Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit haben wir einen Rahmen geschaffen, um erfolgreich Verzweigungen in Forward-Backward-Delaygleichungen zu studieren. Um zunächst einmal lokale Verzweigungen nahe nichthyperbolischer Gleichgewichte analysieren zu können, haben wir im zweiten Kapitel dieser Arbeit die

- Existenz von Zentrumsmannigfaltigkeiten

bewiesen. Diese reduzieren das Studium kleiner beschränkter Löungen nahe eines Gleichgewichtes auf die Analyse einer endlichdimensionalen gewöhnlichen Differentialgleichung. Anwendung wohlbekannter Theorie gewönlicher Differentialgleichung erlaubt dann das erfolgreiche Studium der lokalen Verzweigung. Entscheidene Hilfsfaktoren sind hierbei auch oftmals Symmetrieeigenschaften der unterliegenden Forward-Backward-Delaygleichung, die im Rahmen des Reduktionsprozesses auf das reduzierte System übertragen werden konnten; ein Faktor, der unsere Resultate von denen der zeitgleich erschienenen Arbeit [30] abgrenzen.
Im zweiten Teil dieser Arbeit haben wir eine homokline Verzweigung studiert, in der eine homokline Lösung asymptotisch in ein nichthyperbolisches Gleichgewicht läuft. In diesem tritt unter Variation eines Parameters eine superkritsche Hopfverzweigung auf. Da dieses Verzweigungsproblem Kodimension zwei besitzt, werden zwei Parameter zum Studium dieser Verzweigung benötigt. Aufgrund des nicht notwendigerweise lokalen Charakters des homoklinen Orbits, kann diese Verzweigung nicht allein mit Hilfe der Zentrumsmannigfaltigkeit bestimmt werden. Ein wesentliches Hilfsmittel beim Studium dieser Verzweigung ist daher die

- Existenz einer zentrumsstabilen Mannigfaltigkeit,
- die Existenz einer instabilen Mannigfaltigkeit des Gleichgewichtes nahe eines Punktes des homoklinen Orbits und
- die Existenz einer instabilen Faserung der durch die Hopfverzweigung entstehenden periodischen Lösungen.

Diese Mannigfaltigkeiten haben es uns dann erlaubt, Lösungen der Forward-Backward-Delay Gleichung aufzuspüren, die unter Variation der Parameter in der Nähe des homoklinen Orbits abzweigen. Insbesondere konnten wir die Existenz bis dahin nicht bekannter, oszillierender Lösungen in einer Tubenumgebung des homoklinen Orbits beweisen, nämlich die Existenz von

- homoklinen Lösungen zu periodischen Lösungen und
- Lösungen, deren α-Limesmenge aus einem Gleichgewicht und deren ω-Limesmenge aus einem periodischen Orbit besteht.