

Block-zerlegbare divisible Designs

Sabine Giese

Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
am Fachbereich Mathematik und Informatik
der Freien Universität Berlin
2005

Gutachter: Prof. Dr. R.-H. Schulz
Freie Universität Berlin

PD Dr. D. Hachenberger
Universität Augsburg

Tag der Disputation: 16.11.2005

meiner Familie gewidmet

Elke & Alfred
Christiane & Jörg
Poldi & Pepp
Erika & Alfred

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich recht herzlich bei Herrn Prof. Dr. R.-H. Schulz für die sehr nette Betreuung meiner Arbeit bedanken. Stets nahm er sich die Zeit für anregende, konstruktive Gespräche und war neuen Ideen gegenüber aufgeschlossen.

Mein Dank gilt auch Herrn PD Dr. D. Hachenberger für die bereitwillige Übernahme des Zweitgutachtens.

Ebenfalls bedanken möchte ich mich bei Herrn Prof. Dr. H. Havlicek für seine hilfreichen Anregungen. Er lenkte den Blick auf völlig neue Betrachtungsmöglichkeiten.

Auch Herrn Prof. Dr. U. Kortenkamp möchte ich für seine wertvolle Unterstützung meinen speziellen Dank aussprechen.

Herrn C. v. Stuckrad, Herrn M. Wilhelm, sowie Herrn J. Heringlehner möchte ich dafür danken, dass man sich bei Computerproblemen aller Art stets auf ihren kompetenten Rat verlassen konnte.

Nicht unerwähnt bleiben dürfen die Sekretärinnen des 2. mathematischen Instituts der Freien Universität Berlin, die durch ihre absolut hilfsbereite und fröhliche Art eine ausgesprochen angenehme Arbeitsatmosphäre geschaffen haben.

Mein ganz besonderer Dank gilt meiner Familie, die mir jederzeit mit Rat und Tat zur Seite stand und mich in jeder Hinsicht ausgezeichnet unterstützt hat - Danke !

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	xi
1 Grundlagen	1
1.1 Einige Inzidenzstrukturen	1
1.1.1 Divisible Designs	3
1.1.2 Ein wichtiger Spezialfall divisibler Designs: t -Designs	9
1.1.3 Ein Spezialfall von t -Designs: Taktische Konfigurationen	11
2 Block-Zerlegbarkeit divisibler Designs	12
2.1 Das Konzept der Block-Zerlegbarkeit	12
2.1.1 Erste einfache Resultate zur Erstellung block-zerlegbarer t -DDs	15
2.2 Identifikation block-zerlegbarer divisibler Designs	17
2.2.1 Inzidenzmatrizen block-zerlegbarer divisibler Designs	18
2.3 Andere Konzepte im Vergleich	21
2.3.1 Zerlegung in Faktoren	22
2.3.2 Large sets of disjoint DDs	22
2.3.3 Generalized Frames	23
2.3.4 \mathcal{A} -Auflösbarkeit von DDs	24
2.3.5 $(\lambda, \alpha; k)$ -Frames	25
2.3.6 (k, λ) -Semiframes	27
2.3.7 Zerlegung von Differenzmengen	27
2.3.8 d -Halbierbarkeit und d -Zerlegbarkeit in Faktoren	31
3 Konstruktionen block-zerlegbarer divisibler Designs	33
3.1 Konstruktionen mit Speras Konstruktionsprinzip	33
3.1.1 <i>Beispiel 1</i> : Konstruktion divisibler Designs mit Hilfe von Translationsebenen	36
3.1.1.1 Untersuchung zur Block-Zerlegbarkeit	37
3.1.2 <i>Beispiel 2</i> : Konstruktion divisibler Designs mit Hilfe eines 3-dimensionalen projektiven Raumes	40
3.1.2.1 Untersuchung zur Block-Zerlegbarkeit	43
3.1.3 <i>Beispiel 3</i> : Konstruktion divisibler Designs mit Hilfe eines 4-dimensionalen projektiven Raumes	46
3.1.3.1 Konstruktion einer t - R -transitiven R -Gruppe	46
3.1.3.2 Konstruktion von DDs aus einem Ovaloid in $PG(3, q)$	48
3.1.3.3 Untersuchung zur Block-Zerlegbarkeit	52
3.1.4 <i>Beispiel 4</i> : Konstruktion divisibler Designs mit Hilfe einer Laguerre Geometrie über dem endlichen Körper $GF(q)$	53
3.1.4.1 Ein wenig klassische Laguerre Geometrie	54

3.1.4.2	Laguerre Geometrie über $GF(q)$ und DDs	55
3.1.4.3	Vergleich von Konstruktionen	58
3.1.4.4	Eine Verallgemeinerung: Kettengeometrien und DDs	62
3.1.4.5	Untersuchung zur Block-Zerlegbarkeit	63
3.2	Eine weitere Konstruktion block-zerlegbarer divisibler Designs	64
3.2.1	Konstruktion (A)	64
3.2.1.1	Untersuchung zur Block-Zerlegbarkeit	74
3.2.2	Verwendung t -balancierter Starter-Designs	79
3.2.3	Verwendung von strukturierten Starter-Designs	84
3.2.3.1	Das Starter-Design sei block-zerlegbar	86
3.2.3.2	Das Starter-Design sei in Faktoren zerlegbar	90
3.2.3.3	Das Starter-Design sei \mathcal{A} -auflösbar	91
3.2.3.4	Das Starter-Design sei ein $(\lambda, \alpha; k)$ -Frame	93
3.2.3.5	Das Starter-Design sei ein (k, λ) -Semiframe	95
3.2.3.6	Das Starter-Design sei durch einen generalized Frame induziert	97
3.2.3.7	Das Starter-Design sei ein Large set of disjoint DDs	99
3.2.3.8	Das Starter-Design sei ein symmetrisches Design $\mathbf{D} = \text{dev } D$	100
4	Äussere DDs block-zerlegbarer divisibler Designs	102
4.1	Das Konzept	102
4.1.1	Charakterisierung von DDs mit äußerem DD	102
4.1.2	Inzidenzmatrizen äußerer divisibler Designs	103
4.1.3	Untersuchung zu äußeren DDs	104
5	Die duale Translationsgruppe	106
6	Block-zerlegbare divisible Designs und ihre Codes	112
6.1	t -divisible Designs und assoziierte CW-Codes	113
6.1.1	Existenz von CW-Codes	114
6.1.2	Zerlegbarkeit von CW-Codes	115
6.1.3	Automorphismengruppen	115
6.1.4	Der Minimalabstand	117
6.1.5	Der Minimalabstand spezieller t -DDs und ihrer Codes	120
6.1.6	Der Minimalabstand und Konstruktion (A)	121
	Zusammenfassung der Ergebnisse und Ausblick	123
	Literaturverzeichnis	129
	Anhang	137