

Kapitel 6

Eine Heuristik für das mehrstufige Losgrößenproblem mit Kapazitätsbeschränkungen

Das mehrstufige Losgrößenproblem mit Kapazitätsbeschränkungen ist ein kombinatorisches Optimierungsproblem, bei dem die Anzahl der Rüstpläne, die Kombination von allen binären Rüstvariablen, exponentiell mit der Anzahl der Rüstvariablen steigt. Auch durch beschränkte Enumerationsmethoden wie dem Branch&Bound und dem Branch&Cut lässt sich das MLCLSP im Allgemeinen nicht optimal lösen. Kleinere Probleminstanzen mit einer geringen Anzahl von Binärvariablen können aber bereits mit der heute verfügbaren Optimierungssoftware in kurzer bis vertretbarer Zeitdauer gelöst werden.¹ Dies kann man in einem heuristischen Lösungsverfahren für das MLCLSP nutzen, indem man das originäre, nicht lösbare Problem durch mehrere beherrschbare Teilprobleme löst. Die Folge, in der die einfachen Teilprobleme gelöst werden, muss so angeordnet sein, dass die Lösungen der Teilprobleme eine Lösung des MLCLSP ist. Ein solches heuristisches Verfahren und die numerische Untersuchung des Verfahrens werden in diesem Kapitel dargestellt. Das Kapitel ist wie folgt organisiert: Zuerst wird eine zeitorientierte Zerlegung des gesamten Problems sowie die Modellformulierung für die Teilprobleme eingeführt. Varianten des Grundmodells und Zusatzrestriktionen, durch die das Modell ergänzt werden kann, werden dargestellt. Die Probleminstanzen, an denen das Verfahren getestet wird, werden im zweiten Abschnitt beschrieben. Im dritten und vierten Abschnitt werden die numerischen Untersuchungen dargestellt und ausgewertet.

¹ Vgl. z.B. [Sta96], S. 572 ff. oder [Der95], S. 152 ff.

6.1 Ein heuristisches Dekompositionsverfahren für das MLCLSP

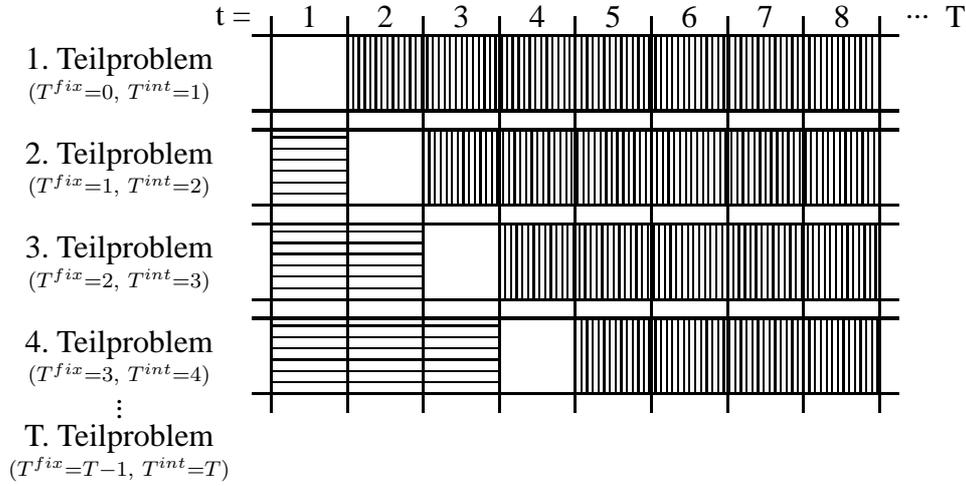
Bei einer zeitorientierten Zerlegung des MLCLSP ergeben sich die Teilprobleme dadurch, dass immer nur ein Teil der binären Rüstvariablen im Modell MLCLSP ganzzahlig berücksichtigt wird. Welche Rüstvariablen ganzzahlig berücksichtigt werden, ergibt sich für das jeweilige Teilproblem aus der zeitlichen Reihenfolge, in der die Teilprobleme gelöst werden. Eine einfache Zerlegung ergibt sich z.B., wenn nur die binären Rüstvariablen der ersten Periode des Modells MLCLSP ganzzahlig berücksichtigt und die restlichen Binärvariablen relaxiert² werden. Löst man dieses Teilproblem, erhält man eine ganzzahlige Lösung für die erste Periode, wobei die Rüstzeiten und Rüstkosten für den restlichen Planungshorizont relaxiert berücksichtigt sind. Fixiert man die Rüstvariablen der ersten Periode auf die Werte der ganzzahligen Lösung, betrachtet die zweite Periode ganzzahlig und die restlichen Rüstvariablen wieder relaxiert, so erhält man das zweite Teilproblem. Die Lösung des zweiten Teilproblems ergibt eine ganzzahlige Lösung für die ersten beiden Perioden. Nachdem die Rüstvariablen für die zweite Periode fixiert worden sind, kann das Verfahren fortgesetzt werden. Wird das Verfahren bis zum Planungshorizont T durchgeführt, ergibt sich eine Lösung für das gesamte Problem.³ Dieses Verfahren ist in Abbildung 6.1 dargestellt, wobei die längsgestreiften Kästchen relaxierte, die quergestreiften Kästchen fixierte und die leeren Kästchen ganzzahlige Perioden kennzeichnen. γ ist die Anzahl der ganzzahligen Perioden, T_{fix} die letzte Periode in der die Rüstvariable fixiert und T_{int} die letzte Periode in der die Rüstvariable ganzzahlig ist.

In dem Beispiel in Abbildung 6.1 wird nur eine Periode ganzzahlig berücksichtigt. Die Anzahl der Perioden, für die die Rüstvariablen ganzzahlig betrachtet werden, kann variiert werden. Je größer die Anzahl der ganzzahligen Variablen ist, um so zeitaufwendiger ist es, das Teilproblem zu lösen.⁴ Allgemeiner lässt sich das Verfahren durch die Breite des Zeitfensters γ , das ist die Anzahl der ganzzahlig betrachteten Perioden im Teilproblem, beschreiben. Die Parameter T_{fix} und T_{int} , die angeben bis zu welcher Periode die Rüstentscheidungen fixiert sind und bis zu welcher Periode die Rüstentscheidungen ganzzahlig berücksichtigt werden, ergeben sich durch $T_{int} = T_{fix} + \gamma$, wenn die Lösung der Teilprobleme in aufsteigender Ordnung der Perioden erfolgt.

² Die Relaxation einer binären Variablen bedeutet, dass sie jeden Wert zwischen null und eins annehmen darf.

³ Sind keine Rüstzeiten zu berücksichtigen, ist die Lösung zulässig, falls eine zulässige Lösung existiert. Sind Rüstzeiten zu berücksichtigen, kann das Verfahren ohne zulässige Lösung enden, obwohl eine zulässige Lösung existiert.

⁴ Zudem ist es bei mehreren ganzzahlig betrachteten Rüstvariablen möglich, die Anzahl der fixierten Perioden θ in einer Iteration zwischen einer Periode und der Größe des Zeitfensters zu wählen. Gleichzeitige Fixierungen von Variablen aus mehreren Perioden erwiesen sich in Voruntersuchungen als ungünstig, so dass $\theta = 1$ gesetzt wurde. Vgl. auch Stadler [Sta00b], S. 23 ff.

Abbildung 6.1: Zeitorientierte Zerlegung des MLCLSP mit $\gamma = 1$

Die Teilmodelle einer zeitorientierten Zerlegung des MLCLSP ergeben sich in Abhängigkeit von T^{fix} und T^{int} aus einer Zielfunktion, Lagerbilanzgleichungen, Kapazitätsrestriktionen und logischen Bedingungen. Mit den zusätzlichen Variablen z_{pt}^{rel} für die relaxierten Rüstvariablen und den Parametern z_{pt}^{fix} für die fixierten Rüstvariablen lässt sich das Modell wie folgt formulieren.

$MLCLSP_{T^{fix}, T^{int}}^{Sub}$

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{p=1}^{|P|} \left(\sum_{t=1}^T (h_p y_{pt} + c_{pt} x_{pt}) + \sum_{t=1}^{T^{fix}} f_p z_{pt}^{fix} \right. \\ & \left. + \sum_{t=T^{fix}+1}^{T^{int}} f_p z_{pt} + \sum_{t=T^{int}+1}^T f_p z_{pt}^{rel} \right) \\ & + \sum_{m=1}^R \sum_{t=1}^T oc_{mt} o_{mt} \end{aligned} \quad (6.1)$$

$$s.t. \quad y_{pt-1} + x_{pt} - \sum_{i \in N(p)} r_{pi} x_{it} - d_{pt}^{prim} = y_{pt} \quad \forall p, t \quad (6.2)$$

$$\sum_{p=1}^{|P|} (s_{pm} z_{pt} + a_{pm} x_{pt}) \leq C_{mt} + o_{mt} \quad \forall m, t \in T^{fix+1}..T^{int} \quad (6.3)$$

$$\sum_{p=1}^{|P|} (s_{pm} z_{pt}^{fix} + a_{pm} x_{pt}) \leq C_{mt} + o_{mt} \quad \forall m, t \in 1..T^{fix} \quad (6.4)$$

$$\begin{aligned} \sum_{p=1}^{|P|} (s_{pm} z_{pt}^{rel} + a_{pm} x_{pt}) \\ \leq C_{mt} + o_{mt} - C_{mt}^{rel} \quad \forall m, t \in T^{int+1}..T \end{aligned} \quad (6.5)$$

$$x_{pt} - z_{pt}^{fix} M_{pt} \leq 0 \quad \forall p, t \in 1..T^{fix} \quad (6.6)$$

$$x_{pt} - z_{pt} M_{pt} \leq 0 \quad \forall p, t \in T^{fix+1}..T^{int} \quad (6.7)$$

$$x_{pt} - z_{pt}^{rel} M_{pt} \leq 0 \quad \forall p, t \in T^{int+1}..T \quad (6.8)$$

$$\sum_{m=1}^R \sum_{t=1}^T o_{mt} \leq M^o \quad (6.9)$$

$$x_{pt} \geq 0 \quad \forall p, t \quad (6.10)$$

$$o_{mt} \geq 0 \quad \forall m, t \quad (6.11)$$

$$z_{pt} \in \{0, 1\} \quad \forall p, t \in T^{fix+1}..T^{int} \quad (6.12)$$

$$0 \leq z_{pt}^{rel} \leq 1 \quad \forall p, t \in T^{int+1}..T^{fix} \quad (6.13)$$

$$y_{pt} \geq 0 \quad \forall p, t \quad (6.14)$$

In der Zielfunktion (6.2) werden die Lager- und Rüstkosten im gesamten Planungshorizont minimiert. Überstunden o_{mt} auf Ressource m in Periode t werden mit den Überstundenkosten oc_{mt} berücksichtigt. Die Lagerbilanzgleichung (6.2) verhindert Fehlmengen. Die Kapazitätsrestriktionen (6.3-6.5) bewirken, dass nicht mehr Kapazität verplant wird als vorhanden ist bzw. Überstunden eingeplant werden. Der Parameter C_{mt}^{rel} in Gleichung (6.5) ist nur im Fall von Rüstzeiten relevant. Durch ihn wird die Unterschätzung der Rüstzeiten in den relaxiert betrachteten Perioden berücksichtigt. Auf die Berechnung von C_{mt}^{rel} wird im folgenden Unterabschnitt genauer eingegangen. Die Gleichungen (6.6 und 6.7) sind die logischen Bedingungen, die dafür sorgen, dass nur produziert werden kann, wenn vorher gerüstet wurde. Die Ungleichung 6.9 beschränkt die Anzahl der gesamten Überstunden nach oben.

Der Ablauf des gesamten Verfahrens bei einer Lösung der Teilprobleme in aufsteigender Reihenfolge der Perioden ist in Abbildung 6.2 noch einmal zusammenfassend dargestellt. Das Modell $MLCLSP_{T^{fix}, T^{int}}^{Sub}$ wird für alle $T^{int} = \gamma, \dots, T$ gelöst. Nachdem ein Modell $MLCLSP_{T^{fix}, T^{int}}^{Sub}$ gelöst wurde, werden die Rüstvariablen für die Periode $T^{fix} + 1$ fixiert und die Zeitpunkte T^{fix} und T^{int} inkrementiert. Zwischen den Teilproblemen werden die Werte der fixierten Rüstvariablen übergeben.

6.1.1 Kapazitätsanpassung im Fall von Rüstzeiten

Bei Losgrößenproblemen mit Rüstzeiten werden in den Perioden, in denen die Rüstvariablen relaxiert sind, die Rüstzeiten nicht vollständig berücksichtigt. Dies führte in Voruntersuchungen dazu, dass häufig keine zulässige Lösung durch die Heuristik gefunden werden konnte. Um die Lösbarkeit zu verbessern, kann die Kapazität C_{mt} durch den Anpassungsfaktor C_m^{rel} in den relaxierten Perioden verringert werden.⁵ Der Kapazitätsanpassungsfaktor C_m^{rel} wurde immer als Vielfaches der durchschnittlichen Kapazitätsbelegung durch die Rüstzeiten der Produkte, welche

⁵ Vgl. Gleichung 6.5.

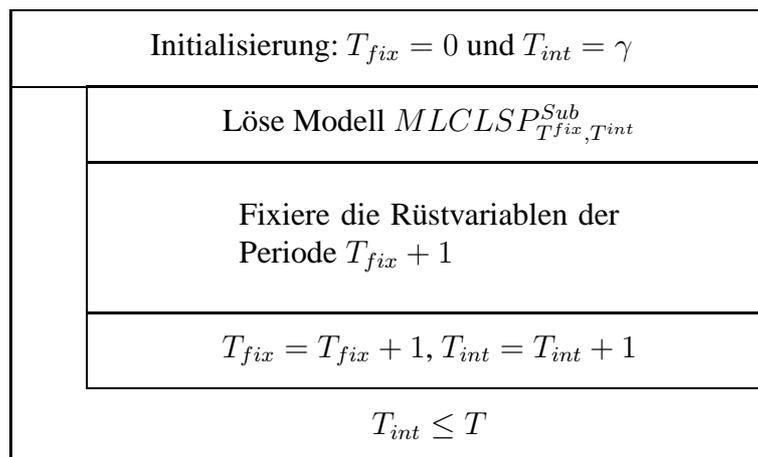


Abbildung 6.2: Ablauf des heuristischen Verfahrens bei einer Lösung der Teilprobleme in Reihenfolge von aufsteigenden Periodenwerten

auf Ressource m produziert werden, variiert

$$C_m^{rel} = \eta \cdot \frac{\sum_{\substack{p \in P \\ s_{mp} > 0}} s_{mp}}{\sum_{\substack{p \in P \\ s_{mp} > 0}} 1}$$

mit $\eta \in \{0, 1, \dots, \sum_{\substack{p \in P \\ s_{mp} > 0}} 1\}$. Wird η gleich der Anzahl der Produkte, die auf Ressource m produziert werden gewählt, entspricht dies einem Kapazitätsverbrauch wie bei einer Los für Los Produktion. Da zusätzlich noch ein Ressourcenverbrauch durch die relaxierten Rüstzeiten in Ungleichung (6.5) berücksichtigt wird, wird dadurch die Kapazität um mehr Einheiten verringert, als überhaupt durch die Rüstzeiten verbraucht werden kann. Deshalb sollte η kleiner als $\sum_{\substack{p \in P \\ s_{mp} > 0}} 1$ sein. Welche Größe für η zu wählen ist, wird an Hand von Testproblemen im dritten Abschnitt des Kapitels untersucht.⁶

6.1.2 Zusätzliche Restriktionen

Die Bestimmung der Losgrößen erfolgt in jedem Durchlauf der Heuristik simultan, wobei die Rüstkosten und -zeiten der relaxierten Perioden linear approximiert werden. Indem zusätzliche Restriktionen für den originären Lösungsraum zur Modellformulierung hinzugefügt werden, kann die Approximation des MLCLSP durch das Teilmodell $MLCLSP_{T_{fix}, T_{int}}^{Sub}$ verbessert wer-

⁶ Stadler schlägt zur Kapazitätsanpassung weitere Faktoren vor, die zwischen den beiden Grenzen keine Anpassung und Anpassung für das Rüsten in jeder Periode liegen. Vgl. [Sta00b], S. 20 ff.

den. Mögliche zusätzliche Restriktionen wurden in den Kapiteln drei und vier vorgestellt. Im Rahmen der Arbeit wurde der Einfluss der folgenden vier Restriktionen untersucht. Dies sind die Restriktionen, die die minimale Rüstanzahl (4.31) nach unten beschränken, die speziellen (1,S)-Ungleichungen (4.26), die MIR-Ungleichungen (4.28) und die Ungleichungen, die sich aus den Überlegungen zur Restkapazität (4.36) ergeben. Um diese Restriktionen dem Teilmodell $MLCLSP_{T^{fix}, T^{int}}^{Sub}$ hinzufügen zu können, müssen jeweils die fixierten Perioden durch die fixierten Variablen z_{pt}^{fix} und die relaxierten Perioden durch die relaxierten Variablen z_{pt}^{rel} in den Ungleichungen berücksichtigt werden.

Die Übertragung der Ungleichungen (4.31), die die Rüstanzahl nach unten beschränken, ergibt

$$\sum_{\substack{k=1 \\ k \leq t}}^{T^{fix}} z_{pk}^{fix} + \sum_{\substack{k=T^{fix}+1 \\ k \leq t}}^{T^{int}} z_{pk} + \sum_{\substack{k=T^{int}+1 \\ k \leq t}}^t z_{pk}^{rel} \geq R_{pt}^{min} \quad (6.15)$$

$$\forall p, t : R_{pt}^{min} > R_{pt-1}^{min} .$$

Für die Übertragung der speziellen (1,S)-Ungleichungen (4.26) und der MIR-Ungleichungen (4.28) benötigt man den systemweiten Lagerbestand e_{pt} . Dieser ist nicht explizit im Modell $MLCLSP_{T^{fix}, T^{int}}^{Sub}$ enthalten. Er kann aber durch

$$e_{pt} = e_{p0} + \sum_{k=1}^{t-1} (x_{pk} - d_{pk}^{ne}) \quad \forall p, t \quad (6.16)$$

berechnet werden. Damit können die übertragenen speziellen (1,S)-Ungleichungen dem Modell hinzugefügt werden

$$\begin{aligned} e_{pk-1} \geq & d_{pkt}^{ne} - \sum_{\substack{l=k \\ k \leq l \leq t}}^{T^{fix}} d_{plt}^{ne} \cdot z_{pl}^{fix} - \sum_{\substack{l=T^{fix}+1 \\ k \leq l \leq t}}^{T^{int}} d_{plt}^{ne} \cdot z_{pl} \\ & - \sum_{\substack{l=T^{int}+1 \\ k \leq l \leq t}}^T d_{plt}^{ne} \cdot z_{pl}^{rel} \quad \forall p, k, t = k, \dots, k + \rho - 1 . \end{aligned} \quad (6.17)$$

ρ kann zwischen 1 und T gewählt werden und gibt an, für wie viele auf k folgende Perioden die Rüstvariablen maximal berücksichtigt werden sollen. Gleichzeitig hängt von ρ die Anzahl der zusätzlichen Ungleichungen ab.

Die Übertragung auf die MIR-Ungleichungen (4.28) ergibt

$$\frac{e_{pk-1}}{\hat{M}_{pkt}^{prod}} \geq \left(\frac{d_{pkt}^{ne}}{\hat{M}_{pkt}^{prod}} - \left\lfloor \frac{d_{pkt}^{ne}}{\hat{M}_{pkt}^{prod}} \right\rfloor \right) \cdot \left(\left\lfloor \frac{d_{pkt}^{ne}}{\hat{M}_{pkt}^{prod}} \right\rfloor - \left(\sum_{\substack{l=k \\ k \leq l \leq t}}^{T^{fix}} z_{pl}^{fix} + \sum_{\substack{l=T^{fix}+1 \\ k \leq l \leq t}}^{T^{int}} z_{pl} + \sum_{\substack{l=T^{int}+1 \\ k \leq l \leq t}}^T z_{pl}^{rel} \right) \right) \quad (6.18)$$

$$\forall p, k, t = k, \dots, k + \xi - 1.$$

ξ kann zwischen 1 und T liegen. Von ξ hängt ab, für wie viele Perioden maximal die Rüstvariablen in der MIR-Ungleichung berücksichtigt werden sowie die Gesamtanzahl von MIR-Ungleichungen.

Die Ungleichungen (4.36), die sich aus den Überlegungen zur Restkapazität ergeben, gehen über in

$$\sum_{p \in St_i} a_{pm}^{ges} \left(\sum_{\substack{k=t \\ k \leq K}}^{T^{fix}} d_{pk}^{me} \cdot z_{pk}^{fix} + \sum_{\substack{k=T^{fix}+1 \\ k \leq K}}^{T^{int}} d_{pk}^{me} \cdot z_{pk} + \sum_{\substack{k=T^{int}+1 \\ k \leq K}}^T d_{pk}^{me} \cdot z_{pk}^{rel} \right) \quad (6.19)$$

$$\geq \sum_{k=t}^K \sum_{p \in St_i} a_{pm}^{ges} \cdot d_{pk}^{me} - C_{mt-1}^{rest} \quad \forall i, m, t$$

mit

$$K = \min_{g=t..T} \{ \phi; g : \sum_{k=t}^g \sum_{p \in St_i} a_{pm}^{ges} \cdot d_{pk}^{me} - C_{mt-1}^{rest} \geq 0 \}.$$

ϕ gibt an, für wie viele Perioden maximal die Rüstvariablen der auf t folgenden Perioden in der Ungleichung berücksichtigt werden.

Diese zusätzlichen Restriktionen können mit den Gleichungen (6.16) im beschriebenen Lösungsverfahren dem Teilmodell $MLCLSP_{T^{fix}, T^{int}}^{Sub}$ hinzugefügt werden, um die lineare Approximation des Lösungsraumes zu verbessern. Die Auswirkungen auf die Lösungsgüte bzw. die Verbesserung der Lösbarkeit von Problemen mit Rüstzeiten wird in den Abschnitten 6.3 und 6.4 untersucht.

6.1.3 Variablenreformulierungen

Auf die vorgestellten Variablenreformulierungen als Simple-Plant-Location-Problem und als Kürzestes-Wege-Modell kann die heuristische Vorgehensweise einfach übertragen werden. Das Teilmodell $MLCLSP_{T^{fix}, T^{int}}^{Sub}$ muss dann mit den entsprechenden Variablen und Ungleichungen reformuliert werden. Ebenfalls kann die Lagerbestandsvariable durch den systemweiten Lager-

bestand mit den entsprechenden Gleichungen ersetzt werden. Damit ergeben sich drei alternative Formulierungen für das Teilmodell $MLCLSP_{T^{fix}, T^{int}}^{Sub}$:

- $MLCLSP_{T^{fix}, T^{int}}^{SR}$: Formulierung des Teilmodells mit der Variablenreformulierung als Kürzestes-Wege-Modell.
- $MLCLSP_{T^{fix}, T^{int}}^{SPL}$: Formulierung des Teilmodells mit der Variablenreformulierung als Simple-Plant-Location-Problem.
- $MLCLSP_{T^{fix}, T^{int}}^{echelon}$: Formulierung des Teilmodells mit dem systemweiten Lagerbestand.

Löst man jedes Teilproblem optimal, erhält man unter Vernachlässigung von alternativen Optima mit dem Teilmodell $MLCLSP_{T^{fix}, T^{int}}^{Sub}$ und der Reformulierung des Lagerbestandes durch den systemweiten Lagerbestand $MLCLSP_{T^{fix}, T^{int}}^{echelon}$ für jedes Teilproblem denselben Zielfunktionswert. Damit ergibt die Heuristik mit beiden Formulierungen dieselbe Lösung. Mit den beiden Reformulierungen als Kürzestes-Wege-Problem $MLCLSP_{T^{fix}, T^{int}}^{SR}$ und als Plant-Location-Problem $MLCLSP_{T^{fix}, T^{int}}^{SPL}$ können sich unterschiedliche optimale Zielfunktionswerte für die einzelnen Teilprobleme ergeben. Diese können dann zu unterschiedlichen Rüstplänen und zu unterschiedlichen Lösungen der Heuristik führen. Unterschiedliche Lösungen erhält man auch, wenn die Teilprobleme unter einer Zeitvorgabe gelöst werden und die beste Rüstentscheidung bei Abbruch des Lösungsverfahrens für das Teilproblem fixiert wird.⁷ Im Rahmen der Arbeit wurden Reformulierungen des Teilmodells $MLCLSP_{T^{fix}, T^{int}}^{Sub}$ nicht umfangreich untersucht, da sich in Voruntersuchungen zeigte, dass die benötigten Lösungsdauern für die Reformulierungen viel höher waren, als bei der Standardformulierung.

6.1.4 Varianten des Verfahrens

Eine einfache Variation des Verfahrens ist durch die Anzahl der ganzzahligen Variablen gegeben. Bei einer zeitorientierten Zerlegung des MLCLSP kann die Anzahl der Perioden im ganzzahligen Zeitfenster γ variiert werden.

Ebenfalls ergeben sich Varianten des Verfahrens durch die Verwendung der im Unterabschnitt 6.1.2 dargestellten Ungleichungen und im Fall von Rüstzeiten durch die im Unterabschnitt 6.1.1 vorgestellte Kapazitätsanpassung für die relaxiert betrachteten Perioden.

Weitere Verfahrensvarianten ergeben sich durch die Reihenfolge in der die Teilprobleme gelöst werden. In der bisherigen Darstellung wurden die Teilprobleme in Abhängigkeit vom Zeitindex

⁷ Die Ergebnisse der Heuristik werden sich ebenfalls unterscheiden, wenn unterschiedliche Optimierungssoftware eingesetzt wird und nicht alle Teilprobleme optimal gelöst werden.

von der ersten bis zur letzten Periode gelöst. Eine andere Reihenfolge der zu lösenden Probleme erhält man, wenn man das heuristische Verfahren mit der letzten Periode beginnen lässt und die Teilprobleme in absteigender Ordnung bis zur ersten Periode löst. Andere Verfahrensvarianten bzgl. der Reihenfolge der Teilprobleme sind einfach zu konstruieren. Die Reihenfolge, in der die Teilprobleme gelöst werden, muss nicht notwendiger Weise vom Zeitindex abhängen, sondern kann z.B. durch die Dispositionsstufen bestimmt sein oder zufällig bestimmt werden. Die Untersuchung wurde auf die beiden zeitorientierten Reihenfolgen mit aufsteigendem und mit absteigendem Periodenindex beschränkt. Die folgende Zusammenstellung gibt die zu untersuchenden Verfahrensvarianten wieder:

- Die Größe des Zeitfensters wird variiert.
- Berücksichtigung von zusätzlichen Restriktionen für die minimale Rüstanzahl, (I,S)-Ungleichungen, Restkapazitäts-Restriktionen und MIR-Ungleichungen in den Teilproblemen.
- Bei Rüstzeiten wird die Kapazitätsanpassung durch C_m^{rel} in den relaxierten Perioden untersucht.
- Die Teilprobleme werden in der Reihenfolge mit aufsteigendem und mit absteigendem Periodenindex gelöst.

Diese Variationen des heuristischen Verfahrens werden an Hand der im nächsten Abschnitt dargestellten Testprobleme untersucht.

6.2 Testprobleme

Die in der Untersuchung verwendeten Testprobleme unterteilen sich in Probleme mit Rüstzeiten und in Probleme ohne Rüstzeiten. Für einige Testprobleme sind optimale Lösungen bekannt. Für die meisten Testprobleme gibt es Lösungen, für die jedoch Optimalität nicht bewiesen werden konnte. Unterscheidet man die Testprobleme danach, ob Rüstzeiten berücksichtigt werden oder nicht und danach, ob Optimalität für die beste bekannte Lösung bewiesen wurde oder nicht, erhält man die in Abbildung (6.2) dargestellten Gruppen von Testproblemen.

	Gruppen ohne Rüstzeiten	Gruppen mit Rüstzeiten
optimale Lsg.	OR ^{opt}	MR ^{opt}
beste Lsg.	A ⁺ , C	B ⁺ , D

Tabelle 6.1: Übersicht der verwendeten Testprobleme

Die Testproblemgruppen OR^{opt} und MR^{opt}, für die optimale Lösungen bekannt sind, gehen auf Afentakis et al.⁸ zurück. Die Probleme ohne Rüstzeiten sind Bestandteil der LOTSIZELIB, einer Bibliothek von Losgrößenproblemen.⁹ Die Probleme mit Rüstzeiten der Gruppe MR^{opt} ergeben sich aus den um Rüstzeiten ergänzten Problemen der Gruppe OR^{opt}.

Die Probleme, für die keine optimalen Lösungen bekannt sind, wurden von Stadtler verwendet.¹⁰ Sie gehen auf Testprobleme von Tempelmeier und Derstroff zurück, welche diese zum Test ihrer Heuristik nutzten.¹¹ Die Testprobleme der Gruppe B⁺ und D berücksichtigen Rüstzeiten im Gegensatz zu den Testprobleme der Gruppen A⁺ und C. Für die Testprobleme der Gruppen A⁺, B⁺, C und D hat Stadtler die besten bekannten Lösungen veröffentlicht.¹² Die Gruppen, die mit einem ⁺ gekennzeichnet sind, sind von Stadtler erweiterte Probleme von den ursprünglichen Tempelmeier-Derstroff-Problemen. Die Gruppen ohne ⁺ entsprechen den originalen Tempelmeier-Derstroff-Problemen.

⁸ Vgl. [AGK84] und [AG86].

⁹ Vgl. [BW98].

¹⁰ Vgl. [Sta00b] und [SS00].

¹¹ Vgl. [Der95].

¹² Vgl. http://www.bwl.tu-darmstadt.de/bwl1/forschung/ti_mlclsp/ti_mlclsp.php?FG=bwl1 Stand 28.05.2002.

6.2.1 Testprobleme mit bekannten optimalen Lösungen

Die Testprobleme der Gruppen OR^{opt} und MR^{opt} sind optimal gelöst worden.¹³ Die Testprobleme, die keine Rüstzeiten berücksichtigen, sind in der Gruppe OR^{opt} zusammengefasst. Sie besteht aus insgesamt sechs Testproblemen. Die Gruppe MR^{opt} umfasst sechs Testprobleme, die Rüstzeiten berücksichtigen. Alle Testprobleme haben einen Planungshorizont von 12 Zeiteinheiten und berücksichtigen eine beschränkte Ressource. Die Erzeugnisstruktur der Testprobleme OR_A^{opt} , OR_B^{opt} , OR_C^{opt} und OR_D^{opt} besteht aus 20 Produkten und einem Endprodukt. Die Produkte verteilen sich beim Testproblem OR_A^{opt} über 4 Stufen, bei OR_B^{opt} über 8 Stufen und bei den Testproblemen OR_C^{opt} und OR_D^{opt} über 5 Stufen. Die Erzeugnisstruktur des Testproblems OR_E^{opt} besteht aus 20 Produkten, 2 Endprodukten und 6 Stufen und Testproblem OR_F^{opt} besteht aus 15 Produkten, 3 Endprodukten und 5 Stufen. Die Erzeugnisstrukturen der Testprobleme OR_A^{opt} , OR_B^{opt} und OR_C^{opt} sind konvergierend und die Erzeugnisstrukturen der Probleme OR_D^{opt} , OR_E^{opt} und OR_F^{opt} sind allgemein.¹⁴ Für die Testprobleme OR_A^{opt} , OR_B^{opt} und OR_C^{opt} wurden die Rüstkosten f_p zufällig zwischen 50 und 950 Geldeinheiten, die Echelon-Lagerkosten h_p^e zwischen 0.2 und 0.4 Geldeinheiten und die Nachfrage d_{pt} zwischen 0 und 180 Mengeneinheiten generiert.¹⁵ Der Ressourcenverbrauch pro produzierter Mengeneinheit beträgt eine Ressourceneinheit¹⁶. Die Kapazitäten der beschränkten Ressource der Testproblemgruppen OR^{opt} und MR^{opt} sind in Tabelle (6.2.1) dargestellt. Die Lagerbestände am Anfang und am Ende des Planungshorizontes sind null. Die Testprobleme MR_A^{opt} , MR_B^{opt} , MR_C^{opt} , MR_D^{opt} , MR_E^{opt} und MR_F^{opt} der Gruppe MR^{opt} entsprechen bis auf die Rüstzeiten den Testproblem der Gruppe OR^{opt} . Die Rüstzeiten wurden für jedes Produkt für die Testprobleme auf 10 Ressourceneinheiten festgelegt. Die optimalen Zielfunktionswerte der Testprobleme der Gruppen OR^{opt} und MR^{opt} sind in der Tabelle 6.2.1 dargestellt.¹⁷

¹³ Die Testprobleme sind unter www.core.ucl.ac.be/wolsey/multilev.htm Stand 02.03.2003 verfügbar, wobei nur die ersten 20 Produkte berücksichtigt wurden.

¹⁴ Abbildungen der Erzeugnisstrukturen sind für das Testproblem OR_A^{opt} bei [AGK84], S. 234 oben, für das Testproblem OR_B^{opt} bei [AGK84], S. 234 unten, für das Testproblem OR_C^{opt} bei [AGK84], S. 235 oben, für das Testproblem OR_D^{opt} bei [AG86], S. 244, für das Testproblem OR_E^{opt} bei [AG86], S. 246 oben und für das Testproblem OR_F^{opt} bei [AG86], S. 246 unten zu finden.

¹⁵ Vgl. [AGK84], S. 235. Die hier verwendeten Werte für die Rüstzeiten, den Echelon-Lagerkosten und die Nachfrage entsprechen denen in den Testproblemen unter www.core.ucl.ac.be/wolsey/multilev.htm Stand 02.03.2003.

¹⁶ Im Folgenden RE.

¹⁷ Die Optimalitätslücke beträgt für den Zielfunktionswert von OR_A^{opt} 1,14% und von MR_A^{opt} 2,4%. Für alle anderen Ergebnisse konnte Optimalität bewiesen werden.

Probleme ohne Rüstzeiten	Kapazität in RE	Ressourcen- auslastung	Probleme mit Rüstzeiten	Kapazität in RE
OR_A^{opt}	1040	66 %	MR_A^{opt}	1040
OR_B^{opt}	2298	56 %	MR_B^{opt}	2298
OR_C^{opt}	2383,5	46 %	MR_C^{opt}	2383,5
OR_D^{opt}	3640	53 %	MR_D^{opt}	3640
OR_E^{opt}	9000	38 %	MR_E^{opt}	9000
OR_F^{opt}	9000	31 %	MR_F^{opt}	9000

Tabelle 6.2: Kapazitäten der beschränkten Ressource der Testproblemgruppen OR^{opt} und MR^{opt}

Probleme ohne Rüstzeiten	optimale Lösung	Probleme mit Rüstzeiten	optimale Lösung
OR_A^{opt}	21660,3	MR_A^{opt}	23515,7
OR_B^{opt}	15443,73	MR_B^{opt}	16463,9
OR_C^{opt}	17655,9	MR_C^{opt}	18068,325
OR_D^{opt}	21647,17	MR_D^{opt}	22029,3
OR_E^{opt}	17427,4	MR_E^{opt}	17435,8
OR_F^{opt}	14544,1	MR_F^{opt}	14556,1

Tabelle 6.3: Zielfunktionswerte der Testproblemgruppen OR^{opt} und MR^{opt}

6.2.2 Testprobleme mit bekannten besten Lösungen

Die Testprobleme mit bekannten besten Lösungen gehen auf Tempelmeier und Derstroff zurück.¹⁸ Stadtler benutzte diese Probleme und erweiterte sie zum Teil.¹⁹ Insgesamt werden im Folgenden 692 Testprobleme betrachtet. Diese Testprobleme werden durch die Indizes $i1$ bis $i7$ gekennzeichnet, welche in der folgenden Aufzählung erklärt sind:

1. ($i1=g,k$) Die Testprobleme haben eine allgemeine ($i1=g$) oder eine konvergierende ($i1=k$) Erzeugnisstruktur.
2. ($i2=0,5$) Der Ressourcengraph ist zyklisch ($i2=5$) oder nicht zyklisch ($i2=0$).²⁰
3. ($i3=0,1,2,3,4$) Es werden keine Rüstzeiten ($i3=0$) oder Rüstzeiten nach einem bestimmten Rüstzeitprofil ($i3=1,2,3,4$) berücksichtigt.

¹⁸ Vgl. [Der95].

¹⁹ Vgl. [Sta00b].

²⁰ Zum Ressourcengraph vergleiche [Tem99], S. 288.

4. ($i4=1,2$) Die Nachfrage nach Endprodukten ist durch zwei Nachfrageserien gegeben, bei denen die Nachfrage schwach mit den Koeffizienten 0,1 ($i4=1$) oder stark mit dem Koeffizienten 0,2 ($i4=2$) um die mittlere Nachfrage \bar{D}_p^p schwankt.
5. ($i5=1,2,3,4,5$) Die Ressourcenauslastung RU_m ist durch fünf Profile gegeben. Bei den ersten drei Profilen beträgt die mittlere Ressourcenauslastung über den Planungshorizont auf allen Ressourcen 90% ($i5=1$), 70% ($i5=2$) und 50% ($i5=3$). Beim vierten und fünften Profil ($i5=4,5$) beträgt die Auslastung einiger Ressourcen 90%, die Auslastung einiger Ressourcen 70% und die Auslastung der restlichen Ressource 50%.
6. ($i6=2,3,4$) Für die Probleme werden unterschiedliche Werte TBO_p nach einem Profil ($i6=2,3,4$) unterstellt, die abhängig von der Gruppe sind. Der Wert TBO_p (time between orders) gibt für jedes Produkt an, wie viel Zeit zwischen zwei aufeinander folgenden Produktionszeitpunkten liegen würde, wenn man die Losgröße für jedes Produkt nach der EOQ-Formel berechnen könnte.
7. ($i7=0,1,2$) Ein saisonaler Einfluss ist entweder nicht gegeben ($i7=0$) oder es wird durch eine Kosinus-Funktion mit der Amplitude 0,3 ($i7=1$) ein schwacher oder mit der Amplitude 0,5 ($i7=2$) ein starker Saisoneinfluss berücksichtigt.

Damit wäre die Systematik der Testproblemgruppen A⁺, B⁺, C und D eingeführt. Weitere Gemeinsamkeiten der Testprobleme werden im folgenden dargestellt.

- Die Direktbedarfskoeffizienten sind $r_{pq} = 1$, wenn Produkt p in Produkt q eingeht, sonst sind sie null.
- Für jedes Produkt ergibt sich die mittlere Nettonachfrage \bar{D}_p^n aus

$$\bar{D}_p^n = \bar{D}_p^p + \sum_{q \in N(p)} r_{pq} \cdot \bar{D}_p^n .$$

- Der Ressourcenverbrauch pro produzierter Mengeneinheit p beträgt $a_{mp} = 1$, wenn Ressource m zur Produktion von p verwandt wird, sonst ist er null.
- Die Kapazitäten der Ressourcen m werden in Abhängigkeit von der Auslastung RU_m berechnet

$$C_m = \frac{\sum_p (a_{mp} \cdot \bar{D}_p^n + s_{mp})}{RU_m} .$$

- Die Echelon-Lagerkosten betragen für jedes Produkt $h_p^e = 1$.
- Die Anfangs- und Endlager für die Planung sind null, $y_{p0} = 0$ und $y_{pT} = 0$.

- Die Kosten für Überstunden auf den Ressourcen betragen $oc_{mt} = 10000$ Geldeinheiten.
- Die Rüstkosten ergeben sich in Abhängigkeit vom TBO-Profil

$$f_p = \frac{1}{2} h_p^e \cdot TBO_p^2 \cdot \bar{D}_p^n \cdot$$

Nachdem nun die Gemeinsamkeiten der Testprobleme dargelegt sind, wird in den folgenden vier Unterabschnitten auf die jeweiligen Spezifika der einzelnen Testproblemgruppe eingegangen.

6.2.2.1 Testprobleme der Gruppe A⁺

Die Testproblemgruppe A⁺ umfasst 120 Testprobleme. Die Erzeugnisstruktur jedes Testproblems besteht aus 10 Produkten, die sich auf drei Dispositionsstufen verteilen. Zur Erzeugung der Produkte werden drei Ressourcen benötigt. Die Losgrößen sollen für die nächsten 24 Perioden geplant werden.

- ($i1=g,k$) Die Erzeugnisstruktur ist entweder allgemein oder konvergierend.²¹
- ($i2=5$) Die Ressourcen werden auf unterschiedlichen Dispositionsstufen benötigt, so dass der Ressourcengraph zyklisch ist.²²
- ($i3=0$) Es werden keine Rüstzeiten berücksichtigt.
- ($i4=1,2$) Die Nachfrageschwankung ist schwach oder stark.
- ($i5=1,2,3,4,5$) Die Ressourcenauslastung wird über die in Tabelle 6.4 dargestellten Profile variiert.
- ($i6=3,4$) Es werden die TBO-Profile in Tabelle 6.5 in Abhängigkeit von der Erzeugnisstruktur verwendet.
- ($i7=0,1,2$) Der saisonale Einfluss ist nicht, schwach oder stark vorhanden.

Die expliziten Nachfragerreihen sind bei [SS00], S. 7 dargestellt. Die mittlere Nachfrage \bar{D}_p^p zur Berechnung der Kapazität und der Rüstkosten sind in der Tabelle (6.6) angegeben.

²¹ Abbildungen der Erzeugnisstrukturen sind bei [Der95], S.91 oder [SS00], S.6 zu finden.

²² Die Ressourcengraphen für die Testprobleme der Gruppe A⁺ sind bei [SS00] S.6 abgebildet.

Profil	Auslastung RU_m		
	$m = 1$	$m = 2$	$m = 3$
1	90 %	90 %	90 %
2	70 %	70 %	70 %
3	50 %	50 %	50 %
4	90 %	70 %	50 %
5	50 %	70 %	90 %

Tabelle 6.4: Ressourcenauslastungsprofile der Testprobleme der Gruppe A⁺

Struktur	Profil	Produkt p		
		$TBO_p = 2$	$TBO_p = 4$	$TBO_p = 6$
g	3		1..10	
g	4	1..4	5..7	8..10
k	3		1..10	
k	4	1	2..4	5..10

Tabelle 6.5: TBO-Profile der Testprobleme der Gruppe A⁺

6.2.2.2 Testprobleme der Gruppe B⁺

Die Testprobleme der Gruppe B⁺ sind mit den Testproblemen der Gruppe A⁺ fast identisch. Im Gegensatz zu den Problemen der Gruppe A⁺ werden jedoch Rüstzeiten berücksichtigt. Diese ergeben sich aus vier Rüstzeitprofilen $i3=1,2,3,4$, welche in Tabelle 6.7 dargestellt sind. 240 Testprobleme ergeben sich aus der Erweiterung der Gruppe A⁺ mit den Rüstzeiten der Profile $i3=1$ und $i3=2$. Weitere 72 Testprobleme ergeben sich aus den Problemen der Gruppe A⁺ mit allgemeiner Erzeugnisstruktur $il=g$ und den Ressourcenauslastungsprofilen $i5=1$, $i5=4$ und $i5=5$ (Vgl. Tabelle 6.4 auf Seite 95), die eine hohe Ressourcenauslastung von 90% auf mindestens einer Ressource haben, indem sie mit den Rüstzeitprofilen $i3=3$ und $i3=4$ kombiniert werden.

6.2.2.3 Testprobleme der Gruppe C

Die Testproblemgruppe C umfasst 180 Testprobleme. Die Erzeugnisstruktur jedes Testproblems besteht aus 40 Produkten, die auf fünf Dispositionsstufen angeordnet sind. Zur Erzeugung der Produkte werden sechs Ressourcen benötigt. Der Planungshorizont beträgt 16 Perioden.

Mittlere Nachfrage \bar{D}_p^p	Produkt p				
Struktur il	1	2	3	4	5..10
g	70	30	50	100	0
k	100	0	0	0	0

Tabelle 6.6: Mittlere Nachfrage der Testprobleme der Gruppe A⁺

Rüstzeit	Produkt p		
Profil $i3$	1,2,5,6	3,4	7,8,9,10
1	10	15	5
2	10	5	15
3	30	45	15
4	30	15	45

Tabelle 6.7: Rüstzeiten in den Rüstzeitprofilen der Gruppe B⁺

- ($i1=g,k$) Die Erzeugnisstruktur ist entweder allgemein oder konvergierend.²³
- ($i2=5$) Die Ressourcen werden auf unterschiedlichen Dispositionsstufen benötigt, so dass der Ressourcengraph zyklisch ist.²⁴
- ($i3=0$) Es werden keine Rüstzeiten berücksichtigt.
- ($i4=1,2$) Die Nachfrageschwankung ist schwach oder stark.
- ($i5=1,2,3,4,5$) Die Ressourcenauslastung wird über die in Tabelle 6.8 dargestellten Profile variiert.
- ($i6=2,3,4$) Es werden die TBO-Profile in Tabelle 6.9 in Abhängigkeit von der Erzeugnisstruktur verwendet.
- ($i7=0,1,2$) Der saisonale Einfluss ist nicht, schwach oder stark vorhanden.

Die Nachfragerreihen sind bei [SS00], S. 11 f. aufgeführt. Die mittlere Nachfrage zur Berechnung der Kapazität und der Rüstkosten sind in der Tabelle (6.10) dargestellt.

²³ Abbildungen der Erzeugnisstrukturen sind bei [Der95], S.99 oder [SS00], S.9 f. zu finden.

²⁴ Die Ressourcengraphen für die Testprobleme der Gruppe C sind bei [SS00], S.9 f. abgebildet.

Profil	Auslastung RU_m		
	$m = 1,2$	$m = 3,4$	$m = 5,6$
1	90 %	90 %	90 %
2	70 %	70 %	70 %
3	50 %	50 %	50 %
4	90 %	70 %	50 %
5	50 %	70 %	90 %

Tabelle 6.8: Ressourcenauslastungsprofile der Testprobleme der Gruppe C

Struktur	Profil	Produkt p		
		$TBO_p = 2$	$TBO_p = 4$	$TBO_p = 6$
g	2			1..40
g	3		1..40	
g	4	1..6	5..29	30..40
k	2			1..40
k	3		1..40	
k	4	1..2	3..30	31..40

Tabelle 6.9: TBO-Profile der Testprobleme der Gruppe C

6.2.2.4 Testprobleme der Gruppe D

Die 80 Testprobleme der Gruppe D sind den Testproblemen der Gruppe C sehr ähnlich. Die Erzeugnisstruktur umfasst 40 Produkte und erstreckt sich über fünf Dispositionsstufen. Sechs Ressourcen sind beschränkt und der Planungshorizont beträgt 16 Perioden.

Die folgende Aufzählung beschreibt die Unterschiede zur Gruppe C bzw. die Einschränkungen der Testproblemgruppe D. In allen anderen Punkten entsprechen die Testprobleme der Gruppe D denen der Gruppe C.

- ($i1=g$) Die Testproblemgruppe D besteht ausschließlich aus Problemen mit einer allgemeinen Erzeugnisstruktur.
- ($i2=0,5$) Der Ressourcengraph kann zyklisch oder azyklisch sein.²⁵
- ($i3=1,4$) Es werden die beiden Rüstzeitprofile $i3=1$ und $i3=4$ aus Tabelle 6.11 benutzt.

²⁵ Die Ressourcengraphen für die Testprobleme der Gruppe D entsprechen den bei [SS00], S.9 abgebildeten Erzeugnisstrukturen.

Mittlere Nachfrage	Produkt p						
Struktur il	1	2	3	4	5	6	7..40
g	40	20	30	60	20	30	0
k	20	30	0	0	0	0	0

Tabelle 6.10: Mittlere Nachfrage der Testprobleme der Gruppe C

Rüstzeit	Produkt p			
Profil $i3$	1..10	11..20	21..30	31..40
1	50	40	30	20
4	60	90	120	150

Tabelle 6.11: Rüstzeitprofile der Testprobleme der Gruppe D

- ($i4=2$) Es gibt nur eine starke Nachfrageschwankung.
- ($i5=1,2,3,4,5$) Die Ressourcenauslastung entspricht den in Tabelle 6.8 dargestellten Profilen für die Gruppe C.
- ($i6=3,4$) Es werden die TBO-Profile in Tabelle 6.12 verwendet.
- ($i7=1,2$) Der saisonale Einfluss ist entweder schwach oder stark.

Struktur	Profil	Produkt p		
il	$i6$	$TBO_p = 2$	$TBO_p = 4$	$TBO_p = 6$
g	3	1..40		
g	4	1..6	5..29	30..40

Tabelle 6.12: TBO-Profile der Testprobleme der Gruppe D

6.3 Berechnung von Untergrenzen für das MLCLSP

Untergrenzen für den Zielfunktionswert sind bei der Bewertung von Heuristiken von zentraler Rolle. Die Ergebnisse einer Heuristik werden im Allgemeinen durch den Vergleich mit optimalen Lösungen bewertet. Können aber Optima nicht gefunden werden, bzw. kann eine Lösung gefunden werden, für die aber nicht Optimalität bewiesen wurde, dann ist durch die Untergrenze der Bereich gegeben, in dem noch eine bessere Lösung liegen kann. Um die Spanne zwischen bester gefundener Lösung und der Untergrenze für eine optimale Lösung klein zu halten, wird eine möglichst hohe Untergrenze für das MLCLSP benötigt.

	relative Abw. in % (Lösungsdauer in Sek.)							
	$MLCLSP_{LP}^{SPL}$		$MLCLSP_{LP}^{SPL+3}$		$MLCLSP_{LP}$		$MLCLSP_{LP}^{+3}$	
g511130	37	(15)	24	(21)	98	(0)	25	(4)
g511131	40	(16)	31	(27)	88	(0)	31	(7)
g511132	49	(13)	32	(30)	77	(0)	32	(4)
g511140	31	(12)	17	(17)	75	(0)	18	(4)
g511141	34	(12)	21	(30)	60	(0)	21	(5)
g511142	44	(12)	23	(27)	55	(1)	23	(4)

Tabelle 6.13: LP-Lösungen für einige Probleme der Testproblemgruppe B⁺

Zur Berechnung von Untergrenzen wurden LP-Relaxationen des MLCLSP in der Standardformulierung für das Modell $MLCLSP$ und der Reformulierung als Simple-Plant-Location-Problem $MLCLSP^{SPL}$ gelöst. Dabei wurden beiden Formulierungen zusätzliche Restriktionen hinzugefügt. In Tabelle 6.13 ist für eine Auswahl an Varianten die relative mittlere Abweichung G^{LP} und in Klammern die Lösungsdauer in Sekunden für sechs Testprobleme der Gruppe B⁺ angegeben. Eine null bei der Dauer bedeutet, dass die optimale Lösung in weniger als einer Sekunde gefunden wurde. Die Berechnungen wurden auf einem Rechner mit einem AMD Athlon Prozessor mit 1200 MHz durchgeführt. Detaillierte Ergebnisse sind im Anhang D dargestellt. Die Abweichung G^{LP} wurde hier als die relative Abweichung der Lösung der LP-Relaxation z^{lp} von der besten gefundenen Lösung z^{best} bestimmt

$$G^{LP} = (z^{best} - z^{lp}) / z^{lp} .$$

Im Vergleich zur relaxierten SPL-Formulierung (Spalte $MLCLSP_{LP}^{SPL}$) werden durch die LP-Lösung des Modells $MLCLSP$ (Spalte $MLCLSP_{LP}$) wesentlich schlechtere Untergrenzen erzeugt, wobei die LP-Relaxation des Modells $MLCLSP$ durch die Berücksichtigung der Restkapazität in der maximalen Produktion (4.39) schon verbessert worden ist.

Durch die Hinzunahme der Ungleichungen für die minimale Rüstanzahl (4.31), die (1,S)-

Ungleichungen (4.26), die MIR-Ungleichungen (4.28) und die Restkapazitätsrestriktionen (4.36), lässt sich die LP-Relaxation der Standardformulierung des MLCLSP enorm verbessern. In der Spalte $MLCLSP_{LP}^{+3}$ sind die Ergebnisse für die LP-Relaxation des Modells MLCLSP mit der Ungleichung für die minimale Rüstanzahl $\mu = 1$, den (I,S)-Ungleichungen mit $\rho = 3$, den MIR-Ungleichungen mit $\xi = 3$ und den Restkapazitätsrestriktionen mit $\phi = 3$ dargestellt. Für die sechs ausgewählten Testprobleme kann bei wesentlich geringeren Lösungsdauern eine bessere Untergrenze generiert werden als durch die Lösung der LP-Relaxation der SPL-Formulierung ($MLCLSP_{LP}^{SPL}$).²⁶

Aber auch die SPL-Formulierung lässt sich erweitern, indem man die maximale Produktion in Gleichung (4.47) berücksichtigt

$$\sum_{k=t}^T \phi_{ptk} d_{pk}^{ne} \leq z_{pt} M_{pt} \quad \forall p, t$$

und die Ungleichungen (4.31), (4.26), (4.28) und (4.36) hinzufügt. Unter Verwendung der Gleichung (4.13) und der Berechnung der Losgrößen x_{pt} über

$$x_{pt} = \sum_{l=t}^T \phi_{ptl} d_{pl}^{ne} \quad \forall p, t$$

erhält man mit den relaxierten Rüstvariablen das Modell $MLCLSP_{LP}^{SPL+3}$. Mit diesem Modell $MLCLSP_{LP}^{SPL+3}$ wird für die sechs Testprobleme eine geringfügig bessere untere Schranke bei wesentlich höheren Rechenzeiten für das MLCLSP generiert (Spalte $MLCLSP_{LP}^{SPL+3}$ in Tabelle 6.13).

Die Ergebnisse der Berechnung der unteren Schranken sind für die Testproblemgruppen A⁺, B⁺, C und D in Tabelle 6.14 durch die mittleren, maximalen und minimalen Abweichungen in aggregierter Form dargestellt. Die mittleren und maximalen Abweichungen liegen für die Testproblemgruppen A⁺ und B⁺ in der Standardformulierung mit Ungleichungen $MLCLSP_{LP}^{+3}$ unter den Werten der SPL-Formulierung $MLCLSP_{LP}^{SPL}$. Bei den Testproblemgruppen C und D sind die mittleren und minimalen Abweichung für die SPL-Formulierungen $MLCLSP_{LP}^{SPL}$ geringer als die der mit der relaxierten erweiterten Standardformulierung $MLCLSP_{LP}^{+3}$ berechneten. Insgesamt können mit der erweiterten relaxierten SPL-Formulierung $MLCLSP_{LP}^{SPL+3}$ die besten Untergrenzen sowohl bei der mittleren als auch bei der maximalen und minimalen Abweichung erreicht werden.

Deshalb werden die mit dem Modell $MLCLSP_{LP}^{SPL+3}$ ermittelten Untergrenzen zur Bewertung

²⁶ Die Lösung mit einer größeren Anzahl von Ungleichungen liefert nur gering verbesserte Werte, bei einer größeren Lösungsdauer. Vgl. Tabelle D.2 im Anhang D.

	$MLCLSP_{LP}^{SPL}$			$MLCLSP_{LP}^{+3}$			$MLCLSP_{LP}^{SPL+3}$		
	mittel	max	min	mittel	max	min	mittel	max	min
A ⁺	22	50	5	17	33	8	15	32	4
B ⁺	22	58	4	19	36	8	16	36	4
C	16	56	4	23	41	8	13	30	4
D	9	32	2	10	32	2	8	31	2

Tabelle 6.14: Abweichung der besten gefundenen Lösung von den Unterschranken für die Testproblemgruppen A⁺, B⁺, C und D

der Heuristik benutzt. Im Vergleich zur relaxierten SPL-Formulierung $MLCLSP_{LP}^{SPL}$ konnten die mittleren Abweichungen von den bisher bekannten besten Lösungen für die Testproblemgruppen A⁺ und B⁺ von 22% auf 15% verbessert werden. Bei der Testproblemgruppe C kann die mittlere Abweichung von 16% auf 13% und bei der Gruppe D von 9% auf 8% verringert werden.

6.4 Numerische Untersuchungen der Heuristik

In den numerischen Untersuchungen sollen die verschiedenen Verfahrensvarianten der Heuristik an Hand der vorgestellten Testprobleme untersucht werden. Zunächst werden die Ergebnisse für die Testprobleme ohne Rüstzeiten vorgestellt, im Anschluss daran die Ergebnisse für Probleme mit Rüstzeiten. In beiden Fällen findet die Bewertung der Heuristik durch die relative Abweichung G statt. Für die Testproblemgruppen OR^{opt} und MR^{opt} , für die optimale Lösungen z^{opt} bekannt sind, ergibt sich die relative Abweichung G aus der absoluten Abweichung der heuristischen Lösung z^{heu} von der optimalen Lösung z^{opt} bezogen auf die optimale Lösung z^{opt}

$$G = (z^{heur} - z^{opt}) / z^{opt} . \quad (6.20)$$

Für die Testprobleme der Gruppen A⁺, B⁺, C und D sind keine optimalen Lösungen bekannt, so dass die relative Abweichung vom Optimum nicht angegeben werden kann. Da aber beste gefundene Lösungen z^{best} bekannt sind, wird die relative Abweichung der heuristischen Lösung z^{heu} von der bisher besten Lösung z^{best} berechnet

$$G = (z^{heur} - z^{best}) / z^{best} . \quad (6.21)$$

Wird mit der Heuristik eine bessere Lösung als die bisher bekannte beste Lösung gefunden, wird G negativ und stellt die prozentuale Verbesserung der besten bekannten Lösung dar.

Sind keine Rüstzeiten zu berücksichtigen, wird mit der Heuristik immer eine zulässige Lösung gefunden, sofern eine solche Lösung existiert. Die maximale Anzahl von Überstunden M^o in Gleichung (6.9) wird in diesem Fall auf null gesetzt. Testprobleme ohne Rüstzeiten, die keine zulässige Lösung ohne Überstunden haben, wurden von der Untersuchung ausgeschlossen. Sind Rüstzeiten zu berücksichtigen, ist nicht sichergestellt, dass durch die Heuristik eine zulässige Lösung für das MLCLSP gefunden wird. Die maximale Anzahl von Überstunden M^o in Gleichung (6.9) wird auf BigM, eine hinreichend große Zahl, gesetzt. Zusätzlich zur relativen Abweichung G der gefundenen Lösung spielt im Fall von Rüstzeiten bei der Bewertung die Anzahl der zulässigen Lösungen, Lösungen ohne Überstunden, eine Rolle. Anhand der Kriterien relative Abweichung G , Zulässigkeit und benötigte Rechenzeit findet die Bewertung der Heuristik statt.

Für die Berechnungen wurde die Optimierungssoftware CPLEX 7.5 mit dem Modellgenerator AMPL verwendet. Sie wurden auf einem Rechner mit einem 1200 MHz AMD Athlon Prozessor und 512 MB Arbeitsspeicher durchgeführt.

6.4.1 Untersuchung für Testproblemgruppe OR^{opt} ohne Rüstzeiten mit bekannten optimalen Lösungen

Die Heuristik wurde mit der Testproblemgruppe OR^{opt} zuerst ohne Zusatzrestriktionen und im weiteren Verlauf mit der Ungleichung für die minimale Rüstanzahl (6.15) mit $\mu = 1$,²⁷ mit den (I,S)-Ungleichungen (6.17) für $\rho = 1, 2, 3$, mit den MIR-Ungleichungen (6.18) mit $\xi = 1, 2, 3$ und den Restkapazitätsrestriktionen (6.19) mit $\phi = 1, 2, 3$ untersucht. Die Reihenfolge der zu lösenden Teilprobleme wurde einmal von der ersten bis zur letzten Periode des Planungshorizontes, was im Folgenden mit Heuristik vorwärts bezeichnet wird, und einmal von der letzten bis zur ersten Periode des Planungshorizontes gewählt, was im Folgenden mit Heuristik rückwärts bezeichnet wird. Da die optimalen Lösungen für die Testprobleme der Gruppe OR^{opt} bekannt sind, konnte die relative Abweichung der heuristischen Lösungen nach Gleichung (6.20) berechnet werden. Die Lösungsdauer für jedes Teilmodell der Heuristik wurde auf 120 Sekunden beschränkt. Diese Schranke wurde nur bei Testproblem OR_A^{opt} mit einem Zeitfenster von $\gamma = 3$ ZE relevant, welches mit einer gesamten Lösungsdauer von 420 Sekunden am längsten dauerte. Die mittleren und maximalen Lösungsdauern der Heuristik ohne Zusatzrestriktionen sind in Tabelle 6.15 dargestellt. Mit der Heuristik vorwärts konnten bei einer Zeitfenstergröße von $\gamma = 4$ ZE im Mittel die Testprobleme in 2 Minuten gelöst werden. Mit der Heuristik rückwärts dauer-

²⁷ Die maximale Produktion wurde mit Gleichung (4.39) bestimmt.

te dies 1,25 Minuten. Diese Lösungsdauern sind im Vergleich zu den Lösungsdauern mit dem Modell MLCLSP sehr gering, da der Optimalitätsbeweis bis zu drei Tagen dauerte.

Reihenfolge =	vorwärts 1..T				rückwärts T..1			
$\gamma =$	1	2	3	4	1	2	3	4
mittlere Dauer	5	15	56	113	3	8	31	73
maximale Dauer	10	73	420	361	6	37	99	186

Tabelle 6.15: Durchschnittliche und maximale Lösungsdauern der Heuristik vorwärts und rückwärts für Testproblemgruppe OR^{opt}

Die relativen Abweichungen der heuristischen Lösungen vom Optimum sind für die Testproblemgruppe OR^{opt} im Anhang A zu finden. In Tabelle 6.16 sind die durchschnittlichen relativen Abweichungen vom Optimum der Verfahrensvarianten der Heuristik für die Testproblemgruppe OR^{opt} angegeben. In den Zeilen sind die mittleren Abweichungen für eine Variante der Heuristik in Abhängigkeit von der Größe des ganzzahligen Zeitfensters γ und der Richtung der Lösungsreihenfolge der Teilprobleme angeordnet. Eine Variante ergibt sich, wenn eine bestimmte Art von Ungleichungen dem Modell $MLCLSP_{Tfix, Tint}^{Sub}$ hinzugefügt wird, wobei μ die Anzahl der Ungleichungen für die minimale Rüstanzahl, ρ die Anzahl an (I,S)-Ungleichungen, ξ die Anzahl der MIR-Ungleichungen und ϕ die Anzahl der Gleichungen für die Restkapazität bestimmt. Weiterhin wurden Kombinationen von Ungleichungen getestet, was im Anschluss an die Untersuchung mit einer bestimmten Ungleichung beschrieben ist.

Betrachtet man die Zeile für die Heuristik ohne Zusatzrestriktionen (Zeile ohne Ungl. in Tabelle 6.16) ist ersichtlich, dass mit steigender Größe des Zeitfensters die durchschnittliche Abweichung vom Optimum kleiner wird. Löst man die Teilprobleme von der letzten bis zur ersten Periode sinkt sie von ca. 15 % bei $\gamma = 1$ auf ca. 6% bei $\gamma = 4$. Lediglich bei $\gamma = 4$ ist die durchschnittliche Abweichung bei der Lösungsreihenfolge von der ersten bis zur letzten Periode fast so gut wie bei der Lösungsreihenfolge rückwärts. Bei allen anderen Zeitfenstergrößen ist die Lösungsreihenfolge vorwärts deutlich schlechter.

Bei der Heuristik mit der zusätzlichen Restriktion für die minimale Rüstanzahl ($\mu = 1$) kann die mittlere Abweichung bei der Lösungsreihenfolge vorwärts für $\gamma = 1, 2, 4$ im Vergleich zur Heuristik ohne Zusatzrestriktionen verbessert werden. Für die Zeitfenstergröße $\gamma = 3$ ZE wird die mittlere Abweichung allerdings etwas schlechter. Bei der Lösungsreihenfolge rückwärts kann die mittlere Abweichung stark gesenkt werden. Bereits bei einer Zeitfenstergröße von $\gamma = 1$ ZE beträgt die mittlere Abweichung nur noch 4,0 %. Bei der Zeitfenstergröße $\gamma = 3$ ZE beträgt sie nur 1%. Diese Verfahrensvariante mit der Zusatzrestriktion für die minimale Rüstanzahl rückwärts ist unter den untersuchten Verfahrensvarianten für alle Zeitfenstergrößen γ für die Testproblem-

Reihenfolge =	vorwärts 1..T				rückwärts T..1			
$\gamma =$	1	2	3	4	1	2	3	4
ohne Ungl.	33,2	20,8	11,0	6,2	14,7	11,8	8,4	6,0
min. Rüstanz. $\mu = 1$	23,5	16,1	12,2	5,5	4,0	1,9	1,0	1,4
(I,S)-Ungl. $\rho = 1$	22,7	17,5	11,5	5,6	13,6	12,6	8,2	2,4
$\rho = 2$	19,8	15,4	11,5	5,5	16,3	11,4	5,2	3,0
$\rho = 3$	19,4	15,4	11,5	5,7	13,5	8,1	4,9	2,3
MIR-Ungl. $\xi = 1$	22,7	17,5	11,5	5,5	14,9	12,8	8,2	3,5
$\xi = 2$	18,2	15,4	11,5	5,5	15,3	11,4	5,5	3,5
$\xi = 3$	17,7	15,4	11,5	5,5	13,4	8,3	5,0	2,3
Restkap. Ungl. $\phi = 1$	33,2	20,1	10,3	6,2	14,7	11,8	8,4	6,0
$\phi = 2$	33,3	20,1	10,7	6,4	15,6	11,9	8,6	6,6
$\phi = 3$	33,3	20,1	10,9	4,7	15,8	12,6	8,6	6,0

Tabelle 6.16: Durchschnittliche relative Abweichung der Heuristik vorwärts und rückwärts für Testproblemgruppe OR^{opt} in %

gruppe OR^{opt} die beste.

Durch die (I,S)-Ungleichungen ($\rho = 1, 2, 3$) kann die mittlere Abweichung der Heuristik vorwärts für $\gamma = 1, 2, 4$ ZE verbessert werden. Bei einer Zeitfenstergröße von $\gamma = 3$ ZE steigt die mittlere Abweichung etwas. Bei der Heuristik rückwärts wird mit steigendem ρ die mittlere relative Abweichung geringer. Durch die (I,S)-Ungleichungen kann die mittlere Abweichung im Vergleich zur Variante ohne Zusatzrestriktionen fast immer verbessert werden. Die mittlere relative Abweichung ist im Vergleich zur mittleren relativen Abweichung der Ergebnisse mit der Heuristik vorwärts immer besser.

Die MIR-Ungleichungen mit der Heuristik ($\xi = 1, 2, 3$) vorwärts führen fast immer zu den selben Lösungen wie die Heuristik vorwärts mit (I,S)-Ungleichungen.²⁸ Dementsprechend ist für die Heuristik mit MIR-Ungleichungen eine Verbesserung der mittleren relativen Abweichung für $\gamma = 1, 2, 4$ ZE festzustellen. Die Heuristik rückwärts mit MIR-Ungleichungen liefert immer geringere mittlere Abweichungen als die Heuristik vorwärts. Durch ein höheres ξ kann die

²⁸ Vgl. Anhang A

relative Abweichung bei der Heuristik rückwärts verbessert werden.

Konnten durch die zusätzlichen Ungleichungen für die minimale Rüstanzahl die (1,S)- und die MIR-Ungleichungen die mittleren Abweichungen fast immer verbessert werden, so wird durch die Ungleichungen für die Restkapazität ($\phi = 1, 2, 3$) lediglich bei der Heuristik vorwärts für $\gamma = 2, 3$ die mittlere Abweichung etwas geringer. Für $\gamma = 4$ und $\phi = 3$ sinkt sie jedoch deutlich. Bei der Heuristik rückwärts steigt die mittlere Abweichung sogar teilweise. Ein systematischer Einfluss von ϕ ist hier weder für die Heuristik vorwärts noch rückwärts erkennbar. Lediglich bei $\gamma = 4$ und $\phi = 3$ ist die Heuristik vorwärts besser als die Heuristik rückwärts.

In den bisherigen Betrachtungen waren die durchschnittlichen relativen Abweichungen vom Optimum bei der Teilproblemreihenfolge rückwärts in fast jeder Variante der Reihenfolge vorwärts überlegen. Dies bestätigt sich auch dadurch, dass für die einzelnen Testprobleme mit der Lösungsreihenfolge rückwärts fast immer bessere Lösungen gefunden wurden.²⁹ Mit der zusätzlichen Restriktion für die minimale Rüstanzahl können für die Heuristik rückwärts sogar die Optima für die Testprobleme OR_A^{opt} , OR_B^{opt} , OR_C^{opt} und OR_E^{opt} gefunden werden. Für Testproblem OR_D^{opt} wird durch keine Variante das Optimum gefunden und für OR_F^{opt} durch jede Variante vorwärts, wenn $\gamma = 4$ ist. Mit den Restriktionen für die minimale Rüstanzahl wird eine mittlere Abweichung bei der Reihenfolge rückwärts von 1 bis 4 % erreicht. Aber auch durch die (1,S)- und die MIR-Ungleichungen kann die mittlere relative Abweichung verbessert werden. Um festzustellen, ob sich für die Testprobleme der Gruppe OR^{opt} noch bessere Ergebnisse finden lassen, wurden Kombinationen von zusätzlichen Restriktionen der Heuristik hinzugefügt. Die Ergebnisse sind für die Reihenfolge rückwärts in Tabelle 6.17 dargestellt.

Kombination	Reihenfolge	rückwärts T..1			
		$\gamma = 1$	$\gamma = 2$	$\gamma = 3$	$\gamma = 4$
min. Rüst.	$\mu = 1$	4,0%	1,9%	1,0%	1,4%
min. Rüst.	$\mu = 1, \rho = 1$	4,5%	2,1%	1,0%	0,7%
und	$\mu = 1, \rho = 2$	4,5%	1,7%	1,0%	1,5%
(1,S)	$\mu = 1, \rho = 3$	5,2%	1,6%	1,0%	1,2%
min. Rüst.	$\mu = 1, \xi = 1$	3,8%	1,5%	1,2%	0,5%
und	$\mu = 1, \xi = 2$	4,5%	1,5%	1,2%	2,0%
MIR	$\mu = 1, \xi = 3$	5,5%	1,4%	1,1%	1,4%

Tabelle 6.17: Durchschnittliche relative Abweichung der Heuristik rückwärts bei Kombinationen von Ungleichungen für die Testproblemgruppe OR^{opt}

²⁹ Vgl. Tabellen im Anhang A.

Es wurden die Restriktionen für die minimale Rüstanzahl ($\mu = 1$) entweder mit den (I,S)-Ungleichungen ($\rho = 1, 2, 3$) oder den MIR-Ungleichungen ($\xi = 1, 2, 3$) kombiniert. Die Gleichungen, die sich durch die Restkapazität ergeben, wurden nicht weiter berücksichtigt, da sich durch sie keine Ergebnisverbesserung ergab. Zum Vergleich sind in der ersten Zeile der Tabelle 6.17 die durchschnittlichen Abweichungen für die Variante mit der Restriktion für die minimale Rüstanzahl angegeben. Mit der Variante $\mu = 1, \xi = 1$ und $\gamma = 4$ konnte die beste Lösung für das Testproblem OR_D^{opt} mit einer relativen Abweichung von 0,2% gefunden werden. Diese Variante hat auch die beste durchschnittliche relative Abweichung mit 0,5%.

Für die Testproblemgruppe OR^{opt} konnte die Leistungsfähigkeit der Heuristik gezeigt werden. Für 5 von 6 Testproblemen wurde die optimale Lösung gefunden. Die Lösungsreihenfolge rückwärts führte für die Testprobleme zu besseren Ergebnissen als die Reihenfolge vorwärts. Die Restriktion für die minimale Rüstanzahl verbessert die Heuristik so weit, dass abhängig von der Zeitfenstergröße die durchschnittliche Abweichung zwischen einem und vier Prozent liegt und ist damit den anderen getesteten Ungleichungen überlegen. Durch eine Kombination der Ungleichung für die minimale Rüstanzahl mit den (I,S)- oder den MIR-Ungleichungen kann die Heuristik noch weiter verbessert werden. Es kann aber im Einzelfall durch die Kombination auch eine Verschlechterung eintreten. Da die Datenbasis, auf der diese Aussagen gewonnen wurden, gering ist, ist ihre Allgemeingültigkeit beschränkt. Prinzipiell konnte aber gezeigt werden, dass durch die Heuristik eine dem Optimum sehr nahe liegende Lösung gefunden werden kann.

6.4.2 Untersuchung für Testproblemgruppe A^+ ohne Rüstzeiten mit bekannten besten Lösungen

Um die Ergebnisse auf eine breitere Datenbasis zu stellen wurde die Heuristik auf die Probleme der Testgruppe A^+ angewendet. Da für die Testprobleme der Gruppe A^+ keine optimalen Lösungen bekannt sind, wird die relative Abweichung G nach Gleichung (6.21) berechnet. Zunächst wurde das Verhalten der Heuristik ohne Zusatzrestriktionen untersucht, im Anschluss daran der Einfluss der Zusatzrestriktionen einzeln und schließlich Verknüpfungen von Zusatzrestriktionen.

Die Heuristik wurde ohne Zusatzrestriktionen für eine Zeitfenstergröße von $\gamma = 1$ bis $\gamma = 4$ ZE vorwärts beginnend mit der ersten Periode und rückwärts beginnend mit der letzten Periode gelöst. In Tabelle 6.18 ist die mittlere relative Abweichung in Abhängigkeit von der Zeitfenstergröße γ für die Lösungsreihenfolge der Teilprobleme von 1 bis T und von T bis 1 dargestellt. Bei der Lösung wurde für jedes Teilmodell ein Zeitlimit von 60 Sekunden vorgegeben. Von den 120 Testproblemen der Gruppe A^+ existieren für 12 Probleme keine zulässigen Lösungen. Diese wurden von der Auswertung ausgenommen. Alle anderen 108 Testprobleme wurden zulässig

gelöst. Betrachtet man die mittleren Abweichungen in Tabelle 6.18, ist festzustellen, dass die

$\gamma =$	<i>mittlere Abweichung in %</i>				<i>0,95-Quantil</i>				<i>maximale Abweichung in %</i>			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
1..T	13,5	5,6	3,3	1,1	27,0	11,1	8,6	3,6	38,4	22,8	21,1	12,4
T..1	8,2	3,8	1,7	0,8	16,1	10,0	3,9	3,0	17,7	16,4	7,5	4,8

Tabelle 6.18: Mittlere und maximale relative Abweichung der Heuristik ohne Zusatzrestriktionen vorwärts und rückwärts für Testproblemgruppe A^+

gefundene Lösung um so besser ist, je mehr Perioden ganzzahlig berücksichtigt werden. Bei der Lösungsreihenfolge vorwärts sinkt die mittlere Abweichung von 13,5% bei $\gamma = 1$ auf 1,1% bei $\gamma = 4$ und rückwärts von 8,2% bei $\gamma = 1$ auf 0,8% bei $\gamma = 4$. Die mittlere Abweichung ist bei gleicher Zeitfenstergröße mit der Lösungsreihenfolge von T bis 1 immer kleiner als die Abweichung bei der Reihenfolge von 1 bis T . Gleiches gilt für die 0,95-Quantile und die maximalen Abweichungen. Die mittleren und maximalen Lösungsdauern sind für die Testprobleme

$\gamma =$	<i>mittlere Dauer in Sek.</i>				<i>maximale Dauer in Sek.</i>			
	1	2	3	4	1	2	3	4
1..T	6	10	26	111	8	17	63	458
T..1	6	12	45	255	8	21	161	1007

Tabelle 6.19: Mittlere und maximale Dauer der Heuristik ohne Zusatzrestriktionen vorwärts und rückwärts für Testproblemgruppe A^+

der Gruppe A^+ in Sekunden in Tabelle 6.19 dargestellt. Die Lösungsdauer steigt mit steigendem γ . Bei der Lösungsreihenfolge rückwärts von T bis 1 sind die Lösungsdauern höher als bei der Reihenfolge von 1 nach T . Die Lösungsdauer hängt aber stark von der Erzeugnisstruktur ab. Um dies zu beurteilen, sind in Tabelle 6.20 die mittleren Lösungsdauern nach Erzeugnisstrukturen gruppiert. Vergleicht man die mittlere Lösungsdauer nach allgemeiner $il=g$ und konvergierender $il=k$ Erzeugnisstruktur, ist die Dauer stark von der Erzeugnisstruktur abhängig. Betrachtet man die mittleren Lösungsdauern in Tabelle 6.20, dann ist ersichtlich, dass sie für beide Reihenfolgen bei allgemeiner Struktur in etwa gleich hoch sind. Bei konvergierender Erzeugnisstruktur dauert die Lösung bei $T..1$ bei einem Zeitfenster von drei oder vier Perioden 2,5-mal länger als die Lösung der Heuristik vorwärts. Unabhängig von der Lösungsreihenfolge wird zur Lösung der Probleme mit konvergierender Struktur mehr Zeit benötigt.

Betrachtet man die mittlere relative Abweichung der heuristischen Lösung G in Abhängigkeit

mittlere Dauer in Sek.	allgemeine Erzeugnisstruktur				konvergierende Erzeugnisstruktur			
	1	2	3	4	1	2	3	4
$\gamma =$								
1..T	6	9	18	41	6	11	35	181
T..1	6	10	21	54	6	13	69	456

Tabelle 6.20: Mittlere Lösungsdauern der Heuristik ohne Zusatzrestriktionen vorwärts und rückwärts für Testproblemgruppe A^+ nach Erzeugnisstruktur gegliedert

von der Erzeugnisstruktur, lässt sich keine gravierende Abweichung von der mittleren Abweichung der gesamten Testproblemgruppe feststellen. In der Testgruppe A^+ ist der Ressourcengraph immer zyklisch $i_2=5$ und es werden keine Rüstzeiten berücksichtigt $i_3=0$. Ein Vergleich nach den unterschiedlichen Nachfrageserien i_4 , den Rüstzeitprofilen i_5 , den TBO-Profilen i_6 und dem Saisoneinfluss i_7 zeigte keine systematische Abweichung vom Mittelwert der relativen Abweichung der gesamten Testproblemgruppe. Demnach kann die relative Abweichung innerhalb der unterschiedlichen Aufteilungen abgesehen von Zufallsschwankungen als gleich angesehen werden.

Bei den Berechnungen für die Testproblemgruppe A^+ ohne Zusatzrestriktionen wurden für 50 Testprobleme, für die es zulässige Lösungen ohne Überstunden gibt, bessere Lösungen als die bisher bekannten besten Lösungen gefunden. Die mittlere Verbesserung betrug 0,8%. Die maximale Verbesserung lag bei 5,8%. Bessere Lösungen erhält man im größeren Umfang erst bei den Lösungsreihenfolgen vorwärts und rückwärts ab einer Zeitfenstergröße von 3 oder 4 ZE.

Als Nächstes wird nun der Einfluss der Zusatzrestriktionen untersucht. Da die Lösungsdauer bei konvergierender Erzeugnisstruktur für Zeitfenster mit vier Zeiteinheiten bereits bei über 10 Minuten liegen kann, wurde die Zeitfenstergröße auf drei Zeiteinheiten beschränkt. Zuerst werden die Restriktionen für die minimale Rüstanzahl dem Programm hinzugefügt, dann die (1-S)-Ungleichungen, gefolgt von den MIR-Ungleichungen und zuletzt den Restkapazitätsungleichungen.

Auch in den Ergebnissen mit den Zusatzrestriktionen wurden die mittleren relativen Abweichungen für die Teilgruppen von Testproblemen gebildet, die sich nach den Merkmalen i_1 bis i_7 ergeben. Zumeist lässt sich für die relative Abweichung der Teilgruppen kein großer Unterschied zur relativen Abweichung der gesamten Testproblemgruppe feststellen. In den folgenden Abschnitten wird deshalb nur auf die Ergebnisse der Teilgruppen eingegangen, wenn sie sich von den Ergebnissen der gesamten Testproblemgruppe unterscheiden.

6.4.2.1 Testproblemgruppe A^+ mit der Zusatzrestriktion für die minimale Rüstanzahl

In der Untersuchung der Testproblemgruppe A^+ mit der Zusatzrestriktion für die minimale Rüstanzahl wurden die Gleichungen 6.15 dem Teilmodell $MLCLSP_{T^{fix}, T^{int}}^{Sub}$ hinzugefügt. Die Ergebnisse für die mittleren relativen Abweichungen von den besten bekannten Lösungen sind in Tabelle 6.21 und die Lösungsdauern in Tabelle 6.22 dargestellt.

	mittlere Abweichung in %			0,95-Quantil			maximale Abweichung in %		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
$\gamma =$	1	2	3	1	2	3	1	2	3
1..T	13,5	6,1	3,1	27,3	10,9	6,6	42,2	19,8	11,5
T..1	8,7	4,3	2,1	14,4	8,5	4,6	20,1	12,1	6,7

Tabelle 6.21: Ergebnisse der Heuristik mit der Zusatzrestriktion für die minimale Rüstanzahl vorwärts und rückwärts

Vergleicht man die mittleren relativen Abweichungen in Tabelle 6.21 mit den Abweichungen der Heuristik ohne die Zusatzrestriktion, ist keine Verbesserung durch die Hinzunahme der Ungleichung für die minimale Rüstanzahl festzustellen. Die 0,95-Quantile und die maximalen Abweichungen sind teilweise etwas besser, teilweise aber auch schlechter als die Werte der Heuristik ohne Zusatzrestriktionen. Dieses Ergebnis ergibt sich auch, wenn man die Probleme nach den Merkmalen $i1$ bis $i7$ gruppiert.

mittlere Dauer in Sek.	insgesamt			allgemein			konvergierend		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
$\gamma =$	1	2	3	1	2	3	1	2	3
1..T	6	10	28	6	10	19	6	11	36
T..1	6	12	45	6	11	22	6	14	68

Tabelle 6.22: Mittlere Lösungsdauern der Heuristik mit der Zusatzrestriktion für die minimale Rüstanzahl vorwärts und rückwärts für Testproblemgruppe A^+ nach Erzeugnisstruktur gegliedert

Auch die Lösungsdauern unterscheiden sich nur gering von den Dauern der Heuristik ohne Zusatzrestriktionen. Die höhere Lösungsdauer für die Probleme mit konvergierender Erzeugnisstruktur ist wiederum festzustellen. Z.B. unterscheidet sich die mittlere Lösungsdauer von Testproblemen mit konvergierender Erzeugnisstruktur bei einem γ von drei ZE bei der Heuristik vorwärts um den Faktor zwei und bei der Heuristik rückwärts um den Faktor drei von der mittleren Lösungsdauer für Testprobleme mit allgemeiner Erzeugnisstruktur. Für die Zeitfensterbreite von $\gamma = 1$ und $\gamma = 2$ ZE konnte eine Lösung immer in 30 Sekunden gefunden werden. Bei $\gamma = 3$ betrug die maximale Dauer vorwärts 82 Sekunden und rückwärts 206 Sekunden. Abschließend

ist festzustellen, dass die Ergebnisse der Heuristik für Testproblemgruppe A^+ durch die zusätzliche Restriktion für die minimale Rüstanzahl nicht verbessert werden, da weder die Lösungsgüte verbessert noch die Lösungsdauer verringert wird. Auch konnten nur für 8 Testprobleme bessere Lösungen als die bisher bekannten besten Lösungen gefunden werden.

6.4.2.2 Testproblemgruppe A^+ mit (I,S)-Ungleichungen

In der Untersuchung der Testproblemgruppe A^+ wurden dem Modell $MLCLSP_{T^{fix}, T^{int}}^{Sub}$ die (I,S)-Ungleichungen (6.17) und die Gleichungen (6.16), welche den systemweiten Lagerbestand berechnen, hinzugefügt. Dabei wurde der Parameter $\rho = t - k - 1$, der die Anzahl an Ungleichungen bestimmt,³⁰ zwischen eins und drei variiert. Die Ergebnisse für die mittleren und die maximalen relativen Abweichung sowie die 0,95-Quantile sind in Tabelle 6.23 dargestellt, die Lösungszeiten in Tabelle 6.24.

$\gamma =$	mittlere Abweichung in %			0,95-Quantil			maximale Abweichung in %		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
1..T									
$\rho = 1$	4,6	2,1	0,9	9,4	4,7	3,6	13,2	9,2	5,2
$\rho = 2$	2,7	0,9	0,0	5,6	3,0	1,8	10,1	4,7	4,1
$\rho = 3$	2,5	0,8	0,0	5,8	3,1	1,5	6,9	4,3	2,2
T..1									
$\rho = 1$	5,1	2,4	1,1	8,8	5,7	3,3	17,8	11,1	8,0
$\rho = 2$	5,3	2,0	0,8	11,1	4,6	3,7	24,5	9,3	8,4
$\rho = 3$	4,9	1,8	0,4	11,0	4,8	3,5	16,7	13,6	8,4

Tabelle 6.23: Ergebnisse der Heuristik mit (I,S)-Ungleichungen für Gruppe A^+

Die Werte machen deutlich, dass bereits durch wenige (I,S)-Ungleichungen die mittlere relative Abweichung stark reduziert werden kann. Unter ein Prozent Abweichung kann man bereits mit $\rho = 1$ bei einem Zeitfenster von $\gamma = 3$ ZE kommen. Mit $\rho = 2$ oder $\rho = 3$ kann bereits bei $\gamma = 2$ die mittlere Abweichung unter einem Prozent gehalten werden. Mit steigendem ρ wird die Lösungsgüte der Heuristik also besser. Bei einem Zeitfenster von drei Zeiteinheiten und $\rho = 2, 3$ wird im Mittel die beste bekannte Lösung gefunden. Dies bedeutet nicht, dass immer genau die bekannte Lösung gefunden wurde. Da für sie Optimalität nicht bewiesen wurde, lassen sich auch oft bessere Lösungen finden. Mit $\rho = 1$ wurden durch die untersuchten Varianten 36 bessere Lösungen gefunden, mit $\rho = 2$ wurden 60 und mit $\rho = 3$ wurden 64 bessere Lösungen gefunden.

³⁰ Die Anzahl der Ungleichungen, die einem Teilmodell $MLCLSP_{T^{fix}, T^{int}}^{Sub}$ hinzugefügt werden, ergibt sich aus $P \cdot (T - T^{fix}) \cdot \rho$.

Die mittlere Verbesserung lag für die neuen besten Lösungen bei 1%. Maximal konnte mit $\rho = 1$ eine Lösung um 7,5% verbessert werden, bei $\rho = 2$ und $\rho = 3$ betrug die maximale Verbesserung 8,5%. Im Gegensatz zur Heuristik ohne Zusatzrestriktionen ist eine Lösungsreihenfolge von 1 nach T besser als die Heuristik rückwärts, da die Lösungsreihenfolge vorwärts bei den untersuchten Varianten immer zu niedrigeren mittleren Abweichungen führte.

$\gamma =$	mittlere (maximale) Lösungsdauer								
	insgesamt			allgemein			konvergierend		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
1..T									
$\rho = 1$	12(18)	28(68)	81(314)	12(16)	22(33)	45(78)	12(18)	33(68)	118(314)
$\rho = 2$	21(35)	45(123)	118(464)	21(33)	39(58)	72(140)	20(35)	51(123)	164(464)
$\rho = 3$	37(90)	80(246)	174(618)	36(57)	63(102)	113(256)	39(90)	97(246)	235(618)
T..1									
$\rho = 1$	10(13)	19(36)	60(242)	10(13)	16(22)	32(49)	10(13)	22(36)	88(242)
$\rho = 2$	15(24)	29(67)	72(292)	16(24)	27(44)	49(92)	14(24)	30(67)	94(292)
$\rho = 3$	28(57)	54(181)	128(450)	29(47)	50(92)	88(177)	27(57)	58(181)	167(450)

Tabelle 6.24: Mittlere (maximale) Lösungsdauer der Heuristik mit (I,S)-Ungleichungen für Gruppe A^+ in Sekunden

Die Lösungsdauer der Reihenfolge vorwärts ist in diesem Fall größer als bei der Heuristik rückwärts. Durch die (I,S)-Ungleichungen steigen die Lösungsdauern im Vergleich zur Heuristik ohne Zusatzrestriktionen an. Beispielsweise steigt die mittlere Lösungsdauer für $\gamma = 3$ ZE von 26 Sekunden auf 118 Sekunden bei $\rho = 2$. Je größer ρ gewählt wird, um so höher ist die mittlere Lösungsdauer. Die wesentlich höhere Lösungsdauer für Probleme mit konvergierender Erzeugnisstruktur ist auch hier festzustellen.

Durch die Hinzunahme der (I,S)-Ungleichungen kann die Heuristik stark verbessert werden. Bei einer Zeitfensterbreite von $\gamma = 3$ kann mit den (I,S)-Ungleichungen mit $\rho = 2$ oder $\rho = 3$ im Mittel die beste bekannte Lösung gefunden werden. Bei diesen Varianten wurden jeweils für 48 Testprobleme bessere Lösungen gefunden. Betrachtet man alle untersuchten Varianten mit (I,S)-Ungleichungen, dann wurden für 79 der zulässigen Testprobleme, die ohne Überstunden lösbar sind, neue beste Lösungen gefunden. Gleichzeitig steigt durch die (I,S)-Ungleichungen aber die benötigte Lösungszeit.

6.4.2.3 Testproblemgruppe A^+ mit den MIR-Ungleichungen

Im Weiteren wurde untersucht, wie sich die MIR-Ungleichungen (6.18) auf die mittlere relative Abweichung der mit der Heuristik gefundenen Lösung auswirken. Der Parameter ξ , der die Anzahl der MIR-Ungleichungen bestimmt, wurde zwischen eins und drei variiert. Die Ergebnisse

der Untersuchung der Testproblemgruppe A^+ mit den MIR-Ungleichungen sind in Tabelle 6.25 dargestellt.

$\gamma =$	mittlere Abweichung in %			0,95-Quantil			maximale Abweichung in %		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
1..T									
$\xi = 1$	4,6	2,1	0,9	9,3	4,7	3,7	13,2	9,2	5,4
$\xi = 2$	3,9	1,4	0,3	7,7	3,5	2,3	10,8	5,8	3,3
$\xi = 3$	3,7	1,5	0,3	7,7	3,6	1,8	10,2	8,2	3,4
T..1									
$\xi = 1$	5,3	2,3	1,1	10,4	5,6	3,8	17,8	9,6	8,0
$\xi = 2$	5,1	2,0	0,9	10,2	5,0	3,8	14,8	10,9	8,0
$\xi = 3$	5,4	1,9	0,7	9,5	5,7	2,9	18,1	9,0	8,8

Tabelle 6.25: Ergebnisse der Heuristik mit den MIR-Ungleichungen für Testproblemgruppe A^+

Vergleicht man die mittleren Abweichungen der Heuristik mit MIR-Ungleichungen mit den mittleren Abweichungen der Heuristik ohne Zusatzrestriktionen (Tabelle 6.18), ist eine starke Abnahme der relativen Abweichung festzustellen. Bei $\gamma = 3$ kann mit $\xi = 2$ und der Lösungsrichtung vorwärts z.B. eine mittlere relative Abweichung von 0,3 % erreicht werden. Die maximalen Abweichungen und die 0,95-Quantile sinken ebenfalls durch die MIR-Ungleichungen. Vergleicht man die mittleren Abweichungen für unterschiedliche ξ , so sinkt die mittlere Abweichung mit steigendem ξ . Die Lösungsreihenfolge vorwärts liefert bei jeder untersuchten Kombination von ξ und γ bessere Werte als die Reihenfolge rückwärts.

Die Lösungsdauern für die Heuristik mit MIR-Ungleichungen sind in Tabelle 6.26 angegeben. Durch die Ungleichungen steigt die Lösungsdauer. Beispielsweise steigt für ein Zeitfenster von $\gamma = 3$ bei der Heuristik vorwärts die Lösungsdauer bei $\xi = 1$ um das Dreifache bis auf das Sechsfache bei $\xi = 3$ in Vergleich zur Lösungsdauer der Heuristik ohne zusätzliche Ungleichungen. Die Dauern der Lösungsrichtungen vorwärts und rückwärts liegen in derselben Größenordnung, wobei die Heuristik rückwärts im Durchschnitt etwas schneller ist. Die Lösungszeiten von Problemen mit konvergierender Erzeugnisstruktur steigen auch hier bis um das 2,5-Fache im Vergleich zu den Problemen mit allgemeiner Struktur.

Daraus lässt sich schließen, dass durch die MIR-Ungleichungen die Ergebnisse der Heuristik stark verbessert werden können. Mit der Lösungsrichtung vorwärts kann eine mittlere Abweichung von nur 0,3% erreicht werden. Für 56 Testprobleme wurden durch die untersuchten Varianten bessere Lösungen gefunden. Die Lösungszeiten steigen allerdings durch die zusätzlichen Ungleichungen stark an.

$\gamma =$	mittlere (maximale) Lösungsdauer								
	insgesamt			allgemein			konvergierend		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
1..T									
$\xi = 1$	12(17)	28(92)	82(280)	12(16)	21(31)	44(77)	12(17)	34(92)	120(280)
$\xi = 2$	20(34)	46(125)	130(495)	20(29)	37(54)	70(147)	21(34)	55(125)	190(495)
$\xi = 3$	31(53)	66(158)	167(528)	31(47)	53(84)	98(183)	32(53)	79(158)	237(528)
T..1									
$\xi = 1$	10(15)	19(35)	62(246)	10(13)	16(22)	32(51)	10(15)	22(35)	92(246)
$\xi = 2$	17(25)	32(74)	87(346)	17(24)	30(44)	55(96)	16(25)	35(74)	118(346)
$\xi = 3$	28(47)	59(152)	170(628)	27(39)	48(78)	93(176)	29(47)	69(152)	248(628)

Tabelle 6.26: Mittlere (maximale) Lösungsdauer der Heuristik mit MIR-Ungleichungen für Gruppe A^+ in Sekunden

6.4.2.4 Testproblemgruppe A^+ mit der Restkapazitätsrestriktion

Fügt man der Heuristik die Zusatzrestriktion der Restkapazität (6.19) hinzu, kann über den Faktor ϕ die Anzahl der Ungleichungen variiert werden. Die Probleme der Testproblemgruppe A^+ wurden für $\phi = 1, 2, 3$ gelöst. Die mittleren und maximalen Abweichungen von der besten bekannten Lösung sind in Tabelle 6.27, die mittleren Lösungsdauern in Tabelle 6.28 angegeben.

$\gamma =$	mittlere Abweichung in Sek.			0,95-Quantil			mittlere Abweichung in Sek.		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
1..T									
$\phi = 1$	13,4	5,6	3,2	27,0	11,1	6,2	38,4	22,8	21,1
$\phi = 2$	12,4	5,6	3,2	24,3	10,1	6,7	37,3	22,8	21,0
$\phi = 3$	12,8	5,7	3,5	25,2	10,4	7,7	37,3	21,8	19,4
T..1									
$\phi = 1$	7,8	3,8	1,6	14,3	8,2	3,9	20,2	15,5	7,5
$\phi = 2$	7,8	3,7	1,7	15,2	8,1	4,5	19,0	16,7	6,6
$\phi = 3$	7,7	3,6	1,8	14,2	7,7	4,1	17,8	14,2	6,5

Tabelle 6.27: Ergebnisse der Heuristik mit den Restkapazitäts-Ungleichungen für Gruppe A^+

Vergleicht man die Werte für die mittlere relative Abweichung der Heuristik mit der Zusatzrestriktion, die sich aus den Restkapazitäten ergeben, mit der Heuristik ohne Zusatzrestriktionen, so ist nur eine geringe Veränderung festzustellen. Für $\gamma = 1, 2$ sinken die mittleren Abweichungen leicht. Eine Erhöhung von ϕ hat nur geringen Einfluss auf die mittlere Abweichung. Die Lösungsreihenfolge rückwärts ist bei allen gemessenen Abweichungen sehr viel besser als die Lösungsreihenfolge vorwärts. Der Einfluss auf die mittleren Lösungsdauern ist ebenfalls gering. Sie unterscheiden sich fast nicht von den Dauern der Heuristik ohne Zusatzrestriktionen.

$\gamma =$	insgesamt			allgemein			konvergierend		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
1..T									
$\phi = 1$	5 (7)	10 (18)	26 (62)	5 (7)	9 (14)	18 (30)	5 (7)	10 (18)	34 (62)
$\phi = 2$	6 (8)	9 (16)	22 (53)	6 (8)	9 (16)	17 (32)	6 (8)	9 (16)	26 (53)
$\phi = 3$	6 (12)	10 (17)	22 (50)	6 (10)	10 (17)	18 (32)	7 (12)	10 (17)	26 (50)
T..1									
$\phi = 1$	6 (12)	12 (21)	43 (149)	6 (12)	11 (15)	21 (35)	6 (12)	12 (21)	64 (149)
$\phi = 2$	6 (17)	11 (20)	42 (193)	6 (17)	10 (18)	22 (37)	6 (17)	12 (20)	62 (193)
$\phi = 3$	6 (10)	12 (19)	42 (156)	6 (10)	11 (18)	22 (41)	6 (10)	13 (19)	61 (156)

Tabelle 6.28: Mittlere (maximale) Lösungsdauer der Heuristik mit Restkapazitätsungleichungen für Gruppe A^+ in Sekunden

Der Einfluss der betrachteten Restkapazitätsungleichungen auf die Lösungen im Vergleich zur Heuristik ohne Zusatzrestriktionen lässt sich als gering einstufen. Weder die mittleren relativen Abweichungen noch die Lösungsdauern unterscheiden sich stark von den Werten der Heuristik ohne Zusatzrestriktionen. Nur für 15 Testprobleme konnten mit den untersuchten Varianten bessere Lösungen gefunden werden.

6.4.2.5 Testproblemgruppe A^+ mit mehreren Ungleichungen

Die bisherige Untersuchung der Heuristik für die Testproblemgruppe A^+ hat gezeigt, dass die Zusatzrestriktionen für die minimale Rüstanzahl und die Ungleichungen für die Restkapazität nur geringen Einfluss auf die Heuristik haben. Sowohl durch die (I,S)- als auch durch die MIR-Ungleichungen wurde die Abweichung der mit der Heuristik gefundenen Lösung von der besten bekannten Lösung im Durchschnitt stark verringert. Für beide Klassen von Ungleichungen erwies sich die Lösungsreihenfolge vorwärts als vorteilhaft.

Um im Folgenden zu untersuchen, ob die Heuristik noch weiter verbessert werden kann, wurden Kombinationen von (I,S)- und MIR-Ungleichungen der Heuristik hinzugefügt. Dabei wurden ρ und ξ jeweils zwischen eins und zwei variiert. Die Ergebnisse der relativen Abweichungen sind in Tabelle 6.29 und die Lösungsdauern sind in Tabelle 6.30 abgebildet.

Betrachtet man die mittleren Abweichungen der Heuristik vorwärts in Tabelle 6.29, lässt sich im Durchschnitt keine Verbesserung durch die Kombination von (I,S)- und MIR-Ungleichungen feststellen, da die mittleren Abweichungen bei gleichen Lösungszeiten nicht kleiner sind als bei der Heuristik mit (I,S)-Ungleichungen.

Die mittleren Abweichungen können bei der Heuristik rückwärts mit (I,S)- und MIR-Ungleichungen im Vergleich zur Heuristik mit (I,S)-Ungleichungen auch leicht sinken. Beispiels-

	mittlere Abweichung in %				0,95-Quantil				maximale Abweichung in %			
	$\xi = 1$ $\rho = 1$	$\xi = 2$ $\rho = 1$	$\xi = 1$ $\rho = 2$	$\xi = 2$ $\rho = 2$	$\xi = 1$ $\rho = 1$	$\xi = 2$ $\rho = 1$	$\xi = 1$ $\rho = 2$	$\xi = 2$ $\rho = 2$	$\xi = 1$ $\rho = 1$	$\xi = 2$ $\rho = 1$	$\xi = 1$ $\rho = 2$	$\xi = 2$ $\rho = 2$
1..T												
$\gamma = 1$	4,7	3,9	2,8	2,9	9,1	7,7	5,6	5,7	13,2	10,8	10,1	10,1
$\gamma = 2$	2,2	1,4	0,9	0,9	4,7	3,6	3,2	2,8	9,2	5,8	4,5	4,0
$\gamma = 3$	0,9	0,4	0,0	0,0	3,7	2,3	1,9	1,9	5,4	3,3	4,1	4,1
1..T												
$\gamma = 1$	5,3	5,1	5,3	5,4	9,6	11,0	11,1	11,2	17,8	14,8	24,5	24,5
$\gamma = 2$	2,3	2,1	2,1	2,0	5,7	5,9	4,8	5,3	9,6	10,9	9,3	9,3
$\gamma = 3$	1,1	0,9	0,7	0,7	3,4	3,8	3,4	3,4	8,0	8,0	8,4	8,4

Tabelle 6.29: Ergebnisse der Heuristik mit (1,S)- und MIR-Ungleichungen für Gruppe A⁺

	allgemein				konvergierend			
	$\xi = 1$ $\rho = 1$	$\xi = 2$ $\rho = 1$	$\xi = 1$ $\rho = 2$	$\xi = 2$ $\rho = 2$	$\xi = 1$ $\rho = 1$	$\xi = 2$ $\rho = 1$	$\xi = 1$ $\rho = 2$	$\xi = 2$ $\rho = 2$
1..T								
1	12 (16)	21 (31)	22 (34)	30 (48)	13 (17)	21 (33)	21 (34)	29 (57)
2	22 (31)	37 (56)	39 (60)	53 (82)	34 (57)	55 (133)	52 (112)	69 (153)
3	45 (75)	70 (125)	72 (138)	98(182)	116(311)	185(443)	168(481)	212(532)
T..1								
1	10 (17)	17 (24)	17 (24)	22 (32)	11 (21)	16 (25)	15 (24)	20 (32)
2	17 (23)	30 (46)	28 (45)	37 (58)	23 (40)	35 (73)	30 (65)	39 (90)
3	32 (48)	57 (103)	50 (96)	65 (119)	93 (270)	120(369)	95 (313)	119(379)

Tabelle 6.30: Mittlere Lösungsdauer der Heuristik mit (1,S)- und MIR-Ungleichungen für Gruppe A⁺

weise sinkt die durchschnittliche relative Abweichung bei $\gamma = 3$ ZE von 0,8% bei $\rho = 2$ auf 0,7% bei $(\xi = 1, \rho = 2)$. In den meisten Fällen wird jedoch bei der Heuristik rückwärts die mittlere Abweichung der Heuristik mit (1,S)-Ungleichungen durch die Kombination mit MIR-Ungleichungen nicht verbessert. Da die Heuristik rückwärts in jeder untersuchten Kombination zu höheren Abweichungen als die Heuristik vorwärts führte, ist auch der Heuristik rückwärts mit Kombinationen die Heuristik vorwärts mit (1,S)-Ungleichungen vorzuziehen.

Betrachtet man die mittleren Abweichungen nach Ressourcenauslastungsprofilen gruppiert, ergibt sich ein differenzierteres Bild. Dazu sind in Tabelle 6.31 die durchschnittlichen Abweichungen der Heuristik mit MIR-Ungleichungen ($\xi = 2$), (1,S)-Ungleichungen ($\rho = 2$) und für die Kombinationen ($\xi = 1, \rho = 2$) und ($\xi = 2, \rho = 2$) für die Ressourcenauslastungsprofile dargestellt. Auf die Darstellung der Ergebnisse der Lösungsreihenfolge rückwärts wurde verzichtet, da mit der Reihenfolge vorwärts in fast jedem Ressourcenauslastungsprofil bessere Ergebnisse erzielt werden konnten.

Bei der Lösungsreihenfolge vorwärts ist bei keinem Ressourcenauslastungsprofil die mittlere

	mittlere Abweichung bei $\gamma = 1$				mittlere Abweichung bei $\gamma = 2$				mittlere Abweichung bei $\gamma = 3$			
	$\xi =$	$\rho =$										
	2		1	2	2		1	2	2		1	2
		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
90/90/90	3,3	2,4	2,4	2,3	0,7	0,5	0,5	0,1	-0,3	-0,7	-0,8	-0,8
70/70/70	5,2	3,5	3,3	3,5	1,4	0,9	0,9	0,9	0,1	-0,2	-0,2	-0,2
50/50/50	4,0	2,8	2,9	3,1	2,0	1,4	1,5	1,4	1,3	0,7	0,7	0,7
90/70/50	4,2	3,3	3,1	3,4	1,7	1,3	1,3	1,4	0,4	0,4	0,3	0,3
50/70/90	2,6	1,6	1,8	2,0	1,3	0,4	0,4	0,3	0,1	-0,2	-0,1	-0,2

Tabelle 6.31: Ergebnisse der Heuristik vorwärts mit (I,S)- und MIR-Ungleichungen für Gruppe A⁺ nach Ressourcenauslastungen

Abweichung der Heuristik mit den MIR-Ungleichungen mit $\xi = 2$ besser als die mittlere Abweichung der Heuristik mit den (I,S)-Ungleichungen mit $\rho = 2$. Durch die Kombination von (I,S)- und MIR-Ungleichungen kann in verschiedenen Fällen die mittlere Abweichung im Vergleich zur Heuristik mit (I,S)-Ungleichungen gesenkt werden. Beispielsweise liegt beim Ressourcenauslastungsprofil 90/90/90, bei dem jede Ressource zu 90% ausgelastet ist, für jede untersuchte Zeitfensterbreite γ mit $\xi = 2$ und $\rho = 2$ die mittlere Abweichung unter der Abweichung der Heuristik mit (I,S)-Ungleichungen. In einigen Fällen steigt die mittlere Abweichung auch. In den meisten Fällen werden aber die mittleren Abweichungen der Heuristik mit (I,S)-Ungleichungen weder verbessert noch verschlechtert.

Im Durchschnitt verbessert die Kombination der Ungleichungen die Ergebnisse der Heuristik mit (I,S)-Ungleichungen nicht, das bedeutet aber nicht, dass im Einzelfall die mittlere Abweichung durch die Kombination nicht verbessert werden kann. Insgesamt konnten durch die untersuchten Varianten mit (I,S)- und MIR-Ungleichungen für 75 Testprobleme bessere Lösungen als die bisher bekannten besten Lösungen gefunden werden.

6.4.3 Untersuchung für Testproblemgruppe C ohne Rüstzeiten mit bekannten besten Lösungen

Für die Testprobleme der Gruppe A⁺ erwies sich die Lösung mit der Heuristik vorwärts in Verbindung mit den (I,S)- und den MIR-Ungleichungen als vorteilhaft. Diese Varianten wurden auch für die Testprobleme der Gruppe C angewendet. Die Testproblemgruppe C besteht aus 180 Testproblemen, denen eine Erzeugnisstruktur mit 40 Produkten zugrunde liegt. Die Losgrößen sollen für einen Planungshorizont von 16 Perioden festgelegt werden. Für 42 Testprobleme existieren keine zulässigen Lösungen ohne Überstunden. Diese wurden in der Auswertung nicht berücksichtigt. Um die Lösungszeiten klein zu halten, wurden die Teilmodelle mit einer Zeit-

fenstergröße $\gamma = 1$ ZE und einer maximalen Lösungsdauer von 30 und 60 Sekunden für jedes Teilproblem gelöst. Die Ergebnisse sind in Tabelle 6.32 dargestellt. Größere Zeitfensterbreiten wurden nicht weiter untersucht, da sich an einigen Testproblemen bei der Lösung mit $\gamma = 2$ und einem Zeitlimit von 60 Sekunden pro Teilproblem Lösungszeiten von 20 Minuten ergaben, ohne dass die mit $\gamma = 1$ gefundenen Lösungen verbessert werden konnten.

$\gamma = 1$	30 Sekunden		60 Sekunden	
	ohne Ungl.	$\rho = 2$	$\rho = 2$	$\xi = 2, \rho = 2$
mittlere Abweichung	13,0%	2,7%	1,1%	1,2%
0,95-Quantil	24,4%	6,5%	3,7%	4,5%
maximale Abweichung	34,7%	11,6%	8,0%	9,3%
mittlere Dauer	21 s	203 s	354 s	399 s
maximale Dauer	91 s	336 s	565 s	679 s

Tabelle 6.32: Ergebnisse der Heuristik für Testproblemgruppe C

Löst man die Testprobleme der Gruppe C mit der Heuristik vorwärts und einem Zeitlimit von 30 Sekunden je Teilproblem, beträgt die durchschnittliche relative Abweichung 13% von der besten bekannten Lösung. Im Schnitt werden dazu für jedes Testproblem 21 Sekunden benötigt.

Fügt man (I,S)-Ungleichungen der Heuristik mit $\rho = 2$ hinzu, benötigt man im Schnitt schon 3,5 Minuten, um ein Problem zu lösen. Die mittlere Abweichung sinkt aber auf 2,7%.

Erhöht man die Lösungsdauer für jedes Teilmodell auf 60 Sekunden für die Heuristik mit einer Zeitfensterbreite von $\gamma = 1$ und den (I,S)-Ungleichungen mit $\rho = 2$, kann die mittlere Abweichung auf 1,1% gesenkt werden. Bei 95% der Testprobleme ist in diesem Fall die relative Abweichung kleiner als 3,7%. Die Lösungsdauer steigt im Mittel auf 6 Minuten.

Fügt man weiter der Heuristik mit (I,S)-Ungleichung die MIR-Ungleichungen mit $\xi = 2$ hinzu, werden die Werte für die mittlere Abweichung und das 0,95-Quantil etwas schlechter, wobei die Lösungszeiten leicht steigen. Dies kann daran liegen, dass durch die größeren Teilmodelle beim Abbruch der Optimierung nach 60 Sekunden schlechtere Teillösungen fixiert werden als bei der Variante ohne MIR-Ungleichungen.

Die Probleme der Testgruppe C konnten mit der Heuristik mit (I,S)-Ungleichungen bei einer Zeitfensterbreite von $\gamma = 1$ ZE bereits mit einer mittleren Abweichung von den bekannten besten Lösungen von 1,1 % gelöst werden. Die mittlere Lösungsdauer betrug dabei 6 Minuten. Für 54 Testprobleme wurden durch die untersuchten Varianten neue beste Lösungen gefunden. Die größte Verbesserung betrug dabei 3,7%.

6.4.4 Fazit der numerischen Untersuchung der Heuristik für Probleme ohne Rüstzeiten

Die Heuristik wurde für Testprobleme ohne Rüstzeiten an Hand der Testproblemgruppen OR^{opt} , A^+ und C untersucht. Für die 6 Testprobleme der Gruppe OR^{opt} sind optimale Lösungen berechnet worden und für die 120 Testprobleme der Gruppe A^+ und 180 Testprobleme der Gruppe C sind beste Lösungen bekannt, für die aber nicht Optimalität bewiesen wurde. Die Heuristik wurde mit den Lösungsreihenfolgen vorwärts und rückwärts ohne Zusatzrestriktionen und mit den Restriktionen für die minimale Rüstanzahl, den (I,S)-Ungleichungen, den MIR-Ungleichungen, den Restkapazitätsrestriktionen und Kombinationen von Ungleichungen an Hand der Testproblemgruppen OR^{opt} und A^+ untersucht. Für die Testprobleme der Gruppe C wurden Ergebnisse in der Lösungsreihenfolge vorwärts für die Heuristik mit (I,S)- und MIR-Ungleichungen berechnet. Die Ergebnisse dieser Berechnungen sind im Folgenden zusammengefasst.

Bei der Testproblemgruppe OR^{opt} konnten insgesamt 5 von 6 Testproblemen durch die Heuristik optimal gelöst werden. Vergleicht man die Lösungsreihenfolgen, erzielt man mit der Reihenfolge rückwärts fast immer bessere Ergebnisse als mit der Reihenfolge vorwärts. Die (I,S)- und MIR-Ungleichungen verbessern das Ergebnis etwas. Die Restkapazitätsrestriktionen haben fast gar keine Auswirkung im Vergleich zu den Ungleichungen, die die minimale Rüstanzahl nach unten beschränken. Mit den Restriktionen für die minimale Rüstanzahl einer Zeitfensterbreite von 3 ZE und der Lösungsrichtung rückwärts liegt die mittlere relative Abweichung der heuristischen Lösungen vom Optimum bei einem Prozent.

Die Untersuchung der Heuristik für die Testprobleme der Gruppe A^+ fand an Hand von den 108 Testproblemen statt, für die Lösungen ohne Überstunden existieren. In allen berechneten Varianten konnten für 91 Testprobleme bessere als die bisher bekannten besten Lösungen gefunden werden. Die mittlere Verbesserung für die 91 Testprobleme betrug 2,1%. Die größte Verbesserung lag bei 8,5%. Für die Testprobleme der Gruppe A^+ ergab die Lösungsreihenfolge vorwärts bessere Ergebnisse als die Lösungsreihenfolge rückwärts. Die Restriktionen für die minimale Rüstanzahl und die Restkapazitätsrestriktionen hatten nur eine geringe Auswirkung auf das Ergebnis. Durch (I,S)- und MIR-Ungleichungen können die Ergebnisse stark verbessert werden im Vergleich zur Heuristik ohne Zusatzrestriktionen. Die Ergebnisse mit (I,S)-Ungleichungen sind dabei etwas besser als die Ergebnisse mit MIR-Ungleichungen. Durch die Kombination von MIR- und (I,S)-Ungleichungen lassen sich aber teilweise bessere Lösungen als mit der Heuristik mit (I,S)-Ungleichungen finden. Unter Verwendung der (I,S)-Ungleichungen kann bei einer Zeitfenstergröße von 3 Zeiteinheiten im Mittel die Testproblemgruppe A^+ ohne Abweichung von der besten bekannten Lösung gelöst werden.

Für die Testproblemgruppe C wurde die Heuristik mit der Lösungsreihenfolge vorwärts ohne Zusatzrestriktionen, mit (I,S)-Ungleichungen und mit der Kombination von (I,S)- und MIR-Ungleichungen berechnet. Für 54 der 138 Testprobleme, für die eine Lösung ohne Überstunden existiert, wurden durch die untersuchten Varianten neue beste Lösungen gefunden. Die größte Verbesserung betrug dabei 3,7%. Die geringste mittlere Abweichung von den besten bekannten Lösungen ergibt sich mit 1,1% durch die Berücksichtigung von (I,S)-Ungleichungen.

Bei der Testproblemgruppe OR^{opt} erwiesen sich die Ungleichungen, die die minimale Rüstanzahl nach unten beschränken, als besonders wirkungsvoll, während bei den Testproblemgruppen A^+ und C die (I,S)- und die MIR-Ungleichungen das Lösungsverhalten der Heuristik am stärksten verbesserten. Dieser Unterschied kann auf die unterschiedlichen Strukturen der Testprobleme zurückzuführen sein. Während bei der Testproblemgruppe OR^{opt} nur eine Ressource, die zur Produktion jedes Produktes benötigt wird, beschränkt ist, sind bei den Produkten der Testproblemgruppen A^+ und C mehrere Ressourcen beschränkt und nur einige Produkte benötigen dieselbe Ressource. Zudem gibt es bei den Testproblemen der Gruppe OR^{opt} in den ersten drei bzw. vier Perioden keine und danach stark schwankende bis sporadische Nachfrage, während bei den Testproblemen der Gruppen A^+ und C die Nachfrage geringer schwankt.

Insgesamt zeigen die Ergebnisse für die Testprobleme ohne Rüstzeiten, dass durch die Heuristik mit Zusatzrestriktionen die Testprobleme fast optimal oder mit geringen mittleren Abweichung zur besten bekannten Lösung gelöst werden können.

6.4.5 Numerische Untersuchungen für Testproblemgruppe MR^{opt} mit Rüstzeiten und bekannten optimalen Lösungen

Müssen Rüstzeiten berücksichtigt werden, kann die Zulässigkeit der Lösungen nicht immer gewährleistet werden, wobei unter zulässig wieder eine Lösung ohne Überstunden verstanden wird. Zusätzlich zur relativen Abweichung muss dann zur Bewertung die Anzahl der zulässig, ohne Überstunden gelösten Probleme betrachtet werden.

$\eta =$	Abweichung vom Optimum vorwärts in %			Abweichung vom Optimum rückwärts in %		
	0	1	2	0	1	2
$\gamma = 1$						
MR_A^{opt}	-	-	-	-	-	-
MR_B^{opt}	39,5	39,5	39,5	-	11,7	11,7
MR_C^{opt}	12,6	12,6	12,6	-	-	-
MR_D^{opt}	15,5	15,5	15,5	-	-	-
MR_E^{opt}	72,8	72,8	72,8	33,8	33,8	33,8
MR_F^{opt}	50,8	50,8	50,8	18,9	18,9	18,9
$\gamma = 2$						
MR_A^{opt}	-	-	-	-	-	-
MR_B^{opt}	35,1	35,1	35,1	7,3	7,3	7,3
MR_C^{opt}	18,0	18,0	18,0	-	-	-
MR_D^{opt}	10,9	10,9	10,9	-	-	-
MR_E^{opt}	44,6	44,6	44,6	26,5	26,5	26,5
MR_F^{opt}	33,2	33,2	33,2	24,1	24,1	24,1
$\gamma = 3$						
MR_A^{opt}	-	-	1,6	-	-	-
MR_B^{opt}	24,2	24,2	24,2	-	-	-
MR_C^{opt}	23,6	27,2	14,1	0,9	0,9	0,9
MR_D^{opt}	3,5	5,4	1,4	1,9	1,4	5,0
MR_E^{opt}	23,2	23,2	23,2	16,4	16,4	16,4
MR_F^{opt}	15,1	15,1	15,1	21,8	21,8	21,8

Tabelle 6.33: Ergebnisse der Heuristik ohne Zusatzrestriktionen vorwärts und rückwärts für Testproblemgruppe MR^{opt}

Zudem kommt bei Problemen mit Rüstzeiten eine weitere Verfahrensvariante hinzu. Es wird bei Problemen mit Rüstzeiten der Faktor η untersucht, der die Unterschätzung der Rüstzeiten in den relaxierten Perioden im Teilmodell berücksichtigt.³¹ Für die Testprobleme der Gruppe MR^{opt} sind optimale Lösungen bekannt. Diese Testprobleme wurden mit der Heuristik zunächst ohne

³¹ Vgl. Seite 85.

Zusatzrestriktionen, dann mit den Zusatzrestriktionen einzeln und zuletzt mit Kombinationen von Zusatzrestriktionen gelöst. Die Abweichungen vom Optimum sind für die Testprobleme die Gruppe MR^{opt} für die Heuristik ohne Zusatzrestriktionen in Tabelle 6.33 dargestellt. Wurde keine zulässige Lösung gefunden ist dies durch ein „-“ gekennzeichnet.

Mit der Heuristik vorwärts können immer fünf der sechs Testprobleme gelöst werden. Bei einem Zeitfenster von drei Zeiteinheiten werden alle sechs Testprobleme zulässig gelöst. Mit der Heuristik rückwärts können je nach Verfahrensvariante zwischen zwei und vier Problemen zulässig gelöst werden.

Die relativen Abweichungen vom Optimum liegen zwischen 1% und 73%. Durch eine größere Zeitfensterbreite kann die relative Abweichung meist gesenkt werden, aber man kann auch das Gegenteil beobachten. Die Lösung verändert sich in Abhängigkeit von η nur in wenigen Fällen. Bei der Lösungsrichtung vorwärts treten Veränderungen nur bei einer Zeitfenstergröße von $\gamma = 3$ ZE auf. $\eta = 2$ führt dann zu den besten Lösungen. Rückwärts treten Veränderungen bei einer Zeitfenstergröße von einer Zeiteinheit bei Testproblem MR_B^{opt} und bei einer Zeitfenstergröße von drei ZE bei Testproblem MR_D^{opt} auf.

Mit der Lösungsrichtung vorwärts können alle Testprobleme gelöst werden. Rückwärts wurde für MR_A^{opt} keine Lösung gefunden. Die mit der Heuristik rückwärts gefundenen Lösungen sind meistens erheblich besser als die mit der Lösungsrichtung vorwärts gefundenen. Die relative Abweichung vom Optimum ist für viele Testprobleme nicht befriedigend. Für kein Testproblem wird das Optimum gefunden.

6.4.5.1 Heuristik mit Zusatzrestriktion für die minimale Rüstanzahl für MR^{opt}

Die relativen Abweichungen vom Optimum für die Heuristik mit der Zusatzrestriktion für die minimale Rüstanzahl sind in Tabelle 6.34 angegeben. Löst man die Heuristik mit der Lösungsreihenfolge vorwärts, können immer alle Testprobleme zulässig gelöst werden. Rückwärts findet die Heuristik für alle Testprobleme zulässige Lösungen, wenn $\eta > 0$ oder $\gamma = 3$ ist.

Bei der Heuristik vorwärts sinkt mit der Zeitfenstergröße die relative Abweichung vom Optimum. Für vier der sechs Testprobleme liegen die relativen Abweichungen über 15%. Ein Einfluss von η ist nicht festzustellen.

Rückwärts lassen sich hingegen geringe Abweichungen vom Optimum erreichen. Sie sind am geringsten bei $\eta = 1$. Bei einem Zeitfenster von drei ZE können drei Probleme optimal gelöst werden. Die Abweichung für zwei weitere liegt unter 0,5% und die Abweichung der Lösung des sechsten Problems beträgt 3,9 %.

	Abweichung vom Optimum vorwärts			Abweichung vom Optimum rückwärts		
	$\eta = 0$	1	2	0	1	2
$\gamma = 1$						
MR_A^{opt}	3,5	3,5	3,3	-	2,4	54,1
MR_B^{opt}	35,7	35,7	35,7	-	2,6	2,6
MR_C^{opt}	13,4	13,4	13,4	2,8	2,8	2,8
MR_D^{opt}	17,3	17,3	17,3	-	4,9	6,0
MR_E^{opt}	31,1	31,1	31,1	1,9	1,9	1,9
MR_F^{opt}	25,2	25,2	25,2	12,1	12,1	12,1
$\gamma = 2$						
MR_A^{opt}	2,5	2,5	2,5	-	0,9	49,1
MR_B^{opt}	35,6	35,6	35,6	5,0	5,0	6,2
MR_C^{opt}	5,4	5,4	5,4	-	0,4	2,5
MR_D^{opt}	10,9	10,9	10,9	3,6	3,6	3,6
MR_E^{opt}	21,7	21,7	21,7	0,4	0,4	0,4
MR_F^{opt}	16,3	16,3	16,3	4,0	4,0	4,0
$\gamma = 3$						
MR_A^{opt}	0,7	0,7	0,7	1,0	0,1	41,9
MR_B^{opt}	23,5	23,5	23,5	0,0	0,0	5,0
MR_C^{opt}	26,0	26,0	26,0	0,4	0,4	0,4
MR_D^{opt}	8,3	8,3	8,3	0,0	0,0	0,0
MR_E^{opt}	22,3	22,3	22,3	0,0	0,0	0,0
MR_F^{opt}	15,1	15,1	15,1	3,9	3,9	3,9

Tabelle 6.34: Ergebnisse der Heuristik mit der Zusatzrestriktionen für die minimale Rüstanzahl vorwärts und rückwärts für Testproblemgruppe MR^{opt}

Mit der Lösungsreihenfolge rückwärts und der Restriktion für die minimale Rüstanzahl können bei $\eta = 1$ fast alle Testprobleme nahezu optimal gelöst werden.

6.4.5.2 Heuristik mit (I,S)-Ungleichungen für MR^{opt}

Die relativen Abweichungen vom Optimum sind für die Testprobleme der Gruppe MR^{opt} für die Heuristik mit (I,S)-Ungleichungen für $\rho = 3$ in Tabelle 6.35 dargestellt. Für $\rho = 1$ und $\rho = 2$ sind die relativen Abweichungen im Anhang B in den Tabellen B.1 und B.2 angegeben. Die Zeitfenstergröße γ wurde zwischen einer und drei ZE variiert.

Bei der Heuristik vorwärts konnten fast immer alle Probleme zulässig gelöst werden. Lediglich für Testproblem MR_A^{opt} gibt es mit $\eta = 0$ Varianten mit denen keine zulässige Lösung gefunden wird. Mit der Heuristik rückwärts wird in mehreren Fällen keine zulässige Lösung gefunden. Nur

mit $\rho = 3$ gibt es Varianten, mit denen alle Testprobleme zulässig gelöst werden.

Betrachtet man die Ergebnisse der Heuristik vorwärts ist festzustellen, dass zumeist mit steigender Zeitfenstergröße und steigendem ρ die relative Abweichung vom Optimum abnimmt. Die Kapazitätsanpassung durch η wirkt sich außer beim Testproblem MR_A^{opt} nicht auf das Ergebnis aus. Vergleicht man die relativen Abweichungen der Heuristik mit (1,S)-Ungleichungen mit denen der Heuristik vorwärts ohne Zusatzrestriktionen, ist festzustellen, dass sie im selben Bereich liegen. Die Zusatzrestriktionen führen dazu, dass häufig bessere Lösungen gefunden werden. Aber auch schlechtere Lösungen werden gefunden. Die Bandbreite der Abweichungen beträgt bei der besten Variante mit $\gamma = 3$ zwischen 1,4% und 23,5%.

	Abweichung vom Optimum vorwärts			Abweichung vom Optimum rückwärts		
	0	1	2	0	1	2
$\eta =$						
$\gamma = 1$						
MR_A^{opt}	2,9	5,8	5,7	-	-	53,2
MR_B^{opt}	33,8	33,8	33,8	-	-	14,1
MR_C^{opt}	23,2	13,5	13,5	2,8	2,8	2,8
MR_D^{opt}	11,3	11,3	11,3	-	4,4	6,8
MR_E^{opt}	31,1	31,1	31,1	33,8	33,8	33,8
MR_F^{opt}	25,2	25,2	25,2	9,9	9,9	9,9
$\gamma = 2$						
MR_A^{opt}	-	1,6	5,2	-	0,9	47,8
MR_B^{opt}	32,4	32,4	32,4	7,3	7,3	7,3
MR_C^{opt}	5,7	5,7	5,7	-	0,4	2,5
MR_D^{opt}	11,0	11,0	11,0	2,9	2,9	2,9
MR_E^{opt}	21,7	21,7	21,7	28,8	28,8	28,8
MR_F^{opt}	16,3	16,3	16,3	4,0	4,0	4,0
$\gamma = 3$						
MR_A^{opt}	-	1,4	2,3	-	0,0	39,4
MR_B^{opt}	23,5	23,5	23,5	-	-	-
MR_C^{opt}	16,9	16,9	16,9	0,4	0,4	0,4
MR_D^{opt}	7,4	7,4	7,4	-	0,0	0,0
MR_E^{opt}	22,3	22,3	22,3	16,9	16,9	16,9
MR_F^{opt}	15,1	15,1	15,1	3,9	3,9	3,9

Tabelle 6.35: Ergebnisse der Heuristik mit der (1,S)-Ungleichung mit $\rho = 3$ vorwärts und rückwärts für Testproblemgruppe MR^{opt}

Mit der Heuristik rückwärts können alle Testprobleme erst bei $\rho = 3$ gelöst werden. Bei $\eta = 1$ ergeben sich dann die geringsten Abweichungen. Bei einer Zeitfensterbreite $\gamma = 3$ ZE liegen in diesem Fall die mittleren relativen Abweichungen für drei Testprobleme unter 0,5%. Im Ver-

gleich zur Heuristik mit der Lösungsrichtung vorwärts sind die Abweichungen meistens wesentlich geringer. Fast immer sind sie auch geringer, als die Ergebnisse der Heuristik rückwärts ohne Zusatzrestriktionen (Tabelle 6.33).

Insgesamt ist durch die zusätzlichen (I,S)-Ungleichungen bei der Heuristik rückwärts eine Verbesserung der Ergebnisse gegenüber der Heuristik ohne Zusatzrestriktionen festzustellen. Die Lösungsreihenfolge rückwärts ist mit den (I,S)-Ungleichungen der Lösungsreihenfolge vorwärts vorzuziehen, da die mittleren Abweichungen wesentlich geringer sind. Mit den (I,S)-Ungleichungen können aber nicht so gute Ergebnisse wie mit den Restriktionen für die minimale Rüstanzahl erzielt werden.

6.4.5.3 Heuristik mit MIR-Ungleichungen für MR^{opt}

Für die Heuristik mit MIR-Ungleichungen sind die relativen Abweichungen vom Optimum für die Testprobleme der Gruppe MR^{opt} für $\xi = 3$ in Tabelle 6.36 abgebildet. Für $\xi = 1$ und für $\xi = 2$ sind die Ergebnisse in den Tabellen B.3 und B.4 im Anhang B zu finden. Die Zeitfenstergröße γ wurde auch hier zwischen einer und drei ZE variiert.

Bei der Heuristik vorwärts kann nur in einzelnen Fällen für das Testproblem MR_A^{opt} mit $\eta = 0$ keine zulässige Lösung gefunden werden. Mit der Heuristik rückwärts wird häufig keine zulässige Lösung gefunden. Erst wenn man die Anzahl der MIR-Ungleichungen erhöht und $\xi = 3$ setzt, gibt es Varianten, mit denen alle Testprobleme zulässig gelöst werden.

Bei der Heuristik mit der Lösungsrichtung vorwärts ist zu beobachten, dass mit steigender Zeitfenstergröße und steigendem ξ die relative Abweichung vom Optimum geringer wird. Eine Kapazitätsanpassung durch η wirkt sich nur auf Testproblem MR_A^{opt} aus. Die relativen Abweichungen mit MIR-Ungleichungen liegen bei der Lösungsrichtung vorwärts meist etwas unterhalb von den Ergebnissen der Heuristik ohne Zusatzrestriktionen. Es kommt aber auch vor, dass durch die Heuristik mit MIR-Ungleichungen schlechtere Lösungen gefunden werden, so dass die Verbesserung der Heuristik vorwärts durch die MIR-Ungleichungen für Testproblemgruppe MR^{opt} gering ist.

Alle Testprobleme können mit der Heuristik rückwärts erst durch einige Varianten bei $\xi = 3$ gelöst werden. Die geringsten Abweichungen ergeben sich, wenn die Kapazität in den relaxierten Perioden mit $\eta = 1$ modifiziert wird. In diesem Fall liegen die relativen Abweichungen bei $\gamma = 2$ zwischen 0,9 und 28,8%, wobei vier Testprobleme nur um maximal 4% abweichen. Im Vergleich zur Heuristik vorwärts sind die Abweichungen fast immer geringer. Im Vergleich zur Heuristik rückwärts ohne Zusatzrestriktionen sind die relativen Abweichungen meistens besser. Durch die

	Abweichung vom Optimum vorwärts			Abweichung vom Optimum rückwärts		
	$\eta = 0$	1	2	0	1	2
$\gamma = 1$						
MR_A^{opt}	2,9	2,9	3,7	-	-	53,2
MR_B^{opt}	33,8	33,8	33,8	-	-	14,1
MR_C^{opt}	14,5	14,5	14,5	2,8	2,8	2,8
MR_D^{opt}	11,3	11,3	11,3	-	4,4	6,8
MR_E^{opt}	31,1	31,1	31,1	33,8	33,8	33,8
MR_F^{opt}	25,2	25,2	25,2	9,9	9,9	9,9
$\gamma = 2$						
MR_A^{opt}	-	1,6	2,0	-	0,9	47,8
MR_B^{opt}	32,4	32,4	32,4	7,3	7,3	7,3
MR_C^{opt}	23,5	23,5	23,5	-	0,4	2,5
MR_D^{opt}	11,0	11,0	11,0	-	2,9	2,9
MR_E^{opt}	21,7	21,7	21,7	28,8	28,8	28,8
MR_F^{opt}	16,3	16,3	16,3	4,0	4,0	4,0
$\gamma = 3$						
MR_A^{opt}	-	1,6	0,3	-	0,0	40,9
MR_B^{opt}	23,5	23,5	23,5	-	-	-
MR_C^{opt}	14,4	14,4	14,4	0,4	0,4	0,4
MR_D^{opt}	7,4	7,4	7,4	-	0,0	0,0
MR_E^{opt}	22,3	22,3	22,3	16,9	16,9	16,9
MR_F^{opt}	15,1	15,1	15,1	3,9	3,9	3,9

Tabelle 6.36: Ergebnisse der Heuristik mit der MIR-Ungleichung mit $\xi = 3$ vorwärts und rückwärts für Testproblemgruppe MR^{opt}

MIR-Ungleichungen kann mit der Lösungsreihenfolge rückwärts die Heuristik verbessert werden. Es werden oft Ergebnisse in der Nähe des Optimums gefunden. Für das Testproblem MR_D^{opt} wird das Optimum gefunden.

6.4.5.4 Heuristik mit Restkapazitäts-Ungleichungen für MR^{opt}

Die Ergebnisse für die Heuristik mit den Restkapazitäts-Ungleichungen für $\phi = 3$ sind in Tabelle 6.37 dargestellt. Für $\phi = 1$ und $\phi = 2$ sind die Ergebnisse im Anhang B in den Tabellen B.5 und B.6 angegeben, da sie sich nur gering von den Ergebnissen für $\phi = 3$ unterscheiden.

Mit der Lösungsrichtung vorwärts können mit Ausnahme des Testproblems MR_A^{opt} alle Testprobleme zulässig gelöst werden. In den meisten Fällen ist die relative Abweichung genau so hoch wie bei der Heuristik ohne Zusatzrestriktionen.

	<i>Abweichung vom Optimum vorwärts</i>			<i>Abweichung vom Optimum rückwärts</i>		
	$\eta = 0$	$\eta = 1$	$\eta = 2$	$\eta = 0$	$\eta = 1$	$\eta = 2$
$\gamma = 1$						
MR_A^{opt}	-	-	2,3	-	-	-
MR_B^{opt}	39,5	35,1	24,2	-	7,3	-
MR_C^{opt}	12,6	18,0	21,1	-	-	0,9
MR_D^{opt}	15,5	10,9	8,3	-	-	0,0
MR_E^{opt}	72,8	44,6	23,2	33,8	26,5	16,4
MR_F^{opt}	50,8	50,8	50,8	18,9	18,9	18,9
$\gamma = 2$						
MR_A^{opt}	-	-	-	-	-	-
MR_B^{opt}	39,5	35,1	24,2	11,7	7,3	-
MR_C^{opt}	12,6	18,0	23,3	-	-	0,9
MR_D^{opt}	15,5	10,9	8,3	-	-	0,0
MR_E^{opt}	72,8	44,6	23,2	33,8	26,5	16,4
MR_F^{opt}	33,2	33,2	33,2	24,1	24,1	24,1
$\gamma = 3$						
MR_A^{opt}	-	-	-	-	-	1,7
MR_B^{opt}	39,5	35,1	24,2	11,7	7,3	-
MR_C^{opt}	12,6	18,0	18,9	-	-	0,9
MR_D^{opt}	15,5	10,9	8,3	-	-	0,6
MR_E^{opt}	72,8	44,6	23,2	33,8	26,5	16,4
MR_F^{opt}	15,1	15,1	15,1	21,8	21,8	21,8

Tabelle 6.37: Ergebnisse der Heuristik mit Restkapazitäts-Ungleichungen mit $\phi = 3$ vorwärts und rückwärts für Testproblemgruppe MR^{opt}

Rückwärts lassen sich maximal fünf Testprobleme in einer Variante zulässig lösen. Die Lösungen sind fast immer besser als mit der Heuristik vorwärts. Auch im Vergleich zur Heuristik rückwärts ohne Zusatzrestriktionen werden meist bessere Lösungen gefunden.

Für die Lösungsreihenfolge vorwärts ist durch die Hinzunahme der Restkapazitätsungleichungen keine große Verbesserung der Heuristik festzustellen. Bei der Lösungsreihenfolge rückwärts können häufig bessere Lösungen gefunden werden als mit der Heuristik rückwärts ohne Zusatzrestriktionen. Die Anzahl der unzulässigen Lösungen ist aber in den meisten Varianten hoch.

6.4.5.5 Ergebnisse der Heuristik mit Kombinationen von Ungleichungen für Testproblemgruppe MR^{opt}

Die besten Ergebnisse werden mit der Heuristik in der Lösungsreihenfolge rückwärts und den Zusatzrestriktionen für die minimale Rüstanzahl erzielt. Bei einem Zeitfenster von $\gamma = 3$ ZE werden die Testprobleme MR_B^{opt} , MR_D^{opt} und MR_E^{opt} optimal gelöst. Die mittlere relative Abweichung für MR_A^{opt} und MR_C^{opt} liegt unter 0,5% und für MR_F^{opt} bei 3,9%. Da für die (I,S)-Ungleichungen und die MIR-Ungleichungen eine Verbesserung der Heuristik im Vergleich zur Heuristik ohne Zusatzrestriktionen festgestellt werden konnte, wurden die (I,S)- und die MIR-Ungleichungen mit den Ungleichungen für die minimale Rüstanzahl kombiniert. Die Ergebnisse sind in Tabelle B.7 im Anhang B abgebildet. Durch die Kombination der Ungleichungen ergibt sich aber keine Verbesserung der Ergebnisse der Heuristik mit der Restriktion für die minimale Rüstanzahl.

6.4.6 Numerische Untersuchungen für Testproblemgruppe B^+ mit Rüstzeiten und bekannten besten Lösungen

Die Testproblemgruppe B^+ umfasst 312 Testprobleme mit Rüstzeiten. Für jedes Testproblem ist eine zulässige Lösung bekannt. Die Testprobleme wurden zuerst mit der Heuristik ohne Zusatzrestriktionen gelöst. Dann wurden die Zusatzrestriktionen für die minimale Rüstanzahl, die (I,S)-Ungleichungen und die MIR-Ungleichungen der Heuristik sukzessiv hinzugefügt. Auf eine Untersuchung der Restkapazitätsrestriktionen wurde verzichtet, da diese Restriktionen in den vorherigen Untersuchungen die Heuristik nicht verbesserten. Die Lösungsdauer für jedes Teilproblem war auf 60 Sekunden beschränkt. Die maximale Anzahl an Überstunden M^o wurde auf 10000 RE gesetzt.

Die Ergebnisse der Heuristik ohne Zusatzrestriktionen mit der Lösungsrichtung vorwärts für die Testproblemgruppe B^+ sind in Tabelle 6.38 dargestellt. Die Mittelwerte wurden dabei auf der Basis der zulässigen, ohne Überstunden gelösten Probleme berechnet.

$\eta =$	Anteil zulässiger Lsg. in %			mittlere Abweichung in %			maximale Abweichung in %			mittlere Dauer
	0	1	2	0	1	2	0	1	2	
$\gamma = 1$	53	67	89	14,8	14,6	14,9	42,0	41,3	53,2	8
$\gamma = 2$	74	85	98	6,5	6,1	5,7	22,4	21,9	19,3	12
$\gamma = 3$	84	90	100	3,4	3,2	2,9	12,7	13,4	11,9	23

Tabelle 6.38: Ergebnisse der Heuristik ohne Zusatzrestriktionen vorwärts für Testproblemgruppe B^+

Der Anteil der mit der Heuristik ohne Zusatzrestriktionen zulässig gelöster Probleme variiert in Abhängigkeit von der Zeitfenstergröße γ und dem Faktor η , über den die Kapazitätsanpassung in den relaxierten Perioden gesteuert wird, zwischen 53% und 100%. Je größer das Zeitfenster gewählt wird, um so mehr Probleme können zulässig gelöst werden. Gleiches gilt für die Berücksichtigung der relaxierten Rüstentscheidung durch η . Beträgt C_r^{rel} ein Drittel ($\eta = 1$) oder zwei Drittel ($\eta = 2$) der Rüstzeiten der Los-für-Los Lösung, sinkt die Anzahl nicht zulässiger Lösungen stark. Ein Anteil von zulässig gelösten Testproblemen von über 99% wird aber nur bei $\eta = 2$ für ein Zeitfenster von $\gamma = 3$ ZE erreicht. Alle Probleme konnten für diese Variante zulässig gelöst werden. Die mittlere Abweichung von den besten bekannten Lösungen lag knapp unter 3% bei einer mittleren Lösungsdauer von 23 Sekunden.

$\eta =$	Anteil zulässiger Lsg. in %			mittlere Abweichung in %			maximale Abweichung in %			mittlere Dauer
	0	1	2	0	1	2	0	1	2	
$\gamma = 1$	54	70	95	7,4	8,5	9,8	18,1	23,9	28,4	10
$\gamma = 2$	71	80	99	3,9	4,6	5,2	13,6	15,0	14,7	14
$\gamma = 3$	77	83	99	1,7	1,9	2,5	8,0	7,3	8,1	16

Tabelle 6.39: Ergebnisse der Heuristik ohne Zusatzrestriktionen rückwärts für Testproblemgruppe B⁺

Die Ergebnisse der Heuristik ohne Zusatzrestriktionen mit der Lösungsrichtung rückwärts sind in Tabelle 6.39 gegeben. Auch hier steigt der Anteil zulässiger Lösungen mit der Zeitfenstergröße und mit steigendem η .

Mit keiner der untersuchten $(\gamma-\eta)$ -Kombination konnten rückwärts alle Testprobleme zulässig gelöst werden, aber für 99% der Testprobleme erhielt man zulässige Lösungen für ein Zeitfenster $\gamma = 2$ und $\gamma = 3$ ZE bei $\eta = 2$. Bei $\gamma = 2$ und $\eta = 2$ liegt die mittlere Abweichung bei 5%. Bei $\gamma = 3$ und $\eta = 2$ ist die mittlere Abweichung mit 2,5% geringer als bei der Heuristik vorwärts. Im Vergleich zur Heuristik vorwärts sinkt bei dieser Verfahrensvariante die maximale Abweichung. Sie beträgt 8,1% bei der Lösungsreihenfolge rückwärts und 11,9% bei der Lösungsreihenfolge vorwärts. Ebenso ist die mittlere Lösungsdauer bei der Richtung rückwärts mit 16 Sekunden geringer als die mittlere Lösungsdauer bei der Variante vorwärts mit 23 Sekunden. Mit allen untersuchten Varianten ohne Zusatzrestriktionen konnten bereits für 84 Testprobleme der Gruppe B⁺ bessere Lösungen gefunden werden. Die größte Verbesserung betrug dabei 9%.

6.4.6.1 Testproblemgruppe B^+ mit der Zusatzrestriktion für die minimale Rüstanzahl

In dieser Variante wurde der Heuristik die Restriktion für die minimale Rüstanzahl (6.15) hinzugefügt. Die Ergebnisse für die Heuristik vorwärts sind in Tabelle 6.40 und für die Heuristik rückwärts in Tabelle 6.41 dargestellt.

$\eta =$	Anteil zulässiger Lsg. in %			mittlere Abweichung in %			maximale Abweichung in %			mittlere Dauer
	0	1	2	0	1	2	0	1	2	
$\gamma = 1$	54	68	90	15,1	14,6	14,8	42	41	53	12
$\gamma = 2$	74	85	98	6,5	6,1	5,8	21	24	20	14
$\gamma = 3$	83	89	100	3,4	3,2	2,9	15	12	13	23

Tabelle 6.40: Ergebnisse der Heuristik mit der Zusatzrestriktionen für die minimale Rüstanzahl vorwärts für Testproblemgruppe B^+

Einen Anteil an zulässigen Lösungen von über 99% konnte mit der Lösungsrichtung vorwärts nur mit der Zeitfensterbreite $\gamma = 3$ ZE bei $\eta = 2$ erreicht werden. Es konnten bei dieser Parameterkonstellation wie bei der Heuristik ohne Zusatzrestriktionen alle Probleme gelöst werden. Die mittlere Abweichung ist mit 2,9% genauso groß wie bei der Heuristik ohne Zusatzrestriktionen. Die maximale Abweichung steigt aber von 11,9 auf 13,1%.

$\eta =$	Anteil zulässiger Lsg. in %			mittlere Abweichung in %			maximale Abweichung in %			mittlere Dauer
	0	1	2	0	1	2	0	1	2	
$\gamma = 1$	57	85	96	8,8	10,1	14,1	17	25	69	7
$\gamma = 2$	73	96	100	4,7	5,5	7,2	13	14	45	12
$\gamma = 3$	77	99	100	2,4	2,8	4,2	7	8	25	35

Tabelle 6.41: Ergebnisse der Heuristik mit der Zusatzrestriktionen für die minimale Rüstanzahl rückwärts für Testproblemgruppe B^+

Bei der Heuristik rückwärts mit der Zusatzrestriktion für die minimale Rüstanzahl können über 99% der Testprobleme mit den Parametern ($\eta = 2, \gamma = 2$), ($\eta = 1, \gamma = 3$) und ($\eta = 2, \gamma = 3$) zulässig, ohne Überstunden gelöst werden. Die beste mittlere Abweichung bei diesen Parameterkombinationen liegt bei 2,8% mit $\eta = 1$ und $\gamma = 3$. Bei der Heuristik ohne Zusatzrestriktionen rückwärts können 99% der Testprobleme bei einer mittleren Abweichung von 2,5% gelöst werden.

Es ist festzustellen, dass die mittleren Abweichungen der Heuristik durch die Zusatzrestriktion für die minimale Anzahl nicht verbessert werden. Bei der Heuristik rückwärts steigt aber durch

die Zusatzrestriktion die Anzahl an zulässigen Lösungen. Durch alle Varianten konnten für 62 Testprobleme neue beste Lösungen gefunden werden, was 22 weniger sind als mit der Heuristik ohne Zusatzrestriktionen.

6.4.6.2 Testproblemgruppe B^+ mit (I,S)-Ungleichungen

Im nächsten Schritt wurden der Heuristik die (I,S)-Ungleichungen (6.17) mit $\rho = 1$, $\rho = 2$ und $\rho = 3$ hinzugefügt. Für jedes ρ wurde die Heuristik mit der Zeitfensterbreite $\gamma = 1, 2, 3$ ZE und $\eta = 0, 1, 2$ gelöst. In der Tabelle 6.42 sind die Ergebnisse der Heuristik vorwärts für $\gamma = 1$, in Tabelle 6.43 die Ergebnisse für $\gamma = 2$ und in Tabelle 6.44 die Ergebnisse für $\gamma = 3$ abgebildet.

$\eta =$	Anteil zulässiger Lsg. in %			mittlere Abweichung in %			maximale Abweichung in %			mittlere Dauer
	0	1	2	0	1	2	0	1	2	
$\rho = 1$	80	100	97	5,8	5,4	5,4	21	30	16	14
$\rho = 2$	79	100	97	3,4	3,3	3,4	11	11	12	23
$\rho = 3$	79	100	97	3,4	3,0	3,2	15	11	12	40

Tabelle 6.42: Ergebnisse der Heuristik mit der (I,S)-Ungleichung mit $\gamma = 1$ vorwärts für Testproblemgruppe B^+

Für $\eta = 1$ konnten fast alle Testprobleme bei der Zeitfenstergröße $\gamma = 1$ gelöst werden. Es wurden mindestens 311 der 312 Testprobleme zulässig gelöst. Bei $\eta = 2$ sinkt der Anteil an zulässig, ohne Überstunden gelösten Problemen auf 97%. Für $\eta = 1$ nimmt mit steigender Anzahl an (I,S)-Ungleichungen die mittlere Abweichung von den besten gefundenen Lösungen ab. Bei $\rho = 3$ beträgt sie 3,0% und ist damit deutlich besser als die beste mittlere Abweichung der Heuristik ohne Zusatzrestriktionen bei einer Zeitfenstergröße von $\gamma = 1$ ZE mit 14,6%.

$\eta =$	Anteil zulässiger Lsg. in %			mittlere Abweichung in %			maximale Abweichung in %			mittlere Dauer
	0	1	2	0	1	2	0	1	2	
$\rho = 1$	88	100	99	2,7	2,6	2,8	11	9	10	26
$\rho = 2$	87	99	99	1,5	1,2	1,4	7	8	12	44
$\rho = 3$	87	100	99	1,3	1,0	1,2	8	7	10	78

Tabelle 6.43: Ergebnisse der Heuristik mit der (I,S)-Ungleichung mit $\gamma = 2$ vorwärts für Testproblemgruppe B^+

Bei einer Zeitfensterbreite von $\gamma = 2$ ZE können sowohl bei $\eta = 1$ als auch bei $\eta = 2$ immer über 99% der Testprobleme zulässig gelöst werden (Tabelle 6.43). Die mittleren und maximalen

Abweichungen sind bei $\eta = 1$ etwas geringer als bei $\eta = 2$. Mit steigender Anzahl von (I,S)-Ungleichungen sinkt die mittlere Abweichung auf 1,0% bei $\rho = 3$.

	<i>Anteil zulässiger Lsg. in %</i>		<i>mittlere Abweichung in %</i>		<i>maximale Abweichung in %</i>		<i>mittlere Dauer</i>
	1	2	1	2	1	2	
$\eta =$							
$\rho = 1$	100	100	1,0	1,1	7	10	67
$\rho = 2$	100	100	0,1	0,4	5	10	104
$\rho = 3$	100	100	0,1	0,3	4	10	169

Tabelle 6.44: Ergebnisse der Heuristik mit der (I,S)-Ungleichung mit $\gamma = 3$ vorwärts für Testproblemgruppe B^+

Mit der Zeitfensterbreite $\gamma = 3$ ZE wurde die Heuristik nur für $\eta = 1$ oder $\eta = 2$ untersucht. Die Ergebnisse sind in Tabelle 6.44 dargestellt. Ein Anteil an zulässigen Lösungen von über 99 % wurde mit allen untersuchten Kombinationen erreicht. Mit $\eta = 1$ konnten immer alle Testprobleme zulässig gelöst werden, mit $\eta = 2$ mindestens 311 der 312. Bei $\eta = 1$ und $\rho = 2$ oder $\rho = 3$ wich die mit der Heuristik gefundene Lösung nur 0,1% im Durchschnitt von der besten gefundenen ab.

Für die Lösungsreihenfolge rückwärts wurden die Zeitfenstergrößen $\gamma = 1$ und $\gamma = 2$ untersucht. Die Ergebnisse sind in Tabelle 6.45 und in Tabelle 6.46 dargestellt. Bei einer Zeitfensterbreite

	<i>Anteil zulässiger Lsg. in %</i>			<i>mittlere Abweichung in %</i>			<i>maximale Abweichung in %</i>			<i>mittlere Dauer</i>
	0	1	2	0	1	2	0	1	2	
$\eta =$										
$\rho = 1$	51	96	100	5,7	6,1	9,4	14	21	68	11
$\rho = 2$	46	97	100	5,6	6,2	9,2	14	19	73	18
$\rho = 3$	48	98	100	5,6	6,1	9,0	14	20	77	31

Tabelle 6.45: Ergebnisse der Heuristik mit der (I,S)-Ungleichung mit $\gamma = 1$ rückwärts für Testproblemgruppe B^+

von $\gamma = 1$ konnten über 99 % der Testprobleme nur mit $\eta = 2$ zulässig gelöst werden. Die mittlere Abweichung sinkt nur leicht mit steigendem ρ und ist mit ca. 9% schlechter als die beste mittlere Abweichung bei der Heuristik vorwärts bei $\gamma = 1$ mit 3%. Mit $\eta = 1$ können zwischen 96 und 98% der Testprobleme zulässig gelöst werden. Die mittlere Abweichung ist hier mit ca. 6% zwar geringer als bei $\eta = 2$, aber immer noch höher als bei der Heuristik vorwärts mit 3,2%.

Mit $\eta = 1$ und $\eta = 2$ können bei einer Zeitfensterbreite $\gamma = 2$ ZE fast immer alle Testprobleme gelöst werden. Es wurden mindestens 311 der 312 Testprobleme zulässig, ohne Überstunden

$\eta =$	Anteil zulässiger Lsg. in %			mittlere Abweichung in %			maximale Abweichung in %			mittlere Dauer
	0	1	2	0	1	2	0	1	2	
$\rho = 1$	69	100	100	2,5	3,2	5,3	11	12	59	18
$\rho = 2$	59	100	100	2,1	2,7	5,0	7	16	62	28
$\rho = 3$	61	99	100	2,0	2,6	4,7	7	18	59	52

Tabelle 6.46: Ergebnisse der Heuristik mit der (I,S)-Ungleichung mit $\gamma = 2$ rückwärts für Testproblemgruppe B^+

gelöst. Die mittlere Abweichung ist bei $\eta = 1$ am geringsten. Mit 2,6% bei $\rho = 3$ ist sie aber höher als bei der Heuristik vorwärts, wo die mittlere relative Abweichung bei $\gamma = 2$, $\rho = 3$ und $\eta = 1$ lediglich 1% betrug. Da bei den Zeitfensterbreiten $\gamma = 1$ und $\gamma = 2$ ZE die mittleren relativen Abweichungen bei der Heuristik rückwärts immer höher sind als bei der Heuristik vorwärts wurde auf die Untersuchung der Zeitfenstergröße $\gamma = 3$ ZE bei der Heuristik rückwärts verzichtet.

Durch die zusätzlichen (I,S)-Ungleichungen kann sowohl die Anzahl der zulässigen Lösungen erhöht und die durchschnittliche Abweichung bis auf 0,1% vermindert werden. Die besten Ergebnisse erhält man mit der Lösungsrichtung vorwärts und einer Kapazitätsverringern in den relaxierten Perioden mit $\eta = 1$. Mit dieser Variante wird bei der Testproblemgruppe B^+ im Mittel fast immer die beste bekannte Lösung gefunden. Für 232 Testprobleme wurden mit den untersuchten (I,S)-Varianten neue beste Lösungen gefunden, wobei die größte Verbesserung 9,1% betrug.

6.4.6.3 Testproblemgruppe B^+ mit MIR-Ungleichungen

Als letzte einzelne Ungleichung wurde für die Testproblemgruppe B^+ die Verwendung der MIR-Ungleichungen (6.18) mit $\xi = 1, 2, 3$ untersucht. Die Ergebnisse für die Lösungsrichtung vorwärts für eine Zeitfensterbreite von $\gamma = 1$ ZE sind in Tabelle 6.47, für $\gamma = 2$ ZE sind in Tabelle 6.48 und für $\gamma = 3$ ZE sind in Tabelle 6.49 dargestellt.

Bei einer Zeitfensterbreite von $\gamma = 1$ können nur bei $\eta = 1$ über 99% der Testprobleme zulässig gelöst werden. Bei diesem η ist die mittlere Abweichung bei $\xi = 2$ und $\xi = 3$ mit 4,5% deutlich besser als bei der Heuristik ohne Zusatzrestriktionen. Sie ist aber schlechter als bei der Heuristik mit (I,S)-Ungleichungen, bei der die mittlere Abweichung bei 3% liegt.

Bei $\gamma = 2$ können auch mit $\eta = 2$ über 99% der Testprobleme gelöst werden. Mit $\eta = 1$ waren es mindestens 311 der 312 Testprobleme. Die mittlere Abweichung ist bei $\eta = 1$ etwas geringer

$\eta =$	Anzahl unzulässiger Lsg.			mittlere Abweichung in %			maximale Abweichung in %			mittlere Dauer
	0	1	2	0	1	2	0	1	2	
$\xi = 1$	79	99	97	5,8	5,4	5,4	26	31	13	13
$\xi = 2$	78	99	97	5,0	4,5	4,6	16	17	16	23
$\xi = 3$	80	99	97	4,9	4,5	4,5	20	15	14	34

Tabelle 6.47: Ergebnisse der Heuristik mit MIR-Ungleichungen mit $\gamma = 1$ vorwärts für Testproblemgruppe B⁺

$\eta =$	Anzahl unzulässiger Lsg.			mittlere Abweichung in %			maximale Abweichung in %			mittlere Dauer
	0	1	2	0	1	2	0	1	2	
$\xi = 1$	89	100	99	2,9	2,6	2,9	12	12	9	34
$\xi = 2$	87	100	99	2,2	1,9	2,0	10	9	8	60
$\xi = 3$	87	100	99	2,1	1,8	2,0	10	9	10	69

Tabelle 6.48: Ergebnisse der Heuristik mit MIR-Ungleichungen mit $\gamma = 2$ vorwärts für Testproblemgruppe B⁺

als bei $\eta = 2$. Es ist zu beobachten, dass mit steigendem ξ die mittlere Abweichung sinkt.

$\eta =$	Anzahl unzulässiger Lsg.			mittlere Abweichung in %			maximale Abweichung in %			mittlere Dauer
	0	1	2	0	1	2	0	1	2	
$\xi = 1$	91	100	100	1,2	1,1	1,2	11	8	11	66
$\xi = 2$	90	100	100	0,8	0,7	0,7	6	6	11	113
$\xi = 3$	91	99	100	0,8	0,4	0,6	7	6	11	153

Tabelle 6.49: Ergebnisse der Heuristik mit MIR-Ungleichungen mit $\gamma = 3$ vorwärts für Testproblemgruppe B⁺

Erhöht man die Zeitfensterbreite auf $\gamma = 3$, können mit $\eta = 1$ und $\eta = 2$ mindestens 311 der 312 Testprobleme zulässig gelöst werden. Die mittlere Abweichung ist bei $\xi = 1$ mit 0,7% für $\eta = 1$ und $\eta = 2$ gleich gut. Mit 0,4% erreicht man bei $\xi = 3$ und $\eta = 1$ ein sehr gutes Ergebnis für die Testproblemgruppe B⁺, welches nur durch die Variante mit den (1,S)-Ungleichungen mit $\rho = 3$ bei $\gamma = 3$ übertroffen wird.

Die Heuristik wurde mit der Lösungsreihenfolge rückwärts und den MIR-Ungleichungen für eine Zeitfensterbreite von $\gamma = 1$ ZE und $\gamma = 2$ ZE untersucht. Die Ergebnisse sind in Tabelle 6.50 dargestellt.

Über 99% der Testprobleme konnten bei der Lösungsreihenfolge rückwärts bei $\gamma = 1$ nur mit

$\eta =$	Anteil zulässiger Lsg. in %			mittlere Abweichung in %			maximale Abweichung in %			mittlere Dauer in Sek.
	0	1	2	0	1	2	0	1	2	
$\gamma = 1$										
$\xi = 1$	52	98	100	5,6	6,3	9,3	11	15	68	11
$\xi = 2$	49	98	100	5,6	6,2	9,6	15	17	70	18
$\xi = 3$	50	96	100	5,9	6,6	10,1	15	18	83	29
$\gamma = 2$										
$\xi = 1$	70	100	100	2,5	3,0	5,3	7	18	59	18
$\xi = 2$	63	100	100	2,3	2,8	5,4	7	14	66	38
$\xi = 3$	63	99	100	2,3	2,8	5,7	8	14	82	62

Tabelle 6.50: Ergebnisse der Heuristik mit MIR-Ungleichungen mit $\gamma = 1, 2$ rückwärts für Testproblemgruppe B^+

$\eta = 2$ und bei $\gamma = 2$ sowohl mit $\eta = 1$ als auch mit $\eta = 2$ ohne Überstunden gelöst werden. Die mittleren Abweichungen liegen bei $\eta = 1$ deutlich unter denen von $\eta = 2$. Zudem weichen 10% der Lösungen bei $\gamma = 2$ und $\eta = 2$ um mehr als 10% von der besten gefundenen Lösung ab. Bei $\eta = 1$ und $\xi = 3$ sind es nur 1%. Vergleicht man nun die mittlere Abweichung der Heuristik rückwärts mit MIR-Ungleichungen für $\gamma = 2$ und $\eta = 1$ mit der Heuristik vorwärts, dann sind die mittlere Abweichungen der Heuristik vorwärts immer besser. Die maximalen Abweichungen sind bei der Heuristik vorwärts ebenfalls geringer. Aus diesem Grund wurde auf eine Untersuchung der Heuristik rückwärts mit MIR-Ungleichungen und einer Zeitfenstergröße von $\gamma = 3$ ZE verzichtet.

Die besten Ergebnisse der Heuristik mit MIR-Ungleichungen erhält man durch eine Lösungsreihenfolge vorwärts mit $\eta = 1$. Eine mittlere Abweichung von 0,4% wird mit $\xi = 3$ erreicht. Für 202 Testprobleme wurden neue beste Lösungen mit der Heuristik mit den MIR-Ungleichungen gefunden. Die beste Lösung konnte dadurch um maximal 9% verbessert werden.

6.4.6.4 Testproblemgruppe B^+ mit Kombinationen von Ungleichungen

Wie in den vorherigen Unterabschnitten gesehen, konnte durch die (1,S)- und die MIR-Ungleichungen die Anzahl der zulässig zu lösenden Probleme und die relative Abweichung der Heuristik verbessert werden. Die Verbesserungen waren bei der Lösungsreihenfolge vorwärts mit $\eta = 1$ am größten. Bei $\gamma = 3$ und $\rho = 3$ ergab sich eine Abweichung von 0,1% und bei $\xi = 3$ eine Abweichung von 0,4%. Es ist zu vermuten, dass durch eine Kombination von (1,S)- und MIR-Ungleichungen bessere Lösungen erzeugt werden können. Da bei $\gamma = 3$ bereits durch die (1,S)-Ungleichungen die beste bekannte Lösung im Mittel gefunden wird, wurden für $\gamma = 1$

und $\gamma = 2$ die Testprobleme der Gruppe B^+ mit $\eta = 1$, $\rho = 3$ und $\xi = 3$ gelöst. Die Ergebnisse sind in Tabelle 6.51 dargestellt. Zum Vergleich sind ebenfalls die Ergebnisse der Heuristik angegeben, wenn nur (1,S)-Ungleichungen ($\rho = 3$) und wenn nur MIR-Ungleichungen ($\xi = 3$) dem Modell hinzugefügt werden.

$\eta = 1$	Anteil zulässiger Lsg. in %			mittlere Abweichung in %			maximale Abweichung in %			mittlere Dauer in Sek.		
$\rho =$	3	3		3	3		3	3		3	3	
$\xi =$	3		3	3		3	3		3	3		3
$\gamma = 1$	100	100	100	3,2	3,0	4,5	11	11	15	62	40	34
$\gamma = 2$	100	100	100	0,9	1,0	1,8	7	7	9	120	78	69

Tabelle 6.51: Ergebnisse der Heuristik mit (1,S)- und MIR-Ungleichungen mit $\gamma = 1, 2$ vorwärts für Testproblemgruppe B^+

Bei einer Zeitfensterbreite von $\gamma = 1$ kann durch die Kombination der Ungleichungen weder die mittlere noch die maximale Abweichung im Vergleich zum Ergebnis mit den (1,S)-Ungleichungen verbessert werden. Bei $\gamma = 2$ sinkt die mittlere Abweichung von 1,0% bei $\rho = 3$ auf 0,9% bei ($\rho = 3, \xi = 3$). Für diese Verbesserung verdoppelt sich aber die Lösungsdauer.

6.4.7 Numerische Untersuchungen für Testproblemgruppe D mit Rüstzeiten und bekannten besten Lösungen

In den Untersuchungen der Heuristik für Testproblemgruppe B^+ ergaben sich mit der Lösungsreihenfolge vorwärts und den zusätzlichen (1,S)-Ungleichungen bei $\eta = 1$ die besten Ergebnisse. Diese Variante wurde auch zum Lösen der Testprobleme der Gruppe D verwendet. Die Testproblemgruppe D umfasst 80 Testprobleme von denen für vier Testprobleme mit dem Ressourcenauslastungsprofil 90/90/90 und für vier Testprobleme mit dem Ressourcenauslastungsprofil 50/70/90 keine zulässige Lösung ohne Überstunden bekannt war. Für zwei der Testprobleme mit dem Ressourcenauslastungsprofil 50/70/90, für die keine zulässigen Lösungen bekannt waren, konnten in der Untersuchung zulässige Lösungen gefunden werden. In Tabelle 6.52 sind die mittleren Abweichungen von der besten gefunden Lösung für die Heuristik vorwärts ohne Zusatzrestriktionen $\rho = 0$ und den (1,S)-Ungleichungen mit $\rho = 1$, $\rho = 2$ und $\rho = 3$ für $\gamma = 1$ dargestellt. Die mittleren Abweichungen sind dabei nach Ressourcenauslastungsprofilen gegliedert. Für jedes Teilmodell standen 60 Sekunden Lösungsdauer zur Verfügung. Dies führte zu einer mittleren Lösungsdauer von 17 Sekunden bei der Heuristik ohne Zusatzrestriktionen, 165 Sekunden bei $\rho = 1$, 255 Sekunden bei $\rho = 2$ und 293 Sekunden bei $\rho = 3$. Maximal wurden 10 Minuten zur Lösung eines Problems benötigt.

$\gamma = 1$	Anteil an zul. Lösungen in %				mittlere Abweichung in %			
	$\rho = 0$	$\rho = 1$	$\rho = 2$	$\rho = 3$	$\rho = 0$	$\rho = 1$	$\rho = 2$	$\rho = 3$
90/90/90	0	100	100	100	-	2,5	-0,3	3,1
70/70/70	63	100	100	100	14,7	4,1	2,1	1,8
50/50/50	100	100	100	100	8,4	3,2	1,6	0,8
90/70/50	0	100	100	100	-	3,3	1,1	1,3
50/70/90	43	100	93	100	14,3	3,5	-0,4	0,2
	43	100	99	100	11,5	3,6	0,9	1,2

Tabelle 6.52: Ergebnisse der Heuristik vorwärts für Testproblemgruppe D ohne Zusatzrestriktionen und mit (1,S)-Ungleichungen

In Tabelle 6.52 sind in der untersten Zeile die mittleren relativen Abweichungen von der besten gefundenen Lösung und der prozentuale Anteil von Testproblemen, für den zulässige Lösungen gefunden wurden, der gesamten Testproblemgruppe D angegeben. Bei der Auswertung wurden nur die Testprobleme berücksichtigt, für die zulässige Lösungen ohne Überstunden bekannt sind. Negative Werte bei der relativen Abweichung ergeben sich, wenn die Verbesserung durch neue beste Lösungen die Abweichung der anderen Lösungen überwiegen. Für 24 Testprobleme konnte die beste Lösung mit den untersuchten Varianten bei einer Zeitfensterbreite von $\gamma = 1$ verbessert werden. Die größte Verbesserung betrug dabei 18,9%.

Ohne Zusatzrestriktionen können bei einer Zeitfensterweite von $\gamma = 1$ nicht einmal die Hälfte der Testprobleme zulässig gelöst werden. Mit Hilfe der (1,S)-Ungleichungen werden fast alle Testprobleme zulässig, ohne Überstunden gelöst. Lediglich bei $\rho = 2$ wird für ein Testproblem keine zulässige Lösung gefunden.

Die gesamte mittlere Abweichung ist bei $\rho = 2$ mit 0,9% sehr gering. Für Probleme mit hoher Ressourcenauslastung (90/90/90 und 50/70/90) können im Durchschnitt bessere als die bekannten Lösungen gefunden werden. Für die Ressourcenauslastungsprofile 70/70/70 und 50/50/50 wurden bei $\rho = 3$ bessere Lösungen als bei $\rho = 2$ gefunden.

Die Ergebnisse der Heuristik für Testproblemgruppe D mit $\gamma = 2$ sind im Anhang C in Tabelle C.1 angegeben. Durch die Heuristik mit $\gamma = 2$ konnten weniger Probleme zulässig gelöst werden und die mittlere Abweichung stieg im Vergleich zur Heuristik mit der Zeitfensterbreite $\gamma = 1$. Dies ist dadurch zu erklären, dass auf Grund der Modellgröße in der vorgegebenen maximalen Lösungszeit Ergebnisse gefunden wurden, die zu schlechteren Rüstentscheidungen führten. Für eine höhere maximale Lösungsdauer für jedes Teilproblem ist zu vermuten, dass die Lösung der Probleme besser wird. Dadurch würde aber auch die gesamte Lösungszeit steigen. Berücksichtigt man alle untersuchten Varianten, dann wurden für 29 der 74 Testprobleme der Gruppe D, für die zulässige Lösungen bekannt sind, neue beste Lösungen gefunden.

6.4.8 Fazit der numerischen Untersuchung der Testprobleme mit Rüstzeiten

Die Heuristik wurde für Probleme mit Rüstzeiten mit den Testproblemgruppen MR^{opt} , B^+ und D untersucht. Für die 6 Testprobleme der Gruppe MR^{opt} wurden optimale Lösungen berechnet, für die 312 Testprobleme der Gruppe B^+ und 80 Testprobleme der Gruppe D sind beste gefundene Lösungen bekannt. Die Heuristik wurde für die Lösungsreihenfolgen vorwärts und rückwärts und mit einer Kapazitätsanpassung für die relaxierten Perioden getestet. Die Heuristik wurde ohne Zusatzrestriktionen und mit den Restriktionen für die minimale Rüstanzahl, den (I,S)-Ungleichungen, den MIR-Ungleichungen, den Restkapazitätsrestriktionen und Kombinationen von Ungleichungen für die Testproblemgruppen MR^{opt} und B^+ untersucht. Für die Berechnungen mit der Testproblemgruppe D wurden nur die (I,S)-Ungleichungen verwendet. Die Ergebnisse der Berechnungen für die einzelnen Testproblemgruppen sind im Folgenden zusammengefasst.

Für die Testprobleme der Gruppe MR^{opt} konnten von 6 Testproblemen 3 optimal gelöst werden. Zwei weitere konnten mit 0,5% und das sechste mit 3,9% relativer Abweichung vom Optimum gelöst werden. Die Lösungsreihenfolge rückwärts führte zu Lösungen mit geringeren Abweichungen vom Optimum als die Reihenfolge vorwärts. Allerdings konnten mit der Reihenfolge vorwärts fast immer zulässige Ergebnisse erzeugt werden, wobei für die mit der Reihenfolge rückwärts berechneten Lösungen häufig Überstunden benötigt werden. Auf die Ergebnisse der Heuristik vorwärts hatte die Kapazitätsanpassung und die untersuchten Ungleichungen nur geringen Einfluss. Bei der Lösungsreihenfolge rückwärts lassen sich durch die Restriktionen für die minimale Rüstanzahl, die (I,S)- und die MIR-Ungleichungen die Lösungen verbessern und die Anzahl der Lösungen ohne Überstunden stark erhöhen. Die besten Ergebnisse erzielt man für die Testproblemgruppe MR^{opt} bei einer Lösungsreihenfolge rückwärts mit den Zusatzrestriktionen für die minimale Rüstanzahl und einer Zeitfensterbreite von $\gamma = 3$ ZE mit einer mittleren Abweichung vom Optimum von 0,7%.

In den Untersuchungen zur Testproblemgruppe B^+ wurden für 254 von 312 Testproblemen bessere als die besten bekannten Lösungen gefunden. Dadurch konnte die beste bekannte Lösung um bis zu 9,3% verbessert werden. Es zeigte sich, dass durch eine Kapazitätsanpassung in den relaxierten Perioden die Anzahl der Lösungen ohne Überstunden stark erhöht werden kann. Ohne Berücksichtigung von Zusatzrestriktionen und mit Berücksichtigung der Ungleichungen für die minimale Rüstanzahl liegen die mittleren Abweichungen von der besten bekannten Lösung bei der Lösungsreihenfolge rückwärts meist unter denen der Lösungsreihenfolge vorwärts. Bei Verwendung der (I,S)- und der MIR-Ungleichungen lassen sich bessere Ergebnisse mit der Lösungsreihenfolge vorwärts erzielen. Die besten Ergebnisse erhält man mit (I,S)-Ungleichungen und

einem Zeitfenster von 3 ZE mit einer mittleren Abweichung von 0,1%. Die MIR-Ungleichungen führen zu ähnlich guten Ergebnissen mit 0,4% mittlerer Abweichung. Kombinationen von Ungleichungen waren bei den untersuchten Testproblemen im Einzelfall erfolgreich.

Die Testprobleme der Gruppe D wurden ohne zusätzliche Restriktionen und mit (I,S)-Ungleichungen mit der Heuristik vorwärts berechnet. Für 29 der 74 Testprobleme der Gruppe D, für die zulässige Lösungen bekannt sind, wurden dadurch neue beste Lösungen gefunden. Zwei Testprobleme wurden zulässig gelöst, für die noch keine zulässige Lösung bekannt war. Im Vergleich zur Heuristik ohne Restriktionen kann die mittlere Abweichung von der besten gefundenen Lösung durch die (I,S)-Ungleichungen stark verringert werden. Bei einem Zeitfenster von einer Zeiteinheit beträgt die mittlere Abweichung nur noch 0,9%.

Die Restriktion, die die minimale Rüstanzahl nach unten beschränkt, erweist sich als vorteilhaft für die Testproblemgruppe MR^{opt} . Bei den Testproblemgruppen B^+ und D führen die (I,S)- und MIR-Ungleichungen zu sehr guten Ergebnissen. Dies Ergebnis kann wie bei den Problemen ohne Rüstzeiten durch die unterschiedlichen Kapazitäts- und Nachfragestrukturen hervorgerufen sein. Für den größten Anteil an Testproblemen können die besten Ergebnisse mit einer Kapazitätsanpassung, den (I,S)- und den MIR-Ungleichungen und der Lösungsrichtung vorwärts erreicht werden.