

# **Basic complex boundary value problems in the upper half plane**

DISSERTATION  
des Fachbereichs Mathematik und Informatik  
der Freien Universität Berlin  
zur Erlangung des Grades eines  
Doktors der Naturwissenschaften

vorgelegt von  
Evgeniya Gaertner, geb. Schischkina

Berlin  
Februar 2006

Betreuer und Gutachter: Prof. Dr. Heinrich Begehr, Freie Universität Berlin,  
Deutschland

Gutachter: Dr. Gohar Harutyunyan, Staatliche Universität Jerewan, Armenien

Tag der Disputation: 10.05.2006

## Table of Contents

<b>Introduction</b> .....	<b>2</b>
<b>1. Higher order Green functions in the upper half plane</b> .....	<b>4</b>
<b>2. The Gauss theorem and Cauchy - Pompeiu representations</b> .....	<b>19</b>
2.1 The Gauss theorem for the upper half plane .....	19
2.2 Cauchy - Pompeiu representations for the upper half plane .....	20
2.3 Higher order Cauchy-Pompeiu representations and orthogonal decompositions	24
2.4 The Dirichlet and the Neumann problem for the Poisson equation .....	44
<b>3. Basic boundary value problems for analytic function in the upper half plane</b> .....	<b>58</b>
3.1 Poisson representation formulas for the half plane .....	58
3.2 Schwarz problem for the half plane .....	59
3.3 Dirichlet problem for the half plane .....	64
3.4 Neumann problem for the half plane .....	67
3.5 Robin boundary value problem .....	68
3.6 Neumann problem for harmonic functions in the upper half plane .....	73
<b>4. Boundary value problems for the inhomogeneous Cauchy - Riemann equation in the upper half plane</b> .....	<b>75</b>
4.1 Schwarz problem for the inhomogeneous Cauchy-Riemann equation .....	75
4.2 Dirichlet problem for the inhomogeneous Cauchy-Riemann equation .....	77
4.3 Neumann problem for the inhomogeneous Cauchy-Riemann equation .....	79
4.4 Robin problem for the inhomogeneous Cauchy-Riemann equation .....	82
<b>5. Dirichlet problem for the inhomogeneous polyharmonic equation in the upper half plane</b> .....	<b>87</b>
<b>References</b> .....	<b>108</b>

# Lebenslauf

31.07.1977	geboren in Budapest (Ungarn)
1983-1993	Schule, Russland (Abschluss: silberne Medaille)
1993-1998	Tadschikische National Staatliche Universität, Fakultät für Mathematik und Informatik Abschluss: Diplom Mathematikerin
2001-2002	Tadschikische Akademie für Wissenschaft, Mathematische Abteilung, Aspirantin bei Prof. Nusrat Rajabov
1.10.02-31.07.03	DAAD Stipendiatin bei Prof. Dr. Heinrich Begehr Freie Universität Berlin
seit Oktober 2003	Doktorandin an dem Fachbereich für Mathematik u. Informatik der Freien Universität Berlin bei Prof. Dr. Heinrich Begehr