Zusammenfassung

In dieser Arbeit werden Spiralwellen in zweidimensionalen erregbaren Medien untersucht. Als mathematisches Modell dient die Kinematische Theorie, die Spiralwellen in schwach erregbaren Medien als Kurven mit einem freien Ende modelliert. Dabei wird die Wellenausbreitung durch eine Normalengeschwindigkeit U entlang der Kurve und eine Tangentialgeschwindigkeit G in der Spitze beschrieben. Es ergibt sich für die Krümmung folgende Differentialgleichung:

$$\kappa_t + U_{ss} + \left(\kappa \int_0^s \kappa U \mathrm{d}\sigma\right)_s + G\kappa_s = 0, \quad s \geq 0, \quad t \in \mathbb{R}$$
$$\kappa(t,0) = \kappa_0(t).$$

Singuläre Störungsmethoden deuten auf eine affin-lineare Abhängigkeit $U = c - D\kappa$ der Normalengeschwindigkeit von der Krümmung κ hin, [Zyk80b, MK83, Fif84]. Starr rotierende Spiralwellenlösungen dieser Gleichung, $\kappa_t \equiv 0$, existieren und sind asymptotisch Archimedische Spiralwellen, [FGT06].

Die Eikonalheorie vereinfacht weiter zu einer krümmungsunabhängigen Normalengeschwindigkeit $U = c(t)$. Eine zeitlich variierende externe Anregung wird dabei durch zeitabhängige Systemparameter $c(t)$, $G(t)$ und $\kappa_0(t)$ modelliert. In [MDZ94] führt die Einführung des negativen Tangentenwinkels $w(t,s) := \int_0^s \kappa(t,\sigma)\mathrm{d}\sigma$ auf folgende nichtlineare hyperbolische Erhaltungsgleichung, die mittels Charakteristiken gelöst werden kann:

$$w_t + (c(t)w + G(t))w_s = G(t)\kappa_0(t)$$
$$w(t,0) = 0.$$

In dieser Arbeit wird gezeigt, dass die Erhaltungsgleichung Spiralwellenlösungen besitzt. Die Lösungen müssen aber nicht asymptotisch Archimedisch sein. Vielmehr darf der Wellenfrontabstand variieren, bleibt aber beschränkt, wenn die Systemparameter beschränkt sind. Es wird gezeigt, dass die Spiralspitze Drift-, Mäander- und noch komplexere Dynamiken durchführen kann. Diese Dynamiken spiegeln sich auch in überlagerten Mustern in der gesamten Spiralwelle wider: Analytisch werden Superspiralstrukturen in dem nichtlinearen Modell nachgewiesen. Eingegangen wird auch auf die Kontrolle der Dynamik der Spiralspitze.

Abgeschlossen wird mit einem Vergleich der kinematischen und eikonalen Theorie für starr rotierende Spiralwellen.