente?“ Mattes antwortet nun „Na dass sie ... senkrecht auf dem Radius liegt.“ und zeichnet dann mit Hilfe des Geodreiecks die Tangente, die den Kreis im Punkt A berührt. Während dieser Konstruktion und dem Gespräch vergingen genau drei Minuten, wobei das Anzeichnen nur eine halbe Minute in Anspruch nahm. Die Länge der Episode war hauptsächlich der Hinführung zur Lösung geschuldet. Da es sich bei dieser Aufgabe um den Lösungsabgleich der Hausaufgabe handelte, hätten 30 Sekunden hierfür ausreichen können. Bestimmt kann in drei Minuten mehr bewirkt werden als lediglich das

Anzeichnen der Tangente an einen Kreis. Die Frage ist aber, ob hier ein größeres Verständnis bei Mattes oder einem anderen Schüler der Klasse im Hinblick auf das behandelte Thema erzielt werden konnte. Können die Schüler der Klasse oder kann Mattes nach der Erarbeitung an der Tafel formulieren, dass für die Konstruktion einer Tangente an einen Kreis durch A die Mittelsenkrechte des Radius unerheblich ist, die Tangente ebenso zum Radius, der ja gleichzeitig eine Strecke ist, wie zum Durchmesser, senkrecht steht?

Es stellt sich im Ergebnis wohl Folgendes dar: Die quantitativ überdurchschnittliche Teilnahme der Schüler in dieser beobachteten Unterrichtsstunde beläuft sich – wie bei Mattes – weitgehend auf fragmentartige, kurzschrittige und offensichtlich mehr der Lehreranleitung als dem eigenen Verständnis geschuldete Schülerantworten. Teilweise werden von dem Schüler bei der Antwortfindung assoziativ einfach Begriffe in den Raum gestellt („Mittelsenkrechte“), die mit der Lösung der konkreten Aufgaben nichts zu tun haben. Es scheint das Ziel verfolgt zu werden, hiermit eine Lehrerreaktion hervorzurufen, die als weitere Hilfestellung den eigenen Lösungsweg erleichtert. Es findet also trotz numerisch hoher Beteiligung der Schüler faktisch kein das inhaltliche Verständnis vertiefender Austausch zwischen Lehrer und Schüler oder Schülern untereinander statt. Hier scheint die Lehrerin gezwungen, durch immer weitergehende, kleinschrittigere und letztlich die Antwort fast vorgebende Fragen den Lösungsprozess überhaupt am Laufen zu halten. Selbst der Schüler an der Tafel entwickelt kaum Eigenständigkeit, sondern verharrt in einer passiven Position, nach kurzen Antworten die nächste Vorgabe der Lehrerin abwartend.

Tafelbild 7
Durch Mattes bearbeitete Aufgabe: Zeichne einen Kreis k mit dem Radius r = 3,7 cm. Wähle einen Punkt A auf k und konstruiere eine Tangente an k in A.

Die mathematische Thematik und die zu bewältigende Aufgabe wird in dem dargestellten Transkriptausschnitt von der Lehrerin im Rahmen des Problemlöseprozesses so weit heruntergebrochen und parzelliert, dass der Schüler zur Problemlösung letztlich nur kleinste Schritte ausführen und Antworten geben muss. Bei der Vermittlung der mathematischen Inhalte setzt die Lehrerin den Schüler lediglich dazu ein, gesuchte Begriffe nach dem „trial-and-error“-Prinzip zu benennen (bzw. zu erraten) oder – unter ihrer Anleitung – einfache Konstruktionen vorzunehmen.

Ungeachtet des objektiven Schwierigkeitsgrades einer fachmathematischen Aufgabe lässt sich bei einem solch eng vom Lehrer angeleiteten Lösungsweg jeder vom Schüler zu erbringende Mitwirkungsanteil auf das Niveau eines Grundschülers reduzieren. Die Mitwirkung beschränkt sich letztlich auf das Zeichnen von Linien mittels eines Geodreiecks sowie das Benennen von Fachbegriffen, die die Lehrerin jedoch wiederum weitgehend vorgegeben hat. Das sich stellende inhaltliche Problem dabei ist: Wird auf diese Weise ein inhaltliches Verständnis des behandelten Themas erzeugt? Dieser Annahme steht der dargestellte Transkriptausschnitt wohl entgegen. Oder wer würde behaupten, dass Mattes im Anschluss an seine

Tätigkeit an der Tafel ein fundiertes Verständnis der Konstruktion von Tangenten hat?

Jeder Lehrer mit entsprechendem Hintergrund-Fachwissen ist in der Lage, die Schüler durch die Vorgabe von eigenständig zu erbringenden Transfer- und Verständnisleistungen in die Lage zu versetzen, durch eine „Vereinzelung der Schwierigkeiten“ eine Aufgabe beherrschbar und lösbar zu machen, weil sich die Schülerleistungen dann nur noch auf ein punktuelles Bewältigen einzelner – überschaubar schwieriger – Probleme beschränkt. Die Frage stellt sich: Welches Ziel wird mit dieser Herangehensweise verfolgt? Hier scheinen dann all jene Darstellungen in der pädagogischen Literatur wie empirischen Wissenschaft Anwendung zu finden, die die vermeintlichen Vorzüge des fragend-entwickelnden Unterrichtsgesprächs aus Lehrersicht darstellen oder erklären, wie solche Interaktionszyklen entstehen und warum sie gerade im Mathematikunterricht immer wiederkehren. Tatsächlich scheint auch im obigen Abschnitt der Schüler mit der eigenständigen Lösung des Problems überfordert, er sucht wiederholt die Unterstützung der Lehrerin. Diese wiederum scheint unter verschiedenen Gesichtspunkten gewillt oder gar gezwungen, ihm zu helfen: Zum einen mangelt es ihr offenkundig an Alternativen. Mehrfach hatte sie Schüler aufgefordert, ihre Lösung vorzutragen, was jene ablehnten. Auch das Ansinnen der Lehrerin, die Konstruktion an der Tafel vorzunehmen, wurde von den aufgerufenen Schülern wiederholt abschlägig beschieden. Allein Mattes zeigte sich zur Mitarbeit bereit und nahm – offenkundig als Gegenleistung – dann aber für sich die extensive Mithilfe der Lehrerin in Anspruch. Diese konnte sich dem nicht verschließen, um Mattes als einzigen mitwirkungsbereiten Schüler nicht auch noch zu demotivieren. Des weiteren: Was wäre geschehen, hätte sie Mattes nicht geholfen? Dass andere Schüler hier hilfreich an der Problemlösung mitgewirkt hätten, war nach dem Vorlauf nicht zu erwarten. Sie hätte dann wohl letztlich die Lösung selbst darstellen müssen. Gerade dies aber lässt sich mit dem von ihr offenkundig verfolgten Ziel eines vermeintlich „schülerzentrierten“ Unterrichts nicht in Einklang bringen. Auf die von ihr gewählte Weise wird wenigstens der Schein gewahrt, dass Mattes sich die Lösung der Aufgabe selbst erarbeitet hat.

Es bleibt hier aber das Problem, das regelmäßig mit engschrittigem fragend-entwickelndem Unterricht in Zusammenhang steht. Inwieweit wird das mathematische Verständnis gefördert? Inwieweit werden nicht lediglich mathematische Routinen und Fertigkeiten der Schüler trainiert, anstelle das Erfassen von Sinnzusammenhängen und ein profundes Verständnis zu erreichen?

Lauren kann bei der Bearbeitung der Aufgabe 1 B an der Tafel selbstständig formulieren, dass sie zur Konstruktion einer Tangente durch einen Punkt P, der sich außerhalb des Kreises befindet, zunächst die Mittelsenkrechte der Strecke PM benötigt, wobei M der Mittelpunkt des Kreises ist, der wiederum nötig ist, um den Thaleskreises um PM zu zeichnen, denn „da wo die sich schneiden, verläuft dann die Tangente“ (00:05:45). Mit „die“ meint Lauren den ursprünglichen Kreis und den Thaleskreis zu PM. Lauren zeichnet mit grüner Kreide zwei Strecken, die im Punkt P beginnen und durch die Schnittpunkte des Thaleskreis mit dem ursprünglichen Kreis gehen und wird von der Lehrerin sogleich gefragt „Und warum Lauren ist das jetzt die Tangente das Grüne oder eine der Tangenten oder jede einzelne der Tangente?“ (00:07:02).

Obwohl in dieser Unterrichtsphase bekannte Aufgaben behandelt werden, die die Schüler schon zu Hause bearbeitet haben, geben beide Schüler zwanzig Antworten auf die Fragen der Lehrerin, anstatt ihre Aufgabe durch selbstständig geführte Gedanken der Klasse darzulegen.

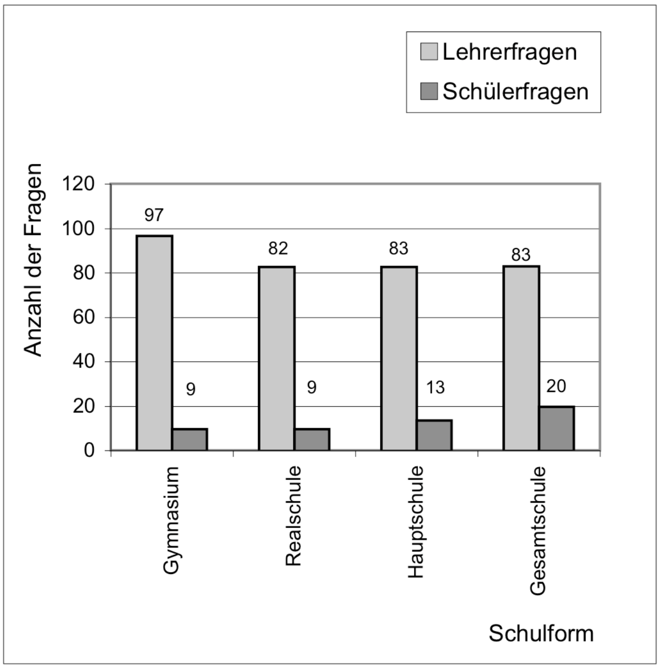
Die Bearbeitung der Hausaufgabe dient der Klasse zum Vergleich. Die Schüler erhalten so die Möglichkeit, ihre eigene Konstruktion mit der an der Tafel entstehenden abzugleichen. Gleichzeitig sind so vier Schüler in der Lage, vor der Klasse eine bereits aufgegebene Aufgabe an der Tafel zu lösen. Die Verwendung des Konstruktionsbegriffes und die Vorstellung der Lehrerin von einer Konstruktion sind nicht eindeutig. Bei der ersten Aufgabe der Hausarbeit führt Mattes die Konstruktion einer Tangente unter Verwendung des Geodreieckes (siehe Beschreibung). Diese wird von der Lehrerin zugelassen. Lauren konstruiert dann ausschließlich mit Zirkel und Lineal. Die Lehrerin überprüft die Hausaufgaben der sitzenden Schüler und kommentiert dabei auch ihre Konstruktion. An eine Schülerin gewendet sagt sie „Das ist nur ein Hingefriemel und keine Konstruktion. Gell?“ (00:06:17). Nachdem Lauren ihre Konstruktion beendet hat, die Lehrerin sie zum Hinsetzen auffordert und sie noch einmal auf den mathematischen Inhalt eingeht: „Wo befinden sich nämlich alle rechten Winkel über einer Strecke P M, die Durchmesser eines Kreises ist? Wo befinden sich dann alle rechten Winkel?“ „Auf dem Thaleskreis.“ erklärt die Lehrerin im Anschluss der Klasse, was man unter einer Konstruktion versteht: „Also Konstruktion heißt nicht, dass ich da irgendwo so was hin verschiebe, so frei über den Daumen. Ja? Sondern heißt wirklich konstruieren.“ Die Bearbeitung der nächsten zwei Teilaufgaben wird wieder sowohl von Nicole als auch von Mattes Holms mit dem Geodreieck gelöst. Während Mattes Holms an der Tafel ist, sagt die Lehrerin an einen Schüler gerichtet, von der Lautstärke aber nicht verschieden von den übrigen klassenöffentlichen Äußerungen „Was hast du da für wahnsinnig komplizierte Sachen gemacht? Na gut, du hast immer konstruiert. Das geht natürlich auch.“ (00:15:04) Eine Konstruktion schien sich bis dahin nicht auf das Erzeugen rechter Winkel mit Zirkel und Lineal zu beschränken, sondern ebenso das Aufzeichnen eines rechten Winkels mit einem Geodreieck einzuschließen. Nach der letzten Äußerung der Lehrerin muss der Hörer von dieser These wieder abweichen. Eine Schülerin hat konstruiert – im Gegensatz zu den meisten anderen, die demnach nicht konstruiert haben. Wird hier den Lernenden klar, was Konstruieren ist? Ist es nötig, dass der Unterschied klar ist oder geht es der Lehrerin hauptsächlich darum, dass die Schüler begreifen, dass Tangenten senkrecht zum Radius stehen? Wenn letzteres der Fall ist, müsste aber auch eine Skizze genügen, aus der klar ersichtlich wird, dass Radius und Tangente mit einem gemeinsamen Punkt einen rechten Winkel bilden. Dagegen spricht, dass auch die Schülerin, die nur „gefriemelt“ hat, das wusste. Sie konnte dies in der Unterrichtsstunde äußern, obwohl ihre Zeichnung von der Lehrerin mit „Das ist nur ein Hingefriemel und keine Konstruktion. Gell?“ (00:06:17) bewertet wurde. Aber wissen sie, was der Unterschied zwischen einem „Hingefriemel“, d. h. „da irgendwo so was hin verschieben, so frei über den Daumen“ und „wirklich konstruieren“, d. h. „wahnsinnig komplizierte Sachen machen, denn das geht natürlich auch“ (00:15:04) ist?

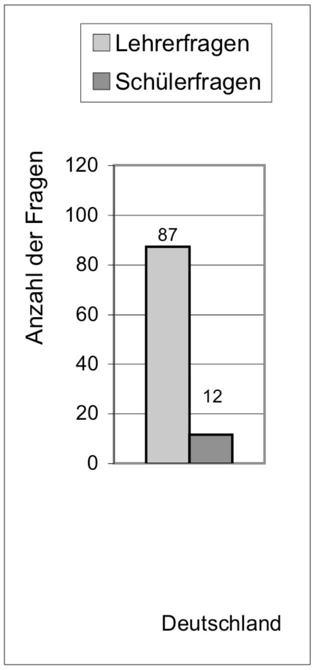
Der Ausschnitt zeigt deutlich, dass es nahezu unmöglich ist, in einer an ein Ratespiel erinnernden Unterrichtsinteraktion profunde mathematische Prinzipien zu verdeutlichen. Die Strukturierung des Unterrichts durch Fragen bei gleichzeitig hoher Fragefrequenz der Lehrer lässt den Schülern keine Zeit, über Prinzipien nachzudenken.

Stevens stellt schon zu Beginn des Jahrhunderts eine vergleichbare Vielzahl von Lehrerfragen fest und kritisiert diese. Die von ihr bezifferten Werte liegen bei zwei bis vier Lehrerfragen pro Minute.[263] Die vielleicht nahe liegende Annahme, dass sich die Zahl der Lehrerfragen im Laufe des Jahrhunderts verringert haben würde, trifft daher – zumindest bezogen auf den Mathematikunterricht – nicht zu. „The large number of questions suggests that the teacher is doing most of the work of the class hour instead of directing the pupils in the

[263] Stevens, 1912, S. 16.

doing."[264] Auf die Schülerpartizipation kann dies mithin keine positiven Auswirkungen haben.





N = 34 Gymnasiumsklassen
N = 28 Realschulklassen
N = 26 Hauptschulklassen
N = 12 Gesamtschulklassen

N = 100 Klassen

Abbildung 13
Vergleich der Anzahl der Lehrer- mit der Anzahl der Schülerfragen pro Schulstunde

Lehrer stellen im Mathematikunterricht achter Klassen in Deutschland – je nach Länge des klassenöffentlichen Unterrichts – zwischen 19 und 162 Fragen pro Unterrichtsstunde. Sowohl der Minimalwert als auch der Maximalwert entstammen Unterrichtsstunden aus der Hauptschule. In der Stunde, in der mit 19 Lehrerfragen die geringste Frageanzahl erfasst wird, werden trotzdem zwei Fragen pro Minute gestellt. Die Gesamtzahl der Fragen ist in dieser Stunde so gering, weil der Großteil der Unterrichtsstunde aus Stillarbeit besteht. Bei dem Maximalwert werden die Schüler der Klasse 4,2 Mal pro Minute dazu aufgefordert, dem Lehrer zu antworten. Einen vergleichbar hohen Wert ermittelt

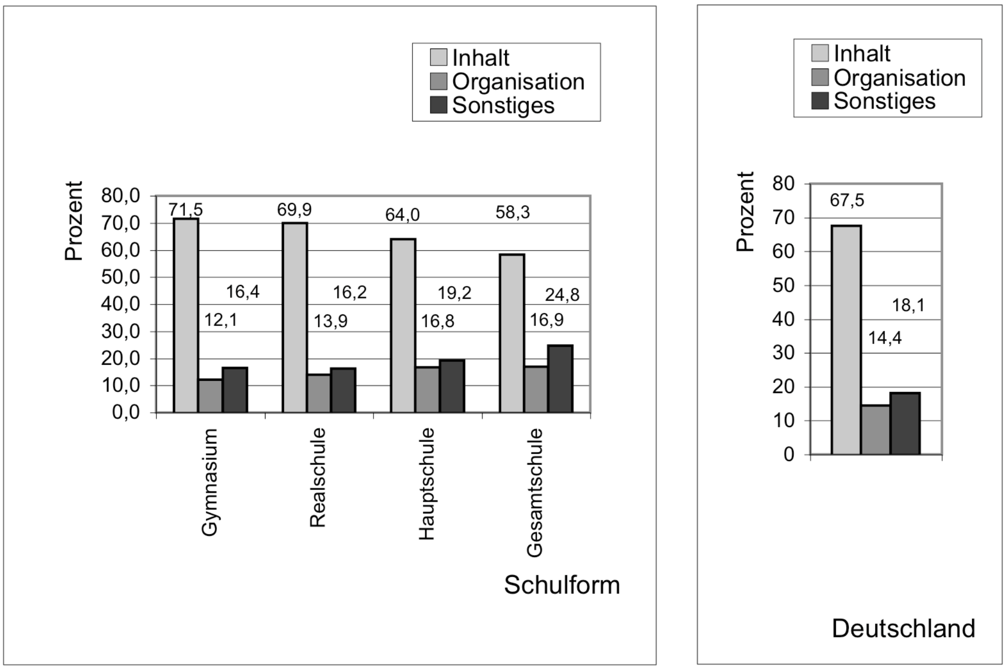
264 Stevens, 1912, S. 17.

Colvin im Jahr 1926. Er kritisiert, dass bei dieser zu großen Menge von Fragen dem Schüler zu wenig Zeit zum Denken und Mitwirken bleibt.[265] Das Verhältnis von Schüler- zu Lehrerfragen beträgt in den deutschen Stunden durchschnittlich 1 zu 7,25. Im Gymnasium stellen die Schüler weniger Fragen, hier liegt das Verhältnis bei ca. 1 zu 10,8, in der Hauptschule ist es höher und liegt bei ca. 1 zu 6,4. Im Jahr 1940 hat Corey das Verhältnis von Schüler- zu Lehrerfragen mit ca. 1 zu 11 angegeben.[266] Demnach hat sich der Unterricht in den vergangenen 50 Jahren weniger stark verändert als man hätte annehmen können.

4.5 Inhaltliche und organisatorische Äußerungen

Das Verhältnis der inhaltlichen zu den organisatorischen Schüleräußerungsschritten lässt ersehen, welcher Anteil des klassenöffentlichen Unterrichts für den eigentlichen Fachunterricht und welcher Anteil für die Organisation der Stunde oder einzelner Arbeitsabläufe verwendet wird. Inhaltliche Schüleräußerungsschritte setzen sich fachlich mit der Mathematik auseinander, sei es in fragender, antwortender, anweisender oder informierender Form. Organisatorische Schritte hingegen haben keine mathematischen Inhalte, sondern behandeln praktische Aspekte des Unterrichtsablaufs. Wenn der Schüler beispielsweise wissen will, ob er im Heft einen Rand lassen muss, welche Utensilien er zur nächsten Stunde mitbringen soll oder erklärt, seine Hausarbeiten nicht gemacht zu haben, handelt es sich dabei um organisatorische Schüleräußerungsschritte. In die Rubrik „Sonstiges“ fallen alle Äußerungen, die weder fachlichen noch organisatorischen Bezug haben, akustisch nicht verstanden werden können oder deren pädagogische Intention nicht klar ersichtlich ist.

[265] Colvin, 1926, S. 319.
[266] Corey, 1940, S. 747.



N = 34 Gymnasiumsklassen
N = 28 Realschulklassen
N = 26 Hauptschulklassen
N = 12 Gesamtschulklassen

N = 100 Klassen

Abbildung 14
Art der Äußerungsschritte der Schüler

In Deutschland sind zwei Drittel der mündlichen Beiträge der Schüler im Mathematikunterricht der achten Klasse inhaltsbezogen. Im Gymnasium und in der Realschule ist der Anteil der mathematikbezogenen Äußerungen am größten. Am geringsten ist er in der Gesamtschule, wo die Kategorie der „sonstigen“ Äußerungen im Vergleich zu den anderen Schultypen größer ist. Dies kann ein Indiz dafür sein, dass hier die Schüler mehr als in den anderen Schulformen gleichzeitig sprechen, so dass ihre Äußerungen akustisch schwer wahrnehmbar sind, und dass in der Klassenöffentlichkeit mehr Beiträge erfolgen, die keinen Unterrichtsbezug haben. Ein Viertel der Schüleräußerungen in der Gesamtschule sind weder fachbezogen noch organisatorisch.

Das dargestellte dreiminütige Unterrichtsgespräch (S-ID-80355) beginnt mit einer organisatorischen Frage einer Schülerin. Im Anschluss folgen inhaltliche Antworten der Schüler. Auch in dieser Unterrichtsstunde ist der überwiegende Teil der Äußerungsschritte inhaltsbezogen.

00:01:16	1	1	1	S	War das alles?	EM	
00:01:16			6	T	M-hm.	RM	
00:02:35				T	Dritte Aufgabe Maren ne?	DC	
00:03:13				T	Wird's nicht?	EM	
00:03:15				T	So. Wer hat eine Idee für die dritte Aufgabe?	EC	DEI
				T	Guckt euch die mal an ... ah aber jetzt bitte nicht das Ergebnis sagen. Das wäre nicht schön. Ich möchte gern dass ihr Maren helft dass also sie das Ergebnis selbst findet.	IM	
00:03:27				T	Christina.	N	
00:03:27	1	1	1	S	Zweiundzwanzig durch vierundvierzig.	RC	1A
00:03:31			3	T	Schreib mal zweiundzwanzig durch vierundvierzig.	DM	
00:03:39				T	Maren. Vielleicht kannst Du das ... ah das Geteiltzeichen etwas anders schreiben. Vielleicht hast du da ne klügere-	EC	NSF
00:03:46	1	1	1	S	(Zweiundzwanzig vierundvierzigstel.)	RC	2A
00:03:47			2	T	Und das ergibt? Das kannst du im Kopf.	EC	NSF
00:03:58				T	Shshsh.	DD	
00:04:06	1	1	1	S	Ein ... Halbes?	RC	2A
00:04:07			2	T	Ein Halb.	UA	
				T	Maren warum ist denn Christina auf zweiundzwanzig und vierundvierzig gekommen?	EC	DEF
00:04:14	1	1	1	S	(Sie hat die Komma weggenommen.)	RC	2A
00:04:16			12	T	(Nächstes Mal.) Mach dir das Leben so bequem wie du es hast. Danke dir.	IM	

<u>Transkriptausschnitt (Originalsprache) 9</u>
S-ID-80355: Die siebte Spalte identifiziert die inhaltlichen und organisatorischen Äußerungsschritte.

<u>Beschreibung:</u>

Die Lehrerin beginnt den Unterricht mit den Worten „So, geht ran. [...] wie immer [...] kurze Übungsaufgaben – tägliche Übung.“ (00:03:15). Sie ruft eine Schülerin namentlich auf, die daraufhin an die Tafel kommt. Vier Aufgaben werden von der Lehrerin aus einem Schnellordner vorgelesen, die wie unten aufgeführt von Maren an der Tafel notiert werden, während sie von den übrigen Schülern der Klasse in die „kleinen Hefte“ (00:00:11) geschrieben werden.

1) $\frac{5}{7}$ - 3 =

2) 4 : $\frac{1}{2}$

3) 2,2 : 4,4

4) $3\frac{1}{4} - 2\frac{1}{2}$

Tafelbild 8
Marens Tafelbild, 00:01:12

Maren beginnt nach dem Anschreiben der Aufgaben innerhalb einer Sekunde unaufgefordert, die Aufgaben zu lösen. Eine Schülerin fragt „War das alles?“ (00:01:16) Die Lehrerin antwortet zustimmend: „M-hm.“ (00:01:16) In der Klasse ist es ruhig. Man hört nichts Gesprochenes, so dass das Transkript eine Minute und neunzehn Sekunden lang keinen Eintrag aufweist (vgl. Transkript 00:01:16-00:02:35). Im Video sieht man neben Maren an der Tafel die zwei Schüler, die in der ersten Reihe sitzen. Sie sind schreibend über ihre Aufzeichnungen gebeugt. Maren fügt zunächst unter den Subtrahenden der ersten Aufgabe einen Bruchstrich hinzu, unter den sie die Zahl eins setzt, so dass nun drei Eintel zu lesen ist. Dann schreibt sie hinter das Gleichheitszeichen fünf Siebtel in Bruchdarstellung an, gefolgt von einem Gleichheitszeichen, wischt die von ihr angezeichnete untere Linie des Gleichheitszeichens weg, so dass ein Minuszeichen entsteht und fügt rechts daneben einundzwanzig Siebtel hinzu. Es folgt ein Gleichheitszeichen und nach einer kurzen Pause von vier Sekunden die Zahl minus sechzehn Siebtel. Für diese erste Aufgabe benötigt sie 23 Sekunden. Unmittelbar danach beginnt sie mit der nächsten Aufgabe, die sie in einem ähnlichen Tempo die ganze Zeit schreibend ohne Pausen von mehr als vier Sekunden löst. Ihre genaue Tafelanschrift ist der nachfolgenden Abbildung zu entnehmen. Diese zweite Aufgabe löst sie in zwölf Sekunden. Anschließend bewegt sich ihre Hand mit der Kreide zur nächsten, der dritten Aufgabe. Hier vergehen zehn Sekunden, bis sie etwas notiert. Ein Minuszeichen und eine Zwei sind zu erkennen. Es folgt eine weitere Pause von zehn Sekunden bis sie eine Null an die Zwei hinzufügt, so dass eine -20 zu erkennen ist. Bei dieser Aufgabe hält sie sich insgesamt 21 Sekunden auf. Die letzte Aufgabe löst sie ähnlich wie die ersten zwei, nämlich zum einen „ähnlich“ von der Zeit mit kurzen Pausen von nicht mehr als vier Sekunden und zum anderen „ähnlich“, indem sie Zwischenergebnisse an der Tafel festhält (vgl. diese weiter unten). Es vergehen 25 Sekunden. Es folgen drei Sekunden, in denen Maren die Kreide von der Tafel nimmt und ihren Blick auf das von ihr Angeschriebene wendet, dann sagt die Lehrerin „Dritte Aufgabe Maren ne?“ (00:02:35) In den folgenden 36 Sekunden wischt Maren ihr Ergebnis der dritten Aufgabe mit einem Schwamm ab und hat ihren Blick auf die Aufgabe gerichtet. Die Lehrerin sagt: „Wird’s nicht?“ (00:03:13) Maren schüttelt ihren Kopf und blickt sich zur Lehrerin um.

1) $\frac{5}{7} - \frac{3}{1} = \frac{5}{7} - \frac{21}{7} = \frac{-16}{7}$

2) $4 : \frac{1}{2} = \frac{4}{1} \bullet \frac{2}{1} = \frac{8}{1}$

3) 2,2 : 4,4 = -20

4) $3\frac{1}{4} - 2\frac{1}{2} = \frac{13}{4} - \frac{5}{2} = \frac{13}{4} - \frac{10}{4} = \frac{3}{4}$

Tafelbild 9
Marens Tafelbild, 00:01:32

Interpretation:

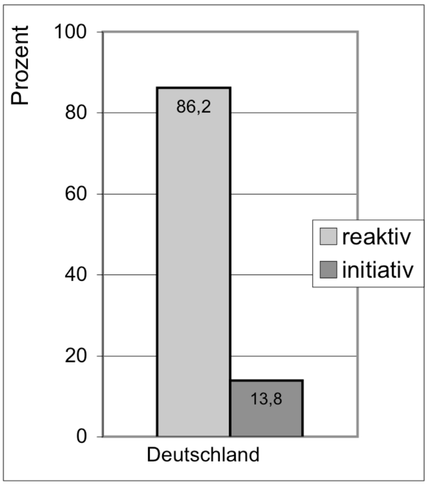
Die Frage „War das alles?“ (00:01:16) einer Schülerin bezieht sich auf den Umfang der „täglichen Übung“. Es handelt sich hierbei um eine organisatorische Frage. Die Schülerin und auch die Klasse insgesamt wissen nun, dass sie mit dem Lösen der Aufgaben beginnen kann bzw. können, sie widmen sich nun dem Inhalt. Nur drei Sekunden, nachdem Maren die Kreide von der Tafel abgesetzt hat und zu jeder Aufgabe ihre Lösung an die Tafel geschrieben hat, kommentiert die Lehrerin „Dritte Aufgabe Maren, ne?“ (00:02:35) Die Stimmlage der Lehrerin weist deutlich darauf hin, dass sie nicht mit der dritten Aufgabe zufrieden ist, wodurch Maren dann sich dieser Aufgabe noch einmal annimmt. Diese Zeit erlaubt es der Schülerin nicht, sich selbst von der Richtigkeit ihrer eigenen Lösung zu überzeugen. Vielmehr lenkt die Lehrerin die Aufmerksamkeit der Schülerin augenblicklich auf die von ihr falsch gelöste Aufgabe.

Wie ist die Äußerung „Mach dir das Leben so bequem wie du es hast.“ (00:04:16) zu interpretieren? Ist die Lehrerin sarkastisch? Hat Maren sich das Leben zu leicht gemacht, indem sie die Aufgabe zu leicht genommen hat? Hat sie den Ernst der Aufgabe nicht erkannt? Oder wollte die Lehrerin sie darauf hinweisen, dass sie sich die Aufgaben (und damit das Leben) leichter hätte machen können, wenn sie Schritt für Schritt vorgegangen wäre? Zunächst hätte sie also die Aufgabe vereinfacht darstellen können: Die reellen Zahlen hätte sie, ebenso wie ihre Mitschülerin dies später als Hilfestellung anfügt, durch natürliche Zahlen ersetzen können. Dann sieht das mathematische Leben schon ganz anders aus, nämlich viel einfacher. Die Konstanz des Quotienten bleibt erhalten. Das erkennt man nach Auffassung der Lehrerin leicht. Aber lag hierin das Problem der Schülerin? Warum wurde sie nicht dazu aufgefordert, ihren Lösungsweg zu erklären? Vielleicht war ihr sehr wohl bewusst, dass 2,2 : 4,4 = 22 : 44 ist, denn ihr Ergebnis lautet nicht etwa -2 oder -2,0 oder -2,2, ihr Ergebnis lautet -20. Dies könnte darauf hinweisen, dass sie die Zahlen mit zehn erweitert hat. Hat sie dann aber im nächsten Schritt den Quotienten mit der Differenz verwechselt? Hierfür spricht die negative Zahl im Ergebnis. Der zweite Wert wurde von der Schülerin wahrscheinlich als größer erkannt, was bei der Subtraktion zu einem negativen Ergebnis führen würde. Mit dem Notieren der Null in die Einerstelle des Ergebnisses hat sie gezögert.

Aus den nicht themenbezogenen Äußerungen der Lehrerin lässt sich nur schwer erkennen, worum es geht. Die Schüler müssen die mathematikbezogenen Implikationen aus ihrer Kenntnis der impliziten Regeln des Diskurses erschließen.

4.6 Reaktives und initiatives Schülerverhalten

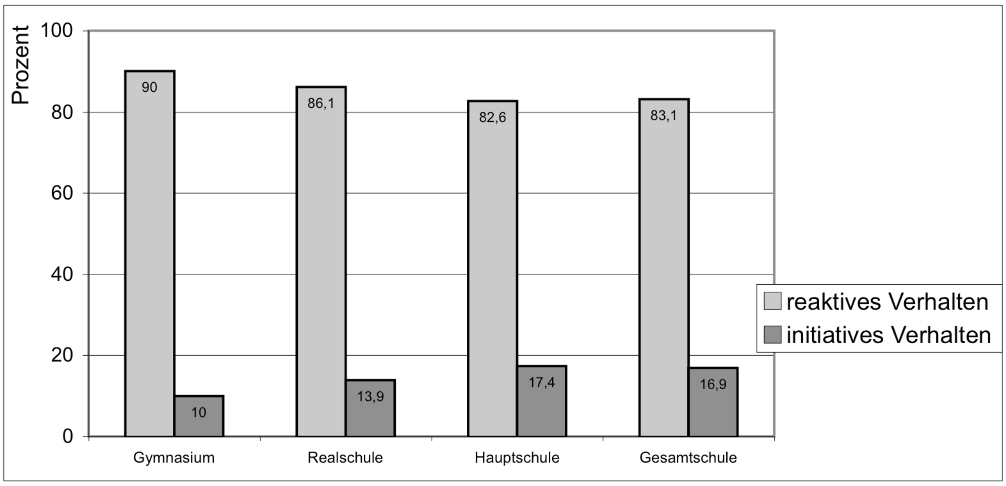
Das Maß des reaktiven Verhaltens der Schüler im Vergleich zu Schülerinitiativen lässt Schlüsse darauf zu, inwieweit die Schüler durch eigene Initiative den Gang des Unterrichts mitgestalten und prägen können.



N = 100 Klassen

Abbildung 15
Anteile reaktiven und initiativen Schülerverhaltens

In Deutschland reagiert ein Schüler weit häufiger auf das Verhalten anderer, als dass er durch eigene Initiative den Fortgang des Mathematikunterrichts beeinflusst. Während er 15-mal – hauptsächlich durch Antworten – reagiert, bringt er sich in der gleichen Zeit nur einmal unaufgefordert durch eigene Gedanken in den Unterricht ein. Das geringe Maß an eigenständiger Schülerbeteiligung scheint ein Beleg für den in der Literatur vorherrschenden Eindruck zu sein, dass die Schülerinitiative im Unterricht zu gering ist, obwohl doch gerade ihr für effektives und erfolgreiches Lernen eine besondere Bedeutung beigemessen wird. Im Ergebnis lässt sich die Erkenntnis, dass die Initiative zu gering ist, verifizieren. Fraglich und zu überprüfen ist allerdings, ob auch die in der Literatur aufgeführten Gründe für geringe Schülerinitiative zutreffen. Beim Betrachten der Videobänder gewinnt man den Eindruck, dass einige der am häufigsten kritisierten Verhaltensweisen von Lehrern tatsächlich den Grund für geringe durch Eigeninitiative geprägte Schülerpartizipation darstellen.



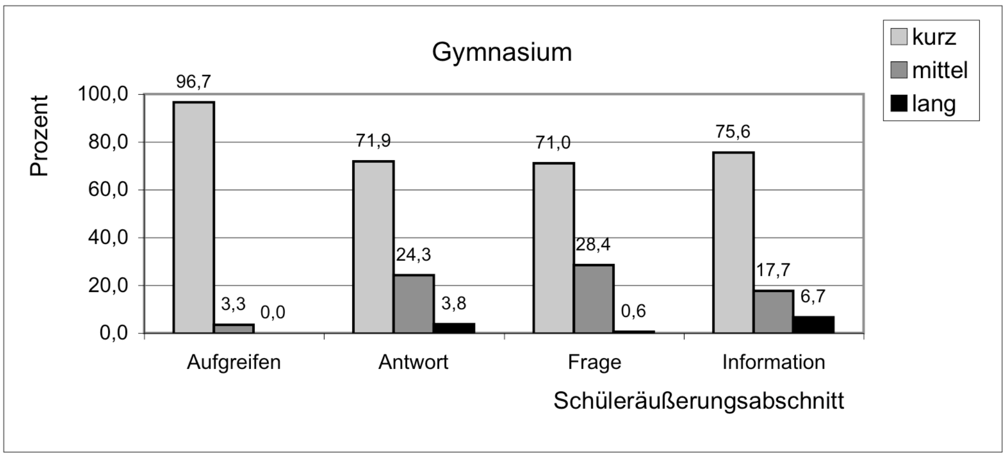
N = 34 Gymnasiumsklassen
N = 28 Realschulklassen
N = 26 Hauptschulklassen
N = 12 Gesamtschulklassen

Abbildung 16
Anteile reaktiven und initiativen Schülerverhaltens

So ist etwa im aufgezeichneten Mathematikunterricht zu beobachten, dass die Lehrer den Unterricht so eng an ihren vielzähligen Fragen entlang entwickeln, dass die Schüler gar keine Zeit haben, eigene Initiative ergreifen zu können. Aufgrund der Vielzahl von Fragen des Lehrers ist auch die Zeit zu gering, um eine eigene Anmerkung oder eine Frage in den Unterricht einzubringen. Wenn der Lehrer nach einer beantworteten Frage gleich im Anschluss eine neue Frage stellt, so verbleibt zu wenig Zeit für eine umfassende Auseinandersetzung, bei der die Schüler selbst Ideen zum Unterricht beisteuern, nach denen sie zuvor noch nicht gefragt wurden.

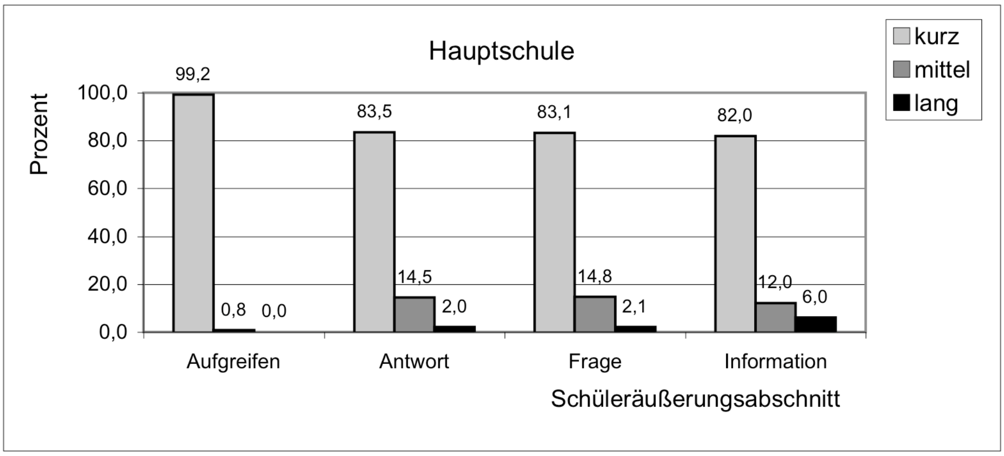
Der Lehrer vermittelt manchmal den Eindruck, im Inhalt voranschreiten zu müssen und keine Zeit für „abwegige“ Ideen oder Fragen der Schüler zu haben. Es ist in solchen Fällen zu beobachten, dass der Lehrer die Schüler Antworten nicht selbst entwickeln lässt, sondern die Lösungen vorgibt und die Schüler lediglich damit arbeiten lässt, etwa indem er in eine von ihm selbst entwickelte Gleichung Variablen einsetzen lässt. Die Schüler werden so nicht darin gefördert, eigene Lösungsstrategien zu entwickeln. Ihre Aufgabe besteht vielmehr darin, vorgegebene Lösungswege in kurzer Zeit nachvollziehen zu müssen. Ihr mathematisches Potential scheint auf diese Weise nicht ausgeschöpft zu werden. Sie werden nicht dazu angehalten, selbstständig mathematische Probleme im klassenöffentlichen Gespräch anzugehen.

Innerhalb der verschiedenen Schultypen gibt es im Verhältnis von reaktiven zu initiativen Schritten kaum Unterschiede: Reaktive Beteiligung ist bei allen Schultypen vorherrschend, 82,6 % in der Hauptschule und 90 % im Gymnasium. Initiatives Schülerverhalten beträgt demnach im Gymnasium 10 % und in der Hauptschule 17,4 %.



N = 34 Klassen

Abbildung 17
Länge bestimmter Schüleräußerungsabschnitte im Gymnasium



N = 26 Klassen

Abbildung 18
Länge bestimmter Schüleräußerungsabschnitte in der Hauptschule

Unabhängig davon, ob es sich um reaktives oder initiatives Schülerverhalten handelt, sind längere Äußerungen gegenüber kurzen Äußerungen von Vorteil für das Verständnis des Sprechenden. Sie führen dazu, die eigenen Gedanken logisch zu ordnen und in Worte zu fassen.

Sowohl im Gymnasium als auch in der Hauptschule sind die initiativen Äußerungsschritte länger als die reaktiven Äußerungsschritte. Der Grund für die größere Länge der Schülerinitiative mag darin liegen, dass die Schüler bei eigenständigen Beiträgen ihre Gedanken in vollständig formulierten Sätzen darbieten müssen, um verstanden zu werden. Die Lehrerfragen, auf die die Schüler vorwiegend reagieren, sind hingegen nicht selten so formuliert, dass sie als Antwort nur nach unvollständigen oder Ein-Wort-Sätzen verlangen. Die Graphen stellen die zwei größten Kategorien des reaktiven und initiativen Verhaltens, Antwort und Aufgreifen bzw. Information und Frage, dar. Die kürzesten Äußerungsschritte sind die, die unter der Kategorie „Aufgreifen“ subsumiert werden können. Hierunter fallen Beiträgen wie „Ach so.“, „Ja.“, „M-hm.“ oder die kurze Wiedergabe eines Teils der Antwort, die die Interaktionssequenz beenden können. Fragen sind diejenigen Äußerungsschritte, bei denen am häufigsten Beiträge mittlerer Länge vorkommen. Bei allen vier Arten von Äußerungsschritten, seien sie Schülerinitiativen oder reaktives Verhalten, überwiegen die kurzen Beiträge signifikant.

In dieser bereits angeführten Unterrichtsstunde (S-ID-64868) wird laut Lehrerfragebogen das Thema „Hinführung zum Umfangswinkelsatz“ behandelt (vgl. S. 135).

00:20:03				T	So das hatten wir gehabt. Das hatten wir auch vor den Ferien im März noch bewiesen. Diesen Satz des Thales. Jetzt wäre die Frage	IM				
				T	... wenn ich die Figur jetzt etwas abändere und nicht mehr den Durchmesser von dem Kreis nehme mit dem Mittelpunkt M ... das war ja die Mittelsenkrechte das ist damit der Mittelpunkt des Kreises sondern ich nehme irgendeine Sehne A B. Was ist dann los ... wenn der Punkt C auf dem Kreisbogen liegt?	IC				
				T	Das müssten wir jetzt erst mal anzeichnen.	IM				
				T	Das heißt also ... wir zeichnen einen beliebigen Kreis	IC				
				T	- so wer hat denn noch nichts getan heute?	EM				
				T	Antje das kriegst Du aber hin.	DM				
				T	Ein beliebiger Kreis mit dem Mittelpunkt M.	IC				
00:21:05				T	An der Tafel bitte immer erst M markieren sonst ist es weg.	IM				

[...]

00:22:27				T	... Jetzt könnte man genauso gut noch einen C Strich- bleiben wir bei der Farbe grün anbringen ... und gucken was dann los ist.	IM				
00:22:54				T	Frage. Was ist jetzt mit dem Winkel in Punkt C los?	EC	DEF			
				T	Was hatten wir hier für Winkel gehabt	EC	NSF			
				T	Linda?	N				
00:23:02	1	1	1	S	Rechte Winkel.	RC	9A			
00:23:03			5	T	Rechte Winkel.	UA				
				T	Frage. Was ist hier los?	EC	DEF			
00:23:10				T	Und dazu hätte ich gerne eure Zeichnung ausgemessen	IM				
				T	und von euch zunächst mal Vermutungen gehört was da los sein könnte. Was ist mit diesem Winkel hier los?	IC				
00:23:37				T	Mattes.	N				
				T	Was hast du raus?	EC	NSI			
00:23:39	1	1	1	S	Ja dass es keinen rechten Winkel gibt.	RC	1B			
00:23:41			2	T	Nein was hast du denn raus für den Winkel im Punkt C? Welche Größe?	EC	NSI			
00:23:47	1	1	1	S	Sechzig.	RC	1B			

00:23:48			1	T	Sechzig	UA	
				T	und was hast du bei C Strich raus?	EC	NSI
00:23:53	1	1	1	S	Ach ne bei C Strich hab ich sechzig.	RC	1B
00:23:53			1	T	Na gut.	UA	
				T	Was hast du dann bei C raus?	EC	NSI
00:24:01	1	1	1	S	Ähm ... sechsunddreißig.	RC	1B
00:24:04			1	T	Oh. Hm.	US	

[...]

00:24:49	1	1	1	S	Ich habe bei beiden achtundsechzig.	RC	3B
00:24:50			3	T	M-hm.	UA	
				T	Welche Vermutung könnte also Nahe liegen? Wenn man so mal die Mehrheit der Meinungen hier sortiert?	EC	NSF
				T	Ja.	N	
00:25:02	2	2	2	S	Das alle ähm Winkel die jetzt da am Kreis- dass jeder Punkt C hat denselben Winkel.	RC	
00:25:09			22	T	Dass die Winkel gleich groß sind. Ja?	UA	
				T	Dass die Winkel Gamma Gamma Strich im Punkt C gleich groß sind. Das ist eine Vermutung. Das stimmte nicht bei einigen. Da waren große Differenzen da. Also müsste man es ja wie auch beim Satz des Thales beweisen können.	IC	
00:25:31				T	Ja und jetzt wollen wir uns mal an den Beweis ranmachen.	IM	
				T	Also wir vermuten aufgrund mehrerer Messergebnisse es könnte so sein aber na ja so mit messen und so.	IC	
				T	So also müssen wir es beweisen.	IM	
00:25:50				T	Ja dazu folgende Konstruktion noch mal. Ich möchte nur ein ... Dreieck betrachten damit das also nicht verwirrt. Oh.	IM	
00:26:18				T	Ich kann es auch nicht besser.	IM	
00:26:23				T	So.	IM	
00:26:26				T	Also. Wieder unsere Sehne A B.	IC	
00:26:33				T	Und eine einzige Konstruktion.	IM	
00:26:46				T	So. Ja wie könnte man das beweisen? ... Beziehungsweise welche Beziehung besteht zwischen dem Winkel Gamma ... und vielleicht irgendetwas anderem.	EC	NSF
				T	Und dazu muss ich zunächst mal ... etwas Aufteilung anbringen und zwar verbindet man die- alle Punkte auf dem Kreis mit M.	IC	
00:27:39				T	Jetzt haben wir wie viele Teildreiecke bekommen?	EC	NSF
				T	Katharina.	N	
00:27:46	1	1	1	S	Drei.	RC	11A
00:27:47			4	T	Drei.	UA	
				T	So. Welches wäre eines?	EC	NSF
				T	Denken wir mal dran wir interessieren uns hier speziell für diese Sache.	IC	
				T	Welches wäre dann ein Dreieck? Zum Beispiel.	EC	
00:28:03	1	1	1	S	A B C.	RC	

00:28:04			2	T	Ja aber äh das lassen wir mal außer Acht.	US	
				T	Das kommt nachher dran.	IM	
				T	Ja?	N	
00:28:11	1	1	1	S	C B und M.	RC	
00:28:13			2	T	C B M wäre ein Teildreieck.	UP	
00:28:20				T	Weiter.	IM	
				T	Was hätten wir noch für ein Teildreieck	EC	NSF
				T	Diana?	N	
00:28:23	1	1	1	S	C A M.	RC	7C
00:28:24			7	T	C A M. ... Bleiben wir erst mal bei denen.	UA	
				T	So. C B M Dieses Teildreieck möchte ich mal grün einzeichnen.	IM	
00:28:43				T	Gucken wir- mal uns an was wir in dem Winkel in dem Dreieck für Winkel haben. Die könnten wir irgendwie bezeichnen.	IC	
				T	Wie wollen wir den hier bezeichnen?	EC	NSF
00:28:56				T	Katharina?	N	
				T	Im Punkte B?	IC	
00:28:59	1	1	1	S	Beta.	RC	11B
00:28:59			4	T	Beta.	UA	
00:29:03				T	Den nennen wir Delta und den nennen wir Gamma eins.	IC	
00:29:20				T	So was gilt in diesem grünen Teildreieck?	EC	NSF
00:29:28				T	Mit diesen Winkeln was gilt da?	EC	NSF
00:29:33				T	Was gilt in jedem Dreieck?	EC	NSF
00:29:37	1	1	1	S	Das die insgesamt hundertachtzig Grad sind.	RC	
00:29:39			2	T	Das die zusammen hundertachtzig Grad sind.	UA	
				T	Kannst Du das mal aufschrieben?	DM	
00:29:43	1	1	1	S	Hm.	O	
00:29:43			2	T	Da unter das grüne Dreieck.	IM	
00:29:56				T	Gleich ... ja und jetzt addiere sie mal.	IM	
				T	Was- wie heißen sie?	EC	NSF
00:30:02	1	1	1	S	Gamma eins.	RC	
00:30:03			7	T	Ja.	UA	
00:30:09				T	Ja.	UA	
00:30:12				T	Möchte dazu einer was fragen?	EU	
00:30:21				T	Ich möchte noch eine ... kleine Änderung anbringen.	IM	
				T	Ich möchte das Delta eins nennen weil wir nachher noch ein anderes Delta bekommen werden.	IC	
00:30:34				T	So jetzt sehen wir uns aber immer noch mal das grüne Dreieck an.	IM	
				T	Was ist denn das für ein Dreieck?	EC	NSF
00:30:44				T	Sonia.	N	
00:30:45	3	3	3	S	Das sieht aus wie e- ach ja genau da sind ähm Gamma eins und ... (ähm was ist das andere) und ähm Beta sind gleichschenklig- winklig.	RC	12A
00:30:58			1	T	Warum?	EC	NSF
00:30:59	1	1	1	S	Weil es ein wahres Drei- weil da ein	RC	12A
00:31:01			2	T	Ja es ist ein- //es ein gleichschenkliges Dreieck.	UA	
				T	Also dieses Dreieck ist gleichschenklig.	IC	

00:31:02	1	1	1	S	//Weil es ein gleichschenkliges Dreieck ist.	RC	12A		
00:31:14			2	T	Das heißt was gilt in jedem gleichschenkligen Dreieck	EC	NSF		
				T	Oskar?	N			
				T	Sonia hat es schon gesagt.	IC			
00:31:21	1	1	1	S	Alle Winkel sind gleich groß.	RC	8B		
00:31:24			1	T	Mmh das stimmt nicht ganz.	US			
00:31:26	1	1	1	S	Ja die Basiswinkel sind gleich-	RC	8B		
00:31:27			2	T	Die Basiswinkel sind gleich groß.	UA			
				T	Wo sind die gleichen Schenkel hier bei uns?	EC	NSF		
00:31:39				T	Sonia.	N			
00:31:40	1	1	1	S	C M und B M.	RC	12B		
00:31:41			3	T	Ja.	UA			
				T	C M ... ist gleich B M.	IC			
				T	Das heißt also welche Winkel sind gleich groß?	EC	NSF		
00:31:56				T	Auch schon gesagt worden.	IC			
				T	Sonia.	N			
00:31:59	1	1	1	S	Beta and Gamma eins.	RC	12B		
00:32:00			3	T	Ja.	UA			
				T	... Eh Beta gleich Gamma eins.	IC			
				T	Wenn ich das jetzt hier in diese Gleichung einsetze ... die Nicole hingeschrieben hat was steht dann da?	EC	NSF		
00:32:25				T	Lenja.	N			
00:32:28	1	1	1	S	Ja das weiß ich nicht.	RM			
00:32:30			3	T	Na für Beta eins setzt du Gamma eins ein.	IC			
				T	Was steht dann da?	EC			
00:32:39				T	Das hier ersetzt du durch das.	IC			
				T	Was steht dann da?	EC			
00:32:43	1	1	1	S	Gamma eins plus ähm Delta eins plus Gamma eins	RC	11B		
00:32:47			1	T	Gleich?	EC	NSF		
00:32:48	1	1	1	S	Gleich hundertachtzig Grad.	RC	11B		
00:32:51			2	T	Und wie kann man das noch ein bisschen verbessern?	EC	NSF		
00:32:54				T	Antje?	N			
00:32:56	2	2	2	S	Ähm hundertachtzig Grad gleich Gamma zwei plus	RC	13A		
00:32:59			1	T	Gamma zwei? Nö.	UN			
00:33:02	1	1	1	S	Ne zwei Gamma eins plus ähm ... Delta eins.	RC	13A		
00:33:08			1	T	Ja.	UA			
				T	Schreibst du es mal da hin?	DM			
00:33:14	1	1	1	S	Dahinter oder-	EM			

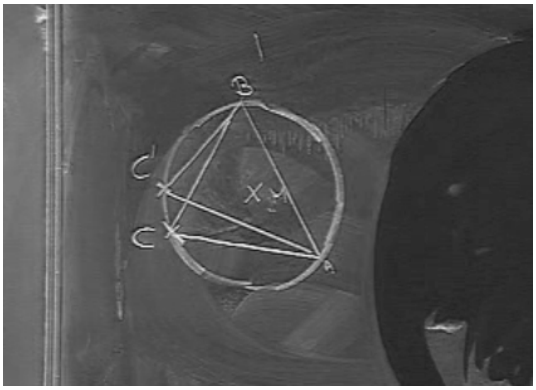
00:33:15			6	T	Ne darunter. Oder vielleicht dazwischen noch.	RM				
00:33:29				T	Jawohl.	U				
00:33:33				T	So das war unser erster Teil. Jetzt gehen wir mal an das andere Dreieck. Da werden wir uns mal eine Farbe für aussuchen. Nehmen wir mal blau.	IM				

Transkriptausschnitt (Originalsprache) 10
S-ID-64868: Ein Zehntel der Schüleräußerungsschritte sind in dieser Unterrichtsstunde eines Gymnasiums auf initiatives Verhalten zurückzuführen, während neun Zehntel reaktiv sind.

Beschreibung:

Mit den drei angeführten Ausschnitten des Transkripts soll verdeutlich werden, wie das initiative und reaktive Verhalten der Schüler bei der Herleitung des Umfangswinkelsatzes sich in dieser Unterrichtsstunde darstellt. Es handelt sich hierbei um die achte einer zehn Schulstunden umfassenden Einheit. Im Unterricht dieser Einheit wurde bereits der Satz des Thales thematisiert und bewiesen und die Anwendung des Satzes war auch Gegenstand in der ersten Hälfte dieser Stunde: „Das hatten wir auch vor den Ferien im März noch bewiesen. Diesen Satz des Thales.“ (00:20:03) In dieser zweiten Stunde nach den Osterferien wird der Satz des Thales zum Lösen einiger Konstruktionsaufgaben benutzt. Die Lehrerin lässt außerdem einen Kreis anzeichnen mit einem Durchmesser. Verschiedene Schüler markieren einen Punkt auf diesem Kreis und zeichnen von diesem zwei Schenkel. Die eingezeichneten Schenkel bilden mit dem Durchmesser rechtwinklige Dreiecke. „Jetzt wäre die Frage ... wenn ich die Figur jetzt etwas abändere und nicht mehr den Durchmesser von dem Kreis nehme mit dem Mittelpunkt M ... das war ja die Mittelsenkrechte das ist damit der Mittelpunkt des Kreises sondern ich nehme irgendeine Sehne A B. Was ist dann los ... wenn der Punkt C auf dem Kreisbogen liegt?“ (00:20:03).

Antje wird von der Lehrerin aufgefordert, einen Kreis an die Tafel zu zeichnen „Antje das kriegst Du aber hin.“ (00:20:03). Antje zeichnet einen Punkt M, um diesen einen Kreis, eine Sehne, markiert die Punkte A und B, in denen die Sehne die Kreislinie schneidet und verbindet diesen Punkt mit einem Punkt C auf dem Kreisbogen. Die Lehrerin begleitet ihr Tun, indem sie jeden dieser Schritte vorgibt. Nach Fertigstellung der Zeichnung ergänzt sie einen weiteren Punkt C' und verbindet auch diesen mit A und B. Folgende Zeichnung ist an der Tafel zu sehen:



Tafelbild 10
S-ID-64868, 00:23:01: Zeichnung zum Umfangswinkelsatz.

Die Schüler werden dazu aufgefordert, eine Zeichnung mit ebenfalls zwei Punkten zu erstellen. Die Lehrerin stellt einen Zusammenhang zur vorherigen Zeichnung des Satz des Thales auf: „Was ist jetzt mit dem Winkel in Punkt C los? Was hatten wir hier für Winkel gehabt Linda?" (00:22:54) und deutet auf die Zeichnung. Linda antwortet: „Rechte Winkel." (00:23:02). Die Lehrerin fordert die Schüler auf „Und dazu hätte ich gerne eure Zeichnung ausgemessen." (00:23:10). Mattes reagiert auf die Frage „Was ist mit diesem Winkel hier los?" (00:23:10) und „Was hast du raus?" (00:23:37) „Ja dass es keinen rechten Winkel gibt." (00:23:39). Die Lehrerin erwidert „Nein was hast du denn raus für den Winkel im Punkt C? Welche Größe?" (00:23:41). Der Schüler gibt zwei unterschiedliche Größen für seine gezeichneten Winkel C und C' an, und zwar „sechsunddreißig" (00:24:01) und „ sechzig" (00:23:47) Grad. Eine andere Schülerin äußert „Ich habe bei beiden achtundsechzig." (00:24:49).

Es werden acht Schüler von der Lehrerin zur Benennung ihrer Messergebnisse aufgefordert. Bei den meisten Schülern werden unterschiedlich große Winkel gemessen, dennoch äußert die Lehrerin „Welche Vermutung könnte also nahe liegen?“ Wenn man so mal die Mehrheit der Meinungen hier sortiert?“ (00:24:50). Eine Schülerin mit gleichem Messergebnis äußert: „Das alle ähm Winkel die jetzt da am Kreis- dass jeder Punkt C hat denselben Winkel.“ (00:25:02). Die Lehrerin nimmt diese Äußerung auf und informiert die Klasse: „Also wir vermuten aufgrund mehrerer Messergebnisse es könnte so sein aber na ja so mit messen und so. So also müssen wir es beweisen.“ (0025:31). Sie bleibt nicht bei der Zeichnung der Schülerin, sondern zeichnet erneut einen Kreis, diesmal gibt es nur einen Punkt C und deshalb nur ein Dreieck. Es folgt eine Einteilung des Dreiecks in drei Dreiecke. Die nun folgende Beweisführung ist in Auszügen schon ausführlich unter 4.1 beschrieben (vgl. S. 135 - 144).

<u>Interpretation:</u>
Während dieser Beweisführung reagieren die Schüler auf die Fragen der Lehrerin. Sie benennen beispielsweise Dreiecke: „A B C“ (00:28:03) auf die Lehrerfrage „Welches wäre dann ein Dreieck? Zum Beispiel.“ (00:27:47). Es findet ein fragend-entwickelndes Unterrichtsgespräch statt: „Das hier ersetzt du durch das. Was steht dann da?“ (00:32:39). „Gamma eins plus ähm Delta eins plus Gamma eins“ (00:32:43). „Gleich?“ (00:32:47). „Gleich hundertachtzig Grad.“ (00:32:48).

Die Schüler werden in diese Unterrichtsstunde zum Umfangswinkelsatz *hingeführt*. Und das ist dem Verständnis nicht förderlich, denn die Schüler dieser Klasse erleben diese Hinführung nur als das sinnlose Umformen von Gleichungen. Das Verständnis geht nicht nur verloren, sondern es entsteht erst gar nicht. Die Lehrerin erwähnt nicht einmal, warum die Gleichungen umgeformt werden – zu welchem Ziel dies führt, führen kann, führen soll. Die Schüler wissen nicht, dass der Umfangswinkelsatz behandelt werden soll. Sie wissen nicht, dass der Innenwinkel mit dem Winkel am Kreis, dem Umfangswinkel, zu vergleichen ist – sie selbst haben nur zwei Umfangswinkel verglichen, die jetzt bei dem Beweis nicht einmal mehr zeichnerisch auftauchen – und schon gar nicht, dass der Zusammenhang zwischen diesen bei der Umformung von vielen Gleichungen entsteht. Sie kennen den Grund dafür nicht, warum all die einzelnen Schritte stattfinden. Sie „üben" sich nicht bei der Hinführung zum Umfangswinkelsatz, sondern ausschließlich im Umformen von Gleichungen und Einsetzen von Gleichungen in Gleichungen. Die Aussage des Umfangswinkelsatzes wird nicht verstanden – denn er wird nicht erwähnt. Auch „üben" sie sich nicht im Beweisen von Sätzen. Sie wissen ja nicht einmal, was sie gerade beweisen. Sie kennen das Thema der Unterrichtstunde nicht. Ihnen wird das Ziel nicht bekannt gegeben, durch die Umformungen eine bestimmte Gleichung erhalten zu wollen. Dennoch beantwortet die Lehrerin im Fragebogen die Frage „Was war das Wichtigste, das die Schülerinnen und Schüler von der heutigen Stunde lernen sollten?" die „Hinführung zum Umfangswinkelsatz" und das „Verständnis eines mathematischen Beweises". Wäre nur der mathematische Satz erwähnt worden oder sogar nur die Gleichung, dann hätte sich zumindest am Ende für die Schüler ein Sinn aufgetan, warum die vielen Gleichungen umgeformt und ineinander eingesetzt werden müssen.

Hätte die Lehrende das Thema am Anfang bekannt gegeben und ausgeführt, dass es eine Gleichung gibt, die sich in dem Umfangswinkelsatz verbirgt und wie diese lautet, dann wären die Zusammenhänge klar gewesen. Die Schüler hätten eine ganz andere Form der Beteiligung, der Teilnahme und der Teilhabe am Mathematikunterricht erfahren, wenn die Aufgabe geheißen hätte: Zu beweisen ist, dass der zur Sehne gehörende Mittelpunktswinkel doppelt so groß ist wie der zugehörige Umfangswinkel. So aber war kaum eine andere Beteiligung möglich, als die vielen, kleinen Fragen der Lehrerin zu beantworten. Es hat auch kein Schüler gefragt, wo all das hinführen soll – offenkundig, weil die Schüler es gewohnt sind, über die Unterrichtsziele nicht in Kenntnis gesetzt zu werden. Diese Unterrichtsstunde bildet keine Ausnahme.