

Kapitel 1

Einführung

Im Standardmodell der Teilchenphysik werden die Wechselwirkungen zwischen Elementarteilchen durch quantisierte Eichfeldtheorien beschrieben. Das erste Beispiel einer solchen Theorie war die Quantisierung der Elektrodynamik, einer Eichfeldtheorie mit Eichgruppe $U(1)$.

Von Yang und Mills wurde das Konzept einer Eichfeldtheorie auf nichtabelsche Eichgruppen verallgemeinert. In der Quantenchromodynamik werden die Wechselwirkungen zwischen Quarks und Gluonen durch eine Eichfeldtheorie mit Eichgruppe $SU(3)$ beschrieben. Gross, Wilczek und Politzer erkannten, daß solche nichtabelsche Eichfeldtheorien *asymptotisch frei* sind: Die Stärke der Wechselwirkung nimmt bei großen Impulsüberträgen ab, und bei sehr hohen Energien verhalten sich die Quarks fast wie freie Teilchen. Damit fand eine der wesentlichen Annahmen des Partonmodells von Björken und Feynman ihre theoretische Grundlage.

Aufgrund der asymptotischen Freiheit können Prozesse bei großen Energieskalen mit den Methoden der Störungstheorie beschrieben werden. Andererseits wird die Kopplungskonstante bei kleinen Energien groß, und die Störungstheorie ist in diesem Bereich nicht anwendbar.

Wilson schlug vor, die Quantenchromodynamik auf einem diskreten Raum-Zeit-Gitter numerisch zu behandeln. Damit ist es möglich, nichtstörungstheoretische Rechnungen im Bereich kleiner Energien durchzuführen.

Die Vorhersagen der Quantenchromodynamik werden wesentlich von den Symmetrien der zugrundeliegenden Wirkung bestimmt. Von besonderer Bedeutung für die Phänomenologie der leichten Hadronen ist die *chirale Symmetrie* und ihre spontane Brechung: Zwar ist die Wirkung der QCD invariant unter chiralen Transformationen, nicht aber der Grundzustand der Theorie. Nach dem Goldstone-Mechanismus hat dies die Existenz leichter pseudoskalarer Mesonen, der Goldstone-Bosonen, zur Folge. Die Wechselwirkungen dieser Teilchen untereinander und mit anderen Hadronen werden für kleine Impulsüberträge durch die chirale Symmetrie festgelegt.

Die Formulierung einer Gittereichtheorie, die die chirale Symmetrie respektiert, erwies sich als ein hartnäckiges Problem, das erst in den letzten Jahren zufriedenstellend gelöst werden konnte. Als wesentlich erwies sich dabei eine von Ginsparg und Wilson angegebene

Gleichung für den diskretisierten Diracoperator. Der von Neuberger konstruierte Overlap-Operator erfüllt die Ginsparg-Wilson-Relation; damit ist es möglich, chirale Fermionen auf dem Gitter zu simulieren.

Die chirale Symmetrie des Overlap-Operators wird um den Preis großer numerischer Komplexität erkaufte. Um dennoch Simulationen auf Gittern eines ausreichend großen Volumens durchführen zu können, ist man daher noch auf die Valenzquarknäherung angewiesen, bei der die Effekte dynamischer Quarksschleifen vernachlässigt werden. Darüberhinaus nimmt die Komplexität der Rechnungen mit abnehmender Quarkmasse zu, so daß es nicht möglich ist, die Theorie bei den physikalischen Werten der Quarkmassen zu simulieren. Da die Abhängigkeit hadronischer Observablen im Rahmen der chiralen Störungstheorie berechnet werden kann, ist es möglich, die Ergebnisse zur physikalischen Quarkmasse zu extrapolieren.

In dieser Arbeit untersuchen wir die 2-Flavour-QCD auf dem Gitter in der Valenzquarknäherung mit Overlap-Fermionen bei einem festen Wert des Gitterabstandes in einem Bereich der Quarkmasse, der $300\text{MeV} \leq m_\pi \leq 1\text{GeV}$ entspricht. Wir untersuchen Hadronmassen, Nukleonmatrixelemente sowie spektrale Eigenschaften des Diracoperators.

Von besonderem Interesse ist dabei das Matrixelement v_{2b} , das in der Operatorproduktentwicklung der unpolarisierten Nukleon-Strukturfunktion auftritt. Sämtliche bisherigen Rechnungen im Rahmen der Gittereichtheorie führen zu Ergebnissen, die deutlich ($\approx 50\%$) vom experimentellen Wert abweichen (siehe z.B. [1]). In dieser Arbeit bestimmen wir v_{2b} bei Quarkmassen, die kleiner sind als in bisherigen Arbeiten. Die Diskrepanz zum Experiment kann damit nicht ausgeräumt werden: Wir erhalten $v_{2b}^{\overline{\text{MS}}} = 0.25(1)$, während der experimentelle Wert bei $v = 0.16$ liegt [2]. Für eine Untersuchung mit Domain-Wall-Fermionen, die zu ähnlichen Ergebnissen kommt, siehe [3]. Unser Ergebnis für die axiale Ladung des Nukleons ist $g_A = 1.13(2)$; der experimentelle Wert ist $g_A^{\text{exp}} = 1.267$. Diese Diskrepanz liegt im Rahmen dessen, was angesichts der von uns gemachten Näherungen (Valenzquarknäherung, fehlende Kontinuumsextrapolation) zu erwarten ist. Das Gleiche gilt für die auf dem Gitter berechnete Nukleonmasse, die um etwa 10% vom experimentellen Wert abweicht. Aus der Verteilung der Nullmoden des Diracoperators bestimmen wir die topologische Suszeptibilität zu $(165(4)\text{MeV})^4$. Aus der spektralen Dichte des Diracoperators bestimmen wir die Konstanten Σ und δ der chiralen Störungstheorie.

Zur Durchführung der Simulationen haben wir Computerprogramme implementiert, die Eichfeldkonfigurationen erzeugen, Propagatoren sowie Eigenvektoren und -werte berechnen und daraus schließlich die zur Bestimmung der physikalischen Observablen benötigten Korrelationsfunktionen bilden.