

# Anhang B

## Beschreibung des DDIS-Wirkungsquerschnitts durch “diffraktive Strukturfunktionen”

Die Messung diffraktiver Ereignisse in Elektron-Proton Streuprozessen bei DESY [1]<sup>1</sup> spielt eine wichtige Rolle beim Verständnis der hadronischen Struktur. Der invariante Wirkungsquerschnitt B.1 für diffraktive tiefinelastische Elektron-Proton-Streuung (DDIS) wird üblicherweise durch eine “diffraktive Strukturfunktion”  $F_2^{D(4)}(Q^2, x_B, t, x_p)$  gemäß

$$\frac{d^4\sigma^D}{dQ^2 dx_B dt dx_p} = \frac{4\pi\alpha^2}{x_B Q^4} (1 - y + y^2/2) F_2^{D(4)}(Q^2, x_B, t, x_p) \quad (\text{B.1})$$

parametrisiert[1, 2]. Der entsprechende Graph und die Definition der kinematischen Variablen die bei der Beschreibung der Reaktion verwandt werden sind in Abb. B.1 abgebildet. Diese Formel wurde zuerst in [2] eingeführt und dort durch die Analogie zu tiefinelastischer Elektron-Proton Streuung (siehe Abb. B.2) mo-

---

<sup>1</sup>Die hier zitierte Literatur befindet sich am Ende von Anhang B.

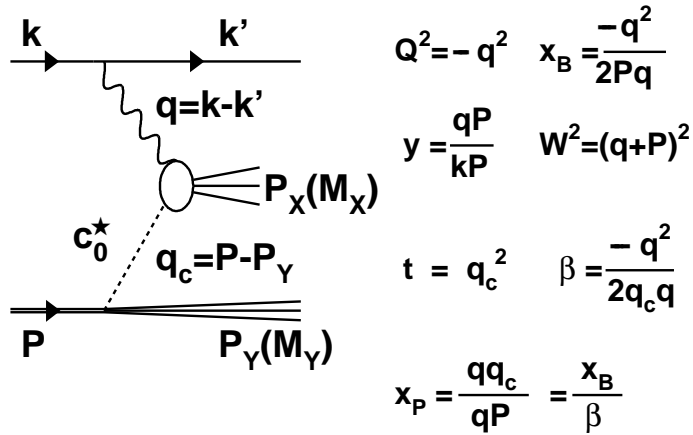


Abbildung B.1: Graph für diffraktive tiefinelastische  $ep$ -Streuung (DDIS), sowie kinematische Variablen zur Beschreibung der Streuprozesse.

tiviert, bei der der Wirkungsquerschnitt bekanntermaßen [3] als

$$\frac{d^2\sigma}{dQ^2 dx_B} = \frac{4\pi\alpha^2}{x_B Q^4} (1 - y + y^2/2) F_2(Q^2, x_B) \quad (\text{B.2})$$

geschrieben werden kann.

Hier soll nun gezeigt werden, daß die formale Übereinstimmung der beiden Formeln für die Wirkungsquerschnitte nicht nur auf einer Analogie beruht, sondern tiefergehend begründet werden kann. Dazu betrachten wir semi-inklusive tiefinelastische Elektron-Proton Streuung (SIDIS), bei im Endzustand neben dem Elektron ein Hadron mit Impuls  $p'$  beobachtet wird (s. Abb. B.3). DDIS ist ein Spezialfall dieses Streuprozesses.

Der invariante Wirkungsquerschnitt für SIDIS kann durch die Kontraktion eines leptonischen Tensors  $L_{\mu\nu}(k, k')$  mit einem hadronischen Streutensor  $W^{\mu\nu}(p, p', q)$  berechnet werden. Hierbei ist der leptonische Tensor der gleiche wie im Fall der DIS. Der symmetrische Teil des hadronischen Streutensors, welcher einzig im Fall der unpolarisierten Streuung zum Wirkungsquerschnitt beiträgt, kann als Linearkombination von vier unabhängigen Tensoren geschrieben werden:

$$W^{\mu\nu}(p, p', q) = W_1 \left( g^{\mu\nu} - \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \right) \quad (\text{B.3})$$

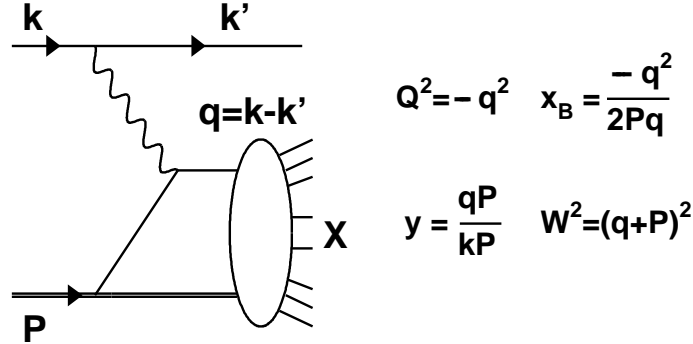


Abbildung B.2: Graph für “normale” tiefinelastische Elektron-Proton Streuung (DIS), sowie kinematische Variablen zur Beschreibung der Streuprozesse.

$$\begin{aligned}
 &+ W_2 \left( p^\mu - \frac{(q \cdot p)}{q^2} q^\mu \right) \left( p^\nu - \frac{(q \cdot p)}{q^2} q^\nu \right) \\
 &+ W_3 \left( p'^\mu - \frac{(q \cdot p')}{q^2} q^\mu \right) \left( p'^\nu - \frac{(q \cdot p')}{q^2} q^\nu \right) \\
 &+ W_4 \left( p'^\mu - \frac{(q \cdot p')}{(q \cdot p)} p^\mu \right) \left( p'^\nu - \frac{(q \cdot p')}{(q \cdot p)} p^\nu \right)
 \end{aligned}$$

Die vier skalaren Funktionen  $W_1$ ,  $W_2$ ,  $W_3$  und  $W_4$  hängen dabei im allgemeinen jeweils von vier voneinander unabhängigen skalaren Variablen ab, welche als das negative Quadrat des Impulses des virtuellen Photons  $Q^2 \equiv -q^2$ , der üblicherweise benutzten Bjorken Variable  $x_B \equiv Q^2 / (2p \cdot q)$  sowie zwei weiterer Variablen  $x_p \equiv q \cdot (p - p') / (q \cdot p)$  und  $t \equiv (p - p')^2$  gewählt werden können. Man beachte, daß die ersten beiden Tensoren in Gln. B.3 die gleichen sind, die man bei der Beschreibung der DIS benutzt.

Für die folgende Betrachtung ist es günstig, die einzelnen Komponenten des Tensors  $W^{\mu\nu}$  im Breitensystem, in dem die Energie des virtuellen Photons verschwindet und die  $z$ -Achse durch die Richtung des räumlichen Photon Impulses gegeben ist

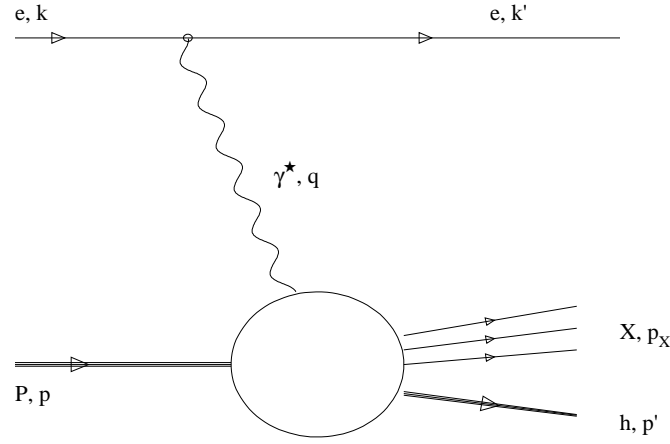


Abbildung B.3: In dieser Abbildung ist der Graph für semi-inklusive tiefinelastische Streuung (SIDIS) gezeigt. Hier wird im Endzustand lediglich das Elektron und ein Hadron gemessen.

(Breit-System), auszuschreiben. Man erhält dabei

$$q^\mu = (0, 0, 0, Q) ,$$

$$p^\mu = (p^0, 0, 0, p^3) ,$$

und  $p'^\mu = p_l'^\mu + p_t'^\mu$

mit  $p_l'^\mu = (p'^0, 0, 0, p'^3)$

und  $p_t'^\mu = (0, p'_\perp \cos \phi', p'_\perp \sin \phi', 0)$

nach Aufspalten des Impuls  $p'$  in einen longitudinalen und einem transversalen Anteil. Somit kann für den Tensor  $W^{\mu\nu}(p, p', q)$  aus Gln. B.3

$$W^{\mu\nu}(p, p', q) \tag{B.4}$$

$$= W_1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + W_2 \cdot \begin{pmatrix} (p^0)^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 & + W_3 \cdot \begin{pmatrix} (p'^0)^2 & p'^0 p'_\perp \cos \phi' & p'^0 p'_\perp \sin \phi' & 0 \\ p'^0 p'_\perp \cos \phi' & (p'_\perp)^2 \cos^2 \phi' & (p'_\perp)^2 \cos \phi' \sin \phi' & 0 \\ p'^0 p'_\perp \sin \phi' & (p'_\perp)^2 \cos \phi' \sin \phi' & (p'_\perp)^2 \sin^2 \phi' & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 & + W_4 \cdot \begin{pmatrix} (p'^0 + x_p p^0)^2 & (p'^0 + x_p p^0) p'_\perp \cos \phi' & (p'^0 + x_p p^0) p'_\perp \sin \phi' & 0 \\ (p'^0 + x_p p^0) p'_\perp \cos \phi' & (p'_\perp)^2 \cos^2 \phi' & (p'_\perp)^2 \cos \phi' \sin \phi' & 0 \\ (p'^0 + x_p p^0) p'_\perp \sin \phi' & (p'_\perp)^2 \cos \phi' \sin \phi' & (p'_\perp)^2 \sin^2 \phi' & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

geschrieben werden.

In einem kinematischen Gebiet, in dem der Transversalimpuls des auslaufenden Hadrons sehr viel kleiner als sein Longitudinalimpuls ist, also  $p'_\perp \ll p'^0$  gilt, sind die beiden letzten Tensoren den beiden ersten näherungsweise proportional. Es ist aber nicht nötig, von dieser Einschränkung Gebrauch zu machen, denn durch Integration über den Streuwinkel  $\phi'$  des produzierten Hadrons verbleibt man mit zwei (in diesem System) linear unabhängigen Tensoren. Der sich dabei ergebende integrierte Tensor kann als

$$\begin{aligned}
 \overline{W}^{\mu\nu}(p, p', q) & \equiv \int W^{\mu\nu}(p, p', q) d\phi' & (B.5) \\
 & = \hat{W}_1 \left( g^{\mu\nu} - \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \right) \\
 & + \hat{W}_2 \left( p^\mu - \frac{(q \cdot p)}{q^2} q^\mu \right) \left( p^\nu - \frac{(q \cdot p)}{q^2} q^\nu \right)
 \end{aligned}$$

geschrieben werden. Die jetzt in Gln. B.5 auftauchenden skalaren Koeffizientenfunktionen  $\hat{W}_1$  und  $\hat{W}_2$  sind Linearkombinationen der Funktionen  $W_1, W_2, W_3$  und  $W_4$  aus der Entwicklung des hadronischen Streutensors in Gln. B.3. Sie hängen lediglich von den kinematischen Variablen  $Q^2, x_B, t$  und  $x_p$  ab.

Die Gleichungen B.4–B.5 gelten jeweils nur in dem speziell gewählten Bezugssystem. Da der hadronische Tensor in B.5 die gleiche Gestalt hat wie der hadroni-

sche Streutensor der DIS, ergibt sich unmittelbar

$$\begin{aligned} & \frac{d^4\sigma^{SI}}{dQ^2 dx_B dt dx_p} \\ &= \frac{4\pi\alpha^2}{x_B Q^4} \left( (1-y) F_2^{SI(4)}(Q^2, x_B, t, x_p) + y^2 x_B F_1^{SI(4)}(Q^2, x_B, t, x_p) \right) . \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

Im Gegensatz zum integrierten Tensor in Glng.B.5 gilt dieses Ergebnis in jedem Bezugssystem.

Für die kinematische Region der diffraktiven Streuung (DDIS), das heißt für kleine Werte von  $t$ , ist Glng. B.6 bereits von Collins[4] angegeben worden, aber Glng. B.6 gilt, wie gezeigt, im gesamten kinematischen Gebiet der SIDIS. Zu diesem Ergebnis haben alleine kinematische Betrachtungen geführt, das bedeutet, daß Glng. B.6 unabhängig von irgendeiner Annahme über die Dynamik des Streuprozesses ist.

Da DDIS ein Spezialfall von SIDIS ist, gilt Glng. B.6 der Form nach ebenfalls für DDIS, wobei die Funktionen  $F_1^{SI(4)}$  und  $F_2^{SI(4)}$  entsprechend durch zwei diffraktive "Strukturfunktionen"  $F_1^{D(4)}$  und  $F_2^{D(4)}$  zu ersetzen sind. Um Glng. B.1 theoretisch zu begründen, muß man, wie im Falle der DIS die Gültigkeit einer Callan-Gross-Relation [3] zwischen den Funktionen  $F_1^{D(4)}$  und  $F_2^{D(4)}$  gemäß

$$F_2^{D(4)}(Q^2, x_B, t, x_p) = 2x_B F_1^{D(4)}(Q^2, x_B, t, x_p) \quad (\text{B.7})$$

annehmen. Diese Beziehung läßt sich natürlich nicht – ebenso wenig wie im Falle der DIS – rein kinematisch begründen. Jedoch kann man bei tiefinelastischer Streuung davon ausgehen, daß das virtuelle Photon  $\gamma^*$  mit einem geladenen Spin-1/2 Konstituenten des Protons — einem Quark — wechselwirkt. Führt man entsprechende Quarkverteilungsfunktionen  $q_f(x_B, Q^2, x_p, t)$  bzw.  $\bar{q}_f(x_B, Q^2, x_p, t)$  ein, die die Wahrscheinlichkeit beschreiben, daß das virtuelle Photon  $\gamma^*$  in einer Reaktion mit den kinematischen Variablen  $x_B, Q^2, x_p$  und  $t$  von einem Quark (Antiquark) des Flavours  $f$  absorbiert wird, so ergibt sich die obenstehende Relation und damit auch die Gültigkeit der Glng. B.1.

## Literatur zu Anhang B

- [1] H. Abramowicz and A. Caldwell, *Rev. Mod. Phys.* 71, 1275 (1999).
- [2] G. Ingelman and K. Prytz, *Z. Phys.* C58, 285 (1993).
- [3] F. Halzen and A. D. Martin, *Quarks and Leptons: An Introductory Course in Modern Particle Physics*, John Wiley and Sons, 1984.
- [4] J.C.Collins et al., *Phys. Rev.* D51, 3182 (1995).