

## 6. Spektralanalyse

Sämtliche bisherigen Arbeiten zur langfristigen Temperaturvorhersage für die Station Berlin-Dahlem mittels statistischer Verfahren wurden in einem zeitlich starren Rahmen durchgeführt. Sowohl bei den Prediktoren, Gitterpunktweite des Bodenluftdrucks bzw. 500-hPa-Geopotentials, als auch bei den Prediktanden, Berliner Temperaturwerte, handelt es sich stets um Mittelwerte vollständiger Kalendermonate (vergl. Abschnitt 1.4). Es läßt sich aber keinesfalls voraussetzen, daß die Zyklen der großräumigen atmosphärischen Zirkulation – sofern eine Periodizität überhaupt vorhanden ist – an die Kalendermonate gebunden sind. Existieren derartige Zyklen jedoch, so ist auf Grund beständiger Anströmrichtungen zu vermuten, daß auch der Temperaturverlauf zyklischen Schwankungen unterliegt. In diesem Fall liefert die bisherige Vorgehensweise nur dann die optimale Vorhersageleistung, wenn die halbe Periodendauer  $T/2$  ein ganzes Vielfaches von 30 Tagen beträgt und die einzelnen Warm- und Kaltphasen jeweils am Anfang eines Monats beginnen. Hiervon abweichende Bedingungen führen im Laufe der Zeit zwangsläufig dazu, daß sowohl Kalt- als auch Warmphasen gemeinsam in einen Vorhersagezeitraum (Kalendermonat) fallen. Da eine genaue Vorhersage der Amplituden nicht möglich ist, läßt sich u.U. nicht einmal mehr eine Aussage über das Vorzeichen der resultierenden Temperaturanomalie treffen. Zur Veranschaulichung diene folgende Überlegung: Die erste Hälfte eines beliebigen Kalendermonats fällt zu kalt aus, die zweite Hälfte hingegen zu warm. Da die Ausprägung beider Phasen jedoch nicht hinreichend genau vorhersagbar ist, hängt die Richtigkeit des prognostizierten Vorzeichens und damit auch die Vorhersagegüte selbst unter Kenntnis dieser Zweiteilung allein vom Zufall ab. Fällt jedoch nur eine Temperaturphase in den Vorhersagezeitraum, so ist ihre Amplitude von wesentlich geringerer Bedeutung. In jedem Falle kann das Vorzeichen der Temperaturabweichung korrekt bestimmt werden. Weist das Kollektiv der Vorhersagen eine moderate Schärfe auf, so wird im Mittel der Vorhersagefehler gegenüber der Klimaprognose verringert. In der Realität kommen streng periodische Temperaturschwankungen selbstverständlich nicht vor. Dennoch besteht die Hoffnung, daß eine Anpassung des Vorhersagezeitraums an ein möglicherweise bevorzugtes Frequenzintervall verbesserte Langfristprognosen mit sich bringt. Um die entsprechenden Periodenbereiche zu bestimmen, wurden zwei verschiedene Formen der Spektralanalyse durchgeführt. Beide sollen hier nur kurz skizziert werden. Ausführliche Darstellungen und weitere Literaturhinweise findet man bei *Taubenheim* (1969), *Ott* (1978), *Fleer* (1983) sowie *Schönwiese* (1992).

### 6.1 Autokorrelations-Spektralanalyse

Spektralanalysen basieren auf der Tatsache, daß sich jede beliebige Zeitfunktion nach orthogonalen trigonometrischen Funktionen entwickeln läßt. Erfüllt die betrachtete Zeitfunktion die Periodizitätsbedingung

$$x(t) = x(t + T), \quad (6.1)$$

so genügt eine endliche Funktionenreihe (Fourier-Reihe) zur Reproduktion. Liegt jedoch eine nicht streng periodische Funktion vor, so bedarf es einer unendlichen Reihe

bzw. die betreffende Funktion kann nur annähernd wiedergegeben werden. Dabei ist die Darstellung um so genauer, je dichter das Spektrum der verwendeten Sinus- und Kosinusfunktionen ist. Somit wird die Zeitfunktion beim Übergang zu einem kontinuierlichen Spektrum (die Summe über diskrete Frequenzintervalle wird durch das sogenannte Fourier-Integral ersetzt) durch ihre Fouriertransformierte

$$F(\lambda) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-2\pi i \lambda t} dt \quad (6.2)$$

ebenfalls vollständig beschrieben. D.h. diese als Fouriertransformation bezeichnete Transformation wandelt die ursprüngliche Zeitfunktion in einen Ausdruck der spektralen Dichte um. Eine Zurückgewinnung von  $x(t)$  aus  $F(\lambda)$  ist auf Grund der Linearität der Fouriertransformation ebenfalls möglich.

Bei der Autokorrelations-Spektralanalyse handelt es sich um die Fouriertransformation der Autokorrelations- bzw. Autokovarianzfunktion. Die resultierende Funktion  $P(\lambda)$ , die sogenannte spektrale Energiedichte, liefert die in den einzelnen Frequenzintervallen enthaltene Energie und wird daher auch als Energiespektrum (engl. power spectrum; auch Autospektrum oder Varianzspektrum) bezeichnet. Sie hat die Dimension einer Varianz pro Frequenz. Basiert ihre Berechnung auf der Autokorrelationsfunktion, so erhält man ein normiertes Spektrum. Im Gegensatz zur sogenannten harmonischen Analyse ist die Autokorrelations-Spektralanalyse auf jede beliebige Zeitreihe anwendbar. Auch nicht periodische Zeitreihen, wie sie in der Meteorologie praktisch ausschließlich vorkommen, können weitestgehend genau analysiert werden.

Da in der Praxis fast immer endliche Zeitreihen diskreter, zumeist äquidistanter Beobachtungen vorliegen, kann die zugrundeliegende Autokovarianzfunktion nur geschätzt werden. Entsprechend der vorliegenden Stichproben können lediglich diskrete Werte in einem endlichen Intervall bestimmt werden. D.h. bei der praktischen Berechnung des Energiespektrums wird das Integral durch eine Summe ersetzt. Die empirische Autokovarianzfunktion  $c(\tau)$  berechnet sich daher wie folgt:

$$c(\tau) = \frac{1}{n-1-\tau} \sum_{i=1}^{n-\tau} (x_i - \bar{x}_1)(x_{i+\tau} - \bar{x}_2). \quad (6.3)$$

Hierin ist  $n$  der Stichprobenumfang und  $\tau$  die sogenannte Zeitverschiebung (engl. lag). Sie gibt an, um wie viele Zeitschritte die betrachtete Zeitreihe gegen sich selbst verschoben ist und variiert zwischen 0 und  $M$ . Dieses ist so zu verstehen, daß für  $\tau=0$  die Kovarianz der Reihe mit sich selbst berechnet wird, während für  $\tau \neq 0$  jeweils der Wert  $x_i$  und der  $\tau$ . Folgewert paarweise zur Berechnung herangezogen werden. Dadurch verkürzt sich die Zeitreihe um den Wert  $\tau$ . Zusätzlich ist zu beachten, daß sich für jeden lag jeweils zwei neue Mittelwerte ergeben. Diese sollten nicht durch einen konstanten Mittelwert ersetzt werden, da dieses zu einer ungünstigeren Schätzung der Autokovarianzfunktion führen würde. Die maximale Zeitverschiebung  $M$  spielt eine wesentliche Rolle bei der Berechnung des Energiespektrums. Im Sinne der statistischen

Stabilität darf sie nicht zu groß gewählt werden (s.u.). Andererseits bestimmt sie aber auch die Frequenzauflösung. Allgemein gilt: Die gesamte Zeitreihenvarianz wird auf die  $M+1$  Frequenzintervalle bzw. Periodenbereiche

$$\lambda_k = \frac{k}{2M\Delta t} \quad \text{bzw.} \quad T_k = \frac{2M\Delta t}{k}, \quad \text{mit } k = 0, 1, \dots, M \quad (6.4)$$

verteilt, wobei die erhaltenen  $\lambda_k$  bzw.  $T_k$  die Mitten der spektralen Bänder sind. Hierbei sind  $k$  die sogenannten Harmonischen. Das Spektrum ist also beidseitig begrenzt: Die größte auflösbare Frequenz, die als **Nyquist-Frequenz** bezeichnet wird, ist  $\lambda_M = 1/(2\Delta t)$ . Die kleinste auflösbare Frequenz ist hingegen  $\lambda_1 = 1/(2M\Delta t)$ ; bei  $\lambda_0$  wird das Residuum der tieffrequenten Varianz akkumuliert. Wählt man daher die maximale Zeitverschiebung  $M$  zu klein, so können u.U. längerperiodische Prozesse nicht mehr aufgelöst werden.

Da der Verlauf der Autokovarianzfunktion nur für das zeitliche Intervall  $[-M\Delta t; M\Delta t]$  bestimmt werden kann, bei der Fouriertransformation jedoch über die gesamte Zeitachse integriert werden muß (siehe Gl. 6.2), wird der Definitionsbereich von  $c(\tau)$  formal erweitert: Außerhalb des berechneten Intervalls wird  $c(\tau)$  gleich Null gesetzt. Dies geschieht durch die Verwendung einer geeigneten Filterfunktion  $D(\tau)$ . Die Autokovarianzfunktion  $c(\tau)$  wird daher durch die neue Funktion

$$c^*(\tau) = D(\tau) c(\tau) \quad (6.5)$$

ersetzt. Somit muß die Fouriertransformation für ein Produkt zweier Funktionen durchgeführt werden. Je nach Wahl der Filterfunktion erhält man leicht unterschiedliche Ergebnisse für das Energiespektrum. Eine ausführliche Darstellung der unterschiedlichen Typen derartiger Filterfunktionen und ihrer Wirkungsweise findet man bei *Ott (1978)*.

Die Linearität der Fouriertransformation ermöglicht eine Vertauschung beider Operationen, d.h. die Glättung durch die Filterfunktion kann nachträglich auf die sogenannten Rohabschätzungen  $P^0(k)$  angewandt werden, die sich durch Transformation der nach Gleichung 6.3 berechneten Autokovarianzen ergeben:

$$P^0(k) = \frac{\Delta t}{M} \left[ c(0) + 2 \sum_{\tau=1}^{M-1} c(\tau) \cos \frac{\pi k \tau}{M} + (-1)^k c(M) \right]. \quad (6.6)$$

Die Symmetrie des empirischen Spektrums bedingt, daß die Werte an den Enden des Spektrums,  $P^0(0)$  und  $P^0(M)$ , zu halbieren sind. Durch Glättung dieses „Rohspektrums“ mittels geeigneter Filterfunktion erhält man die endgültigen spektralen Schätzwerte. Dabei ist zu beachten, daß neben der Autokovarianzfunktion auch die Filterfunktion vor der Glättung einer Fouriertransformation unterzogen werden muß, wodurch sich ihre Gestalt verändert. Da die Wahl der Filterfunktion einen wesentlich geringeren Einfluß

auf die Güte des Spektrums hat als die Anzahl der Zeitverschiebungen, wurde hier das sogenannte **Hanning-Window** verwendet, dessen Fouriertransformierte eine besonders einfache Form hat. Es liefert die Spektralwerte:

$$P(0) = \frac{1}{2} [P^0(0) + P^0(1)],$$

$$P(k) = \frac{1}{4} [P^0(k-1) + 2P^0(k) + P^0(k+1)] \quad \text{für } k=1,2,\dots,M-1, \quad (6.7)$$

$$P(M) = \frac{1}{2} [P^0(M-1) + P^0(M)].$$

Bei der Autokorrelations-Spektralanalyse treten in der Regel mehrere, teils zusammenspielende Stichprobeneffekte auf. Diese können z.T. zu erheblichen Fehlinterpretationen des Spektrums führen. Zu diesen Effekten gehören das Auftreten von Oberschwingungen, die Verteilung der spektralen Masse („Leakage“-Effekt) sowie das sogenannte „Aliasing“, welches zumeist den stärksten Einfluß ausübt. Hierbei täuschen Frequenzen, die auf Grund des vorgegebenen Beobachtungsabstandes nicht mehr aufgelöst werden können, eine langwellige Schwingung vor (Frequenzfaltung). Sie addieren sich zu den Spektralwerten realer Periodizitäten und sind von den niederfrequenten Anteilen somit nicht zu unterscheiden. Die Gesamtheit der unterschiedlichen Frequenzen, die auf diese Weise zu einem Spektralwert beitragen, bezeichnet man als Alias-Frequenzen. Mit  $0 \leq \lambda' \leq \lambda_{Ny}$  ergeben sie sich zu:

$$\lambda', 2\lambda_{Ny} \pm \lambda', 4\lambda_{Ny} \pm \lambda', \dots \quad \text{usw.} \quad (6.8)$$

Hierin ist  $\lambda_{Ny}$  die **Nyquist-Frequenz**. Die als Hauptalias bezeichnete Frequenz  $\lambda'$  vertritt dabei sowohl sich selbst als auch sämtliche höheren Alias-Frequenzen im betreffenden Frequenzband. Das „Aliasing“ führt insbesondere im kurzwelligen Bereich, am Ende des Spektrums, zu Verfälschungen. Durch Verringerung des Zeitschrittes  $\Delta t$  kann ihm entgegengewirkt werden. Bei vorgegebenen Meßpunktabstand empfiehlt sich die Dämpfung hoher Frequenzen mittels eines Tiefpaßfilters.

Zu einer Verstärkung der „Aliasing“-Effekte kann es durch das Auftreten von Oberschwingungen zu einer Grundfrequenz  $\lambda$  kommen. Diese führen in den Frequenzbändern  $m\lambda$  ( $m=1,2,\dots$ ) zu einer Erhöhung der spektralen Masse. Überschreitet  $m\lambda$  dabei die **Nyquist-Frequenz**, so wird die entsprechende Oberschwingung durch die Frequenzfaltung ebenfalls im betrachteten Frequenzbereich abgebildet.

Als „Leakage“-Effekt bezeichnet man das Auftreten nicht realer Nebenmaxima in der Umgebung eines ausgeprägten Varianzmaximums. D.h. existiert in einer Zeitreihe eine harmonische Schwingungskomponente der Frequenz  $\lambda_{real}$ , so verteilt sich die spektrale Masse auf einen Hauptgipfel bei  $\lambda_{real}$  und auf Nebengipfel in den benachbarten

Frequenzintervallen. Das Ausmaß der Verfälschung durch den „Leakage“-Effekt hängt dabei vom Stichprobenumfang  $n$  ab. Mit zunehmender Anzahl der Werte  $n$  verlieren die Nebengipfel zu Gunsten des Hauptgipfels an spektraler Masse und rücken näher an diesen heran. Zusätzlich wird der Hauptgipfel höher und schmaler, so daß sich die spektrale Masse mehr und mehr um  $\lambda_{\text{real}}$  konzentriert.

Die exakte Berechnung des Varianzspektrums setzt die Stationarität der betrachteten Zeitreihe voraus, d.h. Mittelwert und Varianz müssen invariant gegenüber Zeitverschiebungen sein. Meteorologische Zeitreihen weisen jedoch fast immer eine signifikante Autokorrelation auf, wodurch die Stationaritätsbedingung verletzt wird. Das entsprechende theoretische Spektrum (Nullkontinuum) bezeichnet man als „rotes Rauschen“. Hierbei handelt es sich um eine Zeitreihe bestehend aus Zufallsdaten, welche lediglich mit einer Autokorrelation unterlegt ist. Das zugehörige „rote Spektrum“ zeichnet sich durch eine Anhebung des Varianzanteils der langwelligen gegenüber den kurzwelligen Schwankungen aus. Eine rein stochastische Ereignisfolge ohne signifikante Autokorrelation entspricht hingegen dem sogenannten weißen Rauschen, bei dem der Varianzanteil auf alle Frequenzen gleich verteilt ist.

Führt man die Autokorrelations-Spektralanalyse für unbehandelte Rohdaten durch, welche eine signifikante Autokorrelation aufweisen, so führt der „Leakage“-Effekt dazu, daß die hochfrequenten Varianzanteile von den niederfrequenten überdeckt werden. Durch den Einsatz spezieller Techniken, die unter dem Begriff „prewhitening“ bekannt sind, können derartige Instabilitäten zumeist entscheidend reduziert werden. Hierbei wird die vorliegende Datenreihe z.B. durch den Einsatz von Hochpaßfiltern dem „weißen Rauschen“ angeglichen.

Um zu prüfen, ob etwaige Abweichungen (z.B. Spitzen) eines empirischen Spektrums vom hypothetisch glatten Verlauf lediglich von einem Stichprobenfehler herrühren oder ob es sich tatsächlich um eine Eigenschaft der Grundgesamtheit handelt, wird das Spektrum mit einem Nullkontinuum verglichen, d.h. es wird eine sogenannte Signifikanzbetrachtung durchgeführt. Hierfür muß zunächst ein adäquates Nullkontinuum bestimmt werden. Liegt trotz „prewhitening“ eine signifikante Autokorrelation vor, so muß das „rote Spektrum“ verwendet werden, andernfalls das „weiße Spektrum“. Zur Entscheidungsfindung kann u.a. ein von **Anderson** entwickeltes Testverfahren herangezogen werden. Es ermöglicht die Berechnung von Schwellenwerten für die Autokorrelation des ersten *lag*  $(r_1)_{\text{hyp}}$ . Überschreitet der Autokorrelationskoeffizient  $r_1$  der betrachteten Zeitreihe den Wert

$$(r_1)_{\text{hyp}} = \frac{-1 \pm \sigma_g \sqrt{n-2}}{n-1}, \quad (6.9)$$

so ist dieser als signifikant zu betrachten. Hierbei ist  $\sigma_g$  die Standardabweichung der **Gaußverteilung** für das jeweilige Signifikanzniveau. Zu beachten ist, daß es sich um einen einseitigen Test handelt (vergl. *Ott*, 1978).

Während die Erstellung eines „weißen Spektrums“ unproblematisch ist, bereitet die Berechnung eines „roten Spektrums“ einige Schwierigkeiten, da seine Form von der Autokorrelation abhängig ist. Es muß mit Hilfe der Stichprobe abgeschätzt werden. Zumeist ist es ausreichend genau, die Autokorrelationsfunktion der Grundgesamtheit durch eine sogenannte **Markov-Kette** der Form

$$r(\tau = k \Delta t) = r^k(\tau = 1 \Delta t) = r_1^k \quad \text{mit } k = 1, 2, \dots, M \quad (6.10)$$

zu repräsentieren. Hierbei ist  $r_1$  aus der Stichprobe zu berechnen. Eine solche Kurve weist den für das „rote Rauschen“ typischen exponentiellen Verlauf auf. Das zugehörige hypothetische Spektrum läßt sich dann wie folgt berechnen:

$$P_{hyp}(k) = \overline{P^0} \left( \frac{1 - r_1^2}{1 + r_1^2 - 2 r_1 \cos \frac{\pi k}{M}} \right). \quad (6.11)$$

Man beachte, daß zur Bestimmung von  $P_{hyp}(k)$  der Mittelwert aller  $M+1$  Rohabschätzungen herangezogen wird. Sollte das durch Gleichung 6.11 ermittelte theoretische Spektrum nicht eine Art Ausgleichskurve für das empirische Spektrum darstellen, so müssen die Autokorrelationskoeffizienten weiterer *lags* ( $r_2, r_3$  usw.) bei seiner Berechnung berücksichtigt werden. In manchen Fällen kann es auch vorkommen, daß ein **Markov-Modell** grundsätzlich nicht anwendbar ist.

Die eigentliche Signifikanzbetrachtung geschieht durch das Abschätzen von Vertrauensgrenzen. Sie ermöglichen eine Aussage darüber, mit welcher statistischen Wahrscheinlichkeit relative Maxima bzw. Minima des empirischen Spektrums als „überzufällig“ angesehen werden können. Die Berechnung der Vertrauensintervalle basiert auf der Tatsache, daß die Stichprobenschätzwerte eine  $\chi^2$ -Verteilung um die theoretisch zu erwartenden Werte befolgen: Über- bzw. unterschreiten die Spektralwerte die Vertrauensbereiche

$$VB(P) = P_{hyp} \frac{\chi^2_{\Phi, \alpha}}{\Phi} \quad \text{mit } \Phi = \frac{2n - \frac{M}{2}}{M}, \quad (6.12)$$

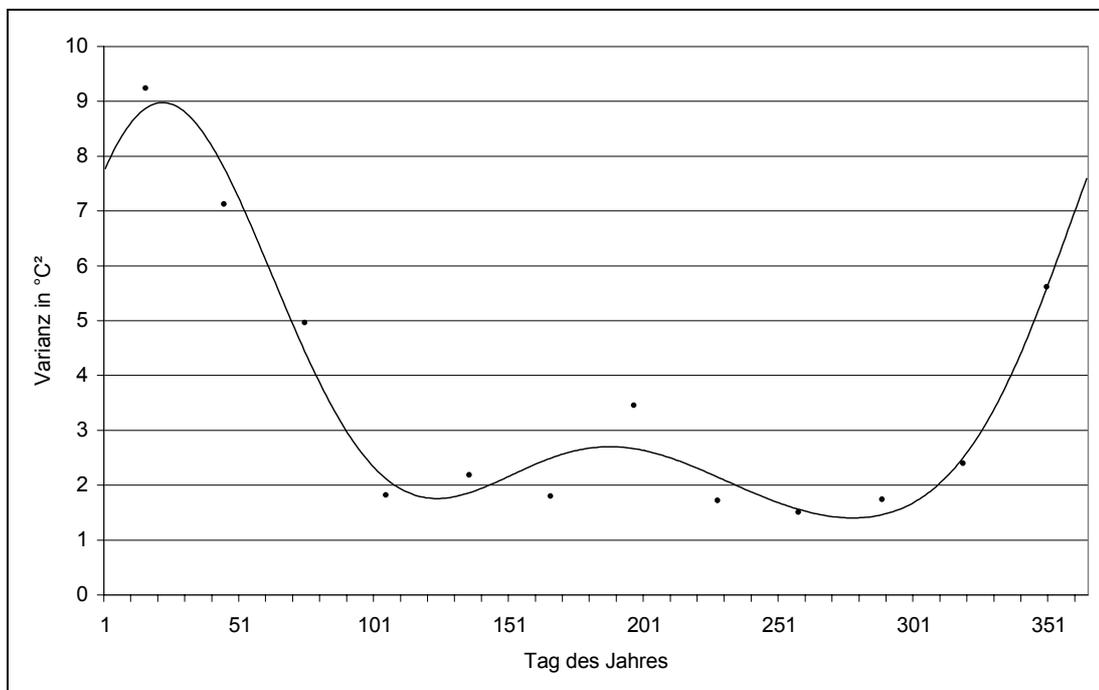
so können sie auf dem betreffenden Niveau als signifikant angesehen werden. Dabei ist  $\Phi$  die Anzahl der Freiheitsgrade und  $\alpha$  die Irrtumswahrscheinlichkeit. Mittels Gleichung 6.12 kann zusätzlich die größte noch zulässige maximale Verschiebung  $M$  bestimmt werden, bei welcher die Stabilität der Ergebnisse nicht gefährdet erscheint. *Schönwiese* (1992) gibt an, daß  $\Phi$  aus Erfahrung nicht kleiner als 5 sein sollte, *Taubenheim* (1969) empfiehlt gar  $M \leq n/10$ .

### 6.1.1 Vorgehensweise

Als Ausgangsdaten für die Autokorrelations-Spektralanalyse wurden die wahren Tagesmittel der Temperatur im Zeitraum 1958 bis 1997 an der Station Berlin-Dahlem verwendet (siehe auch Kapitel 2). Um der Stationaritätsbedingung so weit als möglich

gerecht zu werden, wurde diese Reihe in mehreren Schritten bereinigt: Zunächst wurde nach der „Methode der kleinsten Quadrate“ eine lineare Regression berechnet, um eine langfristige Trendbereinigung durchzuführen. Im Gegensatz zu dem in Abschnitt 4.2 Gesagten wurde dabei in diesem Fall derart vorgegangen, daß der Mittelwert dieser Zeitreihe nicht erhalten blieb. Statt dessen wurde die ermittelte Steigung von  $0,00005344 \text{ } ^\circ\text{C}/\text{Tag}$  mit der Position des betreffenden Tages in der Zeitreihe multipliziert und von der tatsächlich gemessenen Temperatur subtrahiert. Hierdurch blieb die Temperatur des ersten Tages (1. Januar 1958) unverändert, jene des letzten Tages (31. Dezember 1997) wurde um ca.  $0,8^\circ\text{C}$  verringert. Auf diese Weise wurde das Temperaturniveau der gesamten Reihe dem Niveau zu Beginn des Untersuchungszeitraums angepaßt, so als hätte nie ein Trend (d.h. eine Störung der Stationarität) eingesetzt.

In einem zweiten Schritt wurden die bekannten Jahresgänge der Temperatur und ihrer Varianz unter Verwendung mittlerer Jahresgänge eliminiert. Hierzu wurde der von *Deutschländer* (1996) bereits durch Polynom-Regression bestimmte Jahresgang der Temperatur übernommen, der Jahresgang der Varianz auf analoge Art berechnet. Im wesentlichen handelt es sich bei dieser Vorgehensweise um die Erstellung einer Ausgleichskurve für die langjährigen Monatsmittelwerte der Dahlemer Reihe. Während der mittlere Jahresgang der Temperatur auf den Normalwerten der Klimaperiode 1961-1990 basiert, wurden bei der Bestimmung des Varianzganges die monatlichen Mittelwerte des Untersuchungszeitraumes (1958-1997) als Stützstellen der Regression verwendet. Um den wesentlich komplizierteren Verlauf des Varianzganges möglichst exakt wiedergeben zu können, wurde die Anzahl der Stützstellen um vier auf achtzehn und die Ordnung des Polynoms auf zwölf erhöht. Abbildung 6.1 zeigt die daraus resultierende Kurve. Eine detaillierte Beschreibung der Methodik sowie eine graphische Darstellung des mittleren Jahresganges der Temperatur findet man bei *Deutschländer*.



**Abbildung 6.1:** Durch Polynom-Regression erstellter mittlerer jährlicher Verlauf der Varianz der Temperatur im Zeitraum 1958-1997 für Berlin-Dahlem. Die einzelnen Punkte markieren die real aufgetretenen Monatsmittel der Varianz, die sogenannten Stützstellen der Regression.

Der Jahresgang der Temperatur wurde durch simple Subtraktion von den gemessenen und trendbereinigten Werten eliminiert. Der Varianzgang hingegen dadurch, daß die daraus resultierenden Werte mit dem Faktor

$$F(\text{Tag}) = \frac{\max |\text{var}(\text{Tag})|}{\text{var}(\text{Tag})} \quad (6.13)$$

multipliziert wurden. Die mittlere Varianz aller Tage des Kalenderjahres wurde also künstlich auf das Niveau des Tages mit der größten Varianz angehoben. Dieses Vorgehen unterscheidet sich von der üblichen Standardisierung nur insofern, daß die Gesamtvarianz der Zeitreihe den maximal möglichen Wert annimmt. Das Verhältnis der Resultate beider Methoden bleibt jedoch über den gesamten Jahresverlauf hinweg für alle Tage gleich.

Bei der auf die beschriebene Weise vollzogenen zweistufigen Bereinigung der Rohdaten handelt es sich um eine spezielle Form des „prewhitening“. Daher können Stichprobenfehler, hervorgerufen durch „Leakage“-Effekte, weitestgehend ausgeschlossen werden (s.o.).

Letztlich wurde noch eine **Gaußsche Tiefpaßfilterung** durchgeführt, um auch etwaige Auswirkungen durch das „Aliasing“ zu minimieren. Durch einen solchen Tiefpaß werden relativ hohe Frequenzen unterdrückt, wodurch niedrige Frequenzen hervorgehoben werden. Dies führt zu einer Glättung der originalen Zeitreihe, wobei die resultierende Reihe die Form einer Glockenkurve annimmt. Im Gegensatz zur übergreifenden Mittelung treten bei der Gaußschen Tiefpaßfilterung keine Nebenmaxima im relativ kurzperiodischen Bereich auf, wodurch eine wesentlich höhere Effektivität erzielt wird. Sie ist daher dem „Gleitenden Mittel“ vorzuziehen. Die Breite des gefilterten Periodenbereiches hängt von der Wahl der Filtergewichte ab. Somit kann die Prozedur praktisch für jeden beliebigen Wert  $T^*$  durchgeführt werden, so daß gilt: Schwingungskomponenten mit  $T < T^*$  werden unterdrückt.

Da sich im Rahmen dieser Untersuchung das Interesse auf Perioden  $T$  mit  $5 \leq T \leq 90$ , d.h. auf den zeitlichen Bereich von Pentaden bis hin zu Jahreszeiten konzentrierte, wurde  $T^* = 4$  verwendet. Die hierfür benötigten Filtergewichte findet man z.B. bei *Schönwiese* (1992).

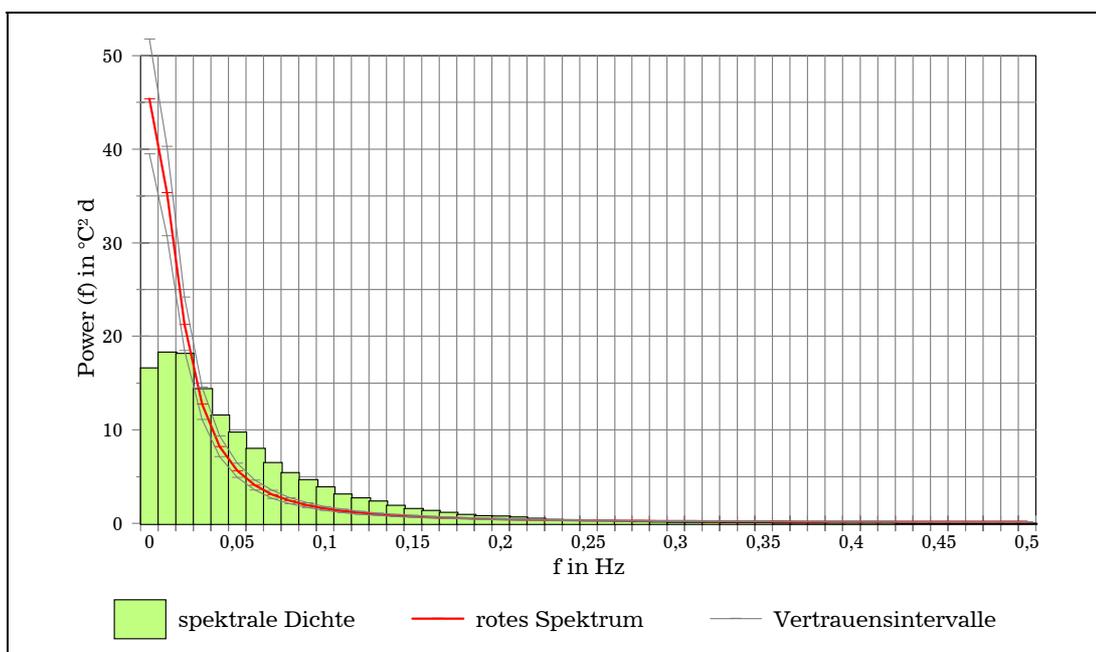
Für die so entstandene Zeitreihe wurde nun das Energiespektrum, d.h. die Verteilung der Gesamtvarianz auf die einzelnen Frequenzen bestimmt. Da nicht davon auszugehen war, daß etwaig auftretende Perioden im Witterungsablauf das ganze Jahr hindurch konstant bleiben, wurde das Spektrum zusätzlich noch für Sommer- und Winterhalbjahr (April bis September bzw. Oktober bis März) sowie für die Hauptjahreszeiten (Juli und August; Januar und Februar) getrennt voneinander berechnet. Da in diesen Fällen der betrachtete Datensatz „zerrissen“ werden mußte, ließ sich eine pauschale Aussage für z.B. alle Sommerhalbjahre des gesamten Untersuchungszeitraumes nur machen, indem die Ergebnisse der einzelnen Jahre hinterher zu einem Mittelwert zusammengefaßt wurden. Diese Mittelung wurde für alle Frequenzintervalle (siehe Gl. 6.4) getrennt voneinander durchgeführt. Auch der zur Berechnung des Nullkontinuums nach Gleichung 6.11 sowie der Vertrauensbereiche (Gl. 6.12) benötigte Wert  $r_1$  wurde durch Mittelung der Einzelwerte bestimmt. Es sei noch angemerkt, daß die mittleren Sommer-Spektren (Sommerhalbjahr sowie Juli und August) 40 Einzeljahre umfassen,

wohingegen die mittleren Winter-Spektren nur die insgesamt 39 Winterhalbjahre von 1958/59 bis 1996/97 enthalten.

Da sich die Länge der verschiedenen Untersuchungszeiträume deutlich voneinander unterscheidet, wurde die maximale Zeitverschiebung  $M$  jeweils neu angepaßt. Für den insgesamt 14610 Tage umfassenden Gesamtzeitraum wurde  $M = 50$ , für die Halbjahre  $M = 30$  und für die Hauptjahreszeiten  $M = 20$  gewählt. Somit unterschreitet die Anzahl der Freiheitsgrade  $\Phi$  (Gl. 6.12) den Wert 5 in keinem der drei Fälle.

## 6.1.2 Ergebnisse

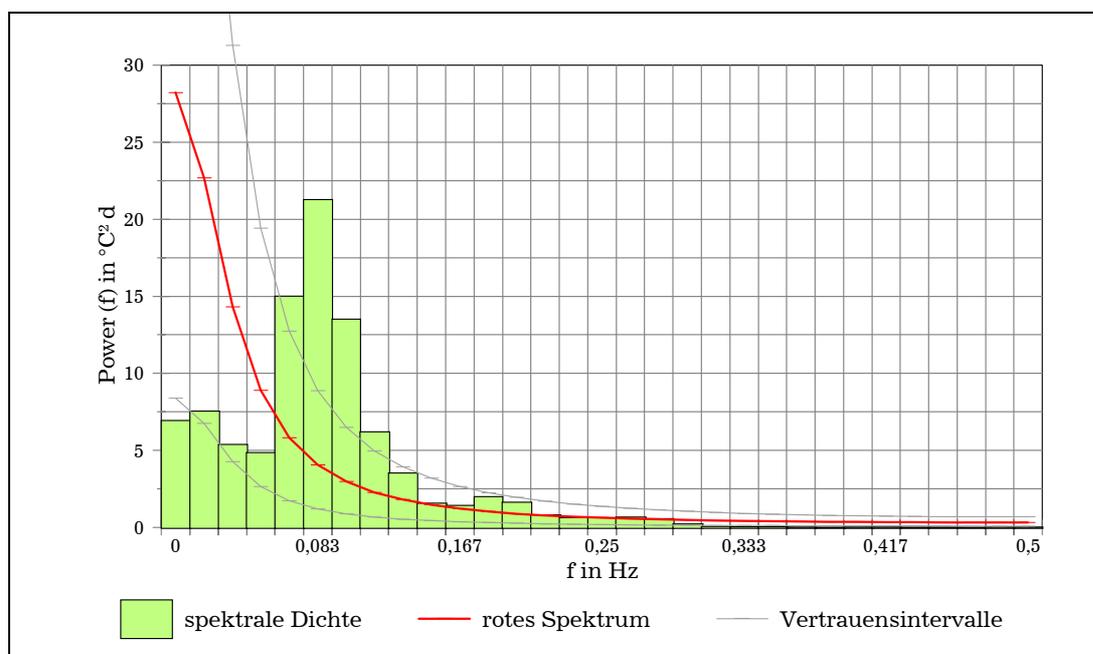
In Abbildung 6.2 ist zunächst das Varianzspektrum, wie es sich für die gesamten 40 Jahre des Untersuchungszeitraumes ergibt, dargestellt. Sowohl die Werte der spektralen Dichte für den Frequenzbereich  $\lambda_k \leq 0,02$  Hz als auch für die Intervalle  $0,03 \text{ Hz} \leq \lambda_k \leq 0,23$  Hz unter- bzw. überschreiten die 1- bzw. 99%igen Vertrauensgrenzen, d.h. sie können als signifikant angesehen werden. Es handelt es sich jedoch nicht um „lokale“ Minima bzw. Maxima, sondern vielmehr um eine allgemeine Verlagerung langperiodischer spektraler Masse zugunsten mittlerer Periodenbereiche. Trotz des hohen Autokorrelationskoeffizienten  $r_1$  von 0,89 rührt offenbar ein beträchtlicher Teil der Gesamtvarianz von zyklischen Vorgängen mit einer Periodendauer zwischen 4 und 25 Tagen her. Dies entspricht genau der Lebensdauer einer Vielzahl von Wettersystemen, deren Einfluß auf den Temperaturverlauf sich in den Ergebnissen widerspiegelt. Hinsichtlich langfristiger Witterungsvorhersagen ist festzustellen, daß keines der betreffenden Frequenzbänder deutlich bevorzugt erscheint. Für eine sinnvolle Anpassung des Vorhersagezeitraumes hätten jedoch markante Spitzen vorhanden sein müssen. Für das gesamte Kalenderjahr existieren demnach keine verwendbaren (über einen Zeitraum von vielen Jahren konstant verlässliche) Periodizitäten.



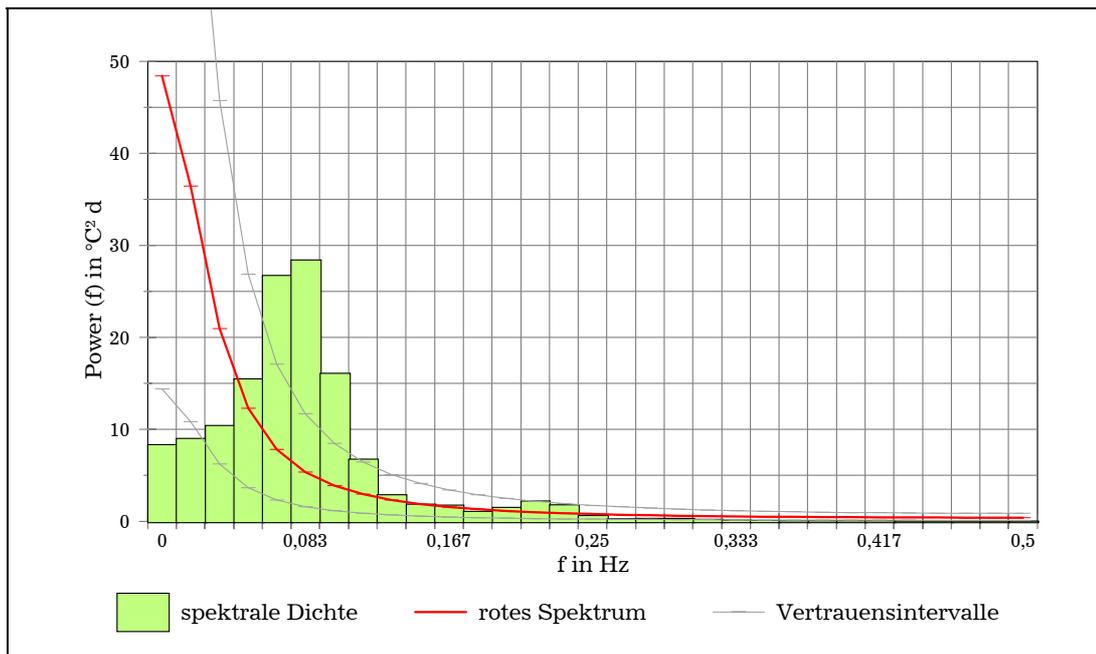
**Abbildung 6.2:** Energiespektrum der wahren Tagesmitteltemperaturen von Berlin-Dahlem für den Zeitraum 1958-1997.

Die Hoffnung, daß eine Differenzierung nach den im vorigen Abschnitt beschriebenen Jahreszeiten für die Langfristprognose nützliche Resultate liefert, wurde durch die Untersuchung von *Ott* (1978) geschürt. Er fand u.a. für die täglichen Mittagstemperaturen (950-hPa-Fläche) des Winters 1976/77 deutlich hervortretende Spektralwerte in den Periodenbereichen um  $T = 4$  sowie  $T = 12$  Tage.

Die einzelnen halbjährlichen Spektren der Jahre 1958-1997 (Sommer- sowie Winterhalbjahr) weisen nahezu ausnahmslos die schon für den Gesamtzeitraum ermittelte Verlagerung langperiodischer spektraler Masse auf. Nur in seltenen Fällen nimmt der Wert der spektralen Dichte entsprechend dem „roten Spektrum“ mit zunehmender Frequenz monoton ab. Dabei ist das zumeist weit unter der theoretischen Erwartung liegende Residuum der tieffrequenten Varianz besonders zu erwähnen, welches häufig sogar die 1%ige Vertrauensgrenze unterschreitet. Darüber hinaus lassen sich keine einheitlichen Gemeinsamkeiten feststellen. Zwar existieren für eine Vielzahl der halbjährigen Zeiträume ein oder mehrere hervortretende Spektralwerte, jedoch treten sie bei verschiedensten Frequenzen auf. Als am beständigsten erwies sich dabei ein relatives Maximum bei  $T = 12$  Tage ( $\lambda_k = 0,083$  Hz), welches sowohl im Sommer als auch im Winterhalbjahr mehrfach auszumachen ist. In einigen Jahren entfällt gar ein erheblicher Anteil der Gesamtvarianz auf diesen Periodenbereich, wie die Abbildungen 6.3 und 6.4 deutlich machen. In anderen Jahren hingegen liegt der Spektralwert dieses Frequenzintervalles im Bereich der theoretischen Erwartung (hier nicht dargestellt). In guter Übereinstimmung zu *Ott* konnte teilweise ein weiteres relatives Maximum bei  $T=4$  Tage ( $\lambda_k = 0,25$  Hz) festgestellt werden, welches jedoch zumeist nur schwach ausgeprägt und auf das Winterhalbjahr beschränkt ist. In den Sommermonaten existiert offenbar ein sekundäres Maximum im Bereich  $T = 30$  Tage ( $\lambda_k = 0,033$  Hz). Ebenso wie das Maximum bei  $T = 4$  Tage im Winter tritt es nur sporadisch auf, zumeist jedoch stärker ausgeprägt. Die Besonderheiten der Spektren einiger anderer Halbjahre werden an dieser Stelle nicht präzisiert, da es sich bei ihnen in der Regel um Einzelfälle handelt.



**Abbildung 6.3:** Energiespektrum der wahren Tagesmitteltemperaturen von Berlin-Dahlem für das Winterhalbjahr 1971/72.



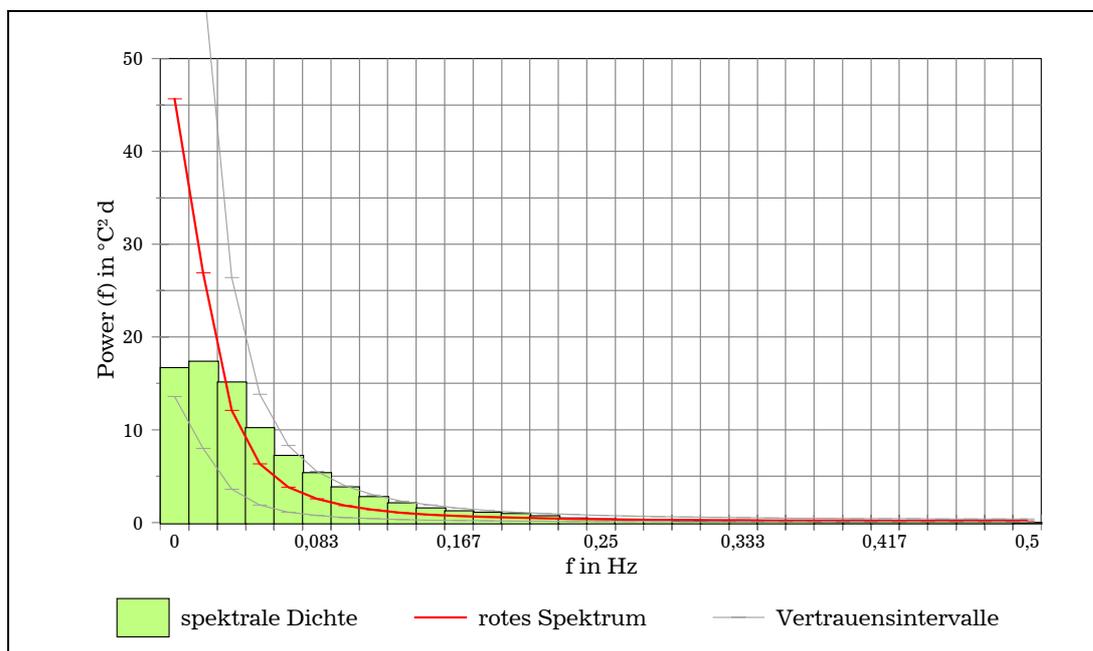
**Abbildung 6.4:** Energiespektrum der wahren Tagesmitteltemperaturen von Berlin-Dahlem für das Sommerhalbjahr 1988.

Entscheidend für die Langfristprognose ist die Frage, inwieweit die verschiedenen relativen Maxima der einzelnen Sommer- bzw. Winterhalbjahre auch über einen Zeitraum von vielen Jahren hinweg ihre Gültigkeit haben. Nur wenn sich Spitzen spektraler Masse auch in einem mittleren Spektrum wiederfinden, wäre davon auszugehen, daß eine Anpassung des Vorhersageintervalls einen beständig positiven Effekt ausüben könnte. Wie die Abbildungen 6.5 und 6.6 verdeutlichen, ist dies nicht der Fall. Sowohl das mittlere Spektrum des Winter- als auch das des Sommerhalbjahres gleichen dem des gesamten Zeitraums (Abb. 6.2). Selbst die Werte der spektralen Dichte bei  $T = 12$  erscheinen im Vergleich zu den Werten der benachbarten Frequenzen nicht erhöht. Offenbar wird der Einfluß solcher Halbjahre wie im Winter 1971/72 (Abb. 6.3) durch jene Jahre kompensiert, in denen keine bzw. andere Periodizitäten dominierten. Ein sichtlich bevorzugtes Frequenzintervall ergibt sich durch eine Zweiteilung des Jahresverlaufs nicht.

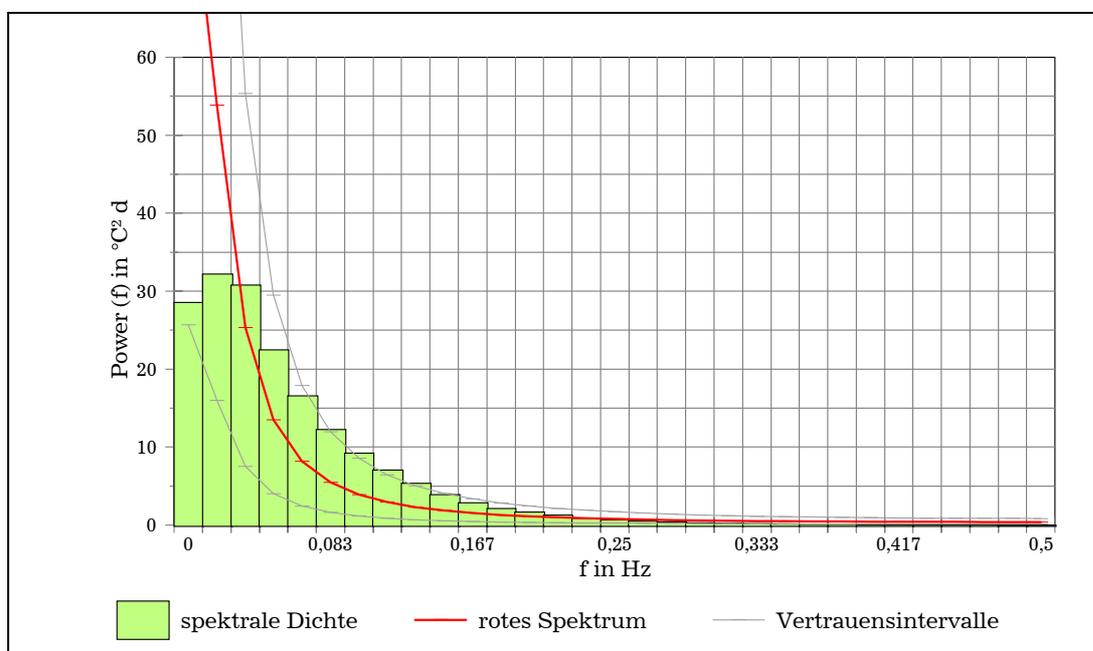
Entgegen den Vermutungen erbrachte die Beschränkung auf den Hochwinter bzw. Hochsommer keine Veränderungen. In Abbildung 6.7 ist das mittlere Spektrum der Monate Januar und Februar, in Abbildung 6.8 jenes der Monate Juli und August dargestellt. Beide weisen den bereits aus den vorigen Untersuchungen bekannten Verlauf auf. Die Einzelspektren ähneln in der Regel zwar denen des entsprechenden Halbjahres, Anomalien sind jedoch oft weniger deutlich ausgeprägt. Bedenkt man, daß die Kernmonate einer Jahreszeit im Normalfall einen wesentlich einheitlicheren Witterungscharakter haben als das gesamte Halbjahr, so überraschen diese Resultate.

Es ist denkbar, daß die Verwendung eines sechstägigen Vorhersageintervalls ( $T/2$ ) in einigen Fällen eine kurzzeitige Steigerung der Vorhersagegüte bewirken könnte. Diese dürfte jedoch sehr gering bleiben, da im gesamten Zeitraum 1958-1997 insgesamt nur drei Halbjahre (Winter 1971/72, 1982/83 sowie Sommer 1988) auftraten, bei denen der auf  $T = 12$  entfallende Varianzanteil einen Großteil der Gesamtvarianz ausmacht. Der

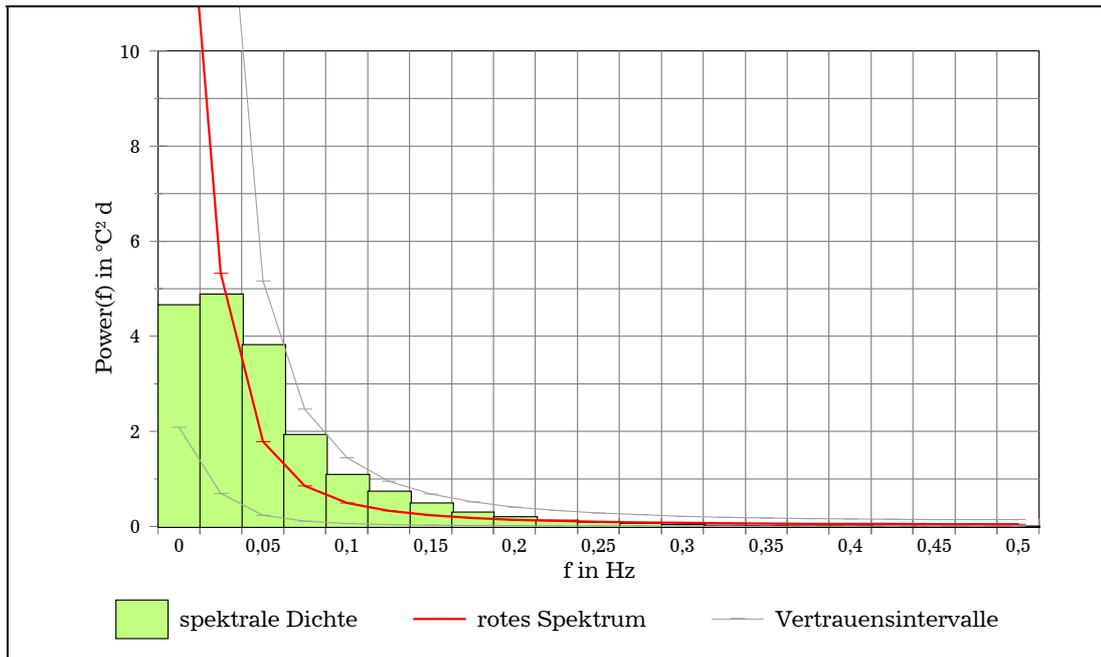
für eine Anpassung des Vorhersageintervalls notwendige zeitliche Aufwand erscheint daher nicht gerechtfertigt.



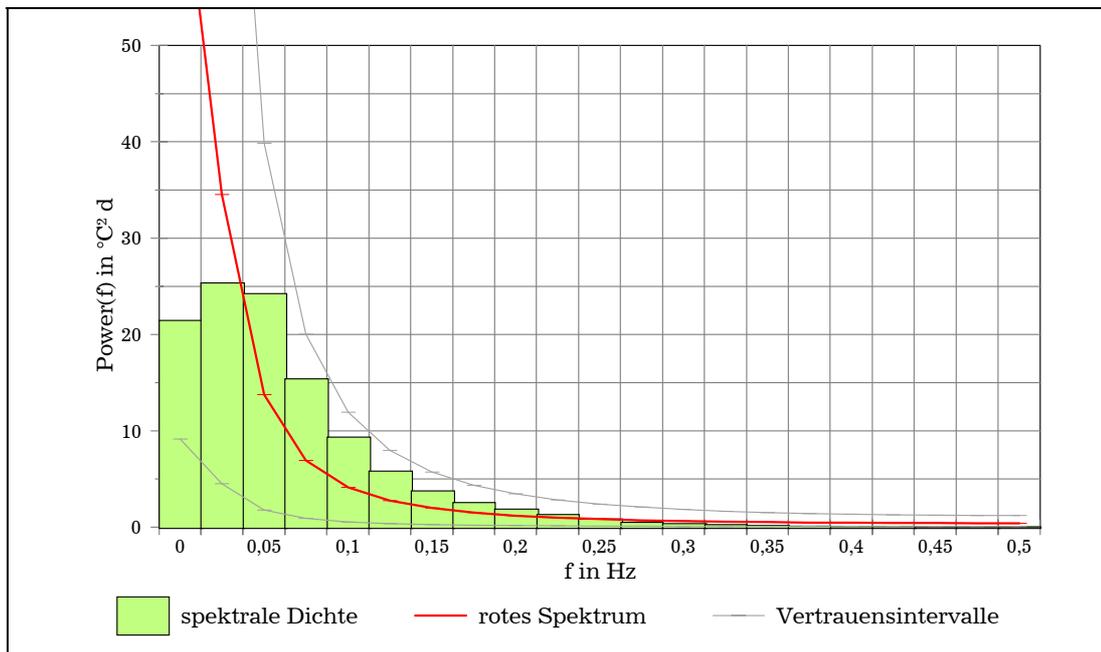
**Abbildung 6.5:** Mittleres Energiespektrum der wahren Tagesmitteltemperaturen von Berlin-Dahlem für die Winterhalbjahre 1958/59-1996/97.



**Abbildung 6.6:** Mittleres Energiespektrum der wahren Tagesmitteltemperaturen von Berlin-Dahlem für die Sommerhalbjahre 1958-1997.



**Abbildung 6.7:** Mittleres Energiespektrum der wahren Tagesmitteltemperaturen von Berlin-Dahlem für die Hochwintermonate der Jahre 1959-1997.



**Abbildung 6.8:** Mittleres Energiespektrum der wahren Tagesmitteltemperaturen von Berlin-Dahlem für die Hochsommermonate der Jahre 1958-1997.

## 6.2 Kreuzspektrumanalyse

Die Kreuzspektrumanalyse ermöglicht es, den spektralen Zusammenhang zweier Zeitreihen  $x(t)$  und  $y(t)$  aufzudecken. Sie setzt sich zusammen aus einer Korrelations- und einer Frequenzanalyse. In Analogie zur Autokorrelations-Spektralanalyse handelt es sich um die Fouriertransformation der Kreuzkovarianzfunktion. Die Rechenmethodik weist daher große Parallelen zur Autokorrelations-Spektralanalyse auf:

Im Gegensatz zur Autokovarianzfunktion ist die Kreuzkovarianzfunktion  $C_{xy}(\tau)$  in der Regel weder eine gerade

$$C_{xy}(-\tau) = C_{xy}(\tau) \quad (6.14)$$

noch eine ungerade

$$C_{xy}(-\tau) = -C_{xy}(\tau) \quad (6.15)$$

Funktion. Zur Bestimmung des sogenannten Kreuzspektrums  $P_{xy}(\lambda)$  werden jedoch gerader und ungerader Anteil der Kreuzkovarianzfunktion benötigt. Ihre Berechnung basiert auf den zwei äquivalenten Formen der Kreuzkovarianzfunktion. Diese ergeben sich durch Verschiebung sowohl der Reihe  $y(t)$  gegenüber  $x(t)$  als auch der Reihe  $x(t)$  gegenüber  $y(t)$  und lauten:

$$C_{x\hat{y}}(\tau) = \frac{1}{n-1-\tau} \sum_{i=1}^{n-\tau} (x_i - \bar{x})(y_{i+\tau} - \bar{y}), \quad (6.16)$$

$$C_{\hat{x}y}(\tau) = \frac{1}{n-1-\tau} \sum_{i=1}^{n-\tau} (x_{i+\tau} - \bar{x})(y_i - \bar{y}).$$

Dabei wird die Kreuzkovarianz jeweils nur für positive *lags* ( $\tau > 0$ ) bestimmt. Auch in diesem Fall ist zu beachten, daß die beiden Mittelwerte für jede Zeitverschiebung neu zu berechnen sind (vergleiche Gl. 6.3). Gerader  $G(\tau)$  und ungerader Anteil  $U(\tau)$  der Kreuzkovarianzfunktion ergeben sich hieraus zu

$$G(\tau) = \frac{1}{2} [C_{x\hat{y}}(\tau) + C_{\hat{x}y}(\tau)], \quad (6.17)$$

$$U(\tau) = \frac{1}{2} [C_{x\hat{y}}(\tau) - C_{\hat{x}y}(\tau)].$$

Beim Kreuzspektrum handelt es sich um eine komplexe Funktion der Frequenz  $\lambda$ , d.h. es setzt sich aus einem Real- und einem Imaginärteil zusammen. Die Fouriertransformation wird dabei für beide Komponenten getrennt voneinander durchgeführt. Der gerade Anteil  $G(\tau)$  der Kreuzkovarianzfunktion liefert das sogenannte Kospektrum  $Co(\lambda)$ , das auch als Wirkspektrum bezeichnet wird, der ungerade Anteil  $U(\tau)$  das Quadraturspektrum (Blindspektrum)  $Qu(\lambda)$ . Es gilt also:

$$P_{xy}(\lambda) = Co(\lambda) + i Qu(\lambda). \quad (6.18)$$

Die Berechnung des empirischen Kreuzspektrums für diskrete Frequenzintervalle (Gl. 6.4) erfolgt analog zu Gleichung 6.6:

$$Co^0(k) = \frac{\Delta t}{M} \left[ G(0) + 2 \sum_{\tau=1}^{M-1} G(\tau) \cos \frac{\pi k \tau}{M} + (-1)^k G(M) \right], \quad (6.19)$$

$$Qu^0(k) = \frac{\Delta t}{M} \left[ 2 \sum_{\tau=1}^{M-1} U(\tau) \sin \frac{\pi k \tau}{M} \right].$$

Dabei sind die Randwerte des Kospektrums auf Grund der Symmetrie ebenso zu halbieren wie die des Varianzspektrums. Für das Quadraturspektrum gilt grundsätzlich:  $Qu^0(0) = Qu^0(M) = 0$ . Auch im Falle des Kreuzspektrums ist es sinnvoll, die Spektralwerte nach Gleichung 6.19 als „rohe“ Schätzwerte zu betrachten. Sie sollten durch eine Filteroperation geglättet werden. Für die Untersuchungen im Rahmen dieser Arbeit wurde auch an dieser Stelle das **Hanning-Window** (Gl. 6.7) verwendet.

Im Gegensatz zum Energiespektrum können Ko- und Quadraturspektrum auch negative Werte annehmen. Dabei geben positive Werte die gleichphasigen bzw. um  $90^\circ$  phasenverschobenen (in Quadratur stehenden) Anteile der Schwankungen der analysierten Zeitreihen im betrachteten Wellenlängenbereich an, während negative Werte für gegenphasige bzw. um  $270^\circ$  phasenverschobene Anteile stehen. Den beiden Vorzeichen ist also zu entnehmen, ob die Basisreihe  $x(t)$  der Sekundärreihe  $y(t)$  vorausieht oder nachhinkt. Gemäß Gleichung 6.18 bilden Ko- und Quadraturspektrum gemeinsam die sogenannte Kreuzamplitude  $A(k)$ , also denjenigen Teil der Varianz beider Prozesse, der durch eine feste Phasendifferenz  $\Theta(k)$  im Frequenzband  $\lambda_k$  beschrieben werden kann:

$$A(k) = \sqrt{Co^2(k) + Qu^2(k)}, \quad (6.20)$$

$$\Theta(k) = \arctan \left[ \frac{Qu(k)}{Co(k)} \right].$$

Von besonderer Bedeutung bei der Kreuzspektrumanalyse ist die sogenannte (quadratische) Kohärenz. Diese dimensionslose Maßzahl kann als frequenzabhängiges Bestimmtheitsmaß ohne Rücksicht auf eventuelle Zeitverschiebungen beider Prozesse gegeneinander angesehen werden. Sie ist wie folgt definiert:

$$Ko(k) = \frac{Co^2(k) + Qu^2(k)}{P_x(k) P_y(k)}. \quad (6.21)$$

Hierin sind  $P_x$  und  $P_y$  die Varianzspektren der Reihen  $x(t)$  und  $y(t)$ , d.h. bei der (einfachen) Kohärenz handelt es sich um die durch das geometrische Mittel beider einzelnen Energiespektren normierte Kreuzamplitude. Sie kann daher Werte zwischen 0 und 1 annehmen. Dabei ist die Wellenstruktur beider Prozesse um so ähnlicher, je größer der Wert ist.

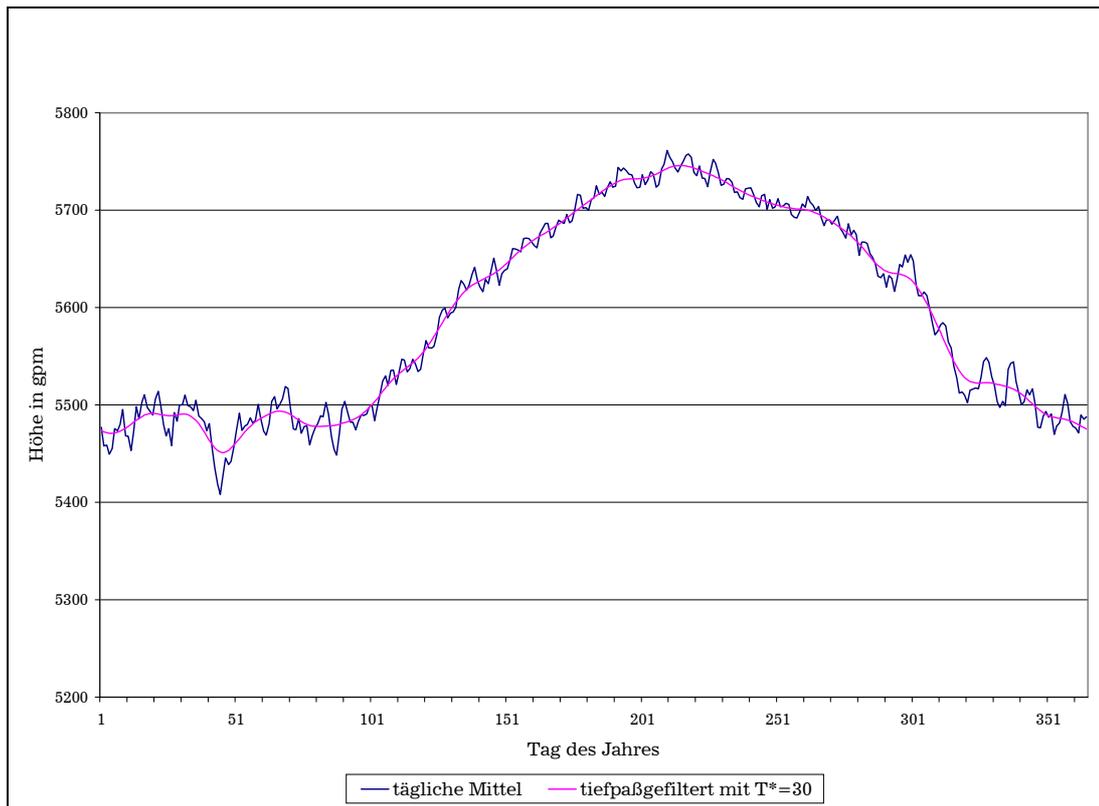
Die Zuverlässigkeit der Kohärenz hängt von der Anzahl der Freiheitsgrade  $\Phi$  (Gl. 6.12) ab. Nach *Fleer* (1983) beträgt die Wahrscheinlichkeit  $\alpha$  auf eine (quadratische) Kohärenz  $Ko \geq \beta$  zu stoßen, deren realer Wert gleich Null ist:

$$\beta = \sqrt{1 - \alpha^{\frac{1}{\Phi-1}}}. \quad (6.22)$$

### 6.2.1 Vorgehensweise

Neben den täglichen wahren Tagesmitteln der Temperatur wurden bei der Berechnung der Kreuzspektren tägliche Werte des Bodendrucks sowie des 500-hPa-Geopotentials als Primärreihen  $x(t)$  verwendet. Sie lagen in Form von Gitterpunktweiten im Abstand von  $5^\circ$  zu  $5^\circ$  für den Bereich  $20^\circ$  bis  $90^\circ$  Nord vor (siehe Kapitel 2). Auf eine einschneidende Bereinigung dieser Zeitreihen wurde in diesem Falle verzichtet, da sich im Rahmen der Autokorrelations-Spektralanalyse gezeigt hatte, daß sich die Form der Spektren der vollständig bereinigten Temperaturreihe nicht wesentlich von jener der mehr oder weniger unverändert belassenen Daten (diese Spektren wurden zwecks Vergleich stichprobenartig ebenfalls erstellt) unterscheidet. Lediglich das Entfernen des Jahresganges führte zu einem nennenswert geringeren Anteil spektraler Masse im Bereich sehr niedriger Frequenzen. Einen Einfluß auf die Interpretation hinsichtlich der Langfristprognose hatte dies jedoch auch nicht. Da zusätzlich bei der Bereinigung der Druckdaten vermutlich noch weitaus mehr Zufälligkeiten ins Gewicht fallen als bei der Temperaturreihe (zur Erklärung s.u.), wurde entschieden, nicht auf unbedingte Stationarität zu achten. Nur der Jahresgang, welcher insbesondere im Falle der Kreuzkorrelationen der Temperatur mit den 500-hPa-Geopotentialen sämtliche anderen Periodizitäten überdeckt, mußte entfernt werden. Im Falle der Temperatur wurde hier wie schon zuvor verfahren, für die Druckdaten mußte auf Grund des sonst nicht zu bewältigenden Arbeitsaufwandes ein einfacherer Weg beschritten werden: Aus den über 40 Jahren hinweg vorhandenen täglichen Daten wurde ein Mittelwert für jeden Tag des Kalenderjahres und für jeden Gitterpunkt einzeln berechnet. Diese auf Grund von Zufällen (kurzer Zeitraum) und sogenannter Singularitäten zu stark schwankenden

Kurven wurden noch mittels eines **Gaußschen Tiefpaßfilters** mit  $T^*=30$  geglättet. Abbildung 6.9 zeigt beide Kurven für das 500-hPa-Geopotential am Gitterpunkt 50N/10E (nordöstlich von Würzburg gelegen). Der typische, durch den Temperaturverlauf bedingte Jahresgang ist deutlich auszumachen (Korrelationskoeffizient der tiefpaßgefilterten Kurve mit der durch Polynom-Regression bestimmten mittleren Temperaturkurve Berlins:  $r = 0,93$ ). Durch Subtraktion dieser mittleren Kurven von den ursprünglichen Beobachtungen wurden dann die zu untersuchenden Reihen berechnet.



**Abbildung 6.9:** langjährige tägliche Mittel des 500-hPa-Geopotentials am Gitterpunkt 50N/10E im Zeitraum 1958-1997. Die Glättung der ursprünglichen Kurve erfolgte durch eine **Gaußsche Tiefpaßfilterung**.

Da das verwendete Gitternetz insgesamt 2018 Punkte (zwei Druckniveaus mit je 1009 Gitterpunkten) umfaßt, mußte eine Auswahl darüber getroffen werden, für welche Prediktoren das Kreuzspektrum mit der Temperatur bestimmt werden sollte. Hierzu wurden sämtliche Kreuzkorrelationskoeffizienten bis zu einer Maximalverschiebung von 90 Tagen in 10-Tagesschritten berechnet. Diejenigen Gitterpunkte, welche über diesen 90-tägigen Zeitraum im Mittel die höchsten Kreuzkorrelationen (absolute Werte) aufwiesen, wurden ausgewählt; unabhängig voneinander je zwei des Bodendruckfeldes sowie des 500-hPa-Geopotentials. Zur Vermeidung von Redundanzen wurde jedoch darauf geachtet, daß der jeweils „zweitbeste“ Gitterpunkt eine nicht zu hohe Interkorrelation mit dem zuerst ausgewählten aufweist. Zusätzlich wurde noch ein Gitterpunkt des Bodendruckfeldes in der Nähe von Island (70N/15W) mit untersucht, da diese Region als „Wetterküche“ Mitteleuropas gilt. Die Interkorrelation dieses Gitterpunktes zu den bereits zuvor ausgewählten spielte dabei keine Rolle.

Die Kreuzspektrumanalyse wurde sowohl für den gesamten Zeitraum als auch für die Kalenderhalbjahre durchgeführt. Dabei wurde weitestgehend analog zur Autokorrelations-Spektralanalyse vorgegangen (Abschnitt 6.1.1), lediglich die maximale Zeitverschiebung  $M$  wurde der Art der Untersuchung angepaßt. Um zu gewährleisten, daß Zusammenhänge zwischen Primär- und Sekundärreihe mit einer Verzögerung von bis zu drei Monaten aufgelöst werden, wurde  $M = 45$  gewählt. Da ein derartiger Wert im Falle der Hauptjahreszeiten aus Gründen der Stabilität nicht zulässig gewesen wäre, wurden für diese keine gesonderten Kreuzspektren erstellt. Zusätzlich ergaben sich in den einzelnen Sommer- und Winterhalbjahren z.T. Kohärenzen  $K_0 \leq 0$  bzw.  $K_0 \geq 1$ . Sie sind auf Instabilitäten zurückzuführen, die von der schon recht kleinen Anzahl der Freiheitsgrade ( $\Phi = 7,6$ ) herrühren. Trat ein solcher Wert auf, so wurde er bei der Mittelbildung ignoriert, so daß für einige Frequenzbänder weniger als 39 bzw. 40 Werte verwendet werden konnten.

## 6.2.2 Ergebnisse

Als im Mittel über alle Zeitverschiebungen am höchsten zur Dahlemer Temperaturreihe korreliert erwies sich der Druckverlauf an den Gitterpunkten 25N/15E (Bodendruck) sowie 45N/15E (500-hPa-Geopotential). Es handelt sich dabei um Gebiete in der libyschen Sahara bzw. an der nördlichen Adriaküste Kroatiens. Im Falle des Bodendrucks wurden 99 Gitterpunkte auf Grund zu hoher Interkorrelationen ignoriert, so daß letztlich der an der südlichen Westküste Schottlands gelegene Gitterpunkt 55N/5W in die Untersuchungen mit einbezogen wurde. Beim Geopotential wurde der Gitterpunkt 35N/25W (Seegebiet südöstlich der Azoren) als „Zweitbesten“ ausgewählt, wobei 92 Punkte ignoriert wurden.

Gitterpunkt	$\tau=0$	$\tau=10$	$\tau=20$	$\tau=30$	$\tau=40$	$\tau=50$	$\tau=60$	$\tau=70$	$\tau=80$	$\tau=90$
25N/15E	0,25	0,10	0,04	0,04	0,03	0,05	0,06	0,05	0,03	0,02
55N/5W	-0,29	-0,07	0,01	-0,01	-0,01	0,02	0,04	0,00	-0,01	-0,01
70N/15W	-0,21	-0,11	-0,06	-0,05	-0,03	-0,04	-0,03	-0,04	0,01	-0,01
45N/15E	0,51	0,10	0,05	0,04	0,03	0,02	0,03	0,03	0,00	0,01
35N/25W	0,14	0,08	0,05	0,06	0,02	0,00	0,02	0,01	0,00	0,01

**Tabelle 6.1:** Kreuzkorrelationskoeffizienten in Abhängigkeit von der Zeitverschiebung  $\tau$  der für die Kreuzspektrumanalyse ausgewählten Gitterpunkte mit der Dahlemer Temperatur (tägliche Werte). Hierbei ist die Temperaturreihe gegenüber den Druckreihen verschoben, d.h. die Temperaturwerte beziehen sich auf spätere Zeitpunkte als die Druckwerte.

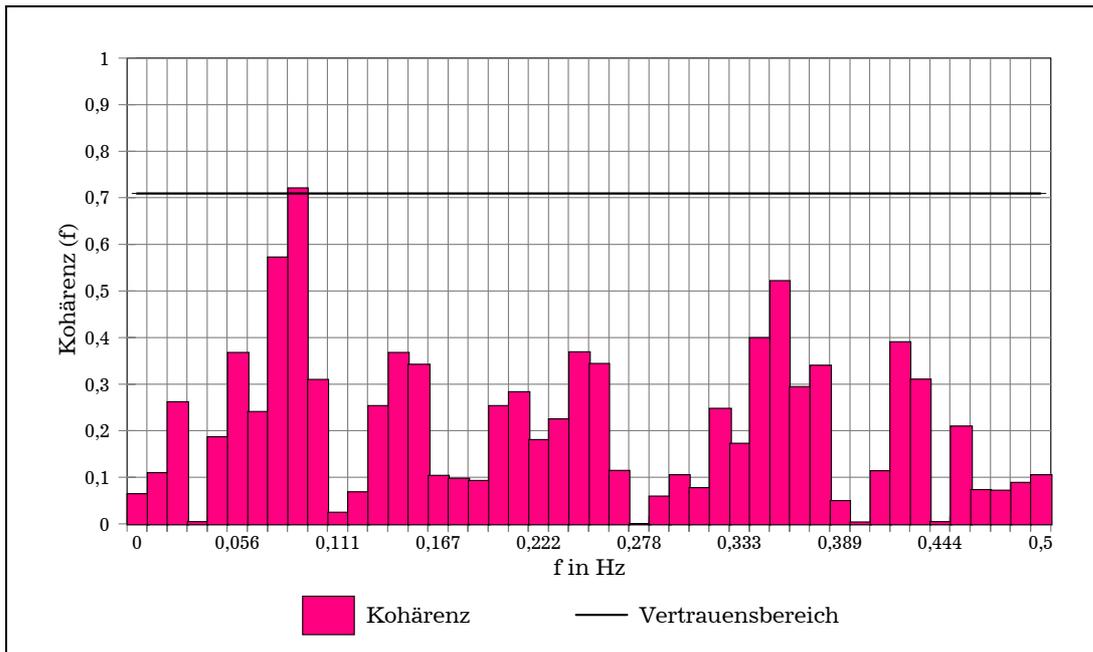
Wie Tabelle 6.1 zu entnehmen ist, nimmt der Betrag der Kreuzkorrelationen mit zunehmender Zeitverschiebung  $\tau$  rasch ab. Bei diesen Werten handelt es sich nicht um die zur Berechnung des Kreuzspektrums benötigten geraden bzw. ungeraden Anteile der Kreuzkorrelationsfunktion (analog zu Gl. 6.17), sondern lediglich um jenen Anteil, der aus der Verschiebung der Temperaturreihe gegenüber den Druckwerten resultiert. Er ist für die Langfristprognose von größerer Bedeutung als die zugehörige äquivalente Form (Gl. 6.16), da hier die Reaktion der Temperatur auf den Druckverlauf von Interesse ist. Allein durch diese lineare Vorgehensweise waren keine Gitterpunkte zu ermitteln, die

zu prognostischen Zwecken verwendet werden können. Zwar überschreitet ein Großteil der Kreuzkorrelationen für  $\tau \neq 0$  auf Grund des hohen Stichprobenumfangs die 95%ige Signifikanzschranke ( $r = 0,016$ ), jedoch liegt das Maximum der erklärten Varianz bei ca. 1% ( $r = -0,11$ ). Eine Steigerung der Vorhersagegüte am unabhängigen Kollektiv ist daher nicht zu erwarten. Eine Überprüfung der Kreuzkorrelationen der übrigen Gitterpunkte stellte zudem sicher, daß der jeweils höchste Wert beider Druckniveaus aus Tabelle 6.1 für sämtliche  $\tau$  stets in der gleichen Größenordnung liegt, wie der jeweilige absolute Spitzenwert. Dadurch wurde das Risiko, prognostisch vielversprechende Prediktoren durch die Vorauswahl ungewollt aussortiert zu haben, minimiert. Ob in einzelnen Frequenzbändern ein verdecktes Potential für langfristige Temperaturvorhersagen vorhanden ist, muß die Betrachtung der Kohärenzfunktionen zeigen.

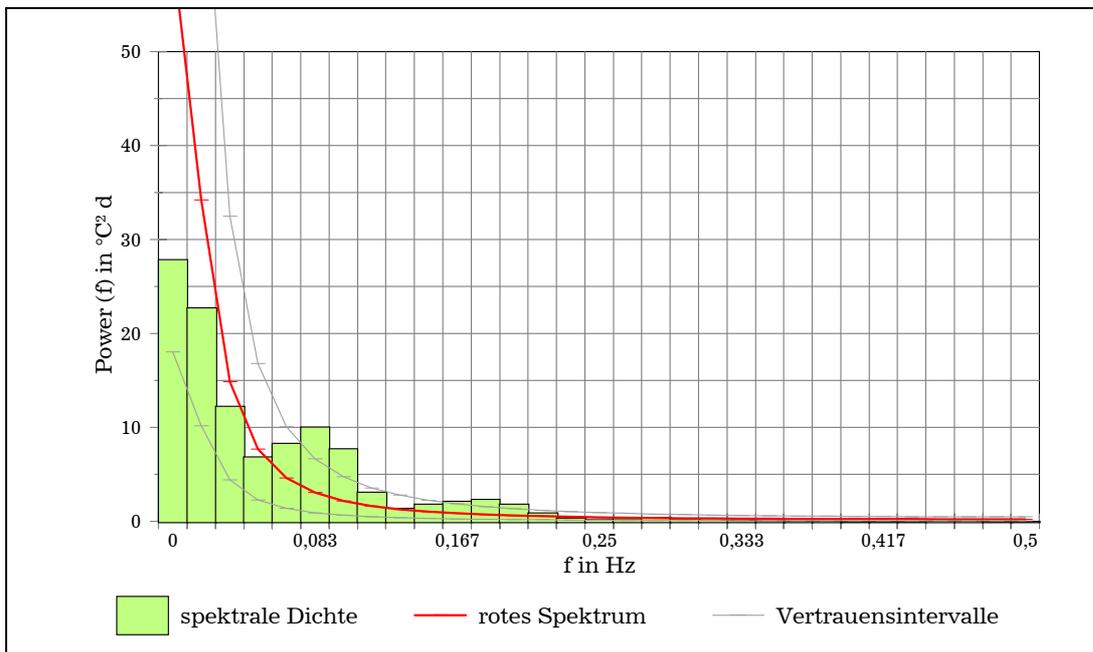
Für die Langfristprognose sind hohe Kohärenzen von Interesse, da diese bedeuteten, daß sich Druckverlauf des betreffenden Gitterpunktes und Temperaturverlauf Berlins ähneln. Wird dieser Gitterpunkt als Prediktor eingesetzt, so ist – vorausgesetzt die Beziehung bleibt erhalten – ein Teil der Varianz der Temperaturreihe vorherzusagen. Die dadurch zu erwartende Steigerung der Vorhersagegüte hängt von  $P_y$  sowie von der Höhe der Kohärenz ab. Je größer der Varianzanteil der Temperatur und je ausgeprägter die Ähnlichkeit zwischen beiden Zeitreihen im betreffenden Frequenzbereich ist, desto deutlicher fällt sie aus. Ein hervorragendes Beispiel hierfür liefert der Gitterpunkt 25N/15E im Winterhalbjahr 1973/74 (Abb. 6.10): Für die Periodendauer 11,25 Tage ( $\lambda_k = 0,0889$  Hz) ist  $K_o = 0,72$ , ein auf dem 99%-Niveau signifikanter Wert. Nach Gleichung 6.20 ergibt sich für die zugehörige Phasendifferenz  $\Theta$  der Wert 1,0606, was einem Vorseilen der Temperatur um  $61^\circ$  bzw. 1,9 Tage entspricht. Da auch das Energiespektrum der Temperatur dieses Winters eine zumindest überdurchschnittlich hohe spektrale Dichte im betreffenden Frequenzbereich aufweist (siehe Abb. 6.11), wäre zur Prognose eine lineare Regressionsanalyse mit z.B. 9 Tage vorseilenden Druckdaten sinnvoll gewesen. Ein anderes Beispiel zu den Interpretationsmöglichkeiten von Kreuzspektren findet man z.B. bei *Fleer* (1983).

Da die Autokorrelations-Spektralanalyse bereits ergeben hat, daß der Varianzanteil der Temperatur ( $P_y$ ) im Periodenbereich zwischen  $T=5$  und  $T=90$  Tage nur in wenigen Fällen einen Großteil der Gesamtvarianz ausmacht, können nur außergewöhnlich hohe Kohärenzen für die Langfristprognose von Interesse sein. Bloße Signifikanz ist nicht hinreichend, da das Produkt von  $P_{\text{norm}} = P_y / s_y^2$  ( $s_y^2$  die Gesamtvarianz der Temperaturreihe) und  $K_o$  sehr klein wird, wenn zusätzlich zu  $P_{\text{norm}}$  auch das spektrale Bestimmtheitsmaß einen verhältnismäßig kleinen Wert hat. Ob sich in einem solchen Fall überhaupt noch eine Steigerung der Vorhersagegüte ergeben würde, ist fraglich, da mit Sicherheit davon auszugehen ist, daß der im Entwicklungskollektiv ermittelte Zusammenhang im unabhängigen Datensatz zumindest etwas schwächer ausfällt.

Auf eine umfassende Darstellung der Ergebnisse der Kreuzspektrumanalyse wird an dieser Stelle verzichtet, da keine für die saisonale Witterungsvorhersage ausreichend hoch korrelierten Phasenbeziehungen gefunden wurden. Als ausreichend wurde definiert, daß das Produkt von  $P_{\text{norm}}$  und  $K_o$  den Wert 0,075 nicht unterschreitet. In etwa diesem Bereich liegt auch der Wert für das obige Beispiel. Der grundsätzliche Verlauf der Kohärenzfunktionen soll lediglich am Beispiel des aus dem Bodendruckfeld stammenden Gitterpunktes bei Island (70N/15W) einmal dargestellt werden. Er kann als weitestgehend repräsentativ bezeichnet werden und ist zudem aus meteorologischer Sicht am interessantesten.



**Abbildung 6.10:** Kohärenzfunktion der Bodendruckanomalie am Gitterpunkt 25N/15E und der wahren Tagesmitteltemperatur in Berlin-Dahlem für das Winterhalbjahr 1973/74.



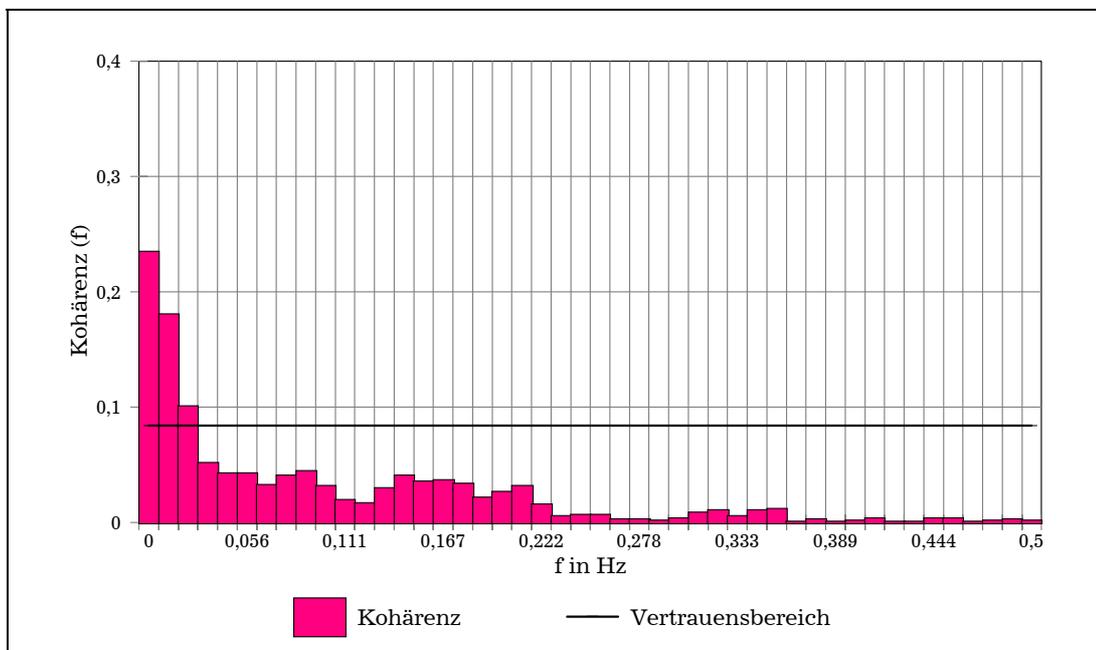
**Abbildung 6.11:** Energiespektrum der wahren Tagesmitteltemperaturen von Berlin-Dahlem für das Winterhalbjahr 1973/74.

Betrachtet man die Kohärenzfunktionen der Bodendruckanomalie am Gitterpunkt 70N/15W und dem Temperaturverlauf von Berlin-Dahlem für die drei verschiedenen Untersuchungszeiträume, so fallen zwei Besonderheiten auf: In den jeweiligen Jahreszeiten liegen die einzelnen Werte der Kohärenz stets in der gleichen Größenordnung. Dies gilt vor allem für die Kalenderhalbjahre, in denen die Kohärenz

nahezu einheitlich um den Wert 0,2 schwankt (siehe Abb. 6.13 und 6.14). Im Falle des gesamten 40-jährigen Zeitraumes nimmt der Wert ab einer Frequenz  $\lambda_k = 0,233$  Hz zwar sprunghaft ab, jedoch weist die Kohärenzfunktion insgesamt auch hier keine nennenswerten Schwankungen auf (Abb.6.12). Eindeutige Spitzen- bzw. Minimalwerte sind nicht vorhanden. Eine Ausnahme bilden die Kohärenzen für  $k = 0$  und, in abgeschwächter Form,  $k = 1$ , welche sich deutlich abheben und im Falle des gesamten Zeitraums sogar die 99%ige Vertrauensgrenze überschreiten.

Der einheitliche Verlauf der Kohärenzfunktionen mit von Null verschiedenen Werten ist vermutlich Ausdruck der allgemeinen Koppelung zwischen Zirkulation und Temperaturverteilung. Ein grundsätzlicher Zusammenhang besteht zwar, ist jedoch weder abhängig vom spektralen Bereich noch eng genug, um zu prognostischen Zwecken verwendet zu werden. Daß es sich tatsächlich um reale Kohärenzen handelt, wird durch die Tatsache bestärkt, daß die Kohärenzen um so größer sind, desto näher der betrachtete Gitterpunkt bei Berlin liegt. Zusätzlich fällt auf, daß das Niveau bei Gitterpunkten, die aus dem 500-hPa-Geopotential stammen, bei ähnlicher räumlicher Distanz zumeist etwas höher ist als am Boden. Im Gegensatz zur Abhängigkeit von der horizontalen Entfernung ist eine physikalische Erklärung hierfür nicht klar ersichtlich.

Bei den hohen Kohärenzen im langperiodischen Bereich handelt es sich hingegen vermutlich um Stichprobeneffekte. Es ist sehr wahrscheinlich, daß beide Zeitreihen mit einem Trend behaftet sind, der sich bei  $\lambda(0)$  niederschlägt. Möglich wäre aber auch, daß in einem durch diese Untersuchung nicht aufgelösten Frequenzbereich eine Phasenbeziehung existiert. Eine Anwendung im Bereich Langfristprognose käme jedoch auch dann nicht in Frage, da bei  $\lambda(0)$  sämtliche Perioden mit  $T > 90$  Tage vereint sind, so daß nicht einmal mehr eine saisonale Auflösung gegeben wäre. Aus diesem Grund wurde auf eine Wiederholung der Kreuzspektrumanalyse mit trendbereinigten Daten verzichtet.



**Abbildung 6.12:** Kohärenzfunktion der Bodendruckanomalie am Gitterpunkt 70N/15W und der wahren Tagesmitteltemperatur in Berlin-Dahlem für den Zeitraum 1958-1997.

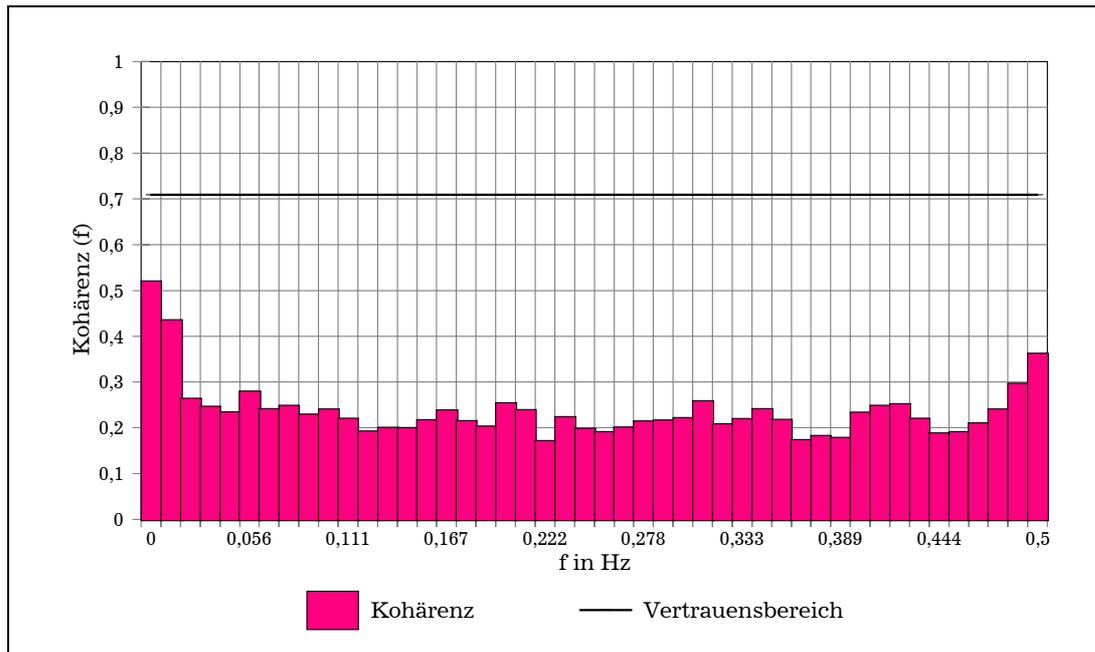


Abbildung 6.13: Mittlere Kohärenzfunktion der Bodendruckanomalie am Gitterpunkt 70N/15W und der wahren Tagesmitteltemperatur in Berlin-Dahlem für die Winterhalbjahre 1958/59-1996/97.

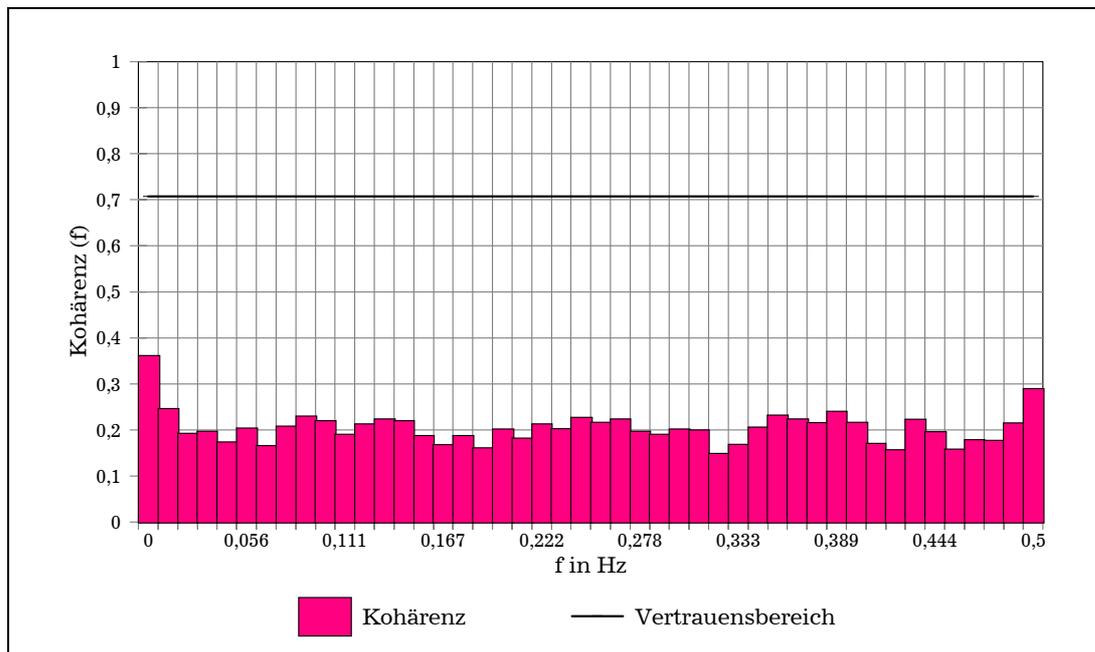


Abbildung 6.14: Mittlere Kohärenzfunktion der Bodendruckanomalie am Gitterpunkt 70N/15W und der wahren Tagesmitteltemperatur in Berlin-Dahlem für die Sommerhalbjahre 1958-1997.