Kapitel 4

Qualitätswahl

4.1 Einleitung

Seit dem Vormarsch des Internets Mitte der 90er Jahre gewinnt der elektronische Handel zunehmend an Bedeutung im Einzelhandel. Den Veränderungen auf dem Markt, die der Internethandel bewirkt hat, widmen sich zahlreiche theoretische und empirische Untersuchungen. Dadurch wurden wertvolle Erkenntnisse über die fundamentalen ökonomischen Prinzipien und das Verhalten der Teilnehmer am Internethandel erlangt. In diesem Artikel konzentrieren wir uns auf eine Kernfrage der Industrieökonomik im Rahmen des E-Commerce, nämlich der Produktdifferenzierung.

In der Standardliteratur wird die Produktdifferenzierung in zwei Kategorien unterteilt: Horizontale Produktdifferenzierung liegt vor[1], wenn die Eigenschaften verschiedener Güter, wie z.B. der Geschmack, die Größe oder die Farbe eines Produkts, von den Konsumenten unterschiedlich beurteilt werden. Die entsprechenden Modelle, die horizontale Produktdifferenzierung beschreiben, findet man u.a. bei Hotelling (1929), Salop (1979), Neven (1985) und Economides (1989b). Man spricht von vertikaler Produktdifferenzierung, falls die Präferenzen der Konsumenten bezüglich der Produktqualität übereinstimmen. Die entsprechenden Modelle, um die vertikale Produktdifferenzierung zu beschreiben, findet man u.a. bei Gabszewicz und Thisse (1979,1980) sowie Shaked und Sutton (1982). Durch eine Modifizierung des Hotelling-Modells haben d'Aspremont, Gabszewicz und Thisse (1979) das Prinzip der 'maximalen Differenzierung' horizontaler

[1] Zur Definition der horizontalen und vertikalen Produktdifferenzierung siehe Bester (2003).

Produktdifferenzierung etabliert[2]. Dieses besagt, dass in einem Modell mit räumlichem Wettbewerb die Firmen sich soweit wie möglich voneinander platzieren. Das gleiche Prinzip gilt nach Beweisen von Shaked und Sutton (1982) sowie Tirole (1988) auch für die vertikale Produktdifferenzierung[3]. Die ökonomische Begründung der maximalen Differenzierung beruht darauf, dass die Firmen unterschiedliche Qualitäten wählen, um den Preiswettbewerb abzuschwächen. Allerdings fand Bester (1998) heraus, dass aufgrund der Qualitätsunsicherheit durchaus eine minimale Differenzierung sowohl bei der horizontalen als auch der vertikalen Produktdifferenzierung bestehen kann. Das Ergebnis von unserem Modell schließt sich diesem Resultat an. In einem zweidimensionalen Modell stellen Neven und Thisse (1990) fest, dass die Firmen sich bei einer betimmten Produkteigenschaft für die maximale Differenzierung entscheiden, wenn sie gleichzeitig bei einer anderen Produkteigenschaft die minimale Differenzierung vornehmen. Ein ähnliches Ergebnis erhalten Ferreira und Thisse (1996), indem sie ein Modell von Launhardt (1885) erweitern. Launhardt erstellte ein Modell horizontaler Produktdifferenzierung mit der zusätzliche Eigenschaft einer vertikalen Produktdifferenzierung. Im Gegensatz dazu präsentieren wir hier ein Modell vertikaler Produktdifferenzierung, in das ein gewisse Charakter der horizontalen Produktdifferenzierung integriert ist.

Nach dieser kurzen Einführung in die Literatur über Produktdifferenzierung, die für unser Modell relevant ist, wird in diesem Abschnitt der Grundgedanke des Modells erläutert. In einem Zeitalter, in dem der Internethandel zunehmend mit dem traditionellen Einzelhandel konkurriert, stellt sich die Frage, ob ein Qualitätsunterschied auf den Markt besteht, wenn ein Produkt sowohl durch das Internet als auch durch ein konventionelles Geschäft angeboten wird. Letztlich wollen wir wissen, welches ökonomische Gesetz der Produktdifferenzierung auf dem Markt mit der Koexistenz von E-Commerce herrscht. In der Realität können wir öfters beobachten, dass identische Produkte sowohl durch den Offline- als auch durch den Online-Kanal angeboten werden, wie zum Beispiel Computer von Compaq, Packard-Bell und IBM (siehe Degeratu, Rangaswamy und Wu (2001)). Durch eine empirische Untersuchung auf dem Markt für Gebrauchtwagen fanden Fabel und Lehmann (2002) heraus, dass die Produktqualität vom Online-Kanal niedriger als die vom Offline-Kanal ist. Für das gleiche Produkt, nämlich Gebrauchtwagen,

[2] Über das Gleichgewicht in gemischten Strategien von horizontaler Produktdifferenzierung siehe Bester et al. (1996).

[3] Über das Gleichgewicht in gemischten Strategien von vertikaler Produktdifferenzierung siehe Wang und Yang (2001).

bewies Lee (1998) genau das Gegenteil. Mit diesem Modell soll ein neuer Diskurs zum Thema Produktdifferenzierung und elektronische Handel angestoßen werden. Die Besonderheit der Koexistenz von herkömmlichem und Online-Handel liegt darin, dass, wenn ein Konsument ein Produkt in einem herkömmlichen Geschäft erwirbt, er Besuchskosten aufwenden muss. Je nach Lage des Wohnorts sind die Besuchskosten für die Konsumenten unterschiedlich. Diese Kosten verschwinden aber komplett, wenn das Gut durch das Internet gekauft wird, weil in diesem Fall die Besuchskosten für alle Konsumenten gleich null sind. In dieser Hinsicht besitzt ein Produkt, das sowohl durch den Online- als auch durch den Offline-Kanal angeboten wird, für die Konsumenten naturgemäß die Eigenschaft der horizontalen Produktdifferenzierung. Wir behalten diese Besonderheit im Auge und präsentieren ein Modell mit gewöhnlicher vertikaler Produktdifferenzierung. Um uns auf das Wesentliche zu konzentrieren, beschränken wir uns auf eine Duopolsituation, bei der eine Firma ein Produkt nur durch das Internet anbietet, während die andere Firma das Produkt nur durch den konventionellen Kanal verkauft. Das Ergebnis des Modells ist: Ob die Firmen identische oder verschiedene Produktqualitäten wählen, ist von der Parameterkonstellation abhängig. Mit anderen Worten: Sowohl die maximale Produktdifferenzierung als auch die minimale Produktdifferenzierung kann mit der Koexistenz des Internethandels auf den Markt vorkommen. Mit diesem Resultat können wir den zum Teil widersprüchlichen empirischen Befunden eine theoretische Gerundlage geben.

Im folgenden Abschnitt wird das Modell kurz vorgestellt und dann das Preissetzungsverhalten der beiden Firmen im Duopol bestimmt. In Abschnitt 4 wird die optimalen Qualitätsentscheidungen der Firmen untersucht. Worauf ein konkretes Beispiel folgt. Abschließend fassen wir die wesentliche Resultate zusammen.

4.2 Das Modell

Auf dem betrachteten Markt gibt es ein Produkt, dessen Qualität q_h oder q_l sein kann. Alle Konsumenten ziehen eine höhere Qualität q_h gegenüber einer niedrigeren Qualität q_l vor. Die marginalen Produktionskosten der Verkäufer seien k_h für Qualität q_h und k_l für Qualität q_l, wobei die logische Annahme $k_h > k_l$ getroffen wird.

Es befinden sich zwei Firmen auf dem Markt, die jeweils ein Produkt entweder mit Qualität q_h oder mit Qualität q_l erzeugen können. Firma C ist ein herkömmliches Unternehmen mit einen bestimmten Standort für ihr Geschäft. Wenn ein Konsument ein Produkt der Firma C kaufen will, muss er erst die Firma aufsuchen. So entstehen die Besuchskosten. Deswegen muss der Konsument zusätzlich zum Produktpreis $p_C \geq 0$ noch die Besuchskosten c aufwenden. Diese Kosten sind von Konsument zu Konsument unterschiedlich und auf $[0, 1]$ gleichverteilt. Firma E dagegen ist ein Internet-Geschäft und vertreibt ihr Produkt ausschließlich über das Internet. Ein Konsument kann den gesamten Einkaufsprozess von zu Hause aus erledigen und bezahlt einen Produktpreis $p_E \geq 0$. Damit das Produkt an den Kunden geliefert werden kann, muss Firma E einen nicht negativen fixen Transportkostenaufwand t übernehmen, dessen Höhe unabhängig von dem Standort der Konsumenten ist. Darüber hinaus nehmen wir an, dass $t \leq 2$ ist[4].

Es gibt ein Kontinuum von Nachfragern, dessen Masse ohne Beschränkung der Allgemeinheit auf Eins normiert ist. Der Anteil der Konsumenten λ legt einen höheren Wert θ_h auf Qualität. Wir bezeichnen einen Konsumenten mit θ_h als Konsumententyp H. Der Anteil der Konsumenten $1 - \lambda$ legt einen niedrigen Wert θ_l auf Qualität. Entsprechend bezeichnen wir einen Konsumenten mit θ_l als Konsumententyp L. Der Nutzen eines Konsumenten mit der Eigenschaft (θ_i, c) aus dem Kauf einer Einheit des Gutes mit der Qualität q_C bei Firma C ist

$$U(q_C; p_C) = R + \theta_i q_C - c - p_C, \tag{4.1}$$

wobei R eine positive Konstante ist. Der Nutzen eines Konsumenten aus dem Kauf einer Einheit des Gutes mit der Qualität q_E bei Firma E ist gegeben durch

$$U(q_E; p_E) = R + \theta_i q_E - p_E. \tag{4.2}$$

Wir nehmen an, dass jeder Konsument maximal eine Produkteinheit entweder bei Firma C oder bei Firma E kauft. Ein Konsument wählt immer das Produkt, das ihm einen höheren Nutzen verspricht. Ferner wird angenommen, dass R groß genug ist, so dass im Gleichgewicht jeder Konsument ein Produkt findet, von dem er einen positiven Nutzen erzielen kann. Zusätzlich wird unterstellt, dass jeder Konsument einen Internet-Zugang hat. Darüber hinaus treffen wir eine weitere Annahme $(q_h - q_l)(\theta_h - \theta_l) \leq 1$. Diese

[4] Diese Annahme hat eine reine Vereinfachungsfunktion. Sonst könnte es passieren, dass die Internet-Firma vom Markt ausscheidet, wenn die Transportkosten zu hoch sind.

Annahme dient lediglich der Vereinfachung. Wir symbolisieren $(q_h - q_l)$ als Δq und $(k_h - k_l)$ als Δk. Unser Ziel ist, die Qualitätsentscheidung der Firmen im Gleichgewicht herauszufinden. Der Spielverlauf wird durch folgende Schritte beschrieben:

1. Die Firmen entscheiden simultan, welche Qualität sie anbieten.

2. Die Firmen bestimmen die Produktpreise simultan.

3. Die Konsumenten entscheiden, bei wem sie die Ware kaufen.

Wir untersuchen das teilspielperfekte Nash Gleichgewicht in reinen Strategien und benutzen dabei die Methode der Rückwärtsinduktion.

4.3 Preiswettbewerb

Um die Nachfrage der Firmen zu bestimmen, muss der marginale Konsument ermittelt werden. Ein marginaler Konsument ist derjenige, der indifferent ist, ob er ein Produkt im konventionalen Geschäft oder über das Internet erwirbt. Aufgrund (4.1) und (4.2) sind die Besuchskosten des marginalen Konsumenten von Typ H:

$$c_1 = \theta_h(q_C - q_E) - (p_C - p_E) \tag{4.3}$$

Alle Konsumenten von Typ H, deren Besuchskosten $c \leq c_1$ sind, kaufen das Produkt bei Firma C. Die restlichen H Konsumenten erwerben das Produkt bei Firma E. Die Besuchskosten des marginalen Konsumenten von Typ L sind

$$c_2 = \theta_l(q_C - q_E) - (p_C - p_E) \tag{4.4}$$

Analog erwerben alle Konsumenten von Typ L, deren Besuchskosten $c \leq c_2$ sind, das Produkt bei Firma C. Die restlichen L Konsumenten kaufen das Produkt bei Firma E ein. Da der Reservationspreis R hoch genug ist, so dass im Gleichgewicht jeder Konsument, unabhängig davon, welchen Wert er auf die Qualität legt, ein Produkt kauft, kann die Nachfrage von Firma E

immer durch die Gleichung $D_E = 1 - D_C$ beschrieben werden. Wir fangen mit der zweiten Stufe des Spieles an, nämlich dem Preiswettbewerb. Dazu werden vier Fälle separat abgehandelt.

4.3.1 Der Fall $q_E = q_C = q_h$

Wir nehmen an, dass die Firmen identische Qualitäten $q_E = q_C = q_h$ wählen, und untersuchen die Preisentscheidung der Firmen. Setzt man $q_E = q_C = q_h$ in (4.3) und (4.4) ein, ist $c_1 = c_2 = p_E - p_C$. Alle Konsumenten, deren Besuchskosten $c \leq c_1 = c_2$ sind, kaufen bei dem konventionellen Geschäft ein. Demzufolge ist $D_C = c_1 = c_2$ die Nachfrage für Firma C und ihre Gewinnfunktion ist durch

$$\pi_C = (p_E - p_C)(p_C - k_h) \tag{4.5}$$

gegeben. Die Nachfrage für Firma E ist die Residualnachfrage $D_E = 1 - D_C$. Somit ist

$$\pi_E = (1 - p_E + p_C)(p_E - k_h - t) \tag{4.6}$$

die Gewinnfunktion von Firma E. Der zweite Faktor auf der rechten Seite der Gewinnfunktion (4.5) und (4.6) ist der Profit pro Produkteinheit. Wir optimieren Funktion (4.5) in Bezug auf p_C sowie (4.6) in Bezug auf p_E und erhalten

$$p_{C1} = \frac{3k_h + t + 1}{3} \quad \text{und} \quad p_{E1} = \frac{3k_h + 2t + 2}{3}.$$

Substituiert man die Preise in (4.5) und (4.6), sind die Profite

$$\pi_{C1} = \frac{(1+t)^2}{9} \quad \text{und} \quad \pi_{E1} = \frac{(2-t)^2}{9}.$$

Setzen wir p_{C1} und p_{E1} in $c_1 = c_2 = p_E - p_C$ ein, ist die ex ante Bedingung $0 \leq c_1 = c_2 = (t+1)/3 \leq 1$ garantiert.

4.3.2 Der Fall $q_E = q_C = q_l$

Die entgegengesetzte Situation von $q_E = q_C = q_h$ tritt auf, wenn die Firmen $q_C = q_E = q_l$ wählen. Da in dieser Konstellation $c_1 = c_2 = p_E - p_C$ weiter besteht, bleiben die Nachfragefunktionen der Firmen unverändert. Demzufolge erhalten wir die Gewinnfunktion

$$\pi_C = (p_E - p_C)(p_C - k_l)$$

für Firma C und

$$\pi_C = (1 - p_E + p_C)(p_E - k_l - t)$$

für Firma E. Wir optimieren die Gewinnfunktionen in Bezug auf p_C sowie p_E und erhalten

$$p_{C2} = \frac{3k_l + t + 1}{3} \quad \text{und} \quad p_{E2} = \frac{3k_l + 2t + 2}{3}.$$

Substituiert man die Preise in den Gewinnfunktionen, sind die Profite $\pi_{C2} = \pi_{C1}$ und $\pi_{E2} = \pi_{E1}$. Setzt man p_{C2} und p_{E2} in $c_1 = c_2 = p_E - p_C$ ein, ist die ex ante Bedingung $0 \leq c_1 = c_2 = (t+1)/3 \leq 1$ garantiert.

4.3.3 Der Fall $q_C = q_h$ und $q_E = q_l$

In diesem Abschnitt untersuchen wir die Situation, in der Firma C eine Qualität $q_C = q_h$ festlegt und Firma E an einer Produktqualität $q_E = q_l$ festhält. Setzt man $q_C = q_h$ sowie $q_E = q_l$ in (4.3) und (4.4) ein, ist $c_1 > c_2$ gewährleistet. Hier gibt es sechs Subfälle, mit denen wir uns beschäftigen werden. Wir schließen die Fälle $c_2 < c_1 \leq 0$ bzw. $c_1 > c_2 \geq 1$ aus, da jede Firma einen bestimmten Marktanteil erlangen will. Die nächste Frage lautet, ob der Fall $c_1 \geq 1$ und $c_2 \leq 0$ vorkommt. Wegen der Bedingung $c_1 \geq 1$ muss $p_C - p_E \leq \theta_h(q_h - q_l) - 1$ gelten, und aufgrund der Bedingung $c_2 \leq 0$ muss $p_C - p_E \geq \theta_l(q_h - q_l)$ sein. Demzufolge sind die beiden Bedingungen nur erfüllt, wenn $(q_h - q_l)(\theta_h - \theta_l) > 1$ ist. Dies widerspricht allerdings unserer Annahme. Daher können wir den Fall $c_1 \geq 1$ und $c_2 \leq 0$ ebenfalls ausschließen. Es verbleiben also drei Unterfälle, mit denen wir uns beschäftigen müssen.

4.3.3.1 Der Subfall $0 < c_1 < 1$ und $0 < c_2 < 1$

Aufgrund $0 < c_2 < c_1 < 1$ kaufen alle Konsumenten, deren Besuchskosten $c \leq c_2$ sind, das Produkt von Firma C. Ein Konsument mit Besuchskosten $c_2 < c < c_1$ erwirbt die Ware nur bei Firma C, wenn er zum Typ H gehört. Daher lautet die Profitfunktion von Firma C:

$$\pi_C = (\theta_l(q_h - q_l) - (p_C - p_E) + \lambda(\theta_h - \theta_l)(q_h - q_l))(p_C - k_h). \tag{4.7}$$

Der erste Faktor auf der rechten Seite der Gewinnfunktion ist die Nachfrage für Firma C, nämlich $c_2 + \lambda(c_1 - c_2)$. Der Profit pro Produkteinheit wird durch den zweiten Faktor präsentiert. Da die Nachfrage für die Online-Firma die Residualnachfrage ist, erhalten wir die Gewinnfunktion von Firma E:

$$\pi_E = ((1-\lambda)(\theta_h - \theta_l)(q_h - q_l) + 1 - \theta_h(q_h - q_l) + (p_C - p_E))(p_E - k_l - t). \quad (4.8)$$

Die Bedeutungen der beiden Faktoren von (4.8) sind mit denen von (4.7) identisch. Durch die Bedingungen erster Ordnung für die Gewinnmaximierung ergeben sich folgende Preise:

$$p_{C3} = \frac{\Delta q(\theta_h\lambda + \theta_l(1-\lambda)) + k_l + 2k_h + t + 1}{3},$$
$$p_{E3} = \frac{k_h + 2k_l + 2(t+1) - \Delta q(\theta_h\lambda + \theta_l(1-\lambda))}{3}.$$

Substituieren wir die Preise in (4.7) und (4.8), sind die Profite

$$\pi_{C3} = \frac{(1 + t - \Delta k + \Delta q(\theta_h\lambda + \theta_l(1-\lambda)))^2}{9},$$

und

$$\pi_{E3} = \frac{(2 - t + \Delta k - \Delta q(\theta_h\lambda + \theta_l(1-\lambda)))^2}{9}.$$

Da die ex ante Bedingungen durch $0 < c_1 < 1$ und $0 < c_2 < 1$ bestimmt sind, setzen wir p_{C3} sowie p_{E3} in (4.3) sowie (4.4) ein und erhalten

$$2\theta_h\lambda\Delta q - \theta_l(1+2\lambda)\Delta q + \Delta k - 1 < t < \theta_h(2\lambda - 3)\Delta q + 2\theta_l(1-\lambda)\Delta q + \Delta k + 2.$$

4.3.3.2 Der Subfall $c_1 \geq 1$ und $0 < c_2 < 1$

Aufgrund $c_1 \geq 1$ kaufen alle Konsumenten, die zu Typ H gehören, das Produkt bei Firma C. Die Konsumenten vom Typ L erwerben das Produkt bei Firma C nur, wenn deren Besuchskosten $c \leq c_2$ sind. Daher ist $(\lambda + (1-\lambda)c_2)$ die Nachfrage für Firma C. Mit Hilfe von (4.4) erhalten wir die Profitfunktion von Firma C:

$$\pi_C = (\lambda + (1-\lambda)(\theta_l(q_h - q_l) - (p_C - p_E)))(p_C - k_h). \quad (4.9)$$

Der zweite Faktor auf der rechten Seite der Gleichung präsentiert wie immer den Profit pro Produkteinheit. Analog kann der Gewinn von Firma E durch die Funktion

$$\pi_E = (1-\lambda)(1-\theta_l(q_h-q_l)+(p_C-p_E))(p_E-k_l-t) \tag{4.10}$$

ermittelt werden. Der erste Faktor auf der rechten Seite der Gleichung zeichnet die Nachfrage für Firma E, nämlich $D_E = 1 - D_C$. Der zweite Term der rechten Seite der Gleichung ist wiederum der Profit pro Produkteinheit. Wir optimieren (4.9) in Bezug auf p_C, (4.10) in Bezug auf p_E und erhalten

$$p_{C4} = \frac{(\theta_l\Delta q + k_l + 2k_h)(1-\lambda) + \lambda(1-t) + t + 1}{3(1-\lambda)},$$

und

$$p_{E4} = \frac{(2k_l + k_h - \theta_l\Delta q)(1-\lambda) - \lambda(2t+1) + 2(t+1)}{3(1-\lambda)}.$$

Nach der Substituierung der Preise in (4.9) und (4.10) lauten die Profite

$$\pi_{C4} = \frac{(1+t+\lambda(1-t)+(\theta_l\Delta q - \Delta k)(1-\lambda))^2}{9(1-\lambda)}$$

und

$$\pi_{E4} = \frac{(2-t+\lambda(t-1)+(\Delta k - \theta_l\Delta q)(1-\lambda))^2}{9(1-\lambda)}.$$

Die ex ante Bedingungen sind durch $c_1 \geq 1$ und $0 < c_2 < 1$ bestimmt. Solange

$$t \geq t_{41} = \frac{(\Delta q(2\theta_l - 3\theta_h) + \Delta k)(1-\lambda) - \lambda + 2}{1-\lambda}$$

ist, ist $c_1 \geq 1$ garantiert. Wenn

$$t \leq t_{42} = \frac{(\Delta k - \theta_l\Delta q)(1-\lambda) + 2 - \lambda}{1-\lambda}$$

ist, ist $c_2 < 1$ gewährleistet. Solange

$$t \geq \hat{t}_{41} = \frac{\Delta k - \theta_l\Delta q)(1-\lambda) + 2\lambda - 1}{1-\lambda}$$

ist, ist $0 < c_2$ garantiert. Da $\hat{t}_{41} < t_{41}$ aufgrund der Annahme $(q_h - q_l)(\theta_h - \theta_l) \leq 1$ immer stimmt, lautet die ex ante Bedingung $t_{41} \leq t \leq t_{42}$.

4.3.3.3 Der Subfall $0 < c_1 < 1$ und $c_2 \leq 0$

Wegen $c_2 \leq 0$ kaufen die Konsumenten von Typ L das Produkt nur durch das Internet. Die Konsumenten, die zu Typ H gehören und deren Besuchkosten $c \leq c_1$ sind, erwerben das Produkt bei Firma C. Deshalb ist λc_1 die Nachfrage von Firma C. Mit Hilfe von (4.3) erhalten wir die entsprechende Profitfunktion:

$$\pi_C = \lambda(\theta_h(q_h - q_l) - (p_C - p_E))(p_C - k_h). \tag{4.11}$$

Die Bedeutung von dem zweiten Faktor auf der rechten Seite der Gleichung bleibt wie in dem obigen Abschnitt unverändert. Die Gewinnfunktion von Firma E lautet

$$\pi_E = ((1-\lambda)(\theta_h(q_h-q_l)-(p_C-p_E))+1-\theta_h(q_h-q_l)+(p_C-p_E))(p_E-k_l-t). \tag{4.12}$$

Wir maximieren die Gewinnfunktionen durch Ermittlung der Bedingung erster Ordnung und erhalten das einzige Lösungspaar

$$p_{C5} = \frac{\theta_h \Delta q \lambda + k_l \lambda + 2k_h \lambda + t\lambda + 1}{3\lambda},$$

und

$$p_{E5} = \frac{2(t\lambda + 1) + k_h \lambda + 2k_l \lambda - \theta_h \Delta q \lambda}{3\lambda}.$$

Setzt man die Preise in(4.11) und (4.12) ein, lauten die Profite

$$\pi_{C5} = \frac{(\theta_h \Delta q \lambda - \Delta k \lambda + t\lambda + 1)^2}{9\lambda},$$

und

$$\pi_{E5} = \frac{(2 - \theta_h \Delta q \lambda + \Delta k \lambda - t\lambda)^2}{9\lambda}.$$

Ähnlich wie bei Abschnitt 4.3.3.2 verläuft die Ermittlung der entsprechenden ex ante Bedingung für diesen Fall. Aufgrund $0 < c_1 < 1$ und $c_2 \leq 0$ ist die ex ante Bedingung

$$t_{51} = \frac{\Delta k \lambda - 1 - \theta_h \Delta q \lambda}{\lambda} \leq t \leq t_{52} = \frac{\Delta q \lambda(2\theta_h - 3\theta_l) + \Delta k \lambda - 1}{\lambda}.$$

4.3.4 Der Fall $q_C = q_l$ und $q_E = q_h$

In diesem Abschnitt untersuchen wir die Situation, in der Firma C eine Qualität $q_C = q_l$ wählt und Firma E eine Produktqualität $q_E = q_h$ wählt. Setzt man $q_C = q_l$ sowie $q_E = q_h$ in (4.3) und (4.4) ein, ist $c_1 < c_2$ gewährleistet. Hier gibt es ebenfalls sechs Subfälle, mit denen wir uns beschäftigen werden. Wir schließen die Fälle $c_1 < c_2 \leq 0$ bzw. $c_2 > c_1 \geq 1$ aus, weil jede Firma einen bestimmten Marktanteil erlangen will. Als nächstes prüfen wir, ob der Fall $c_2 \geq 1$ und $c_1 \leq 0$ vorliegt. Aufgrund der Bedingung $c_2 \geq 1$ muss $p_C - p_E \leq \theta_l(q_l - q_h) - 1$ gelten und Aufgrund der Bedingung $c_1 \leq 0$ muss $p_C - p_E \geq \theta_h(q_l - q_h)$ gelten. Daher sind die beiden Bedingungen nur erfüllt, wenn $(q_h - q_l)(\theta_h - \theta_l) > 1$ ist. Dies widerspricht wiederum unserer Annahme. Deswegen schließen wir den Fall $c_2 \geq 1$ und $c_1 \leq 0$ aus.

4.3.4.1 Der Subfall $0 < c_1 < 1$ und $0 < c_2 < 1$

Aufgrund $0 < c_1 < c_2 < 1$ kaufen alle Konsumenten, deren Besuchskosten $c \leq c_1$ sind, das Produkt von Firma C. Ein Konsument mit Besuchskosten $c_1 < c < c_2$ erwirbt die Ware nur bei Firma C, wenn er zum Typ L gehört. Die Nachfrage von der Offline-Firma ist $c_1 + (1-\lambda)(c_2 - c_1)$. Mit Hilfe von (4.3) und (4.4) erhalten wir die Gewinnfunktion von Firma C:

$$\pi_C = ((p_E - p_C) - \theta_h(q_h - q_l) + (1-\lambda)(\theta_h - \theta_l)(q_h - q_l))(p_C - k_l) \quad (4.13)$$

Der Profit pro Produkteinheit wird durch den zweiten Faktor repräsentiert. Da die Nachfrage der Online-Firma die Residualnachfrage ist, lautet die Gewinnfunktion von Firma E

$$\pi_E = (\lambda(\theta_h - \theta_l)(q_h - q_l) + 1 - (p_E - p_C) + \theta_l(q_h - q_l))(p_E - k_h - t). \quad (4.14)$$

Aufgrund der Bedingungen erster Ordnung sind die entsprechenden Preise:

$$p_{C6} = \frac{1 + t + k_h + 2k_l - \Delta q(\theta_h \lambda + \theta_l(1-\lambda))}{3}$$

und

$$p_{E6} = \frac{2 + 2t + 2k_h + k_l + \Delta q(\theta_h \lambda + \theta_l(1-\lambda))}{3}.$$

Wir substituieren die Preise in (4.13) bzw. (4.14) und erhalten die Profite

$$\pi_{C6} = \frac{(1 + t + \Delta k - \Delta q(\theta_h \lambda + \theta_l(1-\lambda)))^2}{9}$$

und

$$\pi_{E6} = \frac{(2 - t - \Delta k + \Delta q(\theta_h\lambda + \theta_l(1-\lambda)))^2}{9}.$$

Da die ex ante Bedingungen durch $0 < c_1 < 1$ und $0 < c_2 < 1$ bestimmt sind, setzen wir p_{C6} sowie p_{E6} in (4.3) sowie (4.4) ein und erhalten

$$\theta_h(3-2\lambda)\Delta q - 2\theta_l(1-\lambda)\Delta q - \Delta k - 1 < t < \theta_l(1+2\lambda)\Delta q - 2\theta_h\lambda\Delta q - \Delta k + 2.$$

4.3.4.2 Der Subfall $0 < c_1 < 1$ und $c_2 \geq 1$

Wegen $c_2 \geq 1$ kaufen alle Konsumenten vom Typ L das Produkt bei Firma C. Ein Kunde, der zum Typ H gehört, erwirbt das Produkt nur dann bei Firma C, wenn $c \leq c_1$ ist. Dementsprechend ist $(1-\lambda) + \lambda c_1$ die Nachfrage von Firma C. Mit Hilfe von (4.3) erhalten wir die entsprechende Gewinnfunktion

$$\pi_C = ((1-\lambda) + \lambda((p_E - p_C) - \theta_h(q_h - q_l)))(p_C - k_l). \tag{4.15}$$

Die Bedeutung von dem zweiten Faktor auf der rechten Seite der Gleichung bleibt unverändert, nämlich der Profit pro Produkteinheit. Die Gewinnfunktion von Firma E lautet

$$\pi_e = \lambda(1 - (p_e - p_c) + \theta_h(q_h - q_l))(p_e - k_h - t). \tag{4.16}$$

Wir maximieren die Gewinnfunktionen durch Ermittlung der Bedingung erster Ordnung und erhalten die Preise

$$p_{C7} = \frac{2 - \lambda(1-t) + 2k_l\lambda + k_h\lambda - \theta_h\Delta q\lambda}{3\lambda}$$

und

$$p_{E7} = \frac{\theta_h\Delta q\lambda + k_l\lambda + 2k_h\lambda + \lambda(2t+1) + 1}{3\lambda}.$$

Wir setzten die Preise in (4.15) und (4.16) ein und erhalten die Profite

$$\pi_{C7} = \frac{(2 - \lambda(1-t) + \Delta k\lambda - \theta_h\Delta q\lambda)^2}{9\lambda}$$

und

$$\pi_{E7} = \frac{(\theta_h\Delta q\lambda - \Delta k\lambda + \lambda(1-t) + 1)^2}{9\lambda}.$$

Unter Berücksichtigung von $c_2 \geq 1$ und $0 < c_1 < 1$, kommt diese Situation nur vor, wenn die folgende Bedingung erfüllt ist:

$$t_{71} = \frac{1 + \lambda - \Delta k\lambda - \Delta q\lambda(2\theta_h - 3\theta_l)}{\lambda} \leq t \leq t_{72} = \frac{1 + \lambda - \Delta k\lambda + \theta_h\Delta q\lambda}{\lambda}$$

4.3.4.3 Der Subfall $c_1 \leq 0$ und $0 < c_2 < 1$

Wegen $c_1 \leq 0$ erwerben alle Konsumenten vom Typ H das Produkt durch das Internet. Die Nachfrage bei Firma C wird nur vom Typ L gebildet, dessen Besuchskosten $c \leq c_2$ ist. Demzufolge ist die Gewinnfunktion gegeben durch

$$\pi_C = (1-\lambda)((p_E - p_C) - \theta_l(q_h - q_l))(p_C - k_l). \tag{4.17}$$

Analog lautet die Gewinnfunktion von Firma E

$$\pi_E = (\lambda((p_E - p_C) - \theta_l(q_h - q_l)) + 1 - (p_E - p_C) + \theta_l(q_h - q_l))(p_E - k_h - t). \tag{4.18}$$

Wir maximieren die Profitfunktionen durch Ermittlung der Bedingung erster Ordnung und erhalten das einzige Lösungspaar

$$p_{C8} = \frac{(2k_l - \theta_l \Delta q + k_h)(1-\lambda) - t\lambda + t + 1}{3(1-\lambda)}$$

und

$$p_{E8} = \frac{(k_l + \theta_l \Delta q)(1-\lambda) + 2(\theta_h(1-\lambda) - t\lambda + t + 1)}{3(1-\lambda)}.$$

Setzt man die Preise in (4.17) und (4.18) ein, sind die Profite von den Firmen

$$\pi_{cC8} = \frac{(1 + t - t\lambda - \theta_l \Delta q(1-\lambda) + \Delta k(1-\lambda))^2}{9(1-\lambda)}$$

und

$$\pi_{E8} = \frac{(2 - t + t\lambda + \theta_l \Delta q(1-\lambda) - \Delta k(1-\lambda))^2}{9(1-\lambda)}.$$

Aufgrund $c_1 \leq 0$ und $0 < c_2 < 1$ existiert dieser Subfall nur unter den Bedingungen

$$t \geq t_{81} = \frac{\theta_l \Delta q(1-\lambda) - \Delta k(1-\lambda) - 1}{1-\lambda}$$

und

$$t \leq t_{82} = \frac{\Delta q(1-\lambda)(3\theta_h - 2\theta_l) - \Delta k(1-\lambda) - 1}{1-\lambda}.$$

4.3.5 Die Preisentscheidung

In diesem Abschnitt haben wir insgesamt 8 Lösungspaare für die möglichen Gleichgewichtspreise gefunden. Bevor wir mit der ersten Stufe des Spieles beginnen, werfen wir noch einen Blick auf die Ergebnisse, um herauszufinden, ob bei allen geschilderten Preiskombinationen auch tatsächlich die Preise im Gleichgewicht sind.

Lemma 1: *Wenn die Firmen die Preiskonstellation so einsetzen, dass* $0 < c_1 < 1$ *und* $0 < c_2 < 1$ *simultan erfüllt sind, werden sie die gleiche Produktqualität wählen.*

Beweis: Zuerst nehmen wir an, dass Firma C eine Qualität $q_C = q_l$ wählt und dafür $p_C = p_{C6}$ verlangt sowie dass Firma E eine Qualität $q_E = q_h$ wählt und dafür $p_E = p_{E6}$ fordert (siehe Abschnitt 3.4.1). In dieser Situation will Firma E von $q_E = q_h$ zu $q_E = q_l$ abweichen, da wir $\pi_{E6} < \pi_{E2}$ unter der Bedingung $\Delta k \geq \Delta q(\theta_h \lambda + \theta_l(1-\lambda))$ haben. Firma C hat aber aufgrund $\pi_{C3} < \pi_{C2}$ keinen Anreiz, von $q_C = q_l$ zu $q_C = q_h$ abzuweichen. Deswegen wählen die Firmen $q_C = q_E = q_l$. Für $\Delta k < \Delta q(\theta_h \lambda + \theta_l(1-\lambda))$ ist $\pi_{C6} < \pi_{C1}$ garantiert. Daher weicht Firma C von $q_C = q_l$ zu $q_C = q_h$ ab. Dagegen hat Firma E keinen Anreiz, von $q_E = q_h$ zu $q_E = q_l$ abzuweichen, weil unter dieser Bedingung $\pi_{E3} < \pi_{E1}$ besteht. Deswegen entscheiden sich die beiden Firmen für $q_C = q_E = q_h$. Dadurch ist bewiesen worden, dass $p_C = p_{C6}$ und $p_E = p_{E6}$ nicht die Preise im Gleichgewicht sein können. Mit gleicher Argumentation können wir auch die Preiskonstellation $p_C = p_{C3}$ und $p_E = p_{E3}$ als Gleichgewichtpreise ausschließen. Q.E.D.

Lemma 1 deutet darauf hin, dass die Preiskonstellation, die in Abschnitt 4.3.3.1 und 4.3.4.1 beschrieben wurden, nicht als Gleichgewichtspreise in Frage kommen. Die Firmen werden sich keinesfalls für $p_C = p_{C3}$ und $p_E = p_{E3}$ oder $p_C = p_{C6}$ und $p_E = p_{E6}$ entscheiden. Demzufolge brauchen wir diese beiden Fälle im Lauf der weiteren Analyse nicht mehr mitberücksichtigen. Wenn wir p_{C1} mit p_{E1} sowie p_{C2} mit p_{E2} vergleichen, kommen wir zu dem Ergebnis, dass der Preis von dem Online-Kanal immer höher als der vom Offline-Kanal ist. Wenn die beiden Firmen die gleiche Qualität wählen, ist Firma C gezwungen, sich auf einen niedrigeren Preis festzulegen, weil ihr sonst die ganze Kundschaft weglaufen würde.

4.4 Qualitätswettbewerb

In diesem Abschnitt untersuchen wir die erste Stufe des Spieles, nämlich den Qualitätswettbewerb. Aus dem vorherigen Abschnitt bleiben insgesamt sechs Fälle übrig, deren Ergebnisse wir miteinander vergleichen, um die Qualitätsentscheidung der Firmen mit der Koexistenz von E-Commerce zu durchleuchten.

4.4.1 Qualitätswahl $q_C = q_h$ und $q_E = q_l$

Wir nehmen an, dass die Firmen unterschiedliche Qualitäten wählen und zwar Firma C die Qualität q_h wählt und Firma E die Qualität q_l wählt. In diesem Fall kann Firma C für ihr Produkt einen Preis $p_C = p_{C4}$ oder $p_C = p_{C5}$ verlangen. Analog dazu kann Firma E den Preis $p_E = p_{E4}$ oder $p_E = p_{E5}$ festlegen. Hier lautet die Frage, ob durch die Qualitätsentscheidungen der Firmen, nämlich $q_C = q_h$ und $q_E = q_l$, ein Gleichgewicht entsteht. Mit einer bejahenden Antwort stellt sich die anschließende Frage, unter welchen Voraussetzungen diese Qualitätskombination ein Gleichgewicht darstellt.

Für die Preissetzungsstrategie $p_C = p_{C4}$ und $p_E = p_{E4}$ erhalten wir $\pi_{E4} \geq \pi_{E1} = \pi_{E2}$, solange

$$t \geq t_{43} = \frac{(\sqrt{1-\lambda} - \lambda + 1)(2\sqrt{1-\lambda} + \theta_l \Delta q(1-\lambda) - \Delta k(1-\lambda) + \lambda - 2)}{\lambda(1-\lambda)}$$

ist. Wir haben $\pi_{C4} \geq \pi_{C1} = \pi_{C2}$, wenn

$$t \leq t_{44} = \frac{(\sqrt{1-\lambda} - \lambda + 1)(1 + \lambda - \Delta k(1-\lambda) + \theta_l \Delta q(1-\lambda) - \sqrt{1-\lambda})}{\lambda(1-\lambda)}$$

ist. Daher kommt das folgende Lemma zustande.

Lemma 2: *Wenn* $\max\{0, t_{41}, t_{43}\} \leq t \leq \min\{2, t_{42}, t_{44}\}$ *ist, wählt Firma* C *im Gleichgewicht* $q_C = q_h$ *sowie* $p_C = p_{C4}$ *und Firma* E *legt* $q_E = q_l$ *sowie* $p_E = p_{E4}$ *fest.*

Beweis: Da unter der Bedingung $t \geq t_{43}$ die Ungleichung $\pi_{E4} \geq \pi_{E1}$ garantiert ist, hat Firma E keinen Anreiz, von $q_E = q_l$ zu $q_E = q_h$ abzuweichen. Ebenso hat Firma C keinen Anreiz, von $q_C = q_h$ zu $q_C = q_l$ abzuweichen, weil unter der Voraussetzung $t \leq t_{44}$ die Ungleichung $\pi_{C4} \geq \pi_{C2}$ gewährleistet ist. Berücksichtigen wir die ex-ante Bedingung $t_{41} \leq t \leq t_{42}$ mit, erhalten wir die Voraussetzung für die Existenz der Gleichgewichtsqualitäten $q_C = q_h$ und $q_E = q_l$ sowie der Gleichgewichtspreise $p_C = p_{C4}$ und $p_E = p_{E4}$. Q.E.D.

Für die Preissetzungsstrategie $p_C = p_{C5}$ und $p_E = p_{E5}$ erhalten wir $\pi_{E5} \geq \pi_{E1} = \pi_{E2}$, solange

$$t \geq t_{53} = \frac{\theta_h \Delta q \lambda - \Delta k \lambda + 2(\sqrt{\lambda} - 1)}{\sqrt{\lambda}(1 - \sqrt{\lambda})}$$

ist. Wir haben $\pi_{C5} \geq \pi_{C1} = \pi_{C2}$, wenn

$$t \leq t_{54} = \frac{\theta_h \Delta q \lambda - \Delta k \lambda - \sqrt{\lambda} + 1}{\sqrt{\lambda}(1 - \sqrt{\lambda})}$$

ist. Demzufolge bekommen wir Lemma 3.

Lemma 3: *Wenn* $\max\{0, t_{51}, t_{53}\} \leq t \leq \min\{2, t_{52}, t_{54}\}$ *ist, wählt Firma* C *im Gleichgewicht* $q_C = q_h$ *sowie* $p_C = p_{C5}$ *und Firma* E *legt* $q_E = q_l$ *sowie* $p_E = p_{E5}$ *fest.*

Beweis: Da unter der Bedingung $t \geq t_{53}$ die Ungleichung $\pi_{E5} \geq \pi_{E1}$ garantiert ist, hat Firma E keinen Anreiz, von $q_E = q_l$ zu $q_E = q_h$ abzuweichen. Ebenso hat Firma C keinen Anreiz, von $q_C = q_h$ zu $q_C = q_l$ abzuweichen, weil unter der Voraussetzung $t \leq t_{54}$ die Ungleichung $\pi_{C5} \geq \pi_{C2}$ gewährleistet ist. Berücksichtigen wir die ex-ante Bedingung $t_{51} \leq t \leq t_{52}$ mit, erhalten wir die Voraussetzung für die Existenz der Gleichgewichtsqualitäten $q_C = q_h$ und $q_E = q_l$ sowie der Gleichgewichtspreise $p_C = p_{C5}$ und $p_E = p_{E5}$. Q.E.D.

Die Qualitätsentscheidungen der Firmen sind in Lemma 2 und Lemma 3 identisch. Der eigentliche Unterschied liegt an der Preissetzung. Bei einer Preissetzung $p_C = p_{C4}$ und $p_E = p_{E4}$ bedient Firma C beide Konsumententypen während Firma E nur Konsumententyp L ihr Produkt anbietet. Bei einer Preissetzung $p_C = p_{C5}$ und $p_E = p_{E5}$ bedient Firma C nur Konsumententyp H während Firma E ihr Produkt beiden Konsumententypen anbietet.

4.4.2 Qualitätswahl $q_C = q_l$ und $q_E = q_h$

Die Vorgehensweise bei der Untersuchung der Qualitätswahl $q_C = q_l$ und $q_E = q_h$ ist sehr ähnlich wie die in dem vorherigen Abschnitt. Firma C kann für ihr Produkt einen Preis $p_C = p_{C7}$ oder $p_C = p_{C8}$ verlangen. Analog dazu kann Firma E auch $p_E = p_{E7}$ oder $p_E = p_{E8}$ festsetzen. Ob die Qualitätsentscheidung der Firmen, nämlich $q_C = q_l$ und $q_E = q_h$, ein Gleichgewicht ist und unter welchen Bedingungen diese Qualitätskombination ein Gleichgewicht darstellt, ist Gegenstand unserer Analyse.

Für die Preissetzungsstrategie $p_C = p_{C7}$ und $p_E = p_{E7}$ erhalten wir $\pi_{E7} \geq \pi_{E1} = \pi_{E2}$, solange

$$t \geq t_{73} = \frac{\Delta k\lambda + 2\sqrt{\lambda} - \theta_h \Delta q\lambda - \lambda - 1}{\sqrt{\lambda}(1-\sqrt{\lambda})}$$

ist. Wir haben $\pi_{C7} \geq \pi_{C1} = \pi_{C2}$, wenn

$$t \leq t_{74} = \frac{\Delta k\lambda + 2 - \theta_h \Delta q\lambda - \lambda - \sqrt{\lambda}}{\sqrt{\lambda}(1-\sqrt{\lambda})}$$

ist. Daher erhalten wir folgendes Lemma.

Lemma 4: *Wenn* $\max\{0, t_{71}, t_{73}\} \leq t \leq \min\{2, t_{72}, t_{74}\}$ *ist, wählt Firma* C *im Gleichgewicht* $q_C = q_l$ *sowie* $p_C = p_{C7}$ *und Firma* E *legt* $q_E = q_h$ *sowie* $p_E = p_{E7}$ *fest.*

Beweis: Da unter der Bedingung $t \geq t_{73}$ die Ungleichung $\pi_{E7} \geq \pi_{E2}$ garantiert ist, hat Firma E keinen Anreiz, von $q_E = q_h$ zu $q_E = q_l$ abzuweichen. Ebenso hat Firma C keinen Anreiz, von $q_C = q_l$ zu $q_C = q_h$ abzuweichen, weil unter der Voraussetzung $t \leq t_{44}$ die Ungleichung $\pi_{C4} \geq \pi_{C1}$ gewährleistet ist. Berücksichtigen wir die ex-ante Bedingung $t_{71} \leq t \leq t_{72}$ mit, erhalten wir die Voraussetzung für die Existenz der Gleichgewichtsqualitäten $q_C = q_l$ und $q_E = q_h$ sowie der Gleichgewichtspreise $p_C = p_{C7}$ und $p_E = p_{E7}$. Q.E.D.

Für die Preissetzungsstrategie $p_C = p_{C8}$ und $p_E = p_{E8}$ erhalten wir $\pi_{E8} \geq \pi_{E1} = \pi_{E2}$, solange

$$t \geq t_{83} = \frac{(\sqrt{1-\lambda} - \lambda + 1)(2\sqrt{1-\lambda} - \theta_l \Delta q(1-\lambda) + \Delta k(1-\lambda) - 2)}{\lambda(1-\lambda)}$$

ist. Wir haben $\pi_{C8} \geq \pi_{C1} = \pi_{C2}$, wenn

$$t \leq t_{84} = \frac{(\sqrt{1-\lambda} - \lambda + 1)(1 + \Delta k(1-\lambda) - \sqrt{1-\lambda} - \theta_l \Delta q(1-\lambda))}{\lambda(1-\lambda)}$$

ist. Demzufolge bekommen wir Lemma 5.

Lemma 5: *Wenn* $\max\{0, t_{81}, t_{83}\} \leq t \leq \min\{2, t_{82}, t_{84}\}$ *ist, wählt Firma* C *im Gleichgewicht* $q_C = q_l$ *sowie* $p_C = p_{C8}$ *und Firma* E *legt* $q_E = q_h$ *sowie* $p_E = p_{E8}$ *fest.*

Beweis: Da unter der Bedingung $t \geq t_{83}$ die Ungleichung $\pi_{E8} \geq \pi_{E2}$ garantiert ist, hat Firma E keinen Anreiz, von $q_E = q_h$ zu $q_E = q_l$ abzuweichen. Ebenso hat Firma C keinen Anreiz, von $q_C = q_l$ zu $q_C = q_h$ abzuweichen, weil unter der Voraussetzung $t \leq t_{84}$ die Ungleichung $\pi_{C8} \geq \pi_{C1}$ gewährleistet ist. Berücksichtigen wir die ex-ante Bedingung $t_{81} \leq t \leq t_{82}$ mit, erhalten wir die Voraussetzung für die Existenz der Gleichgewichtsqualitäten $q_C = q_l$ und $q_E = q_h$ sowie der Gleichgewichtspreise $p_C = p_{C8}$ und $p_E = p_{E8}$. Q.E.D.

Die Qualitätsentscheidungen der Firmen sind in Lemma 4 und Lemma 5 identisch. Der Unterschied liegt allerdings wieder in der Preissetzung. Bei einer Preiskombination $p_C = p_{C7}$ und $p_E = p_{E7}$ bedient Firma C beide Konsumententypen während Firma E nur Konsumententyp H ihr Produkt anbietet. Bei einer Preissetzung $p_C = p_{C8}$ und $p_E = p_{E8}$ bedient Firma C nur Konsumententyp L während Firma E beiden Konsumententypen ihr Produkt anbietet.

4.4.3 Qualitätswahl $q_C = q_E$

Bisher haben wir untersucht, wann die Firmen dasselbe Produkt mit unterschiedlichen Qualitäten auf den Market bringen. Die nächste Frage, die gestellt werden soll, ist, wie die Entscheidungen der Firmen getroffen werden, wenn sie die gleiche Qualität wählen.

Lemma 6: *Wenn die Firmen die identische Qualität wählen, legen sie* $q_C = q_E = q_h$ *für den Fall* $\Delta k < \Delta q(\theta_h \lambda + \theta_l(1-\lambda))$ *fest, ansonsten* $q_C = q_E = q_l$.

Beweis: Angenommen sei $q_C = q_E = q_h$ für den Fall $\Delta k \geq \Delta q(\theta_h \lambda + \theta_l(1-\lambda))$. Da unter dieser Bedingung $\pi_{E3} > \pi_{E1}$ gilt, weicht Firma E von $q_E = q_h$ zu $q_E = q_l$ ab. Daher ist $q_C = q_E = q_h$ kein Gleichgewicht. Analog dazu nehmen wir an, dass $q_C = q_E = q_l$ für den Fall $\Delta k < \Delta q(\theta_h \lambda + \theta_l(1-\lambda))$ ist. Weil unter dieser Voraussetzung $\pi_{E6} > \pi_{E2}$ garantiert ist, weicht Firma E von $q_E = q_l$ zu $q_E = q_h$ ab. Demzufolge ist $q_C = q_E = q_h$ ebenfalls kein Gleichgewicht. Kombinieren wir diese Ergebnisse zusammen mit Lemma 1, ist Lemma 6 bewiesen. Q.E.D.

Für den Fall $q_C = q_E$ wollen beide Firmen das Produkt mit der hohen Qualität anbieten, wenn die Produktionskosten für die hochgradige Qualität nicht viel höher als die Produktionskosten für die niedrige Qualität sind. Andernfalls wählen beide die niedrige Qualität.

4.4.4 Die Qualitätsentscheidung

Wir vergleichen die Ergebnisse von allen möglichen Kombinationen, die Firma C und Firma E in Bezug auf Produktqualität überhaupt wählen können. Proposition 1 beschreibt sämtliche mögliche Gleichgewichte in reinen Strategien.

Proposition 1 : *Es existieren insgesamt fünf mögliche Gleichgewichte:*
(I) Wenn $\max\{0, t_{41}, t_{43}\} \leq t \leq \min\{2, t_{42}, t_{44}\}$ *ist, wählt Firma C im Gleichgewicht $q_C = q_h$ sowie $p_C = p_{C4}$ und Firma E legt $q_E = q_l$ sowie $p_E = p_{E4}$ fest.*
(II) Wenn $\max\{0, t_{51}, t_{53}\} \leq t \leq \min\{2, t_{52}, t_{54}\}$ *ist, wählt Firma C im Gleichgewicht $q_C = q_h$ sowie $p_C = p_{C5}$ und Firma E legt $q_E = q_l$ sowie $p_E = p_{E5}$ fest.*
(III) Wenn $\max\{0, t_{71}, t_{73}\} \leq t \leq \min\{2, t_{72}, t_{74}\}$ *ist, wählt Firma C im Gleichgewicht $q_C = q_l$ sowie $p_C = p_{C7}$ und Firma E legt $q_E = q_h$ sowie $p_E = p_{E7}$ fest.*
(IV) Wenn $\max\{0, t_{81}, t_{83}\} \leq t \leq \min\{2, t_{82}, t_{84}\}$ *ist, wählt Firma C im Gleichgewicht $q_C = q_l$ sowie $p_C = p_{C8}$ und Firma E legt $q_E = q_h$ sowie $p_E = p_{E8}$ fest.*
(V) Sonst wählen die Firmen $q_c = q_e = q_h$ für den Fall $\Delta k < \Delta q(\theta_h \lambda + \theta_l(1-\lambda))$ und setzen $p_C = p_{C1}$ sowie $p_E = p_{E1}$ fest. Für den Fall $\Delta k \geq \Delta q(\theta_h \lambda + \theta_l(1-\lambda))$ wählen die Firmen $q_c = q_e = q_l$ und setzen $p_C = p_{C2}$ sowie $p_E = p_{E2}$ fest.

Beweis: Die Gleichgewichte (I) bis (VI) werden unmittelbar von Lemma 2, Lemma 3, Lemma 4 sowie Lemma 5 abgeleitet. Wenn diese Gleichgewichte nicht existieren, bekommen wir Gleichgewicht V aufgrund Lemma 6. Q.E.D.

In der Proposition 1 werden zwei Szenarien geschildert. Zum einen bringen die Firmen Produkte mit identischen Qualitäten auf den Markt. Zum anderen bieten die Firmen Produkte mit unterschiedlichen Qualitäten an. Wenn, und nur wenn die Firmen die gleiche Qualität für ihre Produkte wählen, bietet jede von ihnen beiden Konsumententypen ihr Produkt an. Für den Fall $q_C = q_E$ haben wir stets $c_1 = c_2$. Daher ist es unmöglich für die Firmen, beide Konsumententypen durch die Preissetzungsstrategie auseinanderzuhalten. Es ist auch leicht nachvollziehbar, dass in dem Fall die Firmen sich bei geringem Kostenunterschied für q_h entscheiden und q_l bei hohem Kostenunterschied vorziehen. Wenn die Firmen Produkte mit unterschiedlichen Qualitäten anbieten, haben sie nicht dieselbe Kundschaft. Während eine Firma ihre Ware allen Konsumententypen anbietet, verkauft die andere Firma ihr Produkt entweder nur an H Kunden oder nur an L Kunden. Allerdings ist zu beachten, dass falls eine Firma nur H Kunden bedient, sie das Produkt auf jeden Fall mit hoher Qualität auf den Markt bringt. Entsprechend setzt eine Firma ihr Produkt auf niedrige Qualität, wenn nur Konsumenten vom Typ L bedient werden sollen. Die Erklärung liegt darin, dass man für die Konsumenten, für die die Höhe der Qualität eine größere Rolle spielt, ein qualitativ hochwertiges Produkt anbieten soll. Die Konsumenten, für die die Höhe der Qualität eine geringe Rolle spielt, bekommen in dem Fall qualitativ minderwertige Ware. Es hat ökonomisch keinen Sinn, wenn man H Kunden q_l und L Kunden q_h anbieten würde. Zusätzlich müssen wir darauf achten, dass $t_{i1} < t_{i2}$ und $t_{i3} < t_{i4}$ zwar immer gewährleistet sind, aber $t_{i3} < t_{i2}$ und $t_{i1} < t_{i4}$ nicht garantiert sind. Daher beschreibt ein weiteres Resultat aus dem Modell folgende Proposition:

Proposition 2 : *Es existiert mindestens ein Gleichgewicht und höchstens zwei Gleichgewichte in reiner Strategie.*

Beweis: Aufgrund Proposition 1 ist ein logisches Resultat, dass es mindestens ein Gleichgewicht gibt. Wenn keines der Gleichgewichte eintritt, die in den Fällen (I) bis (IV) von Proposition 1 geschildert werden, tritt der Fall V ein. Deswegen gibt es in dem Modell auf jeden Fall ein Gleichgewicht. Dass es maximal zwei Gleichgewichte gibt, liegt an folgenden Gründen: (1) Aufgrund von Fall V der Proposition 1 gelangen wir zu der Erkenntnis, dass, neben dem Gleichgewicht $q_C = q_E = q_h$ oder

$q_C = q_E = q_l$ kein weiteres Gleichgewicht existiert. (2) Gleichgewicht I und II existieren nie parallel. Die Bedingungen für die Gleichgewichte werden durch t zum Ausdruck gebracht. t ist wiederum eine Funktion von Δk. Wenn $\min\{2, t_{52}, t_{54}\} \leq \max\{0, t_{41}, t_{43}\}$ gilt, dann überlappt das Gebiet, in dem Gleichgewichtstyp I vorkommt, nicht mit dem Gebiet, in dem Gleichgewichtstyp II eintritt. Zuerst nehmen wir an, dass $t_{52} < t_{54}$ und $t_{41} > t_{43}$ sind. Die Steigungen von t_{41} und t_{52} sind identisch und zwar gleich 1. Deswegen verlaufen t_{41} und t_{52} parallel. Wenn t_{41} nicht unterhalb von t_{52} liegt, gibt es nie Überschneidungen zwischen den entsprechenden Gebieten von Gleichgewicht I und II. t_{41} liegt nicht unterhalb von t_{52}, wenn $(\Delta q(1-\lambda)(2\theta_l - 3\theta_h) - \lambda + 2)/(1-\lambda) \geq (\Delta q\lambda(2\theta_h - 3\theta_l - 1)/\lambda$ ist. Diese Ungleichung ist gültig, solange $\Delta q(\theta_h - \theta_l) \leq (1 + \lambda - \lambda^2)/(5\lambda(1-\lambda))$. Da $\Delta q(\theta_h - \theta_l) \leq 1$, ist die vorherige Ungleichung garantiert. Deswegen liegt t_{41} nie unterhalb von t_{52}. Wenn $t_{52} \geq t_{54}$ und $t_{41} > t_{43}$ sind, liegt t_{41} wegen $t_{52} \geq t_{54}$ auf jeden Fall oberhalb t_{54}. Wenn $t_{52} < t_{54}$ and $t_{41} \leq t_{43}$, liegt t_{43} wegen $t_{41} \leq t_{43}$ auf jeden Fall oberhalb von t_{52}. Wenn $t_{41} \leq t_{43}$ and $t_{52} \geq t_{54}$, liegt t_{43} erst recht oberhalb von t_{54}. Infolgedessen tauchen die Gleichgewichte I und II nie gleichzeitig auf. Ebenso tauchen die Gleichgewichte III und IV nie gleichzeitig auf. Deswegen kommt die Existenz von mehr als zwei parallelen Gleichgewichten nie vor. Q.E.D.

Proposition 2 drückt die Tatsache aus, dass in jeder beliebigen Parameterkonstellation von $t, \Delta q, \Delta k, \theta_h, \theta_l$ und λ immer mindestens ein Gleichgewicht existiert. In bestimmten Parameterkonstellationen könnte es vorkommen, dass zwei Gleichgewichte parallel existieren. Falls in einer Parameterkonstellationen das Gleichgewicht V besteht, existiert kein weiters Gleichgewicht in dieser Konstellation. Die Gleichgewichte I und II sowie III und VI kommen nie zusammen vor. Wir nennen I und II als Beispiel, wobei $q_E = q_l$ gegeben ist: Wenn sich Firma C für $q_C = q_h$ entscheidet, steht ihre Kundschaft von vornherein definitiv fest, nämlich entweder beide Konsumententypen oder nur Typ H. Bei diesen beiden Varianten muss Firma C nie überlegen, welche sie nimmt, da keine Auswahlmöglichkeit besteht. Proposition 2 schließt nicht aus, dass die Gleichgewichte I mit III, I mit VI, III mit II oder II mit VI parallel exstieren können. In folgendem Abschnitt werden die Proposition 1 und Proposition 2 anhand eines Beispiels konkretisiert.

4.5 Ein Beispiel

Aufgrund Proposition 1 haben wir die Erkenntnis gewonnen, dass die Qualitätsentscheidung der Firmen von den Transportkosten t abhängig ist. Allerdings werden die Intervalle von t, in denen die Firmen unterschiedliche Produktqualität wählen, durch die Maximum-Minimum-Ausdrücke beschrieben. Da die Ausdrücke relativ komplex sind, stellt sich logischerweise die Frage, ob die geschilderten Intervalle bei unseren Modellannahmen überhaupt existieren. Die Frage ist sehr berechtigt, weil es eigentlich darum geht, ob die zwei Typen von Gleichgewichten, nämlich $q_C = q_E$ und $q_C \neq q_E$, in einem Modell beide erscheinen können. Wenn die Antwort darauf nein ist, würde die Proposition 1 gegenstandlos werden. Aufgrund der komplizierten Ausdrücke für die Intervalle von t sind wir leider nicht in der Lage, definitive Bedingungen für das Bestehen der entsprechenden Intervalle zu geben. Aber wir haben unsere zentrale These bereits bewiesen, sobald wir mit mindesten einem Beispiel zeigen können, dass die in der Proposition 1 beschriebenen Intervalle tatsächlich existieren. Die Schwierigkeit, die Intervalle oder genauer gesagt Bereiche für die entsprechenden Gleichgewichte präzise festzulegen, liegt eigentlich an λ. Sobald λ festgesetzt ist, kann man für jeden beliebigen Bereich in einem $t - \Delta k$ Diagramm das(die) dazugeordnete(n) Gleichgewicht(e) finden. Zur Vereinfachung nehmen wir an, dass $\lambda = 1/2$ ist. Darüber hinaus beschränken wir unsere Untersuchung auf $4/5 \leq \Delta q(\theta_h - \theta_l) < 2\sqrt{2}/3$. Wir haben den Fall deswegen ausgewählt, weil in dieser Situation alle Gleichgewichte auftauchen, die wir in der Proposition 1 geschildert haben. Für alle anderen Intervalle von $\Delta q(\theta_h - \theta_l)$ kann auf ähnliche Weise analysiert werden, welches Gleichgewicht in welchem Bereich besteht. Allerdings kommen nicht immer alle beschriebenen Gleichgewichte in einem $t - \Delta k$ Diagramm mit beliebiger Variablenkonstellation vor.

Aufgrund $\lambda = 1/2$ vereinfachen sich die Bedingungen für die Existenz der Gleichgewichtstypen zwar drastisch, aber man benötigt dennoch eine komplizierte Rechnung, um in einem $t - \Delta k$ Diagramm genau zu identifizieren, in welchen Bereichen sich die unterschiedlichen Gleichgewichte befinden. Wir verweisen auf die Rechnung im Anhang und kommen direkt zur folgenden Grafik.

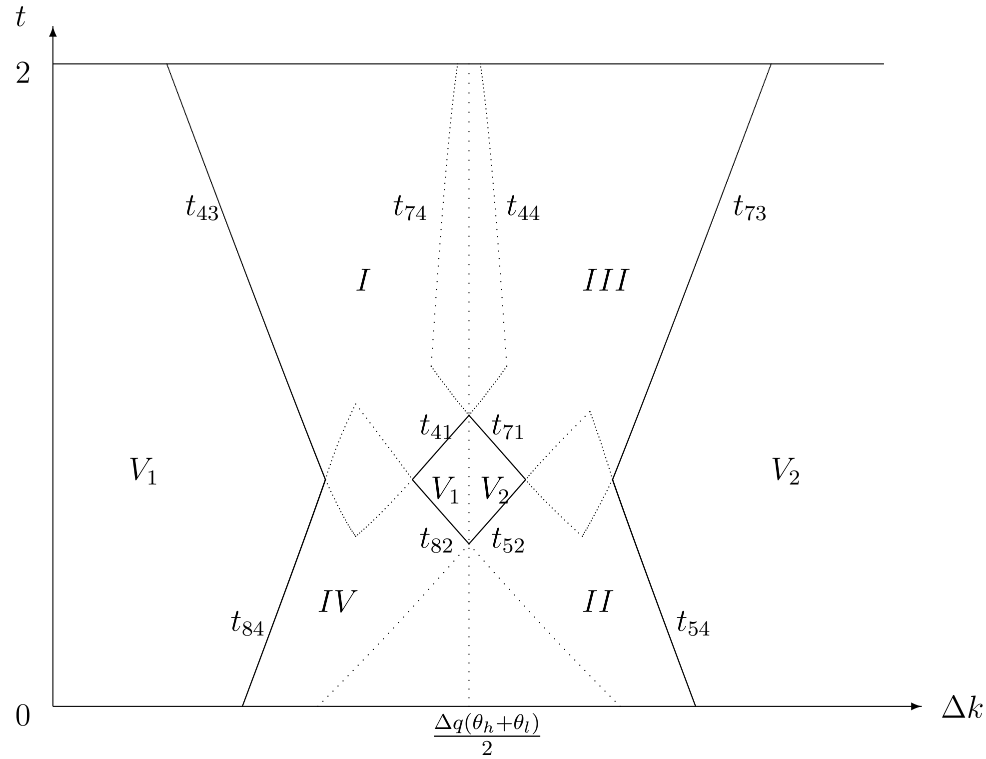

Abbildung 1: Die Gleichgewichte und deren zugehörigen Bereiche (wenn $\lambda = \frac{1}{2}$, $\frac{4}{5} \leq \Delta q(\theta_h - \theta_l) < \frac{2\sqrt{2}}{3}$)

In der Abbildung 1 sind sämtliche Gleichgewichte, die in der Proposition 1 geschildert weqrden, zu sehen. Wo sich die Gleichgewichte I bis IV befinden, wird in der Graphik ebenfalls mit I bis IV veranschaulicht. Im Bereich V bedienen die Firmen beide Konsumententypen. Allerdings haben wir $q_C = q_E = q_h$ in V_1 und $q_C = q_E = q_l$ in V_2. Da $\lambda = 1/2$ ist, ist das ganze Bild mit $\Delta k = \Delta q(\theta_h + \theta_l)/2$ als Achse symmetrisch. Wenn der Unterschied der Produktionskosten sehr klein ist, ziehen sowohl die konventionelle Firma als auch die Internet Firma die höhere Qualität vor. Wenn der Kostenunterschied sehr groß ist, ziehen beide Firmen die niedrige Qualität vor. Wenn sie es könnten, würden die Firmen in dem durch t_{82}, t_{41}, t_{71} und t_{52} eingegrenzten Bereich unterschiedliche Qualitäten auf den Market bringen. Aber sie müssen im Endeffekt die gleiche Qualität auswählen, weil sie in diesem Bereich die Konsumententypen nicht auseinander halten können. t_{82}, t_{41}, t_{71} und t_{52} bilden zusammen eine natürliche Grenze, in der die Firmen die identische Qualität anbieten müssen. Ansonsten wählen die beiden Anbieter verschiedene Qualitäten, um die Preiskonkurrenz abzuschwächen, wenn die Differenz der Produktionskosten weder zu hoch noch zu niedrig ist. Mit anderen Worten ist der Preiswettbewerb durch die unterschiedlichen Qualitätsentscheidungen von den Firmen entschärft.

Auf der Abbildung 1 sehen wir, dass in den Bereichen II und III eine Firma q_h und eine andere q_l wählt. Dadurch werden die Marktpreise hochgehalten. Aber wenn Δk weiter steigt, was auch bedeutet, dass die Produktion der hohen Qualität im Vergleich zur niedrigen Qualität viel mehr Kosten verursacht, dann übersteigt der Nachteil der hohen Kosten den Vorteil des hohen Preises ab einer bestimmten Grenze. Die Firma, die q_h wählt, kann nicht mehr mithalten und schwenkt zur q_l um. Genauso entscheiden sich die Firmen in dem Gebiet V_1 für q_h. Eine Erhöhung von Δk bedeutet, dass die Produktion für die Waren mit hoher Qualität zu teuer geworden ist. Dies veranlasst eine von den beiden Firmen auf q_l auszuweichen. Einerseits kann der Preiswettbewerb dadurch abgeschwächt werden. Andererseits ist auch der Kostenvorteil von q_l offensichtlich. Es gibt noch ein interessantes Phänomen zu beobachten: Wenn die Transportkosten relativ gering sind, hat die Internet Firma im Vergleich zu dem herkömmlichem Anbieter eine bessere Ausgangsposition auf dem Markt. Offensichtlich ist Firma E umso konkurrenzfähiger, je kleiner t ist. Um die Konkurrenz zu entschärfen, muss Firma C statt hoher Qualität niedrige Qualität wählen und nur Typ L Konsumenten bedienen, solange $\Delta k < \Delta q(\theta_h + \theta_l)/2$ ist. Daraus folgend erhalten wir den Bereich IV. Wenn $\Delta k \geq \Delta q(\theta_h + \theta_l)/2$ ist, wählt Firma C statt niedriger Qualität hohe Qualität und bedient nur Konsumententyp H. Dadurch entsteht Bereich II. Analog dazu: Wenn die Transportkosten relativ hoch sind, hat die konventionelle Firma eine bessere Ausgangsposition auf dem Markt als der Internet-Anbieter. Mit den gleichen Argumentationen bekommen wir I und III. In unserem Beispiel kann sich, wenn $\Delta k < \Delta q(\theta_h + \theta_l)/2$ ist und die Firmen verschiedenen Qualitäten wählen, diejenige, die eine stärkere Marktposition hat, mit q_h durchsetzen und ihre Waren allen Konsumententypen anbieten. Die andere versorgt nur den Konsumententyp L mit Waren mit Qualität q_l. Solange $\Delta k \geq \Delta q(\theta_h + \theta_l)/2$ ist und die Firmen verschiedenen Qualitäten wählen, wählt diejenige Firma, die die stärkere Marktposition hat, eine Produktqualität q_l und bedient die beiden Konsumententypen. Die andere kann nur dem Konsumententyp H mit Warenqualität q_h behilflich sein.

Darüber hinaus haben wir mit der Abbildung 1 gezeigt, dass es sowohl zwischen I und II als auch zwischen III und IV keine Überschneidung gibt. Stattdessen kann eine Überschneidung zwischen I und III, I und IV, III und II oder II und IV vorkommen. In den Bereichen, wo sich die punktierten Linien kreuzen, exstieren zwei Gleichgewichte. Welches Gleichgewicht von den beiden sich auf dem Markt auch tatsächlich durchsetzt, ist ein Koordinationsproblem, was wir hier nicht weiter vertiefen werden.

4.6 Zusammenfassung

In diesem Modell wird die endogene Qualitätsentscheidung in Verbindung mit E-Commerce untersucht. Wenn die unterschiedlichen Konsumententypen ein Produkt nicht nur offline sondern auch online kaufen können, liegen sowohl die Eigenschaft von vertikaler Produktdifferenzierung als auch die von horizontaler Produktdifferenzierung vor. Aber ein zweidimensionales Produktentscheidungsproblem ist nicht Gegenstand des Papers, denn wir legen die Standorte der Firmen vorab fest. Die Besonderheit des Modells beruht allerdings darauf, dass es eine räumliche Differenzierung zwischen Konsumenten gibt, wenn sie das Produkt von dem traditionellen Geschäft erwerben. Die räumliche Differenzierung verschwindet komplett, wenn sich die Kunden Waren von der Internet-Firma beschaffen. Aufgrund dieser Asymmetrie haben wir einige interessante Resultate in Bezug auf die Qualitätsentscheidung bekommen. Im Gleichgewicht können die Firmen identische sowie unterschiedliche Qualitäten wählen. Mit anderen Worten, man kann die Differenzierung in der vertikalen Dimension nicht automatisch ausschließen, wenn ex ante die Produktdifferenzierung in der horizontalen Dimension besteht. Für welche Qualität die Firmen sich letztendlich entscheiden, ist von der Parameterkonstellation abhängig. Wenn die Firmen genau gleiche Qualitäten einsetzen, bieten sie die Produkte allen Konsumententypen an. Wenn sie aber verschiedene Produktqualitäten wählen, legen sie eine Preiskombination fest, so dass im Gleichgewicht eine Firma beide Konsumententypen bedient und die andere Firma entweder q_h nur an Konsumententyp H oder q_l nur an Konsumententyp L verkauft. Abgesehen davon existiert in diesem Modell mindestens ein Gleichgewicht. In manchen Parameterkonstellationen könnten zwei Gleichgewichte parallel existieren.

Die oben genannten Ergebnisse basieren auf der Annahme, dass der Reservationspreis hoch genug ist. Es wäre interessant herauszufinden, was passieren würde, wenn diese Annahme aufgehoben wird. Eine weitere Anregung für die zukünftige Forschung ist, dass die Standortwahl der Firmen auch endogen entschieden werden kann. In dem Fall werden wir mit einem zweidimensionalen Produktentscheidungsproblem zu tun haben. Dieses Papier beschränkt sich jedoch auf den Duopol Fall. Die Ergebnisse können durchaus anders sein, wenn man die Situation eines Oligopols analysiert.

4.7 Anhang

Wenn $\lambda = 1/2$ ist, vereinfachen sich die Ausdrücke der Intervalle von t in Proposition 1 zu folgenden Ausdrücken.
Die Bedingung für die Existenz des Gleichgewichts I ist:
$\max\{0, t_{41} = \Delta q(2\theta_l - 3\theta_h) + \Delta k + 3, t_{43} = (\sqrt{2}+1)(\Delta q\theta_l - \Delta k + 2\sqrt{2} - 3)\} \leq t \leq \min\{2, t_{42} = \Delta k - \Delta q\theta_l + 3, t_{44} = (\sqrt{2}+1)(\Delta q\theta_l - \Delta k - \sqrt{2} + 3)\}$.
Die Bedingung für die Existenz des Gleichgewichts II heißt:
$\max\{0, t_{51} = \Delta k - \Delta q\theta_h - 2, t_{53} = (\sqrt{2}+1)(\Delta q\theta_h - \Delta k + 2\sqrt{2} - 4)\} \leq t \leq \min\{2, t_{52} = \Delta q(2\theta_h - 3\theta_l) + \Delta k - 2, t_{54} = (\sqrt{2}+1)(\Delta q\theta_h - \Delta k - \sqrt{2} + 2)\}$.
Die Bedingung für die Existenz des Gleichgewichts III lautet:
$\max\{0, t_{71} = \Delta q(3\theta_l - 2\theta_h) - \Delta k + 3, t_{73} = (\sqrt{2}+1)(\Delta k + 2\sqrt{2} - 3 - \Delta q\theta_h)\} \leq t \leq \min\{2, t_{72} = \Delta q\theta_h - \Delta k + 3, t_{74} = (\sqrt{2}+1)(3 + \Delta k - \sqrt{2} - \Delta q\theta_h)\}$.
Die Bedingung für die Exstenz des Gleichgewichts IV stimmt mit
$\max\{0, t_{81} = \Delta q\theta_l - \Delta k - 2, t_{83} = (\sqrt{2}+1)(2\sqrt{2} + \Delta k - 4 - \Delta q\theta_l)\} \leq t \leq \min\{2, t_{82} = \Delta q(3\theta_h - 2\theta_l) - \Delta k - 2, t_{84} = (\sqrt{2}+1)(2 + \Delta k - \sqrt{2} - \Delta q\theta_l)\}$
überein.
Wenn alle oben genannten Voraussetzungen nicht erfüllt sind, haben wir Gleichgewicht V_1, solange $\Delta k < \Delta\hat{k} = \Delta q(\theta_h + \theta_l)/2$ ist. Sonst kommt es zu Gleichgewicht V_2. Wir beginnen mit Gleichgewicht I. Sofern

$$\Delta k < \Delta k_{I1} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)(\Delta q(3\theta_h + \theta_l(\sqrt{2}-1)) - \sqrt{2} - 2)}{2}$$

gilt, haben wir $t_{43} \geq t_{41}$. Wenn

$$\Delta k \leq \Delta k_{I2} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)(\Delta q\theta_l(\sqrt{2}+2) + 2\sqrt{2} - 2)}{2}$$

ist, gilt $t_{42} \leq t_{44}$. Solange $\Delta q(\theta_h - \theta_l) \leq 1$ ist, stimmt $\Delta k_{I2} > \Delta k_{I1}$ immer. Wir haben $t_{43} < t_{42}$ und $t_{42} > 2$, wenn

$$\Delta k \geq \Delta k_{I3} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)(\Delta q\theta_l(\sqrt{2}+2) - \sqrt{2} - 2)}{2}$$

ist. Außerdem ist $\Delta k_{I3} < \Delta k_{I1}$ immer gewährleistet. Unter den Bedingungen $\Delta k < \Delta k_{I1}$ und $\Delta q(\theta_h - \theta_l) < 2\sqrt{2}/3$ sind $t_{41} > 0$ und $t_{43} > 0$ garantiert. Infolgedessen kommt Gleichgewicht I nicht vor, wenn $\Delta k < \Delta k_{I3}$ ist. Solange $\Delta k_{I3} \leq \Delta k < \Delta k_{I1}$ ist, existiert Gleichgewicht I in dem Bereich $t_{43} \leq t \leq 2$. Wenn $\Delta k_{I1} \leq \Delta k < \Delta k_{I2}$ ist, besteht Gleichgewicht I in dem Gebiet $t_{41} \leq t \leq 2$. Wenn

$$\Delta k \leq \Delta k_{I4} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)(\Delta q(3\theta_h + \theta_l(\sqrt{2}-1)) + 2\sqrt{2} - 2)}{2}$$

ist, bestehen $t_{41} < t_{44}$ und $t_{44} > 0$. Außerdem haben wir $t_{44} > 2$, solange

$$\Delta k \leq \Delta k_{I5} = (\sqrt{2}-1)(\Delta q\theta_l(\sqrt{2}+1)+2\sqrt{2}-1)$$

ist. Garantiert ist $\Delta k_{I5} > \Delta k_{I2}$. Unter der Voraussetzung $4/5 \leq \Delta q(\theta_h - \theta_l) < 2\sqrt{2}/3$ haben wir $\Delta k_{I5} < \Delta k_{I4}$. Deswegen existiert Gleichgewicht I im Bereich $t_{41} \leq t \leq 2$, wenn $\Delta k_{I2} \leq \Delta k < \Delta k_{I5}$ ist. Wenn $\Delta k_{I5} \leq \Delta k \leq \Delta k_{I4}$ ist, besteht das Gleichgewicht in $t_{41} \leq t < t_{44}$. Solange $\Delta k > \Delta k_{I4}$ ist, kommt das Gleichgewicht I nicht vor. Dadurch haben wir das Territorium für das Gleichgewicht I gefunden. Es wird durch t_{41}, t_{43}, t_{44} und $t = 2$ von anderen Gebieten abgegrenzt. Jetzt analysieren wir den Bereich von Gleichgewicht II. Solange

$$\Delta k < \Delta k_{II1} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)(\Delta q\theta_h(\sqrt{2}+2)-2\sqrt{2}+2)}{2}$$

ist, haben wir $t_{53} > t_{51}$ und $t_{54} > 2$. Wenn

$$\Delta k < \Delta k_{II2} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)(\Delta q(\theta_h(\sqrt{2}-1)+3\theta_l)+\sqrt{2}+2)}{2}$$

ist, bekommen wir $t_{52} < t_{54}$. Es gilt $t_{52} \geq 0$, nur wenn

$$\Delta k > \Delta k_{II3} = \Delta q(3\theta_l - 2\theta_h) + 2$$

ist. Analog dazu haben wir $t_{53} > 0$, wenn

$$\Delta k < \Delta k_{II4} = \Delta q\theta_h + 2\sqrt{2} - 4$$

ist. Vorausgesetzt, dass

$$\Delta k < \Delta k_{II5} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)(\Delta q\theta_h(\sqrt{2}+2)+\sqrt{2}+2)}{2}$$

ist, erhalten wir $t_{54} > t_{51}$. Die Beziehung $t_{52} > t_{51}$ stimmt immer. Solange $\Delta k \leq \Delta k_{II6} = 2 + \Delta q\theta_h$ ist, haben wir $t_{51} < 0$. Da $\Delta k_{II4} < \Delta k_{II3} < \Delta k_{II1} < \Delta k_{II2} < \Delta k_{II5} < \Delta k_{II6}$ besteht, kommt das Gleichgewicht II nicht vor, solange $\Delta k < \Delta k_{II3}$ ist. Unter der Bedingung $\Delta k_{II3} \leq \Delta k < \Delta k_{II2}$ existiert das Gleichgewicht II in dem Bereich $0 \leq t \leq t_{52}$. Sofern

$$\Delta k < \Delta k_{II7} = \Delta q\theta_h - \sqrt{2} + 2$$

ist, haben wir $t_{54} > 0$. Es gilt immer $\Delta k_{II7} < \Delta k_{II5}$. Nach der Annahme $4/5 \leq \Delta q(\theta_h - \theta_l) < 2\sqrt{2}/3$ haben wir $\Delta k_{II7} > \Delta k_{II2}$. Deshalb existiert Gleichgewicht II nicht unter der Bedingung $\Delta k > \Delta k_{II7}$. Wenn aber

$\Delta k_{II2} \leq \Delta k \leq \Delta k_{II7}$ ist, besteht das Gleichgewicht II in dem Bereich $0 \leq t \leq t_{54}$. Deswegen wird das Territorium von dem Gleichgewicht II durch t_{52}, t_{54} und $t = 0$ von anderen Gebieten abgegrenzt. Die Analyse des Territoriums von Gleichgewicht III ist mit der von Gleichgewicht I vergleichbar. Sofern

$$\Delta k < \Delta k_{III1} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)(\Delta q(\theta_h(\sqrt{2}-1)+3\theta_l)+\sqrt{2}+2)}{2}$$

gilt, haben wir $t_{71} \geq t_{73}$. Wenn

$$\Delta k \leq \Delta k_{III2} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)(\Delta q\theta_h(\sqrt{2}+2)-2\sqrt{2}+2)}{2}$$

ist, gilt $t_{72} \geq t_{74}$. Wir haben $t_{73} \leq t_{72}$ und $t_{72} \geq 2$, solange

$$\Delta k \leq \Delta k_{III3} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)(\Delta q\theta_h(\sqrt{2}+2)+\sqrt{2}+2)}{2}$$

ist. Garantiert ist$\Delta k_{III2} < \Delta k_{III1} < \Delta k_{III3}$. Falls

$$\Delta k \geq \Delta k_{III4} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)(\Delta q(\theta_h(\sqrt{2}-1)+3\theta_l)-2\sqrt{2}+2)}{2}$$

ist, besteht $t_{71} \leq t_{74}$. Außerdem ist $t_{74} \leq 2$ gewährleistet, wenn

$$\Delta k \leq \Delta k_{III5} = (\sqrt{2}-1)(\Delta q\theta_h(\sqrt{2}+1)-2\sqrt{2}+1)$$

ist. Unter der Bedingung $\Delta q(\theta_h - \theta_l) \geq 4/5$ ist $\Delta k_{III5} > \Delta k_{III4}$ garantiert. Im Intervall $\Delta k \in [\Delta k_{III4}, \Delta k_{III1}]$ gilt $t_{71} \geq 0$ unter der Voraussetzung $\Delta q(\theta_h - \theta_l) < 2\sqrt{2}/3$. Deshalb gibt es kein Gleichgewicht III bei $\Delta k < \Delta k_{III4}$. Für $\Delta k \in [\Delta k_{III4}, \Delta k_{III5}]$ existiert das Gleichgewicht im Bereich $t \in [t_{71}, t_{74}]$. Für $\Delta k \in [\Delta k_{III5}, \Delta k_{III1}]$ besteht Gleichgewicht III im Bereich $t \in [t_{71}, 2]$. Für $\Delta k \in [\Delta k_{III1}, \Delta k_{III3}]$ gibt es das Gleichgewicht im Bereich $t \in [t_{73}, 2]$. Gleichgewicht III kommt nicht vor, wenn $\Delta k > \Delta k_{III3}$ ist. Das Territorium von Gleichgewicht III wird durch t_{71}, t_{73}, t_{74} und $t = 2$ von anderen Gebieten abgegrenzt. Zum Schluss untersuchen wir Gleichgewicht IV. Im Fall

$$\Delta k < \Delta k_{VI1} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)(\Delta q\theta_l(\sqrt{2}+2)+2\sqrt{2}-2)}{2}$$

haben wir $t_{81} > t_{83}$. Wenn

$$\Delta k < \Delta k_{VI2} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)(\Delta q(\theta_l(\sqrt{2}-1)+3\theta_h)-\sqrt{2}-2)}{2}$$

ist, besteht $t_{82} > t_{84}$. Wegen

$$\Delta k < \Delta k_{VI3} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)(\Delta q(\theta_l(\sqrt{2}-1)+3\theta_h)+2\sqrt{2}-2)}{2}$$

ist $t_{83} < t_{82}$. Die Beziehung $\Delta k_{VI3} > \Delta k_{VI1} > \Delta k_{VI2}$ stimmt immer. Zusätzlich haben wir $t_{84} \geq 0$ für den Fall

$$\Delta k > \Delta k_{VI4} = \Delta q\theta_l + \sqrt{2} - 2.$$

Wir erhalten $t_{82} > 0$, wenn

$$\Delta k < \Delta k_{VI5} = \Delta q(3\theta_h - 2\theta_l) - 2$$

ist. Unter der Voraussetzung $4/5 \leq \Delta q(\theta_h - \theta_l) < 2\sqrt{2}/3$ haben wir $\Delta k_{VI4} < \Delta k_{VI2} < \Delta k_{VI1} < \Delta k_{VI5} < \Delta k_{VI3}$. Im Intervall $\Delta k \in [\Delta k_{VI4}, \Delta k_{VI5}]$ sind $t_{81} < 0$, $t_{83} < 0$, $t_{82} < 2$ und $t_{84} < 2$ garantiert. Für $\Delta k < \Delta k_{VI4}$ oder $\Delta k > \Delta k_{VI5}$ kommt Gleichgewicht VI nicht vor. Es existiert das Gleichgewicht im Bereich $0 \leq t \leq t_{84}$ für $\Delta k \in [\Delta k_{VI4}, \Delta k_{VI2}]$. Für $\Delta k \in [\Delta k_{VI2}, \Delta k_{VI5}]$ existiert das Gleichgewicht im Bereich $0 \leq t \leq t_{82}$. Deswegen wird das Territorium von dem Gleichgewicht II durch t_{82}, t_{84} und $t = 0$ von anderen Gebieten abgegrenzt. Mit $\Delta\hat{k} = \Delta q(\theta_h + \theta_l)/2$ als Grenzlinie werden die übrigen Gebiete von dem $t - \Delta k$ Diagramm durch V_1 und V_2 geteilt. Da t_{52} und t_{82} sich mit $\Delta\hat{k}$ schneiden, existieren in dem Gebiet mit t_{52}, t_{82} und $t = 0$ als Grenzlinien Gleichgewicht II und IV parallel. Analog dazu schneiden sich t_{41} und t_{71} auch mit $\Delta\hat{k}$. Wenn $t = 2$ und $\Delta k_{I5} > \Delta k_{III5}$ ist, existieren in dem Gebiet mit t_{41}, t_{71}, t_{74}, t_{44} und $t = 2$ als Grenzlinien Gleichgewicht I und III parallel. Aufgrund $\Delta k_{I1} = \Delta k_{VI2}$ und $t_{84}(\Delta k = \Delta k_{VI2}) > t_{43}(\Delta k = \Delta k_{I1})$ existieren in dem Gebiet mit t_{41}, t_{43}, t_{82} und t_{84} als Grenzlinien zwei Gleichgewichte parallel, nämlich I und IV. Analog dazu gibt es aufgrund $\Delta k_{II2} = \Delta k_{III1}$ und $t_{54}(\Delta k = \Delta k_{II2}) > t_{73}(\Delta k = \Delta k_{III1})$ in dem Gebiet mit t_{71}, t_{73}, t_{52} und t_{54} als Grenzlinien zwei Gleichgewichte, nämlich II und III.