

# Statistisch-Dynamische Analyse skalenabhängiger Niederschlagsprozesse: Vergleich zwischen Beobachtungen und Modell

Dissertation  
zur Erlangung des akademischen Grades des  
Doktors der Naturwissenschaften  
am Fachbereich Geowissenschaften  
der Freien Universität Berlin

vorgelegt von

**Antje Claußnitzer**

im März 2010

Gutachter

PD Dr. Peter Névir  
Prof. Dr. Ulrich Cubasch

Tag der Disputation: 9.7.2010

Es regnet, es regnet, die Erde wird nass.  
Das freu'n sich die Kinder, da wächst auch das Gras.

Es regnet, es regnet, es regnet seinen Lauf.  
Und wenn's genug geregnet hat, dann hört es wieder auf.

Es regnet, es regnet, der Kuckuck wird nass.  
Wir sitzen im Trocknen, was schadet uns das?



# Inhaltsverzeichnis

Zusammenfassung – Abstract	1
1. Einleitung	3
<b>1. Statistische Analyse des Niederschlages</b>	<b>7</b>
<b>2. Theorie der Fraktale und deren Anwendung auf Niederschlagsprozesse</b>	<b>9</b>
2.1. Definition der Skaleninvarianz	9
2.2. Skalierungsexponenten	12
2.2.1. Pareto-Verteilung	13
2.2.2. Hurst-Exponent	17
2.2.3. Zusammenhang zwischen Pareto-Exponent und Hurst-Exponent	23
2.2.4. Spektraler Skalenexponent	24
2.2.5. Zusammenhang zwischen Hurst-Exponent und spektralem Skalenexponent	26
2.2.6. Die Boxcounting-Dimension	27
<b>3. Niederschlagsdaten: Beobachtung und Modell</b>	<b>31</b>
3.1. Beobachtungsdaten	31
3.1.1. Niederschlagsmessung und deren Fehler bei der Registrierung	31
3.1.2. Niederschlagsreihen der Station Berlin-Dahlem	33
3.1.3. Das Berliner Stadtmessnetz	36
3.1.4. Stationsdaten des DWD	37
3.2. Modelldaten vom Deutschen Wetterdienst (DWD)	38
3.2.1. COSMO-Modellkette	38
3.2.1.1. Das Koordinatensystem	40
3.2.1.2. Niederschlagsparametrisierung	42
3.2.2. Verwendete Niederschlagsdaten des LM	44
3.2.3. Verwendete Niederschlagsdaten des COSMO-EU	44
3.2.4. Verwendete Niederschlagsdaten des COSMO-DE	45
3.3. Die FUB-Analyse	45
3.3.1. FUB-Analyse in der Deutschlandskala korrespondierend zu den COSMO-Modellen	46
3.3.2. FUB-500m-Analyse in der regionalen Skala für Berlin	46
<b>4. Analyse der Berliner Niederschlagsmessung mit den Skalenexponenten</b>	<b>49</b>
4.1. Statistische Analyse mit klassischen Methoden	50
4.2. Analyse des Pareto-Exponenten	53
4.3. Analyse des Hurst-Exponenten und des spektralen Skalenexponenten	57
4.3.1. Saisonale Betrachtung des Hurst-Exponenten	62
4.3.2. Zusammenhang zwischen dem Hurst-Exponenten und der Varianz	62
4.3.3. Zusammenhang mit dem Pareto-Exponenten	64
4.4. Fraktale Dimension	65
4.5. Vergleich der täglichen Daten mit drei Stationen des DWD-Messnetzes	72
4.5.1. Statistische Analyse mit klassischen Methoden	72

4.5.2.	Einfluss der Nordatlantischen Oszillation . . . . .	74
4.5.3.	Pareto-Exponent . . . . .	75
4.5.4.	Hurst-Exponent und spektraler Skalenexponent . . . . .	76
4.5.5.	Fraktale Dimension . . . . .	78
4.6.	Niederschlagsintensitäts-Andauerverteilung . . . . .	80
<b>5.</b>	<b>Verifikation der Modelldaten mit Skalenexponenten auf verschiedenen Raumskalen</b>	<b>85</b>
5.1.	Verifikation von Punktniederschlägen im Berliner Stadtgebiet . . . . .	86
5.1.1.	Statistische Analyse mit klassischen Methoden . . . . .	86
5.1.2.	Pareto-Exponent . . . . .	88
5.1.3.	Hurst-Exponent und spektraler Skalenexponent . . . . .	89
5.1.4.	Fraktale Dimension . . . . .	90
5.2.	Verifikation im Berliner Stadtgebiet . . . . .	92
5.2.1.	Analyse der Beobachtungsdaten Berlin 2007 . . . . .	93
5.2.1.1.	Statistische Analyse mit klassischen Methoden . . . . .	93
5.2.1.2.	Räumliche Verteilung des Pareto-Exponenten . . . . .	95
5.2.2.	Analyse der Modellniederschläge für Berlin 2007 . . . . .	96
5.2.2.1.	Statistische Analyse mit klassischen Methoden . . . . .	96
5.2.2.2.	Räumliche Verteilung des Hurst-Exponenten . . . . .	99
5.3.	Verifikation der COSMO-Modellkette auf der Deutschlandskala . . . . .	102
5.3.1.	Korrelation der Zeitreihen . . . . .	102
5.3.2.	Räumliche Verteilung der Korrelationen im Sommer 2007 . . . . .	104
5.3.3.	Räumliche Verteilung des Hurst-Exponenten . . . . .	106
<b>II.</b>	<b>Dynamische Ursachen der Niederschlagsbildung</b>	<b>111</b>
<b>6.</b>	<b>Der Dynamische Zustandsindex</b>	<b>113</b>
6.1.	Die Energie-Wirbel-Theorie . . . . .	115
6.2.	Das Variationsprinzip zur Ableitung eines stationären Zustandes . . . . .	116
6.3.	Definition des <i>DSI</i> . . . . .	119
6.4.	Geometrische Interpretation des <i>DSI</i> . . . . .	121
6.5.	Berechnung des <i>DSI</i> auf isentropen Flächen . . . . .	123
6.6.	Eingangsdaten für die Berechnung des <i>DSI</i> . . . . .	124
6.7.	<i>DSI</i> und isentropes PV-Denken . . . . .	124
6.7.1.	Synoptische Situation . . . . .	124
6.7.2.	Die isentrope PV-Analyse (IPV-Denken) . . . . .	126
6.7.3.	Vertikalstruktur des <i>DSI</i> und der Zusammenhang zum IPV-Denken . . . . .	127
<b>7.</b>	<b>Statistische Untersuchung von Niederschlagsprozessen mit dem Zustandsindex <i>DSI</i></b>	<b>129</b>
7.1.	Energie-Wirbel-Grundzustand und Niederschlagsprozesse . . . . .	130
7.2.	Mittlere Vertikalstruktur des <i>DSI</i> . . . . .	131
7.3.	Vertikale Verteilung der Korrelationen zwischen <i>DSI</i> und Niederschlag . . . . .	132
7.4.	Einfluss des Latent Heat Nudging . . . . .	135
7.5.	Räumliche Verteilung der Korrelationen zwischen <i>DSI</i> und Niederschlag . . . . .	137
7.6.	Untersuchung der Vorhersagegüte als Funktion der Zeit . . . . .	137
7.7.	Regionale Analyse . . . . .	140
7.8.	Hurst-Exponent des <i>DSI</i> in der Modellkette . . . . .	143
<b>8.</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>147</b>

<b>III. Anhänge</b>	<b>153</b>
<b>A. Fraktalität und stochastische Prozesse</b>	<b>155</b>
A.1. Selbstähnlichkeit und Dimensionsbegriff . . . . .	155
A.1.1. Statistische Selbstähnlichkeit . . . . .	156
A.1.2. Selbstähnliche und selbstaffine Fraktale . . . . .	157
A.2. Wahrscheinlichkeitsverteilungen . . . . .	157
A.2.1. Normalverteilung und zentraler Grenzwertsatz . . . . .	158
A.2.2. Stabile Verteilungen . . . . .	159
A.3. Stochastische Prozesse . . . . .	163
A.3.1. Fraktionelle Brown'sche Bewegung und fraktionelles Gauß'sches Rauschen . . . . .	163
A.3.2. $\alpha$ -stabile selbstähnliche Prozesse . . . . .	166
<b>B. Ergänzende Informationen zum Kapitel 5</b>	<b>171</b>
B.1. Ergänzende Abbildungen zu Abschnitt 5.1 . . . . .	171
B.2. Ergänzende Abbildungen zu Abschnitt 5.2.1 . . . . .	175
B.3. Klassische Verifikation der modellierten Niederschläge für Berlin 2007 . . . . .	178
B.4. Ergänzende Abbildungen zu Abschnitt 5.2.2 . . . . .	182
<b>C. Ergänzende Informationen zum Kapitel 7</b>	<b>183</b>
C.1. Statistische Bemerkungen zum Korrelationskoeffizienten und zur Signifikanzprüfung . . . . .	183
C.2. Ergänzende Abbildungen für den Abschnitt 7.2 . . . . .	184
C.3. Sensitivitätsstudie der Korrelationen zwischen <i>DSI</i> und Niederschlag . . . . .	185
<b>Literatur</b>	<b>187</b>
<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>197</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>197</b>
<b>Variablenverzeichnis</b>	<b>199</b>
<b>Abkürzungverzeichnis</b>	<b>201</b>
<b>Publikationen</b>	<b>203</b>
<b>Danksagung</b>	<b>205</b>





# Zusammenfassung – Abstract

## Zusammenfassung

In den letzten Jahren gab es in der Entwicklung der Modelle der numerischen Wettervorhersage große Verbesserungen im Bereich der Kurzzeit- und Mittelfristvorhersage bezüglich der Temperatur, der Windgeschwindigkeit und -richtung sowie der Wolkenbedeckung, jedoch nur einen geringen Fortschritt in der quantitativen Niederschlagsvorhersage. Der Niederschlag ist eine der am schwersten vorherzusagenden meteorologischen Größen. Um die numerischen Modelle verbessern zu können, ist es wichtig, die Niederschlagsprozesse zu verstehen. Im Rahmen dieser Arbeit wird dazu ein Beitrag geleistet, indem der Niederschlag umfassend in verschiedenen zeitlichen und räumlichen Skalen analysiert wird. Dazu wird zum einen eine statistische Untersuchung des Niederschlages basierend auf Beobachtungs- und Modelldaten unternommen. Es wird die Eigenschaft der Skaleninvarianz mit Hilfe von verschiedenen Skalenexponenten analysiert. Im Bezug auf den Niederschlag wird der Pareto-Exponent  $\alpha$  (Extremereignisse), der Hurst-Exponent  $H$  (Persistenz der Zeitreihen), der spektrale Skalenexponent  $\beta$  (Farbe des Rauschens) und die fraktale Dimension  $D$  (geometrische Struktur) verwendet. Zum anderen werden die dynamischen Ursachen der Niederschlagsbildung anhand eines neuartigen Indexes, dem Dynamischen Zustandsindex ( $DSI$ ), analysiert.

Als wesentliche Ergebnisse für den ersten Teil kann zusammengefasst werden, dass erstmals über den gesamten meteorologischen Skalenbereich die Skalenexponenten berechnet und physikalisch interpretiert. Es wurden für die konvektive und synoptische Skala sowie der Klimaskala typische Werte gefunden, mit denen die Skalen klassifiziert wurden. Ein weiteres wichtiges Resultat ist, dass innerhalb der konvektiven Skala der Niederschlag skaleninvariantes, nicht-gaußisches Verhalten zeigt und sich somit von der Temperatur als normalverteilte Variable unterscheidet. Die Verifikation der Modelldaten anhand der Skalenexponenten zeigt, dass diese sich gut als Verifikationsmaße eignen. Im zweiten Teil der Arbeit kann gezeigt werden, dass der Niederschlag mit den Abweichungen des Energie-Wirbel-Grundzustandes korreliert ist. Es ergeben sich hohe Korrelationen zwischen  $DSI$  und Niederschlag. Das stellt die Bedeutung der instationären und diabatischen Prozesse für die Niederschlagsbildung heraus. Es lässt sich feststellen, dass der  $DSI$  ein dynamischer Proxy für den Niederschlag ist. Außerdem kann mit Hilfe des  $DSI$ -Konzeptes das isentrope Vorticity-Denken visualisiert und weiterentwickelt werden, da der  $DSI$  schon die Abweichungen des Grundzustandes beinhaltet.

## Abstract

In recent years the development of numerical weather prediction models has shown great progress in the short-term and medium-range forecast of temperature, wind speed or direction and cloud coverage, but only little success in the quantitative precipitation forecast. Rainfall is one of the most difficult forecasting meteorological variable. To improve the numerical models, it is necessary to understand the rainfall processes. This thesis contributes towards an understanding since the precipitation is analysed of a broad spectrum of spatial-temporal scales. For this purpose a statistical analysis of precipitation is performed, based on observational and model data. The characteristics of scale-invariant processes are analysed using different scale exponents. The Pareto exponent  $\alpha$  (extreme events), the Hurst exponent  $H$  (persistence of time series), the spectral scale exponent  $\beta$  (colour of the noise) and the fractal dimension  $D$  (geometrical structure) are applied to rainfall. Additionally, the dynamic causes of precipitation generation are investigated with a novel parameter, the Dynamic State Index ( $DSI$ ).

In summary the statistical analysis performed in this work yields a calculation and physical interpretation of scale exponents over the whole meteorological scale domain. Typical values can be found for the convective, synoptic and climatic scale, which are used to classify the scales. A further important result is that within the convective scale the precipitation shows a scale invariant, non-Gaussian behaviour and therefore differs from the temperature as a normal-distributed variable. The verification of the model data with the scale exponents indicates that they are suitable for verification. In the second part of the thesis it is shown that the precipitation is correlated with the deviation of an energy-vorticity basic state. The correlation between *DSI* and precipitation is high, emphasizing the importance of the diabatic and instationary processes for the generation of precipitation. Thus, the *DSI* can be established as a dynamic proxy for rainfall. Additionally, with the *DSI*-concept the isentropic potential vorticity thinking can be directly visualised and refined, because the *DSI* is defined as the deviation from the energy-vorticity basic state.

# 1. Einleitung

In den letzten Jahren gab es in der Entwicklung der Modelle der numerischen Wettervorhersage (engl.: numerical weather prediction; NWP) große Verbesserungen im Bereich der Kurzzeit- und Mittelfristvorhersage bezüglich der Temperatur, der Windgeschwindigkeit und -richtung sowie der Wolkenbedeckung, jedoch nur einen geringen Fortschritt in der quantitativen Niederschlagsvorhersage (QNV). Der Niederschlag ist eine der am schwersten vorherzusagenden meteorologischen Größen. Seine Entstehung wird durch wolkenmikrophysikalische Prozesse, wie z. B. die Kondensation von Wasserdampf oder die Koagulation von Teilchen, bestimmt. Dabei spielen die physikalischen und thermodynamischen Parameter wie die Temperatur und die Feuchte eine entscheidende Rolle. Zusätzlich bestimmen dynamische Prozesse wie die Advektion von Feuchte, die Vertikalbewegung, verursacht durch die horizontale Konvergenz, die Niederschlagsverteilung. Nicht zu vernachlässigen sind die orographisch induzierten Niederschläge. Es ist sehr schwierig, die räumlich-zeitlich Variabilität des Niederschlages auf der Basis von Beobachtungen und Modellen zu erhalten. Die korrekte statistische und dynamische Beschreibung sowie die Parametrisierung dieser Prozesse, welche sich in verschiedenen Raum- und Zeitskalen abspielen, ist eine der großen Aufgaben der Meteorologie und der numerischen Wettermodellierung. Um die numerischen Modelle verbessern zu können, ist es wichtig, die Niederschlagsprozesse zu verstehen. In dieser Arbeit soll zum einen eine statistische Untersuchung des Niederschlages basierend auf Beobachtungsdaten unternommen werden. Zum anderen werden die dynamischen Ursachen der Niederschlagsbildung anhand eines neuartigen Index analysiert.

Der Niederschlag ist durch eine hohe Variabilität in Raum und Zeit charakterisiert. Zum einen sind die Niederschlagszeitreihen durch den Wechsel von trockenen und regnerischen Perioden geprägt und zum anderen können innerhalb der Regenperioden extreme Niederschlagsereignisse auftreten (Schmitt et al., 1998). Auf der Minutenskala ist der Niederschlag durch relativ viele Nichtregenereignisse charakterisiert. Die Niederschlagsstatistik unterscheidet sich damit grundsätzlich von der statistischen Analyse der Temperatur oder des Druckes. Die Trocken- und Regenperioden spielen einerseits für die Vegetation eine wichtige Rolle. Die Abnahme der Nichtregenereignisse mit zunehmender zeitlicher und räumlicher Akkumulation spiegelt andererseits die gesamten dynamischen Prozesse in der Atmosphäre wider. Daher soll die Niederschlagsanalyse in der vorliegenden Arbeit auch einen Beitrag zum Verständnis der Skalenwechselwirkungen leisten. Mandelbrot und Wallis (1968) gaben dem Wechsel von Trocken- und Regenzeiten und der Variabilität von extremen Niederschlagsereignissen biblische Namen, den so genannten Joseph- und Noah-Effekt (vgl. Anhang A.3.2). Der Joseph-Effekt beschreibt die Persistenz in den Zeitreihen, d. h. dass auf lange Perioden mit viel Niederschlag Perioden mit weniger Niederschlag folgen. Der Noah-Effekt geht auf die ungewöhnlichen Amplituden von extremen Niederschlagsereignissen ein, deren Verteilungen potenzgesetzartig abfallen. Ein Charakteristikum dieser Wahrscheinlichkeitsverteilungen sind die breiten Enden. Die Gemeinsamkeit der beiden Effekte ist die Skaleninvarianz, d. h. die Selbstähnlichkeit in den verschiedenen Skalen bezüglich der Transformation. Studien, die zeitliche Skaleninvarianz von Niederschlag aufwiesen, wurden u.a. von Schertzer und Lovejoy (1987), Sivakumar (2000, 2001a) und Olsson et al. (1992, 1993) durchgeführt. Basierend auf unterschiedlichen Methoden wurden verschiedene Parameter (Hurst-Exponent  $H$ , Pareto-Exponent  $\alpha$ , fraktale Dimension  $D$  und spektraler Skalenexponent  $\beta$ ) angewendet, um die Skaleninvarianz in den Niederschlagsdaten zu zeigen.

Ein Ziel dieser Arbeit ist es daher, die verschiedenen in der Literatur verwendeten Skalenexponenten gegenüberzustellen, mit denen der Niederschlag zeitabhängig und zeitunabhängig charakterisiert werden kann. Im Rahmen dieser Arbeit werden die oben genannten Skalenexponenten (Kapitel 2) erstmals einheitlich auf einen umfassenden Bereich der räumlichen und zeitlichen Skalen angewendet. Räumlich wird der Niederschlag ausgehend von der lokalen Skala (Punktmessung an der Station Dahlem, Kapitel 4) über die regionale Skala (Berliner Stadtgebiet, Kapitel 5.1 und 5.2) bis hin zur überregionalen Skala (Deutschland, Kapitel 5.3) analysiert. Dabei werden Akkumulationszeiten von einer Minute bis hin zu einem Jahr untersucht. Die Resultate und Erkenntnisse der Untersuchung der Berliner Niederschlagsreihen sollen dazu dienen, die Skalenexponenten auf die Modelldaten, basierend auf der Modellkette der nichthydrostatischen regionalen Ausschnittsmodelle<sup>1</sup> des Deutschen Wetterdienstes (DWD), anzuwenden. Eine statistische Analyse des skaleninvarianten Verhaltens wurde in Hinblick auf modellierte Niederschlagsreihen noch nicht durchgeführt. Damit wird erstmals der von den COSMO-Modellen simulierte Niederschlag in einem umfassenden Skalenbereich hinsichtlich seiner statistischen Eigenschaften untersucht. In diesem Zusammenhang soll auch geklärt werden, ob die Skalenexponenten für die Verifikation von Modellniederschlägen geeignet sind. Im Rahmen des ersten Teils „Statistische Analyse des Niederschlages“ sollen folgende Fragestellungen untersucht werden:

- Welche dynamisch-statistischen Eigenschaften des Niederschlages lassen sich auf verschiedenen räumlich-zeitlichen Skalen feststellen?
- Sind Skalenbrüche beim Niederschlag erkennbar und lassen sie sich einordnen bzw. in ein bestehendes Skalendiagramm integrieren (siehe Abbildung 2.1)?
- Ist der Niederschlag auf der konvektiven Skala durch skaleninvariante Prozesse beschreibbar?
- Gibt es spezielle klimatologische Eigenschaften des Niederschlages?
- Wie gut stimmen die COSMO-Modellniederschläge mit den Beobachtungen überein?
- Ist das Modell in der Lage die statistischen Eigenschaften des beobachteten Niederschlages zu simulieren?

Die zweite Zielstellung dieser Arbeit ist die Frage nach den dynamischen Ursachen der Niederschlagsbildung. Vom wolkenmikrophysikalischen Aspekt her entwickelt sich der Niederschlag in den mittleren Breiten über die Eisphase in den Wolken, den so genannten Bergeron-Findeisen-Effekt (z. B. Castellano et al., 2004). Vom dynamischen Blickpunkt ist der Niederschlag ein Parameter, der mit der Änderung der atmosphärischen Zirkulation, z. B. dem Anwachsen von baroklinen Wellen und der Zyklonogenese in der synoptischen Skala, verbunden ist. Es existiert ebenfalls ein Zusammenhang mit den mesoskaligen konvektiven Systemen (Houze, 2004). In der synoptischen Meteorologie ist der Niederschlag mit der aufwärts gerichteten Vertikalbewegung in großskaligen baroklinen Systemen gekoppelt (Rose und Lin, 2003). Die ageostrophische horizontale Divergenz, gewichtet mit der spezifischen Feuchte, wird benutzt, um diagnostische Niederschlagsraten abzuschätzen (Spar, 1953; Palmén und Holapainen, 1962; Banacos und Schultz, 2005).

Im Allgemeinen sind diese meteorologischen Phänomene mit den nichtstationären, diabatischen, feuchten und reibungsbehafteten Prozessen, wie z. B. Zyklonogenese, Konvektion und Niederschlag, verbunden. In diesem Zusammenhang wird der dynamische Zustandsindex (engl. Dynamic State Index; *DSI*) als ein neuer Parameter benutzt, der von der Energie-Wirbel-Theorie abgeleitet wurde (Névir, 1998). Physikalisch beschreibt der *DSI* die Abweichungen der atmosphärischen Strömung

---

<sup>1</sup>den so genannten COSMO-Modellen. COSMO steht für „Consortium for Small-scale Modeling“ (Doms und Schättler, 1999).

---

von der stationären, trockenen, adiabatischen und reibungsfreien Lösung der ursprünglichen Gleichungen (Névir, 2004). In einer ersten Anwendung von Weber und Névir (2008) konnten mit Hilfe des *DSI* extratropische Zyklonen und Hurrikane visualisiert werden. Es konnte gezeigt werden, dass der *DSI* in der Lage ist, wichtige atmosphärische Prozesse in Verbindung mit einer Früherkennung der Sturmentwicklung im Vergleich zu den klassischen Variablen (wie Temperatur und Geopotential) zu beschreiben. In dieser Arbeit soll erstmals eine Verbindung zwischen dem *DSI* und den Niederschlagsprozessen hergestellt werden. Der *DSI* enthält die oben beschriebenen Imbalancen, insbesondere den Einfluss der latenten Wärme. Ein Induktionsmechanismus für die Zyklogese, das isentrope potentielle Vorticity-Denken (IPV-Denken; Hoskins et al., 1985), kann mit dem *DSI* sichtbar gemacht werden. Eine statistische Analyse des *DSI* mit dem Niederschlag (modelliert und beobachtet) soll das IPV-Denken auf die Niederschlagsprozesse übertragen. Im Rahmen des zweiten Teils „Dynamische Ursachen der Niederschlagsbildung“ sollen folgende Fragestellungen untersucht werden:

- Welche dynamischen Prozesse sind in der Atmosphäre mit dem Niederschlag verbunden?
- Kann der *DSI* als diagnostisch-dynamischer Proxy für Niederschlagsprozesse verwendet werden?
- Gibt es Gemeinsamkeiten in den stochastischen Eigenschaften von *DSI* und Niederschlag?
- Wie groß ist das prognostische Potential des dynamischen Zustandsindex für die Niederschlagsvorhersage?

Die Abbildung 1.1 stellt schematisch den Ansatz zur statistisch-dynamischen Evaluierung skalenabhängiger Niederschlagsprozesse zusammen.

## Gliederung der Arbeit

Die hier vorliegende Arbeit umfasst zwei Schwerpunkte, die bei der Untersuchung von Niederschlagsprozessen von grundlegender Bedeutung sind. Der erste Teil der Arbeit beschäftigt sich mit der statistischen Analyse von Niederschlagsprozessen, der sich wie folgt gliedert: In **Kapitel 2** werden ausgehend von der Definition der Skaleninvarianz die für die statistische Untersuchung des Niederschlages benötigten Skalenexponenten vorgeschlagen. Zusätzlich werden die Verfahren zur Untersuchung des Niederschlages erläutert. In **Kapitel 3** wird auf die zur Verfügung stehenden Beobachtungs- und Modelldaten näher eingegangen. Das **Kapitel 4** präsentiert die Ergebnisse der statistischen Untersuchungen der Berliner Niederschlagsreihen für verschiedene zeitliche Auflösungen in Hinblick auf die Diskussion der zugrunde liegenden Prozesse. Diese beobachteten Niederschläge werden in **Kapitel 5** mit den von den DWD-Modellen simulierten Niederschlägen verglichen. Außerdem sollen die aus dem **Kapitel 4** gewonnenen Erkenntnisse in **Kapitel 5** auf die Modelldaten übertragen werden.

Der zweite Schwerpunkt der Arbeit beschäftigt sich mit der dynamischen Analyse von Niederschlagsprozessen. In diesem Zusammenhang wird der Niederschlag erstmals mit dem Dynamischen Zustandsindex in Beziehung gebracht. Der Zustandsindex wird in **Kapitel 6** definiert. Anhand des Orkans Kyrill wird der Zusammenhang zwischen dem *DSI*-Konzept und dem isentropen potentiellen Vorticity-Denken diskutiert. Der *DSI* als dynamischer Proxy zur Beschreibung von Niederschlagsprozessen wird in **Kapitel 7** anhand der FUB-Analyse und der modellierten Niederschläge untersucht. Die Ergebnisse der Arbeit und der hier aufgestellten Thesen werden in **Kapitel 8** diskutiert und beantwortet. Zusätzlich soll noch ein Ausblick für mögliche offene Fragen gegeben werden.

# Charakterisierung des Niederschlages auf den verschiedenen räumlich-zeitlichen Skalen

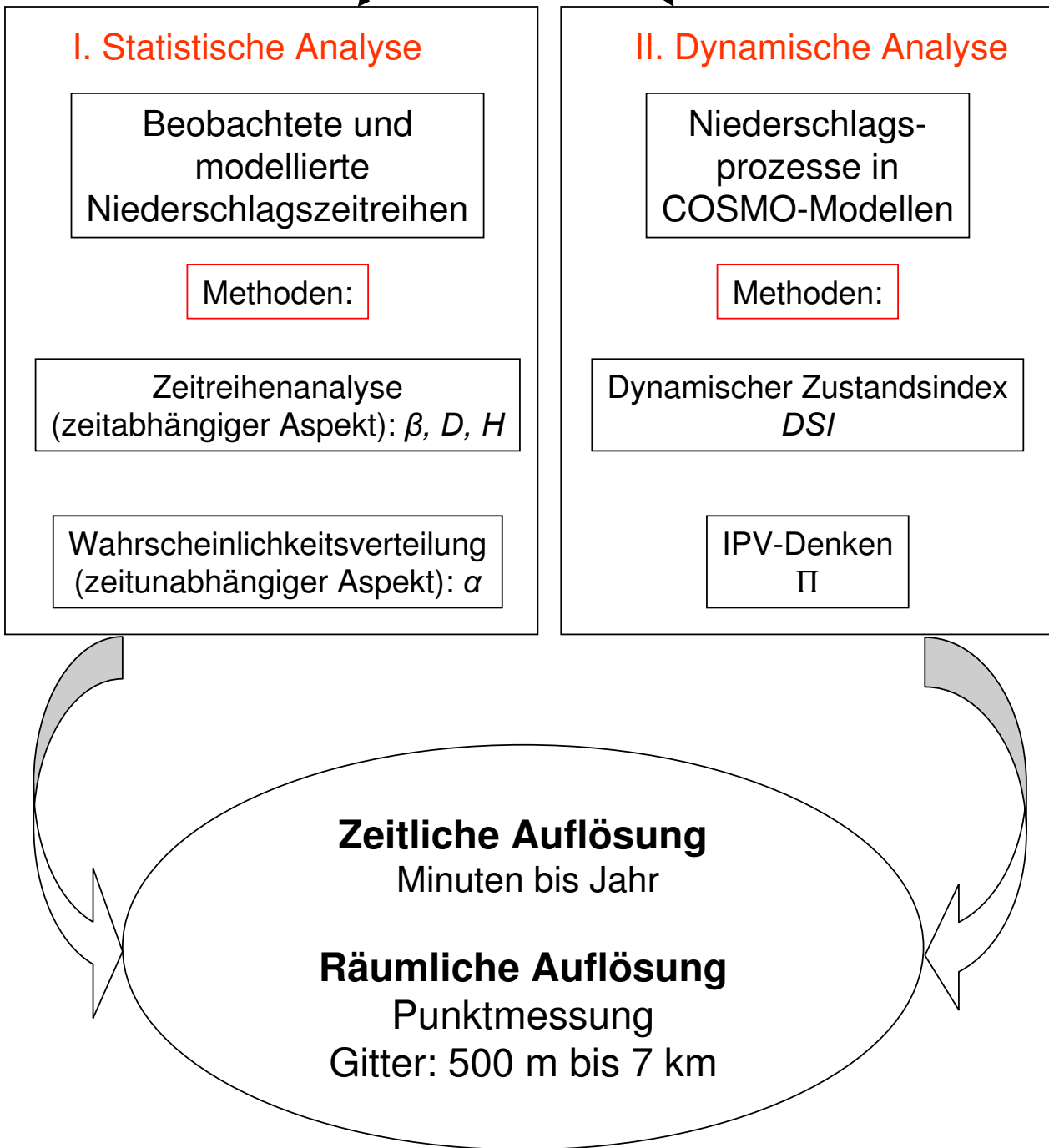


Abbildung 1.1.: Schematische Übersicht der Arbeit.

Teil I.

# Statistische Analyse des Niederschlages





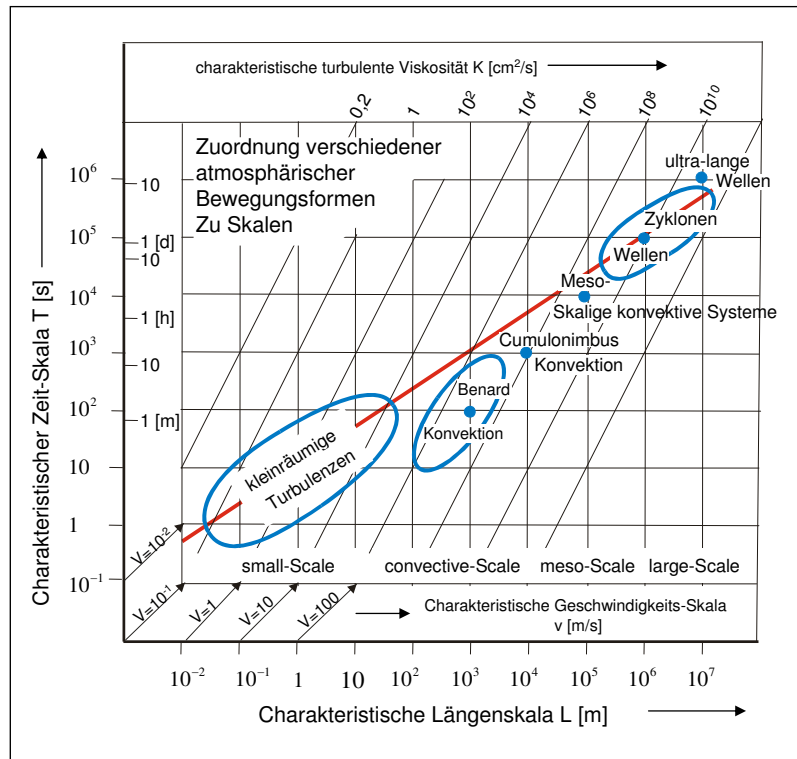
## 2. Theorie der Fraktale und deren Anwendung auf Niederschlagsprozesse

Niederschlag ist ein Bestandteil des Wasserkreislaufes, der aus kondensierten Wolken in Form von Regen, Schnee, Hagel und Graupel fällt. Dabei ist der Niederschlag ein komplexer, diskontinuierlicher Prozess, der eine große Variabilität über einen breiten Bereich in Raum und Zeit zeigt. Eine Schwierigkeit liegt darin, diese Fluktuationen messtechnisch zu erfassen und mathematisch zu beschreiben. Daher soll in der hier vorliegenden Arbeit der Niederschlag mit Hilfe der Theorie der Fraktale und über die Verteilungsenden der Wahrscheinlichkeitsverteilungen charakterisiert werden. Das Hauptthema dieser Theorien ist die Eigenschaft der Skaleninvarianz. Der Begriff der Fraktalität bzw. Skaleninvarianz bezieht sich immer auf die zu untersuchende Eigenschaft. Die Zeitreihen können bezüglich ihrer geometrischen Eigenschaften (Rauhigkeit) oder anhand der Objektgröße, hier die Niederschlagsmenge, untersucht werden. Das bedeutet, dass die Niederschlagsreihen zeitabhängig und zeitunabhängig charakterisiert werden. In der ersten Betrachtungsweise werden die geometrischen Eigenschaften bezüglich der zeitlichen Auflösung untersucht. Die zeitunabhängige Sicht bezieht sich auf die Untersuchung der Verteilungseigenschaften für eine bestimmte Zeitskala. In diesem Kapitel wird das Konzept der Skalen und Skaleninvarianz veranschaulicht (Abschnitt 2.1). Ausgehend von der mathematischen Beschreibung der Skaleninvarianz werden verschiedene Skalenexponenten (Hurst-Exponent  $H$ , spektraler Skalenexponent  $\beta$ , fraktale Dimension  $D$  und Pareto-Exponent  $\alpha$ ) hergeleitet (Abschnitt 2.2). Außerdem werden Verfahren zur Bestimmung der Exponenten vorgestellt. Bisherige Arbeiten beschäftigten sich lediglich mit der Untersuchung eines Skalierungsexponenten. In dieser Arbeit werden zusätzlich die Beziehungen untereinander untersucht (Abschnitt 2.2.3 und 2.2.5).

### 2.1. Definition der Skaleninvarianz

Skalen sind geometrische oder zeitliche Maße und sind einfach anzuwenden, um allgemeine Eigenschaften oder Qualitäten von Phänomenen wie die Länge, die Größe oder die Zeit ausdrücken zu können. Die atmosphärische Dynamik umfasst ein breites Spektrum von Skalen in Raum und Zeit (Holton, 1972). Diese atmosphärischen Bewegungen erstrecken sich von der Zufallsbewegung der Moleküle über die kleinräumige Turbulenz, Lokalwindssysteme (z. B. die Windhose), Hoch- und Tiefdrucksysteme bis hin zur mittleren Zonalzirkulation. Dabei besitzen die Systeme eine charakteristische Ausdehnung (horizontal und vertikal) bzw. eine mittlere Lebensdauer. Räumlich kann in die kleinräumige Skala ( $< 100$  m), die konvektive Skala (1–10 km), die Mesoskala (100–1000 km) und die synoptische Skala ( $> 1000$  km) unterteilt werden (Abbildung 2.1). In der Abbildung 2.1 ist ebenfalls die charakteristische Zeitskala der Systeme dargestellt. Die durchschnittliche Lebenszeit der kleinräumigen Systeme umfasst wenige Sekunden bis Minuten, die der konvektiven Skala Minuten bis Stunden, die der Mesoskala Stunden bis Tage und die der synoptischen Skala Tage bis Wochen. Es kann daher ein Skalenkonzept mittels einer Skalenanalyse aufgestellt und verwendet werden, wenn die zu charakterisierenden Objekte und Phänomene über eine relative definierte Skala verfügen. So können beispielsweise Tiefdruckgebiete als barokline Wellen durch die folgende Gleichung beschrieben werden:

$$f(x) = A \cos kx, \quad (2.1)$$



**Abbildung 2.1.:** Schematische Darstellung der Längen- und Zeitskalen (nach Fortak, 1971).

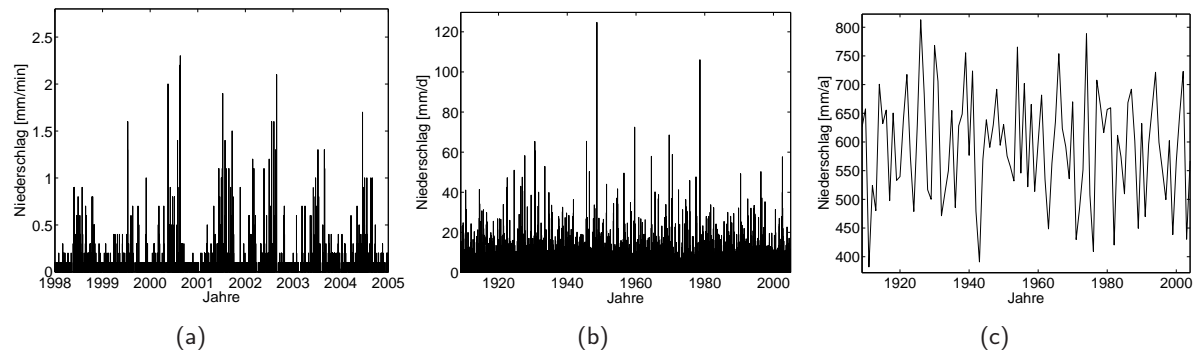
wobei  $k$  eine charakteristische Wellenzahl oder Wellenlänge (z. B. Kilometer) angibt. Auch können nicht-skaleninvariante Phänomene einen charakteristischen Abfall aufweisen:

$$f(x) = B e^{-ax}. \quad (2.2)$$

Typische Beispiele wären hierbei die exponentielle Abnahme des Druckes mit der Höhe (Barometrische Höhenformel) oder die Größenverteilung von Niederschlagstropfen (Villermaux, 2007).

Wie lassen sich diese Überlegungen auf den Niederschlag übertragen? In der Abbildung 2.2 sind Niederschlagsreihen der Punktmessung in Berlin-Dahlem mit unterschiedlichen Akkumulationszeiten dargestellt. Im 1-minütlichen Niederschlag (Abbildung 2.2a) sind alle Prozesse wie Fronten und Konvektion sichtbar. Mit zeitlicher Akkumulation verliert man beispielsweise beim 1-täglichen Niederschlag (Abbildung 2.2b) Informationen über die Konvektion. Die jährlichen Niederschlagssummen (Abbildung 2.2c) beinhalten die täglichen und minutlichen Niederschlagsmengen (Abbildung 2.2a,b). Damit lassen sich keine Rückschlüsse auf die konvektive und synoptische Skala ziehen. Das heißt, dass anhand des jährlichen Niederschlages nicht auf die Struktur der hochaufgelösten Daten geschlossen werden kann. Es kann festgehalten werden, dass durch die zeitliche Akkumulation der Niederschlagszeitreihen Informationen verloren gehen. Die Abbildungen der Niederschlagsreihen mit verschiedenen Akkumulationszeiten verdeutlichen, dass es für den Niederschlag im Gegensatz zur Temperatur keine universelle Beschreibung über alle Skalen geben kann.

Im Gegensatz dazu gibt es jedoch atmosphärische Phänomene, die über einen breiten Bereich Skalenninvarianz zeigen. Dazu gehören die kleinräumigen Turbulenzen (Abbildung 2.1). Diese Phänomene sind unabhängig von der Reskalierung (in Zeit oder Raum), d. h. sie enthalten keine charakteristische Skala (Feder, 1988). Mathematisch lässt sich die Skalenninvarianz wie folgt ausdrücken:



**Abbildung 2.2.:** Berliner Niederschlagsreihen für verschiedene Akkumulationszeiten: (a) 1-minütlich (1998–2004), (b) 1-täglich (1909–2004) und (c) jährlich (1909–2004).

$$f(\lambda x) = \lambda^\gamma f(x) \Leftrightarrow f(x) = \lambda^{-\gamma} f(\lambda x). \quad (2.3)$$

Dabei ist  $f$  eine beliebige Funktion,  $\gamma$  ist der Skalierungsexponent und  $\lambda$  ist der Skalierungsfaktor. Eine Funktion, die der Eigenschaft 2.3 genügt, ist ein Potenzgesetz:

$$f(x) = Ax^\gamma. \quad (2.4)$$

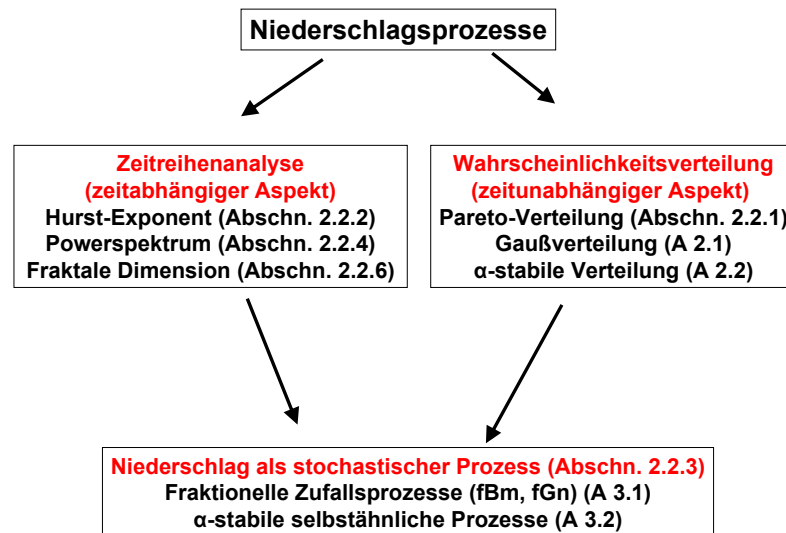
Wird die Gleichung 2.4 mit  $\lambda$  reskaliert, erhält man:

$$\begin{aligned} f(\lambda x) &= A(\lambda x)^\gamma \\ &= Ax^\gamma \lambda^\gamma \\ &= f(x) \lambda^\gamma, \end{aligned} \quad (2.5)$$

und entspricht somit der Definition der Skaleninvarianz (Gleichung 2.3). Die Frage ist nun, zeigt der Niederschlag in einem Bereich Skaleninvarianz an, wo die zugrunde liegenden Prozesse gleich sind? Skaleninvarianz impliziert, dass die Niederschlagsvariabilität oder die Niederschlagsfluktuationen eine selbstähnliche Struktur (siehe Anhang A.1) unter der geeigneten Transformation in Raum und Zeit zeigen. Das Vorhandensein oder Fehlen charakteristischer Skalen in Niederschlagsreihen hat eine große Bedeutung beispielsweise für die Modellierung. Lovejoy und Mandelbrot (1985), Veneziano et al. (1996) und Menabde et al. (1997) postulierten das Fehlen charakteristischer Skalen durch den Nachweis der potenzgesetzartigen Struktur der statistischen Momente des Niederschlages. Basierend auf diesen Arbeiten konnte das skalenfreie Verhalten in verschiedenen Niederschlagszeitreihen über einen signifikanten Bereich von Skalen bestätigt werden (z. B. Tessier et al., 1993; Olsson et al., 1993).

Mit verschiedenen Methoden und Herangehensweisen kann der Skalierungsexponent<sup>1</sup>  $\gamma$  aus Gleichung 2.3 bestimmt werden. Dazu gehören beispielsweise in Bezug auf den Niederschlag der Hurst-Exponent  $H$ , der spektrale Skalenexponent  $\beta$ , die fraktale Dimension  $D$  und der Pareto-Exponent  $\alpha$ , die im nächsten Abschnitt 2.2 beschrieben werden. Viele Arbeiten analysierten die Skaleninvarianz des bei einer Zeitskala aggregierten Niederschlages lediglich mit einem Exponenten. Die bisherigen Untersuchungen mit den eben genannten Parametern beschränken sich entweder auf eine Punktmessung an einer Station mit fester zeitlicher Auflösung, z. B. minütliche Daten abgeleitet aus Radardaten (Peters und Christensen, 2006), oder die räumliche Skala erstreckt sich über eine Region bzw. Land, und der Niederschlag weist eine feste zeitlicher Auflösung auf (Bove et al., 2006; Tessier et al. 1996; Miranda und Andrade, 1999; Salomão et al., 2009; Breslin und Belward, 1999;

<sup>1</sup>auch Skalenexponent genannt



**Abbildung 2.3.:** Schematische Darstellung der Analyse des Niederschlages.

Rubalcaba, 1997; Whiting et al., 2003). Einige Autoren verglichen auch die Ergebnisse für feste zeitliche Auflösungen (1 d) von klimatischen Regionen auf verschiedenen Kontinenten (Svensson et al., 1996; Miranda et al., 2004; Sivakumar, 2000). In manchen Arbeiten wurde der Niederschlag auf verschiedenen Zeitskalen an einem Ort (de Lima und Grasman, 1999) oder in einer Region (z. B. García-Marín et al., 2008, Pathirana et al., 2003) analysiert. Lediglich in der Arbeit von de Lima (1998) wurden beobachtete Niederschlagsdaten an drei verschiedenen Stationen in Europa mit unterschiedlicher zeitlicher Auflösung (2 min, 15 min, 1 h, 1 d und Monat) untersucht. Die fraktale und skaleninvariante Analyse des Niederschlages auch anhand von deutschen Messstationen wurde bisher nur von Fraedrich und Larnder (1993) und Andrade et al. (1998) durchgeführt. Hier soll erstmals der Niederschlag über einen breiten Bereich der Skalen mit den verschiedenen Skalenexponenten sowie deren Beziehung zueinander analysiert werden.

## 2.2. Skalierungsexponenten

Ausgehend von Gleichung 2.3 wird der beobachtete und der modellierte Niederschlag einer zeitabhängigen und zeitunabhängigen Charakterisierung unterzogen (Abbildung 2.3). Die zeitunabhängige Charakterisierung der Niederschlagsreihen erfolgt über die Verteilungseigenschaften von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (rechter Ast in Abbildung 2.3). Die Pareto-Verteilung ist eine Wahrscheinlichkeitsverteilung, die den Potenzgesetzen genügt (Abschnitt 2.2.1). Die extremen Niederschläge werden durch breite Verteilungsenden der Wahrscheinlichkeitsverteilung wiedergegeben (Lovejoy und Mandelbrot, 1985). Der zeitabhängige Aspekt des Niederschlages wird mit Hilfe der anderen drei Exponenten untersucht (linker Ast in Abbildung 2.3). Der Hurst-Exponent reflektiert Informationen über persistentes oder antipersistentes Verhalten einer Zeitreihe (Abschnitt 2.2.2). Das Powerspektrum, repräsentiert durch den spektralen Skalenexponenten, kann ebenfalls Auskunft über potenzgesetzartiges Verhalten des Niederschlages geben. Weist beispielsweise der Niederschlag viele Zufallspeaks auf, dann verfügt der Niederschlag über keine ausgezeichnete Skala (Ladoy et al., 1991). Die gebrochenzahlige fraktale Dimension (Abschnitt 2.2.6) gibt eine geometrische Interpretation der Zeitreihen wieder (siehe Anhang A.1). Auch werden deren Beziehungen untereinander dargelegt. Prozesse, die mit Hilfe des Hurst-Exponenten und des Pareto-Exponenten beschrieben werden kön-

nen, werden fraktionelle Zufallsprozesse und  $\alpha$ -stabile selbstähnliche Prozesse genannt (unten in Abbildung 2.3). Diese stochastischen Prozesse sind das verbindende Glied, die sowohl die fraktalen als auch die Verteilungseigenschaften aufweisen (Abschnitt 2.2.3).

### 2.2.1. Pareto-Verteilung

Die Gauß- bzw. Normalverteilung repräsentiert die statistischen Eigenschaften einer Vielzahl von atmosphärischen Größen, beispielsweise die monatliche Temperaturverteilung (Wilks, 2006) oder die jährlichen Niederschlagssummen (diese Arbeit Kapitel 4). Die Normalverteilung besitzt durch den Mittelwert und die Varianz eine ausgezeichnete Skala (siehe Anhang A.2.1). Aber eine Vielzahl von Eigenschaften, wie die Schiefe der Verteilung oder breite Verteilungsenden, können von der Normalverteilung nicht wiedergegeben werden. Gerade diese Eigenschaften charakterisieren viele meteorologische Phänomene, wie z. B. Windböen oder den minütlichen Niederschlag (diese Arbeit Kapitel 4), die nicht normalverteilt sind und daher Extremereignisse widerspiegeln. Im Folgenden wird die Pareto-Verteilung vorgestellt, die eine Potenzgesetzverteilung bzw. skaleninvariante Verteilung ist (Hergarten, 2002). Diese Potenzgesetzverteilung beschreibt gerade die Eigenschaft der breiten Verteilungsenden.

Die Pareto-Verteilung ist nach dem Ökonomen Vilfredo Pareto benannt, der eine Einkommensverteilung über die Bevölkerung abgeleitet hat:

$$N = Ax^{-\alpha}, \quad (2.6)$$

wobei  $N$  die Anzahl der Personen mit einem Einkommen größer gleich  $x$  bezeichnet,  $A$  ist eine Konstante und  $\alpha$  ist der Gestaltungsparameter, auch Pareto-Exponent genannt. Dabei kam die „80–20“-Regel heraus, die besagt, dass 20 % der Leute über 80 % des Geldvermögens verfügen. Diese Gesetzmäßigkeit lässt sich auch auf andere Gebiete übertragen, Verhältnis der Einwohner in Städten und Dörfern oder Worthäufigkeit in einem Roman.

Die Gleichung 2.6 repräsentiert ein Potenzgesetz. Es wird daher eine Wahrscheinlichkeitsverteilung gesucht, die  $\int F(x) = 1$  (Gleichung A.9) genügt. Die Pareto-Verteilung ist in der Lage dieses Potenzgesetz zu beschreiben, und die Wahrscheinlichkeitsverteilung  $F(x)$  ist durch breite Verteilungsenden („engl.: heavy tails“) geprägt. Wenn  $X$  eine Zufallsvariable mit der Verteilungsfunktion  $F(x) = Pr\{X \leq x\} = 1 - (k/x)^\alpha$  und dem Komplement  $\bar{F}(x) = 1 - F(x) = Pr\{X > x\}$  ist, dann besitzt die Pareto-Verteilung folgende Form (Johnson und Kotz, 1970):

$$\bar{F}(x) = \left(\frac{k}{x}\right)^\alpha, \quad k > 0, \alpha > 0, x \geq k. \quad (2.7)$$

Der Exponent  $\alpha$  wird Pareto-Exponent genannt.  $\bar{F}(x)$  kennzeichnet die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses, das größer oder gleich  $x$  ist, und  $k$  repräsentiert das Minimum des Ereignisses.  $\bar{F}(x)$  weist daher breite Verteilungsenden auf. Wenn die Wahrscheinlichkeit nicht eins erreicht, dann ist die Pareto-Verteilung nur oberhalb des Minimums der Objektgröße  $k$  (z. B. einer bestimmten Niederschlagsmenge) gültig. Die Skaleninvarianz endet daher bei dieser Skala (Hergarten, 2002). Die kumulative Verteilungsfunktion von  $X$  nimmt die folgende Form an:

$$F(x) = 1 - \left(\frac{k}{x}\right)^\alpha, \quad k > 0, \alpha > 0, x \geq k. \quad (2.8)$$

Dann wird die Paretodichtefunktion durch die Ableitung von  $F(x)$  (Gleichung 2.8) zu:

$$p(x) = \alpha k^\alpha x^{-\alpha-1}, \quad \alpha > 0, x \geq k > 0. \quad (2.9)$$

Die Pareto-Verteilung kann zur Verteilung mit breiten Flanken verallgemeinert werden, wenn gilt:

$$\Pr\{X \leq x\} = x^{-\alpha}L(x), \quad (2.10)$$

wobei  $L$  für  $x > 0$  langsam variiert, so dass  $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{L(tx)}{L(t)} = 1$  wird. Die Eigenschaften für die statistischen Momente sind analog zu denen der  $\alpha$ -stabilen Verteilungen in Gleichung A.23 (Resnick, 1997). Ein wichtiges Merkmal der Pareto-Verteilung ist die Skaleninvarianz. Dazu wird die Pareto-Dichtefunktion 2.9 mit  $b$  und  $A = \alpha k^\alpha$  skaliert:

$$\frac{p(bx)}{p(x)} = \frac{A(bx)^{-\alpha-1}}{A(x)^{-\alpha-1}} = b^{-(\alpha+1)}. \quad (2.11)$$

Die relativen Häufigkeiten sind demnach unabhängig von der Skalierung.

Mandelbrot (1960) führte eine Klasse von Verteilungen ein, die „stabilen Pareto-Lévy-Verteilungen“. Diese „neuen“ Pareto-Verteilungen sollen stabile Verteilungen sein (siehe Anhang A.2.2). In jener Arbeit wurde zwischen dem strengen Pareto-Gesetz und dem schwachen (asymptotischen) Pareto-Gesetz unterschieden. Die Verteilung des strengen Pareto-Gesetzes hat dann die Form:

$$1 - F(x) = \begin{cases} \left(\frac{k}{x}\right)^\alpha = \left(\frac{x}{k}\right)^{-\alpha}, & x \geq k, \\ 1, & x < k. \end{cases} \quad (2.12)$$

Die Verteilungsdichte  $p(x)$  genügt dann:

$$p(x) = \begin{cases} \alpha k^\alpha x^{-(\alpha+1)}, & x > k, \\ 0, & x < k. \end{cases} \quad (2.13)$$

Die Verteilung ist für die zwei Zustandsgrößen vollständig beschrieben:  $k$  ist der Skalenfaktor, und  $\alpha$  beschreibt einen Index des Verteilungsungleichgewichtes. Graphisch führt dieses Gesetz zu einer geraden Linie in der doppeltlogarithmischen Abbildung. Das schwache oder asymptotische Pareto-Gesetz nimmt die folgende Verteilung an:

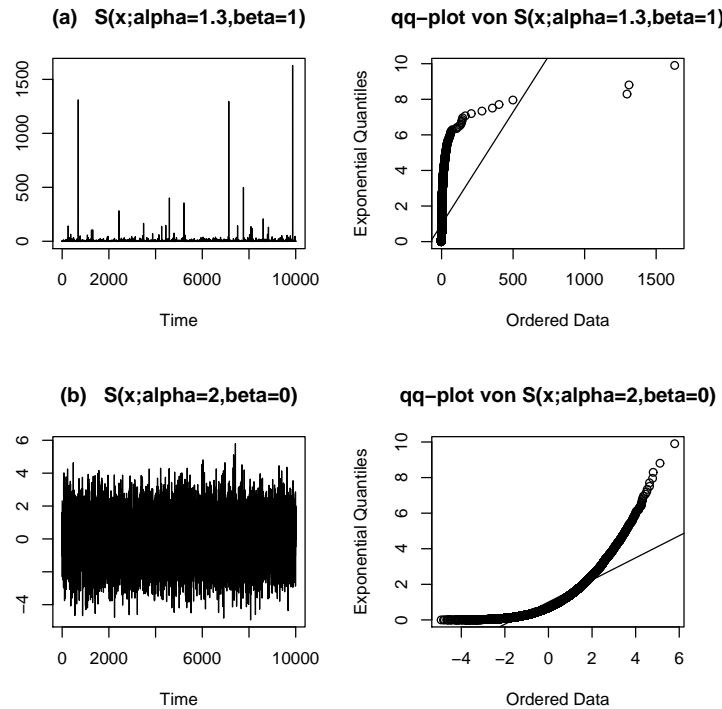
$$1 - F(x) \propto \left(\frac{k}{x}\right)^\alpha = \left(\frac{x}{k}\right)^{-\alpha}, \quad x \rightarrow \infty \quad (2.14)$$

Graphisch bedeutet das, dass die Kurve von  $\log F$  vs.  $\log x$  sich asymptotisch an die des strengen Pareto-Gesetzes annähert. Außerdem konnte gezeigt werden, dass die Klasse von Verteilungen, die der asymptotischen Form des Pareto-Gesetzes folgen, mit  $0 < \alpha < 2$  charakterisiert werden.

## Verfahren

### qq-Abbildungen

Mit Hilfe der qq-Abbildungen kann man erkennen, ob es sich um eine Verteilung mit breiten Flanken handelt. Die konkave Abweichung von der Geraden der Exponentialverteilung in der qq-Abbildung ist ein Indiz für breite Verteilungsenden. Sind die Abweichungen hingegen konvex, handelt es sich wie bei einer Normalverteilung um schmale Verteilungsenden (Sun et al., 2007). In der Abbildung 2.4 sind die qq-Abbildungen für stabile Verteilungen  $S_{1.3}(x; \sigma, 1, \mu)$  und  $S_2(x; \sigma, 0, \mu)$  (weißes Rauschen) aufgetragen. Die stabilen Verteilungen und die zugehörige Notation werden im Anhang A.2.2 erläutert. Hierbei wurde bei beiden Verteilungen  $\sigma = 1$  und  $\mu = 0$  gesetzt. Die  $S_{1.3}(x; 1, 1, 0)$ -Verteilung muss breite Verteilungsenden besitzen, da die Abweichung konkav ist (Abbildung 2.4a). Die Normalver-



**Abbildung 2.4.:** qq-Abbildungen von  $\alpha$ -stabilen Verteilungen (vgl. Anhang A.2.2). (a)  $X \sim S_{1.3}(x; \sigma = 1, \beta = 1, \mu = 0)$ . (b)  $X \sim S_2(x; \sigma = 1, \beta = 0, \mu = 0)$  entspricht der Normalverteilung, d. h. weißem Rauschen. Die durchgezogene Linie entspricht einer Exponentialverteilung.

teilung hat schmale Verteilungsenden mit einer konvexen Abweichung von der Exponentialverteilung (Abbildung 2.4b).

### Komplementäre kumulative Verteilungsfunktion

Das Charakteristikum von Potenzgesetzverteilungen sind die breiten Verteilungsenden, die eine hohe Wahrscheinlichkeit von extremen Ereignissen anzeigen. Die Flanke der Verteilung kann mit Hilfe eines Skalensexponenten  $\alpha$  beschrieben werden. Er ist definiert als der Exponent der folgenden kumulativen Verteilungsfunktion  $CDF$ :

$$F(x) = 1 - \left(\frac{x}{x_0}\right)^{-\alpha} =: CDF, \quad (2.15)$$

Hier beschreibt  $x_0$  einen hohen Niederschlagsschwellwert, und  $\alpha$  ist der Skalierungs<sup>2</sup>- oder Pareto-Exponent. Die komplementäre kumulative Verteilungsfunktion  $CCDF$  wird definiert als:

$$CCDF := 1 - CDF. \quad (2.16)$$

Die einfachste und direkte Methode zur Bestimmung des Indexes ist die doppellogarithmische Darstellung der (rechten) Flanke der  $CCDF$  (Weron, 2001). Dann ergibt der negative Anstieg der Regressionsgeraden für große Werte von  $x$  die Abschätzung für  $\alpha$ .

<sup>2</sup>im Folgenden statistischer Skalensexponent genannt

## Hill-Abschätzer

Hill (1975) stellte eine Methode zu Abschätzung des Skalenexponenten  $\alpha$  der Verteilungsenden vor. Er machte keine Annahmen über eine parametrische Form, sondern fokussierte sich auf das Verhalten der Flanken. Der Hill-Abschätzer wird zur Bestimmung des Pareto-Exponenten  $\alpha$  benutzt, wenn die obere Flanke der Verteilung die Form  $1 - F(x) = Cx^{-\alpha}$  annimmt. Analog kann auch das untere Verteilungsende berechnet werden, indem man die Reihe mit  $-1$  multipliziert und dann wie für den oberen Teil fortgefahren wird. Wenn die Zeitreihe nach den Rangwerten  $X_1, X_2, \dots, X_N$  sortiert wird, so gilt  $X_1 \geq X_2 \geq \dots \geq X_N$ . Dann basiert der Hill-Abschätzer von  $\alpha$  auf den  $k$ -größten Rangwert:

$$\alpha_{Hill}(k) = \left( \frac{1}{k} \sum_{n=1}^k \log \frac{X_n}{X_{k+1}} \right)^{-1}. \quad (2.17)$$

Es ist jedoch nicht einfach zu bestimmen, welcher  $k$ -Wert der Richtige ist. In der Praxis wird  $\alpha_{Hill}(k)$  gegen  $k$  aufgetragen. Wo  $k$  sich einem Plateau annähert, kann  $\alpha_{Hill}(k)$  abgelesen werden.

## Zipf-Abbildung

Die Zipf-Abbildung beruht auf dem Zipf-Gesetz, dass die Häufigkeit eines Objektes ( $f$ ) in Beziehung zu dem Rang ( $r$ ) innerhalb einer Liste stellt. Das ergibt dann einen potenzgesetzartigen Zusammenhang:

$$f(r) = r^{-\rho}. \quad (2.18)$$

Diese Methode wurde von (Linguistikprofessor) Zipf angewendet, um die Worthäufigkeit in einem Roman zu bestimmen. Es wird der Rang gegenüber der Frequenz doppellogarithmisch aufgetragen, dann erhält man aus dem Anstieg  $\rho$ . Die Zipf-Verteilung entspricht der Pareto-Verteilung genau dann, wenn die Ordinate und Abszisse vertauscht sind:

$$r(f) = f^{-1/\rho}. \quad (2.19)$$

Das Inverse der Funktion spiegelt den Rang als Funktion der Frequenz wider. Dividiert man die Gleichung 2.19 durch die Gesamtanzahl  $n$  erhält man:

$$r/n = (f/n)^{-1/\rho}. \quad (2.20)$$

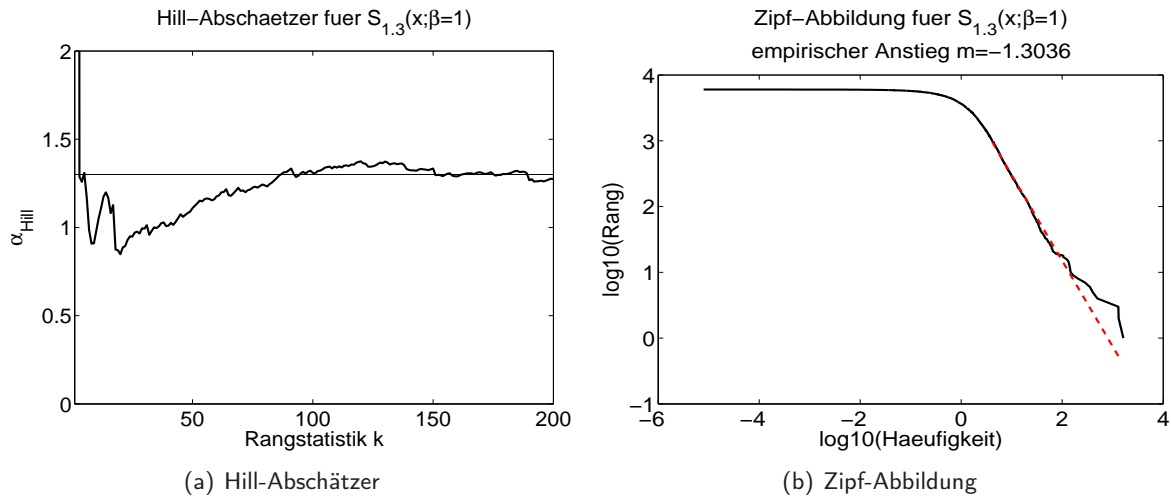
Die linke Seite der Gleichung sind die Anteile mit der Frequenz  $\geq f$ , d. h. es ist die komplementäre CDF (CCDF). Das Zipf-Gesetz impliziert:

$$1 - r/n = CDF(f) = 1 - (f/n)^{-1/\rho}, \quad (2.21)$$

und ist identisch für die Verteilung von  $f$  als eine Pareto-Verteilung mit dem Anstiegparameter  $\alpha = 1/\rho$  analog zu den Gleichungen 2.8 und 2.15.

In der Abbildung 2.5 ist die Zipf-Methode und der Hill-Abschätzer auf die  $\alpha$ -stabile Verteilung  $S_{1.3}(x; \sigma = 1, \beta = 1, \mu = 0)$  angewendet (siehe Anhang A.2.2). Der Hill-Abschätzer ist in der Lage den Exponenten wiederzugeben (Abbildung 2.5a) und beruht auf den größten Rangwerten ( $k \leq 2\%$  der Stichprobenlänge). Weron (2001) bemerkte jedoch, dass für die Bestimmung des Exponenten  $\alpha$  die Länge der Datenreihe sehr groß sein muss ( $> 10^6$  Beobachtungen), damit das wahre Verhalten der Verteilungsenden ( $x^{-\alpha}$ -Abfall) gezeigt werden kann. Außerdem wurde in dieser Studie festgestellt, dass  $1,1 < \alpha < 1,6$  sehr gut vom Hill-Abschätzer wiedergegeben werden kann, jedoch für  $1,8 < \alpha \leq 2$  der Hill-Abschätzer den Exponenten überschätzt. Die Bestimmung des Exponenten mittels





**Abbildung 2.5.:** (a) Hill-Abschätzer mit  $\alpha_{\text{Hill}}=1,32$  und (b) Zipf-Abbildung der  $\alpha$ -stabilen Verteilung  $X \sim S_{1,3}(x; \sigma = 1, \beta = 1, \mu = 0)$ .

der Zipf-Abbildung liefert einen empirischen Wert von 1,30, der sehr gut mit dem theoretischen Wert übereinstimmt. Der Hill-Abschätzer und die Zipf-Abbildung sind die objektiven Methoden zur Bestimmung von  $\alpha$ , da sie kontinuierlich die größten Niederschlagsmengen berücksichtigen. Für die *CCDF* allerdings müssen geeignete Häufigkeitsverteilungen gefunden und analysiert werden.

### 2.2.2. Hurst-Exponent

Die Brown'sche Bewegung ist das bekannteste Beispiel eines statistischen selbstähnlichen Fraktals (siehe Anhang A.1.2). Um den Hurst-Exponenten abzuleiten, wird zuerst die Brown'sche Bewegung und deren Eigenschaften vorgestellt. Ausgehend davon wird der Spezialfall verallgemeinert.

Die Brown'sche Bewegung wird durch eine Normalverteilung beschrieben (vgl. Anhang A.2.1). Robert Brown beobachtete Teilchen in einer Flüssigkeit und stellte dabei deren ungeordnete Bewegung fest. Wiener (1923) präsentierte eine mathematische Beschreibung dieses Prozesses, der Brown'sche Bewegung genannt wird. In einem eindimensionalen Fall soll der Startpunkt eines Teilchens bei  $x(t) = 0$  liegen. Dabei ist  $x(t)$  eine zeitabhängige Zufallsvariable. In der Abbildung 2.6 ist die Trajektorie einer Brown'schen Bewegung dargestellt. Das Teilchen kann mit einer Wahrscheinlichkeit von  $p = 1/2$  aufwärts oder abwärts wandern. Die Inkremente sind voneinander unabhängig. Üblicherweise ist die Schrittweite der Brown'schen Bewegung im diskreten Fall gleich eins:

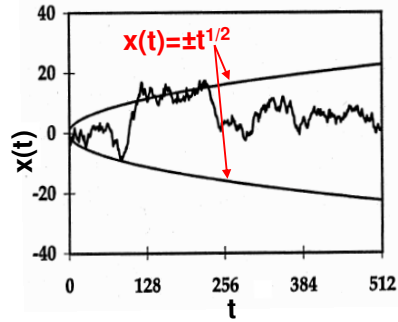
$$p(x, t) = |x(t+1) - x(t)| = 1. \quad (2.22)$$

Bei der kontinuierlichen Betrachtung der Schrittweite, erhält man für die Wahrscheinlichkeit ein Teilchen zur Zeit  $t$  am Ort  $x$  anzutreffen eine Normalverteilung:

$$p(x, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi t}} \exp \left\{ -\frac{x^2}{2t} \right\}. \quad (2.23)$$

Daraus ergibt sich, dass der Mittelwert der Brown'schen Bewegung um Null liegt, d. h. es ist gleich wahrscheinlich, dass ein Teilchen entweder positiv oder negativ vom Nullpunkt abweicht. Für die Standardabweichung folgt aus Gleichung 2.23:

$$\langle [x(t_1) - x(t_2)]^2 \rangle^{1/2} \sim |t_2 - t_1|^{1/2}. \quad (2.24)$$



**Abbildung 2.6.:** Schematische Darstellung der Brown'schen Bewegung. Die durchgezogenen Linien sind proportional zu  $\pm t^{1/2}$ . Die Standardabweichung nimmt mit  $t^{1/2}$  zu (Turcotte, 1997).

Die Standardabweichung wächst mit der Zeit um  $\sigma = t^{1/2}$  an (Abbildung 2.6). Zum Zeitpunkt  $t = 1$  weist die Brown'sche Bewegung die Standardnormalverteilung (Gleichung A.12) auf. Aus dem Zentralen Grenzwertsatz (Gleichung A.13) folgt die statistische Verteilung und somit die Verteilungsdichte (Gleichung 2.23).

Eine Eigenschaft der Brown'schen Bewegung ist, dass sie invariant gegenüber der Reskalierung ist. Sei  $B(t)$  die Brown'sche Bewegung und zu jedem Zeitpunkt  $t$  eine normalverteilte Funktion mit Mittelwert  $\mu = 0$  und der Varianz  $\sigma^2 = t$  ( $B(t) \sim N(0, t)$ ). Die Notation der Standardnormalverteilung ist im Anhang A.2 zu finden. Wenn die Zeitskala um den Faktor  $\sigma > 0$  reskaliert wird, erhält man (Hassler, 2007):

$$B(\sigma t) \sim N(0, \sigma t). \quad (2.25)$$

Die gleiche Verteilung ergibt sich, wenn die y-Achse mit  $\sqrt{\sigma}$  reskaliert wird:

$$\sqrt{\sigma} B(t) \sim N(0, \sigma t). \quad (2.26)$$

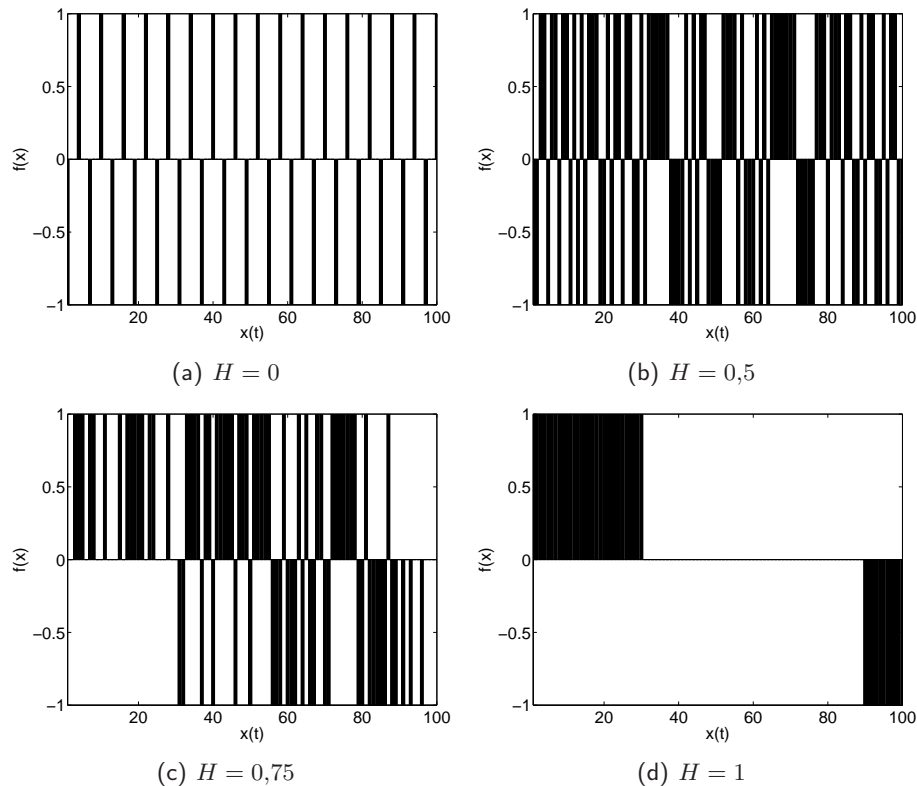
Die Verteilung von  $B(\sigma t)$  und  $\sqrt{\sigma} B(t)$  stimmen überein. Damit beträgt die Standardabweichung der Brown'schen Bewegung immer  $\sigma = t^{1/2}$ . Verallgemeinert man die Beziehung:

$$\sigma = t^H, \quad (2.27)$$

dann wird  $H$  der Hurst-Exponent genannt. Der Hurst-Exponent  $H = 1/2$  bedeutet, dass die Inkremente der Brown'schen Bewegung unkorreliert sind. Für beliebige Prozesse  $X(t)$  (siehe Anhang A.3.1) lässt sich somit die Gleichung 2.3 wie folgt schreiben:

$$X(at) = a^H X(t). \quad (2.28)$$

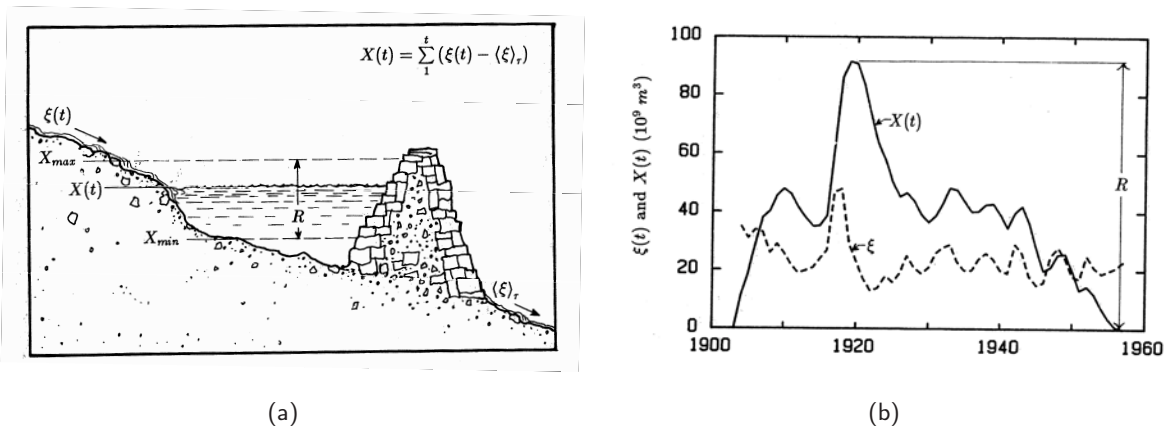
Mit Hilfe des Exponenten kann man persistentes oder antipersistentes Verhalten bezüglich der Zeitreihen feststellen. Der Hurst-Exponent  $H$  liegt immer zwischen 0 und 1. Ein Prozess ist persistent, wenn  $0,5 < H \leq 1,0$  ist. Die Inkremente der Zeitreihe sind untereinander positiv korreliert. Wenn das System in der letzten Periode ein Aufsteigen (Absinken) hatte, dann ist sehr wahrscheinlich, dass dies in der nächsten Periode fortgeführt wird. Je persistenter ein Prozess ist, desto mehr nähert sich  $H$  eins an. Ein Prozess ist antipersistent, wenn  $0 < H < 0,5$  ist. Das bedeutet, dass die Inkremente miteinander negativ korreliert sind. Wenn ein Ansteigen im Prozess stattfindet, ist es wahrscheinlich, dass als nächstes ein Absinken erfolgt und umgekehrt. Die Stärke der Antipersistenz hängt davon ab, wie weit entfernt  $H$  von 0,5 ist. Ist  $H = 0,5$ , dann ist der Prozess eine unkorrelierte Brown'sche Bewegung mit unabhängigen Inkrementen, die normalverteilt sind (vgl. auch Anhang A.3.1). In der Abbildung 2.7 sind beispielhaft theoretische Reihen dargestellt, welche



**Abbildung 2.7.:** Schematische Darstellung (a) antipersistenter mit  $H = 0$ , (b) unkorrelierter mit  $H = 0,5$  und persistenter Reihen mit (c)  $H = 0,75$  und (d)  $H = 1$ .

antipersistentes, unkorreliertes und persistentes Verhalten aufweisen. Bei der antipersistenten Reihe (Abbildung 2.7a) wird die Antikorrelation aufeinander folgender Inkremente verdeutlicht, indem nach einem Aufsteigen ein Absinken folgt und umgekehrt. Die Reihe mit dem Hurst-Exponenten  $H = 0,5$  repräsentiert die Zufallsbewegung mit unkorrelierten Inkrementen. Die Abbildungen 2.7c,d weisen persistentes Verhalten auf.

Zeitreihen können anhand von Diskontinuitäten (Inhomogenitäten), dem Trend (Aufsteigen oder Abfallen), von Periodizitäten (Tageslänge, Jahresgang) und von stochastischen Komponenten charakterisiert werden. Die stochastische Komponente enthält Fluktuationen, die weder im Trend oder in den periodischen Komponenten enthalten sind. Ein wichtiger Aspekt der stochastischen Komponenten ist, ob sie persistent, zufällig oder antipersistent sind. Für die statistische Untersuchung des Niederschlages bedeutet das, dass das Verhalten der Persistenz oder Antipersistenz auf die relativen Änderungen der Fluktuationen innerhalb des Niederschlagsregimes schließen lässt, die mit klimatischen Phänomenen verbunden sind. Verschiedene Autoren analysierten das fraktale Verhalten von Niederschlagsreihen mit dem Hurst-Exponent jeweils für eine Zeitskala (Peters et al., 2002; Peters und Christensen, 2006; Salomão et al., 2009; Miranda und Andrade, 1999; Whiting et al., 2003 sowie Rubalcaba, 1997). Ein Ziel dieser Arbeit ist es, an beobachteten Niederschlagsdaten von Berlin für verschiedene Akkumulationszeiten (Tabelle 3.1 in Kapitel 3), die Persistenz zu untersuchen (Kapitel 4) und auf die Modelldaten zu übertragen (Kapitel 5,7). Zur Bestimmung des Hurst-Exponenten wird in der hier vorliegenden Arbeit die Reskalierte Intervallanalyse (R/S-Analyse) und die Detrendisierte Fluktuationsanalyse (DFA-Methode) verwendet. Diese Verfahren werden im Folgenden erläutert. Zusätzlich wurden noch andere Verfahren entwickelt, die in der Arbeit Taqqu et al. (1995) nachgelesen werden können.



**Abbildung 2.8.:** (a) Schematische Darstellung eines Wasserspeichers mit einem Zufluss  $\xi(t)$  und dem mittleren Abfluss  $\langle \xi(t) \rangle_\tau$ . Die akkumulierte Differenz zwischen dem Zufluss und dem regulierten Abfluss ist  $X(t)$ . Das Intervall  $R$  gibt die Differenz zwischen dem maximalen  $X_{max}$  und dem minimalen  $X_{min}$  Inhalt des Reservoirs an. (b) Dargestellt ist beispielhaft die jährliche Abflussrate  $\xi(t)$  (gestrichelte Linie) und die akkumulierte Abweichung vom mittleren Abfluss  $X(t)$  (durchgezogene Linie) sowie das sich daraus ergebende Intervall  $R$  (aus: Feder, 1988).

## Verfahren

### Reskalierte Intervallanalyse (R/S-Analyse)

Ein innovativer empirischer Ansatz zur Untersuchung der Korrelationen in Zeitreihen basiert auf den Arbeiten von H. Hurst (1956), der die Langzeitwasserspeicherung des Nils untersucht hat. Er stellte eine Beziehung zwischen der Standardabweichung des Abflusses und der Anzahl der Jahre auf, die so genannte Reskalierte Intervallanalyse (engl: Rescaled range analysis; R/S-Analyse). Das Konzept ist in der Abbildung 2.8a verdeutlicht: Ein idealer Wasserspeicher, wie eine Talsperre, fließt niemals über oder wird trocken. Für jedes Jahr  $t$  strömt Wasser von einem See oder Fluss in das Reservoir  $\xi(t)$ , und ein reguliertes Volumen pro Jahr (Abfluss)  $\langle \xi(t) \rangle_\tau$  fließt aus diesem Speicher ab. Der mittlere Zufluss über eine Periode von  $\tau$  Jahren ergibt sich aus (Feder, 1988):

$$\langle \xi(t) \rangle = \frac{1}{\tau} \sum_{t=1}^{\tau} \xi(t). \quad (2.29)$$

Das Mittel ist gleich dem abgeflossenen Volumen pro Jahr. Es wird die akkumulierte Abweichung  $X(t)$  des Zuflusses  $\xi(t)$  vom Mittelwert  $\langle \xi(t) \rangle_\tau$  gebildet:

$$X(t, \tau) = \sum_{u=1}^t [\xi(u) - \langle \xi(t) \rangle_\tau]. \quad (2.30)$$

Die Differenz zwischen dem Maximum und dem Minimum des akkumulierten Zuflusses ergibt das Intervall  $R$  (Abbildung 2.8a,b). Dieses Intervall  $R$  repräsentiert die Kapazität der Speicherung, welche erforderlich ist, um den mittleren Abfluss über eine bestimmte Periode aufrechtzuerhalten. Daher spiegelt das Intervall  $R$  die Differenz zwischen der maximalen und der minimalen Wassermenge innerhalb des Reservoirs wider:

$$R(\tau) = \max_{1 \leq t \leq \tau} X(t, \tau) - \min_{1 \leq t \leq \tau} X(t, \tau), \quad (2.31)$$

wobei  $t$  eine Zeitperiode ist und  $\tau$  die betrachtete Zeitspanne (Abbildung 2.8a,b). Es ist ersichtlich, dass das Intervall von der betrachteten Periode  $\tau$  abhängig ist. Das reskalierte Intervall ist durch das dimensionslose Verhältnis  $R/S$  definiert, wobei  $S$  die Standardabweichung des Zuflusses  $\xi(t)$  innerhalb einer bestimmten Zeitspanne  $\tau$  ist:

$$S = \left( \frac{1}{\tau} \sum_{t=1}^{\tau} [\xi(t) - \langle \xi(t) \rangle_{\tau}]^2 \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (2.32)$$

Hurst (1956) fand bei seinen Untersuchungen, dass das beobachtete reskalierte Intervall  $R/S$  nicht nur für Flussabflüsse, sondern auch für Baumringe etc., mittels des folgenden empirischen Zusammenhangs

$$\frac{R}{S} = \left( \frac{\tau}{2} \right)^H \quad (2.33)$$

beschrieben werden kann. Dabei ist  $H$  der so genannte Hurst-Exponent und liegt für die verschiedenen Phänomene (Flussabflüsse, Baumringe, Niederschlag, Temperatur, Luftdruck, Warven etc.) zwischen 0,69 und 0,80 (Hurst, 1956).

Die R/S-Analyse ist auf diskrete Zeitserien mit  $N$ -Datenpunkten wie den Niederschlag übertragbar. Für eine Teilmenge dieser Zeitserie mit  $k$ -Datenpunkten,  $x_n, n = 1, \dots, k$  wird der Mittelwert  $\mu_k$  und die Standardabweichung  $\sigma_k$  berechnet. Man berechnet die fortlaufende Summe der Zeitserie  $y_m$  durch das Abziehen des Mittelwertes (Turcotte, 1997):

$$y_m = \sum_{n=1}^m (x_n - \mu_k). \quad (2.34)$$

Damit kann das Intervall:

$$R_k = \max_m(y_m) - \min_m(y_m), \quad (2.35)$$

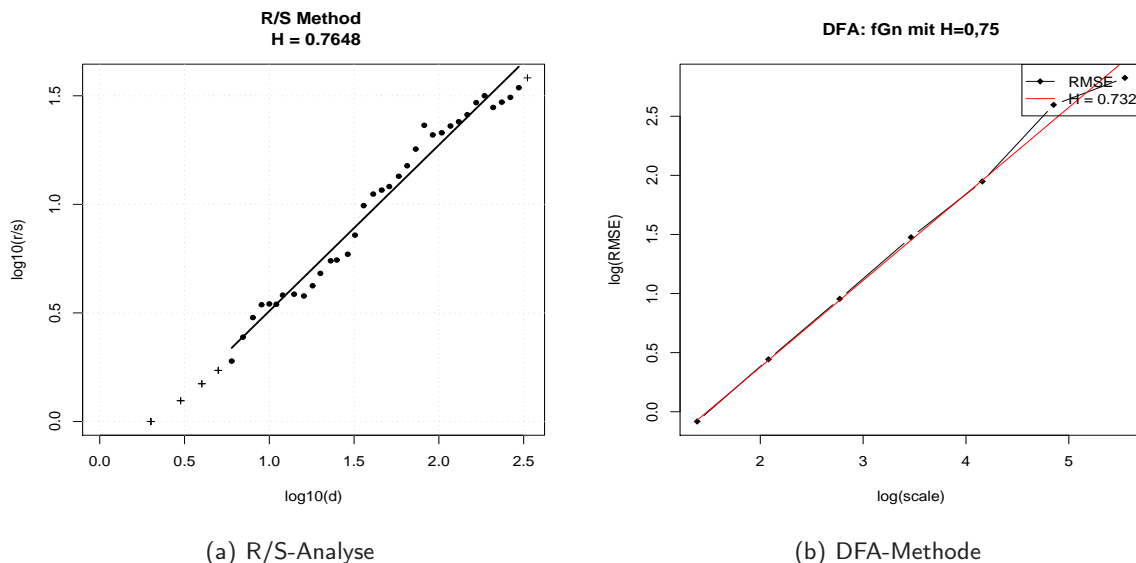
die Dispersion  $S_k = \sigma_N$  und ihr Verhältnis ( $R_k/S_k$ ) abgeleitet werden. In der Praxis beruht die R/S-Analyse einer Niederschlagsreihe mit  $N$ -Datenpunkten darauf, dass das Verhältnis  $R/S$  für  $k$ -Teilreihen berechnet wird. Für  $k = N/q$  werden die Daten in  $q$ -Teile,  $q = 1, \dots, N$ , unterteilt und die Größe  $R_k/S_k$  wird  $q$ -mal berechnet und dann gemittelt. Damit kann der Hurst-Exponent  $H$  der diskreten Niederschlagszeitserie, unterteilt in  $k$ -Teilreihen, folgendermaßen berechnet werden:

$$\left( \frac{R_k}{S_k} \right)_{\text{ave}} = \left( \frac{k}{2} \right)^H. \quad (2.36)$$

$(R_k/S_k)_{\text{ave}}$  gibt das gemittelte reskalierte Intervall der  $k$ -Teilreihen an. Trägt man die linke Seite der Gleichung 2.36 gegen die rechte Seite der Gleichung doppeltlogarithmisch auf, dann erhält man aus dem Anstieg den Hurst-Exponenten  $H$ .

### Detrendisierte Fluktuationsanalyse (DFA)

Die detrendisierte Fluktuationsanalyse (engl.: detrended fluctuation analysis; DFA) hat ihren Ursprung in der Untersuchung von DNS-Sequenzen (Peng et al., 1994) und Herzschlagzeitserien (Peng et al., 1995) und wurde dann von Koncielny-Bunde et al. (1996) auf meteorologische Größen wie die Temperatur angewendet. Die betrachtete Methode verwendet Zeitserien, wie den Niederschlag,  $R(i), i = 1, 2, \dots, n$ , wobei  $n$  die Länge der Datenreihe ist. Mit  $\Delta R(i)$  werden die Abweichungen von



**Abbildung 2.9.:** Bestimmter Hurst-Exponent des fraktionellen Gauß'schen Rauschens (fGn; siehe Anhang A.3.1) mit  $H = 0,75$  mittels (a) der R/S-Analyse und (b) der DFA-Methode.

der Niederschlagsintensität  $R(i)$  vom Mittelwert  $\bar{R}$  über alle  $n$ -Messungen bezeichnet (Matsoukas et al., 2000):

$$\Delta R(i) = R(i) - \bar{R}, i = 1, 2, \dots, n. \quad (2.37)$$

Bei der Betrachtung der DFA sind die Korrelationen  $\Delta R(i)$  von Interesse. Wie bei der R/S-Analyse (Gleichung 2.30) wird als erstes die akkumulierte Abweichung berechnet:

$$y(i) = \sum_{j=1}^i \Delta R(j), j = 1, 2, \dots, n. \quad (2.38)$$

Anhand der akkumulierten Abweichung kann man Rückschlüsse auf trockenere und feuchtere Perioden ziehen. Wenn es zu einer bestimmten Zeitperiode mehr regnet als im Mittel, dann wird der Anstieg von  $y(i)$  positiv, wohingegen trockenere Perioden als das Mittel einen negativen Anstieg annehmen. Als nächstes wird die  $i$ -Achse in  $n/l$  nichtüberlappende Intervalle von  $l$  Punkten unterteilt und in jedem Intervall eine Regressionsgerade  $z(i)$  an  $y(i)$  angepasst. Dann werden in jedem Intervall die Residuen von  $y(i)$  bezüglich  $z(i)$ ,  $y(i) - z(i)$ , berechnet. Ein Maß für die Spannweite  $F^2(l)$  von  $y(i)$  um die am besten angepassten Geraden  $z(i)$  wird abgeschätzt durch:

$$F_k^2(l) = \frac{1}{l} \sum_{i=kl+1}^{kl+l} [y(i) - z(i)]^2, k = 0, 1, 2, \dots, \frac{n}{l} - l. \quad (2.39)$$

Im nächsten Schritt wird das Mittel von  $\overline{F(l)}$  über alle  $n/l$ -Werte von  $F_k(l)$  berechnet. In dieser Analyse wird die Beziehung zwischen  $\overline{F(l)}$  hinsichtlich der Intervallgröße  $l$  untersucht. Es sollte daher je größer  $l$ , desto größer auch  $\overline{F(l)}$  gelten, denn für größere  $l$  werden die  $y(i)$  viel gröber approximiert. Dies führt zu stärkeren Abweichungen in den Residuen und daher auch zu größeren  $\overline{F(l)}$ . Dieses Verhalten weist auf Skalierung  $\overline{F(l)} \sim l$  hin. Diese Beziehung kann dann wie folgt

beschrieben werden (Peng et al., 1994):

$$\overline{F(l)} \propto l^\alpha. \quad (2.40)$$

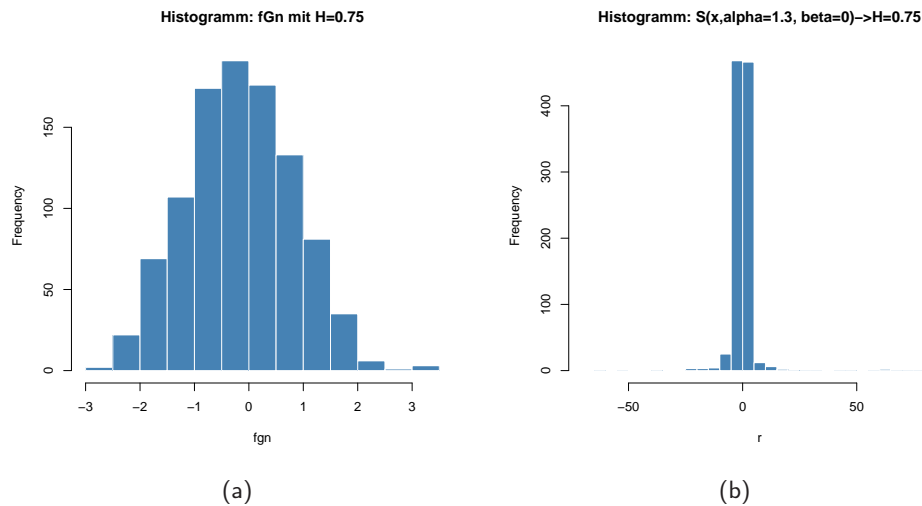
Die Werte des Exponenten  $\alpha$  spiegeln die Spanne des Prozesses wider. Zum Beispiel meint  $\alpha = 1/2$ , dass die  $\Delta R(i)$ -Werte unkorrelierte Variablen sind. Ein Exponent  $\alpha > 1/2$  zeigt in einem Bereich  $l$  die Existenz von Potenzgesetz- und Langzeitkorrelationen an (Peng et al., 1995; Koncielnny-Bunde et al., 1996). Der Exponent  $\alpha$  aus der DFA-Methode kann dem Hurst-Exponenten  $H$  aus der R/S-Analyse quasi gleichgesetzt werden, da gemeinsame Aspekte untersucht werden. Der Hauptunterschied ist, dass anstatt der adjustierten Intervalle das Interesse auf den Bereich der angepassten  $y(i)$ -Fluktuationen verschoben wurde.

Die Abbildung 2.9 fasst die Methoden (R/S-Analyse und DFA-Methode) zur Bestimmung des Hurst-Exponenten  $H$  zusammen. Untersucht wurde fraktionelles Gauß'sches Rauschen mit einem Hurst-Exponenten von 0,75 (Abbildung 2.12). Mittels der R/S-Analyse erhält man für den Hurst-Exponenten 0,765 und mit der DFA-Methode 0,732. Das Mittel der beiden Methoden schätzt dann den Exponenten mit 0,749 ab, was sehr gut mit dem vorgegebenen Wert übereinstimmt.

### 2.2.3. Zusammenhang zwischen Pareto-Exponent und Hurst-Exponent

Selbstähnliche Prozesse sind wichtige mathematische Objekte die zur Beschreibung physikalischer, insbesondere geophysikalischer als auch meteorologischer Phänomene dienen. Ein selbstähnlicher stochastischer Prozess ist gegenüber der Transformation in Raum und Zeit invariant. Die Selbstähnlichkeit wird durch den Hurst-Exponenten beschrieben (siehe Abschnitt 2.2.2). Dieser Index gibt Informationen über die untersuchte Zeitreihe, die Korrelationen und die fraktale Struktur wieder. Die Brown'sche Bewegung beispielsweise ist selbstähnlich mit  $H = 1/2$ , hat kein Gedächtnis, und die Inkremente weisen eine finite Varianz auf. Wenn aber ein Prozess reine Zufallsinkremente mit infiniten Varianz besitzt, so ist der Prozess selbstähnlich mit  $H \neq 1/2$ . Ein Beispiel dafür sind die  $\alpha$ -stabilen selbstähnlichen Prozesse mit  $H = 1/\alpha$  mit stationären sowie identisch und unabhängig verteilten Inkrementen mit symmetrischer  $\alpha$ -stabiler Verteilung (siehe Anhang A.3.2). Diese Prozesse werden auch Lévy-Bewegungen genannt (Weron et al., 2005). Eine Eigenschaft der  $\alpha$ -stabilen selbstähnlichen Prozesse ist, dass die Verteilungsfunktion breite Flanken aufweist. Diese spiegeln die hohe Variabilität des Prozesses wider. Außerdem fallen die Verteilungsenden wie die Pareto-Verteilung (Abschnitt 2.2.1) potenzgesetzartig ab. Die skaleninvarianten Bereiche können daher mit dem statistischen Skalenexponenten (Pareto-Exponent  $\alpha$ ) beschrieben werden. Mandelbrot und Wallis (1968) gaben basierend auf ihren hydrologischen Untersuchungen diesen Eigenschaften (Persistenz und Variabilität der Extremereignisse) biblische Namen: der Joseph-Effekt und der Noah-Effekt (Anhang A.3.2). Lovejoy und Mandelbrot (1985) konnten anhand eines fraktalen Regenmodells zeigen, dass die Niederschläge den Noah-Effekt zeigen. Es soll innerhalb dieser Arbeit untersucht werden, inwiefern sich die Niederschlagsreihen in die  $\alpha$ -stabilen selbstähnlichen Prozesse einordnen lassen. In der Abbildung 2.10 sind die Häufigkeitsverteilungen für das fraktionelle Gauß'sche Rauschen (siehe Anhang A.3.1) und einer Lévy-Bewegung dargestellt. Beide Verteilungen werden durch den gleichen Hurst-Exponenten  $H = 0,75$  charakterisiert. Das fraktionelle Gauß'sche Rauschen ist normalverteilt und besitzt schmale Verteilungsenden. Die Lévy-Bewegung hingegen weist breite Verteilungsenden auf, die die extremen Ereignisse repräsentieren.

Wenn man also die selbstähnlichen Eigenschaften untersuchen will, muss zwischen der Gedächtniseigenschaft und den Verteilungseigenschaften der Prozesse unterschieden werden (Weron et al., 2005). Daher muss der Hurst-Exponent von zwei Parametern abhängen: Ein Parameter, der die Verteilung



**Abbildung 2.10.:** Häufigkeitsverteilung (a) des fraktionellen Gauß'schen Rauschen und (b) einer Lévy-Bewegung mit  $\alpha = 1,3$ . Beide Verteilungen besitzen einen Hurst-Exponenten von  $H = 0,75$ .

beschreibt und der zweite Parameter, der eine Aussage über das „Gedächtnis“ des Prozesses macht:

$$H = H(\alpha, d) = 1/\alpha + d. \quad (2.41)$$

Hierbei steht  $0 < \alpha < 2$  als Parameter für die Verteilung, und  $d$  ist der Gedächtnisparameter. Für die Brown'sche Bewegung ist  $d = 0$ ,  $H = 1/2$  und  $\alpha = 2$ . Ist hingegen  $d = 0$ ,  $H \neq 1/2$  und  $0 < \alpha < 2$ , dann erhält man die gewöhnliche Lévy-Bewegung. Besitzt der Prozess kein „Gedächtnis“ so wird die Gleichung 2.41 zu:

$$H = 1/\alpha. \quad (2.42)$$

Mit dem Hurst-Exponenten und dem Pareto-Exponenten können Zeitreihen auf die Skaleninvarianz untersucht werden.

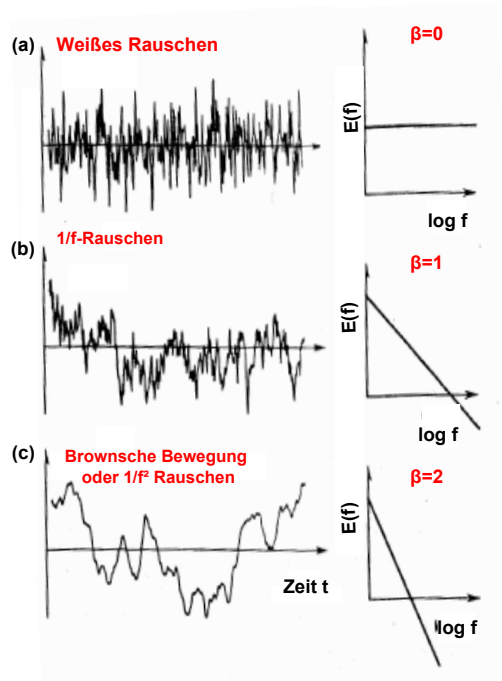
Der Begriff der Fraktalität bezieht sich auf verschiedene Eigenschaften der Zeitreihe. Wird nun eine Zeitreihe, z.B. die Brown'sche Bewegung, untersucht, so wird man auf jeden Fall einen Hurst-Exponenten erhalten. Das bedeutet, dass jede normalverteilte Zeitreihe fraktal ist. Jedoch zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Brown'schen Bewegung keine Skaleninvarianz in den Verteilungsenden an. Die hohe Variabilität, die den extremen Ereignissen entspricht, können aber nur von den Potenzgesetzverteilungen wiedergegeben werden. Zusammengefasst heißt das letztendlich, dass die fraktale Pareto-Verteilung ein schärferes Maß der Definition der Skaleninvarianz wiedergibt, auch wenn nur ein bestimmter Bereich diese Invarianz zeigt (Hergarten, 2002).

#### 2.2.4. Spektraler Skalenexponent

Die Skaleninvarianz des Niederschlages in der Zeit kann man mit einer spektralen Analyse (Powerspektrum oder Fouriertransformation) untersuchen (Bernardara et al., 2007). Verhält sich dabei die spektrale Dichte  $E(f)$  bezüglich der Frequenz  $f$  laut der folgenden Beziehung (z. B. Ladoy et al., 1991; Fraedrich und Larnder, 1993):

$$E(f) \propto f^{-\beta}, \quad (2.43)$$





**Abbildung 2.11.:** Beispiele für typisches Rauschen (links) und die zugehörige log-log-Darstellung der spektralen Dichte  $E(f)$  (rechts): (a) weißes Rauschen, (b)  $1/f$ -Rauschen und (c) Brown'sche Bewegung (Voss, 1985).

dann besitzen die Fluktuationen auf den großen und kleinen Skalen, ausgedrückt durch die Frequenzen  $f$ , keine charakteristische Skala. Hierbei ist  $\beta$  der Skalierungsexponent<sup>3</sup>. Die rechte Seite der Gleichung 2.43 ist gerade eine Lösung der Definition der Skaleninvarianz (Gleichung 2.3). Der spektrale Skalensexponent  $\beta$  wird abgeschätzt durch eine lineare Regression in einer doppeltlogarithmischen Abbildung des Powerspektrums gegen die Frequenz. In der Abbildung 2.11 sind für  $\beta = 0,1,2$  die zugehörige Zeitreihen und die spektrale Dichte dargestellt. Für  $\beta = 0$  ergibt sich das weiße Rauschen und für  $\beta = 2$  die gewöhnliche Brown'sche Bewegung. Das weiße Rauschen ist ein Zufallsprozess und ist von Punkt zu Punkt unkorreliert. Die zugehörige spektrale Dichte ist flach, und alle Frequenzen sind gleich wahrscheinlich. Die Brown'sche Bewegung (Abbildung 2.11c) weist starke Korrelationen von Punkt zu Punkt auf. Es enthält viel mehr langsame (niedrige Frequenzen) als schnelle (hohe Frequenzen) Fluktuationen. Die spektrale Dichte ist sehr steil. Die Brown'sche Bewegung ist das Integral des weißen Rauschens (Voss, 1985). Das  $1/f$ -Rauschen ( $\beta = 1$ ) ist relativ häufig in der Natur anzufinden, beispielsweise in tropischer Oberflächentemperatur und Feuchte (Yano et al., 2004). Das potenzgesetzartige Verhalten kann ein Anzeichen für das Fehlen charakteristischer Zeitskalen sein. Daher kann auf ein fraktales Verhalten geschlossen werden. Das Powerspektrum kann auch benutzt werden, um Oszillationen innerhalb des Prozesses zu untersuchen. Das Powerspektrum einer Zufallsvariable oszilliert zufällig um einen konstanten Wert. Das zeigt an, dass keine Frequenz die Varianz einer anderen Frequenz erklären kann. Für periodische oder quasiperiodische Prozesse existieren nur Ausschläge bei einer bestimmten Frequenz. Der spektrale Skalierungskoeffizient enthält Informationen über den Grad der Stationarität der Zeitreihe. Folgende Kriterien haben eine allgemeine Anwendbarkeit (Davis et al., 1994; Richards-Pecou, 2002):

- wenn  $\beta = 0$  ist, dann ist der Prozess ein weißes Gauß'sches Rauschen (Abbildung 2.11a),
- wenn  $-1 < \beta < 1$  ist, dann handelt es sich um einen stationären Prozess,

<sup>3</sup>im Folgenden spektraler Skalensexponent genannt

- wenn  $\beta = 1$  ist, dann ergibt dies das so genannte  $1/f$ -Rauschen oder pinkes Rauschen (Abbildung 2.11b).
- wenn  $\beta > 1$  ist, dann ist der Prozess instationär,
- wenn  $1 < \beta < 3$  ist, dann sind die Prozesse instationär mit stationären Inkrementen (fraktionale Brown'sche Bewegung; Anhang A.3.1; siehe Abbildung 2.13a,c), und
- wenn  $\beta = 2$  ist, dann ist die Farbe des Rauschen braun und ist die gewöhnliche Brown'sche Bewegung (Abbildung 2.11c und 2.13b).

Das Powerspektrum ist eine Standardmethode für fraktale Untersuchungen von Niederschlagsreihen (z. B. Ladoy et al., 1991; Fraedrich und Larnder, 1993; Olsson et al., 1993). In der hier vorliegenden Arbeit wird das Powerspektrum von Niederschlagsdaten für verschiedene Akkumulationszeiten berechnet und mit dem Parameter Hurst-Exponent in Verbindung gesetzt.

### 2.2.5. Zusammenhang zwischen Hurst-Exponent und spektralem Skalenexponent

Der Zusammenhang zwischen dem spektralen Skalenexponenten  $\beta$  und dem Hurst-Exponenten lässt sich anhand der fraktionellen Brown'schen Bewegung  $B_H(t)$  verdeutlichen. Die fraktionelle Brown'sche Bewegung ist wie die Brown'sche Bewegung eine gaußische Zufallsfunktion. Deren Eigenschaften werden im Anhang A.3.1 charakterisiert. Das Powerspektrum der fraktionellen Brown'schen Bewegung (Taqqu et al., 1995):

$$S(F) \equiv |F_H(f)|^2 + |F_H(-f)|^2 \quad (2.44)$$

zeigt Skalierungsverhalten. Dabei beschreibt  $F_H$  die Fouriertransformierte von  $B_H$ . Das exakte Spektrum ist für niedrige Frequenzen schwierig zu berechnen, daher kann man nur ein generalisiertes Powerspektrum in der Form eines Potenzgesetzes angeben (Zunino et al., 2008):

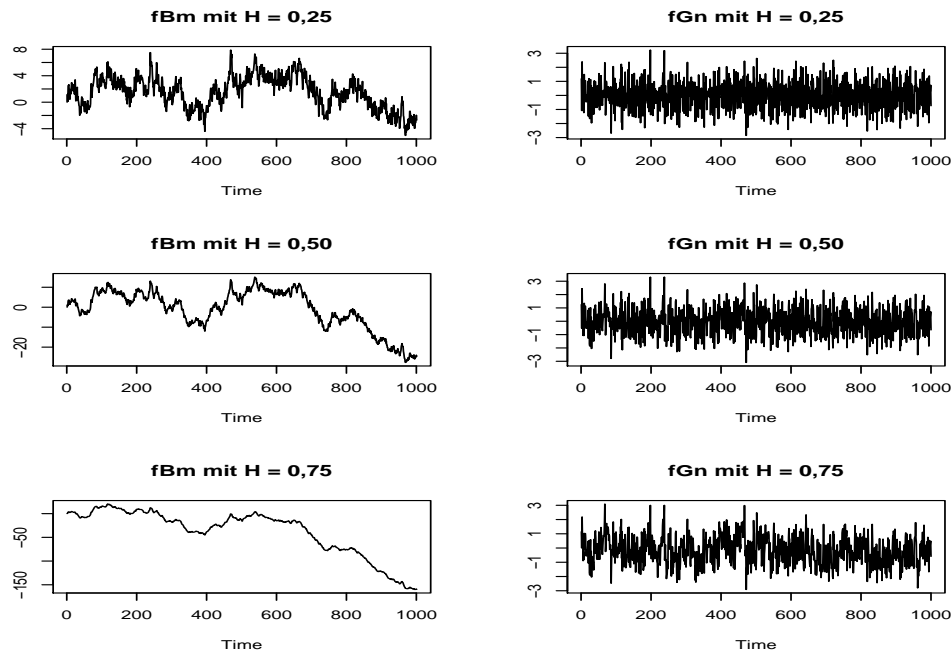
$$\Phi_{B_H}(f) \propto \frac{1}{|f|^\beta}. \quad (2.45)$$

Das mit dem fraktionellen Gauß'schen Rauschen assoziierte Powerspektrum ist ebenfalls durch die Gleichung 2.45 gegeben. Der spektrale Skalenexponent  $\beta$  kann mit dem Hurst-Exponenten derart geschrieben werden (Havlin et al., 1988):

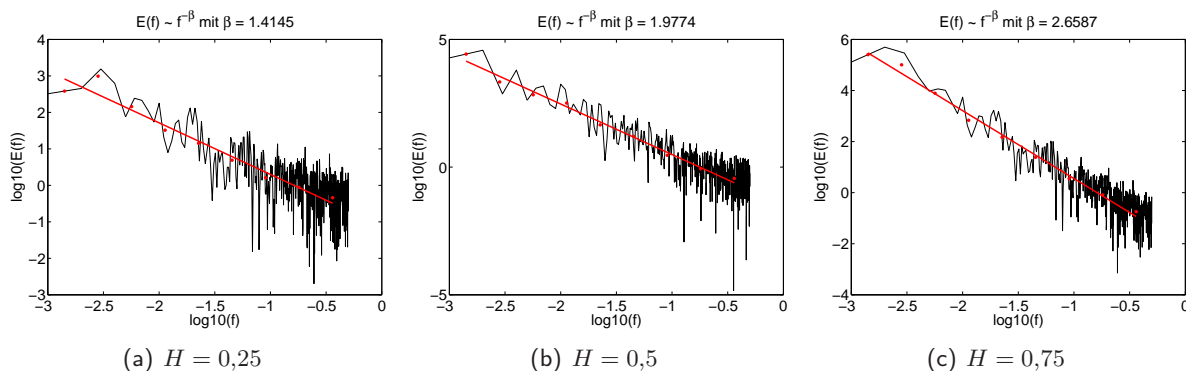
$$\text{fBm} : \beta = 2H + 1 \quad \text{mit} \quad 1 < \beta < 3, \quad (2.46)$$

$$\text{fGn} : \beta = 2H - 1 \quad \text{mit} \quad -1 < \beta < 1. \quad (2.47)$$

Das bedeutet, dass die akkumulierte Summe des weißen Gauß'schen Rauschens mit  $H = 1/2, \beta = 0$  die gewöhnliche Brown'sche Bewegung mit  $H = 1/2, \beta = 2$  ist. Jedes fraktionelle Gauß'sche Rauschen (fGn) kann zur fraktionellen Brown'schen Bewegung (fBm) aufsummiert werden, so dass  $\beta_{\text{fBm}} = 2 + \beta_{\text{fGn}}$  ergibt (Turcotte, 1997). Die Abbildung 2.12 zeigt für verschiedene Hurst-Exponenten die Graphen von fBm und fGn. Zusätzlich sind in der Abbildung 2.13 die Powerspektren der fraktionellen Brown'schen Bewegung aus Abbildung 2.12 dargestellt. Für  $H = 0,5$  ( $\beta_{\text{fBm}} = 2; \beta_{\text{fGn}} = 0$ , Abbildung 2.12 Mitte und 2.13b) ergibt sich, wie schon beschrieben, die gewöhnliche Brown'sche Bewegung sowie weißes Gauß'sches Rauschen. Die Graphen zeigen ein antipersistentes Verhalten für  $H = 0,25$  ( $\beta_{\text{fBm}} = 1,5; \beta_{\text{fGn}} = -0,5$ , Abbildung 2.12 oben und 2.13a), d. h. die benachbarten



**Abbildung 2.12.:** Fraktionale Brown'sche Bewegung (links) und fraktionelles Gauß'sches Rauschen (rechts) für verschiedene Werte des Hurst-Exponenten ( $H = 0,25, 0,5$  und  $0,75$ ).

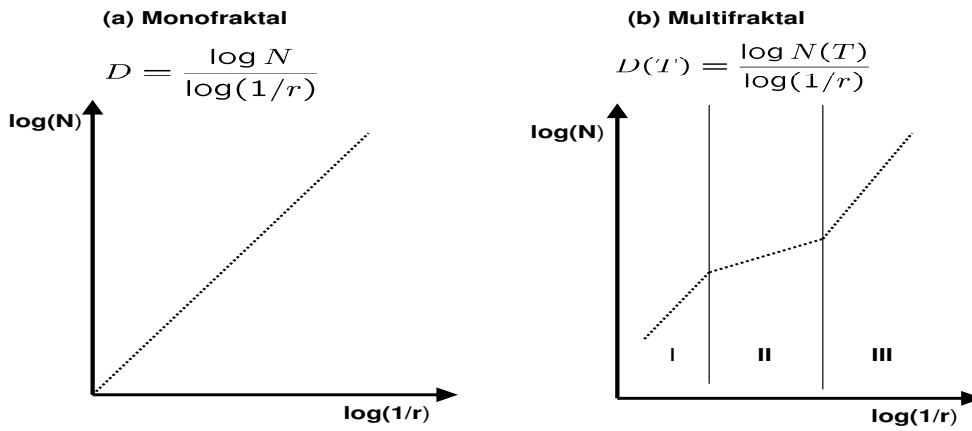


**Abbildung 2.13.:** Powerspektren der fraktionellen Brown'schen Bewegung für verschiedene Hurst-Exponenten: (a)  $H = 0,25$ , (b)  $H = 0,5$  und (c)  $H = 0,75$ .

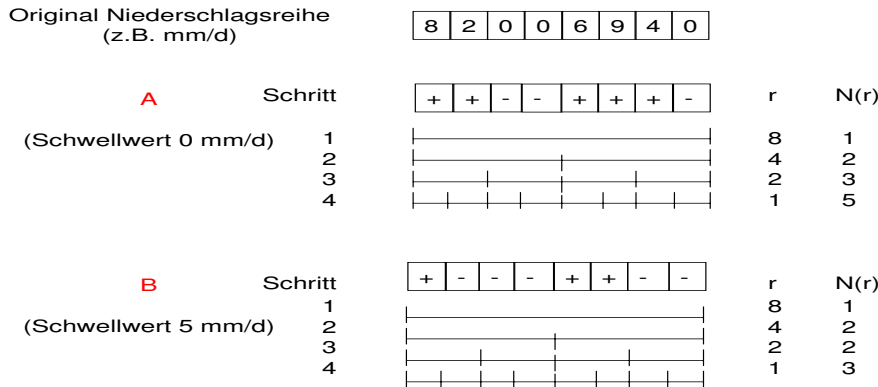
Werte sind nicht miteinander korreliert. Ist  $H = 0,75$  ( $\beta_{\text{fBm}} = 2,5$ ;  $\beta_{\text{fGn}} = 0,5$ , Abbildung 2.12 unten und 2.13c), sind die aufeinander folgenden Werte miteinander korreliert, und die Zeitreihen sind persistent.

### 2.2.6. Die Boxcounting-Dimension

Die fraktale Dimension eines Objektes kann auf verschiedene Arten bestimmt werden (siehe Anhang A.1). Die Boxcounting-Dimension ist eine häufig verwendete Dimension zur Untersuchung von Datensätzen und spielt in der praktischen Analyse von Zeitreihen eine wichtige Rolle (Falco-ner, 1990). Dabei wird eine gegebene Struktur mit so genannten Boxen von verschiedener Größe bedeckt (Turcotte, 1997). Für ein zweidimensionales Objekt sind die Boxen beispielsweise Quadrate. Wenn  $r$  die Seitenlänge einer Box ist und sei  $N(r)$  die Anzahl der Boxen, um die Struktur zu



**Abbildung 2.14.:** Schematische Darstellung der fraktalen Dimension (a) eines Monofraktals und (b) eines Multifraktals.



**Abbildung 2.15.:** Schematische Darstellung der Boxcounting-Methode (adaptiert nach Olsson et al., 1992).

überdecken, dann ergibt das ein Potenzgesetz in der Form:

$$N(r) \propto r^{-D}, \tag{2.48}$$

wobei  $D$  die Boxcounting-Dimension ist und somit eine Abschätzung der fraktalen Dimension liefert.

Fraktale Objekte mit wechselnder fraktaler Dimension werden Multifraktale genannt, d. h. die fraktale Dimension ist abhängig von der betrachteten Skalierung. Während man eine Gerade aus der doppeltlogarithmischen Abbildung für Monofraktale erhält (Abbildung 2.14a), ist die Gerade für Multifraktale gebrochen, d. h. die Skalierung erfolgt nicht mehr über einen einzelnen Exponenten, sondern wird durch eine Funktion spezifiziert (Abbildung 2.14b). Dabei kennzeichnet  $T$ , z. B. 0,1 mm/h, in der Abbildung 2.14b den Schwellwert, für den man multifraktales Verhalten untersucht.

### Verfahren

Der Niederschlag kann eine große Zeitspanne überdecken, so dass die fraktale Dimension in der Zeit bestimmt werden kann. Der gesamte Datensatz wird in schrittweise kleinerwerdende, nichtüberlappende Segmente (Boxen) von der Größe  $r$  geteilt. Für jedes  $r$  werden die Anzahl der Boxen  $N(r)$

gezählt, die benötigt werden, um die Punkte zu überdecken. Wenn der Datensatz Skaleninvarianz zeigt, dann ist die Gleichung 2.48 erfüllt. Für skaleninvariante Daten zeigt die Abbildung  $\log N(r)$  als Funktion von  $\log r$  eine Gerade mit dem Anstieg  $-D$ . Die Methode kann noch erweitert werden, indem man für die Niederschlagsreihen verschiedene Schwellwerte untersucht. Die „neuen“ Zeitreihen überhalb des Schwellwertes werden dann ebenfalls mit der Boxcounting-Methode untersucht, dem so genannten funktionellen Boxcounting (Lovejoy et al., 1987; Schertzer und Lovejoy, 1987). Das Ergebnis dieser Prozedur wird wieder in doppeltlogarithmischer Weise von  $\log N(r, T)$  als Funktion  $\log r$  abgebildet.  $D$  ist abhängig von verschiedenen Schwellwerten  $T$ . In der Abbildung 2.15 ist schematisch die Boxcounting-Methode in einer Dimension dargestellt. Im Beispiel A wird der Niederschlag in binäre Datenpunkte konvertiert. Der Schwellwert liegt bei 0 mm, d. h. es wird die fraktale Dimension der Niederschlagsreihe an sich bestimmt. Dabei bedeutet das Zeichen „+“, dass der Niederschlag über 0 mm war und „-“ bedeutet, dass der Niederschlag gleich 0 mm war. Die Zeitserie wird in sukzessive halbierte Zeitintervalle (Boxen) von der Größe  $r$  unterteilt. Es werden die Anzahl der Boxen  $N(r)$  gezählt, die mindestens ein „+“-Zeichen enthalten. Im ersten Schritt wird die ganze Reihe als eine Box von 8 Tagen ( $r = 8$ ) angesehen. Daher ist  $N(r) = 1$ , da diese Box ein „+“-Zeichen enthält. Dann wird in den nächsten Schritten die Boxgröße halbiert und die Zahl der nicht leeren Boxen ausgezählt. Im hier dargestellten 4. Schritt, ist die zeitliche Auflösung der Zeitserie eine Boxgröße ( $r = 1$ ). Die Gesamtanzahl der Boxen beträgt 8, die der nicht leeren ist  $N(r) = 5$ . Analog dazu wird das funktionelle Boxcounting-Verfahren durchgeführt. Dabei werden verschiedene Schwellwerte (Beispiel B in Abbildung 2.15) für die Zeitreihe vorgegeben. Da die Niederschlagszeitreihe nicht mit quadratischen Boxen überdeckt wird, sondern die Boxen Linien sind, ergibt sich die fraktale Dimension  $D_F = 1 + D$ . Die fraktale Dimension einer Niederschlagsreihe liegt zwischen der Dimension einer Linie ( $D_E^4 = 1$ ) und einer Fläche ( $D_E = 2$ ).

Für die (fraktionelle) Brown'sche Bewegung kann gezeigt werden, dass ein Zusammenhang zwischen der fraktalen Dimension und dem Hurst-Exponenten existiert (Gleichung A.37). Allerdings gilt der Zusammenhang nur für Monofraktale, zu denen die (fraktionelle) Brown'sche Bewegung gehört (Fernández-Pascual et al., 2006). Olsson et al. (1992) und de Lima (1998) zeigten jedoch anhand der fraktalen Dimension, dass der Niederschlag kein monofraktales Verhalten aufweist.

---

<sup>4</sup> $D_E$  = Euklidische Dimension



## 3. Niederschlagsdaten: Beobachtung und Modell

In diesem Kapitel werden die für die Arbeit verwendeten Niederschlagsdaten beschrieben. Zum einen handelt es sich um Messdaten an einem Ort (Abschnitt 3.1) und zum anderen um Gitterpunktsdaten aus der COSMO-Modellkette des Deutschen Wetterdienstes (DWD) (Abschnitt 3.2) und aus einer modellunabhängigen Niederschlagsanalyse, der FUB-Analyse (Abschnitt 3.3). Zuerst werden Niederschlagsmessgeräte und deren Messfehler beschrieben sowie auf die Messdaten eingegangen. Im zweiten Abschnitt erfolgt die Beschreibung der zugrunde liegenden Modelldaten des Deutschen Wetterdienstes. Zuletzt wird die FUB-Analyse erläutert, die auf der Basis von synoptischen Beobachtungen Niederschlagsfelder für verschiedene Gitterauflösungen zur Verfügung gestellt.

### 3.1. Beobachtungsdaten

#### 3.1.1. Niederschlagsmessung und deren Fehler bei der Registrierung

Bevor im Detail auf die Daten eingegangen wird, soll eine kurze Einführung über die Niederschlagsmessung erfolgen. Der Niederschlag kann sich sowohl aus flüssigen (Regen) als auch aus festen (Schnee, Hagel und Graupel) Anteilen zusammensetzen. Bei dem gemessenen Punktniederschlag handelt es sich um einen intermittierenden Prozess, d. h. es wechseln Trockenzeiten und Niederschlagsphasen ab. Generell handelt es sich bei der Niederschlagsmessung um eine Punktmessung mit allen Einflüssen der unmittelbaren Umgebung. Abgeleiteter Niederschlag aus Satelliten- und Radardaten erlauben demgegenüber eine flächenhafte Darstellung. Es existieren zwei Arten von Niederschlagsmessern (Sevruk, 1981): registrierende und nichtschreibende Geräte. Die nichtschreibenden Geräte bestehen aus einem Auffanggefäß mit einem Trichter und einem zylindrischen Sammelbehälter. Die Auffangfläche beträgt  $200 \text{ cm}^2$  (WMO<sup>1</sup>-Norm). Der normierte Messzylinder dient zum Ablesen der Niederschlagshöhe mit einer Genauigkeit von  $0,1 \text{ mm}$ , was  $1 \text{ l/m}^2$  entspricht. Der nichtschreibende Niederschlagsmesser misst die Niederschlagsmenge über eine festgelegte Zeitspanne, wie z. B. die Tagessumme. Mit diesem Niederschlagsmesser können keine Angaben über den zeitlichen Verlauf, die Dauer, Intensität und Muster des Niederschlagsereignisses getroffen werden. Ein Beispiel des nichtschreibenden Niederschlagsmesser ist der so genannte Hellmann-Topf und ist in der Abbildung 3.1a (rechts) dargestellt.

Es gibt verschiedene registrierende Messgeräte: den schreibenden Hellmann-Niederschlagsmesser, einen so genannten Schwimmkörpertyp, und die Kipp-Waage (DIN-VDI-Taschenbuch, 1999). Darüber hinaus existieren noch Niederschlagswaagen, die den Niederschlag wiegen, und Tröpfchenzähler, die aber hier nicht beschrieben werden. Anhand der schreibenden Niederschlagsmesser kommt es zu einer kontinuierlichen analogen Aufzeichnung der Niederschlagshöhe durch Messstreifen oder bei der Wippe durch die Aufzeichnung kleiner sequentieller Niederschlagsinkremente. Die zeitliche Auflösung dieser Geräte liegt bei  $\leq 1 \text{ min}$ . Der schreibende Niederschlagsmesser nach Hellmann (Abbildung 3.1a links) fängt den Niederschlag auf der Fläche von  $200 \text{ cm}^2$  auf, der dann in einen Messbehälter mit Schwimmer geleitet wird. Dieser Schwimmer bewegt sich kontinuierlich mit ansteigendem Wasserstand und ermöglicht damit die analoge Aufzeichnung auf dem Registrierstreifen. Je

---

<sup>1</sup>World Meteorological Organization



(a) Niederschlagsmesser nach Hellmann



(b) Niederschlagswippe

**Abbildung 3.1.:** (a) Schreibender (links) und nichtschreibender (rechts) Niederschlagsmesser nach Hellmann. (b) Niederschlagswippe. (Fotos © G. Myrcik)

nach Art der zeitlichen Registrierung bedeutet ein Trommelumlauf ein Tag oder eine Woche. Über eine Abhebevorrichtung wird das Niederschlagswasser ( $> 10$  mm Höhe) in einem Sammelbehälter gesammelt. Die maximal registrierbare Niederschlagsmenge (Firma Lambrecht) beträgt 130 mm/h. Die Niederschlagswippe (Abbildung 3.1b) registriert jede fortlaufende Niederschlagsakkumulation eines bestimmten Ereignisses (Strangeways, 2007). Es sind mit der Kipp-Waage maximal 16 mm/min messbar. Wie anhand der Abbildung 3.1b zu erkennen ist, besitzt die Wippe zwei Gefäße, die jeweils ein bestimmtes Volumen ( $2 \text{ cm}^3$ ) des Niederschlages aufnehmen. Bei Erreichen des Gewichtes kippt die Wippe um und entleert sich, während das andere Gefäß sich wieder füllt. Das Kippen der Wippe wird mit einer Lichtschranke kontrolliert und als elektronischer Impuls zu einem Aufnahmegerät gesendet, das analog (Registrierstreifen) oder digital (Datenlogger) sein kann. Die Anzahl ausgelöster Stromimpulse durch die Kippbewegung liefert dann ein Maß über die Niederschlagshöhe.

Die Niederschlagsmesser sind 1 m über dem Erdboden angebracht, damit die Messung nicht durch das Spritzwasser am Boden verfälscht wird. Darüber hinaus gibt es zu berücksichtigende Fehler (Sevruk und Klemm, 1989):

- (a) die systematischen Fehler des Messgerätes,
- (b) menschliche Faktoren (z. B. beim Ablesen) und
- (c) numerische Fehler bei der Datenverarbeitung.

Zu den systematischen Fehlern gehören beispielsweise der Verdunstungsfehler während der Messung (meist im Sommer) und die feuchten Innenwände des Niederschlagsmessers. Die Größe des Fehlers ist abhängig vom Typ des Niederschlagsmessers, den klimatischen Bedingungen (Wind, Temperatur, Art des Niederschlages), von den lokalen orographischen Einflüssen und der Stärke des Ereignisses (z. B. kleine Niederschlagsmengen gelangen meist nicht in den Messbehälter). Eine nicht zu vernachlässigende Fehlerquelle sind die festen Niederschläge, deren Verflüssigung durch die Beheizung der Niederschlagsmesser hohe Fehler erzeugt. In der hier vorliegenden Arbeit wurden die Daten aus dem Institut für Meteorologie nur bezüglich der fehlenden Registrierung mit anderen Zeitreihen abgeglichen.





**Abbildung 3.2.:** Meteorologische Messstation des Instituts für Meteorologie an der Freien Universität Berlin im Botanischen Garten (Foto © G. Myrcik).

### 3.1.2. Niederschlagsreihen der Station Berlin-Dahlem

Zum Institut für Meteorologie gehören die Klima- und Synopstation Berlin-Dahlem mit dem Messfeld auf dem Fichtenberg und dem Messfeld im Botanischen Garten. Im Botanischen Garten werden die Lufttemperatur, der Niederschlag, die Erdbodentemperatur gemessen, wohingegen auf dem Fichtenberg der Wind und die Strahlung gemessen werden. Meteorologischen Datenreihen sind, wie die Station Berlin-Dahlem, meist von einem Standortwechsel der Station, Wechsel der Messgeräte bzw. Bezugszeiträume oder Ausfall der Registrierung während eines Krieges etc. betroffen. Diese Informationen (Standortbeschreibungen und Betriebsprotokoll) können einen Aufschluss über Inhomogenitäten einer Messreihe geben.

Mit der Errichtung des Preußischen Meteorologischen Instituts in Dahlem in der Königin-Luise-Straße wurde ab dem 01.04.1908 mit einem Hellmann-Niederschlagsmesser täglich Niederschlag gemessen. Seit der Gründung des Instituts für Meteorologie an der Freien Universität Berlin im Herbst 1949 wurde die Niederschlagsmessung in den Kiebitzweg verlegt. Die nächste Standortverlegung erfolgte am 03.10.1951 in die Podbielskiallee und ist dort bis zum 11.07.1997 betrieben worden. Jetzt befindet sich die Niederschlagsmessung im Botanischen Garten (Abbildung 3.2). Seit 01.01.1998 werden auf der Basis der 1-minütlichen Ombrometerdaten die anderen Niederschlagssummen (z. B. stündlicher Niederschlag oder die Tagessumme) erstellt. Von der WMO-Station Berlin-Dahlem 10381 werden in der hier vorliegenden Arbeit Niederschlagszeitreihen in verschiedenen Messzeiträumen und zeitlicher Auflösung (1 min, 3 min, 5 min, 10 min, 30 min, 1 h, 3 h, 6 h, 9 h, 12 h, 18 h, 1 d, 2 d, 4 d, 8 d, Monat und Jahr) benutzt (Tabelle 3.1). Im Kapitel 4 wird mit den zeitlich verschieden aufgelösten Niederschlagsdaten eine statistische und fraktale Analyse mit den im Kapitel 2 beschriebenen Verfahren durchgeführt. Die Niederschlagsreihe für die Monatssummen und die daraus abgeleiteten Jahressummen wurden bis zum Jahr 1848 erweitert. Die Daten von 1848–1905, die von G. Hellmann zusammengestellt wurden, stammen aus der Berliner Innenstadt (Hellmann, 1901; Hellmann, 1906; Hellmann, 1909). Die Daten von 1906 bis März 1908 stammen aus den Tabellenwerken „Das Klima in Berlin (II)“ (Abhandlungen des Meteorologischen Dienstes der DDR, 1976) und aus dem „Deutsches Meteorologisches Jahrbuch für 1908“ (Lüdeling, 1912). Dabei sind die monatlichen Niederschlagssummen von 1848 bis März 1908 auf mm gerundet. Anhand der Beobachtungsbücher „Deutsches Meteorologisches Jahrbuch“ wird eine tägliche Niederschlagsreihe von 1876 bis März 1908 mit 1/10 mm Genauigkeit erstellt bzw. vervollständigt (Georg Myrcik, 2009; persönliche Mit-

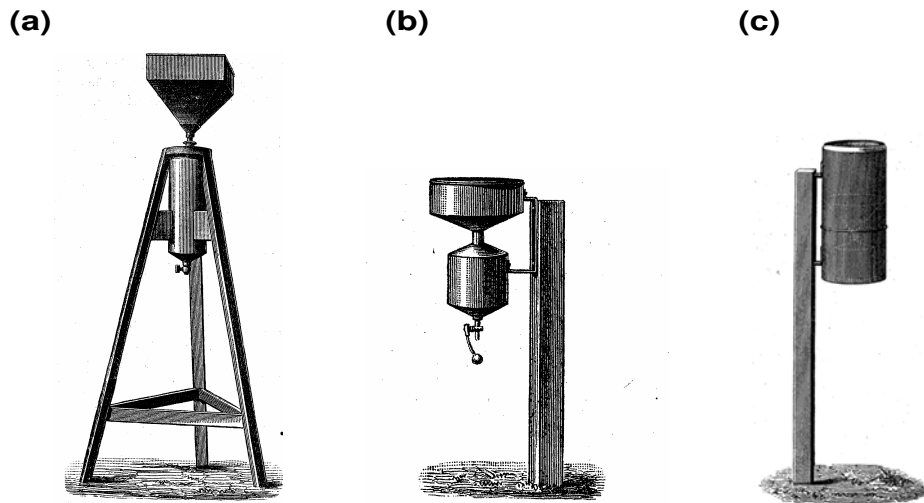
**Tabelle 3.1.:** Verwendete Zeitreihen von Berlin-Dahlem.

zeitliche Auflösung	Untersuchungszeitraum	abgeleitet aus / Messgerät
Jahr	1909 bis 2004 1848 bis 2004	Monatssummen
Monat	Jan. 1909 bis Dez. 2004 Jan. 1848 bis Dez. 2004	Tagessummen Tagessummen & tabellar. Monatssummen
8 Tage (8 d)	08.01.1909–31.12.2004	Tagessummen
4 Tage (4 d)	04.01.1909–31.12.2004	Tagessummen
2 Tage (2 d)	10.01.1909–31.12.2004	Tagessummen
Tag (1 d)	01.01.1909–31.12.2004	Hellmann
18 Stunden (18 h)	01.01.1971 18:00–31.12.2004 24:00	stündlicher Niederschlag
12 Stunden (12 h)	01.01.1971 12:00–31.12.2004 24:00	stündlicher Niederschlag
9 Stunden (9 h)	01.01.1971 09:00–31.12.2004 24:00	stündlicher Niederschlag
6 Stunden (6 h)	01.01.1971 06:00–31.12.2004 24:00	stündlicher Niederschlag
3 Stunden (3 h)*	01.01.1971 03:00–31.12.2004 24:00	stündlicher Niederschlag
1 Stunde (1 h)*	01.01.1971 01:00–31.12.2004 24:00	1.01.1996–7. Jul.1997 30-minütlicher Niederschlag registrierender Hellmann
30 Minuten (30 min)	01.01.1996 00:30–31.12.2004 24:00	registrierender Hellmann
10 Minuten (10 min)	01.01.1999 00:10–31.12.2004 24:00	Wippe
5 Minuten (5 min)	01.01.1998 00:05–31.12.2004 24:00	1-minütlicher Niederschlag
3 Minuten (3 min)	01.01.1998 00:03–31.12.2004 24:00	1-minütlicher Niederschlag
1 Minute (1 min)	01.01.1998 00:01–31.12.2004 24:00	Wippe

**Tabelle 3.2.:** Verzeichnis der Klimastationen in Berlin 1848 bis März 1908 (Bahr, 1966).

Beobachtungsdauer	Beobachtungsort	Beobachter
1848–1867	Lindenstr.	Schneider
1867–1883	Ritterstr. (in Brandenburgische Str. umbenannt)	Arndt
1882–1887	Joachimsthalsches Gymnasium	Schindler
1883–1908	Teltower Str. 8	Behre

teilung). In der Tabelle 3.2 sind die Messstandorte aufgeführt, die zu dem Datensatz ab Januar 1848 bis März 1908 führten. Zudem berücksichtigte Hellmann (1901) in der Veröffentlichung auch die Änderung der Messgeräte und -höhe. Die Niederschlagsmesshöhe betrug von 1848–1879 2,6 m über Grund. Seit 1880 wird der Niederschlag 1 m über Grund gemessen. Die Abbildung 3.3 zeigt die Messgeräte, mit denen ab 1848 gemessen wurde. Von 1848 bis Dezember 1879 war der Mahlmann'sche Niederschlagsmesser mit einem quadratischen Auffanggefäß von 1 Pariser Quadratfuß Fläche (entspricht  $0,105521 \text{ m}^2$ ) in Gebrauch. Die obere Kante befand sich 2,6 m oberhalb der Erdoberfläche. Ab Januar 1880 wurde der Osnaghi'sche Niederschlagsmesser benutzt, der an einem Pfahl befestigt war, die Höhe der  $200 \text{ cm}^2$  runden Auffangfläche befand sich 1 m über dem Erdboden. Im Februar 1887 änderte sich mit dem Standortwechsel nochmal der Niederschlagsmesser, der System Hellmann Nr. 86 genannt wurde. Dieser von Hellmann entwickelte Niederschlagsmesser wird in modifizierter Form auch heute noch verwendet (siehe Abbildung 3.1a). Die Auffangfläche beträgt



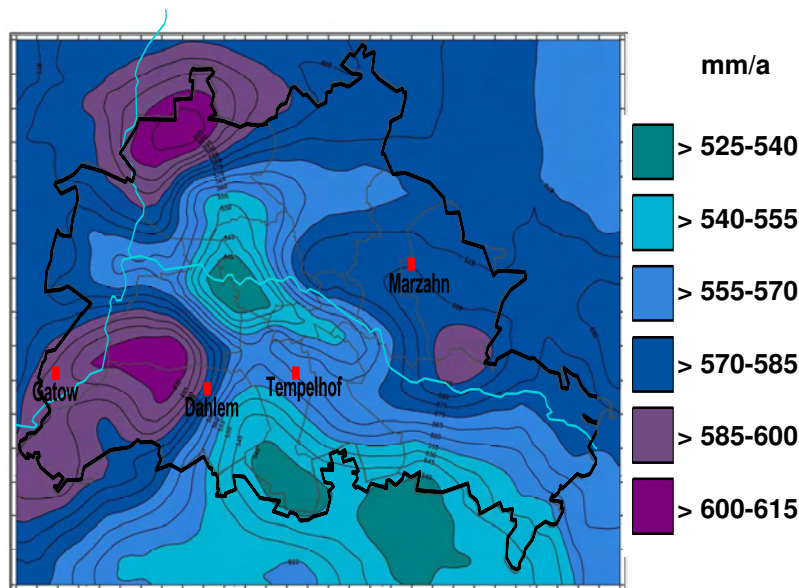
**Abbildung 3.3.:** (a) Mahlmann'scher Niederschlagsmesser. (b) Osnaghi'scher Niederschlagsmesser. (c) Niederschlagsmesser System Hellmann Nr. 86. (Hellmann, 1901)

wie beim Osnaghi'schen Niederschlagsmesser  $200 \text{ cm}^2$ , und der Abstand der oberen Kante bis zum Erdboden beträgt einen Meter.

Bei den Zeitreihen ab 1908 handelt es sich zum einen um Reihen, die in das institutseigene Datenbanknetz aufgenommen wurden und zum anderen um abgeleitete Reihen, die durch zeitliche Akkumulation entstanden sind (siehe Tabelle 3.1). So wurden aus den 1-minütlichen Daten die 3- und 5-minütlichen Zeitreihen, aus den stündlichen die 3- bis 18-stündlichen und aus den täglichen Niederschlagssummen die 2–8 Tagessummen sowie die Monats- und Jahressummen abgeleitet. Die täglichen Niederschlagssummen liegen ab April 1908 vor. Da für die Auswertung im Kapitel 4 vollständige Jahre erforderlich sind, wurden die Daten von 01.01.1909 bis 31.12.2004 verwendet. Die stündlichen Niederschläge wurden ab dem 01.01.1971 bis 31.12.1995 in der Podbielskiallee gemessen. Die in die Datenbank eingepflegte Reihe wurde erst ab dem 08.07.1997 mit den Messungen im Botanischen Garten fortgeführt. Der fehlende anderthalbjährige Zeitraum vom 01.01.1996 bis 07.07.1997 wurde von der Autorin anhand der 30-minütlichen Registrierstreifen digitalisiert und zu stündlichen Niederschlagssummen akkumuliert. Die so vervollständigten stündlichen Reihen wurden von 01.01.1971 bis 31.12.2004 untersucht. Daher lagen die 30-minütlichen Daten ab dem 01.01.1996 bis 31.12.2004 vor. Die 10-minütlichen Daten, untersucht von 01.01.1999 bis 31.12.2004, basieren auf den 1-minütlichen Daten aus dem Botanischen Garten und wurden akkumuliert in die Datenbank eingepflegt. Die 1-minütlichen Daten, archiviert in MEVIS<sup>2</sup>, sind für den Zeitraum 01.01.1998 bis 31.12.2004 vorhanden.

Zusätzlich wurde der Zeitraum 2000–2004 von den mit „\*“ gekennzeichneten Reihen in Tabelle 3.1 untersucht. Im Kapitel 5 werden die modellierten Niederschlagsanalysen aus dem Lokal-Modell des DWD (Abschnitt 3.2.1) für verschiedene Gitterpunkte in Berlin mit den korrespondierenden Stationsdaten (Abschnitt 3.1.3) verglichen. Sowohl die 1- und 3-stündlichen Modelldaten als auch die Beobachtungen werden für den Zeitraum 2000–2004 ausgewertet und verglichen, um wieder vollständige Jahre zu untersuchen.

<sup>2</sup>Messwert,- Erfassungs,- Verarbeitungs- und Informations-System



**Abbildung 3.4.:** Ausgewählte Stationen des Berliner Stadtmessnetzes (Gatow, Dahlem, Tempelhof und Marzahn), betreut vom Institut für Meteorologie, und die langjährige Niederschlagsverteilung (1961–1990) von Berlin (Umweltatlas Berlin, 1994)<sup>3</sup>.

**Tabelle 3.3.:** Stationen des Stadtmessnetzes mit geographischer Lage und Stationshöhe.

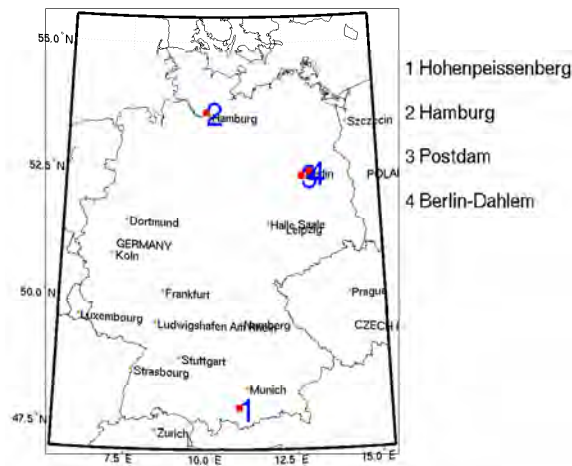
Station	geographische Koordinaten	Höhe über NN
Dahlem	52°27' N, 13°18' O	51 m
Tempelhof	52°28' N, 13°24' O	46 m
Gatow	52°28' N, 13°08' O	49 m
Marzahn	52°32' N, 13°35' O	46 m

### 3.1.3. Das Berliner Stadtmessnetz

Das Berliner Stadtmessnetz wird vom Institut für Meteorologie betrieben. Es umfasst zurzeit neun Stationen: Tegel-Forstamt, Pichelsdorf, Gatow, Fasanenstraße, Wannsee, Dahlem, Tempelhof, Planetarium Prenzlauer Allee und Marzahn (Müller et al., 2000). Es handelt sich dabei um vollautomatische Stationen, die unter anderem den Niederschlag in einer zeitlichen Auflösung von 1 Minute mit einer Kipp-Waage messen. Erfasst werden Niederschlagsmengen ab (einschließlich) 0,1 mm. Die Abbildung 3.4 zeigt die räumliche Lage (Tabelle 3.3) der vier untersuchten Stationen im Stadtgebiet Berlin: Dahlem (Botanischer Garten; Abschnitt 3.1.2), Gatow, Tempelhof und Marzahn. Diese Stationen wurden ausgewählt, da die Daten ab dem 01.01.2000–31.12.2004 vorlagen. Die nichtbetrachteten Stationen des Stadtmessnetzes wurden erst später eingerichtet und in Betrieb genommen. Die Stationen liegen horizontal fast auf einer West-Ost-Achse (Abbildung 3.4), der Höhenunterschied zwischen den Stationen beträgt maximal 5 m.

In Abbildung 3.4 ist die langjährige Niederschlagsverteilung 1961–1990 für das Berliner Stadtgebiet flächenhaft dargestellt. Deutlich sind innerhalb der Stadt drei Maxima und ein lang gestrecktes Minimum entlang des Urstromtales zu erkennen. Die Maxima im Bereich Grunewald und Tegel weisen eine Niederschlagsmenge um 620 mm/a auf. Obwohl nur schwach ausgeprägte Höhenzüge (z. B. Havelberge) Berlin umgeben (Pagenkopf, 2005, Abb. 4), erzeugen diese durch im Mittel vorherrschende

<sup>3</sup><http://www.stadtentwicklung.berlin.de/umwelt/umweltatlas/iinhalt.htm>



**Abbildung 3.5.:** Verwendete Stationsdaten des DWD-Messnetzes. Zusätzlich mit eingezeichnet ist die Station Berlin-Dahlem (Nr. 4).

Westströmung erhöhte Niederschlagsmengen. Im Lee dieser Höhenzüge entlang der Spree existiert ein Niederschlagsminimum bis unter 540 mm/a. Östlich dieser Linie steigen die Niederschläge im Jahresmittel wieder bis zu 600 mm/a an, was durch erhöhte Reibungseffekte der Bauten in diesen Bezirken der Stadt begründet ist. Diese Bebauung hat eine ähnliche Wirkung wie die Höhenzüge im Westteil der Stadt (Grünwald), so dass sich im östlichen Berliner Umland die Lee-Effekte mit einer Niederschlagsabnahme bemerkbar machen. Die Station Gatow liegt im Bereich des westlichen Maximums, die Station Dahlem an seiner Grenze. Die Station Tempelhof befindet sich in dem Gebiet des Minimums, wohingegen die Station Marzahn höhere Jahresniederschläge aufweist.

Die 1-minütlichen Daten der drei zusätzlichen Stationen des Stadtmessnetzes (Gatow, Tempelhof und Marzahn) wurden zu 1- und 3-stündlichen Niederschlagssummen akkumuliert. Die fehlenden Beobachtungswerte der Station Marzahn und Tempelhof wurden mit „Not a Number“ (NaN's), ersetzt. Das heißt, für die 1-stündlichen Niederschläge fehlt in Marzahn eine Periode am 1.1.2000 von 14–20UTC und für Tempelhof am 4.1.2000 zwischen 09–11UTC. Im Kapitel 5.1 werden die statistischen und fraktalen Eigenschaften der vier Stationen des Stadtmessnetzes (Dahlem, Marzahn, Tempelhof und Gatow) bezüglich des Zeitraumes 2000–2004 untersucht. Diese Ergebnisse werden dann mit den Niederschlagsanalysen (1 h und 3 h) des Lokal-Modells (Abschnitt 3.2.1) für korrespondierende Gitterpunkte im gleichen Zeitraum verglichen.

### 3.1.4. Stationsdaten des DWD

Zusätzlich zur täglichen Reihe von Berlin-Dahlem, wurden drei weitere Stationen aus dem Messnetz des Deutschen Wetterdienstes (DWD)<sup>4</sup> untersucht:

- Hohenpeißenberg: WMO-Kennung 10962; Zeitraum: 01.01.1890–31.12.2004,
- Hamburg: WMO-Kennung 10147; Zeitraum: 01.01.1891–31.12.2004 und
- Potsdam: WMO-Kennung 10397; Zeitraum: 01.01.1893–31.12.2004.

Diese Stationen wurden ausgewählt, da sie keine Lücken in der Datenregistrierung aufweisen. Die getroffenen Aussagen für die täglichen Daten von Berlin sollen den Ergebnissen dieser drei Stationen gegenübergestellt werden. Für die Vergleichbarkeit mit den täglichen Daten von Berlin-Dahlem

<sup>4</sup><http://www.dwd.de/> Link: Leistungen A-Z → Freie meteorologische Informationen → Frei zugängliche Klimadaten → Daten im Standardformat

(Abschnitt 3.1.2) beziehen sich die Niederschlagsreihen ebenfalls auf den Zeitraum 1909–2004. Die täglichen Reihen wurden zu 2-, 4- und 8-täglichen Reihen akkumuliert. Die Station Hamburg liegt an der Mündung der Elbe zur Nordsee und wird vorrangig durch maritimes Klima beeinflusst. Die Station Hohenpeißenberg ist eine Bergstation im Voralpenraum. Heigel (1960) bemerkt in seiner Arbeit, dass es aufgrund der Lage der Station zu einem Niederschlagsdefizit durch das Abregnen des Niederschlages am Alpenrand oder in den Tälern kommt und somit nicht einer Station mit Gebirgsklima entspricht. Die Station Potsdam wurde ebenfalls zum Vergleich ausgewählt, da sie eine Nachbarstation von Berlin-Dahlem ist. Potsdam befindet sich südwestlich von Berlin.

## 3.2. Modelldaten vom Deutschen Wetterdienst (DWD)

Am 01.12.1999 ging ein neues Modellsystem des DWD in den operationellen Betrieb (Doms und Schättler, 1999). Die Planungen für dieses neue System der numerischen Wettervorhersage (engl.: numerical weather prediction; NWP) begannen bereits im Jahre 1995. Dieses System umfasst das Globalmodell GME und das Ausschnittsmodell Lokal-Modell (LM). Die Vorgängermodellkette, die operationell vom DWD betrieben wurde, enthielt Modelle mit einer stufenweise höheren Auflösung (Damrath et al., 2000): das Globalmodell (GM) und zwei hydrostatische Modelle, zum einen das Europamodell (EM) und zum anderen das Deutschlandmodell (DM). Das GM wurde vom EZMW<sup>5</sup> globalen Spektralmodell (Zyklus 34) abgeleitet und wurde an die lokalen Bedürfnisse angepasst. Es wurde für die großskaligen Vorhersagen mit einer annähernd 180 km Auflösung benutzt. Das Europamodell konzentrierte sich auf die synoptischskalige und meso- $\alpha$ -skalige Wettersysteme. Das höher aufgelöste meso- $\beta$ -skalige (5 km–50 km) DM hatte sein Hauptaugenmerk auf der Kurzfristvorhersage.

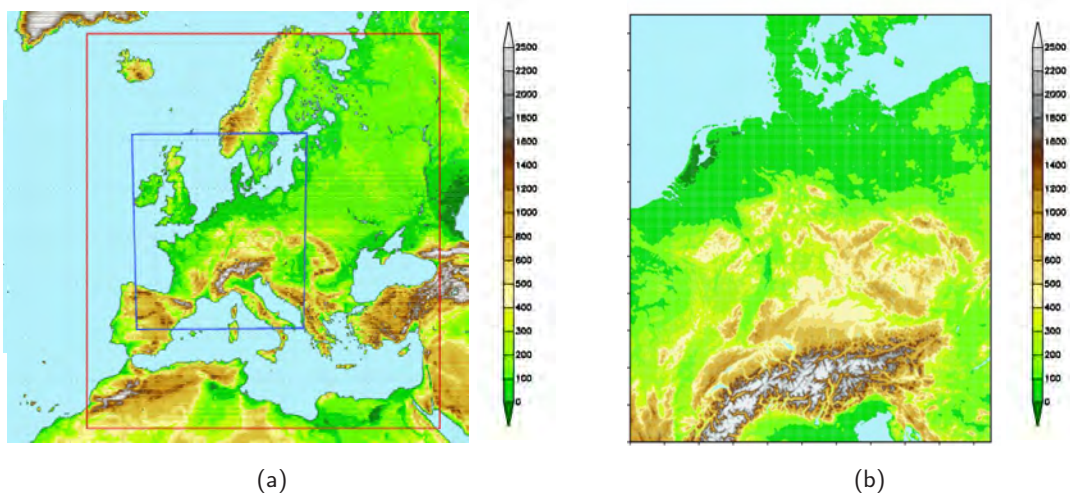
Bei dem GME handelt es sich um ein Gitterpunktmodell mit einem semi-Langrange'schen und semi-impliziten Zeitintegrationsschema. Das GME benutzt ein Dreiecksgitter für die Berechnung der endlichen Differenzen im Raum. Das LM in der meso- $\beta$ - bis meso- $\gamma$ -Skala, mit einer horizontalen Auflösung von 7 km, erhält die Randwerte vom GME. Die meteorologischen Phänomene die von der meso- $\gamma$ -Skala erfasst werden können, liegen in einer Größenordnung zwischen 500 m und 5 km. Das LM war bis November 2005 im operationellen Betrieb (Abbildung 3.6a, blaue Umrandung) und wurde von der Weiterentwicklung COSMO-EU (Abbildung 3.6a, rote Umrandung) abgelöst. Im September 2006 kam das 2,8 km hochaufgelöste COSMO-DE (Abbildung 3.6b) zur Modellkette des DWD hinzu. Von dem LM existiert eine Klimaversion, das CLM, das vorrangig mit einer horizontalen Auflösung von 50 km gerechnet wird (Böhm et al., 2006). Ein kombiniertes Wetter- und Klimavorhersagemodell mit einem C-Typ versetzten geodätischen Gitter, dem so genannten ICON-Modell<sup>6</sup> (ICOsahedral Nonhydrostatic), wird zurzeit am DWD und am Max-Planck-Institut in Hamburg entwickelt. Im Folgenden wird nun auf die Modellkette des DWD der nichthydrostatischen Ausschnittsmodelle eingegangen, welches das LM und deren Weiterentwicklung COSMO-EU und COSMO-DE umfasst.

### 3.2.1. COSMO-Modellkette

Das Lokal-Modell LM nahm im Dezember 1999 den operationellen Betrieb auf, wurde im November 2005 außer Betrieb genommen und das COSMO-EU (früher LME: LM Europa) wurde das operationelle Vorhersagemodell für die meso- $\beta$ -Skala. Das Lokal-Modell LM wurde innerhalb des GME mit einer Domäne von  $2000 \times 2000 \text{ km}^2$  genestet und hatte  $325 \times 325 \times 35$  Gitterpunkte, was einem horizontalen Gitterabstand von  $0,0625^\circ$  ( $\sim 7 \text{ km}$ ) entspricht (Steppeler et al., 2003). In

<sup>5</sup>Europäisches Zentrum für Mittelfristvorhersage

<sup>6</sup><http://icon.enes.org>



**Abbildung 3.6.:** (a) Modelldomäne des Lokal-Modells (LM; blaue Umrandung) und des COSMO-EU (früher LME; rote Umrandung) und (b) des COSMO-DE (früher LMK).

der Abbildung 3.6a ist der Modellbereich des LM dargestellt. Es überdeckt Zentral- und Mitteleuropa. Das LM wurde mit dem Ziel entwickelt, den neuesten Stand der Forschung bezüglich der NWP-Entwicklung zu vereinigen. Das LM gehört zu der Klasse der nichthydrostatischen Modelle wie das MM5 (Dudhia, 1993) und basiert auf dem NCAR<sup>7</sup>-Modell MM5 (Thomas et al., 2000), jedoch mit einer neuartigen terrainfolgenden Vertikalkoordinate. Außerdem werden die Modellvariablen, wie schon bei EM/DM, auf einem rotierten geographischen Gitter gerechnet (Doms und Schättler, 1999). Der Vorteil des Rechnens mit den rotierten Koordinaten ist, dass man den Äquator und den Nullmeridian durch die Mitte des Modellgebiets legt, so ein äquidistantes Gitter erhält und die Konvergenz der Meridiane vermeidet. Dadurch ergibt sich ein zusätzlicher rechenökonomischer Effekt. Das Hauptziel des LM-Projektes war es meso- bis mikroskalige Prozesse zu simulieren und vorherzusagen. Außerdem sollten die nichthydrostatischen Effekte (Strömungen, kurzanhaltende schwere Wetterereignisse) in der räumlichen Skala erfasst werden, die von den vorherigen hydrostatischen Modellen durch z. B. die hydrostatische Approximation nicht berücksichtigt wurden. Das aktuelle Vorhersagemodell COSMO-EU weist gegenüber dem LM ein erweitertes Modellgebiet auf und umfasst nun ganz Europa, Nordafrika sowie die komplette Mittelmeer- und Schwarzmeerregion (rote Umrandung in Abbildung 3.6a). Dabei erhöhte sich die Anzahl der Gitterpunkte von  $325 \times 325$  des LM auf  $665 \times 657$  im COSMO-EU. Die Maschenweite hingegen bleibt bei  $0,0625^\circ$ . Aber die Anzahl der vertikalen Schichten erhöhte sich auf 40 (LM: 35 Schichten). Die zusätzlichen Schichten wurden zur besseren Auflösung in der unteren Troposphäre eingesetzt. Ab September 2006 kam ein neues Modell in die Modellkette des DWD: das COSMO-DE (früher LMK: LM Kurzzeitfrist). Bis zum Februar 2007 lief das COSMO-DE präoperationell, die Daten wurden dem SPP-Projekt<sup>8</sup> zur Verfügung gestellt. Die horizontale Auflösung im COSMO-DE hat sich auf  $0,025^\circ$  verringert und umfasst in seinem Modellgebiet (Abbildung 3.6b) vor allem Deutschland, die Schweiz und Österreich. Die vertikale Auflösung hat sich auf 50 Schichten erhöht. Die Modelle basieren auf den primitiven hydro-thermodynamischen Gleichungen, die die kompressible Strömung in einer feuchten Atmosphäre ohne jegliche Skalenapproximationen beschreiben (Thomas et al., 2000). Somit ist die Modellkette von meso- $\alpha$  bis meso- $\gamma$  mit dem GME ( $\Delta x \sim 40$  km), dem COSMO-EU ( $\Delta x \sim 7$  km) und dem COSMO-DE ( $\Delta x \sim 2,8$  km) abgedeckt. Während sich die Modellphysik von LM und COSMO-EU kaum unterscheiden, sind beim COSMO-DE die gravierendsten Änderungen bei den physikalischen Parametrisierungen, der Dynamik vorgenommen. Auch ist das Assimilationsschema

<sup>7</sup>National Center for Atmospheric Research

<sup>8</sup>von der DFG gefördertes Schwerpunktprogramm (SPP) „Quantitative Niederschlagsvorhersage“.

im Februar 2007 erweitert worden. Mittels „Latent Heat Nudging“ werden hochaufgelöste Radar-komposits in das COSMO-DE assimiliert. Das Verfahren „Latent Heat Nudging“ bewirkt, dass der Modellniederschlag sich an die Beobachtung angleicht. Bei diesem Verfahren werden Temperaturinkremente bestimmt, die sich aus der im Modell vorhandenen latenten Wärme und dem Verhältnis von beobachteten zu modellierten Niederschlag ergeben. Die resultierenden Temperaturinkremente haben einen Einfluss auf die Dynamik und somit auf die Niederschlagsbildung (Stephan et al., 2008). Die nichthydrostatischen Modelle stellen die folgenden Variablen zur Verfügung:

- die prognostische Variablen: Druck, Temperatur, horizontale Windkomponenten, Vertikalgeschwindigkeit, spezifische Feuchte und Wolkenwassergehalt und
- die diagnostischen Variablen: Dichte, Niederschlagsflüsse von Regen und Schnee.

Das LM startete dreimal am Tag seine Vorhersageläufe um 00UTC, 12UTC und 18UTC, die über 48 Stunden integriert wurden. Das COSMO-EU startet ebenfalls analog wie das Vorgängermodell LM drei Läufe, allerdings beträgt die Länge 78 Stunden. Das Kurzzeitmodell COSMO-DE hingegen erstellt alle drei Stunden Vorhersageläufe, d. h. es existieren pro Tag acht Vorhersageläufe, welche eine Vorhersagefrist von 18 h (21 h werden archiviert) haben. Durch eine kontinuierliche Datenassimilierung durch Nudging sind stündliche Analysedaten vorhanden. Die Vorhersagedaten werden dann in der Datenbank nur für ein Jahr abgespeichert, wohingegen die Analysen dauerhaft archiviert werden.

### 3.2.1.1. Das Koordinatensystem

Die Modelle verwenden rotierte  $(\lambda, \phi)$ -Koordinaten in den horizontalen Raumrichtungen, die aus den geographischen  $(\lambda_g, \phi_g)$ -Koordinaten durch eine Verschiebung des Nordpols hervorgehen. Das rotierte  $(\lambda, \phi)$ -Koordinatensystem ist ein äquidistantes Gitter. Es lassen sich mit trigonometrischen Beziehungen die Gitter ineinander transformieren. Die Transformation der rotierten  $(\lambda, \phi)$ -Koordinaten in die geographischen  $(\lambda_g, \phi_g)$ -Koordinaten ist dann wie folgt:

$$\begin{aligned}\lambda_g &= \lambda_N - \arctan \left\{ \frac{\cos \phi \sin \lambda}{\sin \phi \cos \phi_N - \sin \phi_N \cos \phi \cos \lambda} \right\}, \\ \phi_g &= \arcsin \{ \sin \phi \sin \phi_N + \cos \phi \cos \lambda \cos \phi_N \}.\end{aligned}\quad (3.1)$$

Die Transformation von den geographischen  $(\lambda_g, \phi_g)$ -Koordinaten in die rotierten  $(\lambda, \phi)$ -Koordinaten genügt der folgenden Beziehung:

$$\begin{aligned}\lambda &= \arctan \left\{ \frac{-\cos \phi_g \sin(\lambda_g - \lambda_N)}{-\cos \phi_g \sin \phi_N \cos(\lambda_g - \lambda_N) + \sin \phi_g \cos \phi_N} \right\}, \\ \phi &= \arcsin \{ \sin \phi_g \sin \phi_N + \cos \phi_g \cos \phi_N \cos(\lambda_g - \lambda_N) \}.\end{aligned}\quad (3.2)$$

Dabei definieren  $\lambda_N, \phi_N$  den verlegten Koordinaten-Nordpol.

**Modellgitter LM** Die Maschenweite im LM beträgt  $\Delta\lambda = \Delta\phi = 0,0625^\circ \sim 7$  km und der rotierte Nordpol  $\lambda_N = 32,5^\circ$  N und  $\lambda_N = 170^\circ$  W. Damit ergeben sich für die vier Eckpunkte des Modellgebietes in den rotierten  $(\lambda, \phi)$ -Koordinaten und in den geographischen  $(\lambda_g, \phi_g)$ -Koordinaten (Abbildung 3.6a, blaue Umrandung):

- Linke untere Ecke:  $\lambda = 12,50^\circ$  W  $\phi = 17,00^\circ$  S;  $\lambda_g = 05,46^\circ$  W  $\phi_g = 39,07^\circ$  N,
- Rechte untere Ecke:  $\lambda = 07,75^\circ$  O  $\phi = 17,00^\circ$  S;  $\lambda_g = 19,68^\circ$  O  $\phi_g = 39,95^\circ$  N,



- Linke obere Ecke:  $\lambda = 12,50^\circ \text{ W}$   $\phi = 03,25^\circ \text{ N}$ ;  $\lambda_g = 14,42^\circ \text{ W}$   $\phi_g = 58,49^\circ \text{ N}$ ,
- Rechte obere Ecke:  $\lambda = 07,75^\circ \text{ O}$   $\phi = 03,25^\circ \text{ N}$ ;  $\lambda_g = 25,55^\circ \text{ O}$   $\phi_g = 59,86^\circ \text{ N}$ .

Bei einer Maschenweite von  $0,0625^\circ$  entspricht dies 325 Gitterpunkten in rotierter W-O-Richtung und 325 Gitterpunkten in rotierter in S-N-Richtung.

**Modellgitter COSMO-EU** Die geographischen Polkoordinaten des COSMO-EU lauten jetzt:  $\lambda_N = 40,0^\circ \text{ N}$  und  $\phi_N = 170^\circ \text{ W}$ . Bei dem COSMO-EU ist die Polachse nicht mehr so stark geneigt und durch die Veränderung der Polkoordinaten im COSMO-EU, sind die Gitterpunkte mit dem LM nicht deckungsgleich. Damit ergeben sich für die vier Eckpunkte des Modellgebietes in den rotierten  $(\lambda, \phi)$ -Koordinaten und in den geographischen  $(\lambda_g, \phi_g)$ -Koordinaten (Abbildung 3.6a, rote Umrandung):

- Linke untere Ecke:  $\lambda = 18,00^\circ \text{ W}$   $\phi = 20,00^\circ \text{ S}$ ;  $\lambda_g = 09,14^\circ \text{ W}$   $\phi_g = 27,70^\circ \text{ N}$ ,
- Rechte untere Ecke:  $\lambda = 23,50^\circ \text{ O}$   $\phi = 20,00^\circ \text{ S}$ ;  $\lambda_g = 34,67^\circ \text{ O}$   $\phi_g = 26,12^\circ \text{ N}$ ,
- Linke obere Ecke:  $\lambda = 18,00^\circ \text{ W}$   $\phi = 21,00^\circ \text{ N}$ ;  $\lambda_g = 34,24^\circ \text{ W}$   $\phi_g = 65,58^\circ \text{ N}$ ,
- Rechte obere Ecke:  $\lambda = 23,50^\circ \text{ O}$   $\phi = 21,00^\circ \text{ N}$ ;  $\lambda_g = 63,47^\circ \text{ O}$   $\phi_g = 62,40^\circ \text{ N}$ .

Bei einer Maschenweite von  $0,0625^\circ$  entspricht dies 665 Gitterpunkten in rotierter W-O-Richtung und 657 Gitterpunkten in rotierter in S-N-Richtung.

**Modellgitter COSMO-DE** Die geographischen Polkoordinaten sind analog zum COSMO-EU. Damit ergeben sich für die vier Eckpunkte des Modellgebietes in den rotierten  $(\lambda, \phi)$ -Koordinaten und in den geographischen  $(\lambda_g, \phi_g)$ -Koordinaten (Abbildung 3.6b):

- Linke untere Ecke:  $\lambda = 05,00^\circ \text{ W}$   $\phi = 05,00^\circ \text{ S}$ ;  $\lambda_g = 02,98^\circ \text{ W}$   $\phi_g = 44,77^\circ \text{ N}$ ,
- Rechte untere Ecke:  $\lambda = 05,50^\circ \text{ O}$   $\phi = 05,00^\circ \text{ S}$ ;  $\lambda_g = 17,72^\circ \text{ O}$   $\phi_g = 44,72^\circ \text{ N}$ ,
- Linke obere Ecke:  $\lambda = 05,00^\circ \text{ W}$   $\phi = 06,50^\circ \text{ N}$ ;  $\lambda_g = 01,04^\circ \text{ W}$   $\phi_g = 56,20^\circ \text{ N}$ ,
- Rechte obere Ecke:  $\lambda = 05,50^\circ \text{ O}$   $\phi = 06,50^\circ \text{ N}$ ;  $\lambda_g = 19,84^\circ \text{ O}$   $\phi_g = 56,14^\circ \text{ N}$ .

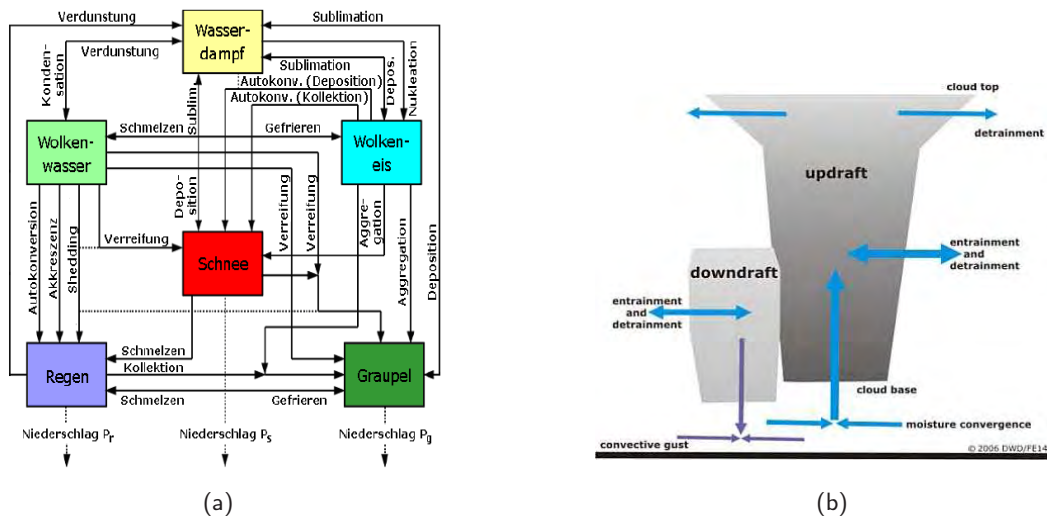
Bei einer Maschenweite von  $0,025^\circ$  entspricht dies 421 Gitterpunkten in rotierter W-O-Richtung und 461 Gitterpunkten in rotierter S-N-Richtung. Da die Polkoordinaten von COSMO-EU und COSMO-DE identisch sind, überlagern sich über die Deutschland Gitter, d. h. jeder 2,5ste Gitterpunkt des COSMO-DE ist ein COSMO-EU-Gitterpunkt. Damit lassen sich die Modelle gut vergleichen.

Das terrainfolgende  $\zeta$ -System ist in der Vertikalen definiert. Die Vertikalkoordinate ist nicht zeitabhängig, d. h. das resultierende System ist nicht-deformierbar. Die Koordinatenflächen sind, im Gegensatz zu den Druckflächen, daher im physikalischen Raum fest. Die Transformation der Modellgleichungen vom orthogonalen  $(\lambda, \phi, z)$ -System zum nicht-orthogonalen geländefolgenden  $(\lambda, \phi, \zeta)$ -System ist durch die Elemente der inversen Jacobi-Matrix  $J^z$  repräsentiert (Thomas et al., 2000):

$$J_\lambda \equiv J_{13}^z = \left( \frac{\partial z}{\partial \lambda} \right)_\zeta, \quad J_\phi \equiv J_{23}^z = \left( \frac{\partial z}{\partial \phi} \right)_\zeta, \quad J_\zeta \equiv J_{33}^z = \left( \frac{\partial z}{\partial \lambda} \right) = -\sqrt{G}, \quad (3.3)$$

mit  $\sqrt{G} = (g\rho_0)^{-1}$ . Das  $\zeta$ -System wird linkshändig definiert, d. h. dass die Werte der  $\zeta$ -Koordinate ansteigen mit gleichzeitigem Abnehmen der Höhe  $z$  vom Oberrand des Modells bis zur Erdoberfläche. Außerdem ist  $J_\zeta$  immer negativ und gleich dem negativen Absolutbetrag der Determinante der inversen Jacobi-Matrix.

Die Modellgleichungen sowie die Diskretisierung und die Zeitintegration der COSMO-Modelle sind ausführlich in Steppeler et al. (2003) und Thomas et al. (2000) zu finden.



**Abbildung 3.7.:** Schematische Darstellung der Niederschlagsparametrisierung in den COSMO-Modellen. (a) skaliger Niederschlag: Wechselwirkungen zwischen den 6 verschiedenen Phasen des Wassers im COSMO-Modell. Im LM/COSMO-EU entfällt die Niederschlagsphase Graupel mit ihren Wechselwirkungen (adaptiert nach Reinhardt und Seifert, 2006). (b) Schauer- und Gewitterbildung: Das in der Konvektionsparametrisierung verwendete Wolkenmodell (<http://www.dwd.de>).

### 3.2.1.2. Niederschlagsparametrisierung

Physikalische Prozesse, die nicht explizit vom Modell aufgelöst werden können, müssen parametrisiert werden. Dazu gehören Strahlungsprozesse, skaliger Niederschlag, Feuchtekonvektion, partielle Bewölkung, Bodenprozesse und vertikal turbulente Flüsse. Viele der Parametrisierungen der nichthydrostatischen Modelle des DWD wurden vom früheren operationellen hydrostatischen DM übernommen. Im Folgenden soll die Niederschlagsparametrisierung näher erläutert werden. Ausführlichere Beschreibungen der Parametrisierungen sind bei Doms und Schättler (1999) zu finden.

**Skaliger Niederschlag** Das Parametrisierungsschema für die Bildung der skaligen Wolken und des Niederschlages basiert auf der Bulk-Formulierung (Kessler-Typ) und benutzt spezifische Gruppierungen für die verschiedenen Wolken- und Niederschlagspartikel (Abbildung 3.7a). Durch Übersättigung (durch Hebung eines Luftpaketes) kann sich in einem Gitterelement je nach Temperatur Wolkenwasser oder -eis bilden. Diese skalige „Wolke“ ist eine prognostische Variable. Der Niederschlags fällt nicht unbedingt aus der Gitterbox, in der er gebildet wurde. Innerhalb dieser Wolke setzen Umwandlungsprozesse ein, die aus dem Wolkeneis oder -eis zu Regen, Schnee oder Graupel werden. Die Teilchen in diesen Kategorien interagieren mittels verschiedener mikrophysikalischer Prozesse. Die Prozesse werden in Bezug auf die Mischungsverhältnisse als modellabhängige Variablen parametrisiert und sind in der Abbildung 3.7a skizziert. Das operationelle Schema enthält sechs Kategorien von Wasser: Wasserdampf, Wolkenwasser, Wolkeneis, Regen, Schnee und Graupel. Die Parametrisierung von Graupel findet nur im COSMO-DE statt. Das Wolkenwasser besteht aus kleinen (Radius  $< 50 \mu\text{m}$ ), in der Luft suspendierte Tröpfchen mit kaum messbarer Fallgeschwindigkeit. Das Wolkeneis sind in der Luft suspendierte Eisteilchen mit kaum messbarer Relativbewegung zur Luftströmung. Das Regenwasser setzt sich aus großen Tropfen mit Radien zwischen  $50 \mu\text{m}$  und  $4000 \mu\text{m}$  zusammen. Der Schnee umfasst in der skaligen Parametrisierung große bereifte Eiskristalle und Aggregate von Kristallen. Die exponentielle Größenverteilung und die empirischen Fallgeschwindigkeiten für Regentropfen und Schneekristalle werden berücksichtigt. Bei Graupel handelt es sich um Niederschlagsteilchen, die eine stärkere Bereifung erfahren und eine höhere Dichte als Schnee aufweisen. Der Graupel entsteht durch starkes Bereiften von Schnee oder durch das Gefrieren von Regentropfen.

Die Fallgeschwindigkeit der Graupelpartikel ist größenabhängig und höher als beim Schnee. Analog zum Schnee gibt es eine exponentielle Größenverteilung der Graupelpartikel.

**Feuchtekonvektion** Für Modellanwendungen auf der meso- $\alpha$ - und meso- $\beta$ -Skala, ist die tiefe und flache Cumuluskonvektion ein subskaliger Prozess, der parametrisiert werden muss (Steppeler et al., 2003). Das gilt für das LM und das COSMO-EU. Diese subskaligen Prozesse können vom Gitter nicht explizit aufgelöst werden und müssen daher berechnet werden. Die Cumuluskonvektion hat einen großen Einfluss auf die simulierte Vertikalstruktur der Temperatur- und Feuchtefelder in der Atmosphäre. Die Effekte der Feuchtekonvektion müssen bei der Cumulusparametrisierung berücksichtigt werden. Es handelt sich dabei um die diabatische Erwärmung durch das Freisetzen von latenter Wärme aus Wolkenkondensation sowie Bildung und Verdunstung von Niederschlag. Zusätzlich spielen der vertikale Transport von Wärme, Impuls und Feuchte in den Auf- und Abwindbereichen der Cumuluswolke eine Rolle. Außerdem müssen die Regionen mit ausgleichender Abwärtsbewegung einbezogen werden, die mit den Cumuluswolken durch seitliche Austauschprozesse (Entrainment und Detrainment) interagieren (Abbildung 3.7b). All diese Prozesse wirken stabilisierend auf die thermisch instabile Schichtung. Im LM/COSMO-EU wurde das Massenflussschema nach Tiedtke (1989) implementiert. Diese Konvektionsparametrisierung benutzt die Massenflussannahme, um die Feuchtekonvektion im Modell darzustellen. Die Rückkopplung zu den subskaligen Flüssen von Masse, Wärme, Feuchte und Impuls in den Auf- und Abwinden wird in einem einfachen Bulk-Wolkenmodell berechnet. Das Verfahren unterscheidet zwischen flacher Konvektion (*shallow convection*), hochreichender Konvektion (*penetrative convection*) vom Boden aus sowie Konvektion mit Fußpunkten in höheren Schichten der Atmosphäre (*midlevel convection*), welche durch unterschiedliche Schließungsbedingungen behandelt werden. Außerdem kann nur ein Konvektionstyp zu einem Zeitpunkt an einem Gitterpunkt sein. Die flache und hochreichende Konvektion haben ihren Ursprung in der atmosphärischen Grenzschicht. Sie unterscheiden sich in der vertikalen Ausdehnung, die durch die vertikale Ausdehnung der instabilen thermischen Schichtung, in der sich Konvektion bildet, vordefiniert ist. Die hochreichende Konvektion tritt oft in Regionen mit großräumiger Konvergenz in der unteren Troposphäre auf, wohingegen die flachen Konvektionswolken in Fällen leichter divergenter Flüsse entstehen können. Die flache Konvektion wird oft angetrieben durch Verdunstung am Erdboden oder über Wasserflächen. Die mittelhohe Konvektion hat ihren Ursprung in der freien Atmosphäre. Die konvektiven Zellen entstehen dann in Regenbändern an Warmfronten oder im Warmsektor der extratropischen Zyklonen. Sie werden durch dynamisch-induziertes Heben der unteren Luftschichten bis zum Erreichen des Sättigungsniveaus der freien Konvektion gebildet. Oftmals existiert eine Temperaturinversion in den unteren Schichten, die eine Konvektion an der Oberfläche verhindert. Als Schließungsbedingungen zur Berechnung der Änderungsraten von Wärme, Feuchte und Impuls durch subskalige Umschichtungsprozesse wird der vertikale Massenfluss an der Wolkenbasis benötigt. Dazu wird die Feuchtekonvergenz zwischen Erdboden und der Wolkenbasis abgeleitet. Das geschieht bei der flachen und hochreichenden Konvektion. Bei der mittelhohen Konvektion hingegen ist der Massenfluss direkt proportional zu skaliger Vertikalbewegung. Für die Berechnung der vertikalen Umverteilung von Wärme, Feuchte und konvektiver Niederschlagsbildung wird ein einfaches stationäres Wolkenmodell für die Auf- und Abwindbereiche verwendet. Dabei wird ein abwärtsgerichteter Massenfluss am Oberrand der konvektiven Abwinde angenommen, der proportional zu dem aufwärtsgerichteten Massenfluss an der Wolkenbasis ist. In den ungesättigten Bereichen unterhalb der Wolkenbasis wird die Verdunstung des in den Aufwindsäulen gebildeten Niederschlages berücksichtigt. Je nach Temperatur in der unteren Grenzschicht fällt der Niederschlag als konvektiver Schnee oder als Regen aus.

Im COSMO-DE wurde bei der Feuchtekonvektion die Parametrisierung der hochreichenden Konvektion (Schauer und Gewitter) komplett abgeschaltet, d. h. sie kann vom COSMO-DE explizit aufgelöst

**Tabelle 3.4.:** Rotierte LM-Gitterpunkte korrespondierend zu den vier Stadtmessnetzstationen.

	Dahlem	Marzahn	Tempelhof	Gatow	Berlin 7×6 GP
GP in x-Richtung	233	236	234	232	231–237
GP in y-Richtung	193	195	193	193	191–196

werden. Die flache Konvektion als subskaliger Prozess wird über das Massenflussschema von Tiedtke (1989) als subskaliger Prozess parametrisiert. Die Schließungsbedingungen sind analog zum LM bzw. COSMO-EU. Die Niederschlagsbildung wird für die flache Konvektion ausgeschlossen, d. h. das Konvektionsschema trägt nicht zur Niederschlagsbildung bei. Das bedeutet, dass es im COSMO-DE keinen konvektiven Niederschlag mehr gibt, da die hochreichende Konvektion ein skaliger Prozess ist.

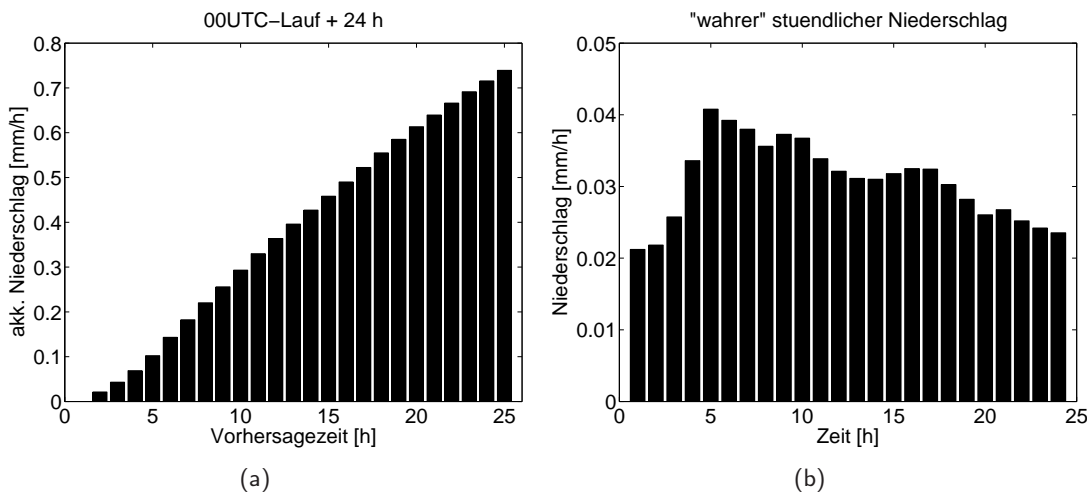
### 3.2.2. Verwendete Niederschlagsdaten des LM

Im Rahmen dieser Arbeit werden die Analysedaten des LM ausgewertet. Der Niederschlag im LM setzt sich aus dem skaligen und dem konvektiven Anteil zusammen (siehe Abschnitt 3.2.1.2). Aus der Datenbank des DWD lassen sich die folgenden Ein-Flächen-Felder extrahieren: der skalige Regen und Schnee, der konvektive Regen und Schnee und außerdem der Gesamtniederschlag (TP), der die Summe der vier einzelnen Felder ist. Aus dem skaligen und konvektiven Anteil wurde dann der total skalige (TG) und total konvektive (TC) Niederschlag berechnet. Aus der Datenbank wurden die stündlichen Analysen für die Jahre 2000–2004 geholt. Dabei musste beachtet werden, dass der Niederschlag zwischen 00–03UTC, 03–06UTC,...,21UTC–23UTC akkumuliert in der Datenbank vorliegt. Innerhalb dieser Intervalle wurden die Vorgänger vom den Nachfolgern abgezogen werden, um die „wahren“ stündlichen Werte zu erhalten. In dem 5-jährigen Zeitraum gibt es 64 fehlende Werte, die durch NaN's ersetzt wurden: 7.1.2000 19–20UTC, 21.1.2000 19–20UTC, 25.1.2000 00–01UTC und 06–08UTC, 3.12.2000 21–23UTC, 4.12.2000 00–23UTC, 9.7.2001 23UTC, 10.7.2001 00–23UTC und 13.8.2002 21–23UTC.

Für die statistische Evaluierung der LM-Niederschlagsdaten (Kapitel 5.1), wurden die nächstliegenden Gitterpunkte korrespondierend zu den vier Stadtmessnetzstationen (Tabelle 3.3) in Berlin für den Zeitraum 2000–2004 extrahiert (Tabelle 3.4): Zu erkennen ist, dass Dahlem, Gatow sowie Tempelhof im Modell eine analoge (rotierte) geographische Breite aufweisen. Die Gitterpunkte von Berlin 7×6 GP überdecken ein Gebiet von  $\approx 52,31$ – $52,65^\circ$  N und  $13,06$ – $13,70^\circ$  O und wurden zusätzlich über die Fläche gemittelt.

### 3.2.3. Verwendete Niederschlagsdaten des COSMO-EU

Im Gegensatz zur Betrachtung der LM-Daten wurden vom COSMO-EU nur die Vorhersagedaten des Niederschlages berücksichtigt. Dazu wurden die vier Anteile des Gesamtniederschlages des 00UTC-Laufes im Zeitraum 0 bis 24 h entarchiviert. Allerdings wurden nicht die Felder des gesamten Modellgebietes geholt, sondern mit einer internen DWD-Routine Felder mit  $333 \times 333$  Gitterpunkten (in rotierten Koordinaten Länge:  $-12,75^\circ$  W– $08,00^\circ$  O, Breite:  $-09,75^\circ$  S– $11,00^\circ$  N) „ausgeschnitten“, was ungefähr dem LM-Gebiet entspricht. Die Niederschlagsvorhersagedaten sind kumulativ vom Beginn an des Vorhersagelaufes (Abbildung 3.8a). Die „wahren“ stündlichen Werte lassen erkennen, wie viel Niederschlag zwischen 00–01UTC,...,23–24UTC gefallen ist (Abbildung 3.8b) Es wurden hauptsächlich Modellniederschlagsdaten von September 2006 bis Februar 2008 entarchiviert. Die Niederschlagsvorhersagen werden für eine dynamische Evaluierung mit dem *DSI* korreliert (Kapitel 7). Außerdem wird für das Jahr 2007 der Berliner Raum anhand der Daten statistisch evaluiert



**Abbildung 3.8.:** (a) Anschauliche Darstellung der stündlichen Niederschlagsakkumulation des 00UTC-Laufes + 24 h und (b) der „wahren“ stündlichen Niederschlagsmengen vom 1. August 2007 (flächengemittelter Niederschlag aus COSMO-EU-Daten).

(Kapitel 5.2).

### 3.2.4. Verwendete Niederschlagsdaten des COSMO-DE

Die DWD-Datenbank enthält vom COSMO-DE den Gesamtniederschlag und den Graupel, den skalierten Regen und Schnee. Durch die explizite Auflösung der hochreichenden Konvektion, existiert kein konvektiver Niederschlag mehr. Es wurden nur die Gesamtniederschlagsdaten für den Zeitraum analog zum COSMO-EU geholt und behandelt. Die Vorhersagefristen betragen beim COSMO-DE offiziell 18 h bzw. inoffiziell 21 h. Deshalb wurden zum einen die Vorhersagedaten des 00UTC-Laufes + 21 h und zum anderen die ersten 12 h des 00UTC- und des 12UTC-Laufes geholt, um somit einen pseudo-24-stündigen Vorhersagezeitraum von stündlichen Daten zu erhalten. Wie später in den Auswertungen zu erkennen ist, ergeben sich zwischen den beiden Datensätzen nur geringe Unterschiede in den ersten 21 h, so dass das Aneinanderhängen des 00UTC- und 12UTC-Laufes gerechtfertigt ist. Die Niederschlagsfelder aus dem COSMO-DE sind auch mit einer zeitlicher Auflösung von 15 Minuten verfügbar. Dieser zeitlich hochaufgelöste Datensatz wird für das Jahr 2007 mit einem ebenfalls hochaufgelösten Beobachtungsdatensatz (Abschnitt 3.3) im Kapitel 5.2 verglichen. Die Niederschlagsvorhersagen des COSMO-DE werden ebenfalls mit dem *DSI* korreliert und die Ergebnisse in einem skalenabhängigen Kontext mit der 7 km Auflösung diskutiert (Kapitel 7). Im Sommer 2009 wurde beim DWD ein Experiment gestartet (Experimentnummer 6922), in dem das COSMO-DE ohne „Latent Heat Nudging“ angetrieben wurde, d. h. es erfolgte keine Assimilierung von hochaufgelösten Radardaten. Daher soll für Juli 2009 der Effekt des „Latent Heat Nudging“ untersucht werden. Es stehen die operationellen Vorhersagedaten und das Experiment zur Verfügung. Die Niederschlagsvorhersagedaten (auch der *DSI*) umfassen den pseudo-24-stündigen Vorhersagezeitraum (ersten 12 h des 00UTC- und 12UTC-Laufes) von stündlichen Daten.

## 3.3. Die FUB-Analyse

Eine modellunabhängige Niederschlagsanalyse wurde am Institut für Meteorologie der Freien Universität Berlin (FUB) entwickelt (Reimer et al., 1995). Diese Niederschlagsanalyse wird verwendet, um den modellierten Niederschlag zu evaluieren. Die Daten der Niederschlagsanalyse wurden von E.

Reimer gerechnet und für die hier vorliegende Arbeit zur Verfügung gestellt. Im Folgenden sollen die verwendeten modellunabhängigen Datensätze beschrieben werden.

Die räumliche Auflösung der Niederschlagsanalyse ist analog zu den verwendeten Modelldaten, d. h. die Gitterpunkte sind identisch mit den Modellgitterpunkten. Daher existiert eine FUB-Analyse sowohl für die COSMO-EU- als auch für die COSMO-DE-Daten. Die zeitliche Auflösung der FUB-Analysen beträgt ebenfalls eine Stunde und die statistische Interpolationsprozedur benutzt die strukturellen Analysen der Wolkentypen anhand der synoptischen Beobachtungen. Aufgrund der expliziten Berücksichtigung der Wolkentypen lassen sich konvektive und stratiforme Informationen der Niederschlagsfelder sowie der Gesamtniederschlag ableiten. Den Analysen lagen 200 WMO SYNOP-Beobachtungen mit verschiedener zeitlicher Auflösung von 1 h, 3 h, 6 h, 12 h und 24 h zu Grunde. Die statistische Robustheit dieser objektiven Niederschlagsanalyse ist von der Anzahl der Beobachtungen abhängig. Eine Korrekturprozedur (Reimer, 1985) für das Interpolationsschema wurde von Döös und Cressman (Döös, 1969; Cressman, 1959) angewendet. Mit Hilfe dieser abstandsgewichteten Korrektur wurden die Felder interpoliert. Für das Interpolationsschema wird angenommen, dass jeder Gitterpunktswert in dem Feld durch eine lineare Beziehung ausgedrückt werden kann:

$$f_0 = \sum_{i=1}^4 \alpha_i f_i. \quad (3.4)$$

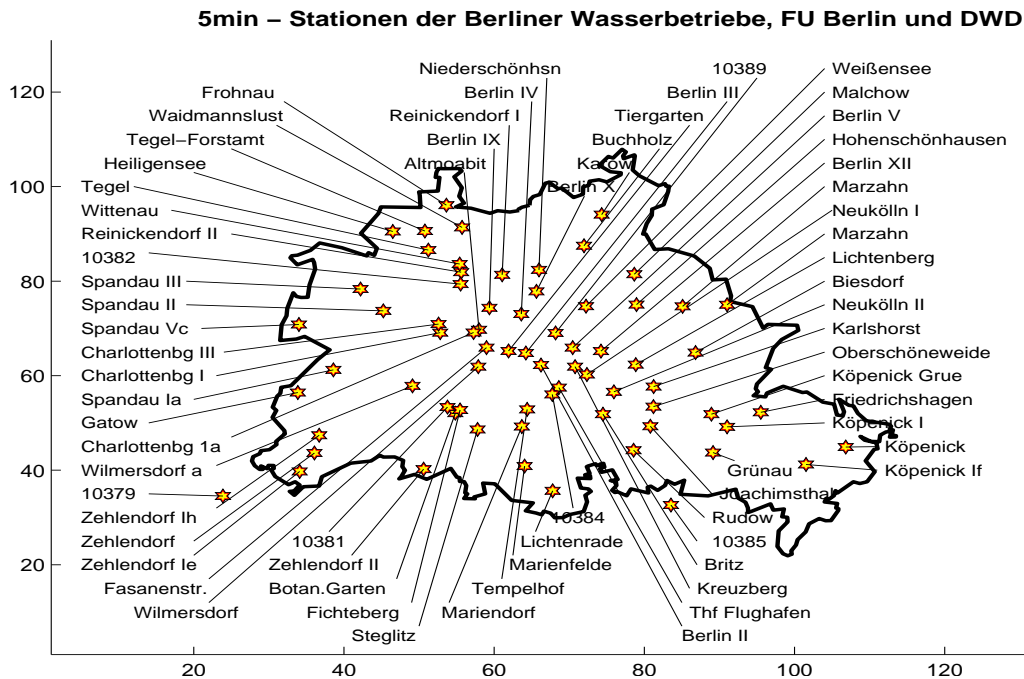
Dabei sind  $\alpha_i = \frac{1}{d_i}$  die räumlichen Gewichte,  $d_i$  ist der Abstand zwischen den betrachteten Punkten,  $f_0$  ist der Niederschlag an dem Gitterpunkt und  $f_i$  sind die benachbarten vier Beobachtungsdaten. Als erstes wird der reziproke einfache Abstand benutzt. Dann werden die Differenzen zwischen den Beobachtungen und dem Feld durch lineare Interpolation bestimmt. Nach der ersten Interpolation wird die folgende Korrekturprozedur angewendet: Die Differenzen der einfachen Abstandsprozedur werden wieder interpoliert, jedoch mit dem reziproken quadratischen Abstand und werden zum absoluten Gitter addiert. Die Differenzen werden ebenfalls neu berechnet. Wenn die maximalen Differenzen kleiner als ein gegebener Schwellwert sind, dann ist die Berechnung beendet, andernfalls wird die Prozedur wiederholt und durch die Gewichte mit dem Reziproken dritter Ordnung interpoliert. Eine Verifikation des Niederschlages auf der Basis der LM-Modelldaten (Analyse und Vorhersage) mit der FUB-Analyse ist für das Jahr 2004 von Langer (2009) durchgeführt worden.

### 3.3.1. FUB-Analyse in der Deutschlandskala korrespondierend zu den COSMO-Modellen

Es wurde die FUB-Analyse für das COSMO-EU- und COSMO-DE-Gitter (FUB-7km-Analyse und FUB-2.8km-Analyse) für den analogen Zeitraum der Modelldaten gerechnet (siehe Abschnitt 3.2.3 und 3.2.4). Von der FUB-Analyse stehen Daten des konvektiven, stratiformen und Gesamtniederschlages zur Verfügung. Diese Niederschlagsanalysen werden für die modellunabhängige Evaluierung des COSMO-DE und COSMO-EU-Gitters benutzt. Außerdem werden die FUB-Analysen korrespondierend zu den COSMO-Modellen mit dem *DSI* korreliert, um eine modellunabhängige Interpretation der Niederschlagsprozesse zu geben.

### 3.3.2. FUB-500m-Analyse in der regionalen Skala für Berlin

Es wurde ein 5-minütlicher Datensatz mit einer horizontalen Auflösung von 500 m für Berlin erstellt, um die zeitlich und räumlich hoch aufgelösten Niederschlagsphänomene in Berlin zu analysieren (Reimer, 2007). Die Abbildung 3.9 zeigt die 75 zugrunde liegenden Stationen der Berliner Wasserbetriebe (BWB), die DWD-Stationen und die des Berliner Stadtmessnetzes an. Es liegen für die Jahre 2002 und 2007 die Datensätze vor. Dafür wurden die Registrierstreifen der Hellmann-Niederschlagsmesser



**Abbildung 3.9.:** Niederschlagsnetzwerk von Berlin basierend auf den Stationen der Berliner Wasserbetriebe (BWB), DWD-Stationen und Berliner Stadtmessnetz. (Abbildung © E. Reimer)

der 57 BWB-Stationen digitalisiert. Die resultierende Auflösung beträgt 5 Minuten. Außerdem wurden 7 Stationen des Berliner Stadtmessnetzes und 7 Stationen des DWD-Messnetzes benutzt, die eine automatische Niederschlagregistrierung aufweisen. Zum Abgleich stehen die oben genannten 75 Stationen zur Verfügung, die die tägliche Niederschlagssumme messen. Das Interpolationsverfahren ist analog zu dem in Gleichung 3.4 beschriebenen Schema, nur dass die Gitterauflösung 500 m beträgt und nur 3 benachbarte Stationen herangezogen werden. Das numerische Gitter ist orthogonal zu dem resultierenden geographischen Feld mit  $131 \times 131$  Gitterpunkten. Die Interpolation bezüglich der Beobachtungsdaten ist bilinear. Die so aufbereiteten Niederschlagsdaten für die Tagessummen und 5-Minutensummen werden miteinander verglichen und untereinander durch einen räumlichen und zeitlichen Abgleich korrigiert. Weiterhin werden die täglichen Niederschlagssummen der 75 Berliner Stationen analysiert und mit den adjustierten Niederschlagssummen, basierend auf den 5-minütlichen Werten, verglichen.

In der hier vorliegenden Arbeit wird das Jahr 2007 untersucht. Mit Hilfe des hochaufgelösten Datensatzes sollen in Berlin die beobachteten Niederschlagsstrukturen untersucht werden. Eine weitere Fragestellung ist, inwiefern die COSMO-Modelle in der Lage sind, Niederschlagsphänomene für einen definierten Raum wie Berlin wiederzugeben (Kapitel 5.2). Die FUB-500m-Analyse von Berlin 2007 wurde zeitlich auf 15 Minuten und 1 Stunde akkumuliert und auf ein Gitter von 1,5 km Auflösung (FUB-1.5km-Analyse) sowie auf die Gitterauflösungen des COSMO-EU (7 km) und COSMO-DE (2,8 km) interpoliert. Die FUB-500m-Analyse existiert dann in einer zeitlichen Auflösung von 5 min, 15 min und 1 h sowie die FUB-1.5km-Analyse in 15 min und 1 h.

Für die Interpolation auf die Modellgitter wurden die zeitlich akkumulierten Daten (15 min und 1 h) mit Hilfe eines Fortran90-Programmes in das „Service“-Format gebracht. Die „Service“-Daten wurden in das Grib-Format mit den Gitterinformationen von Berlin bezüglich der 2,8 km bzw. 7 km Gitter kopiert. Dies geschah mit Hilfe der „climate data operators“ (CDO's vom Deutschen Klima- und Rechenzentrum<sup>9</sup>). Es existieren daher vier neue Datensätze für den Modellvergleich: FUB-Berlin-1h-

<sup>9</sup><http://www.mpimet.mpg.de/fileadmin/software/cdo/>

2.8km, FUB-Berlin-15min-2.8km, FUB-Berlin-1h-7km und FUB-Berlin-15min-7km. Die Daten des COSMO-EU/DE (siehe Abschnitt 3.2.3, 3.2.4) werden auf rotierten Koordinaten gerechnet. Für den Vergleich der Modelldaten mit denen der FUB-Analyse im Berliner Raum, wurden die Daten in geographische Koordinaten transformiert. Anschließend wurden die Gitterpunkte für Berlin (52,3–52,925° N, 13–14,025° O) extrahiert;  $11 \times 11$  Gitterpunkte aus dem COSMO-EU-Gitter und  $26 \times 26$  Gitterpunkte aus dem COSMO-DE-Gitter. Diese Gitterinformationen sind auch für die Interpolation der FUB-Analyse verwendet worden (siehe oben). Die zeitliche Auflösung des Gesamtniederschlags des COSMO-EU beträgt eine Stunde, wohingegen das COSMO-DE zusätzlich den Niederschlag alle 15 min herausschreibt. Datenbasis für den Gesamtniederschlag aus dem COSMO-EU sind die Vorhersagedaten des 00UTC-Laufes + 24 Stunden (Abschnitt 3.2.3). Vom COSMO-DE wurden die 15-minütlichen und stündlichen Daten des pseudo-24-stündigen Vorhersagezeitraum benutzt (Abschnitt 3.2.4). Zusätzlich wurden die 15-minütlichen und 1-stündlichen COSMO-DE-Daten auf das Gitter des COSMO-EU mit den „cdo's“ interpoliert. Es existieren daher die folgenden Datensätze:

- 15-minütliche COSMO-DE-Daten,
- 1-stündliche COSMO-DE-Daten,
- 1-stündliche COSMO-EU-Daten,
- 15-minütliche COSMO-DE-7km-Daten (interpoliert aus COSMO-DE-Daten) und
- 1-stündliche COSMO-DE-7km-Daten (interpoliert aus COSMO-DE-Daten).

Diese Datensätze werden anhand der Beobachtungen verifiziert und in Hinblick auf die verschiedenen zeitlich-räumlichen Skalen statistisch untersucht.



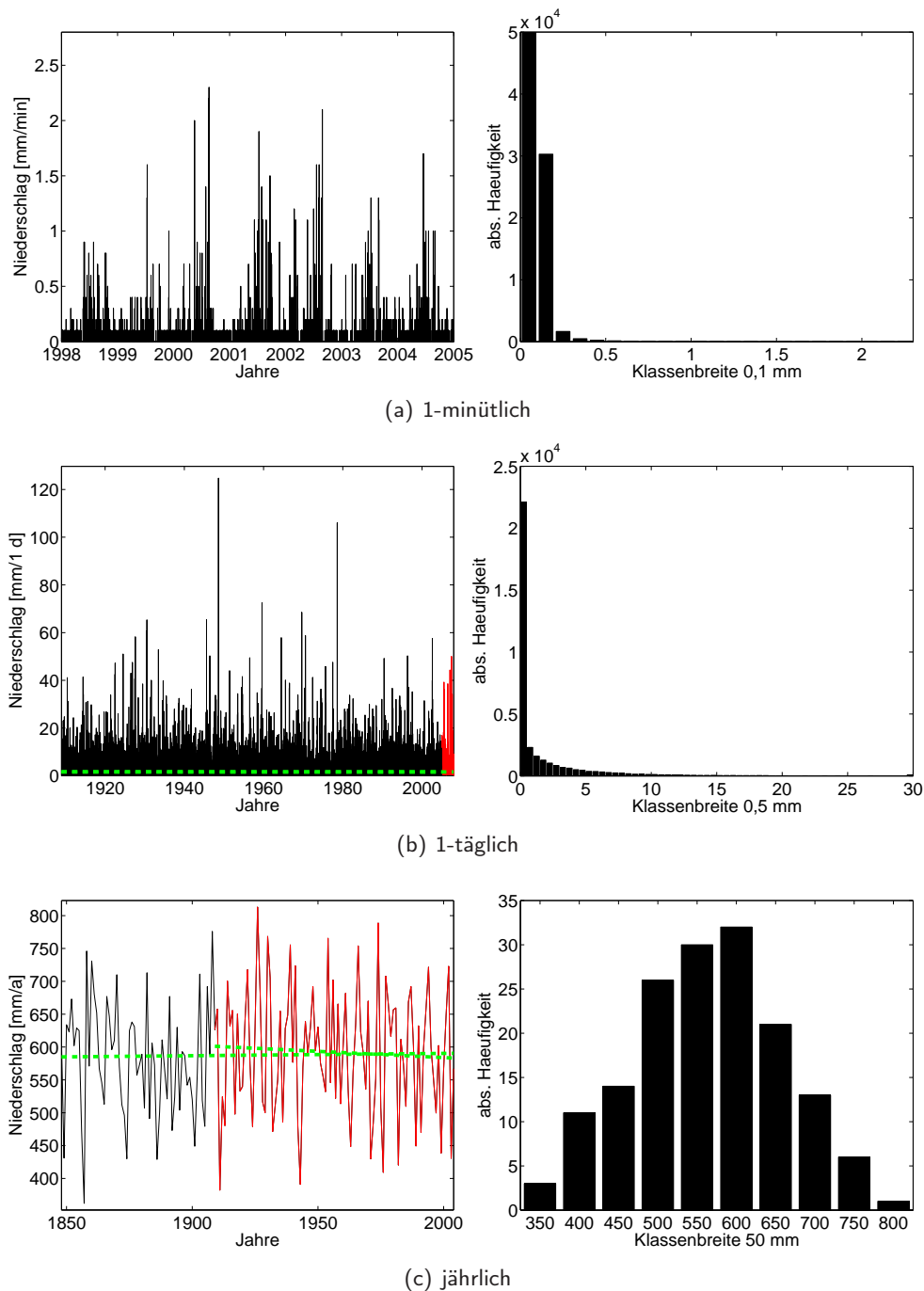
## 4. Analyse der Berliner Niederschlagsmessung mit den Skalenexponenten

In diesem Kapitel werden die Niederschlagsreihen der Station Berlin-Dahlem mit den verschiedenen Akkumulationszeiten analysiert. Diese Niederschlagsreihen überdecken mit verschiedener zeitlicher Auflösung (1 min bis Jahr) verschiedene Zeitspannen (7 Jahre bis 96 Jahre bzw. 157 Jahre; siehe Tabelle 3.1). Die zugehörige räumliche Skala ist der lokale Punktniederschlag. Dabei stellt sich die Frage: Welche Eigenschaften hat der Niederschlag auf den verschiedenen akkumulierten Zeitskalen (Tabelle 4.1)? Inwiefern zeigen die Niederschlagsprozesse Eigenschaften, die unabhängig von der Skala, d. h. skaleninvariant, sind? Erfahrungsgemäß unterscheidet sich beispielsweise die Niederschlagsdynamik innerhalb eines Sturmes verglichen mit den Niederschlagsfluktuationen auf der saisonalen Skala.

**Tabelle 4.1.:** Einordnung der Berliner Daten nach der Akkumulationszeit, Länge der Daten und der überdeckenden Skalen.

Akkumulationszeit	Länge der Reihen	charakt. Skala
1 min–10 min	7 Jahre	konv./synop.
30 min	9 Jahre	konv./synop.
1 h–6 h	34 Jahre	konv./synop./Klima
9 h–18 h	34 Jahre	synop./Klima
1 d–8 d	96 Jahre	synop./Klima
Monat/Jahr	96 bzw. 157 Jahre	Klima

Um diese Fragen quantitativ zu klären, wird der Niederschlag einer Analyse der Verteilungseigenschaften und einer Zeitreihenanalyse unterzogen (siehe Abbildung 1.1 und 2.3). In einem ersten Schritt erfolgt eine Beschreibung einiger statistischer Eigenschaften der Berliner Daten (Abschnitt 4.1). Im Kapitel 2 wurden die Skalierungsexponenten und deren Anwendung auf den Niederschlag bzw. die Zeitreihen vorgestellt. Hier soll erstmals der Niederschlag über einen breiten Bereich der Skalen mit den verschiedenen Skalenexponenten sowie deren Beziehung zueinander analysiert werden. Mit dem Pareto-Exponenten werden die zeitunabhängigen Eigenschaften der Wahrscheinlichkeitsverteilung untersucht (Abschnitt 4.2). Das langzeitabhängige Verhalten wird mit Hilfe des Hurst-Exponenten und der spektralen Skalenexponenten ergründet (Abschnitt 4.3). Niederschlagsreihen, die eine hohe Variabilität aufweisen, sind zum einen durch den Wechsel von Trocken- und Regenperioden ( $\rightarrow$  Hurst) als auch durch die extremen Regenereignisse innerhalb einer Regenperiode ( $\rightarrow$  Pareto) geprägt. Daher wird geprüft, ob und welche Niederschlagsreihen einen Zusammenhang zwischen dem Pareto- und Hurst-Exponenten aufweisen (Abschnitt 4.3.3). Die Boxdimension ist eine Abschätzung der fraktalen Dimension der Zeitreihe und wird im Abschnitt 4.4 auf die Niederschlagsreihen angewendet. Die Ergebnisse der täglichen Berliner Daten werden mit drei weiteren Stationen verglichen und in einen regionalen Kontext gebracht (Abschnitt 4.5). Das Kapitel wird mit einer Analyse der Niederschlagsintensitäts-Andauerverteilung von Berlin-Dahlem abgeschlossen. Diese Verteilung folgt einem Potenzgesetz, und dessen Exponent korrespondiert mit der weltweiten Kurve (Abschnitt 4.6).



**Abbildung 4.1.:** Berliner Niederschlagsreihen für verschiedene Akkumulationszeiten (links) und zugehörige Häufigkeitsverteilungen (rechts): 1-minütlich (1998–2004). (b) 1-stündlich (schwarz kennzeichnet den Zeitraum 1909–2004 und rot den Zeitraum 2005–2007). (c) jährlich (schwarz kennzeichnet den Zeitraum 1848–1907 und rot den Zeitraum 1908–2004). Die grünen Linien sind Regressionsgeraden.

## 4.1. Statistische Analyse mit klassischen Methoden

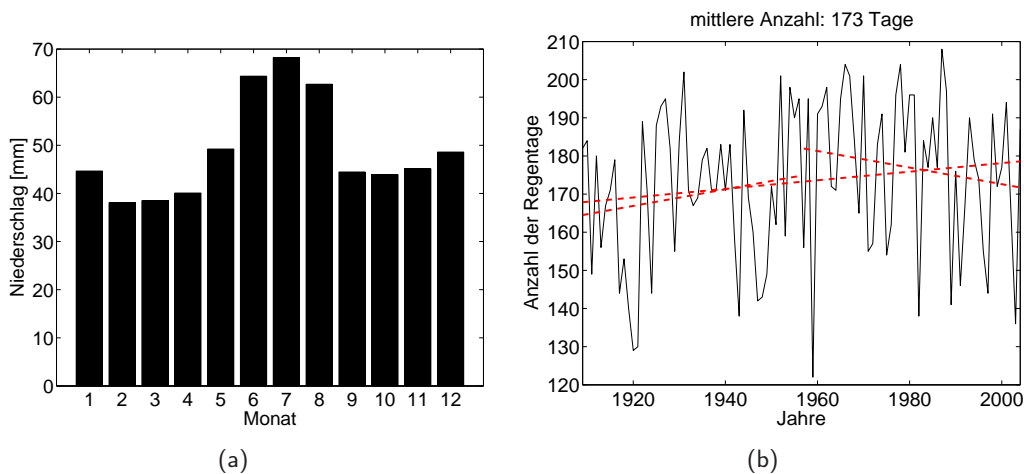
Bevor die Ergebnisse der Skalenexponenten detailliert diskutiert werden, erfolgt zunächst eine allgemeine statistische Betrachtung der hier verwendeten Niederschlagsreihen der Station Berlin-Dahlem. Der 1-minütliche Niederschlag (1998–2004) ist die kleinste, hier verfügbare, zeitliche Auflösung und ist in der Abbildung 4.1a dargestellt. Deutlich ist erkennbar, dass das Intervall nur zwischen 0 und 2,3 mm/min (entspricht dem Maximum) liegt, d. h. es existiert eine sehr geringe Variabilität auf

der Minutenskala. Die Sommer- und Winterniederschläge hingegen sind sichtbar: Im Sommer sind die Niederschlagsmaxima bedingt durch konvektive Ereignisse erkennbar. Eine Analyse der mittleren monatlichen Niederschlagssummen bestätigt das (siehe Abbildung 4.2a). Hauptniederschlagsmonate sind der Juli und der August mit durchschnittlich 68 mm. In den Übergangsjahreszeiten hingegen fällt weniger Niederschlag. Der trockenste Monat ist der Februar, gefolgt von März und April. Somit ist der Frühling trockener als der Herbst. Ein zweites lokales Maximum findet man im Dezember und Januar, das durch die über Berlin hinwegziehenden Frontensysteme mit vorrangig stratiformen Niederschlag im Winter verursacht wird. Der 1-minütliche Niederschlag ist durch pulsartiges oder intermittentes Auftreten als seltenes Ereignis charakterisiert. Dieses pulsartige Auftreten ist bis zu den 30-minütlichen Niederschlägen sichtbar. Die zugehörige Häufigkeitsverteilung zeigt einen schnellen Abfall der Niederschlagsereignisse und breite Flanken. Es ist zu berücksichtigen, dass für eine bessere Darstellbarkeit die Klasse zwischen 0–0,1 mm abgeschnitten wurde. Die breiten Flanken in der Verteilung geben einen ersten Hinweis, dass der 1-minütliche Niederschlag potenziell verteilt ist.

Die täglichen Niederschlagssummen von Berlin-Dahlem wurden ab dem 1. April 1908 gemessen (Kapitel 3.1.2). Die hier betrachteten Berliner Daten umfassen den Zeitraum von 1909–2004. Zusätzlich ist in der Berliner Reihe (Abbildung 4.1b) in rot der Zeitraum 2005–2007 dargestellt. Diese Daten sind jedoch nicht kontrolliert und für die späteren Auswertungen nicht berücksichtigt worden. Im Jahr 2007 fiel am meisten Niederschlag mit 906,8 mm seit Aufzeichnung in Berlin-Dahlem (Berliner Wetterkarte, 2008). Die Abweichung beträgt  $\approx 315$  mm zum langjährigen Mittel (siehe nächster Absatz), dennoch spiegelt sich das nicht in den 1-täglichen Niederschlagssummen wider. Zusätzlich wurde eine Regressionsgerade (in grün) eingezeichnet, deren negativer Anstieg jedoch sehr klein ist, daher ist kein Trend feststellbar. Untersuchungen 1-täglicher Niederschlagsdaten im nordöstlichen Italien beispielsweise weisen über einen Zeitraum von 1920–1998 ebenfalls keinen signifikanten negativen Trend auf (Brunetti et al., 2001). Die konvektiven Niederschläge sind bei den 1-täglichen Niederschlagssummen nicht so eindeutig identifizierbar. Es wurde daher eine Trennung in Winter- und Sommerniederschläge vorgenommen. Der Winter umfasst die Monate Dezember bis Februar und der Sommer Juni bis August. Es sind Unterschiede in den Niederschlagsamplituden feststellbar: Im Winter fallen die maximalen Niederschläge bis 31,9 mm/d, wohingegen die maximalen Niederschläge im Sommer bis 124,7 mm/d reichen. Im Winter und im Sommer sind ca. 10% der Niederschläge über 5 mm/d. Bei 10 mm/d gibt es mit 2% im Winter deutlich weniger Ereignisse als im Sommer (6%). Die Häufigkeitsverteilung der 1-täglichen Niederschlagssummen deutet auf eine Nichtnormalverteilung hin.

Die Abbildung 4.1c stellt die jährlichen Niederschlagssummen der Zeiträume 1848–2004 in schwarz und 1909–2004 in rot dar. Die jährlichen Niederschlagssummen weisen eine Variabilität mit einer Spanne von über 400 mm zwischen dem maximalen und minimalen Wert auf. Das maximale Ereignis innerhalb dieser Reihe war im Jahr 1926 mit 813,0 mm/a. Die minimalen Jahresmengen fielen im Jahr 1858 mit 363,0 mm bzw. 1911 mit 382,2 mm. Die mittlere Jahresmenge beträgt 587,8 mm (1848–2004) bzw. 592,2 mm (1909–2004). Die etwas höhere jährliche Niederschlagsmenge im kürzeren Zeitraum könnte auf einer Zunahme des Jahresniederschlages beruhen. Aber anhand der eingezeichneten Trendgeraden (grün) kann dies nicht bestätigt werden. Es existiert ein negativer Trend im Zeitraum 1909–2004 mit einer Abnahme von 18 mm/96 a. Ein leicht positiver Trend ist mit 5,5 mm in 157 Jahren zu verzeichnen. Diese Zahlen sind jedoch so klein, und das Bestimmtheitsmaß  $r^2$  liegt um Null, so dass der Trend nicht signifikant ist. Im Gegensatz zu den 1-minütlichen Niederschlägen als kleinste Skala ergibt der Jahresniederschlag als größte Skala eine Normalverteilung, verteilt um den Mittelwert ( $\approx 600$  mm).

In der Tabelle 4.2 ist der maximale und der mittlere Niederschlag, die Anzahl der Nichtregenereignisse sowie die Standardabweichung zusammengefasst. Die Zunahme des mittleren Niederschlages erfolgt linear, jedoch nicht die des maximalen Niederschlages. Bemerkenswert ist, dass der mittlere



**Abbildung 4.2.:** (a) mittlere Verteilung der Monatssummen (1848–2004) und (b) Anzahl der Regentage ( $\geq 0,1$  mm/d) im Zeitraum 1909–2004.

Jahresniederschlag von Berlin (1909–2004) das 525.600-fache des mittleren 1-minütlichen Niederschlags (0,0011 mm) ist. Denn obwohl die 1-minütlichen Daten nur einen Zeitraum von 7 Jahren umfassen, stimmt der interpolierte Jahresniederschlag sehr gut mit dem 96-jährigen Jahresmittel überein. Interessant ist, dass es in dem 7-jährigen Zeitraum der 1-minütlichen Daten nur 33.105 Niederschlagsereignisse gab. 99,1 % waren demnach Nichtregenereignisse. Auf der Minutenskala ist der Niederschlag ein sehr seltenes Ereignis. Längere Reihen (65 Jahre 10-minütlichen Niederschlags) in Uccle (Belgien) weisen Nichtregenereignisse von 94 % auf (Schmitt und Nicolis, 2002), und diese sind mit den 10-minütlichen Berliner Daten vergleichbar. Obwohl die Stationen in verschiedenen Regionen liegen, sind die zugrunde liegenden Prozesse gleich. Die geringen Mittelwerte vor allem der minutlichen Daten werden stark durch die große Anzahl der Nichtregenereignisse geprägt. Die Standardabweichung nimmt ebenfalls mit zunehmender zeitlicher Akkumulation zu, d. h. der Niederschlag wird variabler. Die geringe Standardabweichung auf der Minutenskala bestätigt die geringe Variabilität.

Die Anzahl der Nichtregenereignisse in Berlin liegt bei dem 1-täglichen Niederschlag bei  $\approx 52$  %. Dieses Ergebnis passt gut zur Anzahl der Regentage (Abbildung 4.2b), d. h. statistisch gesehen, regnet es ungefähr an jedem zweiten Tag. Deutlich erkennbar ist eine hohe Variabilität bei der Anzahl der Regentage. Über den 96-jährigen Zeitraum gibt es an der Berlin(-Dahlemer) Station im Mittel 173 Regentage. Die Standardabweichung beträgt  $\pm 20$  d. In dem Zeitraum 1909–2004 hatte das Jahr 1959 die minimale Anzahl von 122 Regentagen. In diesem Jahr fielen insgesamt 513,8 mm/a. Das Jahr 2003, das ein extrem warmes und trockenes Jahr war (Schär et al., 2004), weist 136 Regentage mit einem Jahresniederschlag von 430,5 mm auf. Das darauf folgende Jahr 2004 besaß 187 Regentage, 51 d mehr als 2003, dennoch liegt der Jahresniederschlag mit 567,0 mm unter dem langjährigen Mittel (siehe Tabelle 4.2). Die maximale Anzahl der Regentage entfällt auf das Jahr 1987 mit 208 d mit einem Jahresniederschlag von 692,0 mm. Die Korrelation (nach Spearman) zwischen der Anzahl der Regentage und dem Jahresniederschlag im Zeitraum 1909–2004 ergibt einen Koeffizienten von 0,58 (signifikant auf dem 95 %-Niveau). Man kann daher ableiten, dass eine geringere Anzahl von Regentagen im Jahr auch einen verminderten Jahresniederschlag in Berlin zur Folge hat. Eine Regression über die 96 Jahre zeigt einen positiven Trend an (Abbildung 4.2b). Innerhalb dieses Zeitraumes nimmt die Anzahl der Regentage um 10,8 d zu. Der Trend ist allerdings nicht signifikant<sup>1</sup>. Auf der globalen Skala gibt es im 20. Jahrhundert eine Zunahme in der Häufigkeit der Regenperioden in den USA, Kanada, Europa, dem südlichen Afrika und Australien. Hingegen

<sup>1</sup>Trendanalyse mit Mann-Kendall-Trendtest, Irrtumswahrscheinlichkeit  $\alpha = 0,05$

**Tabelle 4.2.:** Maximaler ( $\max(rr)$ ) und mittlerer Niederschlag ( $MW(rr)$ ), die prozentuale Anzahl der Nichtregenerereignisse (Nichtregen) sowie die Standardabweichung der Berliner Daten für verschiedene Akkumulationszeiten (siehe Tabelle 3.1). Die in rot dargestellten Zahlen bei den monatlichen und jährlichen Niederschlagssummen beziehen sich auf den Zeitraum 1848–2004, in schwarz 1909–2004.

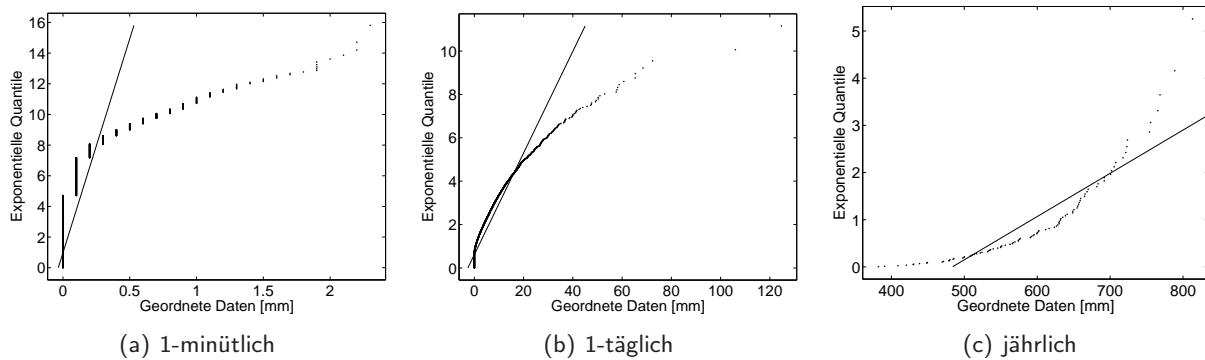
Akkumulationszeit	$\max(rr)$ [mm]	$MW(rr)$ [mm]	Nichtregen [%]	Standardabweichung
1 min	2,3	0,001	99,1	0,014
3 min	6,4	0,003	97,8	0,035
5 min	7,5	0,005	96,9	0,054
10 min	11,3	0,011	95,5	0,097
30 min	23,2	0,032	93,0	0,250
1 h	28,3	0,066	90,0	0,405
3 h	31,7	0,198	83,6	0,904
6 h	48,3	0,396	76,7	1,479
9 h	60,2	0,594	71,2	1,951
12 h	66,0	0,792	66,5	2,372
18 h	78,9	1,189	58,8	3,046
1 d	124,7	1,621	52,6	3,861
2 d	149,7	3,243	36,2	5,898
4 d	151,4	6,486	19,6	9,045
8 d	159,9	12,971	6,1	13,510
Monat	203,3 (230,0)	49,352 (48,980)	0	29,312 (29,404)
Jahr	813,0 (813,0)	592,227 (587,757)	0	95,867 (92,308)

tritt eine verminderte Regenhäufigkeit z. B. in den asiatischen Monsunregionen und dem nördlichen Afrika auf (New et al., 2001). Jedoch muss dieser Trend in Rahmen des Bezugszeitraumes diskutiert werden. Zusätzlich sind die Regressionen von 1909–1956 und 1957–2004 eingezeichnet. Die Gerade zeigt über die ersten 48 Jahre einen positiven Trend auf. Das Bild ist für die zweiten 48 Jahre mit einem negativen Trend gerade umgekehrt. Aber auch diese Trends sind nicht signifikant. Bei dem 8-täglichen Niederschlag existieren nur  $\approx 6\%$  Nichtregenerereignisse und daher  $\approx 94\%$  Regenerereignisse. Das bedeutet im statistischen Sinne, dass innerhalb einer 8-tägigen Periode meist Niederschlag von  $\geq 0,1$  mm auftritt.

**Resümee** Zusammenfassend lässt sich konstatieren, dass eine Veränderung der Akkumulationszeit zu einer systematischen Änderung der statistischen Eigenschaften (Mittelwert, Standardabweichung, maximaler Niederschlag und Anzahl der Nichtregenerereignisse) führt. Es gibt keine universelle Verteilungsfunktion für das Auftreten von Niederschlag. Sie ist abhängig vom betrachteten Zeitintervall und dem dabei gefallenem Niederschlag. Je kleiner das Zeitintervall der Niederschlagsmessung ist, desto größer ist die Anzahl der Trockenperioden im Vergleich zu den Regenzeiten. Das bedeutet beispielsweise für die Minutenskala, dass der Niederschlag ein seltenes Ereignis ist. Die Untersuchung der Niederschlags mit klassischen Methoden verdeutlicht, dass der Niederschlag eine komplexe Variable ist. Der funktionelle Zusammenhang von Aggregationszeit und statistischen Parametern folgt einem Potenzgesetz, was später anhand der Varianz aufgezeigt wird (siehe Abschnitt 4.3.2).

## 4.2. Analyse des Pareto-Exponenten

Anhand der dargestellten Häufigkeitsverteilungen der Niederschlagsreihen mit unterschiedlichen Akkumulationszeiten (Abbildung 4.1 rechts) wurde bereits deutlich, dass der Niederschlag über keine

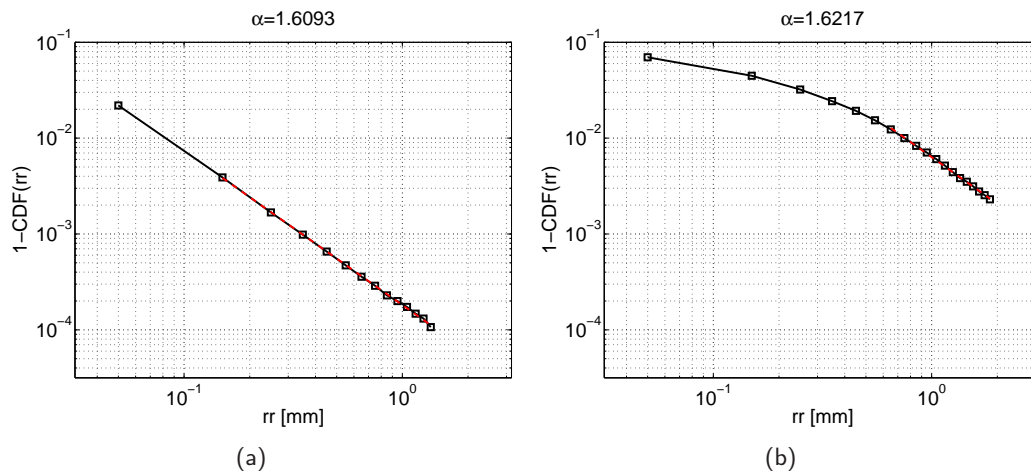


**Abbildung 4.3.:** qq-Abbildung des (a) 1-minütlichen Niederschlages, (b) des 1-täglichen Niederschlages und (c) der jährlichen Niederschlagssummen. Die durchgezogene Linie entspricht einer Exponentialverteilung.

universelle Verteilungsfunktion verfügt. Nun soll analysiert werden, inwiefern die Verteilungsenden sich mit einem Potenzgesetz beschreiben lassen. Fallen die Verteilungsenden potenzgesetzartig ab, so zeigen sie skaleninvariantes Verhalten. Zunächst werden mit den qq-Abbildungen die Verteilungseigenschaften der Niederschlagsreihen festgestellt (Kapitel 2.2.1).

Wie man anhand der qq-Abbildung 4.3a sieht, muss der 1-minütliche Niederschlag eine Verteilung mit breiten Flanken besitzen, jedoch ist die direkte Abschätzung des Pareto-Exponenten  $\alpha$  nicht möglich. Bei sehr geringer Niederschlagsintensität ( $< 0,1$  mm/min) zeigen die Messgeräte keinen Regen an (vgl. Kapitel 3.1.1). Erst wenn die Auflösungsgrenze durch die Akkumulation der Niederschläge aus den vorherigen Minuten überschritten wird, kommt es zu einem messbaren Niederschlag. Dies ist auch in der qq-Abbildung 4.3a zu erkennen: Da die Messwerte nur als diskrete Werte in 0,1 mm-Schritten vorliegen, ist die Gruppe mit 0,1 mm sehr groß. Ein kontinuierlicher Übergang von 0 zu 0,2 mm - wie er der Realität entsprechen dürfte - fehlt. Aufgrund dieser Auflösungsgrenze und der extremen Anzahl von Nichtregenerereignissen lassen sich verschiedene Methoden zur Analyse der Verteilungseigenschaften (z. B. die *CCDF*-Methode, die Zipf-Abbildung und der Hill-Abschätzer, siehe Kapitel 2.2.1) nicht anwenden. Es kann lediglich mit Hilfe des Hurst-Exponenten (und auch des spektralen Skalenexponenten) auf den Pareto-Exponenten mit Gleichung 2.42 geschlossen werden. Die 1-täglichen Daten weisen eine geringere zeitliche Auflösung als die 1-minütlichen Daten auf. Da die zeitliche Akkumulation zu einem Informationsverlust führt, kann davon ausgegangen werden, dass die Verteilungen gaußischer werden. Aber ob diese Daten normalverteilt oder nichtnormalverteilt sind, soll mittels der qq-Abbildung analysiert werden (Abbildung 4.3b). Die Konkavität ist nicht mehr so stark wie bei den anderen Zeitreihen (1 min bis 18 h) ausgebildet. Das lässt aber den Schluss zu, dass die täglichen Niederschläge breite Verteilungsenden besitzen. Hier nicht dargestellt ist die qq-Abbildung des 8-täglichen Niederschlages. Für den 8-täglichen Niederschlag könnte man auch von einer Exponentialverteilung ausgehen, da die Werte fast auf der Geraden der Exponentialverteilung liegen. Brunetti et al. (2001) passten ihre täglichen Niederschlagsdaten mit einer Gammaverteilung an. Daher wurde eine Gammaverteilung für die Berliner 8-tägliche Reihe angepasst. Die Klassen in den Verteilungsenden können gut von der angepassten Funktion wiedergegeben werden, aber die Niederschlagsverteilung wird in dem vorderen Teil unterschätzt. Allerdings zeigt eine theoretische Gammaverteilung in der qq-Abbildung eine leicht konvexe Gestalt an. Es lässt sich aber feststellen, dass die täglichen Niederschlagssummen nicht normalverteilt sind. Die Häufigkeitsverteilung der jährlichen Niederschlagssummen zeigte bereits eine Normalverteilung an. Das kann auch mit der qq-Abbildung durch die konvexe Abweichung bestätigt werden (Abbildung 4.3c).

Anhand der eben analysierten qq-Abbildungen konnte festgestellt werden, dass die minütlichen bis täglichen Niederschlagsreihen über breite Verteilungsenden verfügen müssen. Daher wird bei diesen



**Abbildung 4.4.:** Komplementäre kumulative Dichtefunktion (*CCDF*) des (a) 3- und (b) 30-minütlichen Niederschlages.

Reihen die Skaleninvarianz in den Verteilungsenden untersucht. Exemplarisch werden die Ergebnisse die *CCDF*-Methode für den 3- und 30-minütlichen Niederschlag dargestellt (Abbildung 4.4). Die 3-minütliche Reihe wurde in 16 Häufigkeitsklassen mit Klassenbreite von 0,1 mm unterteilt. Die letzte Klasse enthält den Niederschlag  $\geq 1,5$  mm. Um eine robuste Abschätzung des Pareto-Exponenten  $\alpha$  zu erhalten, sollte die lineare Regression eine Größenskala des gefallenen Niederschlages umfassen. Das wird gewährleistet: Die Regression wurde zwischen 0,1 mm und 1,5 mm berechnet. Der 30-minütliche Niederschlag wurde in 21 Klassen (Klassenbreite 0,1 mm) unterteilt und die lineare Regression über eine Größenskala 0,6 mm bis  $\geq 2$  mm berechnet. Die *CCDF* der 3-minütlichen Daten weist über die gesamte Größenskala eine Gerade auf, d. h. in diesem Bereich zeigt der Niederschlag Skaleninvarianz. Dagegen weist die hyperbolische Form der *CCDF* der 30-minütlichen Daten darauf hin, dass der 30-minütliche Niederschlag einem schwachen Pareto-Gesetz entspricht (Kapitel 2.2.1). Das schwache Pareto-Gesetz muss auf jeden Fall für große  $x$  (Gleichung 2.14) gelten (Mandelbrot, 1960), das bei dem 30-minütlichen Niederschlag erfüllt ist. Die Skaleninvarianz des 30-minütlichen Niederschlages ist für den Bereich der linearen Regression gegeben. Die extremen Ereignisse spiegeln skaleninvarianten Verhalten (über einen wohldefinierten Bereich) wider, d. h. eine typische Skala für die Ereignisse existiert nicht. Innerhalb des Skalierungsregimes sind die physikalischen Prozesse wie Konvektion für die Niederschlagsmengen verantwortlich. Oberhalb des Skalierungsregimes spielen bei den 10- und 30-minütlichen Niederschlägen andere Prozesse wie Fronten (Sprühregen) eine Rolle.

Die Ergebnisse zur Abschätzung des Pareto-Exponenten mit den verschiedenen Methoden sind in der Tabelle 4.3 zusammengefasst. Sowohl bei den 3- als auch bei den 5-minütlichen Daten konnte der Pareto-Exponent  $\alpha$  bestimmt werden, allerdings nur mittels der *CCDF* (Kapitel 2.2.1). Die Variabilität des Niederschlages hat sich durch die zeitliche Akkumulation erhöht; ist aber immer noch zu gering, so dass für den Hill-Abschätzer und die Zipf-Abbildung die Rangwerte nicht kontinuierlich sind. Für die anderen Reihen wurden die objektiven Methoden zur Bestimmung von  $\alpha$ , der Hill-Abschätzer und die Zipf-Abbildung, angewendet. Die lineare Regression zur Bestimmung von  $\alpha$  aus der Zipf-Abbildung erfolgte über eine Größenskala:  $\max(rr)/10$  bis  $\max(rr)$  ( $\max(rr)$  aus Tabelle 4.2). Für den Hill-Abschätzer wurden 2% der Gesamtreihe betrachtet, da sie die größten Rangwerte enthalten. Die Abschätzung des Pareto-Exponenten mit den verschiedenen Methoden liefert konsistente Ergebnisse. Die Methoden unterscheiden sich bis zu dem 1-täglichen Niederschlag um maximal 5%. Die Diskrepanz wird dann größer. Die Ursache ist in der Länge der Zeitreihen zu finden, d. h. für die statistische Analyse stehen immer weniger Datenpunkte zur Verfügung.

**Tabelle 4.3.:** Pareto-Exponent  $\alpha$  der 3-minütlichen bis 8-täglichen Niederschläge, berechnet mit der *CCDF* ( $\alpha_{CCDF}$ ), der Zipf-Abbildung ( $\alpha_{Zipf}$ ) und dem Hill-Abschätzer ( $\alpha_{Hill}$ ) sowie der Mittelwert  $\bar{\alpha}$  aus  $(\alpha_{Zipf} + \alpha_{Hill})/2$ .

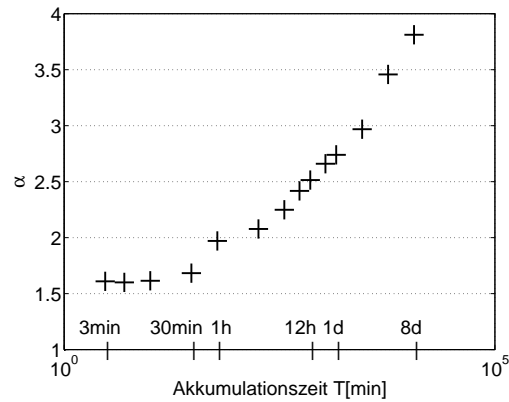
	$\alpha_{CCDF}$	$\alpha_{Zipf}$	$\alpha_{Hill}$	$\bar{\alpha}$
3 min	1,609	/	/	1,609
5 min	1,600	/	/	1,600
10 min	1,610	1,586	1,643	1,615
30 min	1,622	1,659	1,707	1,683
1 h	2,043	1,950	1,991	1,970
3 h	2,120	2,153	2,001	2,077
6 h	/	2,218	2,280	2,250
9 h	/	2,388	2,446	2,417
12 h	/	2,511	2,517	2,514
18 h	/	2,672	2,647	2,659
1 d	2,586	2,698	2,780	2,739
2 d	/	3,072	2,865	2,968
4 d	/	3,311	3,026	3,458
8 d	/	4,166	3,458	3,812

Der Pareto-Exponent  $\alpha$  wird mit zunehmender zeitlicher Akkumulation größer (Abbildung 4.5). Das  $\alpha$  der 3- bis 30-minütlichen Daten ist kleiner als zwei, so dass darauf geschlossen werden kann, dass die Verteilungsenden paretoverteilt sind und Eigenschaften der  $\alpha$ -stabile Verteilungen aufweisen (siehe Anhang A.2.2).

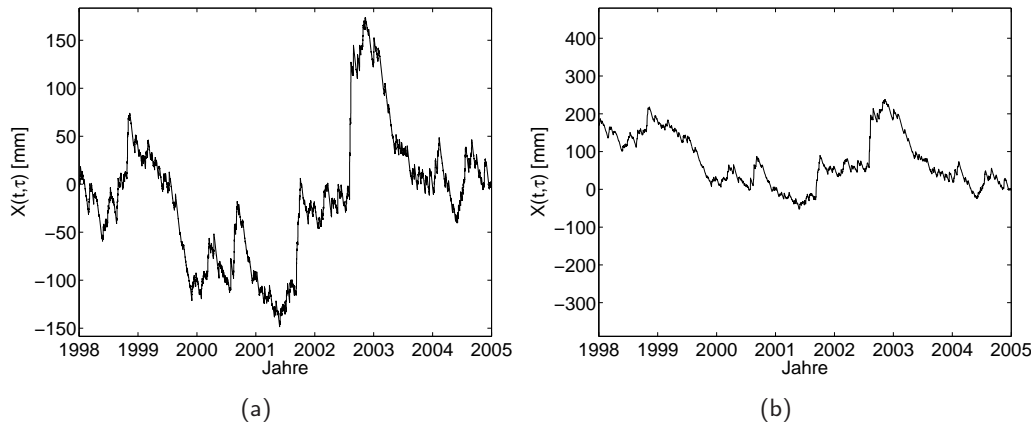
Nun stellt sich die Frage, inwiefern Verteilungsenden der stündlichen Daten ( $\alpha$ -)stabil paretoverteilt oder nur paretoverteilt sind? Gerade die Skalenexponenten der 1- und 3-stündlichen Daten liegen um 2, das im Sinne der  $\alpha$ -stabilen Verteilungen eine Gauß-Verteilung identifiziert. Aber anhand der qq-Abbildungen kann gezeigt werden (hier nicht darstellt), dass die Verteilungen nicht-gaußisch sind. Die Methoden zur Bestimmung von  $\alpha$  wurden auf die hohen, extremen Niederschläge angewendet, die durch hohe Variabilität auszeichnet sind. Das heißt, der Pareto-Exponent  $\alpha$  repräsentiert die Verteilung der extremen Ereignisse in einem Potenzgesetz. Weron (2001) bemerkte, dass vor allem große Datensätze ( $10^6$  Beobachtungen) das Potenzgesetzverhalten richtig zeigen. Das ist auf jeden Fall für die 1- und 3-stündlichen Niederschlagsdaten gegeben. Andererseits kann bei kürzeren Datensätzen der Index ein Potenzgesetz zeigen und die Frage nach der  $\alpha$ -stabilen Verteilung nicht ausgeschlossen werden. Weron (2001) zeigte außerdem, dass für eine gegebene theoretische  $\alpha$ -stabile Verteilung mit  $\alpha = 1,8$  ein Exponent um 3 gefunden wurde. Gopikrishnan et al. (1999) untersuchten Finanzdaten in Form von Aktienkursen und stellten für ihre Daten fest, dass Potenzgesetzverteilungen mit  $2 \leq \alpha \leq 4$  keine stabilen Verteilungen sind, jedoch in bestimmten Bereichen ein Skalenverhalten aufweisen. Daher lässt sich feststellen, dass die stündlichen Niederschlagsdaten nichtnormalverteilt sind. Sie sind über bestimmte Bereiche potenzverteilt bzw. paretoverteilt, die Skaleninvarianz zeigen. Die gefundenen Exponenten der täglichen Niederschläge zeigen an, dass die Verteilungsenden paretoverteilt sind. Der Pareto-Exponent wurde nicht für die monatlichen und jährlichen Niederschlagssummen bestimmt. Die qq-Abbildung weist darauf hin, dass diese Reihen schmale Verteilungsenden besitzen.

**Resümee** Die Abbildung 4.5 fasst die Änderung der Pareto-Exponenten ( $\bar{\alpha}$  aus Tabelle 4.3) gegenüber den Akkumulationszeiten zusammen. Die Pareto-Exponenten werden mit zunehmender zeitlicher Akkumulation größer. Auf den kurzen Zeitskalen (3-minütlich bis 3-stündlich) und auf den





**Abbildung 4.5.:** Einfachlogarithmische Darstellung des Pareto-Exponenten für verschiedene Akkumulationszeiten (3 min bis 8 d).



**Abbildung 4.6.:** Integrierte, trendbereinigte Zeitreihe (a) des 1-minütlichen Niederschlages (1998–2004) und (b) des 1-täglichen Niederschlages (1998–2004).

längeren Zeitskalen (6-stündlich bis 8-täglich) lassen sich zwei Bereiche erkennen. Die Anstiege können als Maß für die Änderung der Skaleninvarianz angesehen werden. Im Bereich von 6 Stunden ist ein Skalenbruch als Übergang von der konvektiven in die synoptische Skala sichtbar. Im Bereich der 3- bis 30-minütlichen Niederschläge ist ein Plateau zu erkennen, d. h. in dieser Zeitskala ändert sich die Skaleninvarianz nicht. Wird angenommen, dass Niederschlagsprozesse mit konvektiven und synoptischen Wachstumsprozessen sowie mit reibungsbedingten Zerfallsprozessen gekoppelt sind, dann könnte eine Erklärung für den Skalenbruch gegeben werden. Auf der konvektiven Skala sind die Zerfallsprozesse (Auflösung der Konvektion) leicht größer (1,5fach) als die Wachstumsprozesse (Bildung der Konvektion). In der synoptischen Skala hingegen überwiegen viel stärker die Zerfallsprozesse (doppelt bis 4fach) gegenüber den synoptischen Wachstumsprozessen.

### 4.3. Analyse des Hurst-Exponenten und des spektralen Skalenexponenten

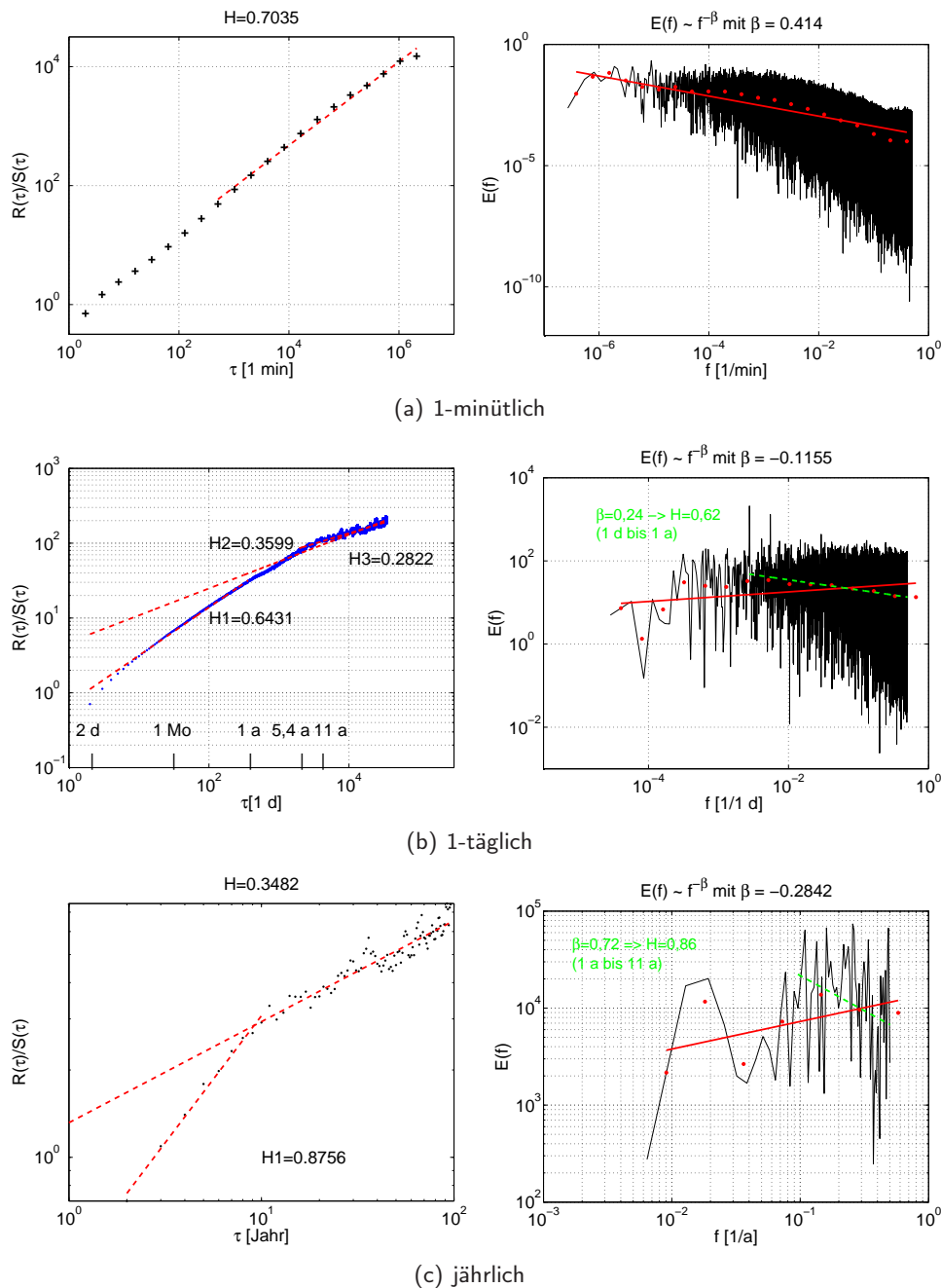
In diesem Abschnitt soll die selbstähnliche Struktur der Berliner Niederschlagsreihen untersucht werden. Für die Bestimmung des Hurst-Exponenten mit der R/S-Analyse (siehe Abschnitt 2.2.2) ist eine akkumulierte Abweichung vom Mittelwert berechnet worden, hier exemplarisch für die 1-minütlichen und die 1-täglichen Reihen in Abbildung 4.6 dargestellt. Diese akkumulierte Abweichung liegt auch der DFA-Methode zugrunde. Die akkumulierten Abweichungen des 1-täglichen Niederschlages (Ab-

bildung 4.6b) sehen denen des 1-minütlichen Niederschlages (Abbildung 4.6a) sehr ähnlich. Das impliziert die statistische Selbstähnlichkeit. Dabei wird die Zeitskala bezüglich der 1-minütlichen Daten mit einem Faktor  $\lambda = 60 \times 24$  transformiert und die y-Achse mit  $\lambda^\gamma = 1,108$  skaliert (siehe Gleichung 2.3). Trockenere Perioden (gegenüber dem Mittel) sind durch einen negativen Anstieg gekennzeichnet, und diese fallen langsam ab. Bei Regenereignissen jedoch ist ein sprunghafter Anstieg beobachtbar, vor allem in der Mitte des Jahres 2002. In dieser Periode fiel viel Niederschlag, das der Vb-Wetterlage im August 2002, die für das Elbe-Hochwasser verantwortlich war, zugeschrieben werden kann. Das darauf folgende Jahr 2003 war ein relativ trockenes Jahr, so dass auch der langsame Abfall in dieser Periode sichtbar wird. Diese Sprünge zeigen ein auffälliges Verhalten ähnlich der fraktionellen Lévy-Bewegung (vgl. Abbildung A.4b). Jedoch zeigt die 1-minütliche Niederschlagsreihe größere Fluktuationen bei der akkumulierten Abweichung als die fraktionelle Lévy-Bewegung.

In der Abbildung 4.7 sind exemplarisch die Ergebnisse des Hurst-Exponenten mit der R/S-Analyse (links) und des spektralen Skalenexponenten (rechts) für die 1-minütlichen, 1-täglichen und jährlichen Niederschläge dargestellt. Der Hurst-Exponent geht vom persistenten Verhalten (1-minütlich) zum antipersistenten Verhalten (jährlich) über. Der Zusammenhang  $\beta = 2H - 1$  (Gleichung 2.47 aus Kapitel 2.2.5) zwischen dem spektralen Skalenexponenten und dem Hurst-Exponenten ist konsistent, d. h. die Umrechnung ineinander stimmt überein. In der Tabelle 4.4 sind die Ergebnisse für die anderen Zeitreihen zusammengefasst. Im Folgenden werden die Ergebnisse der exemplarischen Zeitreihen analysiert und diskutiert.

Für den 1-minütlichen Niederschlag ergibt der mittels R/S-Analyse berechnete Hurst-Exponent von  $\approx 0,70$  (Abbildung 4.7a links). Die lineare Regression wurde nicht über den ganzen Zeitbereich bestimmt. Da die Autokorrelation für den 1-minütlichen Niederschlag sehr langsam abfällt (hier nicht gezeigt), gibt es einen Anhaltspunkt dafür, dass die Zeitreihe persistentes Verhalten aufweist. Daher wurde die lineare Regression erst für  $\tau > 639$  min bestimmt, da ab dieser Zeitverschiebung die Niederschlagswerte statistisch unabhängig voneinander sind. Dennoch gibt die R/S-Analyse über den ganzen Skalenbereich einen linearen Zusammenhang wieder (Abbildung 4.7a links), so dass der 1-minütliche Niederschlag auf allen Skalen persistent ist. Mit der DFA-Methode erhält man  $H_{\text{DFA}} \approx 0,68$  und damit einen mittleren Hurst-Exponenten  $\bar{H} \approx 0,69$ . Der Hurst-Exponent zeigt also für diese Zeitreihe persistentes Verhalten und somit die Langzeitabhängigkeit an. Anschaulich bedeutet dieses persistente Verhalten, dass bei einem Niederschlagsereignis auf eine Niederschlagsmenge von 0,1 mm mit hoher Wahrscheinlichkeit wieder eine Niederschlagsmenge von 0,1 mm folgt. Dieses Ergebnis ist insofern interessant, da der Niederschlag in der konvektiven Skala eine Persistenz anzeigt. Erfahrungsgemäß ist der Niederschlag in der konvektiven Skala aufgrund hoher Variabilität schwer vorhersagbar. Die Bestimmung des Hurst-Exponenten von 1-minütlichen Niederschlag, basierend auf Radardaten, mit der R/S-Analyse der Station Zingst ergibt einen Exponenten von  $H = 0,76$  (Peters et al., 2002; Peters und Christensen, 2002; Peters und Christensen, 2006). Dieser Wert ist etwas größer als für die Berliner Reihe. Eine Ursache dafür könnten die verschiedenen klimatischen Bedingungen sein. Die Station Zingst wird stärker von maritimen Einflüssen geprägt, d. h. von mehr stratiformen Niederschlag, als die Station in Berlin.

Die Berechnung des spektralen Skalenexponenten  $\beta$  beträgt  $\approx 0,41$  (Abbildung 4.7a rechts) für die 1-minütliche Zeitreihe und  $\beta_{\text{int}} \approx 2,42$  für deren akkumulierte Niederschlagsreihe. Deutlich ist im Powerspektrum des 1-minütlichen Niederschlages zu erkennen, dass keine ausgezeichnete Zeitskala existiert. Das Spektrum wird durch viele zufällige Peaks dominiert. Bei den minütlichen Niederschlägen handelt es sich um stationäre Prozesse, wohingegen  $\beta_{\text{int}}$  für die akkumulierten Reihen auf instationäre Prozesse mit stationären Inkrementen hinweist. Es wird auch deutlich, dass der Unterschied zwischen dem spektralen Skalenexponenten der ursprünglichen Reihe und der integrierten ungefähr 2 entspricht. Diese Eigenschaft wurde bereits für die fGn und deren Akkumulation zur



**Abbildung 4.7.:** Hurst-Exponent  $H$  aus R/S-Analyse (links) und spektraler Skalenexponent  $\beta$  der Niederschlagsreihen für verschiedene Akkumulationszeiten (rechts): 1-minütlich (1998–2004). (b) 1-täglich (1909–2004). (c) jährlich (1909–2004 für  $H$  und 1848–2004 für  $\beta$ ).

fBm beschrieben und  $\beta_{\text{fbm}} = 2 + \beta_{\text{fgn}}$  gilt (siehe Anhang A.3.1), d. h. es folgt für den Niederschlag  $\beta_{\text{int}} = 2 + \beta$ .

Der mittlere Hurst-Exponent der 1-täglichen Daten über dem 96-jährigen Zeitraum beträgt 0,48. Dieser Hurst-Exponent impliziert ein unkorreliertes bis leicht antipersistentes Verhalten. Anschaulich bedeutet das, wenn an einem Tag 100 mm Niederschlag fallen, dann fallen am nächsten Tag nur noch 1 mm. Diese leichte Antipersistenz gibt einen Hinweis, dass der Niederschlag mehr durch konvektive Ereignisse mit hoher Variabilität geprägt ist. Der 1-tägliche Niederschlag ist also in der Lage die Variabilität in der konvektiven Skala in Berlin anzuzeigen. Der spektrale Skalenexponent, berechnet

über den 96-jährigen Zeitraum, ergibt  $\beta = -0,12$  und stimmt mit dem mittleren Hurst-Exponenten überein (rote Regression in Abbildung 4.7b rechts). Für die Berechnung der R/S-Analyse wurde die Zeitreihe in  $k = N/2^n$ -Subreihen unterteilt (Kapitel 2.2.2). In der Abbildung 4.7b rechts wurden zur Berechnung des Hurst-Exponenten nun alle Datenpunkte herangezogen. Dabei können drei Segmente ausgemacht werden: Der mit H1 gekennzeichnete Exponent wurde über eine Zeitskala von 2 d bis 1 Jahr berechnet. Der Hurst-Exponent H2 entspricht der Regression von 2 d bis 96 Jahren und gibt die detaillierte Struktur des oben genannten Exponenten wieder. Die Zeitskalen ab 5,4–11 Jahre bis 96 Jahre beschreiben das Segment H3. Es sollte beachtet werden, dass in dieser Skala ( $> 5$  a) der Hurst-Exponent stark fluktuiert. Es ist davon auszugehen, dass die (Anti)Persistenz überschätzt wird, aber deren Tendenz wird wiedergegeben. Der Hurst-Exponent der 1-täglichen Berliner Daten zeigt durch die höher aufgelöste Analyse eine stärkere Antipersistenz an (H2; Abbildung 4.7b links). Für die kleinere Zeitskala (2 d bis 1 Jahr) ist der Niederschlag durch eine Persistenz (H1) geprägt. Die langen Zeitskalen hingegen (H3) sind durch eine starke Antipersistenz ausgezeichnet. Nicht eingezeichnet ist die Regression zwischen einem Monat und dem oberen Skalenbruch bei 11 Jahren, der einen Exponenten von  $\approx 0,57$  beschreibt. Auf längeren Zeitskalen  $> 5$  Jahre fluktuieren die Niederschlagsmengen stärker als beispielsweise innerhalb eines Jahres. Innerhalb der konvektiven Skala, d. h. bei einem Gewitter, sind die Niederschlagsmengen persistent. Auf den längeren Skalen variiert die Intensität der konvektiven Ereignisse, d. h. die einzelnen Gewitter unterscheiden sich voneinander. Werden die gefundenen Skalenbrüche auf das Powerspektrum von Berlin angewendet, so ergibt sich für den Bereich zwischen 1 d und 1 Jahr ein spektraler Skalenexponent von  $\beta = 0,2$  (grüne Regression in Abbildung 4.7b rechts). Dieses  $\beta$  ist mit H2 konsistent. Hierbei wird also deutlich, dass ein Datensatz sowohl persistentes Verhalten auf den kurzen Zeitskalen als auch antipersistentes Verhalten auf den längeren Zeitskalen zeigen kann (Kärner, 2001).

Aufgrund der geringen Anzahl der Subreihen, wurden für die R/S-Analyse alle Datenpunkte der jährlichen Niederschlagssummen im Zeitraum 1909–2004 berücksichtigt. Der Hurst-Exponent beträgt über die gesamte Skala  $\approx 0,35$  und besitzt antipersistentes Verhalten (Abbildung 4.7c links). Die DFA-Methode unterscheidet sich um 40% von dem Wert der R/S-Analyse und wird daher nicht weiter betrachtet. Auch weichen die abgeleiteten Hurst-Exponenten der spektralen Skalenexponenten gravierend von  $H$  ab, so dass sie nicht herangezogen werden. Entscheidend hierbei ist wieder die Länge bzw. Kürze der jährlichen Niederschlagssummen (1909–2004). Wird hingegen die längere Reihe von 1848–2004 berücksichtigt, dann beträgt das  $\beta \approx -0,3$  (Abbildung 4.7c rechts). Dieses  $\beta$  stimmt mit dem Hurst-Exponenten von 0,35 überein. Das ergibt einen Hinweis, dass eine längere Zeitreihe der jährlichen Niederschlagssummen robuste Ergebnisse erzielen würde. Deutlich erkennbar an dem Graphen ist, dass ein Skalenbruch bei rund 11 Jahren auftritt. Die Berechnung des Hurst-Exponenten ab 11 Jahren bis 96 Jahren ergibt einen ähnlichen Wert bezüglich der ganzen Skala. In der Skala 1 bis 11 Jahre ist ein starker linearer Zusammenhang mit einer Persistenz von  $H1 \approx 0,88$  beobachtbar. Der daraus resultierende theoretische spektrale Skalenexponent beträgt  $\beta = 0,76$ . Auch hier kann der spektrale Skalenexponent der längeren Reihe (1848–2004) mit  $\beta = 0,7$  einen Hinweis auf die Persistenz auf den kurzen Zeitskalen liefern. Der Skalenbruch bei 11 Jahren konnte bereits bei der detaillierten Analyse der 1-täglichen Daten (Abbildung 4.7b links) gefunden werden, war aber dort nicht so deutlich ausgeprägt wie bei den jährlichen Niederschlagssummen.

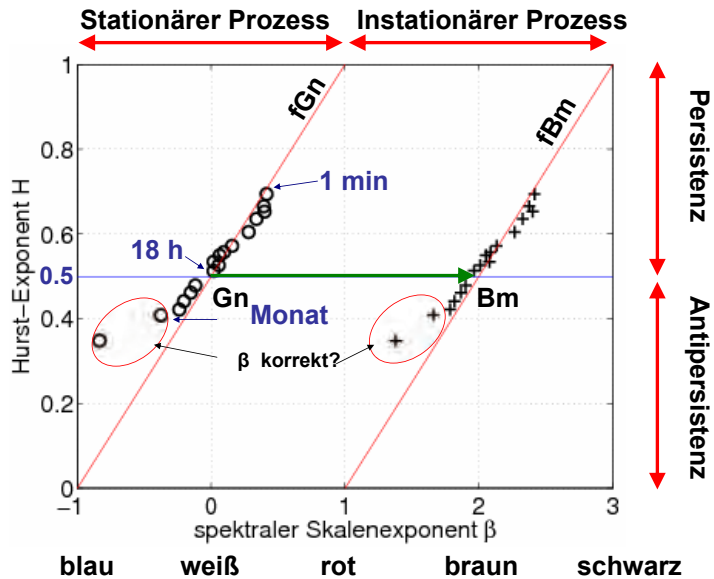
Zusammenfassend kann man feststellen, dass die Methoden zur Abschätzung des Hurst-Exponenten untereinander konsistent sind (Unterschied  $\leq 5\%$ ). Auch die Hurst-Exponenten berechnet aus den spektralen Skalenexponenten stimmen gut mit den mittleren Hurst-Exponenten überein. Es lässt sich feststellen, dass die Persistenz sich über die Akkumulationszeit ändert (Tabelle 4.4). Die Exponenten für die monatlichen und jährlichen Niederschlagssummen sind kursiv markiert. Aufgrund der Kürze der Zeitreihen können die Exponenten nicht mehr exakt bestimmt werden. Dennoch weisen die Ergebnisse in dieselbe Richtung. Mit zeitlicher Akkumulation nimmt der Hurst-Exponent ab, d. h.

**Tabelle 4.4.:** Hurst-Exponent, spektraler Skalenexponent sowie der Hurst-Exponent, berechnet aus spektralen Skalenexponenten, der 1-minütlichen bis jährlichen Daten.

Akkumulationszeit	$H_{R/S}$	$H_{DFA}$	$\overline{H}$	$\beta$	$\beta_{\text{int}}$	$\beta_{\text{int}} - \beta$	$\beta \rightarrow H$	$\beta_{\text{int}} \rightarrow H$
1 min	0,704	0,685	0,694	0,414	2,415	2,001	0,707	0,708
3 min	0,667	0,664	0,665	0,394	2,379	1,983	0,697	0,688
5 min	0,652	0,653	0,653	0,399	2,401	2,001	0,700	0,701
10 min	0,631	0,640	0,635	0,338	2,328	1,988	0,669	0,664
30 min	0,603	0,604	0,604	0,280	2,268	1,988	0,640	0,634
1 h	0,578	0,566	0,572	0,157	2,133	1,976	0,579	0,567
3 h	0,578	0,537	0,557	0,096	2,087	1,991	0,548	0,544
6 h	0,558	0,523	0,541	0,064	2,053	1,989	0,532	0,527
9 h	0,523	0,525	0,526	0,057	2,010	1,953	0,509	0,539
12 h	0,558	0,510	0,534	0,018	2,079	2,060	0,509	0,539
18 h	0,514	0,512	0,513	0,018	1,964	1,946	0,509	0,482
1 d	0,481	0,476	0,479	-0,118	1,900	2,018	0,441	0,450
2 d	0,463	0,460	0,461	-0,152	1,867	2,019	0,424	0,409
4 d	0,442	0,441	0,442	-0,202	1,817	2,019	0,399	0,409
8 d	0,422	0,422	0,422	-0,237	1,784	2,021	0,381	0,392
Monat	0,454	0,362	0,408	-0,215	1,918	2,133	0,393	0,459
Jahr	0,348	/	/	-0,296	1,817	2,113	0,352	0,410

die Langzeitabhängigkeit wird geringer. Die Wahrscheinlichkeit nimmt zu, dass zwei aufeinander folgende Niederschlagsmengen sich deutlich voneinander unterscheiden.

Als nächstes sollen der Hurst-Exponent  $\overline{H}$  und die spektralen Skalenexponenten  $\beta, \beta_{\text{int}}$  von den verschiedenen Zeitreihen graphisch miteinander in Beziehung gesetzt werden (Abbildung 4.8). Die x-Achse beschreibt die Grenzen der spektralen Skalenexponenten und die y-Achse den Definitionsbereich des Hurst-Exponenten, 0–0,5 Antipersistenz und 0,5–1 Persistenz. Die stationären Prozesse liegen im Bereich von  $-1 < \beta < 1$  und die instationären Prozesse zwischen 1 und 3. Die roten Linien beschreiben das fraktionale Gauß'sche Rauschen (fGn) bzw. die fraktionale Brown'sche Bewegung (fBm) bezüglich des Hurst-Exponenten und des spektralen Skalenexponenten (Anhang A.3.1). Ebenfalls eingezeichnet ist das Gauß'sche Rauschen (Gn) mit  $H = 0,5$  und  $\beta = 0$ . Dessen Integration ergibt die Brown'sche Bewegung (Bm) mit  $H = 0,5$  und  $\beta = 0$  (symbolisiert mit grünem Pfeil). Die schwarzen Kreise kennzeichnen die Hurst-Exponenten  $\overline{H}$  mit dem zugehörigen Skalenexponenten  $\beta$  der stationären Reihen. Die Kreuze symbolisieren den Zusammenhang zwischen  $\overline{H}$  und  $\beta_{\text{int}}$  der akkumulierten Berliner Daten. Die Abbildung 4.8 verdeutlicht sehr schön den Zusammenhang zwischen dem Hurst-Exponenten und dem spektralen Skalenexponenten: Die 1-minütlichen Daten weisen die größte Persistenz und weiß-rotes Rauschen (stationäre Prozesse) bzw. braunes Rauschen (instationäre Prozesse) auf. Die täglichen Niederschlagssummen sind leicht antipersistent, und das Rauschen ist weiß-bläulich. Beim blauen Rauschen sind die hohen Frequenzen dominant. Die monatlichen und jährlichen Niederschlagssummen weisen mit ihren Hurst-Exponenten auf eine geringe Antipersistenz ( $H \sim 0,4$ ) hin. Jedoch ist aufgrund der Datenlänge von 96 Jahren der spektrale Skalenexponent nicht robust bestimmbar. Die Reihen mit 157 Jahren geben einen Hinweis, dass die Antipersistenz bestätigt werden kann und dass das Rauschen weiß-bläulich ist. Die berechneten Hurst-Exponenten und spektralen Skalenexponenten weisen eine starke lineare Beziehung auf, dass die hohe Konsistenz zwischen den Parametern bestätigt.



**Abbildung 4.8.:** Zusammenfassende Darstellung des Hurst-Exponenten und der spektralen Skalenexponenten der Berliner Daten (1 min bis Jahr).

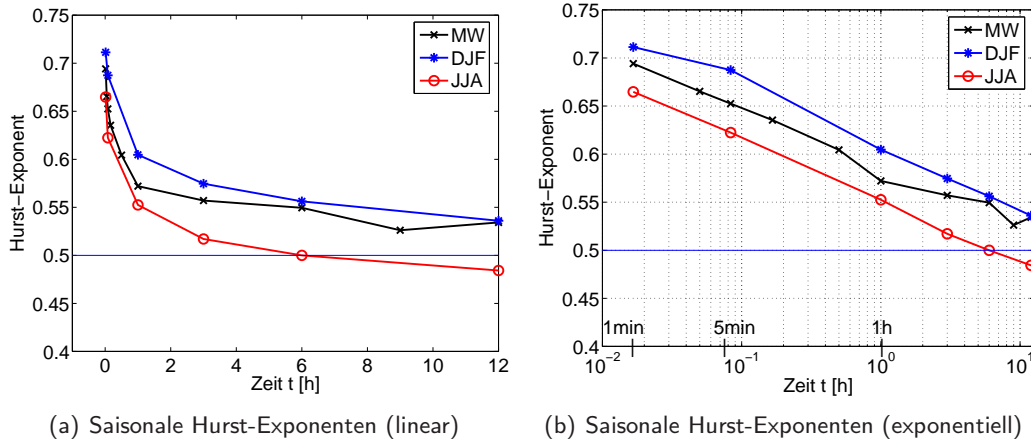
#### 4.3.1. Saisonale Betrachtung des Hurst-Exponenten

Die Berechnung der saisonalen Hurst-Exponenten wurde auf die 1- und 5-minütlichen, 1-, 3-, 12- und 18-stündlichen sowie 1- und 2-täglichen Niederschläge angewendet. Dafür wurde der Niederschlag in Sommer- (Juni-August: JJA) und Winterniederschlag (Dezember-Februar: DJF) getrennt. Anschließend wurde der Hurst-Exponent mit beiden Methoden berechnet und gemittelt.

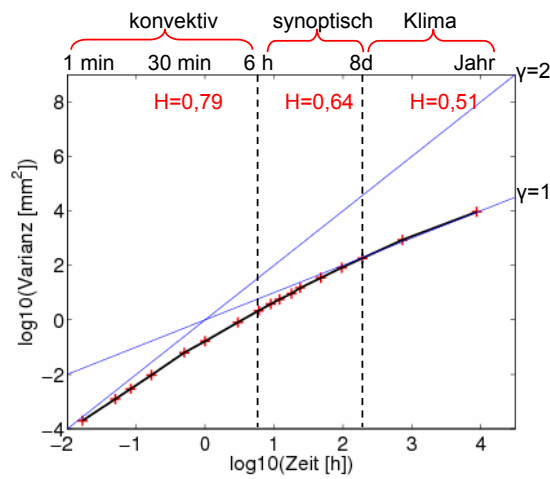
Für den 1-minütlichen Niederschlag ist interessanterweise der Hurst-Exponent im Sommer kleiner ( $\bar{H} \approx 0,66$ ) als im Winter ( $\bar{H} \approx 0,71$ ). Im Sommer zeigt der geringere Hurst-Exponent eine höhere Niederschlagsvariabilität an. Die Niederschlagsvariabilität ist im Sommer 4-mal höher als im Winter mit maximalen Niederschlägen von 2,3 mm im Sommer und 1,2 mm im Winter. Konvektive Niederschläge sind weniger persistent als die stratiformen Niederschläge im Winter. Die Ergebnisse des 1-minütlichen Niederschlages können auf die anderen Reihen übertragen werden. In der Abbildung 4.9a,b sind die saisonalen Hurst-Exponenten sowie der Hurst-Exponent der jeweiligen Zeitreihe sowohl linear als auch exponentiell dargestellt. Für eine bessere Übersichtlichkeit sind nur die Exponenten bis 12 Stunden abgebildet. Die horizontale Linie bei  $H = 0,5$  markiert das weiße Rauschen. Der Hurst-Exponent fällt relativ schnell ab (Abbildung 4.9a) und nähert sich asymptotisch dem weißen Rauschen. Ab dem 1-täglichen Niederschlag geht der Hurst-Exponent in die Antipersistenz über (Tabelle 4.4). Deutlich zu erkennen ist, dass der Hurst-Exponent im Sommer (rote Kurve) für alle Zeitskalen unterhalb von  $\bar{H}$  (MW) und im Winter oberhalb liegt (Abbildung 4.9a,b). Ab 6 Stunden geht der Hurst-Exponent im Sommer in den Bereich der Antipersistenz/weißes Rauschen über. Der Hurst-Exponent im Winter (blaue Kurve), der weniger schnell abfällt, bleibt immer (auch bei 2 d) im persistenten Bereich. Die Kurven der saisonalen Hurst-Exponenten können als Streubreite innerhalb einer Skala angesehen werden. Abschließend kann man festhalten, dass der Hurst-Exponent auf der Zeitskala  $\Delta t$  als auch innerhalb einer Zeitskala variiert.

#### 4.3.2. Zusammenhang zwischen dem Hurst-Exponenten und der Varianz

Anhand der berechneten Varianzen der zugrunde liegenden Niederschlagsreihen lassen sich Rückschlüsse auf die Skala ziehen und eine Verbindung mit dem Hurst-Exponenten aufstellen. Die Varianz des Niederschlages  $\sigma^2(T)$  bezüglich eines wohl definierten Zeitintervalls  $T$  (1 min bis Jahr) ist pro-



**Abbildung 4.9.:** Saisonaler Hurst-Exponent, berechnet für den Winter (blau) und den Sommer (rot) für verschiedene Akkumulationszeiten (1 min bis 2 d): (a) lineare Darstellung und (b) exponentielle Darstellung. Der mittlere Hurst-Exponent (schwarz; MW) ist aus Tabelle 4.4.



**Abbildung 4.10.:** Varianzanalyse der 1-minütlichen bis jährlichen Berliner Daten.

portional zu  $T^\gamma$ , wobei  $1 < \gamma < 2$  ist (Marani, 2003). Die Varianz der Inkremente der fraktionellen Brown'schen Bewegung beträgt  $\sigma^2 = t^{2H}$  (Gleichung 2.27). Es konnte bereits gezeigt werden, dass die integrierten (und trendbereinigten) Niederschlagsreihen instationäre Prozesse mit stationären Inkrementen sind. Daher wird die Annahme getroffen, dass die Niederschlagsreihen der fraktionellen Brown'schen Bewegung ähnlich sind. Daher kann man folgende Verknüpfung konstatieren:

$$\sigma^2(T) = T^{2H} = T^\gamma \rightarrow H = \gamma/2. \tag{4.1}$$

In der Abbildung 4.10 sind die Varianzen für die verschiedenen zeitlichen Auflösungen dargestellt. Die durchgezogenen blauen Linien markieren die Grenzen von  $\gamma = 1$  und  $2 \rightarrow H = 0,5$  und  $1$ . Es können die konvektive, die synoptische und die längere Klimaskala lokalisiert werden. Dabei reicht die konvektive Skala von 1 Minute bis 6 Stunden, danach folgt bis ungefähr einer Woche die synoptische Skala. Die lange Skala ( $> 1$  Woche bis Jahre) ist deutlich durch den Anstieg nahe eins gekennzeichnet. Basierend auf den Anstiegen in den betrachteten Segmenten wurde der Hurst-Exponent berechnet. Die daraus resultierenden Hurst-Exponenten zeigen eine starke Persistenz auf der konvektiven Skala an, die mit höherer Zeitskala immer weniger ausgeprägt ist und dann ins weiße Rauschen übergeht. Die auf den Varianzen basierenden Hurst-Exponenten sind auch deutlich größer

**Tabelle 4.5.:** Zusammenhang zwischen dem Hurst- und Pareto-Exponenten (Gleichung 2.42) der 1- bis 30-minütlichen Daten.

	1 min	3 min	5 min	10 min	30 min
$\bar{\alpha}$ (aus Tabelle 4.3)	/	1,609	1,600	1,615	1,683
$\bar{\alpha} \rightarrow H$	/	0,622	0,625	0,619	0,594
$d = \bar{H} - 1/\bar{\alpha}$	/	0,043	0,028	0,016	0,010

**Tabelle 4.6.:** Zusammenhang zwischen dem Hurst- und Pareto-Exponenten (Gleichung 2.42) der 1- bis 18-stündlichen Daten (1971–2004).

	1 h	3 h	6 h	9 h	12 h	18 h
$\bar{\alpha}$ (aus Tabelle 4.3)	1,970	2,077	2,250	2,417	2,514	2,659
$\bar{\alpha} \rightarrow H$	0,508	0,481	0,444	0,414	0,398	0,376
$d = \bar{H} - 1/\bar{\alpha}$	0,064	0,076	0,097	0,112	0,136	0,137

als der Hurst-Exponent  $\bar{H}$  der jeweiligen Zeitreihe. Das ist natürlich auf der Annahme begründet, dass die Reihen sich annähernd wie fraktionale Brown'sche Bewegung verhalten.

### 4.3.3. Zusammenhang mit dem Pareto-Exponenten

Der theoretische Zusammenhang zwischen Pareto-Exponenten wurde in Gleichung 2.42 beschrieben. Der Hurst-Exponent  $H$  charakterisiert die Persistenz, und der Pareto-Exponent  $\alpha$  beschreibt die extremen Ereignisse. Nun soll untersucht werden, inwiefern die Niederschlagsreihen diesen Zusammenhang zeigen.

Zunächst werden die minutlichen Niederschläge betrachtet, da  $\alpha$  deutlich kleiner zwei (Tabelle 4.3) und  $H > 0,5$  (Tabelle 4.4) ist. Von dem 1-minütlichen Niederschlag konnte kein  $\alpha$  bestimmt werden. Unter der Annahme, dass es sich hierbei um eine fraktionale Lévy-Bewegung handelt ergibt sich mit Gleichung 2.42 für den statistischen Skalenexponenten  $\alpha = 1/H \approx 1,44$ . Dieses  $\alpha$  zeigt an, dass es sich bei dem 1-minütlichen Niederschlag um einen  $\alpha$ -stabilen selbstähnlichen Prozess mit breiten Verteilungsenden (vgl. Abbildung 4.3a) handelt. Die Transformationen des statistischen Skalenexponenten  $\bar{\alpha}$  der 3- bis 30-minütlichen Daten in die Hurst-Exponenten (Gleichung 2.42) sind in der Tabelle 4.5 aufgeführt. Die abgeleiteten Werte stimmen annähernd mit den direkt abgeschätzten Werten überein. Die Unterschiede könnten darin begründet sein, dass es sich nicht um einen  $\alpha$ -stabilen selbstähnlichen Prozess handelt, sondern um  $d$ -selbstähnliche Prozesse (Anhang A.3.2). Die  $d$ -selbstähnlichen Prozesse mit  $d = H - 1/\alpha$  (Gleichung A.40) sind fraktionale Lévy-Bewegungen (Gleichung A.39) mit einem Kern, der die  $\alpha$ -stabilen Lévy-Bewegungen beinhaltet. Das  $d$  ist für die 3-minütliche Reihe am größten und nimmt dann ab, d. h. die Prozesse nähern sich den  $\alpha$ -stabilen und selbstähnlichen Lévy-Prozessen an. Da  $d > 0$  ist, folgt  $H > 1/\alpha$ . Damit wird auch die Langzeitabhängigkeit bestätigt (siehe Anhang A.3.2). Das fraktionale Lévy-Rauschen, das den Inkrementprozess der fraktionellen Lévy-Bewegung oder Lévy-Flights beschreibt, ist auch durch diese Eigenschaft charakterisiert. Daher handelt es sich bei dem 3- bis 30-minütlichen Niederschlag als Inkrementprozess um fraktionelles Lévy-Rauschen und bei der integrierten Reihe um fraktionale Lévy-Bewegung.

Setzt man voraus, dass der stündliche Niederschlag eine  $\alpha$ -stabile Verteilung mit  $0 < \alpha < 2$  ist, dann könnte anhand des Hurst-Exponenten der statistische Skalenexponent  $\alpha$  und umgekehrt abgeleitet werden. Diese Transformationen sind in der Tabelle 4.6 zusammengefasst. Anhand der Transformation von  $\alpha \rightarrow H$  (Gleichung 2.42) ist erkennbar, dass der resultierende Hurst-Exponent  $\leq 0,5$  wird.



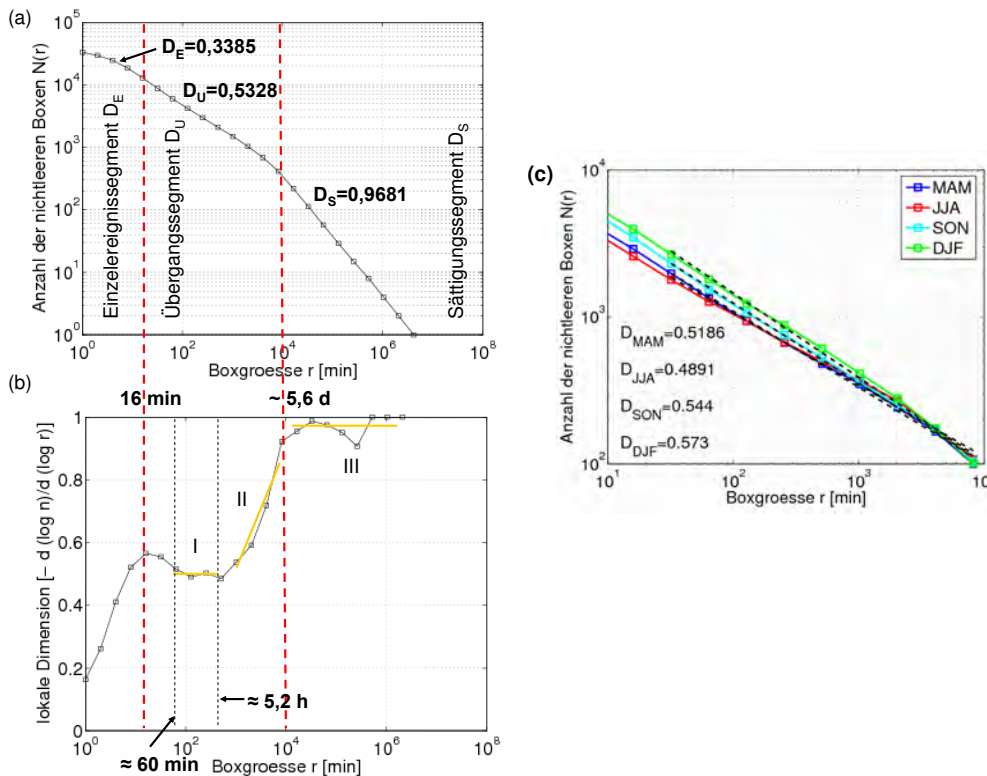
Die Umrechnung des Hurst-Exponenten in  $\alpha$  weist auf eine  $\alpha$ -stabile Verteilung mit  $0 < \alpha < 2$  der stündlichen Niederschläge hin. Die Abschätzung des Exponenten direkt aus den Verteilungen liefert Werte  $\alpha \geq 2$ . Diese Diskrepanz kann man mit den Differenzen zwischen  $d = H - 1/\alpha$  (Gleichung A.40) erklären, die stets größer Null sind und  $H > 1/\alpha$  gilt. Daher zeigen die Inkremente Langzeitabhängigkeit, und der Prozess ist  $d$ -selbstähnlich.

**Resümee** Die Analyse der Niederschlagsreihen mit verschiedenen Akkumulationszeiten anhand des Hurst-Exponenten (auch spektralen Skalenexponenten  $\beta, \beta_{\text{int}}$ ) zeigte, dass die hochaufgelösten Niederschläge persistentes Verhalten aufweisen. Erfahrungsgemäß ist aber der Niederschlag in der konvektiven Skala schwer vorhersagbar. Diese Persistenz nimmt mit zunehmender zeitlicher Akkumulation ab. Innerhalb der konvektiven Skala ist die Wahrscheinlichkeit hoch, dass Niederschlagsmengen von ähnlicher Intensität (d. h. aus einem konvektiven System/Gewitter) fallen. Bei einem Gewitter ist also sehr wahrscheinlich, dass es nach einer Minute noch regnet. Jedoch variieren die Gewitter in ihrer Intensität und Länge. Diese Variabilität der verschiedenen konvektiven Systeme wird durch den Hurst-Exponent der täglichen Daten wiedergegeben, denn er charakterisiert unkorreliertes bis leicht antipersistentes Verhalten. Aber auch innerhalb einer Zeitskala treten Unterschiede zwischen Sommer- und Winterniederschlägen auf. Während die Winterniederschläge durch mehr Persistenz, d. h. weniger variablen Niederschlag, geprägt sind, weisen die Sommerniederschläge auf mehr Variabilität hin. In der konvektiven Skala, die die minütlichen Niederschläge beinhaltet, ist ein Zusammenhang zwischen dem Hurst-Exponenten und dem Pareto-Exponenten über die Gleichung 2.42 gegeben. Die minütlichen Niederschläge können den  $\alpha$ -stabilen und selbstähnlichen Prozessen zugeschrieben werden.

## 4.4. Fraktale Dimension

Die Boxcounting-Methode wurde angewendet, um das Skalenverhalten und die fraktale Dimension der Niederschläge mit den verschiedenen Akkumulationszeiten (1 min bis Monat) zu untersuchen. Dazu wurde der Niederschlag in ein binäres Signal, d. h. Regen ja = 1, nein = 0, umgewandelt und das in Kapitel 2.2.6 beschriebene Verfahren benutzt.

In der Abbildung 4.11 wird das Ergebnis der Boxcounting-Methode exemplarisch für den 1-minütlichen Niederschlag diskutiert. Deutlich ist ein 3-teiliger Verlauf des Graphen zu erkennen (Abbildung 4.11a). Die überdeckten Zeitskalen reichen von 1 min (linker Rand) bis 7 Jahre (rechter Rand). Anstelle eines linearen Zusammenhangs über dem ganzen Spektrum, der die Monofraktalität zeigen würde, erhält man drei wohl definierte Bereiche, unterteilt durch rote Linien. Das impliziert, dass die Niederschlagsverteilung eine Skaleninvarianz mit unterschiedlichen Eigenschaften in den verschiedenen Zeitskalen aufweist. Die Anstiege innerhalb der Segmente wurden mit einer linearen Regression auf der Basis von  $-d(\log N(r))/d(\log r)$ , der lokalen Dimension, bestimmt (Abbildung 4.11b). Die Wendepunkte, markiert durch die rote gestrichelte Linie, geben die Grenzen der Segmente an. Der erste Anstieg ist im Bereich von 1 min bis 16 min und beträgt  $D_E \approx 0,34$ . Der mittlere Anstieg geht von 16 min bis  $\approx 5,6$  Tage und ist  $D_U \approx 0,53$ . Der letzte Anstieg liegt bei  $D_S \approx 1$ . Diese Skalenbrüche können mit den Änderungen in der Niederschlagsstruktur in Verbindung gebracht werden. Wenn der Anstieg gleich eins ist, dann sind die überdeckenden Boxen immer nichtleer. Das heißt, die Zeitinkremente größer als eine Woche enthalten immer Regenereignisse. Daher wird es im Folgenden Sättigungssegment ( $D_S$ ) genannt. Das erste Segment charakterisiert einzelne Niederschlagsereignisse auf der Minutenskala, das Einzelereignissegment ( $D_E$ ). Das kann mit den turbulenten Bewegungen innerhalb der konvektiven Skala in Verbindung gebracht werden (siehe auch Abbildung 2.1). Das mittlere Segment kann als Übergangsregime (Übergangsegment  $D_U$ ) von den einzelnen (zusammenhängenden) Niederschlagsereignissen zu der synoptisch-klimatischen Skala angesehen werden.



**Abbildung 4.11.:** (a) Boxcounting-Methode angewendet auf die 1-minütlichen Niederschlagsreihe (1998–2004) und (b) lokale Dimension  $[-d(\log N(r))/d(\log r)]$ . Dabei kennzeichnet I den konvektiven, II den konvektiv-synoptischen und III den synoptisch-klimatischen Bereich. (c) Methode angewendet auf die Saisons (MAM, JJA, SON und DJF) des 1-minütlichen Niederschlages. Dargestellt ist nur das Übergangsegment zwischen 16 min bis 5,6 d.

Wird die lokale Dimension  $(-d(\log N(r))/d(\log r))$ ; Abbildung 4.11b) betrachtet, dann können die Skalen und Skalenbrüche genauer identifiziert werden (Tabelle 4.7). Dann kann für die 1-minütlichen Niederschläge der Bereich I der konvektiven Skala zugeschrieben werden. Die konvektive Skala umfasst einen Zeitbereich von 1–5 Stunden. Der Übergang in die konvektiv-synoptische Skala (II) ist mit einem Skalenbruch bei ca. 16 h verbunden. Die konvektiv-synoptische Skala bleibt bis etwa 10 d erhalten und geht dann in die synoptisch-klimatische Skala (III) über.

Andere Arbeiten, die die fraktale Struktur des 1-minütlichen bzw. 2-minütlichen Niederschlages untersucht haben, betrachteten nur die Boxcounting-Darstellung (d. h. nicht deren Ableitung). Peters und Christensen (2006) untersuchten 1-minütlichen Niederschlag für Zingst und erhielten für das Einzelereignissegment 0,88 (1 min bis 10 min), für das Übergangsegment 0,55 (10 min bis 3–4 Tage). Olsson et al. (1992, 1993) analysierten 2 Jahre einer 1-minütlichen Reihe aus Lund (Schweden) und erhielten für das Einzelereignissegment 0,78 bzw. 0,82 (1 min bis 45 min) und für Übergangsegment 0,35 bzw. 0,37 (45 min bis 1 Woche). Eine 2-minütliche Niederschlagsreihe von der semi-ariden Station Vale Formoso (Portugal) ergab für den oberen Bereich 0,90 (1 min bis 2 Stunden) und 0,5 (2 h bis 11,4 Tage) für das mittlere Segment (de Lima, 1998). Bei all diesen Arbeiten ergab sich für das Sättigungssegment  $D \approx 1$ . Die Einzelereignissegmente dieser Arbeiten liegen alle im gleichen Wertebereich und unterscheiden sich von dem der Berliner Reihe. Es wäre anhand von Daten zu überprüfen, die in der Sekundenskala den Niederschlag auflösen, welche Dimension das Einzelereignissegment in Zeitbereich bis 10 Minuten aufweist. Die Vermutung liegt nahe, dass  $D_E$  klein ist, da auf der Minuten- bzw. Sekundenskala der Niederschlag ein immer selteneres Ereignis wird. Die oberen

**Tabelle 4.7.:** Fraktale Dimensionen  $D$  und Zeitskalen für die 1-minütlichen bis monatlichen Reihen.

Akk.-zeit	Einzelereignissegment		Übergangsegment		$-d(\log N(r))/d(\log r)$	
	$D_E$	Zeitskala	$D_U$	Zeitskala	konvektiver Bereich I	konv.-synoptischer Bereich II
1 min	0,34	bis 16 min	0,53	16 min bis 5,6 d	1 h bis 5 h	16 h bis 10 d
3 min	0,41	bis 7,5 min	0,53	20 min bis 3,3 d	1 h bis 7 h	16 h bis 5–10 d
5 min	0,49	bis 12 min	0,54	31 min bis 5,5 d	1,2 h bis 4,2 h	9 h bis 5–10 d
10 min	existiert nicht		0,54	10 min bis 6,9 d	1,3 h bis 3,7 h	10 h bis 11 d
30 min			0,52	30 min bis 5,3 d	3 h bis 7,1 h	16 h bis 1–3 Wo
1 h	existiert nicht		0,54	4,5 bis 6 d	2,5 bis 7,5 h	9,5 h bis 2 Wo
3 h			0,57			
6 h			0,59			
9 h			0,59			
12 h			0,63			
18 h			0,63			
1 d	existiert nicht		0,67	7 d	existiert nicht	
2 d			0,72			
4 d			0,78			
8 d	$D = 1$ (über gesamte Zeitskala)				existiert nicht	
Monat	$D = 1$ (über gesamte Zeitskala)				existiert nicht	

und unteren Grenzen des Übergangsegmentes sind untereinander vergleichbar und charakterisieren somit die konvektiv-synoptische Skala.

Der 1-minütliche Niederschlag wurde nach Jahreszeiten unterteilt: März bis Mai (MAM), Juni bis August (JJA), September bis November (SON) sowie Dezember, Januar und Februar (DJF). Dargestellt ist in der Abbildung 4.11c nur das Übergangsegment, da dort die prägnantesten Unterschiede auftreten. Der Mittelwert aus den vier saisonalen Anstiegen beträgt  $\approx 0,53$  und stimmt daher gut mit der betrachteten kompletten Reihe überein (Abbildung 4.11a). Die Abweichungen des Anstieges der Übergangsjahreszeiten (MAM und SON) bezüglich der kompletten Reihe sind relativ gering. Die größten Unterschiede ergeben sich im Winter und im Sommer: Im Winter ist der Anstieg größer und im Sommer kleiner als im Mittel. Die Niederschlagsvariabilität an sich, als auch der Hurst-Exponent zeigten, dass im Sommer der Niederschlag variabler ist. Jedoch ist die Anzahl der Niederschlagsereignisse im Sommer und im Winter relativ ähnlich. Betrachtet man hingegen die zusammenhängenden Niederschlagsereignisse, d. h. eine Sequenz von Nichtnull-Regenraten, gibt es im Sommer 30% weniger als im Winter. Das bedeutet, dass durch die ausgeprägte Konvektion im Sommer der Niederschlag stärker geclustert ist. Das spiegelt sich in der niedrigen fraktalen Dimension wider. Der Winter wird von frontalen Niederschlägen beeinflusst, und im Mittel fallen 60% weniger Niederschlag in einem zusammenhängenden Ereignis als im Sommer. Außerdem gibt es im Winter kürzer andauernde, aber häufigere Niederschlagsereignisse. Die durchschnittliche Niederschlagsdauer eines zusammenhängenden Niederschlagsereignisses beträgt im Winter  $\approx 1,1$  min und im Sommer  $\approx 1,7$  min.

Die Tabelle 4.7 fasst die Ergebnisse für die anderen Niederschlagsreihen mit den verschiedenen Akkumulationszeiten zusammen. Die 3- und 5-minütlichen Daten weisen gegenüber den 10- und 30-minütlichen Daten einen 3-teiligen Verlauf der fraktalen Dimensionen auf: Einzelereignissegment, Übergangsegment und Sättigungssegment. Einzelne Niederschlagsimpulse sind für die 10- und 30-minütlichen Niederschläge nicht mehr feststellbar, da die zeitliche Auflösung  $> 10$  min umfasst. Die Anstiege des Übergangsegmentes sind untereinander sehr ähnlich (Tabelle 4.7). Dies entspricht den geclusterten konvektiven Ereignissen. Die fraktale Dimension des Sättigungssegmentes  $> 4$  d beträgt

$D_S \approx 1$ . Schmitt und Nicolis (2002), Schmitt et al. (1998) fanden ebenfalls für die 10-minütliche Niederschlagsreihe in Uccle (Belgien) nur zwei Segmente, das Übergangs- und Sättigungssegment. Für große Zeitskalen wurde eine einfache Skalierung mit  $N(r) \propto r^{-D(=1)}$  gefunden, die wieder die homogene Verteilung der Niederschlagsereignisse indiziert. Der Skalenbruch zwischen den kurzen und längeren Zeitskalen tritt bei 3,5 d auf. Bei den 10-minütlichen Daten tritt der Skalenbruch eher in Uccle als in Berlin auf. Eine Ursache könnte der unterschiedliche klimatische Einfluss an den Stationen sein: Uccle wird stärker durch den Atlantik und die Nordsee geprägt als Berlin, das in der kontinentalen Klimazone liegt. Die fraktale Dimension des Übergangssegmentes liegt bei  $D_U = 0,55$  und ist annähernd identisch mit dem Anstieg der Berliner Daten. Ebenfalls zeigte die Untersuchung des 10-minütlichen Niederschlags (4 Monate) mit der Boxcounting-Methode der Station Funchal auf Madeira nur zwei Segmente (de Lima und de Lima, 2009). Die fraktale Dimension liegt bei  $D_U = 0,56$  und reicht von 10 min bis 3,6 d. Da sich Madeira im Atlantik befindet, ist der Skalenbruch analog zu der belgischen Station. Die Größenordnung der fraktalen Dimension ist wieder mit den Berliner Daten vergleichbar (Tabelle 4.7). Insgesamt kann konstatiert werden, dass die minütlichen Daten den Skalenbruch zwischen 3,3 d bis 6,9 d aufweisen.

Durch die lokale Dimension ergeben sich wieder Bereiche, die analog zu den 1-minütlichen Daten, der konvektiven und konvektiv-synoptischen Skala zugeordnet werden können (Tabelle 4.7). Bei den 30-minütlichen Daten ist die konvektive Skala im Gegensatz zu den anderen Reihen kürzer, aber der zeitliche Übergang in die konvektiv-synoptische Skala stimmt überein. Die konvektiv-synoptische Skala umfasst einen Zeitraum von  $> 9$  h und endet zwischen einer bis 3 Wochen. Der Übergang in die synoptisch-klimatische Skala wird durch die Beobachtungen bestätigt (Ladoy et al., 1991; Tessier et al., 1996).

Die fraktalen Dimensionen der stündlichen Niederschläge weisen wie bei den 10- und 30-minütlichen Niederschlägen nur zwei Segmente auf: das Übergangssegment (Tabelle 4.7) und das Sättigungssegment. Das Sättigungssegment enthält dann wieder in jedem Zeitintervall  $> 7$  d Niederschlag. Daher ist die fraktale Dimension  $\approx$  eins. Die fraktale Dimension  $D_U$  des 1-stündlichen Niederschlages ist in derselben Größenordnung wie die minütlichen Niederschläge (1 min bis 30 min). Interessanterweise nimmt die fraktale Dimension  $D_U$  von dem 1-stündlichen zum 18-stündlichen Niederschlag zu, wohingegen der Skalenbruch zwischen  $\approx 4,5$  d und  $\approx 6$  d zum Klimaregime gleich bleibt. Das impliziert, dass mehr zusammenhängende Niederschlagsereignisse bei höherer zeitlicher Akkumulation existieren, das auch durch die Anzahl der Nichtregenereignisse angegeben wird (Tabelle 4.2). De Lima (1998) führte für 11 Jahre 1-stündlicher Niederschlagsdaten der Station Assink (Niederlande) die Boxcounting-Methode durch und erhielt eine vergleichbare fraktale Dimension ( $D_U = 0,56$ ). Das Übergangssegment überdeckt einen Zeitraum von einer Stunde bis 4,5 d, und der Skalenbruch ist vergleichbar mit dem in Berlin (5,2 d).

Eine differenzierte Trennung der Skalen erhält man wieder durch die Untersuchung der ersten Ableitung ( $-d(\log N(r))/d(\log r)$ ): Bei den 1- und 3-stündlichen Daten kann man noch den konvektiven Bereich feststellen. Dieser liegt zwischen 2,5 h und 7,5 h und beinhaltet somit den 6-stündlichen Niederschlag. Bei den 9- bis 18-stündlichen Niederschlägen lässt sich nur noch die konvektiv-synoptische Skala ausmachen. Bei den stündlichen Daten reicht die konvektiv-synoptische Skala von 9,5 h bis maximal 2 Wochen und geht danach in das synoptisch-klimatische Regime über. Zusammenfassend kann daher festgehalten werden, dass der 1-minütliche bis 6-stündliche Niederschlag eindeutig der konvektiven Skala zuzuordnen ist. Der 9- bis 18-stündliche Niederschlag kann mit der konvektiv-synoptischen Skala in Verbindung gebracht werden.

Basierend auf der Einordnung der hochaufgelösten Niederschlagsreihen (1 min bis 18 h) in die konvektive und konvektiv-synoptische Skala, befinden sich die täglichen Niederschlagssummen innerhalb des konvektiv-synoptischen Regimes (Tabelle 4.7). Bei den 1- bis 4-täglichen Zeitreihen sind zwei Segmente (Übergangssegment und Sättigungssegment) mit einem Skalenbruch bei einer Woche

erkennbar. Der 8-tägliche Niederschlag hingegen ist nur noch durch eine Gerade über alle Skalen gekennzeichnet und zeigt keinen Skalenbruch. Das heißt, dass der 8-tägliche Niederschlag bei einem Schwellwert  $T = 0,0 \text{ mm}/8 \text{ d}$  monofraktales Verhalten aufweist. Für Skalen  $> 1$  Woche ergibt sich eine fraktale Dimension von  $\approx 1$ . Die Analysen der 1-minütlichen bis 4-täglichen Niederschlagsreihen zeigen bei ungefähr einer Woche den Übergang in das synoptisch-klimatische Regime. Dies kann auch mit den Ergebnissen des 8-täglichen Niederschlages der Boxcounting-Methode als auch durch die Anzahl der Nichtregenerereignisse (Tabelle 4.2) bekräftigt werden.

Analog zu den 8-täglichen Daten zeigt die fraktale Dimension der monatlichen Niederschlagssummen eine Gerade über den Skalenbereich (Tabelle 4.7), da in jedem Monat Niederschlag fällt. Stationen wie Vale Formoso (Portugal), die eine ausgeprägte Trockenzeit erfahren, haben eine fraktale Dimension von 0,89 im Bereich von 1–4 Monaten (de Lima, 1998).

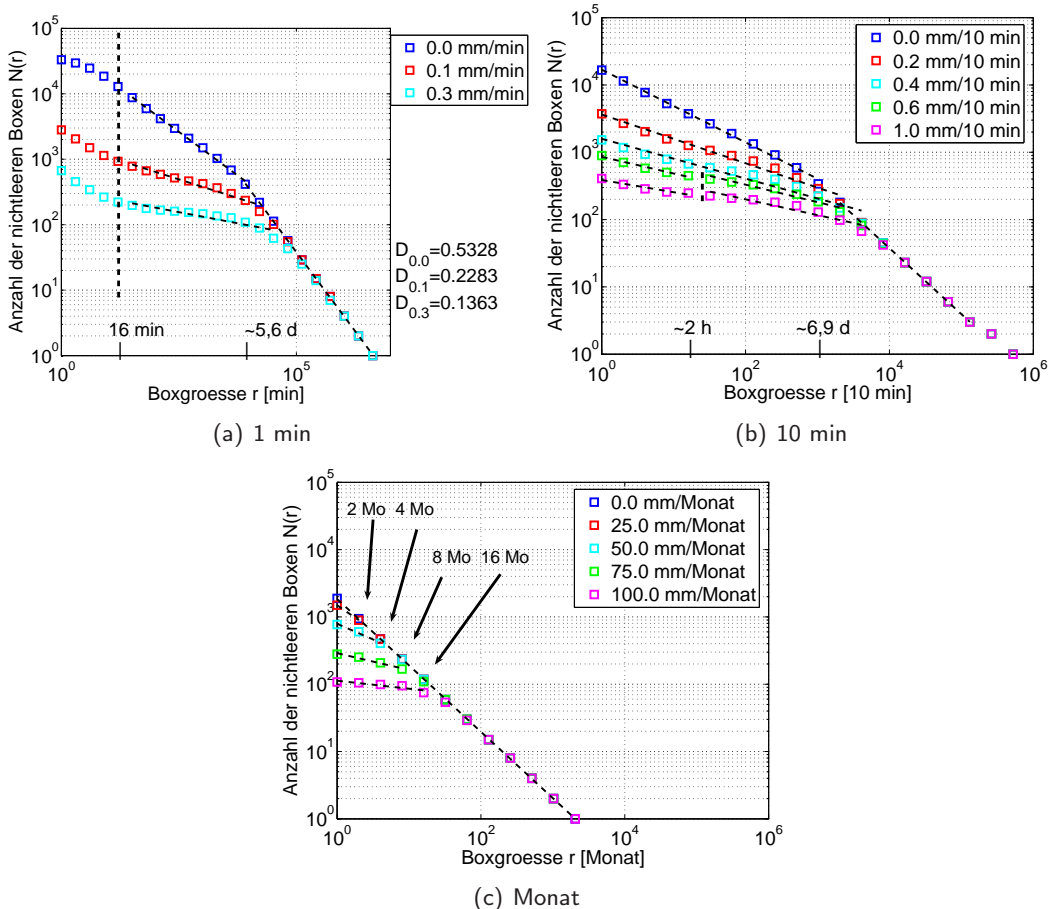
### Funktionelles Boxcounting

Das funktionelle Boxcounting, angewendet auf die Niederschlagszeitreihen, zeigt für Schwellwerte  $> 0 \text{ mm}$ , auch für die 8-täglichen und monatlichen Niederschläge (Abbildung 4.12c), Multifraktalität. Im Folgenden werden die Ergebnisse der 1- bis 10-minütlichen, 1-stündlichen und monatlichen Niederschlägen dargestellt.

Bisher wurde die Boxcounting-Methode des 1-minütlichen Niederschlages für den Schwellwert  $T = 0,0 \text{ mm}/\text{min}$  angewendet. Zusätzlich sollen die Schwellwerte  $T = 0,1$  und  $T = 0,3 \text{ mm}/\text{min}$  berücksichtigt werden (Abbildung 4.12a). Deutlich ist zu erkennen, dass im Übergangsegment die Anstiege mit ansteigendem Schwellwert geringer werden. Dieses Verhalten zeigt, dass der 1-minütliche Niederschlag eine multifraktale Struktur aufweist. Der 1-minütliche Niederschlag kann nicht durch eine einzelne fraktale Dimension beschrieben werden: Jede fraktale Dimension ist mit einem Schwellwert gekennzeichnet. Bei höheren Schwellwerten treten die höheren Niederschlagsintensitäten in den Vordergrund, die frontalen Eigenschaften werden „abgeschnitten“. Außerdem besitzen intensive Niederschlagsereignisse eine geringe fraktale Dimension. Olsson et al. (1993) fanden bei ihren Untersuchungen für das funktionelle Boxcounting der 1-minütlichen Daten fraktale Dimensionen von 0,22 bei  $T = 0,1 \text{ mm}/\text{min}$  und 0,12 bei  $T = 0,3 \text{ mm}/\text{min}$ . Diese fraktalen Dimensionen stimmen sehr gut mit denen der 1-minütlichen Daten von Berlin überein.

Der Anstieg des Übergangsegmentes der 5-minütlichen Daten nimmt mit größer werdenden Schwellwerten ab:  $\approx 0,54$  ( $0,0 \text{ mm}/5 \text{ min}$ ) bis zu  $\approx 0,09$  ( $2,5 \text{ mm}/5 \text{ min}$ ). Diese Abnahme impliziert das multifraktale Verhalten des 5-minütlichen Niederschlages. Rechnet man die Schwellwerte in Minuten um, erhält man  $0,02 \text{ mm}/\text{min}$  bis  $0,5 \text{ mm}/\text{min}$ . Nun lassen sich diese Anstiege sehr gut mit den Anstiegen des funktionellen Boxcountings des 1-minütlichen Niederschlages verbinden und vergleichen, die man sonst aufgrund der Auflösungsgrenze von  $0,1 \text{ mm}$  nicht erhalten würde (Tabelle 4.8). Bei dem funktionellen Boxcounting des 10-minütlichen Niederschlages sind für die ersten drei Schwellwerte keine drei Segmente erkennbar (Abbildung 4.12b). Skalenbrüche auf den kürzeren Zeitskalen (10 min bis 2 h) existieren dann erst bei den Schwellwerten  $0,6 \text{ mm}/10 \text{ min}$  und  $1,0 \text{ mm}/10 \text{ min}$ , die dann vereinzelt Niederschlag charakterisieren. Die Umrechnung der Schwellwerte in die Minutenskala lässt wieder den Vergleich der fraktalen Dimensionen mit den anderen Zeitreihen zu (Tabelle 4.8) und impliziert die statistische Selbstähnlichkeit des Niederschlages auf den verschiedenen Skalen.

Wie bei dem 10-minütlichen Niederschlag ist für den 1-stündlichen Niederschlag erst bei größeren Schwellwerten ein 3-teiliger Kurvenverlauf ausmachbar. Dabei repräsentieren die oberen Segmente wieder einzelne Regenereignisse. Die mittleren Segmente umfassen Zeitintervalle von 16 h bis 10,6 d ( $1 \text{ mm}/\text{h}$ ) bzw. 2,6 d bis 42 d ( $5 \text{ mm}/\text{h}$ ). Mit höheren Schwellwerten tritt die Sättigung, d. h. jeder



**Abbildung 4.12.:** Funktionelle Boxcounting-Methode angewendet auf (a) die 1-minütlichen (1998–2004), (b) die 10-minütlichen (1998–2004) und (c) die monatlichen Niederschläge (1848–2004) für verschiedene Schwellwerte.

Zeitabschnitt enthält Niederschlag, später ein. Die fraktalen Dimensionen des 1-stündlichen Niederschlages für verschiedene Schwellwerte lassen sich sehr gut mit denen aus Tabelle 4.8 vergleichen und einordnen.

Anhand der Schwellwerte  $T > 0,0$  mm/Monat ist die multifraktale Struktur der monatlichen Niederschläge mit abnehmenden fraktalen Dimensionen bei hohen Schwellwerten zu erkennen (Abbildung 4.12c, Tabelle 4.9). Die Bestimmung der fraktalen Dimensionen einer langen monatlichen Reihe 1820–1990 aus Lund (Schweden) ergab über die ganze Skala  $D = 1$  (Olsson et al., 1992). Für den Schwellwert 50 mm/Monat war  $D = 0,47$  im Bereich von 1–4 Monaten, wobei  $T = 100$  mm/Monat  $D = 0,09$  für 1–16 Monate ergab. Diese fraktale Dimension und deren Skalen aus Lund stimmen sehr gut mit der hier betrachteten Reihe überein.

**Resümee** Basierend auf der Boxcounting-Methode konnten die fraktalen Dimensionen der Niederschlagsreihen bestimmt werden. Bei den sehr hochaufgelösten Reihen (1 min bis 5 min) konnten drei Segmente analysiert und zugeordnet werden. Die anderen Zeitreihen (bis 4 d) umfassen nur noch zwei Segmente. Das Sättigungssegment hat bei allen Reihen eine fraktale Dimension  $D_S = 1$ , d. h. alle Zeitinkremente größer einer Woche enthalten Niederschlag. Die 8-täglichen und monatlichen Niederschläge besitzen über die gesamte Zeitskala eine Dimension von 1. Es regnet statistisch gesehen mindestens einmal die Woche, und die Monate sind nicht trocken. Die Übergangsegmente weisen bei den hochaufgelösten Daten (1 min bis 1 h) eine ähnliche Dimension von  $D_U \approx 0,5$  auf. Danach

**Tabelle 4.8.:** Schwellwerte  $T$  [mm/min] des funktionellen Boxcountings und die zugehörigen fraktalen Dimensionen  $D_U$  der 1-, 5- und 10-minütlichen sowie 1-stündlichen Niederschläge.

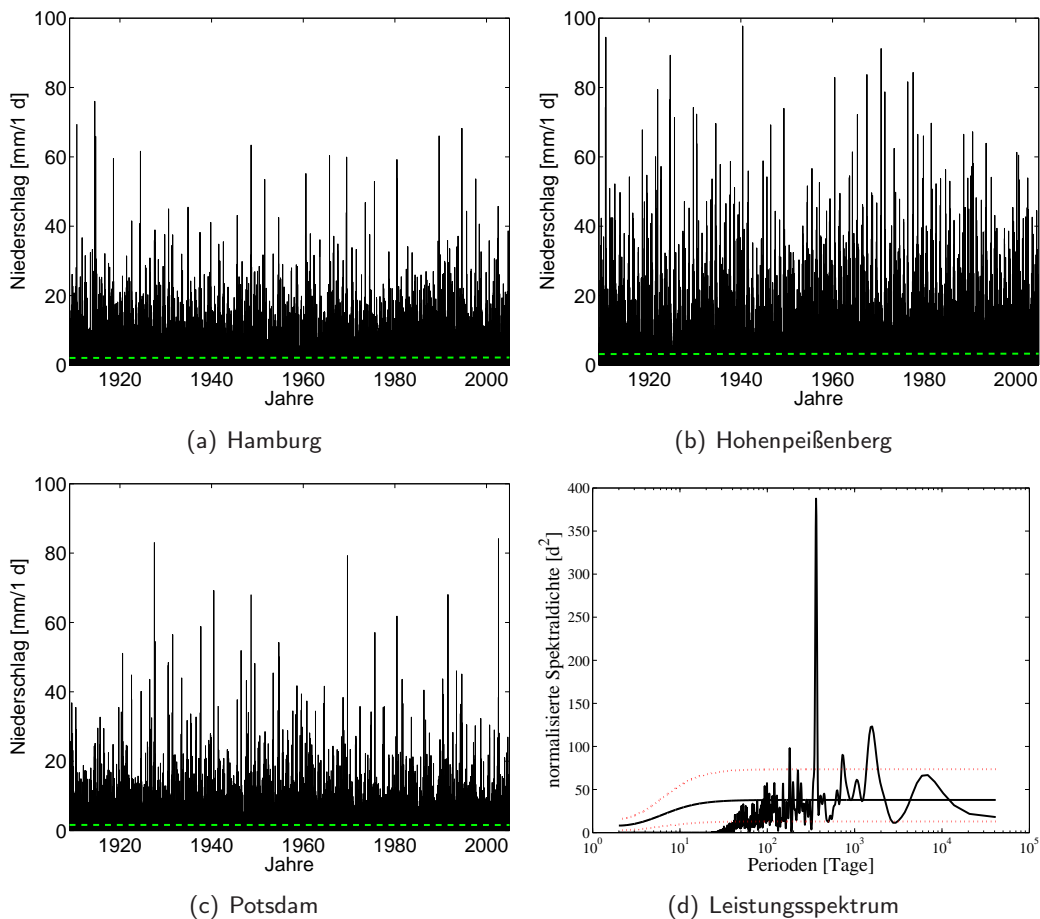
T [mm/min]	D
0,0	0,53 (min) bzw. 0,54 (5 min), 0,54 (10 min), 0,54 (1 h)
0,016	0,38 (1 mm/h)
0,02	0,37 (0,1 mm/5 min), 0,36 (0,2 mm/10 min)
0,033	0,31 (2 mm/h)
0,04	0,30 (4 mm/10 min)
0,05	0,29 (3 mm/h)
0,06	0,25 (0,3 mm/5 min), 0,26 (0,6 mm/10 min)
0,083	0,23 (5 mm/h)
0,1	0,23 (0,1 mm/min) bzw. 0,21 (0,5 mm/5 min), 0,23 (1 mm/10 min)
0,2	0,16 (1 mm/5 min)
0,3	0,14 (0,3 mm/min) bzw. 0,11 (1,5 mm/5 min)
0,4	0,11 (2,0 mm/5 min)
0,5	0,09 (2,5 mm/5 min)

**Tabelle 4.9.:** Fraktale Dimensionen  $D$  für verschiedene Schwellwerte  $T$  für das funktionelle Boxcounting der monatlichen Niederschlagssummen (1848–2004; siehe Abbildung 4.12c).

T [mm/Monat]	D	Zeitskala
0,0	1	1 Monat bis 85 Jahre
25,0	0,74	1 Monat bis 2 Monate
50,0	0,46	1 Monat bis 4 Monate
75,0	0,25	1 Monat bis 8 Monate
100,0	0,12	1 Monat bis 16 Monate

nimmt die fraktale Dimension zu, d. h. es existieren mehr zusammenhängende Niederschlagsereignisse. Wie beim funktionellen Boxcounting die stratiformen Niederschläge „abgeschnitten“ werden, bedeuten die höheren fraktalen Dimensionen  $D_U$  (3 h bis 4 d), dass der Anteil des stratiformen Niederschlages zunimmt. Anhand der lokalen Dimension können die 1-minütlichen bis 6-stündlichen Niederschläge in die konvektive Skala eingeordnet werden. Der 9-stündliche bis 8-tägliche Niederschlag lässt sich mit der konvektiv-synoptischen Skala in Verbindung bringen. Diese Lokalisierung der Skalen ist analog zur Varianzanalyse des Niederschlages (Abschnitt 4.3.2). Eine fraktale Dimension von 0,5 bedeutet, dass das Objekt eine geometrische Struktur zwischen Punkt und Linie aufweist. Aufgrund des Verfahrens (siehe Kapitel 2.2.6) muss zu der Dimension eins aufaddiert werden, d. h. die geometrische Struktur, z. B. des Übergangsegmentes, liegt zwischen Linie und Fläche.

**Zusammenhang zwischen den Skalenexponenten** Der Zusammenhang der Skalenexponenten und der Anzahl der Nichtregenerereignisse, basierend auf der Analyse der Berliner Niederschlagsreihen unterschiedlicher Akkumulationszeiten, soll nun kompakt verdeutlicht werden. Die minütlichen Daten weisen eine hohe Anzahl von Nichtregenerereignissen, einen kleinen Pareto-Exponenten, einen hohen Hurst-Exponenten und spektralen Skalenexponenten sowie eine geringe fraktale Dimension im Übergangsegment auf. Mit zunehmender zeitlicher Akkumulation verringert sich die Anzahl der Nichtregenerereignisse. Auch nehmen der Hurst-Exponent und der spektrale Skalenexponent ab. Der Pareto-Exponent und die fraktale Dimension werden aber größer.



**Abbildung 4.13.:** 1-tägliche Niederschlagssummen (1909–2004) der Stationen (a) Hamburg, (b) Hohenpeißenberg und (c) Potsdam. (d) Leistungsspektrum der Station Hamburg.

## 4.5. Vergleich der täglichen Daten mit drei Stationen des DWD-Messnetzes

In diesem Abschnitt sollen die Ergebnisse der täglichen Berliner Niederschlagssummen mit denen der drei Stationen (Hamburg, Hohenpeißenberg und Potsdam) aus dem DWD-Messnetz miteinander verglichen werden (Kapitel 3.1.4; Abbildung 3.5). Der hier betrachtete Zeitraum umfasst 1909–2004. Zusätzlich wurden die 1-täglichen Daten zu 2 d, 4 d und 8 d akkumuliert.

### 4.5.1. Statistische Analyse mit klassischen Methoden

In der Abbildung 4.13a-c sind die 1-täglichen Niederschlagsreihen der Stationen Hamburg, Hohenpeißenberg und Potsdam dargestellt. In grün ist die Regressionsgerade über den Zeitraum 1909–2004 eingezeichnet. Der Anstieg der Gerade liegt um Null, so dass keine signifikante Zunahme der Niederschlagsmengen erkennbar ist. Der Trendanstieg für Potsdam weist analog zu Berlin ein negatives Vorzeichen auf. Die Struktur der drei Niederschlagsreihen sehen sich auch in Bezug auf Berlin ähnlich, und ohne weiteres könnte keine Aussage über die geographische Lage getätigt werden. Die Station Hohenpeißenberg weist im Bereich zwischen 20 mm/d und 40 mm/d gegenüber Hamburg, Potsdam und Berlin eine etwas homogenere Struktur auf. In Berlin beträgt die maximale Niederschlagsmenge in diesem Zeitraum 124,7 mm. Dieser Maximalwert wird von keiner der drei Reihen wiedergegeben. Das Niederschlagsereignis trat am 13. August 1948 auf. In Potsdam fielen an diesem Tag nur 68 mm. In Potsdam hingegen fiel der Maximalniederschlag (84,1 mm) bedingt durch eine



**Tabelle 4.10.:** Maximaler ( $\max(rr)$ ) und mittlerer Niederschlag ( $MW(rr)$ ) sowie die prozentuale Anzahl der Nichtregenerereignisse (Nichtregen) der 1- bis 8-täglichen Daten (1909–2004) für Hamburg, Hohenpeißenberg und Potsdam.

	Hamburg			
	1 d	2 d	4 d	8 d
$\max(rr)$ [mm]	76,0	86,8	112,1	115,1
$MW(rr)$ [mm]	2,08	4,15	8,30	16,60
Nichtregen [%]	46,5	31,3	16,6	5,6
	Hohenpeißenberg			
	1 d	2 d	4 d	8 d
$\max(rr)$ [mm]	97,7	137,7	184,3	193,7
$MW(rr)$ [mm]	3,19	6,37	12,74	25,49
Nichtregen [%]	48,8	32,7	16,5	5,1
	Potsdam			
	1 d	2 d	4 d	8 d
$\max(rr)$ [mm]	84,1	90,9	101,4	111,4
$MW(rr)$ [mm]	1,61	3,22	6,44	12,88
Nichtregen [%]	51,2	34,8	18,3	5,6

Vb-Wetterlage am 12. August 2002. An diesem Tag fielen in Berlin nur 57,6 mm. Das verdeutlicht anschaulich das sehr lokale Auftreten von Niederschlagsereignissen.

In Tabelle 4.10 werden die statistischen Eigenschaften der drei Stationen gegenübergestellt (siehe auch Tabelle 4.2). Der maximale Niederschlag an einem Tag fällt in Hohenpeißenberg, und durch die Akkumulation verdoppelt sich beim 8-täglichen Niederschlag die Menge. Die Hamburger Station hat den geringsten Maximalniederschlag an einem Tag. Potsdam liegt mit seinem Maximalniederschlag zwischen Hamburg und Hohenpeißenberg. Der Maximalniederschlag der 4- und 8-täglichen Daten von Hamburg ist höher als der von Potsdam. Die größte mittlere Regenmenge ist in Hohenpeißenberg zu finden, danach in Hamburg und Potsdam. Der Niederschlag in Hohenpeißenberg wird durch die orographische Lage der Station beeinflusst. Die mittlere Regenmenge von Potsdam weist trotz lokaler Niederschlagsmaxima eine Größenordnung wie Berlin auf. In Hamburg regnet es im Durchschnitt an 195 Tagen im Jahr, in Hohenpeißenberg an 186 Tagen und in Potsdam an 178 Tagen. Die Anzahl der Nichtregenerereignisse bestätigt dieses Ergebnis. Die mittlere Zahl der Regentage unterscheiden sich zwischen Berlin (173 d) und Potsdam lediglich um 5 Tage im Jahr. Dieser Unterschied kann durch lokale konvektive Schauer oder geringe Niederschlagsmengen (0,1 mm/d) verursacht werden. Aufgrund des stärkeren maritimen Einflusses der Station Hamburg regnet es häufiger, im Mittel aber nicht mehr als in Potsdam bei den 1- und 2-täglichen Reihen. Das Durchziehen von Fronten ist mit stratiformen Niederschlägen verbunden, so dass bedingt durch die längeren Andauerzeiten sich in Hamburg bei längeren Zeitskalen höhere Maximalniederschläge ergeben.

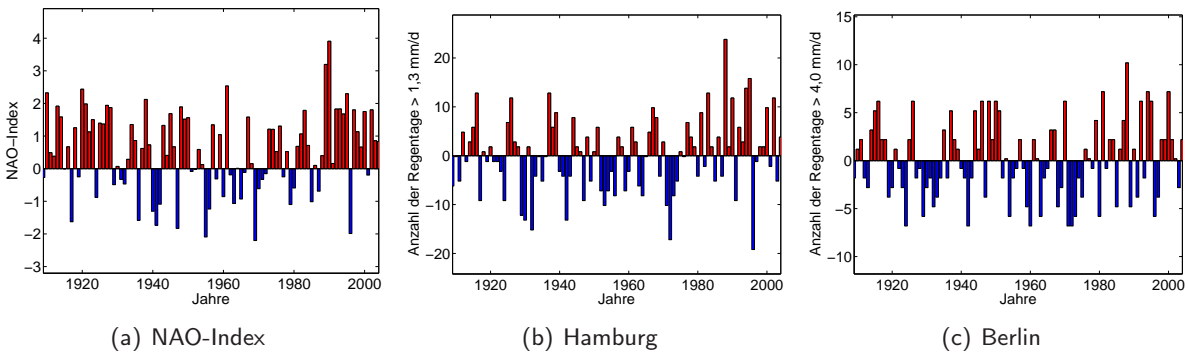
Sivakumar (2001b) stellt eine analoge Statistik für verschiedene Akkumulationszeiten für eine Station im Leaf-Flussbecken (USA) auf. Die Station liegt am Mississippi und wird durch ein feuchtes, subtropisches Klima beeinflusst, so dass mehr Niederschlag fällt als an den vier deutschen Stationen. Der mittlere Jahresniederschlag (Januar 1963 bis Dezember 1987) liegt um 1350 mm. Die mittleren Niederschläge reichen von 4,03 mm (1 d) bis 32,24 mm (8 d) und die Maxima von 221,52 mm (1 d) bis 234,03 mm (8 d). Interessant ist, dass die Anzahl der Nichtregenerereignisse sehr ähnlich (1 d = 54,53 %; 2 d = 39,87 %; 4 d = 20,12 % und 8 d = 6,05 %) zu den deutschen Stationen ist (Tabelle 4.2 und 4.10). Das impliziert, dass sich in feuchten Regionen (Subtropen) die Anzahl der

Nichtregentage von denen im Klima der mittleren Breiten kaum unterscheiden. Ein vergleichbares Verhalten konnte auch für die Nichtregenereignisse der 10-minütlichen Daten (Abschnitt 4.1) festgestellt werden. Unabhängig von der jeweiligen Region sind demnach die zugrunde liegenden Prozesse ähnlich.

Für die Station Hamburg ist beispielhaft das Leistungsspektrum des 1-täglichen Niederschlages abgebildet (Abbildung 4.13d). Hierbei wurden die niedrigen Perioden herausgefiltert. Die durchgezogene schwarze Linie gibt den Spektralverlauf des roten Rauschens an. Die rot gestrichelten Linien kennzeichnen das Konfidenzintervall des roten Rauschens zwischen 5 % und 95 %, basierend auf einer  $\chi^2$ -Verteilung. Überschreiten die Peaks des Leistungsspektrums die 95 %-Konfidenzgrenze, so sind sie statistisch signifikant und unabhängig vom roten Rauschen (Lana et al., 2005; Weisheimer, 2000). Deutlich zu erkennen ist der Jahresgang (Periode 365 Tage), der dem Wechsel der Sommer- und Winterniederschläge entspricht. Die Änderung auf saisonaler Basis findet man bei Zeitskalen zwischen 150 d und 177 d. Auf längeren Zeitskalen existieren Signale (innerhalb des roten Rauschens) bei 4 Jahren und ein breites Band zwischen 5 und 11 Jahren. Dieses Band könnte auf den Einfluss der Nordatlantischen Oszillation (NAO) zurückzuführen sein, denn Hurrell und van Loon (1997) fanden anhand der Analyse der spektralen Eigenschaften der NAO Perioden zwischen 6 und 10 Jahren. Das es einen Zusammenhang zwischen der NAO und den Niederschlagsreihen gibt, wird im Abschnitt 4.5.2 gezeigt. Die berechneten Perioden von Hamburg können auch für Berlin, Potsdam und Hohenpeißenberg festgestellt werden, obwohl der Jahresgang das dominierende Signal an der Station Hohenpeißenberg ist. Der Jahresgang und die saisonale Schwingung ist z. B. auch für Rom detektiert worden (Colacino und Purini, 1986). Die Perioden auf den längeren Skalen konnten auch von Lana et al. (2005) sowie von Neuber und Schönwiese (1985) gefunden werden.

#### 4.5.2. Einfluss der Nordatlantischen Oszillation

Die Nordatlantische Oszillation (NAO) ist eine der wichtigsten Schwingungen in der Nordhemisphäre und prägt vor allem im Winter das Wetter (Hurrell, 1995). Der NAO-Index beschreibt die normalisierte Luftdruckdifferenz zwischen dem Islandtief und dem Azorenhoch. Ein positiver NAO-Index resultiert in einem tieferen Druck über Island und einem ausgeprägteren Hoch über den Azoren, verbunden mit verstärkten Westwinden über den mittleren Breiten. In Nord- und Mitteleuropa sind die Winter dann feuchter und milder, in Zentral- und Südeuropa hingegen durch den verstärkteren Hochdruckeinfluss trockener. Bei einem negativen NAO-Index ist das Islandtief und das Azorenhoch nicht so stark ausgeprägt, so dass die zonale Zirkulation abgeschwächt und die Meridionalzirkulation verstärkt wird. Die Auswirkung des negativen NAO-Index ist dem positiven NAO-Index entgegengesetzt (van Loon und Rogers, 1978). Ein Zusammenhang zwischen dem NAO-Index und der Temperatur bzw. dem Geopotential konnte mehrfach gezeigt werden (z. B. Hurrell, 1995; Wanner et al., 2001 als Übersichtsartikel). Für die Berliner Reihe wurde eine Antikorrelation zwischen Tagen mit einer geschlossenen Schneedecke und der NAO gefunden (Dietz, 2008). Zur Überprüfung des Einflusses der NAO auf die Stationen, wurde die Anzahl der Regentage im Winter (Januar, Februar und März; JFM) mit dem winterlichen NAO-Index nach Osborn et al. (1999) korreliert. Der hier verwendete NAO-Index basiert auf der normalisierten Luftdruckdifferenz zwischen Gibraltar und Reykjavik (Abbildung 4.14a). Die resultierenden Korrelationen liegen für Berlin und Potsdam um Null. Die Station Hamburg hingegen weist eine positive Korrelation mit  $r=0,3137$  (95 % signifikant) auf. Die Station Hohenpeißenberg ist mit dem NAO-Index antikorreliert  $r=-0,2684$  (95 % signifikant). Die Antikorrelation des Niederschlages mit der NAO in den alpinen Regionen wird auch in Hurrell und van Loon (1997) sowie Wanner et al. (1997) beschrieben. Durch die Intensivierung des Islandtiefs und des Azorenhochs, d. h. bei einem positiven NAO-Index, wird ein verstärkter Polarfrontstrahlstrom erzeugt, dessen Achse von Südwest nach Nordost verläuft. Die Alpen befinden sich südöstlich des Deltas der Frontalzone. Eine ageostrophische Verschiebung atmosphärischer Masse, der so genannte



**Abbildung 4.14.:** (a) NAO-Index gemittelt für die Monate Januar, Februar und März (JFM) nach Osborn et al. (1999). Anzahl der Regentage minus der mittleren Anzahl im Winter JFM für (b) Hamburg und (c) Berlin.

Ryd-Scherhag-Effekt, resultiert in einer erhöhten Luftdrucktendenz über den Alpen. Diese erhöhte Luftdrucktendenz verursacht eine Antizyklonalität und daher höhere Temperaturen sowie verminderte Niederschlagsmengen im Winter (Casty et al., 2005). Ein negativer NAO-Index verursacht in den Alpen eine zyklonale Strömung.

Werden die Regentage verwendet, die einen Schwellwert überschreiten und korreliert diese resultierenden Tage mit dem NAO-Index, erhält man ein differenzierteres Bild. In der Abbildung 4.14b,c ist für Hamburg und Berlin die winterliche Anzahl der Regentage als Anomalien zum Mittelwert dargestellt. Anhand des Vergleiches mit dem NAO-Index ist ein Zusammenhang erkennbar. Die Antikorrelation mit der NAO an der Station Hohenpeißenberg bei Benutzung der Schwellwerte bleibt unverändert. Die Anzahl der Regentage in Hamburg, die einen Schwellwert von 1,3 mm/d überschreiten (Abbildung 4.14b), ergeben einen Korrelationskoeffizienten mit dem NAO-Index von  $r=0,4831$  und stellen somit eine deutliche Verbesserung des linearen Zusammenhanges dar. Für Berlin und Potsdam ergeben Schwellwerte von 4 mm/d (Abbildung 4.14c) und 2,3 mm/d eine maximale Korrelation mit der NAO von  $r_B^2=0,3207$  bzw.  $r_P=0,2421$ . Die Korrelationskoeffizienten sind auf dem 95 %-Niveau statistisch signifikant. Auch die Korrelation der mittleren winterlichen Niederschlagsmengen mit dem NAO-Index ist mit denen der winterlichen Regentage vergleichbar. Sie gibt jedoch etwas geringere Werte wieder:  $r_{HH}=0,4397$ ,  $r_{Hoh}=-0,1509$ ,  $r_P=0,1883$  und  $r_B=0,2483$ . Diese Ergebnisse bestätigen, dass Hamburg aufgrund des maritimen Klimas von der NAO beeinflusst wird. In Potsdam und Berlin wird die Wirkung der NAO durch einen stärkeren kontinentalen Charakter abgeschwächt. Die Station Hohenpeißenberg erfährt aufgrund ihrer Lage im Alpenraum einen entgegengesetzten Effekt durch die NAO.

### 4.5.3. Pareto-Exponent

Für eine regionale Charakterisierung der extremen Niederschläge wurde der Pareto-Exponent  $\alpha$  für die 1-täglichen Niederschläge der vier Stationen berechnet (Tabelle 4.11). Die hier nicht gezeigten Abbildungen des Hill-Abschätzers und der Zipf-Abbildung zeigen Potenzgesetze für die 1-täglichen Niederschläge an, so dass auf eine Pareto-Verteilung geschlossen werden kann. Die Pareto-Exponenten  $\bar{\alpha}$  der Stationen Berlin ( $\approx 2,7$ ) und Potsdam ( $\approx 2,6$ ) sind von ähnlicher Größenordnung, was das gleiche Klimaregime mit vermehrter Konvektion bestätigt. Die Station Hamburg besitzt ein mittleres  $\bar{\alpha}$ , das die geringeren extremen Niederschlagsmengen widerspiegelt. Die Lage der Bergstation Hohenpeißenberg lässt spontan ein kleineres  $\alpha$  erwarten. Das ist jedoch nicht der Fall, da Hohenpeißenberg durch orographischen Niederschlag mit geringerer Variabilität beeinflusst wird. Die Variabilität ist

<sup>2</sup>B=Berlin; P=Potsdam; HH=Hamburg; Hoh=Hohenpeißenberg

**Tabelle 4.11.:** Pareto-Exponent  $\alpha$  berechnet mit Hill-Abschätzer und Zipf-Abbildung der 1-täglichen Daten (1909–2004) der Stationen Berlin, Hamburg, Hohenpeißenberg und Potsdam. Der Mittelwert  $\bar{\alpha}$  ist gegeben aus  $(\alpha_{\text{Zipf}} + \alpha_{\text{Hill}})/2$ .

	Berlin	Hamburg	Hohenpeißenberg	Potsdam
$\alpha_{\text{Hill}}$	2,698	3,158	3,254	2,683
$\alpha_{\text{Zipf}}$	2,780	3,080	3,191	2,517
$\bar{\alpha}$	2,739	3,119	3,222	2,600

nicht so ausgeprägt wie in Berlin und Potsdam.

Analysen von viel kürzeren Zeitreihen zeigen eine Variabilität des Pareto-Exponenten an: Svensson et al. (1996) fanden für 22 Jahre des 1-täglichen Niederschlages einen Exponenten von 2,5 für Stationen, die durch den Monsun beeinflusst werden, und 4,0 für Stationen, die sich in gemäßigttem Klima befinden. Die Bestimmung des statistischen Skalenexponenten für 25 Jahre des 1-täglichen Niederschlages im Leaf Flussbecken ergibt 3,3 (Sivakumar, 2001a). Tessier et al. (1996) untersuchten 30 Stationen in Frankreich zwischen 11 und 30 Jahren und fanden ein mittleres  $\alpha=3,6$ . De Lima (1998) schätzte für 30 Jahre einer 1-täglichen Reihe in Vale Formosa (Portugal) einen Exponenten von 3,7 ab.

#### 4.5.4. Hurst-Exponent und spektraler Skalenexponent

In diesem Abschnitt soll die fraktale Struktur der drei Reihen des DWD-Messnetzes, repräsentiert durch den Hurst-Exponenten und den spektralen Skalenexponenten, mit den Ergebnissen für Berlin verglichen werden. In der Tabelle 4.12 sind die Berechnungen für den Hurst-Exponenten aus der R/S-Analyse, der DFA-Methode und abgeleitet aus den spektralen Skalenexponenten  $\beta$  und  $\beta_{\text{int}}$  zusammengefasst. Das in rot geschriebene  $\bar{H}$  ist das Mittel aus der R/S-Analyse und der DFA-Methode. Die beiden Methoden geben sehr ähnliche Ergebnisse für Potsdam und Hohenpeißenberg wieder. Für Hamburg gibt die DFA-Methode bis zu 6 % geringere Werte als die R/S-Analyse wieder, zeigt aber ein konsistentes Bild. Ebenfalls existiert für die Hurst-Exponenten ein relativ einheitliches Bild bezüglich  $\bar{H}$ , berechnet aus den spektralen Skalenexponenten  $\beta$ ,  $\beta_{\text{int}}$ . Wenn man  $\bar{H}$  betrachtet, so kann man regionale Rückschlüsse ziehen. Die Küstenstation Hamburg zeigt ein persistentes Verhalten, das auch über die Zeitskalen von 1 bis 8 Tagen konstant bleibt. Die Station Potsdam bestätigt aufgrund ihres antipersistenten Verhaltens die Ergebnisse für Berlin. In Hohenpeißenberg ist die Persistenz nicht so stark ausgeprägt wie in Hamburg, ist aber bis zur 8-täglichen Skala vorhanden. Die größere Anzahl der Regenereignisse und der Regentage bestätigt die Persistenz von Hamburg. Ursache dafür ist das häufige Auftreten frontaler stratiformer Niederschläge, bei denen die gefallenen Niederschlagsmengen nicht allzu stark variieren. Potsdam und Berlin weisen eine stärkere Variabilität in ihren Niederschlagsmengen auf, bedingt durch einen stärkeren konvektiven Einfluss. Ein objektives Maß der Variabilität dafür ist der Koeffizient der Variation (engl. coefficient of variation; CV), der sich aus dem Quotienten aus Standardabweichung und Mittelwert berechnet:

$$CV = \text{stdv}(rr)/MW(rr). \quad (4.2)$$

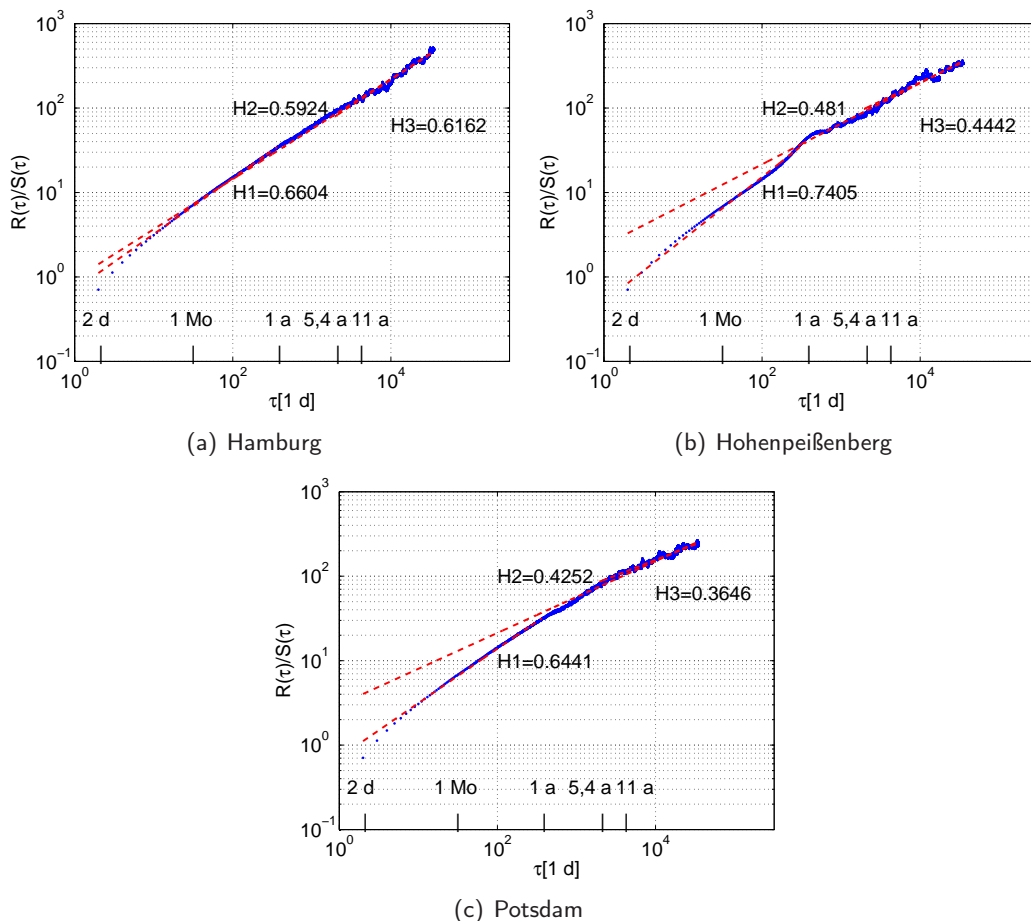
Der Koeffizient der Variation ist eine dimensionslose Größe, der die ersten zwei statistischen Momente beinhaltet. Bei der Verwendung dieses Maßes muss beachtet werden, dass der Mittelwert nicht gegen Null geht, sonst wird der Wert für die CV sehr groß. Je größer der CV-Wert ist, desto variabler ist der Niederschlag. Der CV-Wert liegt für Hamburg bei 2,06, für Hohenpeißenberg bei 2,08 und für Potsdam und Berlin bei 2,36. Da in Potsdam und Berlin der Anteil der Nichtregenereignisse am größten ist, könnte dies das Ergebnis verfälschen. Daher wird der Koeffizient der Variation nur

**Tabelle 4.12.:** Hurst-Exponent aus R/S-Analyse, DFA-Methode und abgeleitet aus den spektralen Skalenexponenten  $\beta$  und  $\beta_{\text{int}}$  der 1- bis 8-täglichen Daten (1909–2004) der Stationen Hamburg, Hohenpeißenberg und Potsdam.

	Hamburg			
	1 d	2 d	4 d	8 d
$H(\text{R/S-Analyse})$	0,590	0,589	0,590	0,591
$H(\text{DFA})$	0,566	0,559	0,552	0,548
$\overline{H}$	0,578	0,574	0,571	0,570
$\beta \rightarrow H$	0,572	0,566	0,555	0,551
$\beta_{\text{int}} \rightarrow H$	0,568	0,561	0,550	0,544
	Hohenpeißenberg			
	1 d	2 d	4 d	8 d
$H(\text{R/S-Analyse})$	0,550	0,533	0,539	0,517
$H(\text{DFA})$	0,556	0,547	0,534	0,515
$\overline{H}$	0,557	0,540	0,537	0,516
$\beta \rightarrow H$	0,550	0,540	0,533	0,533
$\beta_{\text{int}} \rightarrow H$	0,556	0,548	0,541	0,542
	Potsdam			
	1 d	2 d	4 d	8 d
$H(\text{R/S-Analyse})$	0,495	0,481	0,468	0,458
$H(\text{DFA})$	0,487	0,472	0,454	0,437
$\overline{H}$	0,491	0,477	0,461	0,447
$\beta \rightarrow H$	0,507	0,495	0,478	0,469
$\beta_{\text{int}} \rightarrow H$	0,458	0,439	0,413	0,378

für die Regenereignisse berechnet. Die Aussage kann bestätigt werden:  $CV_{\text{HH}}=1,35$ ,  $CV_{\text{Hoh}}=1,31$ ,  $CV_{\text{P}}=1,49$  und  $CV_{\text{B}}=1,47$ . Der Niederschlag in Potsdam und Berlin ist variabler als in Hamburg.

Analog zu dem 1-täglichen Niederschlag in Berlin wurde die R/S-Analyse auch für alle Datenpunkte berechnet, um die detailliertere Struktur zu diskutieren (Abbildung 4.15). Der Graph der R/S-Analyse für Hamburg (Abbildung 4.15a) lässt im Gegensatz zu dem von Hohenpeißenberg und Potsdam (Abbildung 4.15b,c) über die gesamte Zeitskala keinerlei Skalenbrüche erkennen. Der Hurst-Exponent  $H_2$  basiert auf der Regression über die gleiche Zeitskala, wie der in der Tabelle 4.12 aufgeführte Exponent. Sowohl der Exponent  $H_1$ , der die Zeitskala 2 d bis 1 Jahr repräsentiert, als auch  $H_3$  (5,4–11 Jahre bis 96 Jahre) sind nur um 5 % größer als  $H_2$ . Die Station Hamburg weist über den ganzen Skalenbereich (2 d bis 96 a) persistentes Verhalten auf. Salomão et al. (2009) fanden anhand ihrer Daten von Stationen an Küstenregionen für Skalen  $> 210$  d einen Hurst-Exponenten von  $H \approx 0,5$ . Allerdings wiesen diese Stationen auch einen Skalenbruch auf, der für Hamburg nicht festgestellt werden konnte. Der Graph der Station Hohenpeißenberg enthält (Abbildung 4.15b) einen klaren Skalenbruch bei einem Jahr. Die Regression  $H_2$  ist kleiner als der tabellarische Wert und gibt sogar eine leichte Antipersistenz bis unkorreliertes Verhalten an. Zwischen 2 Tagen und einem Jahr stellt sich eine viel stärkere Persistenz ( $H_1$ ), auch gegenüber den anderen Stationen, heraus. Dieses Verhalten kann auch durch die homogenere Niederschlagsstruktur, bedingt durch den Gebirgseffekt, charakterisiert werden (Abbildung 4.13b). Auf den längeren Zeitskalen ist  $H_3 \sim 0,5$ . Das spricht für eine interannuelle Variabilität, die größer als Hamburg aber kleiner als Potsdam bzw. Berlin ist. Die Exponenten der detaillierten Struktur von Potsdam sind etwas größer aber dennoch mit den Aussagen von Berlin vergleichbar.



**Abbildung 4.15.:** Hurst-Exponent aus R/S-Analyse der 1-täglichen Niederschläge (1909–2004) der Stationen (a) Hamburg, (b) Hohenpeißenberg und (c) Potsdam.

**Tabelle 4.13.:** Fraktale Dimensionen  $D_U$ , abgeleitet aus der Boxcounting-Methode der 1- bis 4-täglichen Daten (1909–2004) der Stationen Hamburg, Hohenpeißenberg und Potsdam. In rot zum Vergleich Berlin (Tabelle 4.7).

Niederschlag	$D_U$ (Hamburg)	$D_U$ (Hohenpeißenberg)	$D_U$ (Potsdam)	$D_U$ (Berlin)
1 d	0,73	0,70	0,68	0,67
2 d	0,77	0,75	0,73	0,72
4 d	0,82	0,82	0,79	0,78

#### 4.5.5. Fraktale Dimension

Nun soll die fraktale Dimension der 1- bis 8-täglichen Reihen der Stationen Hamburg, Hohenpeißenberg und Potsdam, bestimmt mittels der Boxcounting-Methode, diskutiert werden. Die Graphen zeigen eine analoge Struktur zu denen von Berlin. Die fraktalen Dimensionen sind in der Tabelle 4.13 zusammengefasst. Bei allen drei Stationen ergibt der Graph des 8-täglichen Niederschlages eine Gerade mit fraktaler Dimension  $D \approx 1$ . Die 1- bis 4-täglichen Niederschläge zeigen den Skalenbruch bei einer Woche und daher wieder Multifraktalität.

Die fraktalen Dimensionen sind für Hamburg am größten, gefolgt von Hohenpeißenberg und Potsdam (Tabelle 4.13). Auch nehmen die Dimensionen für eine Station mit höherer zeitlicher Akkumulation zu. Die fraktalen Dimensionen von Potsdam sind verglichen mit Berlin konsistent. Die Hauptunterschiede in den Dimensionen treten bei den 1- und 2-täglichen Niederschlägen auf, wo auch die

größten Differenzen bei den Regenereignissen zu erkennen sind (Tabelle 4.10). Je größer die Anzahl der Regenereignisse, desto größer ist auch die fraktale Dimension. Die Anzahl der Regenereignisse nähern sich bei dem 4-täglichen Niederschlag für Hamburg und Hohenpeißenberg an, so dass sich die fraktalen Dimensionen ähneln. Auch anhand dieser Ergebnisse lässt sich der stärkere stratiforme Einfluss auf Hamburg gegenüber Potsdam erkennen. Der Skalenbruch bei rund einer Woche, detektiert bei den täglichen Niederschlägen, kann auch von anderen Arbeiten bestätigt werden: Olsson et al. (1992) untersuchten, basierend auf 12 Stationen in Lund (Schweden), 90 Jahre 1-täglicher Daten und fanden eine fraktale Dimension von 0,59 zwischen 1 d und 1 Woche. Ebenfalls kann ein Skalenbruch bei rund einer Woche für 30 Jahre tägliche Daten der Station Vale Formosa (Portugal) mit einem Anstieg  $D_U = 0,56$  festgestellt werden (de Lima, 1998). Allerdings weist diese Station noch ein weiteres Segment mit  $D = 0,80$  neben dem Sättigungssegment auf. Die Bestimmung der fraktalen Dimension, basierend auf 1-täglichen Stationsdaten der Inseln Madeira und Porto Santo, gibt abhängig von der geographischen Lage Werte zwischen 0,53 und 0,76 mit einem Skalenbruch bei 1–2 Wochen wieder (de Lima und de Lima, 2009). Dabei spiegeln die hohen fraktalen Dimensionen einen großen Anteil von Niederschlagsereignissen wider. Dieses Ergebnis bestätigt die oben getroffene Aussage für die täglichen Daten bezüglich zusammenhängender Niederschlagsereignisse. Der Skalenbruch bei einer Woche kann unabhängig von den jeweiligen klimatischen Regionen identifiziert werden. Die Unterschiede bei den fraktalen Dimensionen sind jedoch nicht unabhängig von der klimatischen Region zu betrachten.

**Funktionelles Boxcounting** Das funktionelle Boxcounting der 1-täglichen Niederschläge bestätigt die Multifraktalität (Tabelle 4.14). Im Gegensatz zu den fraktalen Dimensionen ohne Berücksichtigung eines Schwellwertes (Tabelle 4.13), besitzt Hohenpeißenberg nun die höchsten Dimensionen. Auch wenn sich die Dimensionen der anderen drei Stationen bei höheren Schwellwerten annähern, bleiben die von Hohenpeißenberg hoch. Die fraktalen Dimensionen von Potsdam stimmen auch bezüglich der Zeitskala gut mit Berlin überein. Für die Schwellwerte 30 mm/d und 50 mm/d konnte eine dreigliedrige Unterteilung des Graphen festgestellt werden. Auf den kurzen Zeitskalen (1 d–16 d) sind Niederschlagsereignisse  $\geq 30$  mm/d an allen vier Stationen gefallen. Bei einem Schwellwert  $\geq 50$  mm/d sind an der Station Berlin, Hamburg und Potsdam keine Niederschlagsereignisse in der Zeitskala 1 d–32 d feststellbar. Daher beträgt die fraktale Dimension in dieser Skala Null (Tabelle 4.14). Die fraktale Dimension auf den längeren Zeitskalen ( $> 64$  d) für  $T \geq 50$  mm/d, spiegelt die geringe Anzahl der Überschreitung eines Niederschlagsereignisses wider. Für Hohenpeißenberg entfallen 70 Ereignisse  $\geq 50$  mm/d, Hamburg hat 16 sowie Berlin und Potsdam 15. Hohenpeißenberg weist aufgrund der häufigeren Ereignisse  $\geq 50$  mm/d die größte fraktale Dimension auf. In Hohenpeißenberg wird innerhalb von 1,4 Jahren dieser Schwellwert mindestens einmal überschritten (Tabelle 4.14), wohingegen bei den anderen drei Stationen alle 5,2 Jahre dieser Schwellwert überschritten wird. Der Übergang in den Sättigungsbereich bei dem hohen Schwellwert, stimmt auch sehr gut mit der theoretischen Auftrittswahrscheinlichkeit eines Ereignisses über 50 mm/d überein.

**Resümee** Zur Bewertung der Ergebnisse des 1- bis 8-täglichen Niederschlags von Berlin nicht nur anhand von Literaturvergleichen, wurden zusätzlich drei Stationen (Hamburg, Hohenpeißenberg und Potsdam) aus dem Messnetz des DWD herangezogen. Eine große Bedeutung fiel der Station Potsdam zu, da sie sich in relativer Nähe zu Berlin befindet. Diese unmittelbare Stationsnähe von Potsdam zu Berlin konnte die Ergebnisse von Berlin untermauern. Generell konnte festgestellt werden, dass in dem 96-jährigen Zeitraum kein nennenswerter Trend bezüglich der Niederschlagszunahme vorhanden ist. Die Analyse der Reihen mit verschiedenen statistischen Maßen (z. B. Mittelwert, CV) bzw. Skalenexponenten ( $\alpha, H, \beta, D$ ) lässt eine regionale Einordnung der Ergebnisse zu. Zusätzlich konnte auch die Korrelation mit der NAO die Aussagen bestätigen.

**Tabelle 4.14.:** Fraktale Dimensionen  $D$  für verschiedene Schwellwerte  $T$  der funktionellen Boxcounting-Methode angewendet auf die 1-täglichen Niederschlagsreihen (1909–2004) der Stationen Hamburg, Hohenpeißenberg, Potsdam und Berlin.

<b>T</b> [mm/d]	Hamburg		Hohenpeißenberg		Potsdam		Berlin	
	$D$	Zeitskala	$D$	Zeitskala	$D$	Zeitskala	$D$	Zeitskala
1,0	0,56	1 d–8 d	0,57	1 d–8 d	0,49	1 d–8 d	0,49	1 d–8 d
5,0	0,30	1 d–8 d	0,44	1 d–8 d	0,29	1 d–16 d	0,29	1 d–16 d
10,0	0,18	1 d–16 d	0,37	1 d–16 d	0,17	1 d–32 d	0,16	1 d–32 d
30,0	0,03	1 d–16 d	0,07	1 d–16 d	0,03	1 d–16 d	0,02	1 d–16 d
30,0	0,25	32 d–2,8 a	0,41	32 d–6 Mo	0,23	32 d–2,8 a	0,22	32 d–2,8 a
50,0	0,0	1 d–32 d	0,03	1 d–32 d	0,0	1 d–32 d	0,0	1d–32 d
50,0	0,11	64 d–5,2 a	0,13	64 d–1,4 a	0,04	64 d–5,2 a	0,11	64d–5,2 a

Potsdam und Berlin → Grenze von maritimem und kontinentalem Klima:

- geringste Anzahl der Regentage
- schwache Korrelation mit NAO
- leichte Antipersistenz in den Niederschlagsmengen (Persistenz auf kurzen Zeitskalen)
- geringste fraktale Dimensionen (ohne Schwellwert)

Hamburg → maritimes Klima mit vermehrtem stratiformen Niederschlägen:

- größte Anzahl von Regentagen
- relative hohe Korrelation mit NAO
- Persistenz in den Niederschlagsmengen (über die gesamte Skala)
- höchste fraktale Dimension (ohne Schwellwert)

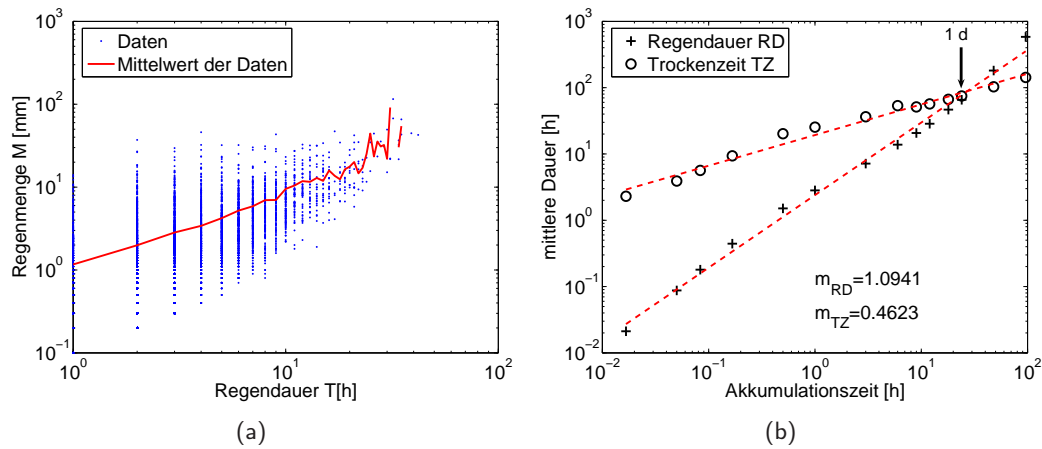
Hohenpeißenberg → Bergstation mit Gipfelklima:

- mittlere Anzahl von Regentagen
- Antikorrelation mit NAO
- Persistenz in den Niederschlagsmengen (weißes Rauschen auf langen Zeitskalen)
- mittlere fraktale Dimension (ohne Schwellwert), höchster Wert für hohe Schwellwerte

## 4.6. Niederschlagsintensitäts-Andauerverteilung

Die bisherigen Untersuchungen (Abschnitt 4.1–4.4) berücksichtigten den gefallenen Berliner Niederschlag in einem bestimmten Messintervall. In den Arbeiten von Peters et al. (2002), Peters und Christensen (2002) sowie Peters und Christensen (2006) wird der Niederschlag als Sequenz von Regenereignissen (engl. rain events) betrachtet. Innerhalb dieser Sequenzen wird die Regenmenge  $M$  (engl. event size) akkumuliert. Die Intervalle, in denen kein Regen fiel, sind die Trockenzeiten. Man erhält aus der so behandelten Niederschlagsreihe Informationen über sukzessive Regenereignisse, die Niederschlagsmenge und Andauer dieser Ereignisse sowie über die Länge und Häufigkeiten





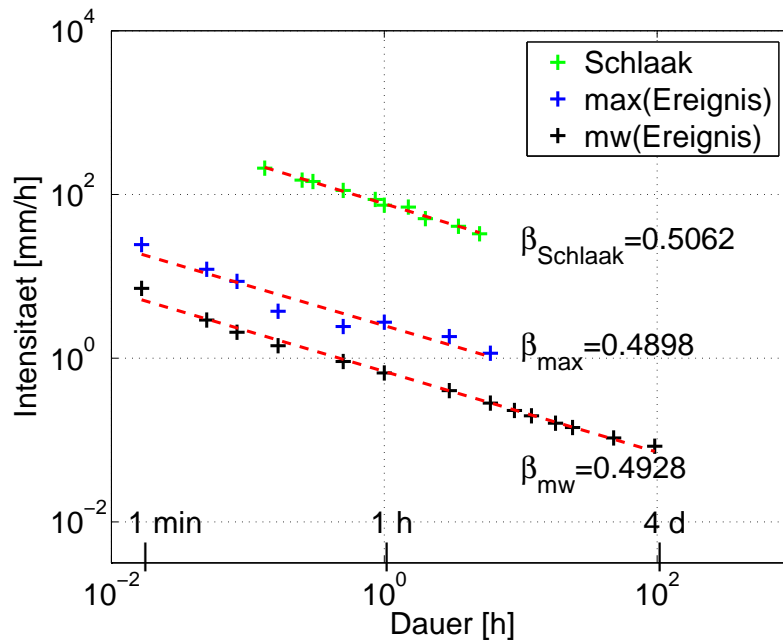
**Abbildung 4.16.:** (a) Niederschlagsmenge der sukzessiven Regenereignisse gegen die Regendauer der 1-stündlichen Daten (1971–2004). (b) mittlere Trockenzeiten (Kreise) und Regendauer (Kreuze) der 1-minütlichen bis 4-täglichen Niederschläge.

der Trockenzeiten. So enthält beispielsweise der 1-minütliche Niederschlag in dem 7-jährigen Zeitraum (1998–2004)  $\approx 26.000$  sukzessive Regenereignisse. Im Vergleich dazu beträgt die absolute Anzahl der Niederschlagsereignisse  $\approx 33.100$ . Die maximale Regenmenge für ein zusammenhängendes Regenereignis beträgt 30,9 mm, und es dauert 76 Minuten.

In Abbildung 4.16a wird die Regenmenge der sukzessiven Ereignisse gegen die Dauer, exemplarisch für die 1-stündlichen Berliner Daten, doppellogarithmisch aufgetragen. Es ist erkennbar, dass lange Ereignisse durch hohe Niederschlagsmengen charakterisiert werden. Dabei repräsentieren die blauen Punkte die Regenmengen für eine bestimmte Regendauer und die rote Linie die mittlere Regenmenge bezüglich der Regendauer. Aber für die 1-stündlichen Daten gilt auch, dass die höchsten Niederschlagsmengen nicht mit der längsten Regendauer verbunden sind.

In der Abbildung 4.16b sind die mittleren Trockenzeiten und Regendauern der zusammenhängenden Ereignisse der 1-minütlichen bis 4-täglichen Niederschlagsdaten aufgetragen. So beträgt beispielsweise die mittlere Trockenzeit der 1-minütlichen Daten 2,3 h und die der 1-stündlichen Daten 25 h. Die mittlere Regendauer der sukzessiven Regenereignisse der 1-minütlichen Daten beläuft sich hingegen auf 0,02 h und die der 1-stündlichen Daten auf 2,82 h. Im Durchschnitt ist es länger trocken als es regnet. Dieses Verhalten nähert sich immer mehr an, bis sich ab dem 1-täglichen Niederschlag dieses Phänomen umdreht (Abbildung 4.16b). Bei dem 1-täglichen Niederschlag sind die mittleren Trockenzeiten und Regenzeiten ungefähr gleich. Dieses Ergebnis ist konsistent zu der Anzahl der Nichtregenereignisse ( $\approx 52\%$ ) und der Regentage ( $\approx 173$ ). Rein statistisch regnet es in Berlin an jedem zweiten Tag. Auch zeigte der Hurst-Exponent ( $\approx 0,48$ ) des 1-täglichen Niederschlages unkorreliertes Verhalten an. Für die betrachteten 2- und 4-täglichen Niederschlagsreihen regnet es dann im Durchschnitt länger als es trocken ist. Zeitreihen mit einer Akkumulationszeit  $\geq 8$  d weisen geringe bzw. keine Trockenzeiten auf. Das wurde auch mit der Boxcounting-Methode gefunden. Man findet für die mittleren Trockenzeiten und Regendauern Potenzgesetze, deren Anstiege ( $m_{TZ} \approx 0,46$  und  $m_{RD} \approx 1,09$ ) sich um 0,5 unterscheiden. Ein interessanter Punkt wäre gewesen, zu überprüfen, ob diese Potenzgesetze universell sind oder sich lokal beschränken. Für Hamburg beispielsweise sollte der Schnittpunkt zwischen den mittleren Trocken- und Regenzeiten bei einer größeren Akkumulationszeit liegen. Um eine Aussage über die resultierenden Anstiege machen zu können, bräuchte man analog zu Berlin über diese Skalen (1 min bis Jahr) Niederschlagsreihen.

Basierend auf den Daten, die für Abbildung 4.16a verwendet wurden, wurden erstmals die Intensitäten der maximalen Niederschlagsmenge eines zusammenhängenden Regenereignisses und deren



**Abbildung 4.17.:** Niederschlagsintensitäts-Andauerverteilung für maximale Einzelereignisse sowie für zusammenhängende Niederschlagsereignisse.

maximale Dauer (blaue Kreuze) berechnet und in [Abbildung 4.17](#) dargestellt. In Hinblick auf die Niederschlagsintensitäts-Andauerverteilung wurden bisher nicht die Intensitäten von zusammenhängenden Niederschlagsereignissen betrachtet. Die Intensitäten der maximalen Niederschlagsereignisse kann man den mittleren Extremen zuordnen. Weiterhin sind die Intensitäten der mittleren Niederschlagsmengen einer akkumulierten Regenmenge und die mittlere Andauer eines zusammenhängenden Niederschlagsereignisses (schwarze Kreuze), die den mittleren Niederschlagsverhältnissen entsprechen, mit eingezeichnet. Die grünen Kreuze beinhalten die Daten, die von Dipl. Met. P. Schlaak gesammelt wurden. Diese Kreuze repräsentieren die stärksten Extremniederschläge in Berlin zwischen 1902–2002 (Névir et al., [2007](#)). Bei diesen Extremniederschlägen handelt es sich um Einzelereignisse, die in Berlin auftraten. Die Dauer der Ereignisse erstreckt sich von 8 Minuten bis zu 5 Stunden. Interessanterweise folgen alle drei Geraden einem Potenzgesetz:

$$I(t) = at^{-\beta}, \quad (4.3)$$

mit einem Intensitäts-Andauer-Exponenten  $\beta$ , der um 0,5 liegt. Dabei beschreibt  $I(t)$  die Niederschlagsintensität und  $a$  einen Faktor. Ein Exponent um Null würde eine konstante Regenintensität bedeuten und ein Exponent von eins eine über die Zeit konstante Regenmenge. Daher liegt  $\beta$  zwischen den beiden Extremannahmen. Extrapoliert man die grünen Punkte hin zu der 1-minütlichen Skala, erhält man mit  $a = 10,51 \text{ mm/min}$  eine theoretisch maximale Intensität für konvektive Ereignisse in Berlin. Ein Vergleich mit der maximalen Intensität auf der globalen Skala und von Australien zeigt ebenfalls einen Exponenten von 0,5 an. Dabei liegt die globale maximale Intensität bei ca.  $a = 50 \text{ mm/min}$  und für Australien bei  $a = 31,1 \text{ mm/min}$  (z. B. Marx, [1967](#); Galmarini et al., [2004](#); Névir et al., [2007](#)). Die Skala der weltweiten Niederschlagsintensitäten reicht von 1 Minute bis zu 2 Jahren und für Australien von 1 Minute bis zu 1 Woche. Die Maxima in [Abbildung 4.17](#) (blaue Kreuze) umfassen eine Skala von 1 Minute bis 6 Stunden und die Mittelwerte 1 Minute bis 4 Tage. Die untere Grenze der Skala bei 6 Stunden der Maxima (blaue Kreuze) entspricht dem Skalenbruch zwischen der konvektiven und konvektiv-synoptischen Skala. Die untere Grenze der Mittelwerte bei 4 d (schwarze Kreuze) lässt sich mit dem Ende der konvektiv-synoptischen Skala klassifizieren. Diese Grenzen passen sehr gut mit den erhaltenen Skalenbrüchen aus der Boxcounting-Methode zusam-

men. Die Niederschlagsintensität, die bei den mittleren Niederschlagsereignissen überschritten werden muss, beträgt  $a \approx 0,1$  mm/min und für die maximalen Niederschlagsereignisse  $a \approx 0,3$  mm/min. Letztendlich bedeutet das, dass man entweder viele Realisierungen z. B. der mittleren zusammenhängenden Niederschlagsereignisse, die auch eine längere Zeitskala umfassen oder wenige, einzelne Extremereignisse benötigt, um ein Potenzgesetz zu beschreiben.

**Resümee** Bisherige Untersuchungen der Niederschlagsintensitäts-Andauerverteilung beruhen auf der Analyse von lokalen Einzelereignissen. Diese Einzelereignisse repräsentieren keine Zeitreihen, und daher wurde noch keine systematische Auswertung von Niederschlagsreihen vorgenommen. Basierend auf den Berliner Niederschlagsreihen (siehe Tabelle 3.1) wurden zusammenhängende Niederschlagsereignisse untersucht. Bei der Auswertung der Zeitreihen wird die Trockenzeit eliminiert. Damit ist der Abfall der Intensität nicht auf eventuelle Trockenperioden zurückzuführen. Die Analyse der zusammenhängenden Niederschlagsereignisse in einer Niederschlagsintensitäts-Andauerverteilung ergibt ein Potenzgesetz mit einem Anstieg von 0,5. Dieser Anstieg ist analog zu den weltweiten maximalen Niederschlagsintensitäten, basierend auf extremen Einzelereignissen. Der gleiche Abfall ist Ausdruck von universellen Prozessen der Niederschlagsbildung, unabhängig von der betrachteten Region. Jedoch hängt das Überschreiten der Niederschlagsintensitäten (Vorfaktor  $a$ ) und die Zeitskala, in der das Potenzgesetz erfüllt ist, von der jeweiligen Region ab. Für das Gelten des Potenzgesetzes werden entweder viele Realisierungen, die eine längere Zeitskala umfassen, oder wenige Extremereignisse benötigt.



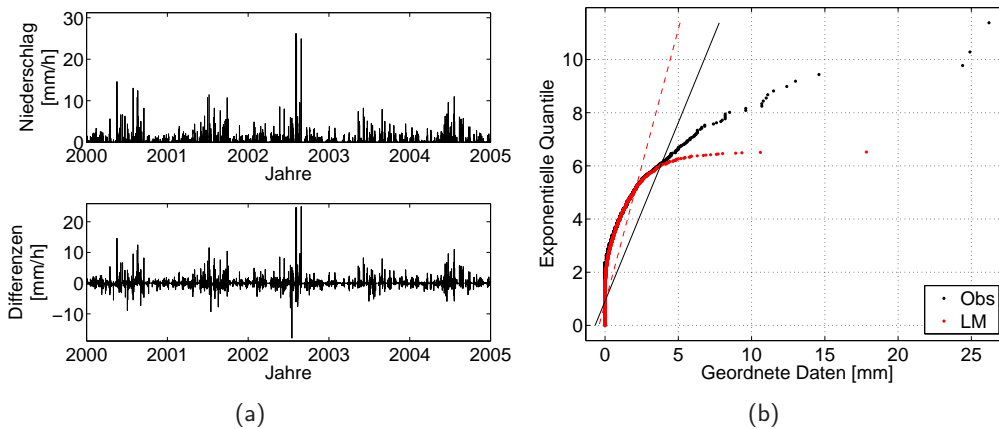
## 5. Verifikation der Modelldaten mit Skalenexponenten auf verschiedenen Raumskalen

Um die Niederschlagsvorhersagen in den numerischen Wettervorhersagemodellen verbessern zu können, müssen die komplexen Niederschlagsprozesse analysiert und verstanden werden. Im Kapitel 4 wurden die Berliner Niederschlagsreihen untersucht. Mit Hilfe der Skalenexponenten (z. B. Hurst-Exponent  $H$ , Pareto-Exponent  $\alpha$  und fraktale Dimension  $D$ ) kann der Niederschlag auf den verschiedenen Zeitskalen charakterisiert werden. Im Folgenden wird nun auf den verschiedenen räumlichen Skalen der modellierte Niederschlag verifiziert und im Hinblick auf die Beobachtungen bewertet (siehe Abbildung 1.1). Bisherige Arbeiten verifizierten den modellierten Niederschlag lediglich mit adjustierten Niederschlagsdaten basierend auf Radardaten (z. B. Rezacova et al., 2007), Punktniederschlagsdaten (Tutison et al., 2001) oder gegitterten Punktniederschlägen (Ahrens und Beck, 2008). Traditionelle Methoden, um den vorhergesagten Niederschlag mit den Beobachtungen zu verifizieren, greifen auf die kategorischen und kontinuierlichen Maße für unterschiedliche Niederschlagsintensitäten zurück (Murphy und Winkler, 1987). In der Arbeit von Langer (2009) wurde der modellabhängige Niederschlag räumlich und zeitlich mit einer modellunabhängigen Analyse verifiziert. Als räumliche Verifikationsverfahren, die nicht auf den kontinuierlichen und den kategorischen Maßen beruhen, sind die zusammenhängende Gebietsniederschlagsmethode<sup>1</sup> (Ebert und McBride, 2000) oder das SAL-Konzept (Wernli et al., 2008) zu nennen. Dazu soll gezeigt werden, dass diese oben genannten Skalenexponenten auch als Verifikationsmaße geeignet sind, um die Modellniederschläge zu evaluieren.

In einem ersten Schritt werden anhand von 5-jährigen Zeitreihen die statistischen und fraktalen Eigenschaften des LM-Modellniederschlags untersucht (Abschnitt 5.1). Dazu werden die vier Stationen des Stadtmessnetzes (Dahlem, Marzahn, Tempelhof und Gatow) bezüglich des Zeitraumes 2000–2004 herangezogen und die 1- und 3-stündlichen Reihen analysiert. Diese Ergebnisse werden dann mit den Niederschlagsanalysen (1 h und 3 h) des Lokal-Modells LM für Berlin verglichen. In einem zweiten Schritt wird eine räumliche Analyse des Berliner Stadtgebietes für das Jahr 2007 vorgenommen (Abschnitt 5.2). Dabei beruht der Beobachtungsdatensatz auf den 5-minütlichen Daten, die auf eine horizontale Gitterauflösung von 500 m interpoliert wurden (siehe Kapitel 3.3). Diese Daten werden in der räumlichen und zeitlichen Skala analysiert und mit den Vorhersagedaten des COSMO-EU/DE (siehe Kapitel 3.2.3 und 3.2.4) für das Jahr 2007 verglichen. Abschließend erfolgt in Abschnitt 5.3 eine Verifikation der modellierten Niederschläge auf der Deutschlandskala. Dazu werden die flächengemittelten Niederschlagsreihen der Modell- und Beobachtungsdaten in der COSMO-Auflösung (2,8 km und 7 km) miteinander verglichen. In Deutschland sind im Sommer die Niederschlagsereignisse durch konvektive Systemen geprägt. Es ist eine große Herausforderung für die Modelle diese sehr lokalen Ereignisse numerisch zu simulieren. Daher soll exemplarisch für den Sommer 2007 die räumliche Struktur der Modellniederschläge in Bezug zu den Beobachtungen und zu den Gitterauflösungen respektive der Konvektionsparametrisierung näher betrachtet werden. Außerdem erfolgt eine Untersuchung der beobachteten und modellierten Niederschläge für verschiedene Saisons mit dem Hurst-Exponenten.

---

<sup>1</sup>contiguous rain areas method; CRA-method



**Abbildung 5.1.:** (a) Beobachtete 1-stündliche Niederschlagsreihe für Berlin-Dahlem (oben) und die Differenz mit dem Modellniederschlag (unten). (b) qq-Abbildung des 1-stündlichen Niederschlag Berlin-Dahlem. Dabei repräsentieren die schwarzen Punkte die Beobachtung und die roten Punkte den Modellniederschlag. Die schwarze durchgezogene Linie entspricht der Exponentialverteilung für die Beobachtungen und die rote gestrichelte Linie für die Modelldaten.

## 5.1. Verifikation von Punktniederschlägen im Berliner Stadtgebiet

### 5.1.1. Statistische Analyse mit klassischen Methoden

Für das Berliner Stadtgebiet stehen für den Zeitraum 2000–2004 vier Messstationen zur Verfügung (siehe Tabelle 3.3), die mit korrespondierenden Niederschlagsreihen des Gesamtniederschlags aus dem Modell verglichen werden (siehe Tabelle 3.4). Die Abbildung 5.1a zeigt beispielhaft die beobachteten Niederschlagsreihen für Berlin-Dahlem (oben) sowie die Differenz zum Modellniederschlag (unten). Die beiden Niederschlagszeitreihen (Beobachtungen und Modell) sehen sich sehr ähnlich. Erst in der Differenz sind Unterschiede zu erkennen (Abbildung 5.1a unten). Deutlich sind bei den beobachteten Niederschlagsreihen für Dahlem die vermehrten Niederschläge im August 2002 zu erkennen. Die 5-jährige Reihe weist Niederschlagsmaxima im Sommer und geringe Niederschlagsmengen im Winter auf. Die Differenzen zeigen gerade im Sommer 2002 Abweichungen von bis zu  $> 20$  mm/h an. Generell lässt sich feststellen, dass die größten Unterschiede in den Sommermonaten auftreten. In der Abbildung 5.1a (unten) geben die Abweichungen keine Tendenz in Richtung permanenter Über- bzw. Unterschätzung an, jedoch wird der Zeitpunkt des Auftretens eines Ereignisses nicht getroffen. Bei den anderen Stationen haben die Differenzen eine ähnliche Struktur (siehe Anhang B.1 Abbildung B.1a–B.3a). Es ist aber für diese vier Stationen auffallend, dass die maximalen Niederschläge nicht bei allen vier Stationen gleichzeitig auftraten.

Die qq-Abbildung 5.1b indiziert für die 1-stündlichen Reihen Berlin-Dahlem sowohl für die Beobachtungen als auch für das Modell breite Verteilungsenden aufgrund der konkaven Abweichung von der Exponentialverteilung (siehe Kapitel 2.2.1). Die Abweichung von der Exponentialverteilung ist jedoch für die Beobachtungen größer und indiziert ein stärkeres potenzgesetzartiges Verhalten. Anhand der qq-Abbildung können auch Aussagen über die Niederschlagsverteilung getroffen werden (siehe Kapitel 4.2). Die geordneten Daten für die Beobachtungen reichen bis 25 mm/h, wohingegen das Modell einen Maximalniederschlag von 18 mm/h simuliert. Ein Aspekt ist, dass die beobachteten Maximalniederschläge  $> 10$  mm/h nicht vom Modell wiedergegeben werden. Bei ungefähr 3 mm/h divergieren die beiden Kurven extrem auseinander. Das Modell ist nicht in der Lage, höhere Niederschlagswerte zu simulieren. Der vordere Teil der qq-Abbildung lässt einen ähnlichen Verlauf erkennen. Auch bei den anderen Stationen werden die Maximalniederschläge von den LM-Analysen nicht wiedergegeben (Abbildung B.1b–B.3b). Die Abbildung B.1b weist einen Maximalwert der

**Tabelle 5.1.:** Maximaler Niederschlag und zugehöriges Datum, mittlerer Niederschlag, die prozentuale Anzahl der Nichtregenerenisse sowie Standardabweichung (STDV [mm]) der beobachteten und modellierten 1- und 3-stündlichen Daten (2000–2004) für Berlin. Die in rot markierten Werte beziehen sich auf den Modellniederschlag, der zwischen 0 und 0,1 mm auf Null (mit Schwellwert „MT“) gesetzt wurde.

	Beobachtungen				
	max(rr) [mm]	Datum max(rr)	MW(rr) [mm]	Nichtregen [%]	STDV [mm]
Dahlem 1 h	26,2	05.8.2002 03UTC	0,07	89,9	0,44
Dahlem 3 h	31,7	29.8.2002 21UTC	0,20	84,6	0,95
Marzahn 1 h	20,2	17.6.2001 18UTC	0,06	90,4	0,39
Marzahn 3 h	21,5	11.5.2002 15UTC	0,19	83,6	0,84
Tempelhof 1 h	19,7	29.7.2000 14UTC	0,06	90,6	0,41
Tempelhof 3 h	21,7	29.7.2000 15UTC	0,19	84,0	0,89
Gatow 1 h	16,8	17.6.2001 17UTC	0,06	91,2	0,37
Gatow 3 h	21,8	12.8.2002 18UTC	0,17	84,9	0,82
Mittel (4 Stat.) 1 h	12,25	17.8.2000 03UTC	0,062	84,4	0,31
Mittel (4 Stat.) 3 h	16,25	28.9.2001 03UTC	0,185	75,7	0,76
	Modell				
	max(rr) [mm]	Datum max(rr)	MW(rr) [mm]	Nichtregen [%]	STDV [mm]
Dahlem 1 h	17,8	17.8.2002 11UTC	0,07 (0,06)	66,3 (89,3)	0,32 (0,32)
Dahlem 3 h	20,5	16.7.2001 09UTC	0,21 (0,19)	47,9 (82,8)	0,77 (0,77)
Marzahn 1 h	33,7	05.8.2002 08UTC	0,07 (0,07)	63,4 (89,0)	0,36 (0,36)
Marzahn 3 h	44,7	05.8.2002 09UTC	0,21(0,20)	47,6 (82,4)	0,85 (0,85)
Tempelhof 1 h	18,0	17.7.2002 11UTC	0,07 (0,06)	64,1 (89,4)	0,32 (0,32)
Tempelhof 3 h	19,2	17.7.2002 12UTC	0,20 (0,19)	48,0 (83,0)	0,76 (0,76)
Gatow 1 h	12,2	17.7.2002 11UTC	0,07 (0,06)	64,3 (89,3)	0,32 (0,32)
Gatow 3 h	19,6	17.7.2002 12UTC	0,21 (0,20)	48,0 (82,9)	0,76 (0,76)
Mittel (6×7 GP) 1 h	10,8	17.7.2002 11UTC	0,07 (0,06)	49,6 (87,8)	0,27 (0,27)
Mittel (6×7 GP) 3 h	22,2	05.8.2002 09UTC	0,21 (0,19)	37,0 (71,1)	0,70 (0,70)

Station Marzahn für den LM-Niederschlag auf. Aufgrund dessen ist die konkave Abweichung der qq-Abbildung von Beobachtung und Modell ähnlich. Die Beobachtungsdaten in der qq-Abbildung der Stationen Dahlem, Tempelhof und Gatow weisen eine größere Abweichung von Exponentialverteilung auf, d. h. in den Flanken der Verteilung befinden sich die Extremniederschläge. Die qq-Abbildungen der 3-stündlichen Niederschläge sind ebenfalls im Anhang B.1 (Abbildung B.4) aufgeführt. Traten bei den 1-stündlichen Niederschlägen im vorderen Teil kaum Unterschiede auf, so gibt es bei den 3-stündlichen Niederschlägen zwischen den Stationen Unterschiede. Das LM unterschätzt den Niederschlag an der Station Gatow über den gesamten Wertebereich. Bei den anderen Stationen gibt es einen Bereich zwischen 3-10 mm/3 h, in dem der Modellniederschlag über dem gemessenen Niederschlag liegt. Aber ab 8 bzw. 10 mm/3 h divergieren die beiden Kurven wieder auseinander, wobei die hohen Niederschlagsmengen nicht vom Modell wiedergegeben werden.

Die Tabelle 5.1 fasst einige statistische Eigenschaften der Niederschlagsreihen zusammen. Im oberen Teil der Tabelle sind die Beobachtungsdaten und im unteren Teil die LM-Analysen dargestellt. Des Weiteren wurde eine mittlere Niederschlagsreihe aus den Beobachtungsreihen gebildet. Zuerst werden die beobachteten Daten betrachtet: Die maximalen 1-stündlichen Niederschläge variieren

zwischen 16,8 mm/h und 26,2 mm/h. Dabei wurden das geringste Maximum in Gatow und das höchste Maximum in Dahlem registriert. Bei den 3-stündlichen Niederschlägen hat Marzahn das geringste Maximum mit 21,5 mm/3 h und Dahlem mit 35,2 mm/3 h wieder das höchste Maximum. Es existiert eine deutliche Inhomogenität der räumlichen Verteilung der maximalen Niederschläge. Interessant ist auch, dass die Maxima an den vier Stationen nie zum gleichen Zeitpunkt gefallen sind. Lediglich am 17.06.2001 wurde annähernd gleichzeitig an zwei Stationen der maximale Niederschlag beobachtet. Der maximale Niederschlag fiel an der Station Gatow um 17UTC und eine Stunde später an der Station Marzahn. Dieser Niederschlag stammt hierbei aus einem Frontensystem. An der Station Gatow fällt im Mittel am wenigsten Niederschlag in einer Stunde, die Station weist aber auch die höchste Anzahl der Nichtregenerereignisse auf. Dennoch gibt es keinen generellen Zusammenhang zwischen dem mittleren Niederschlag und der Anzahl der Nichtregenerereignisse. Die Standardabweichung nimmt von den 1-stündlichen Daten zu den 3-stündlichen Daten zu. Dieses Ergebnis konnte auch schon für die längeren Reihen gefunden werden (siehe Tabelle 4.2). Dabei ist die höchste absolute Variabilität für beide zeitliche Auflösungen an der Station Dahlem zu finden, die auch den höchsten Maximalniederschlag aufweist. Die anderen drei Stationen haben ähnliche Streubreiten und die Maxima sind auch in derselben Größenordnung. Das heißt, je höher das Maximum ist, desto höher ist die absolute Variabilität.

Betrachtet man nun die Modellniederschläge, so variieren die maximalen Niederschläge ebenfalls von Station zu Station und unterschätzen außer für Marzahn die gemessenen Maxima. Dieses Phänomen konnte schon mittels der qq-Abbildung festgestellt werden. Ebenfalls stimmt das zeitliche Auftreten nicht mit den Beobachtungen überein. Der maximale beobachtete Niederschlag an der Station Dahlem wurde am 5.8.2002 um 03UTC gemessen, wurde jedoch mit einem deutlich höheren Maximalwert vom Modell an dem Gitterpunkt Marzahn zu einem späteren Zeitpunkt simuliert. Dieses Niederschlagsereignis wurde somit weder zeitlich noch räumlich vom Modell richtig erfasst. Berechnet man die Mittelwerte und die Anzahl der Nichtregenerereignisse, so überschätzen bzw. unterschätzen sie die Beobachtungen. Ganz extrem ist dies bei der Anzahl der Nichtregenerereignisse. Berücksichtigt man nun, dass die Modellniederschläge im Gegensatz zu der Realität kontinuierlich wiedergegeben werden („ohne Schwellwert“; OT) und setzt den Modellniederschlag  $0 \text{ mm/h} < rr < 0,1 \text{ mm/h} = 0 \text{ mm/h}$  („mit Schwellwert“; MT), dann erhält man die in der Tabelle 5.1 rot markierten Ergebnisse. Dann liegen die Mittelwerte der Modellniederschläge in ähnlicher Größenordnung und sind außer für Dahlem etwas größer als die Beobachtungen. Auch die Anzahl der Nichtregenerereignisse ist mit den Beobachtungen besser vergleichbar, sind aber niedriger als die Beobachtungen. Die Variation an den Gitterpunktstationen ist in Bezug auf die Nichtregenerereignisse (z. B. 1 h  $\rightarrow$  Modell: 89,0%–89,4% zu Obs: 89,9%–91,2%) gering. Auch der Vergleich der gemittelten Niederschlagsreihen weist bezüglich der Nichtregenerereignisse auf geringe Konsistenz hin. Wird die Standardabweichung betrachtet, dann ist zu erkennen, dass die Beobachtungen der 1- und 3-stündlichen Niederschläge größere Standardabweichungen aufweisen als der modellierte Niederschlag. Das Modell simuliert weniger variablen Niederschlag. Die Standardabweichung mit und ohne Mittelwerte unterscheidet sich kaum voneinander. Im Modell besitzt die Station Marzahn die höchste absolute Variabilität für beide zeitliche Auflösungen. An dieser Station wurde auch der höchste Maximalniederschlag simuliert. Dieses Phänomen konnte auch für die Beobachtungen festgestellt werden. Es kann also anhand der relativ einfachen statistischen Betrachtung abschließend festgestellt werden, dass das LM mehr Niederschläge jedoch weniger variablen und extremen Niederschlag simuliert.

### 5.1.2. Pareto-Exponent

Um die letztgetroffene Aussage zu evaluieren, wird im Folgenden der Pareto-Exponent  $\alpha$  untersucht. Die qq-Abbildungen gaben durch ihre Form bereits einen Hinweis darauf, dass die beobachteten und modellierten Niederschlagsreihen breite Verteilungsenden aufweisen. Auch spielt die größere Abwei-



**Tabelle 5.2.:** Pareto-Exponent der beobachteten und modellierten 1- und 3-stündlichen Daten (2000–2004) für Berlin.

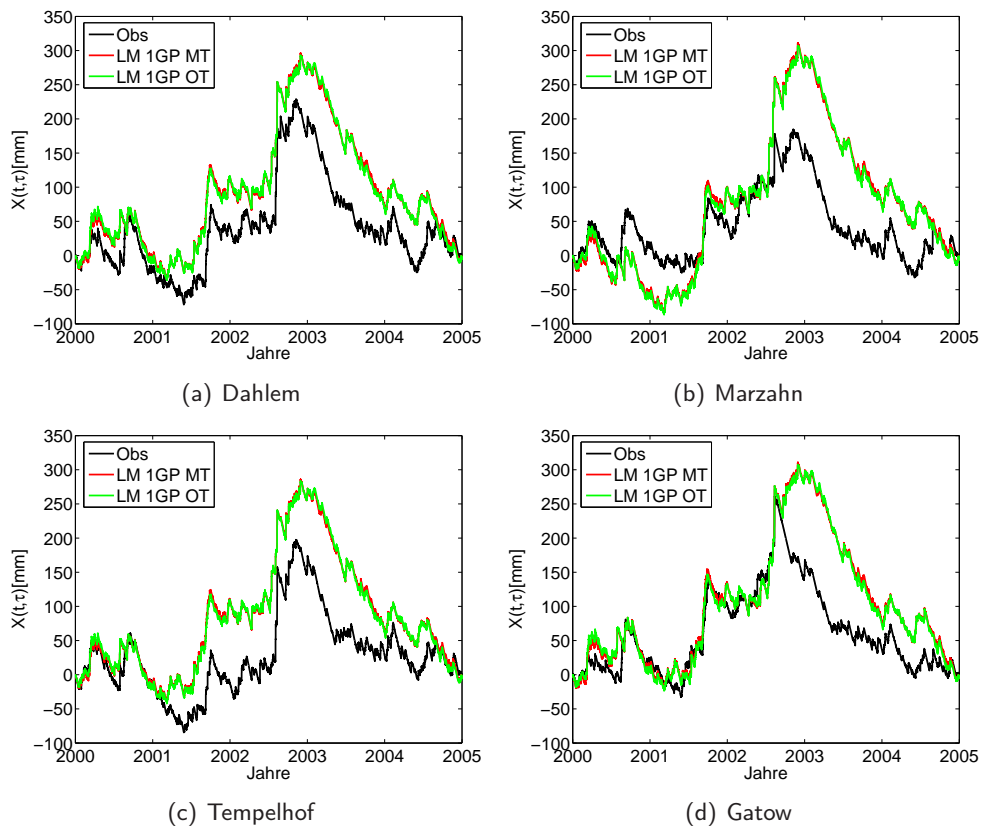
1 h	Dahlem	Marzahn	Tempelhof	Gatow	Mittel
$\alpha_{\text{OBS}}$	1,834	1,968	1,882	1,858	2,125
$\alpha_{\text{Modell}}$	1,944	1,955	1,954	1,942	2,200
3 h	Dahlem	Marzahn	Tempelhof	Gatow	Mittel
$\alpha_{\text{OBS}}$	1,958	2,087	1,946	1,829	2,039
$\alpha_{\text{Modell}}$	2,290	2,326	2,434	2,280	2,454

chung von der Exponentialverteilung der beobachteten Reihen auf ein stärker potenzgesetzartiges Verhalten an. Tatsächlich bestätigen die Pareto-Exponenten  $\alpha$ , berechnet mit dem Hill-Abschätzer, dieses Verhalten (Tabelle 5.2). Im Allgemeinen sind die Pareto-Exponenten für die 3-stündlichen Niederschläge größer als für die 1-stündlichen Daten. Da die extremen Niederschläge vom Modell unterschätzt werden (siehe auch qq-Abbildungen 5.1b bzw. B.1b–B.3b, B.4), sind demnach auch die Exponenten größer als für die Beobachtungen.

### 5.1.3. Hurst-Exponent und spektraler Skalenexponent

Im nächsten Schritt werden die fraktalen Eigenschaften der gemessenen und der modellierten Reihen miteinander verglichen. Die Abbildung 5.2 stellt die aufintegrierten 1-stündlichen Niederschläge für die einzelnen Stationen dar. Die Abbildungen der 3-stündlichen Niederschläge sehen denen des 1-stündlichen Niederschlags sehr ähnlich. Die Unterschiede treten nur im Bereich des Maximums und Minimums des Intervalls  $X(t, \tau)$  auf. Folgendes kann festgestellt werden: Es macht für die Integration keinerlei Unterschied, ob der Modellniederschlag zwischen 0 und 0,1 kontinuierlich ist oder nur aus den zwei Werten besteht. Der kontinuierliche Niederschlag zwischen 0 und 0,1 mm/h schlägt sich zwar in mehr Regenereignissen nieder, sind aber mengenmäßig relativ klein und zeigen dadurch keinen Einfluss bei den integrierten Zeitreihen. Im Gegensatz zu den beobachteten Daten ähneln sich die integrierten Reihen der modellierten Niederschläge sehr stark. Generell verläuft der Kurvenverlauf der Beobachtungen unterhalb ihrer korrespondierenden Modellstation. Da das Modell mehr Niederschlag als beobachtet simuliert, sind auch die Intervalle deutlich größer. Aus der Abbildung 5.2a,c kann aber abgeleitet werden, dass für Dahlem und Tempelhof die grundsätzliche Struktur vom Modell wiedergegeben wird. Die feuchteren Perioden, verbunden mit sprunghafteren Anstiegen, können vom Modell gut erfasst werden. Aber der Übergang in die trockenen Perioden im Jahr 2003/2004 findet deutlich später statt. Gerade in diesem Bereich finden sich erhebliche Unterschiede von bis zu 150 mm zwischen den beobachteten und modellierten Niederschlägen.

In der Tabelle 5.3 sind die Hurst-Exponenten für den beobachteten und modellierten Niederschlag zusammengestellt. Es existieren nur geringe Unterschiede bezüglich der Hurst-Exponenten, berechnet für den Modellniederschlag „ohne“ und „mit“ Schwellwert (rot). Die Hurst-Exponenten der 3-stündlichen Niederschläge sind geringer als die 1-stündlichen, d. h. die Persistenz hat etwas abgenommen. Die Hurst-Exponenten, berechnet aus den statistischen Skalenexponenten (Gleichung 2.47 und 2.46), sind für die vier beobachteten Zeitreihen in ähnlicher Größenordnung. Die Berechnung des Hurst-Exponenten aus den spektralen Skalenexponenten stimmt mit 2–6% für die Beobachtungen besser überein als für den LM-Niederschlag (4–11%). Dennoch sind die Hurst-Exponenten, wie erwartet aufgrund der höheren Anzahl der Regenereignisse im Modell größer als in den Beobachtungen. Die Abweichungen zwischen den Hurst-Exponenten der Beobachtungen und dem Modellniederschlag betragen 5–9%. Das heißt, das Modell zeigt eine stärkere Persistenz im Auftreten von kaum variierenden Niederschlagsmengen bezüglich der Beobachtungen. Die geringere Variabilität der Mo-



**Abbildung 5.2.:** Integrierte, trendbereinigte Zeitreihe des beobachteten und modellierten 1-stündlichen Niederschlages (2000–2004) für (a) Dahlem, (b) Marzahn, (c) Tempelhof und (d) Gatow. Die schwarze Linie zeigt den beobachteten Niederschlag an. Die rote Linie gibt den LM-Niederschlag, der zwischen 0 und 0,1 mm auf Null gesetzt wurde („MT“) und danach aufintegriert wurde und die grüne Linie ist die Aufintegration des kontinuierlichen Niederschlages („OT“).

dellniederschläge konnte mit der Standardabweichung bereits gezeigt werden (siehe Tabelle 5.1). Es ist außerdem noch anzumerken, dass die 5-jährige Reihe (1 h und 3 h) der Station Dahlem, die ein Extrakt der 34-jährigen Reihe ist, um 7% höhere Hurst-Exponenten als die längere Reihe aufweist (siehe Tabelle 4.6). Das heißt, für die Berechnung des Hurst-Exponenten z. B. mit der R/S-Analyse gehen weniger  $k = N/2^n$ -Subreihen ein. Es werden daher weniger Skalen erfasst.

#### 5.1.4. Fraktale Dimension

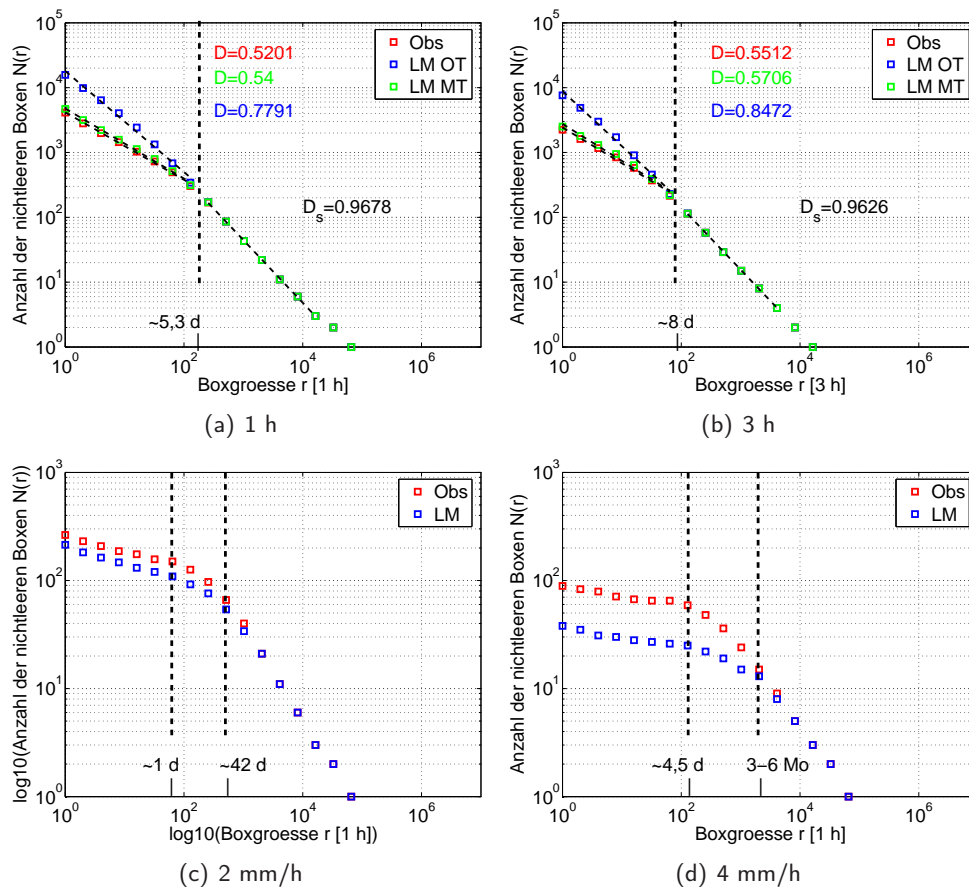
Zum Schluss wird auf die Analyse der fraktalen Dimension mit der Boxcounting-Methode eingegangen. In der Abbildung 5.3a,b sind die fraktalen Dimensionen für die Station Dahlem (1 h und 3 h) dargestellt. Die fraktalen Dimensionen der anderen drei Stationen sind im Anhang B.1 (Abbildung B.5a,b–B.7a,b) zu finden. Sowohl der beobachtete als auch der modellierte Niederschlag zeigt durch den gebrochenen Graphen Multifraktalität an und besteht aus zwei Segmenten. Das obere Segment ist das Übergangsegment und kennzeichnet den Übergang von der konvektiv-synoptischen zur synoptisch-klimatischen Skala (siehe Kapitel 4.4). Das untere Segment ist das Sättigungssegment  $D_S$ , da alle Zeitinkremente enthalten Niederschlag. Die fraktale Dimension  $D_S > 1$  Woche beträgt  $\approx 1$  für alle Stationen und Niederschlagsauflösungen. Der Skalenbruch findet bei der gleichen Zeitskala (1 h  $\rightarrow$  5,3 d; 3 h  $\rightarrow$  8 d) statt. Wie schon die Analyse der 34-jährigen stündlichen Niederschlagsreihen (Tabelle 4.7) gezeigt hat, ist die fraktale Dimension im Übergangsegment des 3-stündlichen Niederschlages größer als die des 1-stündlichen Niederschlages. Auffallend ist auch, dass die fraktalen Dimensionen im Übergangsegment des modellierten Niederschlages größer sind

**Tabelle 5.3.:** Hurst-Exponenten,  $\overline{H}$  gemittelt aus R/S-Analyse und DFA-Methode, und berechnet aus den spektralen Skalensexponenten ( $\beta \rightarrow H$  und  $\beta_{\text{int}} \rightarrow H$ ) der beobachteten und modellierten 1- und 3-stündlichen Daten (2000–2004) für Berlin. Die in rot markierten Zahlen beziehen sich auf den Modellniederschlag, der zwischen 0 und 0,1 mm auf Null (mit Schwellwert „MT“) gesetzt wurde.

	Beobachtungen		
	$\overline{H}$	$\beta \rightarrow H$	$\beta_{\text{int}} \rightarrow H$
Dahlem 1 h	0,612	0,628	0,630
Dahlem 3 h	0,597	0,610	0,624
Marzahn 1 h	0,587	0,580	0,611
Marzahn 3 h	0,568	0,484	0,613
Tempelhof 1 h	0,606	0,644	0,631
Tempelhof 3 h	0,588	0,595	0,608
Gatow 1 h	0,615	0,622	0,643
Gatow 3 h	0,604	0,595	0,637
Mittel (4 Stat.) 1 h	0,621	0,643	0,650
Mittel (4 Stat.) 3 h	0,597	0,603	0,626
	Modell		
	$\overline{H}$	$\beta \rightarrow H$	$\beta_{\text{int}} \rightarrow H$
Dahlem 1 h	0,647 (0,647)	0,688 (0,687)	0,695 (0,695)
Dahlem 3 h	0,623 (0,632)	0,651 (0,671)	0,693 (0,673)
Marzahn 1 h	0,640 (0,639)	0,670 (0,668)	0,713 (0,670)
Marzahn 3 h	0,630 (0,630)	0,640 (0,638)	0,654 (0,670)
Tempelhof 1 h	0,643 (0,642)	0,673 (0,672)	0,681 (0,680)
Tempelhof 3 h	0,628 (0,627)	0,642 (0,642)	0,665 (0,665)
Gatow 1 h	0,652 (0,651)	0,694 (0,693)	0,703 (0,702)
Gatow 3 h	0,636 (0,636)	0,660 (0,659)	0,684 (0,684)
Mittel (6×7 GP) 1 h	0,660 (0,658)	0,733 (0,729)	0,737 (0,734)
Mittel (6×7 GP) 3 h	0,639 (0,639)	0,665 (0,662)	0,683 (0,681)

als die Beobachtungen. Ein Die fraktalen Dimensionen werden geringer, wenn der kontinuierliche Niederschlag  $< 0,1$  mm/h („OT“) auf  $0,0$  mm/h („MT“) gesetzt wird. Dann nähert sich die fraktale Dimension des LM-Niederschlags der jeweiligen Station an, ist aber dennoch größer. Ursache dafür ist die höhere Anzahl der Regenereignisse, die vom Modell simuliert werden.

Das funktionelle Boxcounting wurde auf die 1-stündlichen Daten von Beobachtungen und Modell für zwei verschiedene Schwellwerte (2 mm/h und 4 mm/h) angewendet (Abbildung 5.3c,d und Abbildung B.5c,d–B.7c,d). Bemerkenswert ist, dass bei einem Schwellwert  $0,0$  mm/h die Anzahl der nichtleeren Boxen  $N(r)$  des Modellniederschlags höher sind als die der Beobachtungen. Bei der Berücksichtigung höherer Schwellwerte dreht sich dieses Phänomen um. Der Abstand vergrößert sich auch von 2 mm/h bis 4 mm/h. Das bedeutet, dass das Modell weniger Ereignisse gegenüber den Beobachtungen in diesem Intervall simuliert. Dieses Verhalten konnte auch anhand der qq-Abbildung festgestellt werden. Man kann sowohl für 2 mm/h als auch für den 4 mm/h-Schwellwert zwei Skalenbrüche ausmachen: Bis zum ersten Skalenbruch bei ca. 1 d (2 mm/h) bzw. 4,5 d (4 mm/h) verlaufen die fraktalen Dimensionen von Modell und Beobachtung annähernd parallel. Danach konvergieren die Graphen, wobei der Graph des gemessenen Niederschlags stärker abfällt, und gehen bei 42 d (2 mm/h) bzw. 3-6 Monate (4 mm/h) in den Bereich der Sättigung über.

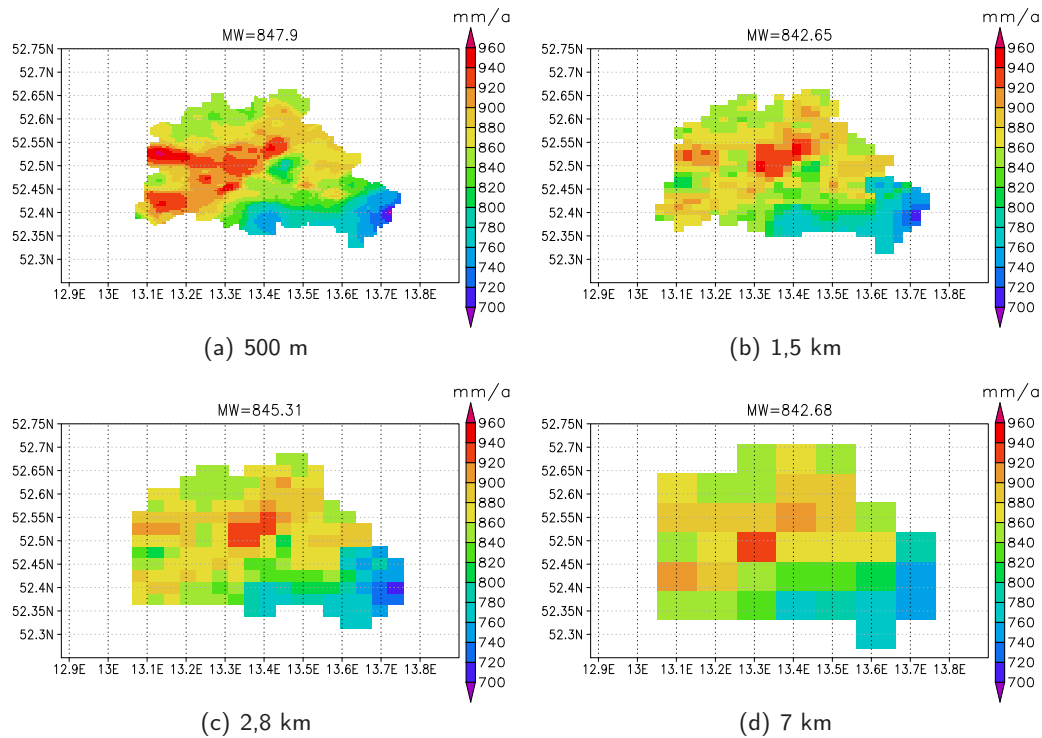


**Abbildung 5.3.:** Boxcounting-Methode angewendet auf den beobachteten und modellierten (a) 1-stündlichen und (b) 3-stündlichen Niederschlag (2000–2004) der Station Dahlem. Die rote Quadrate gehören zu den Beobachtungen, die blauen für den Modellniederschlag „OT“ und die grünen zu „MT“.  $D_U$  markiert das Übergangsegment und  $D_S$  das Sättigungssegment (vgl. Kapitel 4.4). Funktionelles Boxcounting des 1-stündlichen beobachteten (rot) und modellierten (blau) Niederschlag der Station Dahlem für den Schwellwert (c)  $T \geq 2$  mm/h und (d)  $T \geq 4$  mm/h.

**Resümee** Das Modell ist in der Lage, die grundsätzliche Struktur des Niederschlages an einem Gitterpunkt wiederzugeben. Im Allgemeinen weisen die statistischen und fraktalen Eigenschaften Ähnlichkeit mit den Beobachtungen auf. Setzt man den Wertebereich zwischen  $0 < r < 0,1$  mm/h auf  $0$  mm/h, dann nähern sich die Modellergebnisse den Beobachtungen an. Jedoch simuliert das Modell mehr Niederschlag als beobachtet. Zusätzlich ist der simulierte Niederschlag durch weniger Variabilität und fehlenden Extremereignisse geprägt. Auch mit Hilfe der hier verwendeten Skalensexponenten ( $H, \alpha, D, \beta$ ) konnte die Unterschätzung der Extrema und die geringe Variabilität der simulierten Niederschläge eruiert werden.

## 5.2. Verifikation im Berliner Stadtgebiet

Im diesem Abschnitt wird das Jahr 2007 für Berlin für verschiedene Zeit- und Raumskalen analysiert. Dabei wird eine hochaufgelöste Niederschlagsanalyse mit dem Modellniederschlag verglichen. Das Jahr 2007 war bezüglich seiner Niederschlagsverteilung in Berlin sehr von Gegensätzen geprägt. An der Station Berlin-Dahlem fielen im Jahr 2007 906,8 mm Niederschlag (Berliner Wetterkarte, 2008), und es war somit das nasseste Jahr seit Aufzeichnung (1908). Auf der anderen Seite war der April mit 2,6 mm seit 1908 der trockenste Monat. Ende September wurde bereits die bis dato höchste



**Abbildung 5.4.:** Jahressumme des Niederschlages [mm/a] in Berlin 2007 basierend auf Beobachtungsdaten für verschiedene räumliche Skalen: (a) 500 m, (b) 1,5 km, (c) 2,8 km und (d) 7 km.

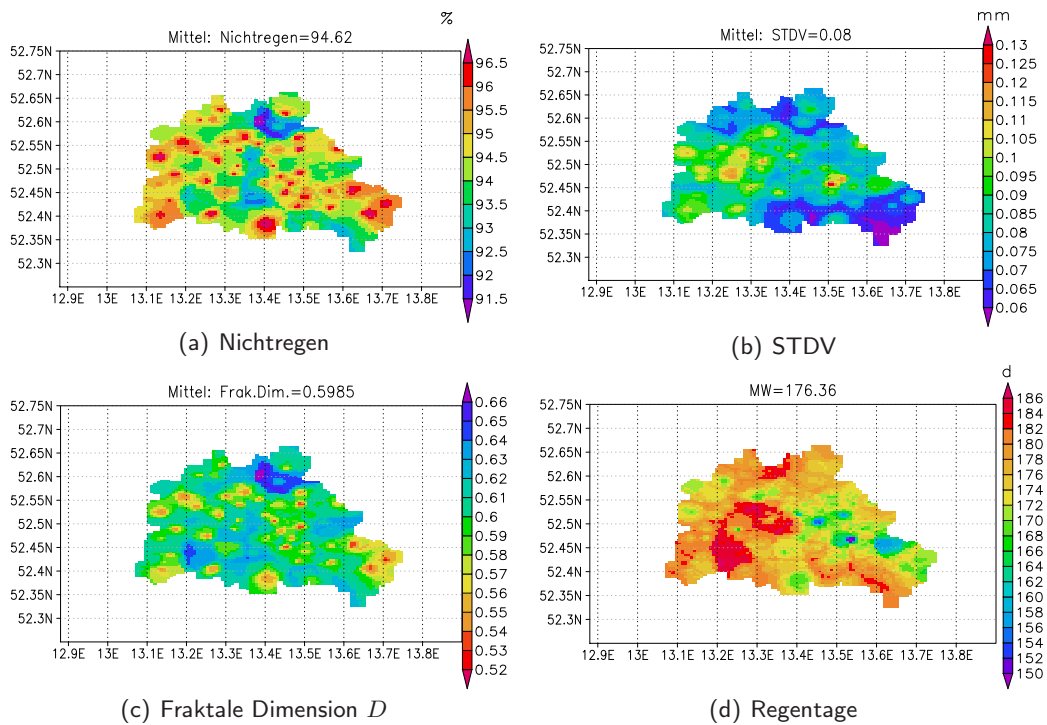
Jahressumme von 1926 (813 mm) übertroffen.

Zuerst werden auf der Basis einer hochaufgelösten Niederschlagsanalyse (5 min, 500 m) der Niederschlag auf den verschiedenen räumlichen und zeitlichen Skalen untersucht und anschließend mit Vorhersagedaten des COSMO-EU/DE verglichen. Zusätzlich soll noch angemerkt werden, dass der Niederschlag (beobachtet und modelliert) kleiner als 0,01 mm auf Null gesetzt wurde.

### 5.2.1. Analyse der Beobachtungsdaten Berlin 2007

#### 5.2.1.1. Statistische Analyse mit klassischen Methoden

Die FUB-500m-Analyse basiert auf 75 Stationen der Berliner Wasserbetriebe, des Berliner Stadtmessnetzes und des DWD-Messnetzes für das Jahr 2007 (Kapitel 3.3.2). Dargestellt in der Abbildung 5.4 ist die jährliche Niederschlagssumme von Berlin für das Jahr 2007 in verschiedenen horizontalen Auflösungen. Die jährliche Niederschlagssumme weist im Vergleich zum langjährigen Mittel (Abbildung 3.4) deutliche Unterschiede auf. Im langjährigen Mittel erstreckten sich die Maxima und Minima in zonaler Richtung. Im Jahr 2007 hingegen befindet sich ein Band von maximalen Niederschlagssummen von Südwest nach Nordost. Ober- und unterhalb dieses Bandes liegen die Gebiete mit den minimalen Jahressummen. In der 500 m Auflösung befindet sich das Minimum bei 696,0 mm und das Maximum bei 969,7 mm. Durch die räumliche Akkumulation wird das Minimum größer und das Maximum kleiner. Bei der 7 km Auflösung liegen die Werte noch bei 743,3 mm (Minimum) bzw. 925,4 mm (Maximum). Bei der hochaufgelösten Niederschlagsanalyse sind die Jahressummen sehr detailliert abgebildet, die dann bei der 7 km Auflösung nicht mehr erkennbar sind. Das heißt, durch die räumliche Akkumulation gehen Informationen bezüglich der Niederschlagsverteilung im Raum verloren: Die Gebiete mit hohen Jahressummen (500 m) am westlichen Standrand sind in der 7 km Auflösung nicht mehr zu erkennen. Die mittleren Jahressummen hingegen sind von der räumlichen Akkumulation nicht betroffen (Unterschied  $< 1\%$ ) und liegen für das Jahr 2007 in Berlin im Mittel



**Abbildung 5.5.:** Berlin 2007: (a) Anzahl der Nichtregenerereignisse [%], (b) Standardabweichung (STDV [mm]) und (c) fraktale Dimensionen  $D_U$  der 5-minütlichen FUB-500m-Analyse und (d) Anzahl der Regentage der 1-täglichen FUB-500m-Analyse.

um 844 mm. In Dahlem fielen in dem Jahr 906,8 mm Niederschlag (Berliner Wetterkarte, 2008), was damit  $\approx 315$  mm über dem langjährigen Mittel von 1909–2004 liegt.

In der Abbildung 5.5a-c sind exemplarisch die Anzahl der Nichtregenerereignisse (NR), die Standardabweichung (STDV) und die fraktale Dimension für die 5-minütliche FUB-500m-Analyse dargestellt. Die fraktale Dimension  $D$  der 5-minütlichen FUB-500m-Analyse wurde für das Übergangsegment (Zeitskala: 15 Minuten bis ca. 5,5 d) berechnet. Zusätzlich ist noch die Anzahl der Regentage ( $rr \geq 0,1$  mm/d) dargestellt (Abbildung 5.5d). Anhand der vier Parameter kann die räumliche Verteilung des Jahresniederschlages (Abbildung 5.4a) nicht erklärt werden. Hohe Jahressummen (Abbildung 5.4a) sind nicht unbedingt mit einer geringeren Anzahl von Nichtregenerereignissen oder mit variablen Niederschlag verbunden und umgekehrt. Daher kann man nicht anhand der Anzahl der Nichtregenerereignisse schließen, ob es an einem Ort mengenmäßig viel oder wenig regnet. Auch die räumliche Verteilung der Regentage korrespondiert nicht mit denen der Jahressummen. Die Anzahl der Regentage variiert im Berliner Stadtgebiet zwischen 150 d und 185 d. Im Südosten fällt eine hohe Anzahl von Regentagen mit einer geringeren Jahressumme zusammen, wohingegen der Südwesten viele Regentage mit hohen Jahressummen aufweist. Allerdings gibt es eine Übereinstimmung zwischen der Anzahl der Nichtregenerereignisse, der Standardabweichung und der fraktalen Dimension (Abbildung 5.5a-c). Im Folgenden kann der Zusammenhang zwischen diesen drei Parametern zusammengefasst werden: Eine niedrige Anzahl von variablen Regenereignissen ist mit einer niedrigen fraktalen Dimension verbunden. Durch die detaillierte Struktur der dargestellten Parameter (Jahressumme, NR, STDV, fraktale Dimension und Regentage) wird die Komplexität des Parameters Niederschlag deutlich.

In der Tabelle 5.4 sind die Mittelwerte der betrachteten Parameter für die anderen zeitlichen und räumlichen Auflösungen aufgeführt. Die zugehörigen Abbildungen befinden sich im Anhang B.2 (Abbildungen B.8-B.10). Bei der Anzahl der Nichtregenerereignissen tritt der höchste Wert bei der

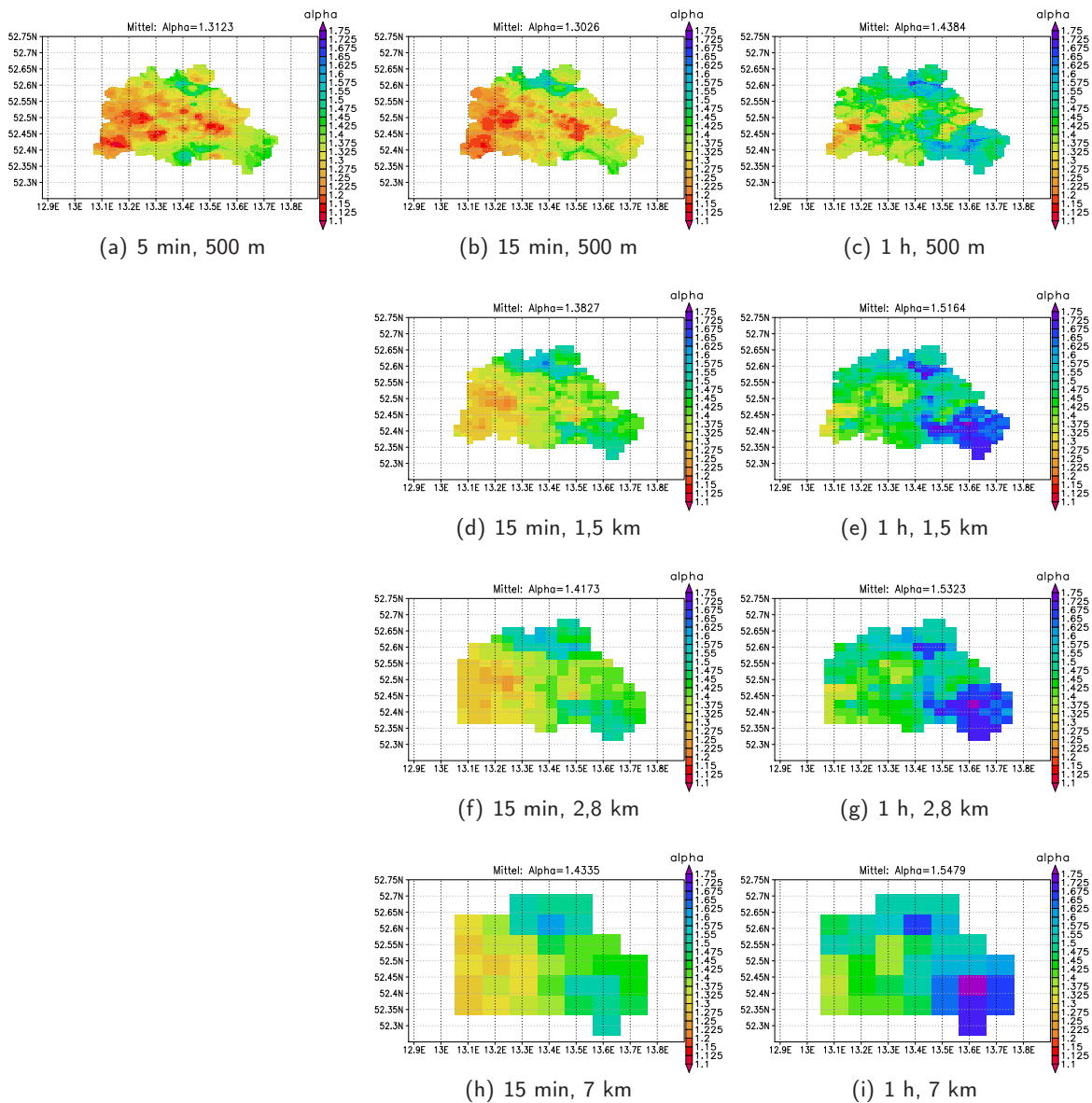
**Tabelle 5.4.:** Prozentuale Anzahl der Nichtregeneignisse [%], Standardabweichung (STDV [mm]) und fraktale Dimension  $D_U$  für verschiedene Zeit- und Raumskalen von Berlin 2007.

	Anzahl von Nichtregen [%]			STDV [mm]			Fraktale Dimension $D_U$		
	5 min	15 min	1 h	5 min	15 min	1h	5 min	15 min	1h
0,5 km	94,62	91,71	85,87	0,08	0,21	0,62	0,60	0,59	0,61
1,5 km	/	91,60	85,70	/	0,21	0,62	/	0,59	0,61
2,8 km	/	90,96	84,89	/	0,20	0,60	/	0,60	0,63
7,0 km	/	90,48	84,11	/	0,19	0,59	/	0,61	0,63

5-minütlichen FUB-500m-Analyse auf. Bei der Standardabweichung verhält es sich umgekehrt; dort besitzt die 5-minütliche FUB-500m-Analyse die geringste mittlere absolute Variabilität. Die fraktale Dimensionen weisen bei allen Auflösungen eine ähnliche Größenordnung auf. Die fraktalen Dimensionen an jedem Gitterpunkt wurden für eine Zeitskala zwischen 15 min bis 5,5 d bzw. 1 h bis 5,3 d (entspricht dem Übergangsegment) berechnet. Die Unterschiede betragen in der Raum- und Zeitskala 3%. Bei der Analyse der fraktalen Dimensionen für die Station Berlin-Dahlem konnte bereits festgestellt werden, dass die fraktalen Dimensionen  $D_U$  in der konvektiv-synoptischen Skala sich kaum unterscheiden (vgl. Tabelle 4.7) und auf skaleninvariante Prozesse hinweisen. Mit zeitlicher Akkumulation (15 min  $\rightarrow$  1 h) nimmt die Standardabweichung auf jeder Raumskala um ca. 67 % zu. Dabei nehmen die Anzahl der Nichtregeneignisse um ca. 7 % ab. Die größere Anzahl von Regeneignissen erhöht die Variabilität. Mit zunehmender räumlicher Akkumulation nehmen sowohl die Anzahl der Nichtregeneignisse als auch die Standardabweichung ab. Die Abnahme bzw. Zunahme ist in der Zeitskala stärker als innerhalb der Raumskala. Insgesamt kommt es also bei der räumlichen Akkumulation zu einem geringeren Informationsverlust als bei der zeitlichen Akkumulation. Die Anzahl der Nichtregeneignisse der FUB-Analyse stimmt gut mit der Station Berlin-Dahlem (Tabelle 4.2) überein und weicht um weniger als 1,5% von Dahlem ab.

### 5.2.1.2. Räumliche Verteilung des Pareto-Exponenten

In einem nächsten Schritt wird das potenzgesetzartige Verhalten des Niederschlages für Berlin 2007 in Raum und Zeit untersucht. Dieses Verhalten gibt Aufschluss über skaleninvariante Prozesse. Dazu wurde der Pareto-Exponent  $\alpha$  für die verschiedenen Zeit- und Raumaufösungen mit dem Hill-Abschätzer berechnet (Abbildung 5.6). Je kleiner  $\alpha$  (in rot) ist, desto stärker ist der Abfall des Potenzgesetzes. Die Verteilung des Pareto-Exponenten  $\alpha$  der 5-minütlichen FUB-500m-Analyse (Abbildung 5.6a) zeigt im westlichen Stadtgebiet ein stärkeres Potenzgesetz als im Norden oder Süden bzw. Südosten an. Die  $\alpha$ 's variieren zwischen 1,1 und 1,5 und liegen damit deutlich unter  $\bar{\alpha}$  der 5-minütlichen Daten von Dahlem im Zeitraum 1998–2004 (vgl. Tabelle 4.3). Das signalisiert, dass das Jahr 2007 durch Extremereignisse geprägt war, die besonders auf dieser Skala detektiert werden können. Die Pareto-Exponenten nehmen sowohl in der Zeit- als auch in der Raumskala zu. Wie bei der fraktalen Dimension (Tabelle 5.4) ist der Pareto-Exponent  $\bar{\alpha}$  der 1-stündlichen FUB-500m-Analyse (Abbildung 5.6c) nahezu identisch mit der FUB-Berlin-15min-7km (Abbildung 5.6h). Allerdings variiert der Pareto-Exponent der 1-stündlichen FUB-500m-Analyse aufgrund der höheren räumlichen Auflösung zwischen 1,15–1,7 und die FUB-Berlin-15min-7km zwischen 1,29–1,59. Interessant ist, dass der Pareto-Exponent  $\alpha$  sowohl um 0,01 pro 5 min in dem Intervall 5 min  $\rightarrow$  1 h, als auch um 0,01 pro 500 m in dem Intervall 500 m  $\rightarrow$  7 km zunimmt. Letztendlich bedeutet das, dass die relative Änderung in Raum und Zeit im Vergleich zur Standardabweichung und NR identisch ist. Es wäre zu prüfen, ob sich dieses Phänomen auch auf andere Jahre übertragen lässt oder ob es einzigartig bezüglich des Jahres 2007 ist.



**Abbildung 5.6.:** Pareto-Exponent  $\alpha$  von Berlin 2007 für verschiedene Raum- und Zeitskalen: (a) 5 min, 500m, (b) 15 min, 500 m, (c) 1 h, 500 m, (d) 15 min, 1,5 km, (e) 1 h, 1,5 km, (f) 15 min, 2,8 km, (g) 1 h, 2,8 km, (h) 15 min, 7,0 km und (i) 1 h, 7,0 km.

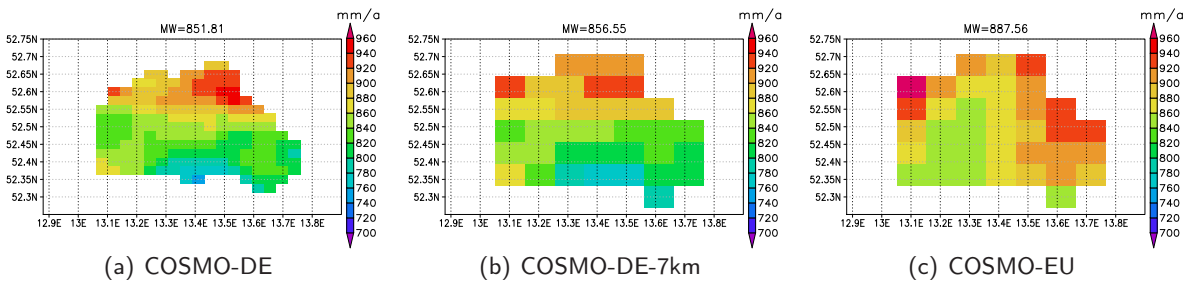
Zusammenfassend kann für die Untersuchung des beobachteten Niederschlages auf den verschiedenen räumlich-zeitlichen Skalen die folgende Beziehung zwischen den vier Parametern festgestellt werden: Eine hohe Anzahl von variablen Nichtregenernissen an einem Gitterpunkt korrespondiert mit einer niedrigen fraktalen Dimension im Übergangsegment. Dieser Niederschlag weist extreme Ereignisse in den Verteilungsenden auf.

## 5.2.2. Analyse der Modellniederschläge für Berlin 2007

### 5.2.2.1. Statistische Analyse mit klassischen Methoden

Wie bereits im Kapitel 3.3.2 beschrieben, wurden für das Jahr 2007 die Vorhersagedaten des Berliner Stadtgebietes extrahiert, um sie mit den gegitterten Beobachtungsdaten mit analoger Gitterauflö-





**Abbildung 5.7.:** Jahressumme des Niederschlages [mm/a] in Berlin 2007 basierend auf Modelldaten für verschiedene räumliche Skalen: (a) COSMO-DE, (b) COSMO-DE-7km und (c) COSMO-EU.

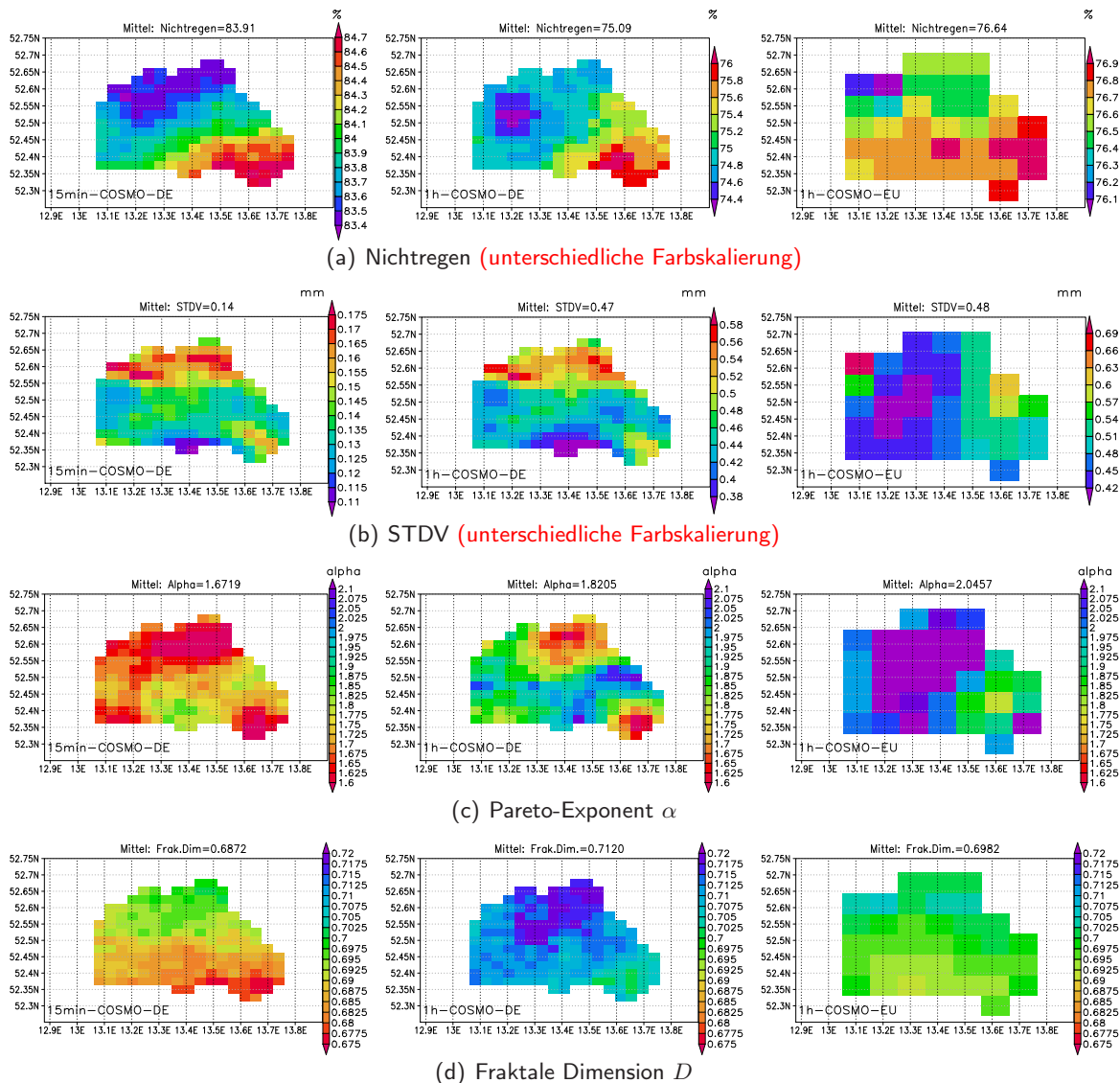
**Tabelle 5.5.:** Maximale und minimale Jahressumme in Berlin im Jahr 2007 für den beobachteten und modellierten Niederschlag in der COSMO-DE- und COSMO-EU-Auflösung.

[mm/a]	FUB-Berlin-2.8km	FUB-Berlin-7km	COSMO-DE	COSMO-DE-7km	COSMO-EU
Min	708,8	743,3	753,6	763,1	847,1
Max	939,7	925,4	951,5	939,9	976,4
Max-Min	230,9	182,1	197,9	176,8	129,3

sungen vergleichen zu können. Es konnte für die Beobachtungen die oben genannten Thesen aufgestellt werden, die jetzt für den Modellniederschlag untersucht werden. Zunächst erfolgt eine Analyse der mittleren Jahressummen der Modellniederschläge. In der Abbildung 5.7 sind die Jahressummen der Modelldaten (COSMO-DE, COSMO-DE-7km und COSMO-EU) dargestellt. Die Farbskala wurde von den Beobachtungsdaten übernommen (vgl. Abbildung 5.4). Die mittlere Jahressumme des COSMO-DE und des COSMO-DE-7km sind in der gleichen Größenordnung, d. h. die Interpolation auf das 7 km Gitter war erfolgreich. Auch die räumlichen Strukturen bezüglich der Niederschlagsverteilung bleiben erhalten. Wie bei den Beobachtungen existiert nur ein geringer Informationsverlust bei der räumlichen Akkumulation. Die mittlere Jahressumme des COSMO-EU ist viel größer als für die anderen beiden Darstellungen. Vergleicht man die beiden 7 km Auflösungen (COSMO-DE-7km und COSMO-EU) miteinander, so ist die räumliche Struktur sehr unterschiedlich. Beim COSMO-DE-7km sind die höchsten Jahressummen im Norden von Berlin zu finden, die im COSMO-EU liegen mehr am Stadtrand und im östlichen Stadtgebiet.

Stellt man nun diese Abbildungen 5.7 in Relation zu den Beobachtungen (Abbildung 5.4c,d), so ist feststellbar, dass die Modelle die mittlere Jahressumme überschätzen: COSMO-DE und COSMO-DE-7km um ca. 10 mm/a und COSMO-EU um ca. 45 mm/a. Die Minima und die Maxima in der Jahressumme werden ebenfalls überschätzt (Tabelle 5.5). Auch ist die Spannweite der minimalen und maximalen Jahressummen für die einzelnen Gitterpunkte deutlich geringer als in den Beobachtungen. Deutliche Unterschiede weist auch die Verteilung der Jahressummen im Hinblick auf die Beobachtungen auf: Im COSMO-DE bzw. COSMO-DE-7km sind die Jahressummen zonal verteilt. Dabei gibt es eine Nord-Süd-Abnahme der Jahressummen. Scheinbar ist das COSMO-DE nicht in der Lage, die Strömungsrichtung der atmosphärischen Felder wiederzugeben. Damit werden die Niederschlagsgebiete fehlerhaft vorhergesagt. Die Jahressumme des COSMO-EU ist nicht mit der Jahressumme der FUB-Berlin-7km-Analyse (Abbildung 5.4d) identisch, d. h. das Modell kann für ein gegebenes Gebiet die kleinräumigen Niederschlagsstrukturen nicht wiedergeben. Will man die großräumigen Strukturen untersuchen, könnte man anstelle der COSMO-EU-Daten die interpolierten COSMO-DE-7km-Daten verwenden. Eine Verifikation der Modelldaten mit kontinuierlichen und kategorischen Parametern erfolgt im Anhang B.3.

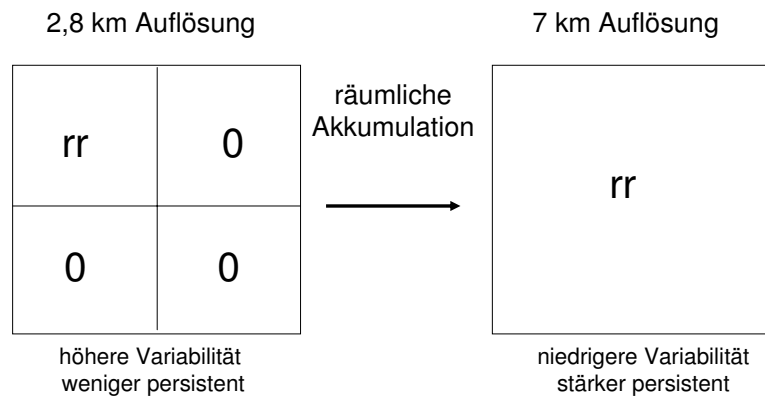
In der Abbildung 5.8 sind die Anzahl der Nichtregenerereignisse, die Standardabweichung, der Pareto-



**Abbildung 5.8.:** (a) Anzahl der Nichtregenerereignisse [%], (b) Standardabweichung (STDV [mm]), (c) Pareto-Exponent und (d) fraktale Dimensionen  $D_U$  in Berlin 2007 für verschiedene räumlich-zeitliche Skalen basierend auf Modelldaten: 15-minütliche (1. Spalte), 1-stündliche COSMO-DE-Daten (2. Spalte) und 1-stündliche COSMO-EU-Daten (3. Spalte).

Exponent sowie die fraktalen Dimensionen dargestellt. Die Farbskalen von  $\alpha$  und der fraktalen Dimension sind jeweils einheitlich skaliert, entsprechen aber nicht denen der Beobachtungen. Die Berechnung der fraktalen Dimension erfolgt analog zu den Beobachtungen. Die Ergebnisse für die 15-minütlichen und 1-stündlichen COSMO-DE-7km-Daten sind hier nicht dargestellt (siehe Anhang B.4, Abbildung B.14), denn sie sehen der jeweiligen zeitlichen COSMO-DE-Auflösung ähnlich. Im Allgemeinen lässt sich feststellen, dass die Modelle die räumliche Verteilungen der Parameter in Vergleich zu den Beobachtungen nicht wiedergeben können.

Die höchste Anzahl der Nichtregenerereignisse weist die 15-minütliche COSMO-DE-Vorhersage auf. Die größte prozentuale Anzahl der Nichtregenerereignisse werden im Modell im Südosten von Berlin simuliert und nehmen in nordwestlicher Richtung ab. Mit zunehmender zeitlicher Akkumulation nimmt die Anzahl der Regenerereignisse bei den 1-stündlichen COSMO-DE-Daten zu. Die 1-stündlichen COSMO-EU-Daten besitzen im Vergleich zu den 1-stündlichen COSMO-DE-Daten eine ähnliche mittlere Anzahl der Nichtregenerereignisse. Allerdings weicht die räumliche Verteilung von den

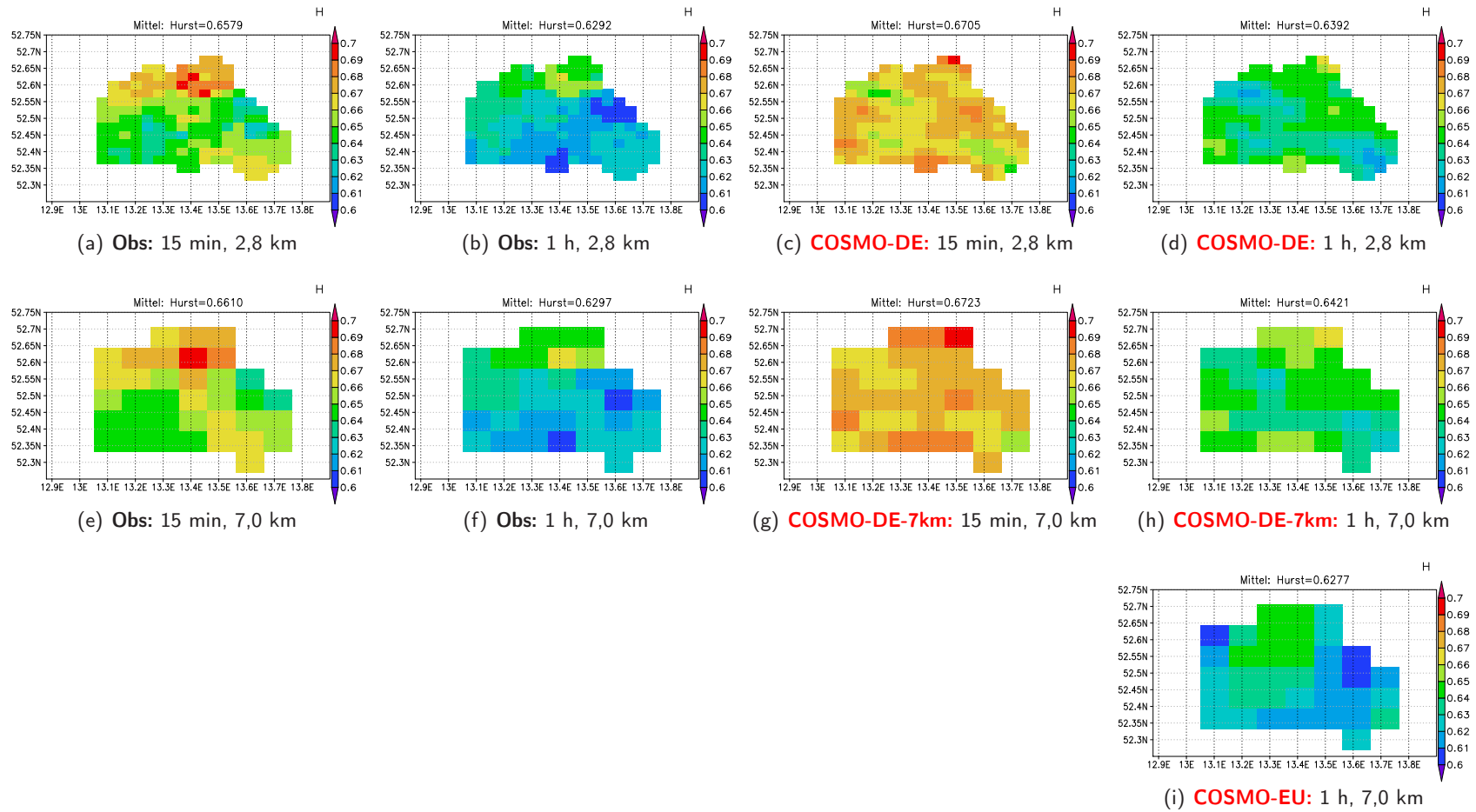


**Abbildung 5.9.:** Schematische Darstellung der Zunahme der Persistenz durch räumliche Akkumulation.

COSMO-DE-Daten ab. Die mittlere Anzahl der Nichtregenerereignissen wird von den Modellen unterschätzt (siehe Tabelle 5.4). Die Modelle simulieren zu viel Niederschlag. Die Standardabweichung ist bei den 15-minütlichen Daten am geringsten und nimmt mit zeitlicher Akkumulation zu. Auch hier unterscheiden sich kaum die mittleren Werte des 1-stündlichen COSMO-DE und COSMO-EU. Im Vergleich zu den Beobachtungen wird aber die Variabilität des Niederschlages unterschätzt. Auch können die Extremereignisse in den Verteilungsenden nicht wiedergegeben werden. Zwar weisen die 15-minütlichen COSMO-DE-Daten die kleinsten Pareto-Exponenten auf, sind aber größer als die 15-minütliche FUB-2.8km-Analyse. Der Modellniederschlag ist im Vergleich zu den Beobachtungen „gaußischer“. Der Pareto-Exponent der 15-minütlichen COSMO-DE-Daten zeigt die größten Ausschläge (kleine  $\alpha$ 's) im westlichen, nördlichen und südöstlichen Stadtgebiet. Im südöstlichen Berlin setzt sich das auch bei dem 1-stündlichen COSMO-DE und COSMO-EU durch. Aber gerade dieses Gebiet ist in den Beobachtungen (Abbildung 5.6f-i) durch ein abgeschwächtes potenzgesetzartiges Verhalten geprägt. Auch zeigt die fraktale Dimension im Übergangsegment an, dass erhöhte Niederschlagsereignisse vom Modell simuliert werden. Wie bei den Beobachtungen sind geringe fraktale Dimensionen mit einer hohen Anzahl der Nichtregenerereignisse verbunden. Die mittlere fraktale Dimension der 1-stündlichen COSMO-EU-Daten liegt unterhalb des 1-stündlichen COSMO-DE bzw. COSMO-DE-7km. Ursache dafür ist die geringe Spanne in der Anzahl der Nichtregenerereignisse im COSMO-EU, dessen untere Grenze noch im Bereich der 1-stündlichen COSMO-DE liegt. Die anhand der Beobachtungsdaten aufgestellten Thesen konnten für den Modellniederschlag bestätigt werden. Allerdings lässt sich zusammenfassend folgendes bezüglich der Verifikation feststellen: Die Modellniederschläge weisen eine geringe Variabilität im Niederschlag auf, besitzen nicht so breite Flanken in der Niederschlagsverteilung, und es wird mehr Niederschlag simuliert.

#### 5.2.2.2. Räumliche Verteilung des Hurst-Exponenten

Zum Schluss soll die statistische Selbstähnlichkeit mit Hilfe des Hurst-Exponenten  $H$  von den Modelldaten in Vergleich zu den Beobachtungsdaten betrachtet werden. Dazu wurde an jedem Gitterpunkt der Hurst-Exponent mittels der R/S-Analyse sowie der DFA-Methode bestimmt und anschließend gemittelt, um  $\bar{H}$  zu erhalten (siehe Kapitel 2.2.2). Der Hurst-Exponent wird für die verschiedenen zeitlich-räumlichen Skalen sowohl von den Beobachtungsdaten (analog zu den Modellgittern) als auch von den Modelldaten mit der gleichen Farbskala dargestellt (Abbildung 5.10). Zuerst werden die Beobachtungsdaten analysiert: Die Hurst-Exponenten der 15-minütlichen Daten sind größer als die 1-stündlichen. Das heißt, dass die zeitliche Akkumulation zu einer Abnahme der Persistenz führt, d. h. der Niederschlag wird variabler. Dieses Phänomen konnte bereits u.a. für die Berlin-Dahlemer Reihe festgestellt werden (Kapitel 4.3). Die Exponenten auf der 7 km Skala sind nur geringfügig größer als auf der 2,8 km Skala, also weniger variabel. Das heißt, dass bei der gleichen Zeitskala die



**Abbildung 5.10.:** Hurst-Exponent  $\overline{H}$  berechnet für die verschiedenen zeitlich-räumlichen Auflösungen der Beobachtungsdaten: (a) 15 min, 2,8 km, (b) 1 h, 2,8 km, (c) 15 min, 7,0 km, (d) 1 h, 7,0 km und Modelldaten: (e) 15 min-COSMO-DE (f) 1 h-COSMO-DE, (g) 15 min-COSMO-DE-7km, (h) 1 h-COSMO-DE-7km und (i) 1 h-COSMO-EU.

Persistenz in der Raumskala leicht zunimmt (Abbildung 5.9). Die größten persistenten Werte treten im Norden und Südosten von Berlin auf. Das westliche und östliche Stadtgebiet ist von weniger persistenten Exponenten geprägt. Auch anhand des Hurst-Exponenten kann nicht auf die räumliche Verteilung der Jahressummen geschlossen werden.

Für die 15-minütlichen FUB-Berlin-2.8km-Daten (Abbildung 5.10a) kann man einen Zusammenhang mit der Standardabweichung für das Jahr 2007 finden (Abbildung B.9e). Gebiete mit hoher Persistenz korrespondieren mit einer geringen Standardabweichung. Das westliche Stadtgebiet ist durch eine geringe Persistenz geprägt, die mit einer hohen Standardabweichung im Einklang steht. Erhöhte Standardabweichungen sind mit mehr Niederschlagsvariabilität verbunden. Das heißt, die Wahrscheinlichkeit wird geringer (Persistenz wird geringer), dass zwei aufeinander folgende Niederschlagsereignisse die gleiche Niederschlagsmenge aufweisen. Dieser Zusammenhang entspricht einem generellen Verhalten, für einzelne Gitterpunkte muss diese Aussage nicht zutreffen. Diese eben beschriebene Beziehung lässt auch auf die anderen Skalen übertragen (Abbildung 5.10b,e,f und Abbildung B.9f,g,h).

Die mittleren Hurst-Exponenten (Abbildung 5.10g-i), berechnet für die Modelldaten, sind außer beim COSMO-EU größer als die der Beobachtungsdaten. Wie schon bei den anderen Parametern ist das Modell nicht in der Lage, die räumliche Struktur der Beobachtungen wiederzugeben. Die Verteilung des Hurst-Exponenten sieht im Vergleich zu den Beobachtungen viel homogener und weniger variabler aus. Aber analog zu den Beobachtungsdaten ist der Hurst-Exponent für das 7 km Gitter (COSMO-DE-7km) größer als für 2,8 km Gitter (COSMO-DE), und die 1-stündlichen Exponenten sind kleiner als die 15-minütlichen. Das COSMO-DE und COSMO-DE-7km weisen eine stärkere Persistenz als die Beobachtungen auf, beruhend auf einer geringeren Anzahl von Nichtregenereignissen und weniger variierenden Niederschlagsmengen. Für kleine Bereiche des Hurst-Exponenten der 15-minütlichen COSMO-DE-Daten (grüne Boxen in Abbildung 5.10e) lassen sich wieder Übereinstimmungen mit der Standardabweichung (rote Boxen in Abbildung 5.8b, 1. Spalte) analog zu den Beobachtungen finden. Der mittlere Hurst-Exponent des COSMO-EU ist von gleicher Größenordnung wie die 1-stündlichen Beobachtungsdaten. Aber die geringere Anzahl der Nichtregenereignisse (als Beobachtungen) und die kleinere Standardabweichung widersprechen den Ergebnissen des Hurst-Exponenten: Der Hurst-Exponent müsste größer sein. Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass die Modellvorhersagen weniger variablen Niederschlag in Vergleich zu den Beobachtungen simulieren.

**Resümee** In diesem Abschnitt wurde auf der regionalen Skala Berlin der modellierte Niederschlag (COSMO-DE und COSMO-EU) mit einer zeitlich-räumlich hochaufgelösten Niederschlagsanalyse für das Jahr 2007 verglichen. Durch die Analyse der Beobachtungsdaten für verschiedene Zeit- und Raumskalen anhand der Parameter NR und Standardabweichung konnte festgestellt werden, dass die Akkumulation, insbesondere die zeitliche, zu einem Informationsverlust führt. Die Änderungen des Pareto-Exponenten  $\alpha$  hingegen zeigt, dass die relative Änderung verbunden mit den extremen Niederschlägen in Raum und Zeit identisch ist. Anhand der Beobachtungsdaten konnten folgende Zusammenhänge aufgestellt werden: Eine hohe Anzahl von variablen Nichtregenereignissen an einem Gitterpunkt korrespondiert mit einer niedrigen fraktalen Dimension im Übergangsegment. Dieser Niederschlag weist extreme Ereignisse in den Verteilungsenden auf.

Im Lichte dieser Beziehungen wurden die Modelldaten betrachtet. Zunächst konnte mittels der jährlichen Niederschlagssummen festgestellt werden, dass vor allem das COSMO-EU zuviel Niederschlag simuliert und die Niederschlagsverteilung von den Beobachtungen abweicht. Für die Analyse mesoskaliger Niederschlagsstrukturen können anstelle der COSMO-EU-Daten die auf das COSMO-EU-Gitter interpolierten COSMO-DE-Daten (COSMO-DE-7km) verwendet werden. Korrespondierend zu den Beobachtungen zeigen die analysierten Parameter NR, Standardabweichung,  $D$  und  $\alpha$  für die Modelldaten analoge Zusammenhänge. Jedoch simulieren die Modelle zu viel aber wenig variablen

und wenig extremen Niederschlag. Der Vergleich der Hurst-Exponenten von Beobachtungen und Modellen für die verschiedenen Zeit- und Raumskalen bestätigt, außer für das COSMO-EU, dass die simulierten Niederschlagsmengen weniger variabel sind. Der Hurst-Exponent ist in der geringsten räumlich-zeitlichen Skala (15 min, 2,8 km) persistent und wird mit räumlicher Akkumulation persistenter (15 min, 7 km). Die zeitliche Akkumulation führt hingegen zu einer Abnahme der Persistenz, d. h. der Niederschlag wird variabler. Außerdem kann als ein wichtiges Ergebnis manifestiert werden, dass der Hurst-Exponent, der Pareto-Exponent und die fraktale Dimension geeignete Verifikationsmaße sind. Der Vorteil der Skalensexponenten gegenüber den klassischen Verifikationsmaßen ist, dass sie Aussagen über die Variabilität der Niederschläge, ob der simulierte Niederschlag die Beobachtungen über- bzw. unterschätzt und inwiefern extreme Ereignisse vom Modell wiedergegeben werden können.

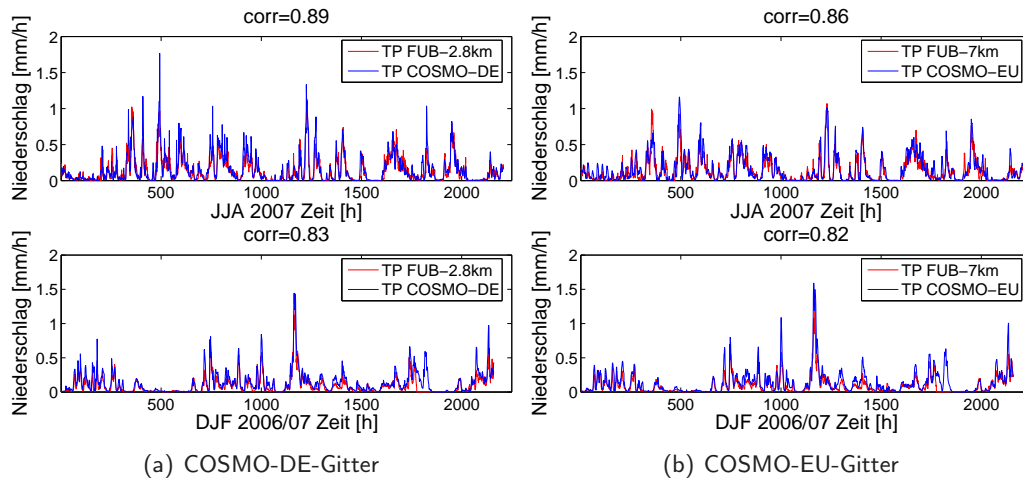
### 5.3. Verifikation der COSMO-Modellkette auf der Deutschlandskala

In den vorangegangenen zwei Abschnitten wurde die lokale und die regionale Skala in Hinblick auf die Niederschlagsverifikation untersucht. Nun soll der Fokus auf die Deutschlandskala erweitert werden. Die untersuchte Region wurde so ausgewählt, dass das COSMO-DE- und COSMO-EU-Gitter das gleiche Gebiet über Deutschland von 5,55-15,43° O und 47,33-54,30° N überdecken. Das ausgewählte COSMO-EU-Gebiet enthält daher  $94 \times 113$  Gitterpunkte und das COSMO-DE-Gitter umfasst  $232 \times 279$  Gitterpunkte. Das heißt, sowohl die Modellniederschläge als auch die FUB-Analysedaten liegen auf demselben Gebiet vor. Es soll nochmal darauf hingewiesen werden, dass die jetzt hier verwendete FUB-Analyse (2,8 km und 7 km; Kapitel 3.3.1) ausschließlich auf den SYNOP-Daten basiert und die im letzten Abschnitt verwendete FUB-Analyse (auch in Auflösung 2,8 km und 7 km) auf den hochaufgelösten Niederschlagsmessungen von Berlin basiert.

Zunächst werden die Korrelationen der flächengemittelten Niederschlagsreihen zwischen Modell und Beobachtung gezeigt. Dabei wird auf die Saisons Winter (DJF) und Sommer (JJA) eingegangen. Zur Verfügung stehen dabei die Zeitreihen für Sommer 2007, Winter 2006/07, Winter 2007/08 und Winter 2006/08. Zur Erstellung bzw. Berechnung der Korrelationen der Wintersaison 2006/08 wurde auf zwei verschiedene Arten die Daten erstellt: In der 1. Version werden beide Datensätze (Winter 2006/07 und 2007/08) aneinander gehängt. In der 2. Version wird ein arithmetisches Mittel aus beiden Wintern gebildet. Von dem COSMO-EU 00UTC-Lauf werden die ersten 21 und 24 Stunden extrahiert (Abschnitt 3.2.3). So umfasst beispielsweise der Dezember 31 Tage  $\times$  24 Stunden = 744 Zeitschritte und 31 Tage  $\times$  21 h = 651 Zeitschritte. Vom COSMO-DE werden ebenfalls die ersten 21 Stunden des 00UTC-Laufes (21ts) verwendet und zum anderen der pseudo-24-stündige Vorhersagezeitraum der stündlichen Niederschlagsdaten (24ts; Abschnitt 3.2.4). Die flächengemittelten Zeitreihen für die verschiedenen Saisons und Parameter erhält man über eine Mittelung über die Raumpunkte. Analog zu den Modelldaten wurden auch die FUB-Analysen aufbereitet.

#### 5.3.1. Korrelation der Zeitreihen

Exemplarisch werden nun die Zeitreihen mit 24 Zeitschritten pro Tag für den Winter 2006/07 und den Sommer 2007 für die beiden Gitterauflösungen dargestellt (Abbildung 5.11). Die Korrelationskoeffizienten (corr) zwischen modelliertem und beobachtetem Niederschlag werden nach Spearman berechnet. Die Korrelationen sind auf dem 95 %-Niveau statistisch signifikant. Anhand der flächengemittelten Zeitreihen der modellierten und beobachteten Niederschläge lässt sich eine hohe Übereinstimmung erkennen. Im Allgemeinen sind die Korrelationskoeffizienten im Sommer höher als im Winter. Auch weisen die Koeffizienten in der COSMO-DE-Auflösung eine bessere Übereinstimmung als in der COSMO-EU-Auflösung auf, was auf die verbesserte Konvektionsparametrisierung



**Abbildung 5.11.:** Zeitserien der stündlichen flächengemittelten Niederschläge für den Winter 2006/07 (unten) und den Sommer 2007 (oben). In rot dargestellt sind die FUB-Analysen und in blau die Modellvorhersagen. (a) COSMO-DE-Gitter. (b) COSMO-EU-Gitter.

**Tabelle 5.6.:** Korrelationskoeffizienten zwischen modelliertem und beobachtetem Niederschlag in der 2,8 km und der 7 km Auflösung für die verschiedenen Saisons. Die Zeitserien basieren auf stündlichen Flächenmitteln mit 24 Zeitschritten pro Tag. In der 2,8 km Auflösung sind nur die Korrelationen des Gesamtniederschlages (TP) zusammengefasst, in der 7 km Auflösung erfolgte eine Korrelationen auch mit dem gridskaligen (TG) und konvektiven (TC) Niederschlag. Die Korrelationskoeffizienten sind alle auf dem 95 %-Niveau statistisch signifikant.

TP-COSMO-DE vs. TP-FUB2.8km		
Saison	2006/07	2007/08
DJF	0,83	0,91
JJA	0,89	
TP-COSMO-EU vs. TP-FUB7km		
DJF	0,82	0,87
JJA	0,86	
TG-COSMO-EU vs. TG-FUB7km		
DJF	0,56	0,81
JJA	0,78	
TC-COSMO-EU vs. TC-FUB7km		
DJF	0,62	0,71
JJA	0,75	

im COSMO-DE zurückzuführen ist. Die Korrelationskoeffizienten zwischen dem modellierten und dem beobachteten Niederschlag liegen im Sommer 2007 um 0,89 (2,8 km Gitter) und 0,86 (7 km Gitter). Allerdings fällt im Sommer 2007 bei den COSMO-DE-Daten bei Zeitschritt 493 (21. Juni 2007, 11 UTC) ein Peak auf. Betrachtet man diesbezüglich die Niederschlagsfelder dieses Termins im Vergleich zu der FUB-2.8km-Analyse, dann wird ersichtlich, dass die Niederschlagsstruktur vom COSMO-DE erfasst wurde, jedoch mit einer Überschätzung der Niederschlagsmenge. Daraus resultiert ein Peak im flächengemittelten Niederschlag. Im Winter 2006/07 (Abbildung 5.11 unten) sind kaum Unterschiede zwischen dem Modellniederschlag und der FUB-Analyse zu erkennen. Auch sind die Unterschiede zwischen den beiden Gitterauflösungen sehr gering. Die Korrelationskoeffizienten zwischen dem modellierten und dem beobachteten Niederschlag liegen um 0,83 (2,8 km Gitter) und 0,82 (7 km Gitter). Die Niederschlagsmengen sind ebenfalls in ähnlicher Größenordnung.

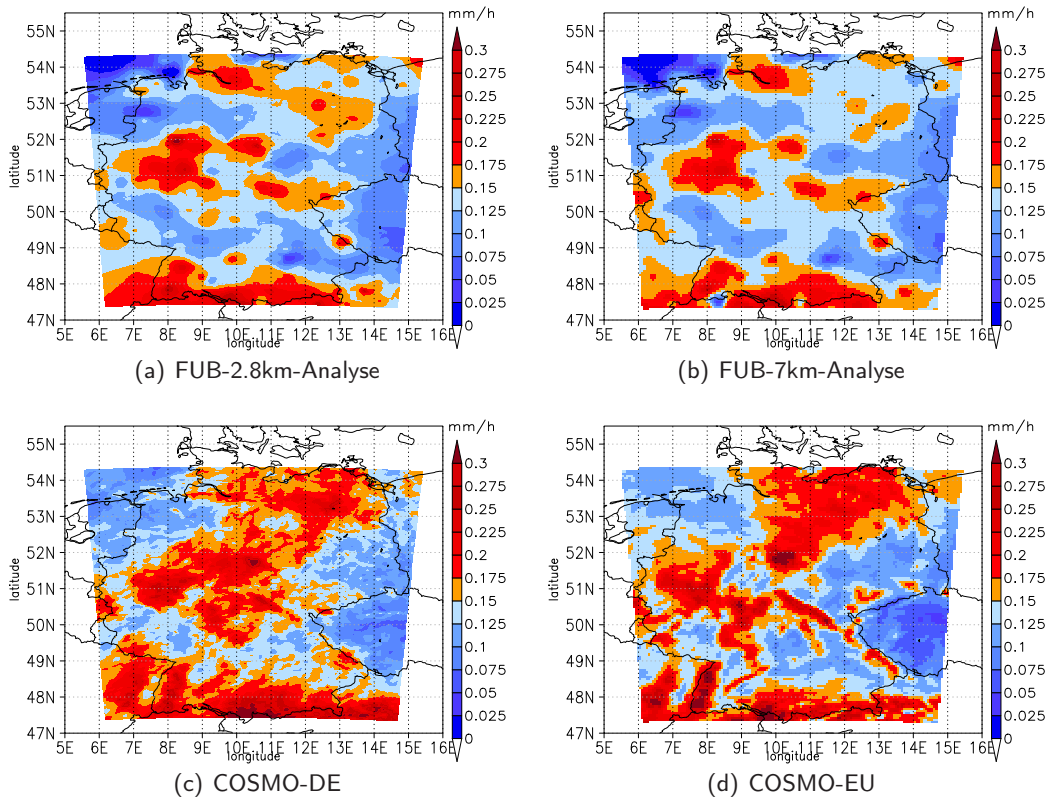
In der Tabelle 5.6 sind die Korrelationskoeffizienten zwischen dem modellierten und beobachteten Niederschlag zusammengefasst. Die Korrelationskoeffizienten der stündlichen flächengemittelten Zeitreihen, basierend auf den ersten 21 Stunden des 00UTC-Laufes, unterscheiden sich kaum von denen in der Tabelle 5.6 dargestellten Koeffizienten und sind daher nicht aufgeführt. Auch die Kombination der beiden Winter 2006/07 und 2007/08 miteinander sind nicht in der Tabelle 5.6) aufgeführt. Die Korrelationskoeffizienten für den Winter 2006/08 betragen für die Version I  $\text{corr} = 0,88$  und für die Version II  $\text{corr} = 0,89$ . Daher lässt sich feststellen, dass die Korrelation des Winters 2006/07 als untere Grenze und die Korrelation des Winters 2007/08 als obere Grenze angesehen werden kann. Im Winter 2007/08 ist die Übereinstimmung zwischen dem modellierten und beobachteten Niederschlag leicht größer als im Winter davor (gilt für beide Gitterauflösungen). Es kann dann davon ausgegangen werden, dass die Korrelationen zwischen dem modellierten und beobachteten Niederschlag für die anderen Jahre ähnlich hoch sind. In der Tabelle 5.6 sind außerdem von der 7 km Auflösung die Korrelationskoeffizienten der totalen gridskaligen (TG) und konvektiven (TC) Niederschläge enthalten. Denn im Gegensatz zum COSMO-DE wird im COSMO-EU der Niederschlag komplett parametrisiert. Auch die FUB-Analyse kann den Niederschlag basierend auf den SYNOP-Meldungen trennen (Langer, 2009). Daher ist für die beiden Anteile des Gesamtniederschlags eine Verifikation möglich. Die Korrelationskoeffizienten sind im Sommer 2007 für den stratiformen und konvektiven Niederschlag von ähnlicher Größenordnung. Im Winter 2006/07 sind die Korrelationskoeffizienten zwischen modelliertem und beobachtetem konvektivem Niederschlag leicht größer als für den stratiformen Niederschlag. Im Winter 2007/08 verhält es sich genau umgekehrt. Dabei unterscheiden sich die Koeffizienten der konvektiven Niederschläge zwischen dem Winter 2006/07 und 2007/08 um 15% und bei dem skaligen Niederschlag sogar um 30%. Die interannuelle Variation der Korrelationskoeffizienten ist somit bei den konvektiven und skaligen Niederschlägen deutlich höher als beim Gesamtniederschlag. Jedoch muss auch berücksichtigt werden, dass der beobachtete konvektive und stratiforme Niederschlag nicht unbedingt den modellierten und parametrisierten Anteilen entspricht.

### 5.3.2. Räumliche Verteilung der Korrelationen im Sommer 2007

Nun werden die modellierten und beobachteten Niederschläge für die zwei Gitterauflösungen exemplarisch für den Sommer 2007 miteinander verglichen. Dabei liegen für die höher aufgelösten Datensätze die ersten 21. Stunden eines Tages vor und für das COSMO-EU-Gitter alle 24 Stunden eines Tages. In der Abbildung 5.12 ist die mittlere Niederschlagsverteilung für beide Gitterauflösungen, sowohl für die beobachteten Niederschläge als auch für die Modellverhersagen, dargestellt. Der Sommer 2007 wurde von südwestlichen Strömungen dominiert. Deutschland lag oft an der Vorderseite eines langwelligen Höhentrog, welche mit anabatischen Fronten und häufigen Gewittern verbunden waren. Die Hauptniederschlagsgebiete in Deutschland befanden sich in Schleswig-Holstein, in den Mittelgebirgen und den Alpen. Die mittlere Niederschlagsverteilung basierend auf den beiden beobachteten Datensätzen weist kaum Unterschiede auf (Abbildung 5.12a,b). Die FUB-2.8km-Analyse kann durch die höhere Auflösung detaillierte Niederschlagsstrukturen abbilden. Das ist ein bemerkenswertes Ergebnis, denn die zugrunde liegenden SYNOP-Daten sind für beide FUB-Analysen gleich. Die räumliche Verteilung der beobachteten mittleren Niederschlagsfelder können vom Modell wiedergegeben werden (Abbildung 5.12c,d). Sie weisen im Gegensatz zu den Beobachtungen beispielsweise über Ostdeutschland mehr Niederschlag auf. Auch kann der COSMO-DE-Niederschlag durch die höhere Auflösung kleinräumige Strukturen besser simulieren als der COSMO-EU-Niederschlag (Abbildung 5.12c,d).

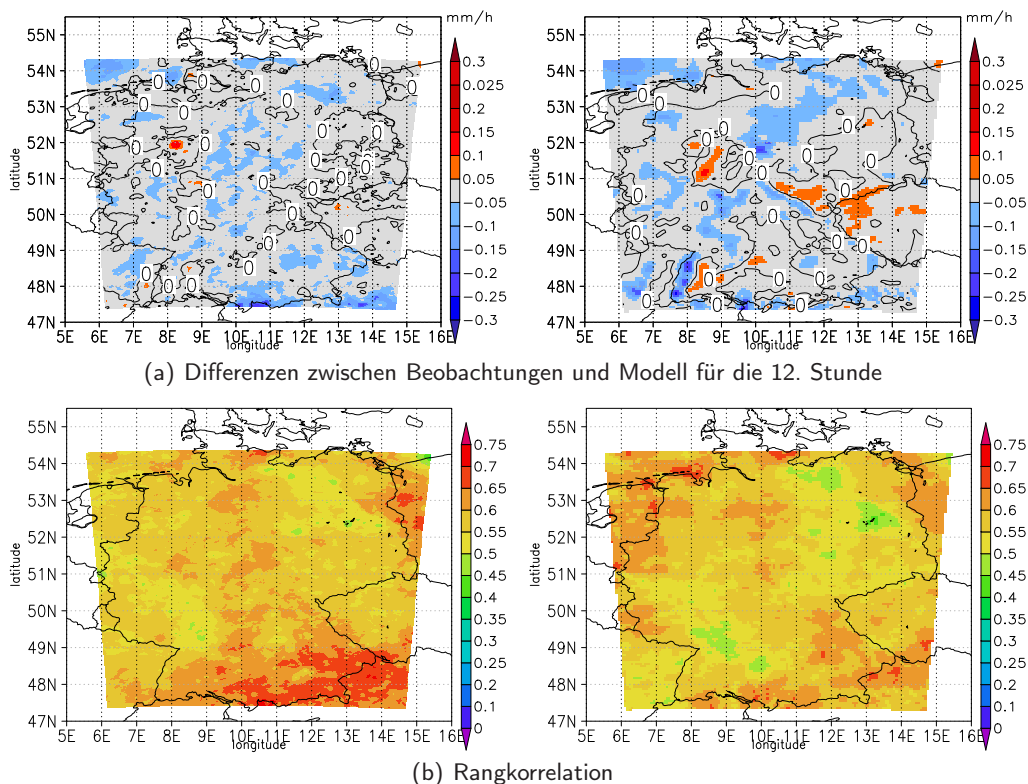
Da es sich bei den COSMO-Daten um Vorhersagedaten handelt, wurden Differenzen zwischen der Beobachtung und dem Modellniederschlag für die 12. Vorhersagestunde (Abbildung 5.13a). Dabei handelt es sich um den Niederschlag der zwischen 11 und 12 UTC gefallen ist. Positive Differenzen





**Abbildung 5.12.:** Mittlere Niederschlagsverteilung im Sommer 2007: (a) FUB-2.8km-Analyse, (b) FUB-7km-Analyse, (c) COSMO-DE und (d) COSMO-EU

(rot) zeigen an, dass die Modellvorhersagen die Beobachtungen unterschätzen. Negative Differenzen bedeuten eine Überschätzung (blau) des Modells in Bezug auf die Beobachtungen. Die Differenzen zeigen im Mittel kaum Abweichungen an, gekennzeichnet durch die 0 mm-Konturlinie (Abbildung 5.13a), und sich daher die positiven und negativen Abweichungen herausmitteln. Im 2,8 km Gitter kommt es für die 12. Vorhersagestunde eher zu Überschätzungen des Modells, die aber räumlich sehr beschränkt sind. Ein klar definiertes Muster der Überschätzungen lässt sich nicht ausmachen. Auch in der 7 km Auflösung überschätzen die Modellniederschläge die beobachteten Niederschläge. Außerdem kann das COSMO-EU nicht die räumliche Lage der Niederschlagsfelder wiedergeben, z. B. im Schwarzwald. Dort befinden sich die positiven und negativen Anomalien nebeneinander, wohingegen im COSMO-DE in dieser Region die Anomalien um Null liegen. Durch die explizite Auflösung konvektiver Niederschläge im COSMO-DE können orographisch bedingte Niederschläge besser als im COSMO-EU simuliert werden. Als letztes werden die Rangkorrelationen zwischen den modellierten und beobachteten Niederschlägen miteinander verglichen (Abbildung 5.13b). Die Korrelationen sind statistisch signifikant auf dem 95 %-Niveau. Die Korrelationskoeffizienten zwischen Modell und Beobachtungen zeigen für beide Gitter eine ähnliche Struktur, sind aber in der 2,8 km Auflösung höher. Die Korrelation zwischen dem modellierten und beobachteten Niederschlag beträgt im Mittel 0,57 für das COSMO-EU-Gitter und 0,59 für das COSMO-DE-Gitter. Außer für kleine Gebiete sind die Korrelationskoeffizienten zwischen Modell und Beobachtungen größer als 0,45 (gelb bis rot). Die Korrelationen an jedem Gitterpunkt sind im Sommer um ein viertel geringer als die der flächengemittelten Zeitreihen (Tabelle 5.6) und kennzeichnen die Schwierigkeiten, den Ort der Niederschläge exakt vorherzusagen. Die Koeffizienten zeigen aber an, dass die Niederschlagsgebiete im Sommer vom Modell gut wiedergegeben werden. Außerdem existiert ein Band mit relativ hohen Korrelationen ( $> 0,60$ ) in Nord-Süd-Richtung über Deutschland und der Alpenregion, das die Hauptniederschlagsgebiete des Sommers 2007 widerspiegelt.

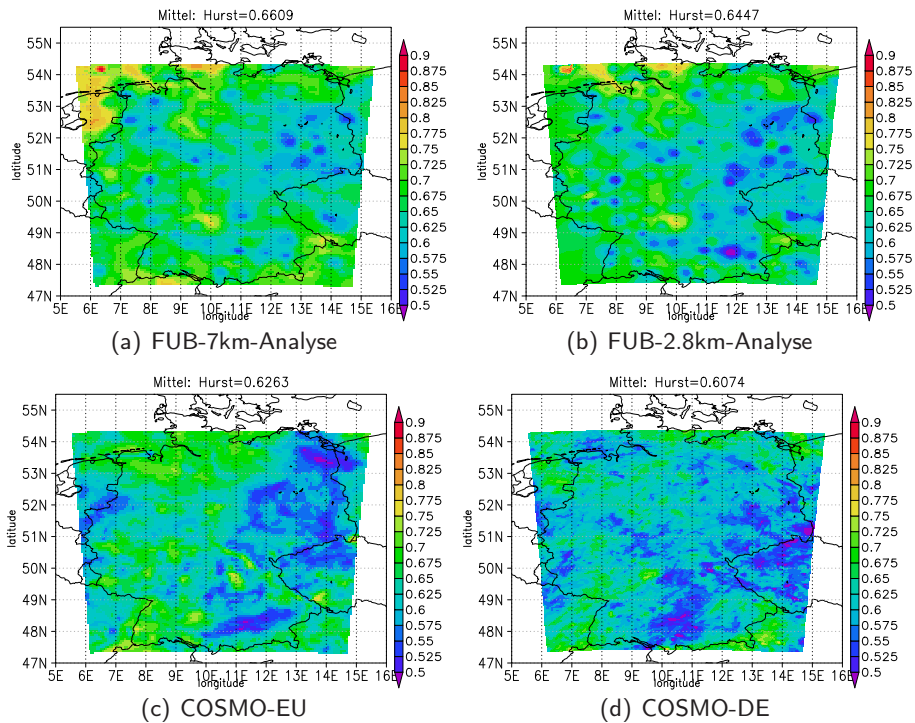


**Abbildung 5.13.:** Sommer 2007: (a) Differenzen zwischen beobachtetem und modelliertem Niederschlag für die 12. Stunde. In Konturen ist zusätzlich die 0 mm-Linie eingezeichnet. (b) Rangkorrelationskoeffizient zwischen modelliertem und beobachtetem Niederschlag. In der linken Spalte sind die Ergebnisse für das 2,8 km Gitter repräsentiert und in der rechten Spalte für das 7 km Gitter.

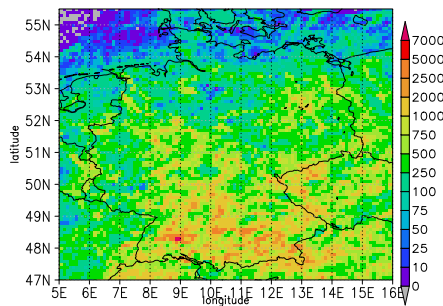
### 5.3.3. Räumliche Verteilung des Hurst-Exponenten

Anhand des Hurst-Exponenten konnten die Berliner Niederschlagsdaten charakterisiert werden (Kapitel 4.3). Konvektiver Niederschlag im Sommer weist auf der Skala von einer Minute bis 12 Stunden eine geringere Persistenz auf als stratiformer Niederschlag im Winter (Abbildung 4.9 in Kapitel 4.3.1). Außerdem konnte ein Vergleich der Hurst-Exponenten aus modellierten und beobachteten Niederschlag für das Berliner Stadtgebiet (Abschnitt 5.1.3 und 5.2.2.2) zeigen, dass das Modell weniger variablen Niederschlag simuliert. In einem letzten Schritt soll die fraktale Struktur des Niederschlages auf der Deutschlandskala mit Hilfe des Hurst-Exponenten untersucht werden. Der Hurst-Exponent wurde an jedem Gitterpunkt mittels der R/S-Analyse und der DFA-Methode für den Sommer 2007 und den Winter 2007/08 bestimmt und anschließend der Mittelwert gebildet. Für das COSMO-DE-Gitter liegen die Daten der ersten 21 Stunden eines Tages und für das COSMO-EU-Gitter die Daten aller 24 Stunden eines Tages vor.

In der Abbildung 5.14 sind die räumlichen Hurst-Exponenten für den Sommer 2007 für die beobachteten und die modellierten Niederschläge der beiden Gitterauflösungen dargestellt. Die räumliche Struktur der Hurst-Exponenten unterscheidet sich kaum zwischen den Gitterauflösungen sowie zwischen modellierten und beobachteten Niederschlägen. Eine detaillierte Struktur ist aber bei dem 2,8 km Gitter zu erkennen. Die mittleren Hurst-Exponenten sind für das höher aufgelöste Gitter kleiner als für das 7 km Gitter. Dieses Resultat konnte auch schon anhand der Analyse des Berliner Raumes im Jahr 2007 festgestellt werden (Abschnitt 5.2.2.2). Im Gegensatz zu jenen Ergebnissen sind hier die mittleren Hurst-Exponenten für das Modell kleiner als für die FUB-Analyse, d. h. der Modellniederschlag ist variabler. Das liegt darin begründet, dass die FUB-Berlin-Analyse (2,8 km



**Abbildung 5.14.:** Räumlicher Hurst-Exponent für Sommer 2007 für die stündlichen (a) FUB-7km-Analysen, (b) FUB-2.8km-Analysen, (c) COSMO-EU-Vorhersagedaten und (d) COSMO-DE-Vorhersagedaten.

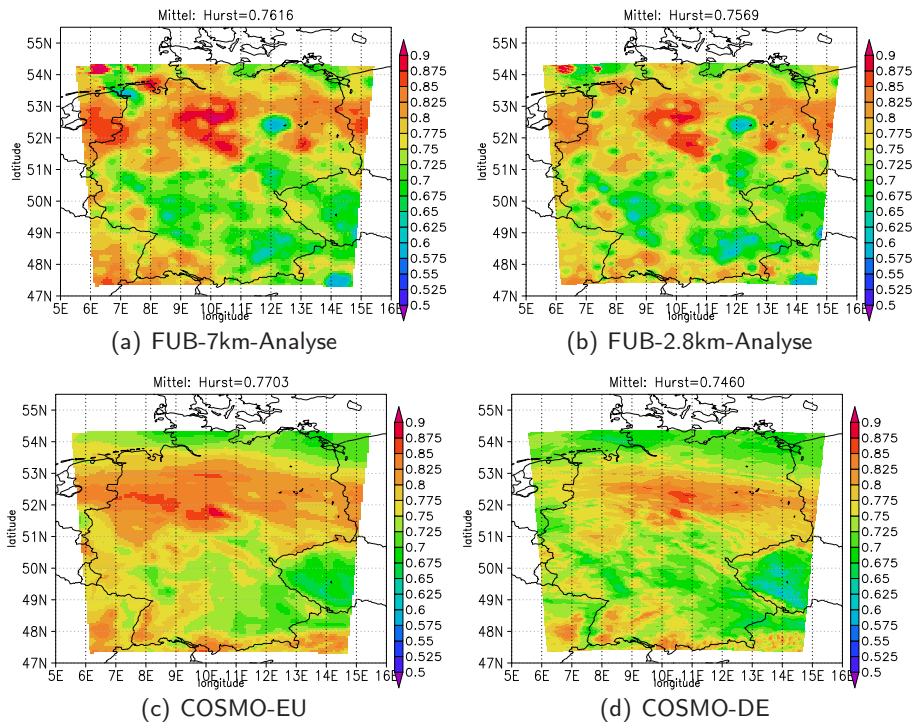


**Abbildung 5.15.:** (Anzahl der Blitze für den Sommer 2007).

und 7 km) für Berlin 2007 auf einem zeitlich-räumlich hochaufgelösten Datensatz beruht. Die FUB-7km- und FUB-2.8km-Analyse (Abbildung 5.14a,b), die aus SYNOP-Daten berechnet werden, kann durch das Interpolationsschema die Variabilität der konvektiven Strukturen nicht richtig wiedergeben. Würde hingegen eine hochaufgelöste Niederschlagsanalyse in der Deutschlandskala analysiert, die auf das COSMO-DE-Gitter interpoliert ist, dann zeigen die Beobachtungsdaten eine viel stärkere Variabilität als das COSMO-DE an.

Vor allem der Süden und der Osten Deutschlands weisen eine geringere Persistenz im Vergleich zu Westdeutschland auf, was für einen stärkeren variablen und konvektiven Einfluss in diesen Regionen spricht. Die Blitzanzahl für den Sommer 2007 soll herangezogen werden (Abbildung 5.15), um diese Behauptung zu prüfen. Die Blitzdaten wurden in Rahmen des Projektes RegioExAKT<sup>2</sup> von Beetz et al. (2009) zu Verfügung gestellt. In den Regionen, wo eine geringere Persistenz auftritt (blau) existiert eine höhere Anzahl von Blitzen. In Süddeutschland gibt es ein Band zwischen 48–49° N,

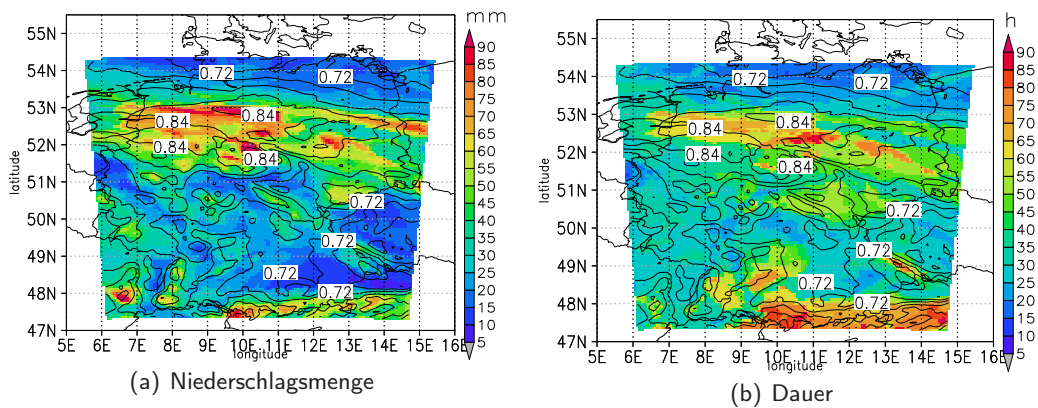
<sup>2</sup>Regionales Risiko konvektiver Extremwetterereignisse: Anwenderorientierte Konzepte zur Trendbewertung und -anpassung. Projekt-Homepage: <http://www.pa.op.dlr.de/RegioExAKT/>



**Abbildung 5.16.:** Räumlicher Hurst-Exponent für Winter 2007/08 für die stündlichen (a) FUB-7km-Analysen, (b) FUB-2.8km-Analysen, (c) COSMO-EU-Vorhersagedaten und (d) COSMO-DE-Vorhersagedaten.

in dem der Zusammenhang zwischen Hurst-Exponent (Abbildung 5.14) und Anzahl der Blitze sehr deutlich ist (Abbildung 5.15).

In der Abbildung 5.16 sind analog zum Sommer 2007 die räumlichen Hurst-Exponenten für den Winter 2007/08 dargestellt. Auch hier zeigen die Hurst-Exponenten der modellierten und beobachteten Niederschläge eine hohe räumliche Konsistenz. Ebenfalls sind die mittleren Hurst-Exponenten für das 2,8 km Gitter kleiner als für das 7 km Gitter sowohl für das Modell als auch für die Beobachtungen kleiner. Außerdem ist der winterliche Niederschlag weniger variabel als im Sommer, denn die Hurst-Exponenten sind im Winter höher als im Sommer (vgl. Abbildung 4.9a,b). Deutlich zu erkennen ist ein zonales Band von hohen Hurst-Exponenten über Norddeutschland. Die Vermutung liegt nahe, dass das Band hoher Persistenz den Hauptzugbahnen der Zyklonen in diesem Winter entspricht. Auch sind orographische Strukturen wie der Schwarzwald oder der Harz erkennbar. Im Sommer ließen sich die geringen Hurst-Exponenten mit Hilfe von Blitzereignissen den konvektiven Ereignissen zuordnen. Im Winter hingegen ist die Konvektion über Land nicht so stark ausgeprägt, so dass andere Parameter herangezogen werden müssen. Dies soll beispielhaft am COSMO-EU-Niederschlag diskutiert werden. In der Abbildung 5.17 ist die maximale Menge und die maximale Dauer eines zusammenhängenden Niederschlagsereignisses für den COSMO-EU-Niederschlag dargestellt. Die Menge eines zusammenhängenden Niederschlagsereignisses (Abbildung 5.17a) zeigt eine hohe Konsistenz mit dem Hurst-Exponenten. Ein hohe Niederschlagsmenge ist mit großer Persistenz verbunden und umgekehrt. Zur Charakterisierung der Niederschlagsmengen zusammenhängender Ereignisse wird die maximale Andauer (Abbildung 5.17b) betrachtet. Hier existiert ein hohe räumliche Korrespondenz zwischen den Niederschlagsmengen und der Andauer und daher auch mit dem Hurst-Exponenten. Man kann deshalb für ein zusammenhängendes Niederschlagsereignis feststellen: Langandauernde Niederschlagsereignisse mit hoher Menge sind persistenter als kurze Ereignisse mit geringerer Niederschlagsmenge. Die Struktur des Hurst-Exponenten in der Schwarzwaldregion (Abbildung 5.16c) verbunden mit Luv-Lee-Effekten ist auch in der Menge und Dauer finden. Das



**Abbildung 5.17.:** (a) Maximale Menge und (b) maximale Dauer eines zusammenhängenden Niederschlagsereignisse im Winter 2007/08. Zusätzlich ist in Konturen der Hurst-Exponent dargestellt.

zonale Band des persistenten Hurst-Exponenten ist in der westlichen Hälfte stärker ausgeprägt als in Ostdeutschland, denn der Niederschlag in der Westhälfte ist weniger variabel (Abbildung 5.17c). Interessant ist auch die Region um den Harz. Das Gebiet des Harzes weist eine hohe Persistenz mit hoher Niederschlagsmenge und langer Andauer. Im Lee des Harzes hingegen nimmt Niederschlagsmenge und die Persistenz ab.

**Resümee** Die Verifikation der modellierten Vorhersagedaten mit den beobachteten Niederschlagsdaten in verschiedenen Gitterauflösungen für die Deutschandskala ergab für die flächengemittelten Zeitreihen eine hohe Übereinstimmung. Dabei sind die resultierenden Korrelationskoeffizienten für das 2,8 km Gitter leicht höher als im 7 km Gitter. Vom Modellstandpunkt her liegen die Verbesserungen an der explizit aufgelösten Konvektion im COSMO-DE. Die FUB-2.8km-Analyse kann durch die höhere Auflösung gerade im Sommer die konvektiven Ereignisse besser darstellen. Das ist ein bemerkenswertes Ergebnis, denn die zugrunde liegenden SYNOP-Daten sind für beide FUB-Analysen gleich. Die Ergebnisse der flächengemittelten Analyse lassen sich auch auf die räumliche Struktur übertragen. Die lokalen Korrelationskoeffizienten zwischen den modellierten und beobachteten Niederschlägen sind allerdings aufgrund der Schwierigkeiten der exakten Vorhersage an einem Gitterpunkt um 25 % geringer als für die flächengemittelten Zeitreihen. Dennoch geben die COSMO-Modelle die beobachtete Niederschlagsstruktur wieder und der räumliche Korrelationskoeffizient kann mit den Hauptniederschlagsgebieten im Sommer 2007 in Verbindung gebracht werden. Die räumlichen Felder des Hurst-Exponenten zeigen für die COSMO-Niederschläge und FUB-Analysen sowohl im Sommer als auch im Winter eine vergleichbare Struktur. Der variabelste Niederschlag kann dem COSMO-DE zugeordnet werden. Wie in der regionalen Skala ist auf der Deutschandskala der geringste Hurst-Exponent bei der kleineren räumlichen Auflösung zu finden. Die FUB-2.8km-Analyse kann zwar besser die sommerlichen Niederschlagsstrukturen darstellen, unterschätzt aber bei der Interpolation die Variabilität der konvektiven Ereignisse. Zusätzlich kann konstatiert werden, dass sich der Hurst-Exponent zur prozessorientierten Verifikation von saisonalen Modellniederschlägen eignet. Zusätzlich konnte die Aussage der variableren Sommerniederschläge für die Punktniederschläge in Berlin-Dahlem bestätigt werden.



Teil II.

## Dynamische Ursachen der Niederschlagsbildung





## 6. Der Dynamische Zustandsindex

Niederschlag ist ein Produkt einer Anzahl von komplexen atmosphärischen Prozessen. Die extreme Komplexität der atmosphärischen Prozesse resultiert aus der Kopplung nichtlinearer Prozesse, die unterschiedliche zeitliche und räumliche Skalen aufweisen. Ein Niederschlagsereignis kombiniert beispielsweise den Effekt der Tröpfchenkondensation von der Ordnung  $\mathcal{O}(10^{-5} \text{ m})$  mit dem Effekt des planetarischen Austausches von Luftmassen und Feuchte ( $\mathcal{O}(10^6 \text{ m})$ ) (Telesca et al., 2004). Es ist daher eine große Herausforderung für die numerische Wettervorhersage so realistisch wie möglich die regionalen Strukturen, die zeitliche Variation sowie die Verbindung zwischen Intensität und Häufigkeit des Niederschlages zu simulieren. Fehler in den simulierten Niederschlagsfeldern weisen oft auf Defizite der Darstellung der physikalischen/dynamischen Prozesse im Modell hin (Dai, 2006). Daher ist es wichtig, die Prozesse der Niederschlagsbildung zu verstehen. Ein wichtiger Fortschritt im Verständnis der mikrophysikalischen Prozesse zur Niederschlagsbildung in Zyklonen wurde von Bergeron im Jahr 1935 veröffentlicht (Hobbs, 1978). Der auch nach Bergeron benannte Effekt besagt, dass in den mittleren Breiten die Niederschlagspartikel sich über die Eisphase in den Wolken entwickeln (z. B. Castellano et al., 2004).

Üblicherweise ist Niederschlag ein meteorologischer Parameter, der mit den Änderungen der atmosphärischen Zirkulation verbunden ist, z. B. mit dem Anwachsen der baroklinen Wellen und mit der Zyklognese in der synoptischen Skala. Ein Durchbruch zur dynamischen Erklärung von Niederschlagsprozessen basiert auf der baroklinen Theorie von Charney (1947) und Eady (1949). Gemäß dieser Theorie sind starke Temperaturgradienten, geringe statische Stabilität sowie eine Phasenverschiebung der Massen und Windfelder die Ursachen für die Amplifizierung der baroklinen Störungen. Ein Maß der baroklinen Instabilität ist die „Eady growth rate“. Mit dem Beginn der numerischen Wettervorhersage in den 1950er Jahren wurde auch der Einfluss der latenten Wärmeeffekte stärker berücksichtigt. Beispielsweise benutzten Aubert (1957) und Danard (1964, 1966) quasigeostrophische Modelle, um den Effekt der latenten Wärme auf die Bewegung der Tiefdruckgebiete zu untersuchen. Diese Studien zeigten, dass latente Wärmefreisetzung aus Niederschlag die Tendenz hat, zu einer Erhöhung der Höhe des oberen Levels und einer Erniedrigung der Höhe des unteren Levels der isobaren Oberflächen zu führen. Das führt zu einer Vertiefung und Beschleunigung der Zyklonen. Ein weiteres Augenmerk wurde den Effekten der Cumuluskonvektion von Zyklonen zugeschrieben. So konnten beispielsweise Tracton (1973) und Bosart (1981) feststellen, dass die Cumuluskonvektion in der Nähe von Tiefdruckzentren eine Rolle bei der Intensivierung spielen. Oder die Konvektion initialisiert Zyklonen. Daher müssen die Vertikalbewegungen bei der Zyklognese verstanden werden. Ein physikalische Erklärung konnte das isentrope potentielle Vorticity-Denken (IPV) geben (Hoskins et al, 1985), die die PV als diagnostische Variable einbezieht. Das Prinzip des IPV-Denken wird im Abschnitt 6.7.2 verdeutlicht. Aufwärts gerichtete Vertikalbewegung (z. B. Konvektion) ist verbunden mit verstärkter Bewölkung und Niederschlag und umgekehrt (Rose und Lin, 2003).

Im Sommer sind Niederschlagsereignisse häufig mit der Entwicklung konvektiver System in den mittleren Breiten assoziiert. Diese konvektiven Systeme interagieren untereinander und sind in der Mesoskala organisiert. So kann das Münchner Hagelunwetter als Extremereignis (Heimann und Kurz, 1985) den so genannten mesoskaligen konvektiven Systemen zugeordnet werden (Houze, 2004). Die Interaktion der konvektiven Zellen geschieht typischerweise innerhalb der synoptischen Skala (Konrad, 1997). Aus dynamischer Betrachtungsweise sind diese Phänomene durch das Freisetzen von potentieller Energie charakterisiert, verursacht durch barokline und konvektive Instabilität.

Ein Maß für die Instabilität von Luft ist die konvektive verfügbare potentielle Energie (engl. convective available potential energy; CAPE). Sie beschreibt die Umwandlung von potentieller in kinetischer Energie, unter der Voraussetzung das ein Luftpaket über das Niveau der freien Konvektion gehoben wird. Diese Hebung kann großräumig, lokal oder orographisch erfolgen. Mit Hilfe des IPV-Denken können Gebiete mit großräumiger Hebung identifiziert werden.

Im Allgemeinen können diese meteorologischen Phänomene den unbalancierten Prozesse, abhängig von der jeweiligen Skala, zugeordnet werden. Diese unbalancierten Prozesse sind schwierig mit den herkömmlichen meteorologischen Variablen wie Temperatur, Wind und Geopotential zu quantifizieren. In der hier vorliegenden Arbeit wird ein alternativer Ansatz, der Dynamische Zustandsindex, präsentiert. Dessen Berechnung beinhaltet die räumlichen Ableitungen und die Kombination der eben genannten Parametern (siehe Abschnitt 6.5). Dieser Zustandsindex erfasst alle instationären und diabatischen Prozesse und diese werden gerade in einer Größe ausgedrückt. Der dynamische Zustandsindex (engl. Dynamic State Index, *DSI*) beschreibt quantitativ die Abweichung von einer stationären, trockenen, adiabatichen und reibungsfreien Lösung der primitiven Gleichungen (Névir, 2004). Die Idee dieser Herangehensweise ist es, die atmosphärische Dynamik bezüglich einer exakten Lösung als ein mittleres Feld zu beschreiben, welches die Bewegung der Störungen in komplizierter nichtlinearer Weise beinhaltet. In der Meteorologie gibt es zwei verschiedenen Ansätze, um einen Grundzustand und eine Abweichung davon zu definieren. Der erste Ansatz legt den Mittelwert als Grundzustand einer atmosphärischen Variable fest:

$$x = \bar{x} + x',$$

wobei  $\bar{x}$  die gemittelte Variable und  $x'$  die zugehörige Abweichung ist. Das Prinzip findet vor allem in der Betrachtung der turbulenten Prozesse in der Grenzschicht. Ein Vorteil, der sich daraus ergibt, ist, dass der Mittelwert  $\bar{x}$  und die zugehörige Abweichung  $x'$  direkt aus den Daten bestimmbar sind. Der Nachteil hingegen ist, dass der mittlere Zustand alle Prozesse enthält, die miteinander nichtlinear verbunden sind. Der mittlere Zustand wird kaum in der Atmosphäre beobachtet oder realisiert.

Auf der anderen Seite kann der Grundzustand als einfache Lösung der meteorologischen Grundgleichungen angenommen werden:

$$x = x_0 + x',$$

wobei  $x_0$  der einfachen Lösung entspricht und  $x'$  wieder die zugehörige Abweichung ist. Beispielsweise repräsentieren die geostrophischen Komponenten den Grundzustand und die ageostrophischen Komponenten die Abweichung von der Geostrophie. Diese Betrachtungsweise ermöglicht es, den Grundzustand als Lösung des Gleichungssystems direkt zu beobachten. Es gibt keine Vermischung von nichtlinearen Prozessen. Der Nachteil dieser Darstellung ergibt sich aus der Festlegung des Grundzustandes. Das *DSI*-Konzept verwendet die zweite Betrachtungsweise: Der Grundzustand  $x_0$  entspricht hier dem stationären, trockenen, adiabatichen und reibungsfreien Zustand und die zugehörige Abweichung  $x'$  wird vom *DSI* beschrieben.

In diesem Kapitel erfolgt zunächst eine kurze Einführung in die Energie-Wirbel-Theorie (Abschnitt 6.1), die die Basis für die Definition des dynamischen Zustandsindex darstellt. Anschließend wird mit Hilfe des Variationsprinzips ein stationärer Zustand hergeleitet (Abschnitt 6.2) und im Abschnitt 6.3 der Zustandsindex definiert. Im nächsten Abschnitt 6.4 erfolgt eine geometrische Interpretation des Indexes verbunden mit einer Diskussion des Vorzeichens. Da der Index auf isentropen Flächen analysiert wird, wird dessen Darstellung auf Isentropen im Abschnitt 6.5 und dessen Eingangsdaten für die Berechnung im Abschnitt 6.6 präsentiert. Basierend auf der Fallstudie des Orkan Kyrill wird der Zusammenhang zwischen dem dynamischen Zustandsindex und dem isentropen potentielle Vorticity-Denken im letzten Abschnitt 6.7 verdeutlicht.

## 6.1. Die Energie-Wirbel-Theorie

Eine zentrale Fragestellung dieser Arbeit ist das Verständnis der dynamischen Ursachen der Niederschlagsbildung. In diesem Zusammenhang wird der Dynamische Zustandsindex  $DSI$  als ein aus der Energie-Wirbel-Theorie abgeleiteter dynamischer Parameter benutzt (Névir, 1998). Der Grundgedanke der Energie-Wirbel-Theorie ist es, die prognostischen Differentialgleichungen der Hydro-Thermodynamik mit ihren konstituierenden Erhaltungsgrößen in der Nambu-Darstellung zu schreiben. Nambu (1973) zeigte anhand der Kreiselgleichungen (eine gewöhnliche Differentialgleichung), dass durch die Verallgemeinerung der Hamilton-Theorie der Drehimpuls neben der Energie ebenfalls als eine konstituierende Erhaltungsgröße in die Gleichung eingeht. Névir und Blender (1993) entwickelten die Nambu-Mechanik für gewöhnliche Differentialgleichungen derart weiter, dass sie auch für die inkompressible Hydrodynamik und somit für eine partielle Differentialgleichung anwendbar ist. In jener Arbeit wurde die nichtdivergente 2D-Vorticitygleichung unter Benutzung der Erhaltungssätze mit der kinetischen Energie und Enstrophie geschrieben. Außerdem konnte die Helmholtz-Gleichung eines 3D-nichtdivergenten barotropen Fluids als trilineare Klammer-Darstellung durch die Erhaltungsgrößen der kinetischen Energie und Helizität formuliert werden. Névir (1998) sowie Névir und Sommer (2009) verallgemeinerten in einem weiteren Schritt die Theorie auf kompressible Fluide mit einem thermodynamischen Freiheitsgrad. Die Energie-Wirbel-Theorie konnte somit auf realistischere Atmosphärenmodelle angewendet werden. Das soll im Folgenden kurz skizziert werden: In der Hydro-Thermodynamik nehmen die Gleichungen eine trilineare Klammer-Struktur an. Die bestimmenden Größen in der Hydro-Thermodynamik sind das Windfeld  $\mathbf{v}$ , die Entropiedichte  $\sigma = s\rho$  und die Massendichte  $\rho$ . Die zeitliche Ableitung eines Funktional  $\mathcal{F}$  kann durch die Phasenraumfunktionen  $\mathbf{v}, \sigma, \rho$  wie folgt beschrieben werden:

$$\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} = \{\mathcal{F}, h_a, \mathcal{H}\} + \{\mathcal{F}, \mathcal{M}, \mathcal{H}\} + \{\mathcal{F}, \mathcal{S}, \mathcal{H}\}. \quad (6.1)$$

Diese Gleichung ist ein Beispiel für die Nambu-Klammerdarstellung der Hydro-Thermodynamik und gibt die Dynamik wieder. Somit kann die zeitliche Ableitung des Funktional  $\mathcal{F}$  als Summe dreier Klammern, der Energie-Helizität-, Energie-Masse- und Energie-Entropie-Klammer geschrieben werden. Dabei kennzeichnen  $\mathcal{H}$  die Gesamtenergie,  $\mathcal{M}$  die Masse,  $\mathcal{S}$  die Entropie und  $h_a$  die Helizität. Diese sind globale Größen für die Klammerdarstellung. Die Gesamtenergie  $\mathcal{H}$  ist eine globale Erhaltungsgröße, die wie folgt gegeben ist:

$$\mathcal{H} = \int_V d\tau \rho \left[ \frac{1}{2} \mathbf{v}^2 + \phi + e(v, s) \right]. \quad (6.2)$$

Dabei ist  $\rho$  die Dichte des Fluids,  $\mathbf{v}$  kennzeichnet den 3D-Windvektor,  $\phi$  gibt das Potential eines externen Gravitationsfeldes an,  $e = e(v, s)$  beschreibt die spezifische innere Energie als Funktion des spezifischen Volumens  $v$  und der spezifischen Entropie  $s$ . Die Helizität  $h_a$  ist wie folgt gegeben:

$$h_a = \frac{1}{2} \int_V d\tau \mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\xi}_a. \quad (6.3)$$

Dabei beschreibt  $\boldsymbol{\xi}_a = \boldsymbol{\xi} + 2\boldsymbol{\omega}$  den absoluten 3D-Wirbelvektor, wobei  $\boldsymbol{\omega}$  den Winkelgeschwindigkeitsvektor der Erde angibt. Mit der Nambu-Klammer (Gleichung 6.1) lässt sich das Gleichungssystem der Hydro-Thermodynamik wie folgt schreiben: Setzt man für  $\mathcal{F} = \mathbf{v}$  ergibt sich die Euler'sche Bewegungsgleichung, die Kontinuitätsgleichung für  $\mathcal{F} = \rho$  und den 1. Hauptsatz der Thermodynamik

für adiabatische Prozesse für  $\mathcal{F} = \sigma$ :

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = \{\mathbf{v}, h_a, \mathcal{H}\} + \{\mathbf{v}, \mathcal{M}, \mathcal{H}\} + \{\mathbf{v}, \mathcal{S}, \mathcal{H}\}, \quad (6.4)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \{\rho, \mathcal{M}, \mathcal{H}\}, \quad (6.5)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \{\sigma, \mathcal{S}, \mathcal{H}\}. \quad (6.6)$$

Physikalisch bedeutet das, dass die zeitliche Änderung der Geschwindigkeit durch die Kombination der drei Klammern gegeben ist, wohingegen die zeitliche Änderung der Massendichte und Entropiedichte nur durch den Ausdruck einer Klammer (Energie-Massen-Klammer bzw. Energie-Entropie-Klammer) bestimmt ist. Der Klammersausdruck 6.4-6.6 wird singular, wenn ein Casimir existiert. Die Ertel'sche potentielle Enstrophie ist ein Casimir der nichtkanonischen Theorie und vertauscht mit den anderen Größen in der entsprechenden Poisson-Klammer. Die Ertel'sche potentielle Enstrophie ist ebenfalls eine globale Erhaltungsgröße:

$$\mathcal{E}_p = \frac{1}{2} \int_V d\tau \rho \Pi^2 \quad \text{mit} \quad \Pi = \frac{\xi_a \cdot \nabla s}{\rho}. \quad (6.7)$$

Sie beschreibt das Volumenintegral über das Produkt aus der Dichte und dem halben Quadrat der Ertel'schen potentiellen Vorticity  $\Pi$  (PV). Die Ertel'sche potentielle Vorticity  $\Pi$  ist ein Maß für die Rotationsbewegung in einem adiabatischen 3D-Fluid. Die Erhaltungseigenschaft der  $\mathcal{E}_p$ , d. h. keine zeitliche Entwicklung, entspricht einer Zwangsbedingung:

$$0 = \{\mathbf{v}, h_a, \mathcal{E}_p\} + \{\mathbf{v}, \mathcal{M}, \mathcal{E}_p\} + \{\mathbf{v}, \mathcal{S}, \mathcal{E}_p\}, \quad (6.8)$$

$$0 = \{\rho, \mathcal{M}, \mathcal{E}_p\}, \quad (6.9)$$

$$0 = \{\sigma, \mathcal{S}, \mathcal{E}_p\}. \quad (6.10)$$

Daher können sich das Wind-, Massen- und Entropiefeld, mit anderen Worten die Wirbel-, Massen- und Thermodynamik, nicht unabhängig voneinander entwickeln. Außerdem können damit stationäre Zustände erklärt werden. Der *DSI* ist eine direkte Anwendung der Energie-Wirbel-Theorie für die stationäre Lösung des Gleichungssystems 6.4-6.6. Das wird im Abschnitt 6.3 aufgezeigt.

## 6.2. Das Variationsprinzip zur Ableitung eines stationären Zustandes

Unter Verwendung der Energie-Wirbel-Theorie kann eine stationäre Lösung für die gesamten ursprünglichen Gleichungen abgeleitet werden. Dieser stationärer Zustand eines Fluids ist im adiabatischen und reibungsfreien Fall durch ein Extremum eines Energie-Wirbel-Funktional bestimmt:

$$\mathcal{N}[\mathbf{v}, \rho, s] = \mathcal{H}[\mathbf{v}, \rho, s] + \lambda \mathcal{E}_p[\mathbf{v}, \rho, s]. \quad (6.11)$$

Das Energie-Wirbel-Funktional  $\mathcal{N}$  ist also abhängig von der Geschwindigkeit  $\mathbf{v}$ , Dichte  $\rho$  und der Entropie  $s$  eines Fluids und das Funktional wird extremal, wenn folgendes gilt:

$$\frac{\delta \mathcal{N}}{\delta \rho} = \frac{\delta(\mathcal{H} + \lambda \mathcal{E}_p)}{\delta \rho} = 0, \quad \frac{\delta \mathcal{N}}{\delta \mathbf{v}} = \frac{\delta(\mathcal{H} + \lambda \mathcal{E}_p)}{\delta \mathbf{v}} = 0 \quad \text{und} \quad \frac{\delta \mathcal{N}}{\delta s} = \frac{\delta(\mathcal{H} + \lambda \mathcal{E}_p)}{\delta s} = 0. \quad (6.12)$$

Für die Energie  $\mathcal{H}$  ergeben sich die funktionellen Ableitungen mit Gleichung 6.2 zu:

$$\frac{\delta\mathcal{H}}{\delta\rho} = B, \quad (6.13)$$

$$\frac{\delta\mathcal{H}}{\delta\mathbf{v}} = \rho\mathbf{v}, \quad (6.14)$$

$$\frac{\delta\mathcal{H}}{\delta s} = \rho T, \quad (6.15)$$

wobei  $B = \frac{1}{2}\mathbf{v}^2 + \phi + e + pv$  die Bernoulli-Stromfunktion bezeichnet. Die Bernoulli-Stromfunktion ist die Summe aus kinetischer, potentieller Energie und der Enthalpie  $h = e + pv$ . Die Ableitung der inneren Energie nach der Entropie ergibt die Temperatur  $T$ .

$\mathcal{E}_p$  muss wie folgt variiert werden, um die funktionale Ableitung der Ertel'schen potentiellen Enstrophie zu erhalten:

$$\delta\mathcal{E}_p = \int_V d\tau \left( \rho\Pi\delta\Pi + \frac{1}{2}\Pi^2\delta\rho \right). \quad (6.16)$$

Da die potentielle Vorticity eine Funktion der Geschwindigkeit, der Dichte und der spezifischen Entropie ist, müssen diese bei der Variation berücksichtigt werden. Mit Hilfe der Produktregel erhält man:

$$\begin{aligned} \delta\Pi &= \frac{\delta\xi_a \cdot \nabla s}{\rho} + \frac{\xi_a \cdot \nabla \delta s}{\rho} - \frac{\xi_a \cdot \nabla s}{\rho^2} \delta\rho \\ &= \frac{\delta\xi_a \cdot \nabla s}{\rho} + \frac{\xi_a \cdot \nabla \delta s}{\rho} - \frac{\Pi}{\rho} \delta\rho. \end{aligned} \quad (6.17)$$

Setzt man diese Variation der PV in Gleichung 6.16, ergibt sich:

$$\begin{aligned} \delta\mathcal{E}_p &= \int_V d\tau \left( \rho\Pi \left[ \frac{\delta\xi_a \cdot \nabla s}{\rho} + \frac{\xi_a \cdot \nabla \delta s}{\rho} - \frac{\Pi}{\rho} \delta\rho \right] + \frac{1}{2}\Pi^2\delta\rho \right) \\ &= \int_V d\tau \left( \Pi\delta\xi_a \cdot \nabla s + \Pi\xi_a \cdot \nabla \delta s - \frac{1}{2}\Pi^2\delta\rho \right). \end{aligned} \quad (6.18)$$

Der erste Term des Integranden kann mit Hilfe der Relation:  $\nabla \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) = \mathbf{b} \cdot (\nabla \times \mathbf{a}) - \mathbf{a} \cdot (\nabla \times \mathbf{b})$  umgeformt werden:

$$\Pi\delta\xi_a \cdot \nabla s = \nabla \cdot (\Pi\delta\mathbf{v} \times \nabla s) + \delta\mathbf{v} \cdot (\nabla\Pi \times \nabla s). \quad (6.19)$$

Setzt man die rechte Seite des Ausdruckes 6.19 in das Integral 6.18 ein, so verschwindet das Integral über einen Divergenzterm ( $\nabla \cdot (\Pi\delta\mathbf{v} \times \nabla s)$ ) nach dem Satz von Gauß und man erhält schließlich:

$$\delta\mathcal{E}_p = \int_V d\tau \left( \underbrace{\delta\mathbf{v} \cdot (\nabla\Pi \times \nabla s)}_I - \underbrace{\frac{1}{2}\Pi^2\delta\rho}_{II} + \underbrace{\Pi\xi_a \cdot \nabla \delta s}_{III} \right). \quad (6.20)$$

Aus dieser Gleichung kann man somit die funktionale Ableitung von  $\mathcal{E}_p$  nach der Dichte und Ge-

schwindigkeit ablesen:

$$I \rightarrow: \frac{\delta \mathcal{E}_p}{\delta \rho} = -\frac{1}{2} \Pi^2, \quad (6.21)$$

$$II \rightarrow: \frac{\delta \mathcal{E}_p}{\delta \mathbf{v}} = \nabla \Pi \times \nabla s. \quad (6.22)$$

Der Term  $III$  aus Gleichung 6.20 ist das Resultat der Ableitung mit der Produktregel von  $\nabla \cdot (\Pi \boldsymbol{\xi}_a \delta s)$ :

$$III \rightarrow: \Pi \boldsymbol{\xi}_a \cdot \nabla \delta s = \nabla \cdot (\Pi \boldsymbol{\xi}_a \delta s) - (\nabla \cdot (\Pi \boldsymbol{\xi}_a)) \delta s. \quad (6.23)$$

Setzt man die rechte Seite der Gleichung in das Integral 6.20 ein, so verschwindet der erste Term nach dem Satz von Gauß. Der zweite Term wird mit Hilfe der Produktregel abgeleitet:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot (\Pi \boldsymbol{\xi}_a) &= -(\underbrace{\nabla \cdot \boldsymbol{\xi}_a}_{0} \Pi + \boldsymbol{\xi}_a \cdot \nabla \Pi) \\ &= -\boldsymbol{\xi}_a \cdot \nabla \Pi. \end{aligned} \quad (6.24)$$

Damit erhält man die letzte funktionale Ableitung der potentiellen Enstrophie:

$$III \rightarrow: \frac{\delta \mathcal{E}_p}{\delta s} = -\boldsymbol{\xi}_a \cdot \nabla \Pi. \quad (6.25)$$

Kombiniert man die funktionalen Ableitungen (6.13-6.15, 6.21-6.25) mit dem Zusammenhang 6.11, erhält man die 1. Ableitungen des Funktionals  $\mathcal{N}$  (Névir, 1993):

$$\frac{\delta \mathcal{N}}{\delta \rho} \rightarrow B - \lambda \frac{1}{2} \Pi^2 = 0 \quad (6.26)$$

$$\frac{\delta \mathcal{N}}{\delta \mathbf{v}} \rightarrow \rho \mathbf{v} - \lambda \nabla s \times \nabla \Pi = 0. \quad (6.27)$$

$$\frac{\delta \mathcal{N}}{\delta s} \rightarrow \rho T - \lambda \boldsymbol{\xi}_a \cdot \nabla \Pi = 0. \quad (6.28)$$

Eine allgemeine Winddarstellung lässt sich durch die Eliminierung von  $\lambda$  durch das Einsetzen des Gradienten von Gleichung 6.26 in 6.27 wie folgt herleiten:

$$\nabla B = \nabla \left( \lambda \frac{1}{2} \Pi^2 \right) = \Pi \lambda \nabla \Pi \rightarrow \frac{\nabla B}{\Pi} = \lambda \nabla \Pi. \quad (6.29)$$

Die Gleichung 6.29 wird in 6.27 eingesetzt und wird zu:

$$\rho \mathbf{v} = -\lambda \nabla \Pi \times \nabla s = -\frac{\nabla B}{\Pi} \times \nabla s. \quad (6.30)$$

Das Ergebnis ist dann die allgemeine 3D-Geschwindigkeitsdarstellung für stationäre adiabatische Fluide ohne Reibung:

$$\mathbf{v} = \frac{1}{\rho \Pi} \nabla s \times \nabla B. \quad (6.31)$$

Die Stationarität ist gegeben, wenn die partiellen Zeitableitungen nicht vorhanden sind. Daher kann man auch  $\mathbf{v} = \mathbf{v}_{st}$  schreiben. Ein funktionaler Zusammenhang zwischen der Bernoulli-Stromfunktion

und der PV ist in Gleichung 6.26 gegeben. Der Gradient der Bernoulli-Stromfunktion lässt sich in einen Gradienten der PV umwandeln.

Die Eliminierung von  $\lambda$  in Gleichung 6.28 mit dem Gradienten der Bernoulli-Stromfunktion (Gleichung 6.29) führt zu der folgenden Gleichung:

$$T = \xi_a \frac{\nabla B}{\rho \Pi}. \quad (6.32)$$

Die Gleichung kann mit Hilfe der Definition der potentiellen Vorticity  $\rho \Pi = \xi_a \cdot \nabla s$  (siehe Gleichung 6.7) vereinfacht werden:

$$T = \frac{\xi_a \cdot \nabla B}{\xi_a \cdot \nabla s}. \quad (6.33)$$

Das ist eine verallgemeinerte Darstellung für ein stationäres Temperaturfeld. Wenn die internen Wirbelbewegungen vernachlässigt werden, könnte diese Gleichung in einen meridionalen und vertikalen Anteil aufgespalten werden. Das entspräche dann einem Längen-Höhen-Schnitt der Temperaturverteilung.

### 6.3. Definition des *DSI*

Unter der Benutzung der gesamten ursprünglichen Gleichungen leitete Schär (1993) die Geschwindigkeitsdarstellung 6.31 mit der potentiellen Temperatur  $\theta$  ab:

$$\mathbf{v} = \frac{1}{\rho \Pi} \nabla \theta \times \nabla B \quad \text{mit} \quad \Pi = \frac{\xi_a \cdot \nabla \theta}{\rho}. \quad (6.34)$$

Diese 3D-Darstellung beschreibt ein allgemeines Energie-Wirbel-Gleichgewicht, d. h. Energie- und Wirbelgröße sind voneinander abhängig. Im stationären adiabatischen Zustand weht der allgemeine 3D-Wind  $\mathbf{v}$  entlang den Schnittlinien der isentropen Flächen ( $\theta = \text{const.}$ ) und auf den Flächen konstanter Bernoulli-Stromfunktion. Dieser allgemeine stationäre Wind enthält alle Energieformen und die Vorticityeigenschaften des Strömungsfeldes. Er gibt daher eine realistischere Winddarstellung als die 2D-geostrophische oder pseudogeostrophische Approximation wieder. Den geostrophischen Wind erhält man beispielsweise mit den folgenden Substitutionen:

$$\begin{aligned} \theta &\rightarrow z, \\ B &\rightarrow pv, \\ \rho \Pi &\rightarrow f, \end{aligned} \quad (6.35)$$

und kann somit im  $z$ -System geschrieben werden:

$$\mathbf{v}_{h,g} = \frac{1}{\rho f} \mathbf{k} \times \nabla_{hp}. \quad (6.36)$$

Setzt man nun die Gleichung 6.34 in die Kontinuitätsgleichung  $\nabla \cdot (\rho \mathbf{v}_{st}) = 0$  ein, so wird mit der

Produktregel:

$$\begin{aligned}\nabla \cdot (\rho \mathbf{v}_{st}) &= \nabla \cdot \left( \frac{1}{\Pi} (\nabla \theta \times \nabla B) \right) \\ &= \frac{1}{\Pi} \nabla \cdot (\nabla \theta \times \nabla B) + \nabla \left( \frac{1}{\Pi} \right) \cdot (\nabla \theta \times \nabla B) = 0.\end{aligned}\quad (6.37)$$

Der erste Summand verschwindet, denn die Rotation eines Gradienten ergibt Null:

$$\frac{1}{\Pi} \nabla \cdot (\nabla \theta \times \nabla B) = \nabla B \cdot \left( \frac{1}{\Pi} \nabla \times \nabla \theta \right) - \nabla \theta \cdot \left( \frac{1}{\Pi} \nabla \times \nabla B \right) = 0.\quad (6.38)$$

Der zweite Summand hingegen wird mit der Kettenregel ausgewertet:

$$\begin{aligned}0 &= \nabla \left( \frac{1}{\Pi} \right) \cdot (\nabla \theta \times \nabla B) \\ &= \nabla B \cdot \left( \nabla \frac{1}{\Pi} \times \nabla \theta \right) - \nabla \theta \cdot \left( \nabla \frac{1}{\Pi} \times \nabla B \right) - \frac{1}{\Pi^2} \nabla \Pi \cdot (\nabla \theta \times \nabla B) \\ &= \frac{1}{\Pi} \underbrace{[\nabla B \cdot (\nabla \times \nabla \theta) - \nabla \theta \cdot (\nabla \times \nabla B)]}_{=0} - \frac{1}{\Pi^2} \nabla \Pi \cdot (\nabla \theta \times \nabla B) \\ &= \nabla \Pi \cdot (\nabla \theta \times \nabla B)\end{aligned}\quad (6.39)$$

Das Spatprodukt aus  $\Pi, \theta, B$  auf der rechten Seite lässt sich als Funktionaldeterminante derart schreiben:

$$0 = \frac{\partial(\Pi, \theta, B)}{\partial(a, b, c)},\quad (6.40)$$

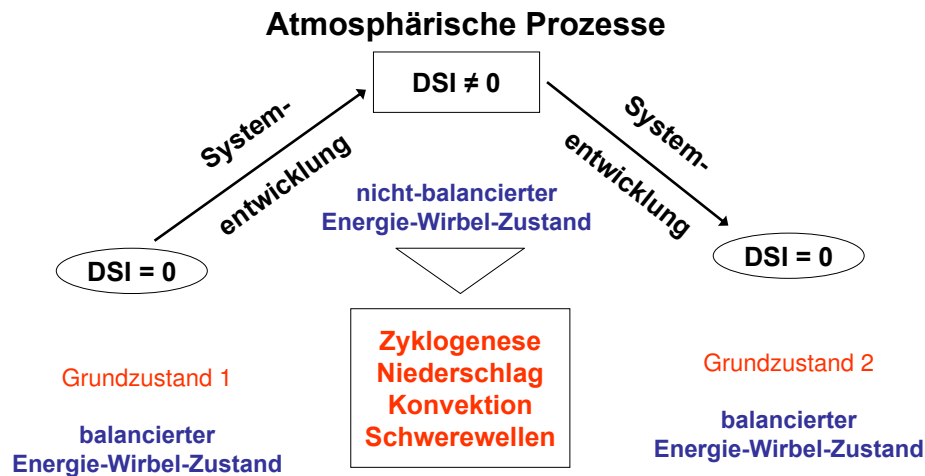
und ist die stationäre Energie-Wirbel-Gleichung im Grundzustand für eine reibungsfreie, adiabatische Atmosphäre. Die Koordinaten  $a, b, c$  sind Lagrange'sche Massenkoordinaten mit  $dm = da db dc = \rho dx dy dz$ , damit die massenbehafteten Strömungen in der Atmosphäre berücksichtigt werden. Um die relevanten Ableitungen vom Grundzustand eines skalaren Feldes zu erhalten, kann die Jacobi-Determinante 6.40 berechnet werden. Diese Determinante, in Massenkoordinaten formuliert, wird als der Dynamische Zustandsindex (*DSI*) definiert:

$$DSI := \frac{\partial(\Pi, \theta, B)}{\partial(a, b, c)} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial(\Pi, \theta, B)}{\partial(x, y, z)}.\quad (6.41)$$

Er enthält die lokalen Informationen der entropischen, energetischen und wirbeldynamischen Zustände der Atmosphäre enthält. Die Idee dieses Ansatzes ist es, die atmosphärische Dynamik eher bezüglich einer exakten Lösung als durch ein gemitteltes Feld zu beschreiben, da es den Einfluss der Störungen in einer nichtlinearen Weise enthält. Das heißt, dass der *DSI* die diabatischen, feuchten, reibungsbehafteten und instationären Prozesse der atmosphärischen Strömungsfelder beschreibt. Wie bereits erwähnt, existiert ein funktionaler Zusammenhang zwischen  $\Pi$  und  $B$  in einem stationären Energie-Wirbel-Grundzustand, in dem der *DSI* exakt Null ( $DSI = 0$ ) ist.

Die Abbildung 6.1 stellt schematisch dar, wie es zu Wetterentwicklungen kommt. Ausgangspunkt ist der stationäre Grundzustand 1, in dem der  $DSI = 0$  ist und die Atmosphäre sich in einem balancierten Energie-Wirbel-Zustand befindet. Jedoch weisen die zugehörigen meteorologischen Größen, wie z. B. Geopotential und Temperatur, in dem Zustand einen Wert auf. Treten nun instationäre





**Abbildung 6.1.:** Schematische Darstellung des Zusammenhanges zwischen *DSI* und Systementwicklungen (adaptiert nach Weber und Névir (2008)).

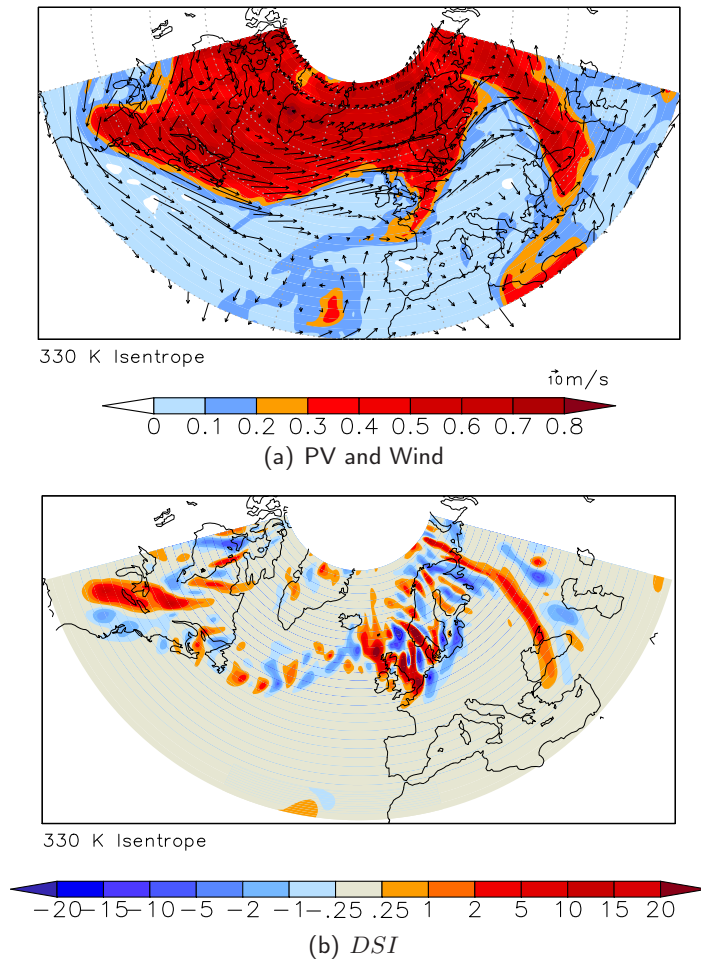
und diabatische Störungen auf, so befindet sich die Atmosphäre für einen gewissen Zeitraum nicht mehr in dem balancierten Zustand. In diesem unbalancierten Zustand sind atmosphärische Prozesse mit Wetteraktivitäten u.a. mit Zyklongenese und/oder Niederschlagsbildung verbunden. Wenn diese Prozesse abgeschlossen sind, geht die Atmosphäre wieder in einem balancierten Grundzustand 2 über.

## 6.4. Geometrische Interpretation des *DSI*

In diesem Abschnitt wird eine geometrische Interpretation des *DSI* mit einer Diskussion des Vorzeichens präsentiert. Entsprechend der Gleichung 6.34 weht der verallgemeinerte stationäre Wind im Grundzustand parallel zu den Isolinien der Bernoulli-Stromfunktion. Aufgrund der funktionalen Abhängigkeit zwischen der Bernoulli-Stromfunktion und der potentiellen Vorticity  $B = f(\Pi)$  verschwindet der *DSI* in diesem Grundzustand, und der stationäre Wind weht ebenfalls parallel zu den Isolinien der PV:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{v}_{st} &= \frac{1}{\rho\Pi} \nabla\theta \times \nabla(f(\Pi)) \\
 &= \frac{f'(\Pi)}{\rho\Pi} \nabla\theta \times \nabla\Pi.
 \end{aligned}$$

Das allgemeine Verhalten kann für eine nordhemisphärische Großströmung visualisiert werden (Abbildung 6.2a). Das PV-Feld und das Windvektorfeld zeigen im Winter eine relativ zonale Frontalzone über dem Atlantik. Frontale Strukturen können anhand der PV über der Nordsee und dem Ural detektiert werden. Die atmosphärischen Strömungen befinden sich größtenteils nicht in dem Energie-Wirbel-Grundzustand, so dass die realen Winde Abweichungen von der Parallelität aufweisen, die als unbalancierte Prozesse aufgefasst werden können. Diese Abweichungen sind an den Grenzen der PV-



**Abbildung 6.2.:** Zusammenhang zwischen potentielle Vorticity, Wind und *DSI*: (a) Potentielle Vorticity [ $1 \text{ PVU} = 10^{-6} \text{ km}^2 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-1}$ ] und das Windvektorfeld vom 25. Januar 2008 00UTC und (b) das zugehörige *DSI*-Feld [ $10^3 \text{ PVU}^2/\text{s}$ ]. Die Felder sind aus GME-Analysedaten des DWD mit einer horizontalen Gitterauflösung von  $0,5^\circ$  berechnet worden. Die korrespondierende isentrope Fläche liegt bei 330 K.

Gradienten (Frontalzone) und an den frontalen Strukturen sichtbar, wo der Wind die PV-Isolinien schneidet. Dieses charakteristische Verhalten äußert sich durch das filamentartige Dipolmuster des *DSI* (Abbildung 6.2b). Daher können auf der synoptischen Skala mit dem *DSI* Warm- und Kaltfronten lokalisiert werden, die mit Niederschlag verbunden sind.

Schreibt man die Definition des *DSI* (Gleichung 6.41) als Spatprodukt [ $a \cdot (b \times c)$ ] und unter Verwendung des verallgemeinerten stationären Windes  $\mathbf{v}_{st}$  (6.34) um, erhält man:

$$DSI = \frac{1}{\rho} \nabla \Pi (\rho \Pi \mathbf{v}_{st}) = \mathbf{v}_{st} \cdot \nabla \left( \frac{\Pi^2}{2} \right). \quad (6.42)$$

Unter der allgemeinen Annahme, dass die atmosphärischen Strömungen meist nicht in einem Energie-Wirbel-Gleichgewicht sind, wird der stationäre Wind ein realer, unbalancierter Wind. Daher können

zwei Fälle unterschieden werden:

$$DSI = \begin{cases} \mathbf{v}_{st} \cdot \nabla \left( \frac{\Pi^2}{2} \right) = 0 \\ \mathbf{v} \cdot \nabla \left( \frac{\Pi^2}{2} \right) \neq 0 \end{cases} . \quad (6.43)$$

Somit ist der *DSI* in einem unbalancierten Zustand proportional zu der Advektion von PV-Quadrat. Auf der Vorderseite von Störungen sind der PV-Gradient und der Geschwindigkeitsvektor antiparallel, das durch Gleichung 6.43 negative *DSI*-Werte ergibt. Auf der anderen Seite sind die positiven *DSI*-Werte mit einer Parallelität zwischen PV-Gradient und Geschwindigkeitsvektor verbunden, sichtbar auf der Rückseite einer frontalen Struktur. Dieses Verhalten erklärt also die Dipolstruktur des *DSI*. Das Vorzeichen des *DSI* kann auch unter Betrachtung der Divergenz des *DSI* diskutiert werden. Die Definition des *DSI* (Gleichung 6.41) wird mit Hilfe des Skalarproduktes wie folgt umgeschrieben:

$$DSI = \frac{1}{\rho} \nabla \Pi \cdot \nabla \theta \times \nabla B. \quad (6.44)$$

Des Weiteren wird die Gleichung 6.34 mit der Dichte  $\rho$  und der Divergenz  $\nabla \cdot$  multipliziert und ergibt dann:

$$\nabla \cdot [\rho \mathbf{v}_{st}] = -\frac{1}{\Pi^2} \nabla \Pi \cdot \nabla \theta \times \nabla B. \quad (6.45)$$

Setzt man nun die Gleichung 6.44 in 6.45, erhält man einen Zusammenhang zwischen dem *DSI* und der Divergenz:

$$\nabla \cdot [\rho \mathbf{v}_{st}] = -\frac{\rho DSI}{\Pi^2}. \quad (6.46)$$

Demzufolge gilt, dass der *DSI* proportional zur negativen Divergenz, d. h. Konvergenz, ist. Zusammenfassend kann man festhalten, dass der *DSI* im meteorologischen Sinne Gebiete mit PV-Advektion identifiziert. Und von dem Standpunkt der Energie-Wirbel-Theorie ist der *DSI* ein Maß für die Unabhängigkeit von Energie und Ertel'scher potentieller Enstrophie.

## 6.5. Berechnung des *DSI* auf isentropen Flächen

Der in dieser Arbeit verwendete *DSI* wird auf isentropen Flächen berechnet. Ein Vorteil des Rechnens auf isentropen Flächen ist, dass die vertikalen Ableitungen von  $\Pi$  und  $B$  verschwinden sowie die Vertikalgeschwindigkeit von  $\Pi$  zu eliminiert wird:

$$DSI \approx -g \frac{\partial \theta}{\partial p} \left( \frac{\partial B}{\partial x} \frac{\partial \Pi}{\partial y} - \frac{\partial B}{\partial y} \frac{\partial \Pi}{\partial x} \right). \quad (6.47)$$

Die Dichte in Gleichung 6.41 wurde unter Benutzung der hydrostatischen Approximation  $dp = -g\rho dz$  ersetzt, wobei  $g$  die Gravitationskonstante ist.  $x$  und  $y$  in Gleichung 6.47 sind die zonalen und meridionalen Koordinaten der  $\theta$ -Flächen. Die Bernoulli-Stromfunktion setzt sich aus der Summe des Montgomery-Potentials  $M = \phi + h$  und der massenspezifischen kinetischen Energie  $\mathbf{v}^2/2 \approx (u^2 + v^2)/2$  mit ( $w \approx 0$ ) zusammen. Die spezifische Enthalpie  $h$  kann auch als Produkt der spezifischen Wärmekapazität bei konstantem Druck und der Temperatur  $c_p T$  geschrieben werden. Von der PV

werden ebenfalls nur die horizontalen Ableitungen betrachtet. So folgt für isentrope Flächen:

$$\Pi \approx -g \frac{\partial \theta}{\partial p} \left( \left( \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) + 2\omega \sin \varphi \right). \quad (6.48)$$

Dabei gibt  $\omega$  die Winkelgeschwindigkeit der Erde an und  $\varphi$  ist die geographische Breite.

## 6.6. Eingangsdaten für die Berechnung des *DSI*

Die Eingangsdaten des *DSI* basieren auf den Modelldaten (COSMO-EU und COSMO-DE; siehe Kapitel 3.2.3 und 3.2.4) des DWD. Es werden die folgenden Vorhersagedaten für die Berechnung verwendet:

- zonaler Wind  $u$  [m/s],
- meridionaler Wind  $v$  [m/s],
- Geopotential  $\phi$  [m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>] und
- Temperatur  $T$  [K].

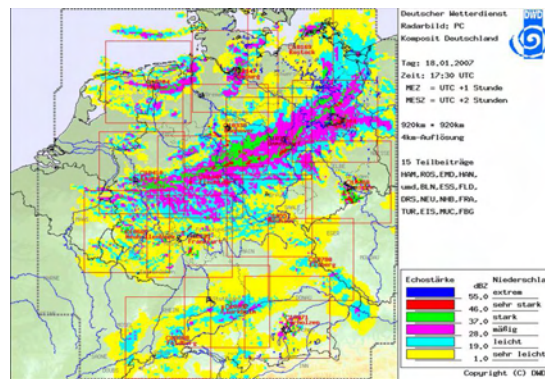
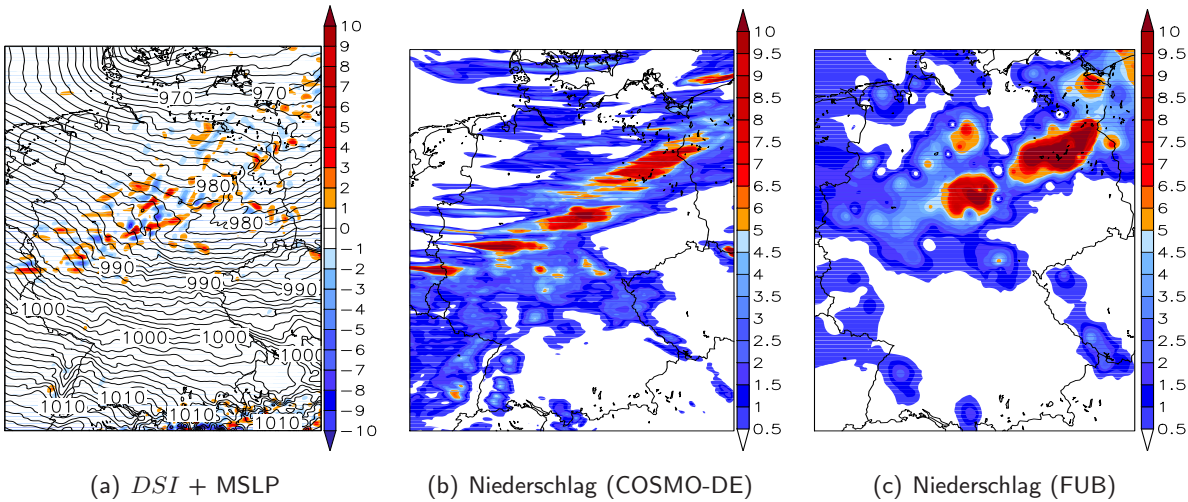
Die zeitliche Auflösung der Eingangsdaten beträgt eine Stunde. Die Modellvariablen wurden auf 10 Druckflächen (1000 hPa, 950 hPa, 850 hPa, 700 hPa, 600 hPa, 500 hPa, 400 hPa, 300 hPa, 250 hPa und 200 hPa) interpoliert (Doms und Schättler, 1999). Mit Hilfe des isentropen Analyseschemas von Reimer (1985) werden die Modelldaten auf Druckflächen mit der Annahme der stabilen Atmosphärensichtung auf die  $\theta$ -Flächen interpoliert. Der *DSI*, berechnet mit der Approximation 6.47, wird auf neun isentropen Flächen ausgewertet (260 K, 280 K, 300 K, 320 K, 330 K, 340 K, 350 K, 360 K und 390 K).

## 6.7. *DSI* und isentropes PV-Denken

Anhand des Fallbeispiels des Wintersturmes Kyrill soll die Verbindung zwischen dem *DSI* und dem isentropen potentielle Vorticity (IPV)-Denken verdeutlicht werden (Hoskins et al., 1985). Das IPV-Denken ist ein Induktionsmechanismus für zyklonenetische Prozesse. Bevor auf den Zusammenhang zwischen dem *DSI*-Konzept und IPV-Denken eingegangen wird, wird kurz der Mechanismus des IPV-Denken skizziert. Zunächst erfolgt eine Beschreibung der synoptischen Situation dieses Extremereignisses.

### 6.7.1. Synoptische Situation

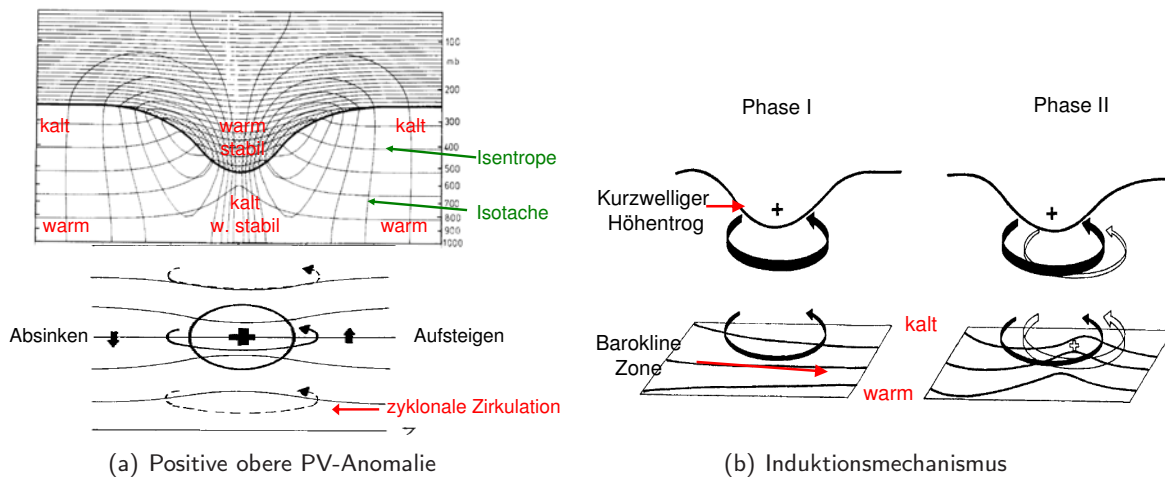
Am Donnerstag, dem 18. Januar 2007, zog vom Nordatlantik kommend ein kräftiges Orkantief über West- und Mitteleuropa hinweg und richtete dabei verbreitet schwere Schäden an. Das Orkantief Kyrill zog als Schnellläufer auf einer relativ südlichen, weitgehend West-Ost gerichteten Bahn innerhalb von nur zwei Tagen von Neufundland bis nach Mitteleuropa. Kyrill entstand über den USA unter dem Einfluss extrem starker horizontaler Temperaturgegensätze mit jetstreamartiger Frontalzone ohne jegliche Mäandrierung. Die Höhenströmung in allen Höhenkarten und die Windfelder am Boden geben großflächige Starkwindfelder wieder. Die Frontenanalyse von der Warm- und Kaltfront von Kyrill erhielt über dem Atlantik von der Satelliteninterpretation nur diffuse Hinweise. Alle operationellen Wettermodelle, insbesondere auch die Modelle des DWD, haben die Situation rechtzeitig erfasst, und der DWD hat rechtzeitig vor dem Ereignis gewarnt.



(d) Radar

**Abbildung 6.3.:** Orkan Kyrill: (a) *DSI* [ $\text{PVU}^2/\text{s}$ ] (skaliert durch Division von  $1\text{E}-9$ ) berechnet aus COSMO-DE-Vorhersagedaten, 12UTC-Lauf + 6 h für den 18. Januar 2007 18UTC. Das korrespondierende Bodendruckfeld [hPa], basierend auf COSMO-DE-Analysedaten, ist durch Linien dargestellt. (b) Geamt-niederschlag [mm/h], basierend auf COSMO-DE-Vorhersagedaten, 12UTC-Lauf + (5-6 h) und (c) Gesamtniederschlag [mm/h], basierend auf der FUB-2.8km-Analyse, zeigt den Regen zwischen 17 und 18UTC. (d) Radarbild vom DWD um 17:30UTC.

Für die Analyse dieser interessanten und speziellen synoptischen Situation wurden die COSMO-DE-Daten verwendet. Diese Daten basieren auf dem 12UTC-Lauf + 11 Stunden. Die hier betrachtete Region ist Deutschland. Die Abbildung 6.3a zeigt die *DSI*-Vorhersage für 18UTC. Bei dieser hohen Auflösung spiegelt das *DSI*-Muster die räumliche Position der frontalen Struktur sehr gut wider. Kleineräumige Prozesse innerhalb der Kaltfront werden ebenfalls vom *DSI* dargestellt. Der Vorhersagelauf 00UTC + 18 h zeigte für diesen Zeitpunkt, dass der zugehörige Niederschlag an der Kaltfront leicht stromaufwärts lag (hier nicht gezeigt). In Realität bewegte sich die Kaltfront schneller als vorhergesagt. Durch die Assimilierung der Beobachtungsdaten um 12UTC konnte die beschleunigte Bewegung von Kyrill richtig vorhergesagt werden. Der zugehörige Gesamtniederschlag zwischen 17 und 18UTC (Abbildung 6.3b) stimmt sehr gut mit der elongierten filamentartigen Struktur des *DSI*-Feldes überein. Außerdem zeigt das Niederschlagsfeld der COSMO-DE-Vorhersagedaten mit dem Gesamtniederschlag der FUB-2.8km-Analyse (Abbildung 6.3c), die auf den Beobachtungsdaten basiert, hohe Konformität. Auch das Radarbild des DWD (Abbildung 6.3d) ist konsistent mit der *DSI*-Struktur und den Niederschlagsfeldern. Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die räumliche und zeitliche Übereinstimmung zwischen dem *DSI*-Feld und dem Gesamtniederschlag mit den unbalancierten Prozessen verbunden ist.



**Abbildung 6.4.:** (a) Schematische Darstellung (a) einer positiven PV-Anomalie in der oberen Troposphäre und (b) einer Zyklongenese (adaptiert nach Hoskins et al. (1985) und Hoskins (1997)).

### 6.7.2. Die isentrope PV-Analyse (IPV-Denken)

Bei reibungsfreier, adiabatischer Strömung ist die PV eine materielle Erhaltungsgröße (siehe auch Gleichung 6.7), d. h. die PV ist für jedes Luftpaket individuell erhalten. Neben der materiellen Erhaltung ist die Invertierbarkeit eine wichtige Eigenschaft, d. h. die PV beinhaltet die Information der Massen- und Entropieverteilung des wirbelbehafteten Anteils des Windes. Anhand dieser beiden Eigenschaften ist es möglich, ein theoretische Sichtweise einer Strömung zu konzipieren, das auf der Verteilung von PV-Anomalien beruht: das so genannte isentrope potentielle Vorticity-Denken (IPV-Denken). Die PV-Anomalien lassen sich mit Hilfe der isentropen PV erklären. Die isentrope potentielle Vorticity (Gleichung 6.48) lässt sich auch wie folgt schreiben:

$$\Pi \sim -g(\zeta + f) \frac{\partial \theta}{\partial p}. \quad (6.49)$$

Zunächst wird von der statischen Stabilität ein Grundzustand und eine Abweichung definiert:

$$\frac{\partial \theta}{\partial p} = \frac{\partial \theta}{\partial p} \Big|_0 + \left( \frac{\partial \theta}{\partial p} \right)^* \quad (6.50)$$

Ist die Abweichung  $\left( \frac{\partial \theta}{\partial p} \right)^* > 0$ , dann handelt es sich um eine positive PV-Anomalie. Ist die Abweichung kleiner Null, dann erhält man eine negative PV-Anomalie. Für die relative Vorticity kann man ebenfalls einen Grundzustand und eine Abweichung bilden:

$$\zeta = \zeta_0 + \zeta^*. \quad (6.51)$$

Dann sind positive PV-Anomalien mit zyklonaler ( $\zeta^* > 0$ ) and negative PV-Anomalien mit antizyklonaler Vorticity ( $\zeta^* < 0$ ) verbunden. PV-Anomalien in der oberen Troposphäre entstehen durch eine lokale Einfaltung der unteren Stratosphäre bzw. Erniedrigung der Tropopause (positive Anomalie) oder durch eine lokale Erhöhung der Tropopause (negative Anomalie). Im Sommer können obere PV-Anomalien auch durch Freisetzen latenter Wärme (Konvektion) induziert werden. In der unteren Troposphäre sind die PV-Anomalien mit Temperaturanomalien oberhalb der planetaren Grenzschicht verbunden. Diese PV-Anomalien werden in Zonen starker Baroklinität gebildet. Im Fall einer positiven unteren PV-Anomalie sind die Isentropen durch höhere Werte als in der Umgebung gekennzeichnet. Deswegen müssen die Isentropen nach unten gekrümmt sein, da die potentielle Temperatur

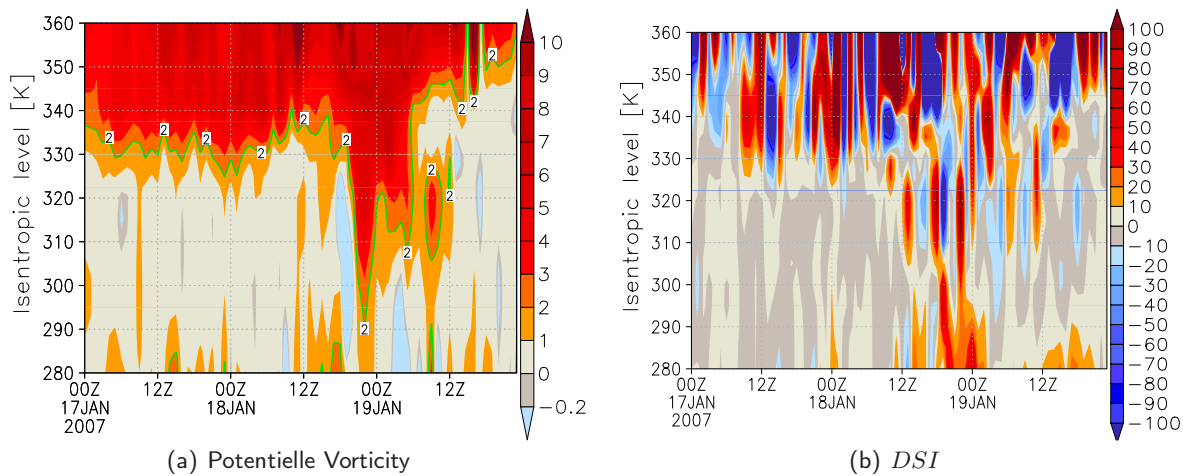
gewöhnlich mit der Höhe zunimmt (Hoskins et al., 1985). Die zyklonale Rotation findet im Bereich relativ warmer Luft statt. Bei der unteren negativen Anomalie verhält es sich umgekehrt. In der Abbildung 6.4a ist eine idealisierte positive PV-Anomalie als Vertikalschnitt in der oberen Troposphäre dargestellt. Deutlich zu erkennen ist, dass die Tropopause durch das Einfalten von warmer, stabiler Luft der unteren Stratosphäre abgesenkt ist. Die positive PV-Anomalie, gekennzeichnet durch das Pluszeichen (Abbildung 6.4a), befindet sich in warmer, stabiler Luft. Unterhalb der positiven Anomalie kommt es zu einer kalten Einwölbung der Isentropen. Da die Strömung zwischen Druck-, Wind- und Massenfeld balanciert ist, kann die Anomalie mit einem Tiefdruckgebiet mit zyklonaler Strömung in Verbindung gebracht werden. (Abbildung 6.4a unten). An der Vorderseite der positiven PV-Anomalie findet ein Aufsteigen und rückseitig ein Absinken statt (Abbildung 6.4a unten). Bei einer negativen PV-Anomalie verhält es sich genau umgekehrt.

Die Abbildung 6.4b illustriert schematisch eine Zyklogenese oder barokline Instabilität aus der Sicht des IPV-Denkens (Hoskins et al., 1985). Ein Gebiet mit einer oberen positiven PV-Anomalie, eingebettet in einen kurzwelligen Höhentrog, gelangt über eine bereits existierende barokline Zone in der unteren Troposphäre (Phase I). Der Temperaturgradient der baroklinen Zone ist äquatorwärts gerichtet mit kalter Luft im Norden und warmer Luft im Süden. Die obere PV-Anomalie induziert eine zyklonale Zirkulation am Boden, die vorderseitig mit einer Warmluftadvektion und rückseitig mit einer Kaltluftadvektion verbunden ist. Es wird eine untere Warmluft-Anomalie gebildet, gekennzeichnet durch das untere Pluszeichen (Phase II in Abbildung 6.4b). Die untere positive PV-Anomalie verstärkt die existierende Warmluftadvektion (unterer offener Pfeil in Abbildung 6.4b). Die untere PV-Anomalie wird nun immer wieder durch Warmluftadvektion verstärkt, die in zyklonale Zirkulation umgewandelt wird und es entsteht eine bodennahe Zyklone. Diese Anomalie befindet sich vorderseitig der oberen Anomalie. Das entspricht im klassischen Bild der Zyklogenese der rückwärts geneigten Trogachse. Diese Zirkulation besitzt eine dynamische Rückkopplung mit der oberen Troposphäre, gekennzeichnet durch den oberen offenen Pfeil (Phase II in Abbildung 6.4b). Durch Vertikalbewegung im Bereich beider Anomalien kommt es zu einer wechselseitigen Intensivierung. Die Vertikalbewegungen, d. h. die Divergenz in Höhe und Konvergenz am Boden, sind mit der Bildung von Niederschlag verbunden. Die obere und untere PV-Anomalie wachsen an, bis es schließlich zu einer Kopplung in der mittleren Troposphäre kommt. Die Phasenkopplung ist dann mit der Entstehung einer Zyklone verbunden.

Wie lässt sich dieses Konzept auf den *DSI* und die möglicherweise damit verbundenen Niederschlagsprozesse (siehe Kapitel 7) übertragen? Wie eben beschrieben sind bei einem zyklogenetischen Prozess die oberen und unteren PV-Anomalien in der mittleren Troposphäre gekoppelt. Die PV-Anomalien sind zwangsläufig durch PV-Gradienten gekennzeichnet. Aus der Definition des *DSI* (Gleichung 6.41) ist erkennbar, dass die *DSI*-Werte mit den PV-Gradienten verbunden sind. Das bedeutet, dass bei einer Zyklogenese die *DSI*-Werte besonders in der mittleren Troposphäre verstärkt sind. Im Gegensatz dazu existieren bei nicht vorhandener Zyklogenese kaum PV-Anomalien in der mittleren Troposphäre und dementsprechend schwache PV-Gradienten sowie relativ kleine *DSI*-Werte. Bei fehlenden zyklogenetischen Prozessen und den resultierenden Vertikalbewegungen ist die Niederschlagsbildung unterdrückt. Letztendlich lässt die Argumentation den Schluss zu, dass hohe *DSI*-Werte mit intensivem Niederschlag und niedrige *DSI*-Werte mit geringem Niederschlag verbunden sind. Im folgenden Abschnitt 6.7.3 wird das IPV-Konzept mit dem *DSI* gezeigt.

### 6.7.3. Vertikalstruktur des *DSI* und der Zusammenhang zum IPV-Denken

Anhand der Fallstudie Kyrill soll der oben beschriebene Induktionsmechanismus verdeutlicht werden, der mit dem IPV-Denken verbunden ist. Die Abbildung 6.5 zeigt einen Höhen-Zeit-Schnitt der PV und des *DSI* für den Gitterpunkt Berlin. Der Vertikalschnitt der PV (Abbildung 6.5a) zeigt das



**Abbildung 6.5.:** Höhen-Zeit-Schnitt der (a) PV [ $10^{-6} \text{ km}^2 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-1}$ ] und (b) des DSI [ $\text{PVU}^2/\text{s}$ ] (skaliert durch Division von  $1\text{E-9}$ ) berechnet aus COSMO-DE-Vorhersagedaten vom 17. Januar 2007 00UTC bis 19. Januar 2007 23UTC für den Gitterpunkt Berlin ( $\approx 52^\circ\text{N}/13^\circ\text{E}$ ).

Zusammenwachsen (bzw. das Verwachsen) der oberen und unteren PV-Struktur an dem die Kaltfront mit intensiven Niederschlägen und Sturmböen bis zu 12 Bft Berlin erreichte. Die 2-PVU-Konturlinie, die die dynamische Tropopause charakterisiert, senkte sich bis zur oberen Grenze der Grenzschicht ab. Ein ähnliches Verhalten wurde bei dem Orkan Lothar von Wernli et al. (2002) festgestellt, wo sich ein PV-Turm in der oberen und unteren Troposphäre etablierte. Dieser zyklonenetische Prozess kann mit dem oben beschriebenen IPV-Denken erklärt werden (Hoskins et al., 1985). Eine kürzlich veröffentlichte Studie von Weber und Névir (2008) stellen für den Orkan Lothar heraus, dass jeweils die obere und untere PV-Struktur mit einem DSI-Dipol verbunden ist. Insgesamt bildete sich eine Quadrupolstruktur heraus. Der Induktionsmechanismus kann im zugehörigen DSI-Feld für den Orkan Kyrill (Abbildung 6.5b) gefunden werden. Das Muster charakterisiert die instationären und diabatischen Prozesse der Zyklonogenese. Daher ist es also möglich, das IPV-Denken mit Hilfe des DSI direkt zu visualisieren. Ein Vorteil des DSI-Konzeptes ist, dass keine PV-Anomalien explizit berechnet werden müssen.

**Resümee** Der Orkan Kyrill konnte gut von den numerischen Vorhersagemodellen des DWD erfasst und vorhergesagt werden. Das Niederschlagsfeld, basierend auf den COSMO-DE-Vorhersagedaten, korrespondiert sehr gut mit der filamentartigen Struktur des DSI-Musters. Auch gibt es eine hohe räumliche Übereinstimmung mit der modellunabhängigen FUB-2.8km-Analyse und dem Radarbild des DWD. Basierend auf der Definition des DSI, kann der Index als Advektion von  $\text{PV}^2$  approximiert werden. Daher kann der Induktionsmechanismus zwischen der oberen und unteren Troposphäre, das bezüglich des IPV-Denkens eine Erklärung der Zyklonogenese ist, gezeigt werden. Darüber hinaus kann dieser Zusammenhang eine dynamische Erklärung für die elongierte Struktur der frontalen Niederschlagsbänder liefern. Mit dem DSI-Konzept kann das IPV-Denken direkt visualisiert werden, ohne explizit die PV-Anomalien von einem mittleren Zustand berechnen zu müssen.

In nachfolgendem Kapitel 7 wird der DSI verwendet, um Niederschlagsprozesse im statistischen Kontext zu analysieren. Dafür werden modellierte und beobachtete Niederschlagsdaten mit unterschiedlicher Gitterauflösung herangezogen.



## 7. Statistische Untersuchung von Niederschlagsprozessen mit dem Zustandsindex *DSI*

Im vorherigen Kapitel 6 konnte anhand der Fallstudie des Orkans Kyrill der Induktionsmechanismus (Hoskins et al., 1985) für zyklonenetische Prozesse mit dem *DSI*-Konzept nachvollzogen werden. Eine statistische Analyse des *DSI* mit dem Niederschlag (modelliert und beobachtet) soll das IPV-Denken auf die Niederschlagsprozesse übertragen (siehe Abbildung 1.1). Physikalisch beschreibt der *DSI* die Änderungen der atmosphärischen Strömungen als Abweichungen von einer stationären, adiabatischen und reibungsfreien Lösung der ursprünglichen Gleichungen (Névir, 2004). Weber und Névir (2008) konnten in ihrer Studie mit Hilfe des *DSI* sowohl Zyklonenzugbahnen (Stormtracks) visualisieren als auch die Entstehung und die Entwicklung von außertropischen Orkanen und Hurrikanen verfolgen. In der synoptischen Skala gibt der *DSI* ageostrophische und instationäre und in der Mesoskala diabatische Prozesse wieder. Diese Prozesse sind insbesondere mit Extremereignissen verbunden.

Der Deutsche Wetterdienst hat zwei nichthydrostatische operationelle numerische Wettervorhersagemodelle mit unterschiedlicher Gitterauflösung und Parametrisierung (siehe Kapitel 3.2). Das größere COSMO-EU-Modell besitzt eine räumliche Auflösung von 7 km. Das COSMO-DE-Modell mit einer horizontalen Auflösung von 2,8 km wird mit den seitlichen Randdaten des größeren COSMO-EU angetrieben und löst explizit die hochreichende Konvektion auf. Das COSMO-EU löste im November 2005 das bis dato operationelle Vorhersagemodell LM ab. Eine auf Beobachtungsdaten basierende modellunabhängige Niederschlagsanalyse als auch Punktniederschlagsdaten dienen zu einer Verifikation der Modellniederschläge (siehe Kapitel 5). Es konnte gezeigt werden, dass die Niederschlagsstruktur vom Modell wiedergegeben werden kann, jedoch werden die extremen Niederschlagsereignisse unterschätzt. Ein Ziel dieser Arbeit ist es, die Niederschlagsdaten mit dem dynamischen Parameter *DSI* statistisch zu untersuchen. Da der *DSI* eine Dipolstruktur besitzt, würden sich die positiven und negativen Anteile bei der statistischen Analyse herausmitteln. Das wird verhindert, indem der Absolutbetrag vom *DSI* ( $|DSI|$ ) berechnet wurde. Es soll nun ein Zusammenhang zwischen dem *DSI* und dem modellierten Niederschlag als auch mit einem modellunabhängigen Niederschlag mit analoger Gitterauflösung zu den COSMO-Modellen aufgezeigt werden. Die Berechnung des Korrelationskoeffizienten sowie die Prüfung auf Signifikanz ist im Anhang C.1 zu finden.

Die in diesem Kapitel präsentierten Ergebnisse basieren zum Teil auf den Veröffentlichungen Claußnitzer et al. (2008) sowie Claußnitzer und Névir (2009). In der Veröffentlichung von Claußnitzer et al. (2008) wurde bereits der Zusammenhang zwischen *DSI* und Niederschlag (modelliert und beobachtet) für den Zeitraum der Saisons Dezember bis Februar 2006/07 und für den Sommer 2007 (Juni-August) im COSMO-DE analysiert. In der Arbeit von Claußnitzer und Névir (2009) wurden die COSMO-EU-Daten für einen skalenabhängigen Vergleich mithinzugenommen und für den analogen Zeitraum betrachtet.

### Welche Analysen werden durchgeführt?

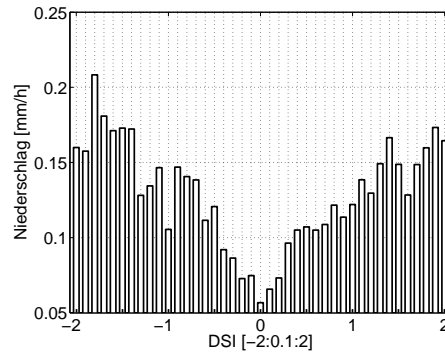
Zunächst soll anhand einer klassenbezogenen Korrelation gezeigt werden (Abschnitt 7.1), dass Niederschlagsprozesse im Energie-Wirbel-Grundzustand ( $DSI=0$ ) ein Minimum aufweisen und somit

der *DSI* als dynamischer Schwellenwertparameter geeignet ist, Niederschlag zu untersuchen. In einem nächsten Schritt erfolgt ein Vergleich der mittleren Vertikalstruktur des *DSI* für das COSMO-DE und COSMO-EU (Abschnitt 7.2). Analog zu den modellierten und beobachteten Niederschlägen werden die *DSI*-Daten aufbereitet. Die Beschreibung der Zeitreihen sowie die verwendeten Zeitschritte erfolgte im Kapitel 5.3. Danach werden die zeitlichen Korrelationen zwischen dem *DSI* und den Niederschlägen für die verschiedenen Zeiträume (Winter 2006/07, 2007/08, 2006/08 und Sommer 2007) und Gitterauflösungen analysiert (Abschnitt 7.3). Für den Winter 2006/08 existieren zwei Versionen: Zum einen wurden die Datensätze der Winter 2006/07 und 2006/07 aneinandergehängt (Version I) und zum anderen wurde ein arithmetisches Mittel aus den beiden Wintern (Version II) gebildet. Die mittlere Vertikalverteilung des *DSI* und die vertikale Verteilung der Korrelationen zwischen *DSI* und Niederschlag sollen eine dynamische Erklärung für die Niederschlagsbildung geben. Das COSMO-DE assimiliert Radardaten mit Hilfe des „Latent Heat Nudging“. Dessen Einfluss soll beispielhaft für den Juli 2009 diskutiert werden, da Experimentdaten zu Verfügung stehen, die ohne dieses Verfahren berechnet wurden (Abschnitt 7.4). Außerdem wurde der Korrelationskoeffizient zwischen *DSI* und Niederschlag an jedem Gitterpunkt berechnet, um ein räumliches Verteilungsmuster zu erhalten (Abschnitt 7.5). Ein besonderer Fokus soll auf die Vorhersagezeit als einer Funktion der Zeit gelenkt werden, um das prognostische Potential des *DSI* abzuschätzen (Abschnitt 7.6). Weiterhin wurde das Gebiet in drei Regionen (Nordwest-, Nordost- und Süddeutschland) unterteilt, um eine geographische Abhängigkeit zu untersuchen (Abschnitt 7.7). Die abschließende Untersuchung soll erstmals die Analyse der fraktalen Struktur mit dem Hurst-Exponenten des *DSI* auch im Vergleich zum Niederschlag (siehe Kapitel 5.3) auf den verschiedenen räumlichen Skalen sein (Abschnitt 7.8). Eine Analyse hinsichtlich der Anfangszeit der Korrelationen zwischen *DSI* und Niederschlag ist im Anhang C.3 zu finden.

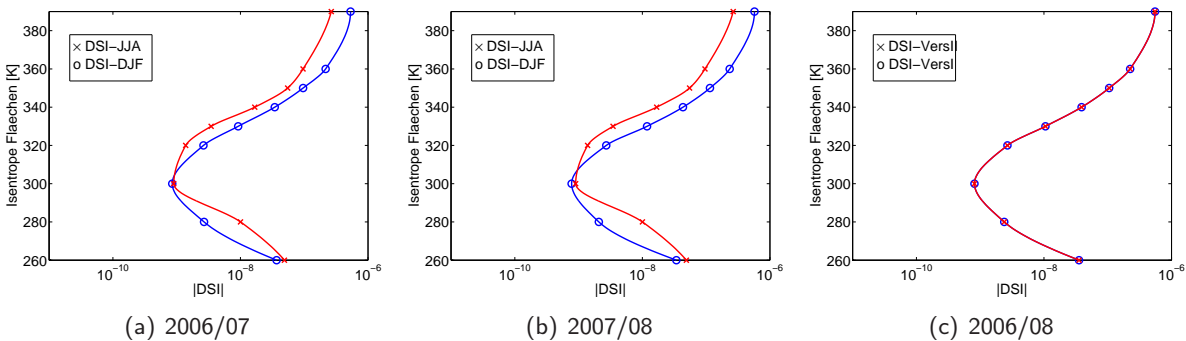
## 7.1. Energie-Wirbel-Grundzustand und Niederschlagsprozesse

Zur Überprüfung der Hypothese, dass die Niederschlagsprozesse mit den Abweichungen des Energie-Wirbel-Grundzustandes in Verbindung stehen, wird zunächst eine klassenbezogene Korrelation durchgeführt. Brand (2002) konnte bereits für 3-stündliche synoptische Daten (1990–2001) in Zentraleuropa zeigen, dass für  $DSI_{315K} = 0$ , der Niederschlag ein Minimum zeigt. Außerdem konnte gezeigt werden, dass positive *DSI*-Werte mit weniger Niederschlag und negative *DSI*-Werte mit mehr Niederschlag verbunden sind.

Im Rahmen dieser Arbeit wird diese Methode ebenfalls auf die Modelldaten des COSMO-EU angewendet. Zugrunde liegen die flächengemittelten Zeitreihen des Gesamtniederschlages und des *DSI* aus den stündlichen COSMO-EU-Vorhersagen des 00UTC-Laufes + 24 h für den Winter 2007/08. Die betrachtete Region umfasst Mitteleuropa ( $333 \times 333$  Gitterpunkte; vgl. Kapitel 3.2.3). Untersucht wird der *DSI* (skaliert mit der Standardabweichung) auf der 320 K Isentrope, die der mittleren Troposphäre entspricht. Die Technik der klassenbezogenen Korrelation basiert auf Wertepaaren der Flächenmittel des *DSI* und des Niederschlages zu jedem Zeitschritt. Der flächengemittelte *DSI* wurde in 40 Klassen mit einer Klassenbreite von 0,1 unterteilt. Die den *DSI*-Klassen zugehörigen Niederschlagswerte werden gemittelt und gegenüber den *DSI*-Klassen aufgetragen (Abbildung 7.1). Anhand der Abbildung 7.1 ist zu erkennen, dass für den Winter 2007/08 der Niederschlag ein Minimum für die *DSI*-Werte um Null anzeigt. Das ist ein Indikator, dass der Niederschlag mit den instationären und diabatischen Prozessen korreliert ist. Auch ist erkennbar, dass im COSMO-EU negative *DSI*-Werte mit höheren Niederschlagsmengen verknüpft sind. Mit Hilfe der Gleichung 6.43 kann folgende Erklärung für diese Ergebnisse gefunden werden. Im Allgemeinen wächst das Quadrat der PV in nördlicher Richtung an, bedingt durch subtropische Antizyklonen im Süden und Zyklonen in der Westwinddrift der mittleren Breiten. Zusätzlich nimmt auch der Coriolisparameter nach Nor-



**Abbildung 7.1.:** Klassenbezogene Korrelation zwischen *DSI* (skaliert mit Standardabweichung) und Gesamtniederschlag auf der 320 K Isentrope für den Winter 2007/08. Zugrunde liegen die stündlichen Vorhersagedaten für den Winter 2007/08 des 00UTC-Laufes + 24 h. Das betrachtete COSMO-EU-Gebiet umfasst  $333 \times 333$  Gitterpunkte (siehe Kapitel 3.2.3). Der *DSI* wurde in 40 Klassen unterteilt mit einer Klassenbreite von 0,1.

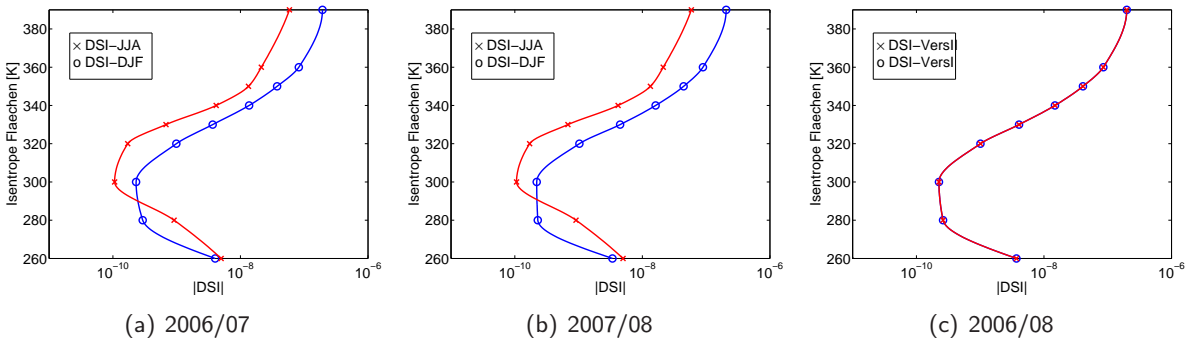


**Abbildung 7.2.:** Vertikalstruktur des mittleren  $|DSI|$  (zeitlich und räumlich) als Funktion der  $\theta$ -Flächen. Der *DSI* wurde aus den stündlichen COSMO-DE-Vorhersagedaten berechnet. (a) Winter DJF (blaue Kurve) 2006/07 und Sommer (rote Kurve) 2007. (b) Winter 2007/08 (blaue Kurve) und Sommer 2007 (rote Kurve) berechnet. (c) Winter 2006/08: blaue Kurve entspricht der 1. Version und die rote Kurve der 2. Version.

den hin zu. Daher ist ein nordwärts gerichteter Wind mit einer negativen Advektion von quadrierten PV-Anomalien (antizyklonale Zirkulation) und positiven *DSI*-Werten assoziiert. Im Gegensatz dazu steht ein südwärts gerichteter Wind in Beziehung mit zyklonalen und negativen *DSI*-Werten. Ein negativer *DSI* ist mit mehr Niederschlag und zyklonaler Zirkulation assoziiert. Daher sind die Tiefdruckgebiete ihrerseits mit mehr Niederschlag verbunden.

## 7.2. Mittlere Vertikalstruktur des *DSI*

Um die Ergebnisse, die im Abschnitt 6.7 für den Wintersturm beschrieben wurden, statistisch zu untermauern, wird zunächst die Vertikalstruktur des  $|DSI|$  für das COSMO-DE und das COSMO-EU näher betrachtet. Dargestellt sind die Verteilungen der mittleren  $|DSI|$ -Werte für verschiedene isentropen Flächen (Abbildung 7.2 und 7.3). Zugrunde liegen die stündlichen Felder der 24-stündigen Vorhersagen der Modelle. Im Anhang C.2 sind die Abbildungen für die stündlichen Felder über die ersten 21 Stunden der 00UTC-Läufe dargestellt (siehe Kapitel 5.3). Im Allgemeinen kann man feststellen, dass zwischen den verschiedenen Winterdarstellungen weder für das COSMO-DE als auch für das COSMO-EU große Unterschiede auftreten. Das gilt insbesondere auch für die beiden Versionen 2006/08 (siehe Kapitel 5.3). Auch gibt es kaum Unterschiede zwischen den 21 Stunden und 24 Stunden eines Vorhersagelaufes. Deutlich sind Minima in der mittleren  $|DSI|$ -Verteilung sichtbar.



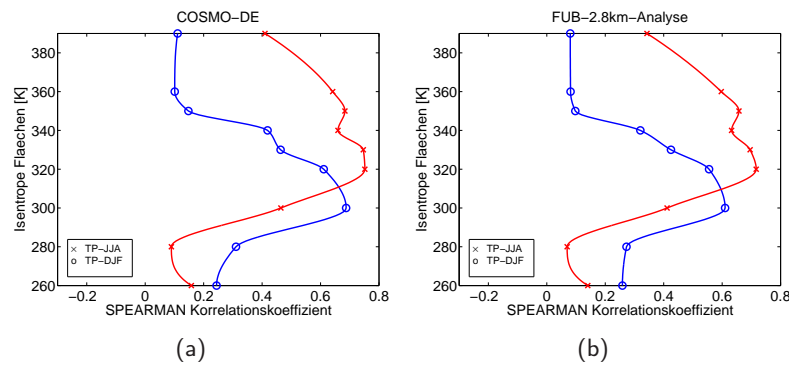
**Abbildung 7.3.:** Vertikalstruktur des mittleren  $|DSI|$  (zeitlich und räumlich) als Funktion der  $\theta$ -Flächen. Der  $DSI$  wurde aus den stündlichen COSMO-EU-Vorhersagedaten berechnet. (a) Winter DJF (blaue Kurve) 2006/07 und Sommer (rote Kurve) 2007. (b) Winter 2007/08 (blaue Kurve) und Sommer 2007 (rote Kurve) berechnet. (c) Winter 2006/08: blaue Kurve entspricht der 1. Version und die rote Kurve der 2. Version.

Im COSMO-DE treten sie im DJF in der 300 K isentropen Fläche und im JJA um 300 K/320 K auf (Abbildung 7.2). Der Unterschied in den Minima resultiert daher, dass im Sommer die isentropen Flächen niedriger liegen. Die Vertikalprofile des  $|DSI|$  der 1-stündlichen COSMO-EU-Vorhersagedaten sehen denen des COSMO-DE ähnlich (Abbildung 7.3). Im COSMO-EU verteilt sich das Minimum im Winter über die 280 K und 300 K  $\theta$ -Fläche. Im Sommer befindet sich das Minimum an analoger Stelle zum COSMO-DE-Modell. Das COSMO-DE besitzt im Gegensatz zum COSMO-EU in der Vertikalen 50 Schichten, so dass die resultierenden atmosphärischen Felder besser abgebildet werden können.

Diese Profile können anhand der PV-Anomalien aus der oberen Troposphäre erklärt werden, die nach unten in die mittlere und untere Troposphäre propagieren. Dieser Mechanismus induziert PV-Anomalien in der unteren Troposphäre, welche mit dem Temperaturgradienten und der Windscherung (Vorticity) verknüpft sind (Hoskins et al., 1985). Die Wechselwirkung zwischen unterer und oberer Troposphäre (Induktionsmechanismus), die nach dem IPV-Denken als zyklonenetischer Prozess angesehen wird, wird begleitet von intensiven Niederschlagsprozessen. Daher kann der Zusammenhang zwischen dem IPV-Denken und dem  $DSI$ -Konzept ebenfalls die gemittelten Vertikalprofile erklären. Dieser Zusammenhang ergibt sich aus der Definition des  $DSI$  (Gleichung 6.41), der bei stationären, adiabatischen Bedingungen proportional der Advektion von  $\Pi^2$  ist. Da der  $DSI$  die Ableitungen der PV enthält, kann der Zustandsindex die PV-Anomalien direkt darstellen.

### 7.3. Vertikale Verteilung der Korrelationen zwischen *DSI* und Niederschlag

In diesem Abschnitt wird die vertikale Struktur der Korrelationen zwischen modellbasiertem  $DSI$  und Niederschlag sowohl bezüglich der beiden Modellversionen als auch mit der modellunabhängigen FUB-Analyse evaluiert. Dafür werden die flächengemittelten Zeitreihen der Parameter miteinander korreliert. In der Abbildung 7.4 ist die Korrelation zwischen dem  $|DSI|$  und dem Gesamtniederschlag für den Zeitraum DJF 2006/07 und JJA 2007 für die COSMO-DE-Auflösung dargestellt. Dabei werden wieder die stündlichen Felder der 24-stündigen Vorhersagen des Modells zugrunde gelegt. Die dargestellten Korrelationskoeffizienten auf den isentropen Flächen sind alle auf dem 95 %-Niveau statistisch signifikant. Das Niveau des  $|DSI|$ -Minimums (Abbildung 7.2b) stimmt sehr gut mit den maximalen Korrelationen zwischen  $|DSI|$  und dem modellierten Niederschlag überein (Abbildung 7.4a). Die maximalen Korrelationen betragen im Winter 0,69 auf der 300 K isentropen

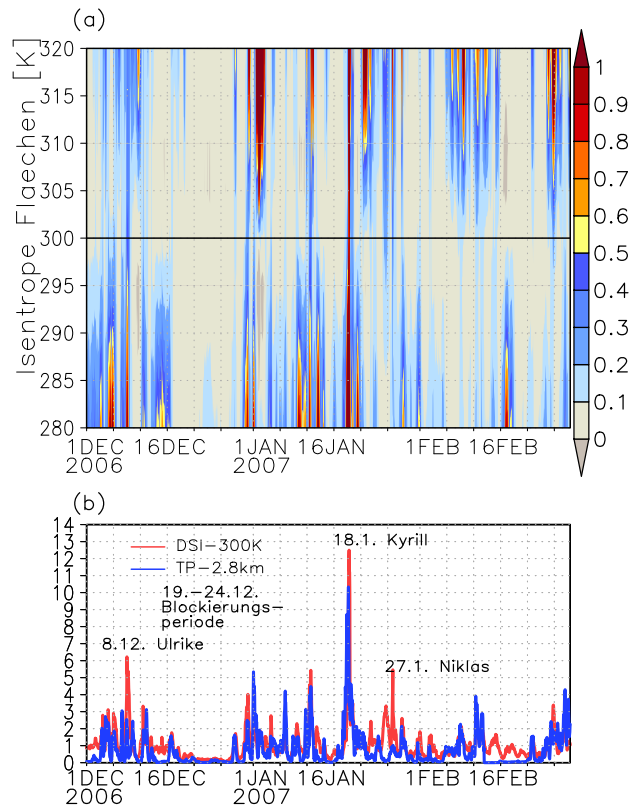


**Abbildung 7.4.:** Korrelationskoeffizient zwischen den Flächenmitteln des  $|DSI|$  auf verschiedenen isentropen Flächen und dem Gesamtniederschlag für DJF 2006/07 und JJA 2007 für die COSMO-DE-Auflösung. (a) stündliche COSMO-DE-Vorhersagedaten und (b) stündliche FUB-2.8km-Analyse.

Fläche und im Sommer 0,75 auf der 320 K Fläche. Im Winter ist der Peak klar definiert, wohingegen es im Sommer einen Bereich zwischen 320 K und 350 K mit hohen Korrelationen aufgrund der hochreichenden Konvektion gibt. Das impliziert einen starken Zusammenhang zwischen dem  $DSI$  und dem Niederschlag. Diese Interaktion zwischen der oberen und der unteren Troposphäre, welche im Bezug auf das IPV-Denken den zyklonenetischen Prozess erklärt, ist mit intensiven Niederschlägen verbunden. Die PV-Anomalien sind mit hohen  $DSI$ -Amplituden verbunden. Das bedeutet, dass in der mittleren Troposphäre, wo der  $DSI$  im Mittel ein Minimum anzeigt, sich bei zyklonenetischen Prozessen hohe  $DSI$ -Werte ergeben. Dieser Umstand gibt eine dynamische Erklärung für den Korrelationspeak auf dem ausgezeichneten Niveau. Die Korrelationen zwischen dem  $|DSI|$  und der FUB-2.8km-Analyse (Abbildung 7.4b) zeigen ein nahezu identisches Verhalten in der Verteilung ( $r=0,61$  im DJF und  $r=0,72$  im JJA) und der Größe relativ zu dem COSMO-DE (Abbildung 7.4a).

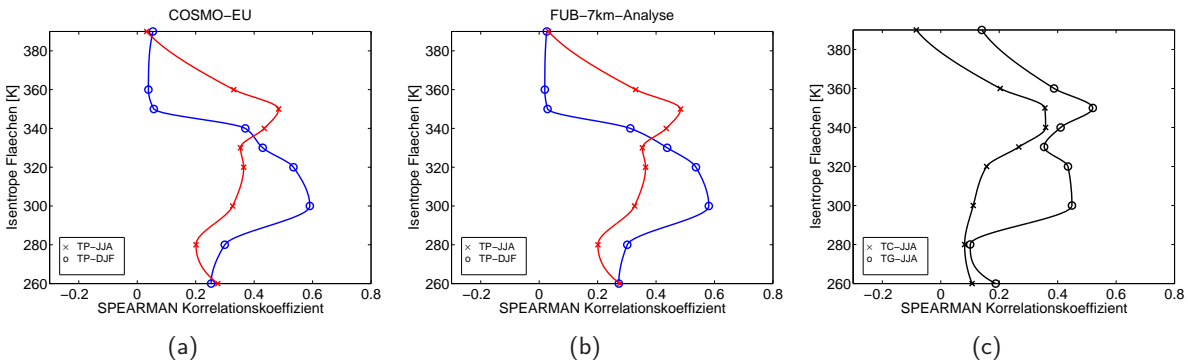
Es soll nun exemplarisch anhand des Höhen-Zeit-Schnittes des flächengemittelten  $|DSI|$  die hohen Korrelationen mit dem beobachteten Niederschlag für den Winter 2006/07 verdeutlicht werden (Abbildung 7.5). In der Abbildung 7.5 ist nur die untere und mittlere Troposphäre dargestellt. Deutlich erkennbar sind  $DSI$ -Signale in der unteren und mittleren Troposphäre. Die schwarze Linie entspricht dem  $|DSI|$ -Minimum bei 300 K. Dieser Bereich des  $|DSI|$ -Minimums wird durch  $DSI$ -Signale unterbrochen. Interessanterweise lassen sich diese „Durchbrüche“ bei der 300 K Fläche Tiefdruckgebieten zuordnen, z. B. Ulrike, Kyrill und Niklas (Abbildung 7.5b). Die Gradienten von PV-Anomalien resultieren in hohe  $DSI$ -Amplituden (Abbildung 7.5b), welche das IPV-Denken und das  $DSI$ -Konzept verdeutlichen. Damit kann die hohe Übereinstimmung zwischen den Zeitreihen des  $|DSI|$  und des beobachteten Niederschlags erklärt werden. Zusätzlich soll angemerkt werden, dass während einer Blockierungsperiode Ende Dezember 2006 keine PV-Anomalien abwärts propagierten und daher weder ein  $DSI$ -Signal noch Niederschlag beobachtet wurde. Außerdem ist Mitte Februar (um den 18.2.2007) ein  $|DSI|$ -Signal sichtbar, aber zu dem Zeitpunkt wurde kein Niederschlag beobachtet (Abbildung 7.5b). Das hängt mit einer Inversionswetterlage mit Stratus- und Stratocumulusbedeckung zusammen, dessen Grenze gerade die 300 K Fläche ausmacht. Oberhalb dieser Fläche (320 K) verschwindet dann das  $DSI$ -Signal.

Die mittlere Vertikalstruktur des  $|DSI|$ , basierend auf den COSMO-EU-Daten, weist eine Ähnlichkeit zu der der COSMO-DE-Daten auf. Für den Winter DJF 2006/07 korrespondiert die Fläche des  $|DSI|$ -Minimums mit den maximalen Korrelationen zwischen  $|DSI|$  und dem COSMO-EU-Niederschlag als auch mit der FUB-7km-Analyse (Abbildung 7.6a,b). Die Korrelationskoeffizienten betragen 0,59 für das COSMO-EU und 0,58 für die FUB-7km-Analyse. Der Niederschlag im Winter wird eher durch den (grid-)skaligen Regen dominiert. Die beiden Gitterauflösungen zeigen eine ähnliche Struktur. Die Korrelationswerte zwischen  $|DSI|$  und Niederschlag hingegen sind rund 15 %



**Abbildung 7.5.:** (a) Höhen-Zeit-Schnitt für das Flächenmittel des  $|DSI|$  [ $PVU^2/s$ ] (skaliert durch Division von  $1E-9$ ) über die betrachtete Region Deutschland für den Winter 2006/07. Die schwarze Linie repräsentiert die 300 K Fläche, die dem  $|DSI|$ -Minimum aus der Abbildung 7.2a entspricht. (b) Stündliche flächengemittelte Zeitreihen des  $|DSI|$  (rote Kurve) und des Gesamtniederschlags (blaue Kurve) der FUB-2.8km-Analyse über Deutschland für den Winter 2006/07. Beide Zeitreihen wurden mit der Standardabweichung skaliert. Der zugehörige Korrelationskoeffizient ist in Abbildung 7.4b gezeigt.

niedriger als für das höher aufgelöste Gitter. Aber im Sommer fehlt der Peak der maximalen Korrelationen zwischen  $|DSI|$  und Niederschlag auf der 320 K Fläche (Abbildung 7.6a,b). Die Werte liegen bei 0,28 für den modellierten Niederschlag und 0,36 für die FUB-7km-Analyse. Der  $|DSI|$  und der Gesamtniederschlag sind im Sommer nicht in Phase. Im COSMO-EU-Modell existiert ein konvektiver und gridskaliger Anteil des Gesamtniederschlags, und der konvektive Niederschlag wird parametrisiert. Analysiert man die Korrelationen zwischen  $|DSI|$  und dem gridskaligen sowie dem konvektiven Niederschlag (Abbildung 7.6c), wird die fehlende Beziehung in der mittleren Troposphäre, die im COSMO-EU-Modell von der Konvektionsparametrisierung abhängt, deutlich. Die Korrelation zwischen  $|DSI|$  und dem gridskaligen Niederschlag weist den charakteristischen Doppelpeak mit einem Maximum um 300/320 K auf. Der konvektive Niederschlag hingegen zeigt kaum ein Signal in der unteren/mittleren Troposphäre, hat aber bei 350 K einen Peak (Abbildung 7.6c). Im COSMO-DE-Modell wird die hochreichende Konvektion explizit aufgelöst. Es gibt erkennbar Rückkopplungen mit den atmosphärisch-dynamischen Parametern und daher auch mit dem  $DSI$ . Diese Rückkopplung ist auch in den Korrelationen zwischen  $|DSI|$  und dem beobachteten Niederschlag sichtbar (Abbildung 7.4b). Die Verbesserung der Korrelation im COSMO-DE im Vergleich zu COSMO-EU liegt im Winter bei 10 % (Beobachtung) und 15 % (Modell). Im Sommer bewirkt die explizit aufgelöste Konvektion im COSMO-DE im Vergleich zum COSMO-EU eine Verbesserung der Korrelation zwischen  $|DSI|$  und Niederschlag von 50 % für den beobachteten und sogar von 63 % für den modellierten Niederschlag. Je besser die Korrelationen zwischen  $DSI$  und modelliertem Niederschlag sind, desto besser stimmt auch der modellierte Niederschlag mit den Beobachtungen überein.



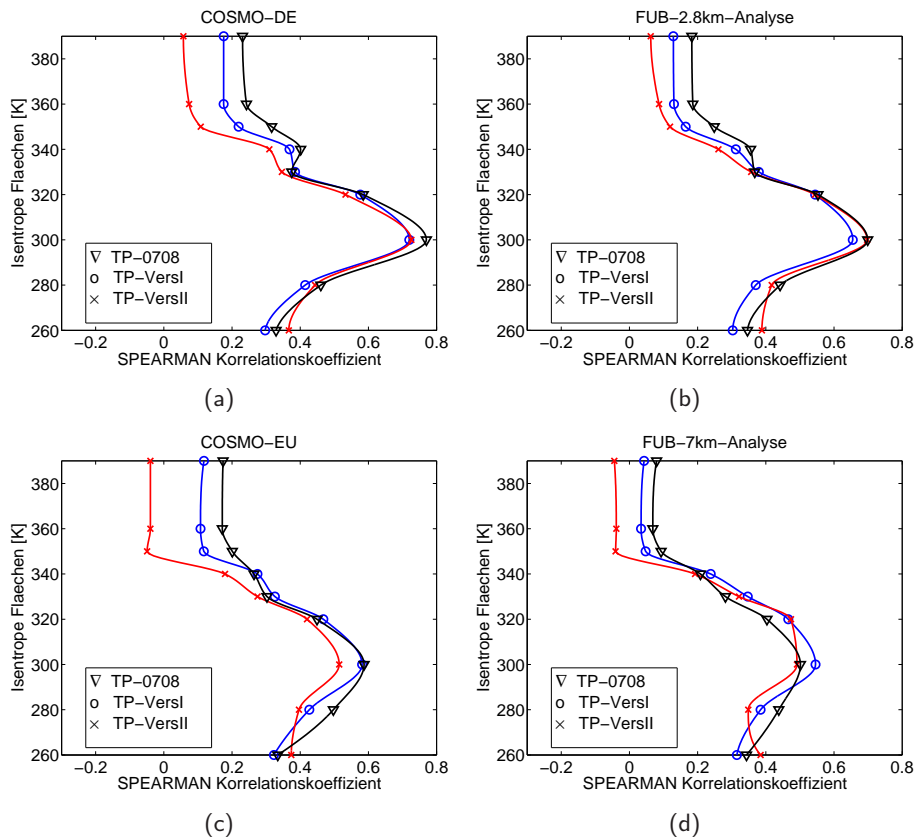
**Abbildung 7.6.:** Die gleiche Darstellung wie Abbildung 7.4 für (a) die COSMO-EU-Vorhersagedaten und (b) die FUB-7km-Analyse. (c) Korrelationskoeffizienten zwischen den Flächenmitteln des  $|DSI|$  auf verschiedenen isentropen Flächen und dem totalen gridskaligen Niederschlag (Kreise) sowie dem totalen konvektiven Niederschlag (Kreuze) für den Sommer 2007, berechnet aus stündlichen COSMO-EU-Vorhersagedaten. Die Korrelationskoeffizienten sind alle auf dem 95 %-Niveau statistisch signifikant.

Die zuvor analysierten Modellzeitreihen enthielten die ersten 24 Stunden des 00UTC-Laufes (COSMO-EU) bzw. den pseudo-24-stündigen Vorhersagezeitraum (COSMO-DE). Die Evaluierung der Zeitreihen mit den ersten 21 Stunden des 00UTC-Vorhersagelaufes resultieren in nahezu identischen Ergebnissen. Die Korrelationskoeffizienten weichen maximal bis zu 2 % ab. Auch die direkten Korrelationen zwischen modelliertem und beobachtetem Niederschlag sind von gleicher Größenordnung (siehe Kapitel 5.3.1).

Die Korrelationen zwischen  $|DSI|$  und dem Niederschlag für den Winter 2007/08 als auch Winter 2006/08 mit den zwei Versionen (siehe Kapitel 5.3) sind in der Abbildung 7.7 dargestellt. Im Allgemeinen sind die Verläufe der verschiedenen Winter sehr ähnlich mit dem von DJF 2006/07. Im COSMO-EU sind im Winter 2007/08 die Korrelationen zwischen  $|DSI|$  und modelliertem Niederschlag auf der 300 K Fläche von analoger Größenordnung ( $r=0,59$ ) wie im Winter 2006/07. Unterschiede ergeben sich bei der FUB-7km-Analyse: Dort ist der Korrelationskoeffizient 14 % geringer als 2006/07. Im COSMO-DE sind die Korrelationskoeffizienten zwischen  $|DSI|$  und Niederschlag (modelliert und beobachtet) im Winter 2007/08 größer als 2006/07 ( $r=0,77$  bzw.  $r=0,70$ ) und sind in gleicher Größenordnung wie die Koeffizienten im Sommer. Die Korrelationskoeffizienten berechnet mit den zwei verschiedenen Versionen für 2006/08 repräsentieren den mittleren Korrelationskoeffizienten aus 2006/07 und 2007/08. Dabei kann der Winter 2007/08 als obere Grenze und 2006/07 als untere Grenze angesehen werden. Im COSMO-EU verhält es sich mit dem modellierten Niederschlag analog. Dadurch dass die FUB-7km-Analyse mit dem  $|DSI|$  im Winter 2007/08 geringere Korrelationen aufweist als DJF 2006/07, markiert dieses Profil die untere Grenze der Korrelationskoeffizienten. Zusammenfassend lässt sich anhand der Analyse der zwei Winter und Mittelung der Winter feststellen, dass die Korrelationskoeffizienten zwischen  $|DSI|$  und Niederschlag eine interannuelle Variabilität aufweisen. Die Größenordnung der Koeffizienten ist jedoch gleich bleibend und kann als stabil angesehen werden kann. Damit kann man annehmen, dass die Aussagen auch auf den Sommer übertragbar sind, obwohl nur der Sommer 2007 analysiert wurde.

## 7.4. Einfluss des Latent Heat Nudging

Die Assimilierung von Radardaten mit Hilfe des „Latent Heat Nudging“ (LHN) Verfahrens soll eine Angleichung von Beobachtungen und modelliertem Niederschlag bewirken (Stephan et al., 2008). Außerdem hat dieses Verfahren einen Einfluss auf die modellinterne Dynamik und demnach auch auf die atmosphärischen Felder. Dieser Einfluss soll exemplarisch anhand des Monats Juli 2009

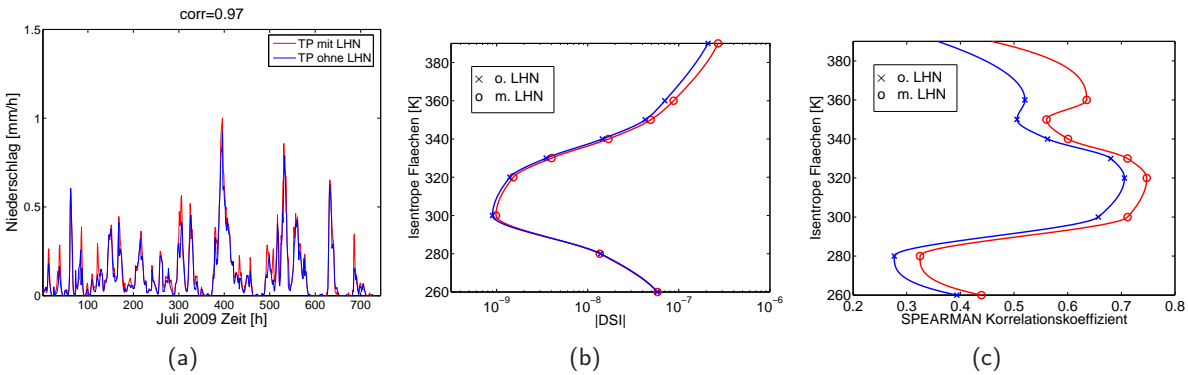


**Abbildung 7.7.:** Korrelationskoeffizienten zwischen den Flächenmitteln des  $|DSI|$  auf verschiedenen isentropen Flächen und dem Gesamtniederschlag für DJF 2007/08 (schwarze Kurve) und DJF 2006/08 (Version 1: blaue Kurve; Version 2: rote Kurve). **Oben COSMO-DE-Gitter:** (a) stündliche COSMO-DE-Vorhersagedaten und (b) stündliche FUB-2.8km-Analyse. **Unten COSMO-EU-Gitter:** (c) stündliche COSMO-DE-Vorhersagedaten und (d) stündliche FUB-7km-Analyse.

untersucht werden. Dafür stehen Vorhersagedaten aus dem operationellen Betrieb als auch Läufe ohne LHN zur Verfügung (siehe Kapitel 3.2.4).

In der Abbildung 7.8a sind die flächengemittelten Zeitreihen des Gesamtniederschlages mit und ohne LHN dargestellt. Die daraus resultierende Korrelation beider Zeitreihen beträgt 0,97. Deutlich ist in den Flächenmitteln zu erkennen, dass das Modell mit LHN mehr Niederschlag simuliert. Die mittleren Vertikalprofile des  $|DSI|$  mit und ohne LHN weisen eine hohe Ähnlichkeit auf (Abbildung 7.4b). Es ist wie für den Sommer 2007 ein Minimum zwischen 300/320 K festzustellen. Im Bereich dieses Minimums und oberhalb von 350 K treten Unterschiede zwischen den Simulationen auf. Der  $|DSI|$  mit LHN weist größere Werte auf, weil der  $|DSI|$  durch die zusätzlichen Feuchteinformationen besser die diabatischen Prozesse widerspiegelt. Einen deutlichen Effekt des Einflusses des LHN ist in den Korrelationen zwischen  $|DSI|$  und dem modellierten Gesamtniederschlag zu erkennen (Abbildung 7.4c). Der vertikale Verlauf der Korrelationskoeffizienten ist mit und ohne LHN ähnlich, nur dass die Werte mit LHN höher sind. Das Maximum der Korrelationen zwischen  $|DSI|$  und Niederschlag stimmt wieder mit dem  $DSI$ -Minimum überein. Auf der 320 K Isentropen beträgt die Korrelation zwischen  $|DSI|$  und Niederschlag mit LHN  $r=0,75$  und ohne LHN  $r=0,71$ . Auf der 360 K Fläche weichen die beiden Koeffizienten um 0,12 ab. Das LHN bewirkt durch das Freisetzen von latenter Wärme stärkere diabatische Prozesse und damit die Ausbildung von positiven PV-Anomalien und führt zu stärkeren  $DSI$ -Signalen. Durch diese verstärkten konvektiven Prozesse kommt es zu höherer Niederschlagsbildung als ohne das LHN.





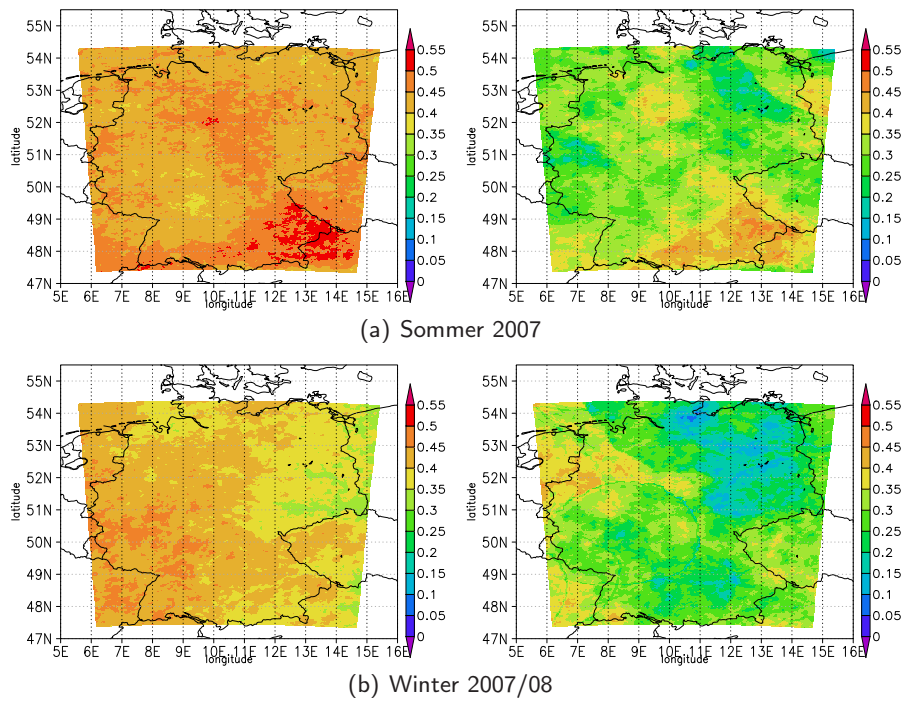
**Abbildung 7.8.:** Die blauen Kurven entsprechen dem Experiment ohne LHN und die roten Kurven den operationellen Daten mit LHN für den Juli 2009. (a) flächengemittelter stündlicher Gesamtniederschlag mit und ohne LHN. (b) mittleres Vertikalprofile des stündlichen  $|DSI|$  mit und ohne LHN. (c) Korrelationskoeffizienten zwischen den Flächenmitteln des  $|DSI|$  auf verschiedenen isentropen Flächen und dem Gesamtniederschlag mit und ohne LHN, berechnet aus stündlichen COSMO-DE-Daten. Die Korrelationskoeffizienten sind alle auf dem 95 %-Niveau statistisch signifikant.

## 7.5. Räumliche Verteilung der Korrelationen zwischen $DSI$ und Niederschlag

In Abschnitt 7.3 wurden die Korrelationen zwischen den flächengemittelten Zeitreihen des  $|DSI|$  und des Niederschlages untersucht. Nun wird der Korrelationskoeffizient zwischen dem  $|DSI|$  und dem Niederschlag (COSMO-DE und FUB-2.8km-Analyse) an jedem Gitterpunkt für den Sommer 2007 und den Winter 2007/08 berechnet, um eine räumliche Verteilung der Korrelationen zu erhalten (Abbildung 7.9). Für die Korrelationen werden nur die ersten 21 Stunden eines Tages berücksichtigt. Die Korrelationen sind statistisch signifikant auf dem 95 %-Niveau. Die zugehörige isentrope Fläche des  $|DSI|$  ist 320 K im Sommer und 300 K im Winter, da dort die höchsten Korrelationen mit den Niederschlagsreihen auftraten (Abbildung 7.4a,b). Die resultierenden räumlichen Korrelationen sowie die mittleren räumlichen Korrelationen zwischen  $|DSI|$  und modelliertem Niederschlag sind um 40 % niedriger und zwischen  $|DSI|$  und der FUB-2.8km-Analyse um 55 % niedriger als für die flächengemittelten Zeitreihen (Abbildung 7.4a,b). Das gilt sowohl für den Sommer als auch für den Winter. Das bedeutet, dass oft der Niederschlag nicht am selben Gitterpunkt auftritt wie der  $|DSI| > 0$ . Die räumliche Verteilung der Korrelationskoeffizienten zwischen  $|DSI|$  und modelliertem Niederschlag sowie  $|DSI|$  und beobachtetem Niederschlag sehen sich sehr ähnlich, obwohl die Werte für das Modell höher sind. Der Sommer 2007 war durch viele konvektive Ereignisse charakterisiert. Die mittleren Niederschlagsgebiete können durch diese Korrelationskoeffizienten wiedergegeben werden (Abbildung 7.9a). Analysen der Anzahl der Blitze in Süddeutschland zeigen ebenfalls eine hohe Aktivität an (siehe Abbildung 5.15), die mit den hohen Korrelationen zwischen  $|DSI|$  und Niederschlag korrespondiert. Im Winter zeigen die Korrelationen zwischen  $|DSI|$  und Niederschlag in der Westhälfte Deutschlands eine stärkere Übereinstimmung als in der Osthälfte an (Abbildung 7.9b). Der Winter ist vor allem durch Frontensysteme geprägt, die vom Atlantik und der Nordsee über Deutschland ziehen, die sich in den Korrelationen widerspiegeln.

## 7.6. Untersuchung der Vorhersagegüte als Funktion der Zeit

In Abschnitt 7.3 wurden die stündlichen flächengemittelten Zeitreihen in ihrer Ganzheit betrachtet und miteinander korreliert. Dabei konnte gezeigt werden, dass die Korrelationen zwischen  $|DSI|$  und Niederschlag (ausgenommen für das 7 km Gitter im Sommer 2007) dort hoch sind, wo der  $|DSI|$  im



**Abbildung 7.9.:** Räumlicher Rangkorrelationskoeffizient (a) für den Sommer 2007 und (b) Winter 2007/08 zwischen  $|DSI|$  und modelliertem (1. Spalte) sowie  $|DSI|$  und beobachtetem Niederschlag (2. Spalte) in der COSMO-DE-Auflösung. Die betrachtete isentrope Fläche für den  $|DSI|$  ist 320 K im Sommer und 300 K im Winter.

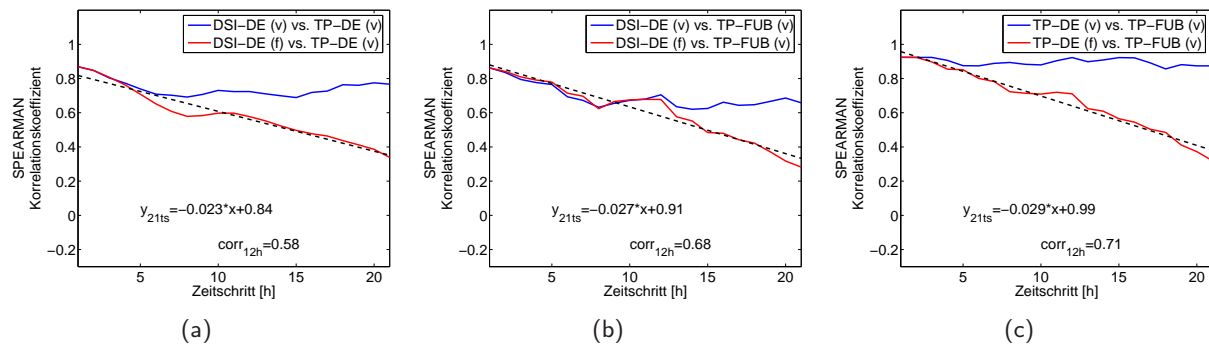
Mittel ein Minimum aufweist. Nun soll der  $DSI$  verwendet werden, um eine Abschätzung der Vorhersagegüte für den Niederschlag für bestimmte Zeitschritte zu erhalten.

In der Analyse der Vertikalverteilung der Korrelationskoeffizienten zwischen  $|DSI|$  und Niederschlag konnten die dominierenden Niveaus in der mittleren Troposphäre charakterisiert werden: 300 K im Winter und 320 K im Sommer. Nun wird für jeden Zeitschritt ein Korrelationswert der flächengemittelten Zeitreihen (00UTC + 21 h) berechnet. Exemplarisch sind für den Sommer 2007 in der Abbildung 7.10 die Korrelationen zwischen  $|DSI|$  und modelliertem Niederschlag,  $|DSI|$  und beobachtetem Niederschlag sowie modelliertem und beobachtetem Niederschlag für das 2,8 km Gitter dargestellt. Die Korrelation  $r_{ab}$  zwischen zwei Variablen wird wie folgt definiert:

$$r_{ab}(j) = \text{rankcorr}[a_j, b_j], \quad (7.1)$$

wobei  $j=1 \text{ h}, \dots, 21 \text{ h}$  ist. Die Korrelation zwischen zwei Variablen (Abbildung 7.10, blaue Linie) ist nahezu auf dem gleichen Niveau. Die Persistenzvorhersage, verdeutlicht durch die rote Linie, zeigt den Abfall der Korrelation nach einer gewissen Zeit  $r_{ab}^1(j) = \text{rankcorr}[a_1, b_j]$  mit  $j=1 \text{ h}, \dots, 21 \text{ h}$ , an. In der Abbildung 7.10a,b ist der  $|DSI|$ -COSMO-DE bei 00UTC fixiert und die Niederschlagsreihen variieren. In der Abbildung 7.10c ist der COSMO-DE-Niederschlag am ersten Zeitschritt (00UTC+0-1 h), und die beobachtete Zeitreihe variiert. Normalerweise ist der Abfall mit der Vorhersagezeit exponentiell, aber hier ist die Vorhersagedauer zu kurz. Daher wurde ein linearer Fit angepasst.

Für den Sommer 2007 kann man feststellen, dass die zeitabhängige Korrelation zwischen  $|DSI|$  und Niederschlag (Abbildung 7.10a,b) weniger stark abfällt als zwischen dem modellierten und dem beobachteten Niederschlag. Nach 12 Stunden ist die Korrelation zwischen  $|DSI|$  und modelliertem Niederschlag von 0,87 auf 0,58 (34 %; siehe Tabelle 7.1) abgefallen, zwischen  $|DSI|$  und beobachtetem Niederschlag von 0,86 auf 0,68 (21 %) sowie zwischen modelliertem und beobachtetem



**Abbildung 7.10.:** Korrelationskoeffizienten in Abhängigkeit von der Vorhersagezeit 1 h bis 21 h für den Sommer 2007. (a)  $|DSI|$  und COSMO-DE-Niederschlag, (b)  $|DSI|$  und FUB-2.8km-Analyse und (c) COSMO-DE-Niederschlag und FUB-2.8km-Analyse. Die zugehörige isentrope Fläche des  $|DSI|$  ist 320 K. Die blaue Kurve kennzeichnet, dass beide Variablen variieren [markiert durch v], wohingegen bei der Korrelation zwischen 2 Variablen (rote Kurve) ein Parameter fest ist [f] und der andere Parameter variiert [v]. Die schwarze gestrichelte Linie ist die Regressionsgerade der roten Kurve. Zusätzlich mit dargestellt ist die Korrelationskoeffizient nach 12 Stunden.

Niederschlag von 0,92 auf 0,71 (23 %). Daher lässt sich feststellen, dass sich der  $|DSI|$  besser eignet, um den beobachteten Niederschlag vorherzusagen als den modellierten. Nach 21 Stunden sind die Korrelationen zwischen den Variablen um  $\approx 60\%$  im Vergleich zum Initialwert verringert.

In der Tabelle 7.1 sind alle Korrelationswerte der Persistenzvorhersage für die verschiedenen Saisons und Gitterauflösungen zusammengestellt. Die Saison JJA ist durch den Sommer 2007 repräsentiert. Für die Saison DJF wird der Winter 2006/07 und 2007/08 betrachtet. Die Ergebnisse für den Winter 2006/08 in den zwei Versionen zeigten bereits, dass sie die mittleren Verhältnisse repräsentieren (siehe Abschnitt 7.3).

Die folgenden Aussagen können getroffen werden: Die Korrelation zwischen  $|DSI|$  und Niederschlag (modelliert und beobachtet) sowie zwischen modelliertem und beobachtetem Niederschlag zum Anfangszeitpunkt ist für die 2,8 km Auflösung größer als für das 7 km Gitter. Dabei sind die Korrelationskoeffizienten im Sommer höher als im Winter (gilt für beide Auflösungen). Da es im Sommer mehr Niederschlag gibt, sind daher die Korrelationen mit dem  $DSI$  besser. Der Abfall des Korrelationskoeffizienten ist für das 2,8 km Gitter schwächer als für das 7 km Gitter. Für das 2,8 km Gitter ist nach 12 Stunden für beide Saisons (DJF und JJA) der Korrelationskoeffizient zwischen  $|DSI|$  und beobachtetem Niederschlag höher als zwischen  $|DSI|$  und modelliertem Niederschlag. Aber nach 21 Stunden gibt es eine bessere Korrelation zwischen  $|DSI|$  und modellierten Niederschlag. Im Winter fallen die Korrelationen in den ersten 12 Stunden stärker ab als im Sommer, nach 21 Stunden hat sich dieses Verhalten umgekehrt.

Vergleicht man nun untereinander die zwei Wintersaisons, so kann man konstatieren, dass generell der Winter 2007/08 die höchsten Korrelationen zum Anfangszeitpunkt aufweist. Das bleibt tendenziell auch beim zeitlichen Abfall erhalten. Für die Vorhersagegüte nach 12 Stunden in der 2,8 km Auflösung ergibt sich ein Abfall der Korrelationen zwischen  $|DSI|$  und Niederschlag im Bereich von 20–35 %. Die Güte der Korrelationen zwischen  $|DSI|$  und COSMO-EU bewegen sich Bereich zwischen 35 % und 40 % bewegen und für die FUB-7km-Analyse beträgt der Abfall der Korrelationen mit  $|DSI|$  zwischen 30 % und 50 %, wobei der Winter 2007/08 eine geringere Korrelation bezüglich 2006/07 aufweist.

Abschließend kann man festhalten, dass im Zeitbereich zwischen einer und 12 Stunden die Korrelationen zwischen dem  $DSI$  und der Persistenzvorhersage relativ hoch sind und 60–70 % des Anfangswertes besitzen; ausgenommen davon ist der Sommer 2007 für das 7 km Gitter. Der  $DSI$  könnte

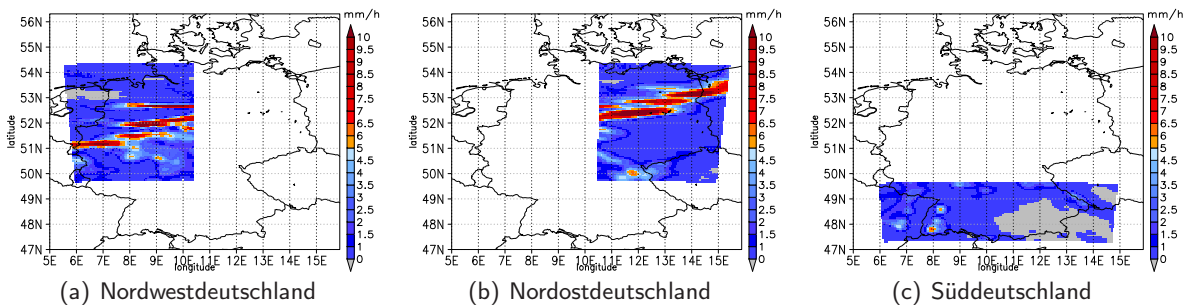
**Tabelle 7.1.:** Korrelationen, abhängig von der Vorhersagezeit, zwischen  $|DSI|$ , modelliertem und beobachtetem Niederschlag für das COSMO-DE- und COSMO-EU-Gitter. Die zugehörige isentrope Fläche des  $|DSI|$  ist im Sommer 320 K und im Winter 300 K. Die erste Spalte spezifiziert die Korrelationspaare. Bei der Berechnung der Koeffizienten wurde der 1. Parameter fixiert und der 2. Parameter variiert. Die 2. Spalte listet die Korrelationskoeffizienten der Matrix auf. Die dritte und vierte Spalte enthalten den prozentualen Abfall nach einer bestimmten Zeit, abgeleitet aus der Korrelationsmatrix. s80, s90, s95 und ns bezeichnet, statistisch signifikante Korrelation auf dem 80 %-, 90 %- und 95 %-Signifikanzniveau bzw. nicht signifikant.

	Anfangszeitpunkt	prozentualer Abfall nach 12 h	prozentualer Abfall nach 21 h
<b><math> DSI </math>-COSMO-DE vs. TP-COSMO-DE</b>			
DJF 2006/07	0,62 (s95)	36 % (s95)	53 % (s95)
DJF 2007/08	0,78 (s95)	22 % (s95)	30 % (s95)
JJA 2007	0,87 (s95)	34 % (s95)	61 % (s95)
<b><math> DSI </math>-COSMO-DE vs. TP-FUB2.8km</b>			
DJF 2006/07	0,56 (s95)	34 % (s95)	59 % (s95)
DJF 2007/08	0,74 (s95)	24 % (s95)	41 % (s95)
JJA 2007	0,86 (s95)	21 % (s95)	67 % (s95)
<b>TP-COSMO-DE vs. TP-FUB2.8km</b>			
DJF 2006/07	0,81 (s95)	43 % (s95)	66 % (s95)
DJF 2007/08	0,91 (s95)	30 % (s95)	50 % (s95)
JJA 2007	0,92 (s95)	23 % (s95)	66 % (s95)
<b><math> DSI </math>-COSMO-EU vs. TP-COSMO-EU</b>			
DJF 2006/07	0,54 (s95)	41 % (s95)	63 % (s90)
DJF 2007/08	0,56 (s95)	39 % (s95)	50 % (s95)
JJA 2007	0,32 (s95)	90 % (ns)	103 % (ns)
<b><math> DSI </math>-COSMO-EU vs. TP-FUB7km</b>			
DJF 2006/07	0,56 (s95)	45 % (s95)	69 % (s80)
DJF 2007/08	0,45 (s95)	30 % (s95)	58 % (s90)
JJA 2007	0,43 (s95)	8 % (s95)	109 % (ns)
<b>TP-COSMO-EU vs. TP-FUB7km</b>			
DJF 2006/07	0,79 (s95)	49 % (s95)	75 % (s95)
DJF 2007/08	0,88 (s95)	34 % (s95)	56 % (s95)
JJA 2007	0,87 (s95)	18 % (s95)	66 % (s95)

den Niederschlag in einem Kurzzeitbereich vorhersagen.

## 7.7. Regionale Analyse

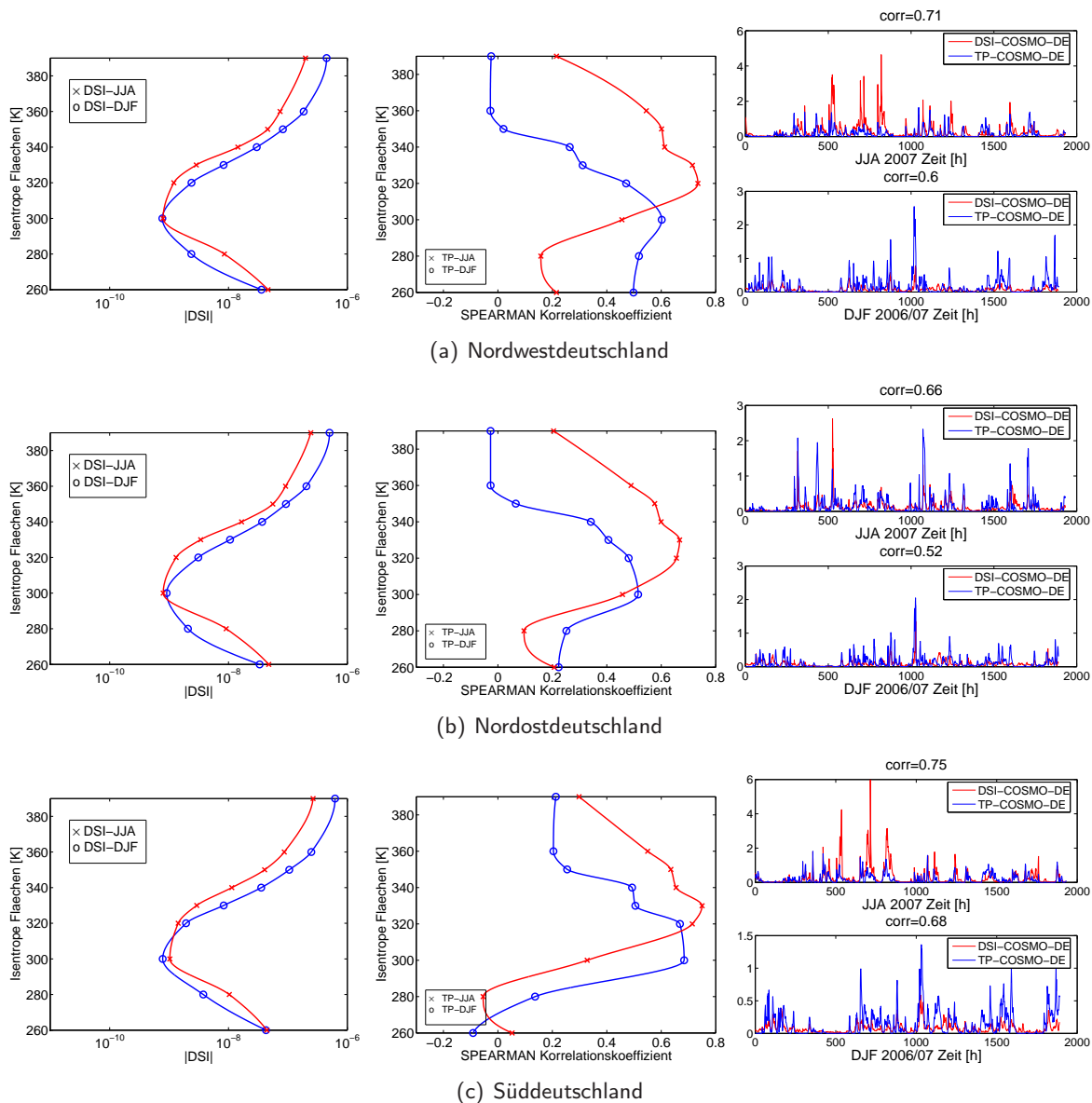
Die räumlichen Korrelationen zwischen  $|DSI|$  und dem Niederschlag zeigen eine inhomogene Struktur. Sind daher regionale Unterschiede ausmachbar? Für diese Untersuchungen werden die Felder in drei annähernd gleich große Gebiete unterteilt. Diese Regionen sollen Nordwestdeutschland (NW-DTL; Abbildung 7.11a), Nordostdeutschland (NO-DTL; Abbildung 7.11b) und Süddeutschland (S-DTL; Abbildung 7.11c) entsprechen. Für beide Gitterauflösungen wurde von diesen Regionen die flächengemittelten Zeitreihen des  $|DSI|$ , des modellierten und des beobachteten Niederschlags gebildet und miteinander korreliert. Zugrunde liegen die stündlichen Felder der 21-stündigen Vorhersagen der Modelle. Dargestellt sind in den Abbildungen 7.12 der Winter 2006/07 und der Sommer 2007. Die



**Abbildung 7.11.:** Schematische Darstellung der drei Unterregionen für Deutschland am Beispiel des Gesamtniederschlages vom 18. Januar 2007 18UTC: (a) Nordwestdeutschland, (b) Nordostdeutschland und (c) Süddeutschland.

Vertikalprofile des räumlich und zeitlich gemittelten  $|DSI|$  für das COSMO-DE in Abbildung 7.12 (1. Spalte) sehen denen in Abbildung 7.2 bzw. 7.3 ähnlich. Auch die vertikalen Verteilungen der Korrelationskoeffizienten zwischen  $|DSI|$  und dem modellierten Niederschlag der drei Regionen (2. Spalte in Abbildung 7.12) sehen der in Abbildung 7.4a ähnlich. Im Winter 2006/07 befinden sich die höchsten Korrelationen für NW-DTL und NO-DTL bei 300 K und für S-DTL zwischen 300–320 K. Im Sommer 2007 hat sich die Fläche mit der höchsten Korrelation für NO-Deutschland und S-Deutschland auf 330 K verschoben. Bei NW-Deutschland hingegen liegt sie bei 320 K. Die Verschiebung der maximalen Korrelationen für die zwei Regionen um eine isentrope Fläche kann in dem orographisch beeinflussten Niederschlag in den Alpen sowie der hochreichenden Konvektion im NO-Deutschland begründet sein. Betrachtet man nun die Absolutwerte der Korrelationen (3. Spalte in Abbildung 7.12), dann wird ein regionaler Unterschied deutlich: Die höchsten Korrelationen zwischen  $|DSI|$  und Modellniederschlag sind in S-Deutschland anzufinden, gefolgt von NW-Deutschland. In NO-Deutschland sind die Korrelationen am geringsten. Das gilt sowohl für den Winter als auch den Sommer. Das bedeutet, dass die Regionen (S-DTL und NW-DTL) mit mehr Niederschlag gegenüber den verhältnismäßig trockenen NO-Deutschland eine bessere Korrelation mit dem  $DSI$  aufweisen. Sehr schön ist bei allen drei Regionen der Orkan Kyrill (Zeitschritt  $\approx 1000$ ) zu erkennen. Dieses Ergebnis für den Winter 2006/07 lässt sich auch auf den Winter 2007/08 übertragen, wobei hier die Korrelationen insgesamt etwas höher sind als im Winter 2006/07:  $r_{NW-DTL} = 0,71$ ,  $r_{S-DTL} = 0,69$  und  $r_{NO-DTL} = 0,62$ . Außerdem lässt sich feststellen, dass die Werte für NW-Deutschland und NO-Deutschland eine interannuelle Variabilität der Korrelationen aufweisen (vgl. auch 3. Spalte in Abbildung 7.12), wobei die Korrelationen zwischen  $|DSI|$  und Niederschlag in S-Deutschland robust sind.

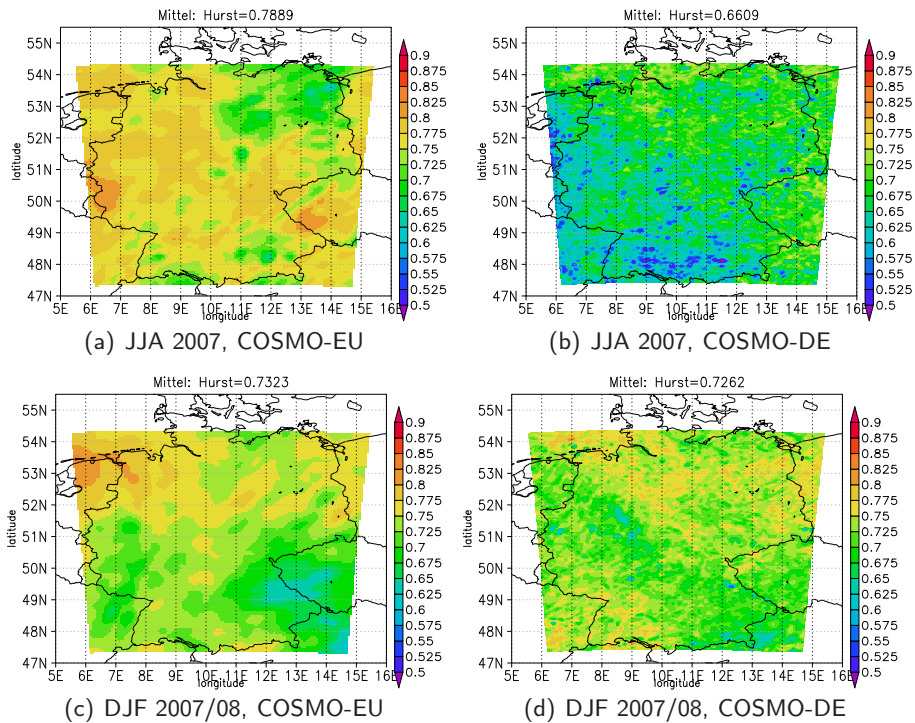
Die Korrelation zwischen  $|DSI|$  und der FUB-2.8km-Analyse liefert für die regionale Analyse analoge Ergebnisse, nur dass die Werte geringer sind. Im Sommer sind die Korrelationskoeffizienten in S-Deutschland nur 6 % kleiner als für  $|DSI|$  und Modellniederschlag, in NW-Deutschland um 10 % kleiner und in NO-Deutschland sogar um 15 % kleiner. Das stimmt sehr gut mit den Ergebnissen des räumlichen Korrelationskoeffizienten überein (2. Spalte in Abbildung 7.9a). Im Winter sind die Unterschiede zu den Korrelationskoeffizienten zwischen  $|DSI|$  und modelliertem Niederschlag größer als im Sommer. In S-Deutschland ergibt sich die höchste Abweichung im Mittel von 18 %. Aber der Korrelationskoeffizient zwischen  $|DSI|$  und FUB-2.8km-Analyse weist für den Winter 2006/07 und 2007/08 in S-Deutschland die gleiche Größenordnung auf. Dagegen ist der Koeffizient in NW-Deutschland im Winter 2007/08 höher als im Winter 2006/07. Die direkten Korrelationen zwischen Modellniederschlag und FUB-2.8km-Analyse sind hoch und weisen ebenfalls eine regionale Klassifizierung auf. Im Sommer 2007 und im Winter 2007/08 sind die höchsten Werte in S-Deutschland anzutreffen (beide  $r=0,85$ ), danach in NW-Deutschland (beide 0,82) und zuletzt in NO-Deutschland ( $r=0,81$  bzw. 0,78). Im Winter 2006/07 liegen die Korrelationen für alle Regionen um 0,77. Die hohe



**Abbildung 7.12.:** In der 1. Spalte sind die Vertikalstrukturen des mittleren  $|DSI|$ -COSMO-DE (zeitlich und räumlich), in der 2. Spalte die Korrelationskoeffizienten zwischen den Flächenmitteln des  $|DSI|$  auf verschiedenen isentropen Flächen und dem COSMO-DE-Niederschlag dargestellt. In der 3. Spalte sind die Zeitreihen des  $|DSI|$  und des Niederschlages für die Fläche mit der höchsten Korrelation abgebildet. Analysiert wird der Winter 2006/07 und der Sommer 2007 für die Regionen (a) Nordwestdeutschland, (b) Nordostdeutschland und (c) Süddeutschland.

Konsistenz der Niederschlagsfelder im Sommer 2007 konnte auch anhand der Abbildung 5.12c (1. Spalte) gezeigt werden.

Ebenfalls wird die Analyse auf das COSMO-EU-Gitter angewandt, allerdings nur für den Winter, da im Sommer aufgrund der Konvektionsparametrisierung der Peak der Korrelationen bei 320 K fehlt (Abbildung 7.6a,b). Die Korrelationen zwischen  $|DSI|$  und dem COSMO-EU-Niederschlag zeigen für die Winter 2006/07 und 2007/08 ein analoges Verhalten wie zwischen  $|DSI|$  und dem COSMO-DE-Niederschlag, nur dass die Koeffizienten niedriger sind: in S-Deutschland bis zu 20 %, in NW-Deutschland bis zu 25 % und in NO-Deutschland bis zu 30 %. Gerade in NO-Deutschland, bedingt durch den verminderten maritimen Einfluss, können die dynamischen Frontensysteme vom COSMO-EU nicht richtig erfasst werden. Die Korrelationen zwischen  $|DSI|$  und der FUB-7km-Analyse sind



**Abbildung 7.13.:** Räumlicher Hurst-Exponent für  $|DSI|$ : (a) Sommer 2007, COSMO-EU-Gitter, (b) Sommer 2007, COSMO-DE-Gitter, (c) Winter 2007/08 COSMO-EU-Gitter und (d) Winter 2007/08 COSMO-DE-Gitter. Der Hurst-Exponent wurde im Sommer 2007 auf der 320 K Isentrope und im Winter 2007/08 auf der 300 K Isentrope berechnet.

für die drei Regionen im Mittel für beide Winter analog zu den Korrelationen zwischen  $|DSI|$  und dem COSMO-EU-Niederschlag. Bemerkenswert ist, dass die direkten Korrelationen zwischen dem COSMO-EU-Niederschlag und der FUB-7km-Analyse (für beide Winter) in Nordwestdeutschland am höchsten und in Süddeutschland am niedrigsten sind und somit ein gegensätzliches Verhalten zum COSMO-DE-Gitter zeigen.

## 7.8. Hurst-Exponent des $DSI$ in der Modellkette

Im Kapitel 5.3 wurde bereits der Hurst-Exponent für die beobachteten und modellierten Niederschläge für die zwei verschiedenen Auflösungen berechnet. Nun wird erstmalig die Berechnung des Hurst-Exponenten auf die  $|DSI|$ -Daten angewendet. Der Hurst-Exponent wurde analog zu den Niederschlagsdaten an jedem Gitterpunkt mittels der R/S-Analyse und der DFA-Methode (siehe Kapitel 2.2.2) für den Sommer 2007 und den Winter 2007/08 bestimmt und anschließend der Mittelwert gebildet. Die isentropen Flächen des  $DSI$  werden analog zu den anderen Analysen ausgewählt: 300 K im DJF und 320 K im JJA.

In der Abbildung 7.13 sind die berechneten Hurst-Exponenten für den  $|DSI|$  dargestellt. Die räumlichen Strukturen des Hurst-Exponenten der beiden Modellversionen unterscheiden sich im Sommer 2007 sehr stark voneinander. Die Analyse zwischen dem  $|DSI|$  und dem Niederschlag im COSMO-EU hatte bereits die fehlende Beziehung auf der 320 K Isentrope gezeigt (Abbildung 7.6). Durch die Konvektionsparametrisierung im COSMO-EU sind die Rückkopplungsmechanismen mit dem atmosphärisch-dynamischen Parametern und daher auch mit dem  $DSI$  im Sommer nicht richtig gegeben. Im Winter 2007/08 gibt es hingegen eine relativ gute Übereinstimmung mit dem räumlichen Hurst-Exponenten der beiden Modellversionen. Es existiert ein Band von hoher Persistenz über

**Tabelle 7.2.:** Maximaler (max), Minimaler (min) und mittlerer (MW) Hurst-Exponent des Niederschlages (aus Kapitel 5.3) und  $|DSI|$  des COSMO-EU und COSMO-DE für den Sommer 2007 und Winter 2007/08.

		$ DSI $	TP-FUB	TP-Modell
JJA 2,8 km	$\max(H)$	0,782	0,960	0,773
	$\min(H)$	0,468	0,477	0,449
	MW( $H$ )	0,661	0,645	0,607
JJA 7,0 km	$\max(H)$	0,822	0,951	0,779
	$\min(H)$	0,630	0,523	0,472
	MW( $H$ )	0,789	0,661	0,626
DJF 2,8 km	$\max(H)$	0,816	0,937	0,877
	$\min(H)$	0,550	0,549	0,589
	MW( $H$ )	0,732	0,757	0,746
DJF 7,0 km	$\max(H)$	0,831	0,992	0,898
	$\min(H)$	0,602	0,574	0,644
	MW( $H$ )	0,732	0,762	0,770

Nord- und Ostdeutschland und dem Schwarzwald. Die mittleren Hurst-Exponenten sind bis auf den Sommer im COSMO-EU im Sommer niedriger als im Winter, und es gilt auch  $H_{2,8 \text{ km}} < H_{7 \text{ km}}$ . Im Folgenden werden die räumlichen Strukturen des Hurst-Exponenten des  $|DSI|$  (außer vom COSMO-EU im JJA) mit denen des Niederschlages verglichen (siehe Kapitel 5.3). Im Sommer 2007 gibt es eine hohe Übereinstimmung mit dem Hurst-Exponenten, berechnet aus den räumlichen Niederschlagsdaten. Auch das Band mit der Gesamtblitzanzahl im Sommer 2007 (Abbildung 5.15a) zwischen 48–49° N signalisiert eine große Konsistenz mit dem  $|DSI|$  im COSMO-DE. Im Winter konnte eine zonales Band mit hohen Exponenten für den Niederschlag festgestellt werden (Abbildung 5.16). Für den  $|DSI|$  sind die räumlichen Hurst-Exponenten nicht so zonal und spiegeln eher den Wirbelrand der Tiefdruckgebiete wider, weisen aber dennoch eine ähnliche Struktur mit den Hurst-Exponenten der Niederschläge auf. Vergleicht man nun die mittleren Hurst-Exponenten miteinander, dann lässt sich feststellen, dass die mittleren Hurst-Exponenten des  $|DSI|$  im Sommer höher (außer COSMO-EU) als für den Niederschlag und im Winter niedriger sind (Tabelle 7.2). Die Unterschiede zwischen dem minimalen und dem maximalen Hurst-Exponenten variieren für den  $|DSI|$  um 0,3 (2,8 km Gitter) und 0,2 (7 km Gitter), für den beobachteten Niederschlag um 0,3 und 0,5 und für den modellierten Niederschlag um 0,3. Die Spannbreite ist beim modellierten Niederschlag unabhängig von der Gitterauflösung und der Saison. Der beobachtete Niederschlag weist demnach eine große Spannbreite von minimalen und maximalen Hurst-Exponenten auf. Die Modellparameter (Niederschlag und  $|DSI|$ ) hingegen weisen eine ähnliche Spannbreite auf. Die große Spannbreite der Hurst-Exponenten bei den beobachteten Niederschlägen liegt darin begründet, dass die sehr persistenten Gebiete über dem Nordsee-Raum liegen, wo aber die Dichte der SYNOP-Stationen gering ist. Es handelt sich daher um eine künstliche Persistenz. Die räumliche Übereinstimmung des Hurst-Exponenten von  $|DSI|$  und Niederschlag bestätigt die bereits gefundenen Zusammenhänge zwischen den beiden Parametern. Das heißt, dass die statistischen Eigenschaften von  $|DSI|$  und Niederschlag sich ähneln.

**Resümee** Die dynamische Analyse der Niederschlagsprozesse wurde auf die COSMO-Modellkette angewendet. Es konnte anhand der COSMO-EU-Daten gezeigt werden, die Niederschlagsprozesse mit den Abweichungen des Energie-Wirbel-Grundzustandes in Verbindung stehen. Schwanken die  $DSI$ -Werte um Null, so weist der Niederschlag ein Minimum auf. Das impliziert, dass der Niederschlag mit den diabatischen und instationären Prozessen verbunden ist. Der modellbasierte  $DSI$  wurde mit dem modellierten und dem beobachteten Niederschlag für zwei Gitterauflösungen (2,8 km und



7 km) verglichen. Eine im Kapitel 5.3 durchgeführte Verifikation zeigte eine hohe räumliche und zeitliche Übereinstimmung zwischen den COSMO-Niederschlägen und den FUB-Analysen. Die vertikale Verteilung der Korrelationskoeffizienten zwischen dem  $|DSI|$  und dem Niederschlag des 2,8 km Gitters wies die höchsten Werte im Winter bei 300 K und im Sommer bei 320 K isentroper Fläche auf. Das korrespondiert sehr gut mit dem Minimum der mittleren  $|DSI|$ -Vertikalverteilung. Damit kann das IPV-Denken statistisch belegt werden (siehe Kapitel 6.7). Das heißt, dass in der mittleren Troposphäre, wo der  $DSI$  im Mittel ein Minimum anzeigt, sich bei zyklonenetischen Prozessen hohe  $DSI$ -Werte ergeben. Im 7 km Gitter weisen die Korrelationsverteilungen zwischen  $|DSI|$  und Niederschlag eine Ähnlichkeit auf, haben jedoch geringere Werte. Im Sommer hingegen fehlt der Peak mit den maximalen Korrelationen im COSMO-EU. Der Sommer 2007 war geprägt durch viele konvektive Ereignisse. Auch die Analyse des skaligen und konvektiven Anteils des Gesamtniederschlages vom COSMO-EU-Modell brachte zum Ausdruck, dass das Konvektionsschema nicht in der Lage ist, die relevanten konvektiven Ereignisse im Sommer aufzulösen. Für die Untersuchung des Einflusses des „Latent Heat Nudging“ wurden Modelldaten ( $DSI$  und Niederschlag) mit und ohne das LHN miteinander verglichen. Die zusätzlichen Informationen aus der Assimilierung von Radardaten bewirken eine bessere Darstellung der atmosphärischen Felder. Das Freisetzen latenter Wärme bewirkt stärkere diabatische Prozesse, und der  $DSI$  visualisiert diese. Die verbesserte Darstellung der zyklonenetischen Prozesse resultiert in der Simulation höherer Niederschlagsmengen. Die räumliche Verteilung der Korrelationskoeffizienten im Sommer indiziert ebenfalls eine hohe Niederschlagsaktivität in Süddeutschland, die auch mit einer Blitzverteilung belegt werden konnte. Das COSMO-DE-Modell mit explizit aufgelöster Konvektion kann daher die Niederschlagsprozesse besser simulieren. Im Winter 2007/08 zeigte die räumliche Verteilung eine bessere Übereinstimmung zwischen  $|DSI|$  und dem Niederschlag in Westdeutschland bedingt durch Frontensysteme. Eine regionale Analyse konnte die Ergebnisse bestätigen: hohe Korrelationen zwischen  $|DSI|$  und Niederschlag in Süddeutschland im Sommer und im Winter für Nordwestdeutschland. Die Untersuchung der Vorhersagegüte als Funktion der Zeit ergab, dass nach 12 Stunden die Korrelation der Persistenzvorhersage mit dem  $|DSI|$  noch zwei Drittel vom Anfangswert erreicht. Somit kann der  $DSI$  als dynamischer Prädiktor für Niederschlagsvorhersagen benutzt werden. Der Hurst-Exponent wurde erstmals für den  $DSI$  berechnet. Bemerkenswert ist, dass die räumliche Verteilung des Hurst-Exponenten für die  $DSI$ -Felder eine hohe Ähnlichkeit mit denen vom Niederschlag aufweist. Auch konnte gezeigt werden, dass der Hurst-Exponent mit zunehmender räumlicher Akkumulation persistenter wird. Die Ergebnisse lassen den Schluss zu, dass der  $DSI$  ein dynamischer Proxy für Niederschlag ist.



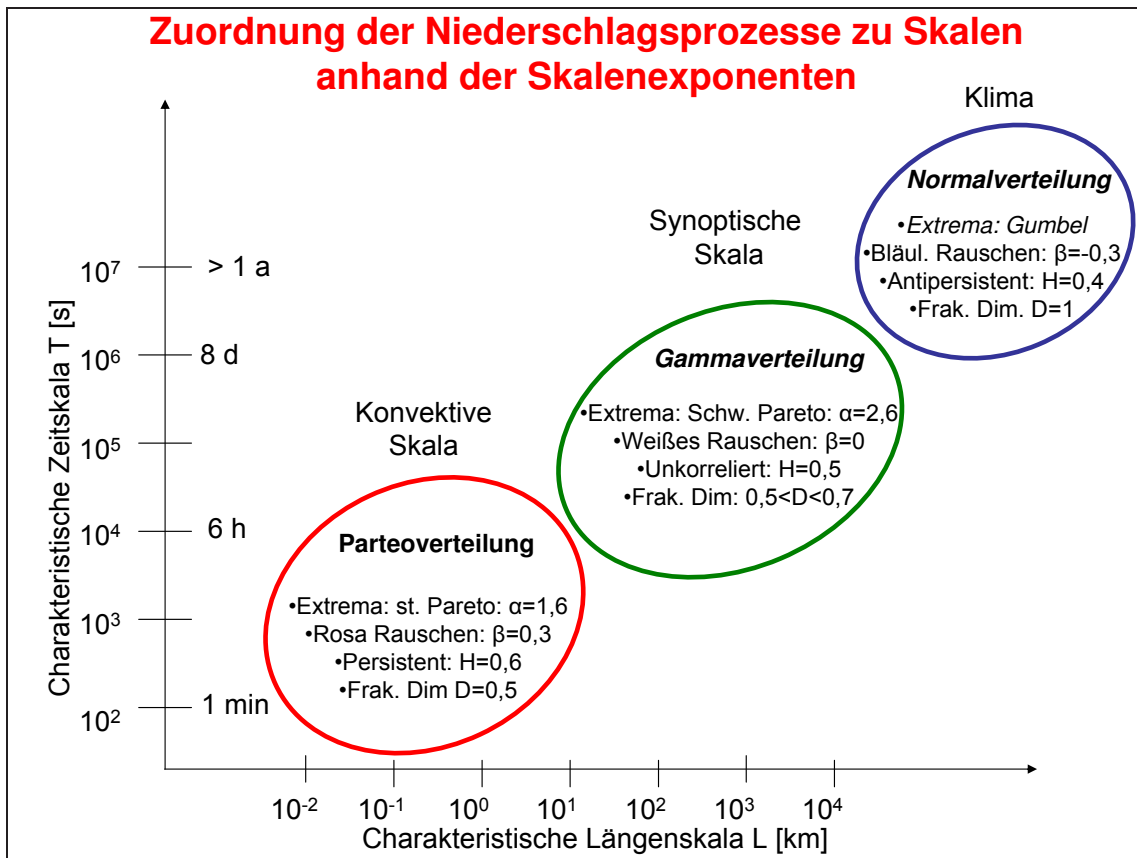
## 8. Zusammenfassung

Eine essentielle Aufgabe zur Verbesserung der Niederschlagsvorhersage in numerischen Modellen ist das Verständnis von Niederschlagsprozessen. Im Rahmen dieser Arbeit wird dazu ein Beitrag geleistet, indem der Niederschlag umfassend in verschiedenen zeitlichen und räumlichen Skalen analysiert wird. Dabei gliedert sich diese Arbeit in zwei Schwerpunkte: Der erste Teil beschäftigt sich mit der statistischen Analyse von Niederschlagsprozessen basierend auf Beobachtungs- und Modelldaten. Im zweiten Teil werden die dynamischen Ursachen der Niederschlagsbildung anhand des neuartigen Dynamischen Zustandsindex (*DSI*) untersucht. Die wichtigsten Ergebnisse dieser Arbeit werden hier zusammengefasst.

### I. Statistische Analyse des Niederschlages

Die statistische Analyse des Niederschlages (beobachtet und modelliert) wurde nicht nur mit „traditionellen“ Verfahren, wie Mittelwert-, Varianz- und Trendanalyse, durchgeführt, sondern mit Parametern, die die Zeitabhängigkeit und Zeitunabhängigkeit beschreiben. Die zeitabhängige Charakterisierung erfolgt mit dem Hurst-Exponenten  $H$ , dem spektralen Skalenexponenten  $\beta$  und der fraktalen Dimension  $D$ . Die zeitunabhängigen Aspekte werden durch die Verteilungseigenschaften des Niederschlages mit Hilfe des Pareto-Exponenten  $\alpha$  beschrieben. Besitzen die Verteilungen breite Enden, dann werden die extremen Ereignisse über  $\alpha$  repräsentiert. Diese eben genannten Exponenten beschreiben Potenzgesetze, die mit skaleninvariantem Verhalten verbunden sind. Ein besonderes Augenmerk wurde auf die Analyse der Verteilungseigenschaften gelegt, da die dortige Skaleninvarianz mit den Extremen verbunden ist (Hergarten, 2002). Die Eigenschaft ist von praktischer Bedeutung in der Meteorologie, da sie ein Maß für die Extreme darstellt. Eine neuartige Anwendung der Skalenexponenten ist die Verifikation von Modellniederschlägen.

In einem ersten Schritt wurden die Berliner Daten analysiert. Hierbei wurden erstmals die Niederschlagsdaten der Station Berlin-Dahlem mit verschiedenen Akkumulationszeiten (1 min bis Jahr), die eine Spanne von 7 Jahren bis 96 Jahren (bzw. 157 Jahren) umfassen, anhand der Exponenten und deren Beziehung zueinander charakterisiert. Durch die zeitliche Akkumulation des Niederschlages kommt es zu einem Informationsverlust und zu einer systematischen Änderung der statistischen Eigenschaften wie dem Erwartungswert, der Varianz und der Schiefe. Es kann gezeigt werden, dass die täglichen, monatlichen und jährlichen Niederschlagssummen von Berlin-Dahlem keinen signifikanten Trend anzeigen. Die Sommermonate sind am feuchtesten, und ein zweites lokales Maximum gibt es im Winter. Die Übergangsjahreszeiten sind vor allem im Frühjahr trockener. Außerdem kann mit Hilfe der qq-Abbildungen gezeigt werden, dass der Niederschlag über keine universelle Wahrscheinlichkeitsverteilung verfügt. Im Vergleich zur Temperatur ist der Niederschlag auf der Minutenskala ein seltenes Ereignis (99,1 % Nichtregenereignisse). Der 1-minütliche Niederschlag, geprägt durch pulsartiges Auftreten von Niederschlag, folgt einer Potenzgesetzverteilung, wohingegen der jährliche Niederschlag normalverteilt ist. Das wird mit Hilfe des Pareto-Exponenten  $\alpha$  bestätigt. Anhand der Ergebnisse lassen sich die Berliner Niederschlagsreihen mit verschiedenen Akkumulationszeiten in drei Skalenbereiche zusammenfassen. Damit kann das bestehende Skalendiagramm der atmosphärischen Dynamik um die hier gewonnenen statistischen Eigenschaften des Niederschlages erweitert werden. Dies wird anhand der Abbildung 8.1 verdeutlicht. Die Abbildung 8.1 stellt die mittleren Skalenexponenten der jeweiligen Skala dar. Im Folgenden werden die drei Skalenbereiche charakterisiert:



**Abbildung 8.1.:** Erweitertes Skalendiagramm für Niederschlagsprozesse. Die Ergebnisse für die Zuordnung der Klassen anhand der verschiedenen Skalenexponenten ( $\alpha, H, \beta, D$ ) stammen aus der vorliegenden Arbeit. Anhand der charakteristischen Zeitskala  $T$  kann nach Kolmogorov (1941) die charakteristische Längenskala  $L = \varepsilon^{1/2} T^{3/2}$  mit  $\varepsilon = 5 \cdot 10^{-4} \text{m}^2/\text{s}^3$  bestimmt werden. In Kursiv: bekannte Eigenschaften des Niederschlages.

**Konvektive Skala** Die konvektive Skala umfasst die 1-minütlichen bis 6-stündlichen Niederschlagsreihen. Innerhalb dieser Skala sind die Niederschläge durch persistentes Verhalten geprägt, das mit zunehmender zeitlicher Akkumulation abnimmt. Die Persistenz bedeutet, dass bei einem konvektiven Ereignisses die Wahrscheinlichkeit hoch ist, dass innerhalb von 30 Minuten die gleiche Niederschlagsmenge fällt. Das bedeutet, in der konvektiven Skala fallen bei einem Gewitter Niederschlagsmengen von ähnlicher Intensität. Dieses Ergebnis ist bemerkenswert, da erfahrungsgemäß der Niederschlag in der konvektiven Skala schwer vorhersagbar ist. Zusätzlich konnte die Analyse der Sommer- und Winterniederschläge der verschiedenen Akkumulationszeiten zeigen, dass der Niederschlag im Sommer variabler (weniger persistent) gegenüber dem Winter ist. Somit gibt es innerhalb einer Zeitskala eine Variation des Hurst-Exponenten. Die extremen Niederschlagsereignisse können mit einer Potenzgesetzverteilung, der Pareto-Verteilung, beschrieben werden. Die Flanken der Verteilung folgen im Mittel einer starken Pareto-Verteilung. Der spektrale Skalenexponent  $\beta$  weist eine hohe Übereinstimmung mit dem Hurst-Exponenten auf und ergibt im Mittel für die Skala ein rosa Rauschen. Die Untersuchung der fraktalen Dimension für die verschiedenen Zeitreihen ließ Skalenbrüche erkennen. Der Skalenbruch, der den Wechsel vom Übergangsegment zum Sättigungssegment markiert, tritt bei allen Zeitreihen an der gleichen Zeitskala von 1-2 Wochen auf. Dieser Skalenbruch ist mit dem synoptischen Maximum verbunden und stimmt sehr gut mit den Arbeiten z. B. von Ladoy et al. (1991) und Tessier et al. (1996) überein. Mit Hilfe der lokalen Dimension  $-d(\log N(r))/d(\log r)$  ließen sich ebenfalls die Zeitbereiche, die die konvektive und die konvektiv-synoptische Skala umfassen, konsistent bestimmen. Die konvektive Skala umfasst einen Bereich von 1 bis 6 Stunden und die

---

konvektiv-synoptische Skala einen Bereich größer 6 Stunden bis 1 Woche. Die fraktale geometrische Struktur des Übergangsegmentes liegt für die 1-minütlichen bis 6-stündlichen Niederschlagsreihen zwischen einem Punkt und einer Linie. Für die minütlichen Daten konnte ein Zusammenhang über die Gleichung 2.42 zwischen dem Hurst-Exponenten (Parameter für die Selbstähnlichkeit) und dem Pareto-Exponenten (Parameter für die Variabilität der extremen Niederschläge) gefunden werden. Die Analyse zeigte, dass es sich bei den Reihen um fraktionelle Lévy-Bewegungen handelt. In der konvektiven Skala ist der Niederschlag durch skaleninvariantes Verhalten gekennzeichnet.

**Synoptische Skala** Die synoptische Skala kann mit Hilfe der 9-stündlichen bis 8-täglichen Daten charakterisiert werden. Der mittlere Hurst-Exponent und der mittlere spektrale Skalenkoeffizient dieser Skala sprechen dafür, dass der Niederschlag sich wie weißes Rauschen verhält. Der Hurst-Exponent des täglichen Niederschlages kann die Variabilität der konvektiven Skala in Berlin detektieren. Auf den längeren Skalen variiert die Intensität der konvektiven Ereignisse, d. h. die Gewitter unterscheiden sich voneinander. Die Niederschlagsreihen hingegen weisen keine Normalverteilung auf, sondern folgen einer Gammaverteilung. Es konnte gezeigt werden, dass die Extremwerte zwar durch das potenzgesetzartige Verhalten der Flanken der Verteilung charakterisiert sind, jedoch schwach paretoverteilt sind. Durch eine weitere Analyse des Hurst-Exponenten von drei zusätzlichen Stationen in Deutschland (Hamburg, Potsdam und Hohenpeißenberg) konnten auch regionale Rückschlüsse gezogen werden. Stationen, die maritim beeinflusst werden, weisen persistenteren, also weniger variablen, Niederschlag auf als Stationen mit Kontinentalklima. Die Analysen der Niederschlagsreihen mit der Boxcounting-Methode zeigen bei einer Woche einen Skalenbruch, der mit dem synoptischen Maximum in Verbindung gebracht werden kann. Die fraktalen Dimensionen des Übergangsegmentes werden mit zunehmender zeitlicher Akkumulation größer und symbolisieren eine Linie. Auch bestätigten die fraktalen Dimensionen des Übergangsegmentes regionale Unterschiede: Maritime Stationen weisen aufgrund des stärkeren stratiformen Einflusses die höchste fraktale Dimension auf. In Gebieten, die mehr durch konvektive Ereignisse geprägt sind, ist die fraktale Dimension am geringsten.

**Klima-Skala** Die statistische Analyse der Zeitreihen in der Klima-Skala ergibt, dass die Niederschlagsreihen normalverteilt sind. Außerdem konnte festgestellt werden, dass die langen Skalen durch leicht antipersistentes Verhalten mit bläulichem Rauschen geprägt sind. Die fraktale Dimension sagt aus, dass der Niederschlag mit einer Linie beschrieben werden kann.

In Hinblick auf die Niederschlagsintensitäts-Andauerverteilung wurden bisher nicht die Intensitäten von zusammenhängenden Niederschlagsereignissen betrachtet. Die Analyse von mittleren und maximalen Intensitäten zusammenhängender Niederschlagsereignisse an der Station Berlin-Dahlem ergibt ein Potenzgesetz mit einem Anstieg von 0,5. Dieser Wert stimmt mit den Anstiegen der maximalen Niederschlagsereignisse von Berlin, Australien und weltweit überein (Névir et al. 2007). Die unteren Grenzen der mittleren und maximalen Dauer entsprechen genau den Grenzen der konvektiven bzw. konvektiv-synoptischen Skala, die anhand der Boxcounting-Methode gefunden wurden. In Bezug auf die Intensitäts-Andauerverteilung bedeutet das, dass entweder viele Realisierungen, die auch eine längere Zeitskala umfassen, oder wenige einzelne Extremereignisse benötigt werden, um ein Potenzgesetz zu beschreiben. Der gefundene Exponent ist also unabhängig von der jeweiligen Klimaregion und spiegelt somit identische physikalische Prozesse wider. Der konstante Vorfaktor  $a$  hingegen ist jedoch abhängig von der Klimaregion.

### **Verifikation der Modellniederschläge in den verschiedenen Raumskalen**

Eine weitere Fragestellung der hier vorliegenden Arbeit ist, inwiefern die modellierten Niederschläge mit den Beobachtungen auf den verschiedenen zeitlich-räumlichen Skalen übereinstimmen und ob sie

ähnliche statistische Eigenschaften aufweisen. Daher wurde erstmals ein Vergleich der beobachteten Niederschläge mit den simulierten Daten der Modellkette des DWD auf den verschiedenen Raum- und Zeitskalen vorgenommen. Hierzu wurden auf der lokalen Skala die Niederschlagsanalysedaten des Lokal-Modell (LM) untersucht und mit Beobachtungsdaten vom Berliner Stadtmessnetz verglichen. Für die regionale und die deutschlandweite Skala wird die COSMO-Modellkette analysiert. Die COSMO-Modellkette beinhaltet das COSMO-EU (7 km) und das COSMO-DE (2,8 km). Im Gegensatz zum COSMO-EU wird die hochreichende Konvektion im COSMO-DE explizit aufgelöst. Für die regionale Skala steht für den Vergleich eine hochaufgelöste Niederschlagsanalyse von ca. 70 Berliner Messstationen zur Verfügung. In der Deutschlandskala wird auf der Basis von SYNOP-Stationen eine modellunabhängige Niederschlagsanalyse korrespondierend zu den COSMO-Gitterauflösungen berechnet. Vor allem das COSMO-DE kann die prinzipielle Niederschlagsstruktur wiedergeben, weist aber Probleme mit der räumlich-zeitlichen Zuordnung der Niederschlagsfelder auf. In allen drei räumlichen Skalen hat sich gezeigt, dass die Modellniederschläge die extremen Ereignisse unterschätzen. Gleichzeitig überschätzen sie aber die geringen Niederschlagsmengen (bis 5 mm). Die Analyse der Beobachtungs- und Modelldaten auf den verschiedenen Skalen in Raum und Zeit ergibt, dass es zu einem geringeren Informationsverlust durch räumliche Akkumulation gegenüber der zeitlichen Akkumulation kommt. Die Skalenexponenten ( $\alpha, D, H$ ) werden mit zunehmender Akkumulation in Raum und Zeit größer. Zusätzlich zeigte der statistische Skalenexponent für die Beobachtungsdaten Skaleninvarianz in Raum und Zeit. Mit Hilfe des Hurst-Exponenten kann nachgewiesen werden, dass die modellierten Niederschläge, außer im COSMO-DE in der Deutschlandskala, eine geringere Variabilität als die Beobachtungen besitzen. Würde hingegen eine hochaufgelöste Niederschlagsanalyse in der Deutschlandskala analysiert, die auf das COSMO-DE-Gitter interpoliert ist, dann zeigen die Beobachtungsdaten eine viel stärkere Variabilität als das COSMO-DE an. Die hier verwendeten Skalenexponenten ( $\alpha, D, H$ ) eignen sich sehr gut gegenüber den kontinuierlichen und kategorischen Maßen zur Verifikation. Mit ihnen lassen sich Aussagen über die Variabilität des Niederschlages und Über- bzw. Unterschätzungen von extremen Niederschlägen treffen lassen.

## II. Dynamische Ursachen der Niederschlagsbildung

Der zweite Teil der hier vorliegenden Arbeit beschäftigt sich mit der dynamischen Analyse der Niederschlagsbildung. Um dieser Fragestellung nachzugehen, wird erstmals der Dynamische Zustandsindex (*DSI*) verwendet. Er kann auf der Basis von klassischen Modelldaten, wie Temperatur, Geopotential und Wind, berechnet werden. Obwohl die klassischen Variablen verwendet werden, beschreibt der *DSI* durch die Definition als Determinante die schwer messbaren nichtbalancierten Prozesse. Diese lassen sich als Abweichungen der atmosphärischen Strömungen von der stationären, trockenen, adiabatischen und reibungsfreien Lösung der ursprünglichen Gleichung interpretieren (Névir, 2004). Im Rahmen dieser Arbeit wird in einer prozessorientierten und statistischen Analyse erstmals eine Verbindung zwischen dem *DSI* und dem Niederschlag hergestellt. Diese Analysen werden unter Verwendung der COSMO-Modellkette, repräsentiert durch COSMO-EU und COSMO-DE, sowie einer modellunabhängigen FUB-Niederschlagsanalyse durchgeführt. Das betrachtete Gebiet umfasst Deutschland. Als ein wesentliches Ergebnis ist festzuhalten, dass die *DSI*-Felder eine hohe Übereinstimmung mit den Niederschlagsfeldern aufweisen. Da die Temperatur-, Geopotential- und Windfelder sich durch die Niederschlagsprozesse aus dem Energie-Wirbel-Grundzustand entfernen, können diese durch die Abweichungen vom Grundzustand mit dem *DSI* diagnostiziert werden. Das bedeutet z. B., dass ohne Berücksichtigung der atmosphärischen Feuchtefelder auf die Niederschlagsprozesse geschlossen werden kann. Im Folgenden werden die Ergebnisse der prozessorientierten Analyse mit dem *DSI* zusammengefasst:

---

**Korrelation zwischen  $DSI$  und Niederschlag** Es konnte anhand der COSMO-EU-Daten mit einer klassenbezogenen Korrelation gezeigt werden, dass die Niederschlagsprozesse mit den Abweichungen des Energie-Wirbel-Grundzustandes in Verbindung stehen. Wenn die  $DSI$ -Werte um Null schwanken, d. h. im Energie-Wirbel-Grundzustand, so weist der Niederschlag ein Minimum auf. Das impliziert, dass der Niederschlag mit den diabatischen und instationären Prozessen verbunden ist. Die Korrelationen zwischen dem  $|DSI|$  und dem Niederschlag (modelliert und beobachtet) im Flächenmittel sind in der 2,8 km Auflösung höher als in der 7 km Auflösung. Die FUB-Analysen zeigen leicht geringe Korrelationen mit dem  $DSI$  an. Dabei befinden sich die maximalen Korrelationswerte auf der 300 bzw. 320 K isentropen Fläche. Im Sommer weist die vertikale Verteilung der Korrelationen im COSMO-EU zwischen  $|DSI|$  und Niederschlag einen erheblichen Unterschied zum COSMO-DE auf: Beim COSMO-EU fehlt das Korrelationsmaximum bei 320 K, was auf die Konvektionsparametrisierung zurückzuführen ist. Eine detaillierte Analyse des COSMO-EU-Niederschlages bestätigt, dass dieses Maximum bei dem konvektiven Niederschlag nicht vorhanden ist, jedoch aber beim skaligen Niederschlag. Das hochaufgelöste COSMO-DE mit hochreichender Konvektion ist in der Lage, die Niederschlagsprozesse besser zu simulieren. Die räumliche Korrelation zwischen lokalen  $|DSI|$ - und Niederschlagsreihen (beobachtet und modelliert) weist geringere Werte auf als für die flächengemittelten Zeitreihen, zeigt aber die Hauptniederschlagsgebiete im Sommer in Süddeutschland an. Im Winter kennzeichnen hohe Korrelationswerte in der westlichen Hälfte von Deutschland eine bessere Übereinstimmung, was auch anhand einer regionalen Analyse gefunden wurde. Ein weiteres Ergebnis der Arbeit zeigt, dass die statistischen Eigenschaften von  $|DSI|$  und Niederschlag sich ähneln. Beispielhaft wird der Hurst-Exponent betrachtet. Hier wird erstmals der Hurst-Exponent des  $|DSI|$  berechnet. In den Saisons weisen die berechneten Hurst-Exponenten der Niederschläge hohe Konsistenz mit denen der  $DSI$ -Werte auf. Auch zeigt die räumliche Verteilung des Hurst-Exponenten des  $DSI$  mit geringerer räumlicher Auflösung mehr Persistenz an.

**$DSI$  und IPV-Denken** Die mittleren Vertikalprofile des flächengemittelten  $|DSI|$ , berechnet aus COSMO-Daten, weisen um  $\sim 300$  K ein Minimum und in der oberen und unteren Troposphäre ein Maximum auf. Das Maximum in oberen Troposphäre repräsentieren die Verlagerung und Entwicklung der Höhenträge. Das Maximum in der unteren Troposphäre ist mit den turbulenten Impulsflüssen, den diabatischen Wärmeflüssen sowie den reibungsbedingten Prozessen in der Grenzschicht verbunden. Gerade in der mittleren Troposphäre, wo der  $DSI$  im Mittel ein Minimum anzeigt, ergeben sich bei zyklogenetischen Prozessen hohe  $DSI$ -Werte. Diese Werte werden u.a. durch das Freisetzen von latenter Wärme generiert. In diesem Zusammenhang konnte der Einfluss des Latent Heat Nudging und die damit verbundenen stärkeren diabatischen Prozesse mit dem  $DSI$  im COSMO-DE nachgewiesen werden. Ein Höhen-Zeit-Schnitt des  $DSI$  im Winter 2006/07 verdeutlicht sehr anschaulich, wie die  $DSI$ -Signale in der mittleren Troposphäre die zyklogenetischen Prozesse anzeigen. Die Signale kennzeichnen die Wechselwirkung der oberen Troposphäre und der unteren Troposphäre während einer baroklinen Entwicklung. Damit lassen sich die hohen  $DSI$ -Signale mit Tiefdruckgebieten in Verbindung bringen, die ihrerseits von intensiven Niederschlägen begleitet sind. Somit können die hohen Korrelationen zwischen  $DSI$  und Niederschlag in der mittleren Troposphäre erklärt werden. Im Umkehrschluss traten während einer Blockierungsphase keine  $DSI$ -Signale auf, und es wird kein Niederschlag beobachtet. Das  $DSI$ -Konzept ist so auch eine Alternative zur Beschreibung der Dynamik anhand der isentropen potentiellen Vorticity (IPV-Denken). Aus dieser Sicht wird der zyklogenetische Prozess durch die Wechselwirkung oberer und unterer PV-Anomalien (Induktionsmechanismus) beschrieben (Hoskins et al., 1985). Die PV-Anomalien sind über ihre PV-Gradienten mit hohen  $DSI$ -Werten verbunden. Auch anhand des Orkans Kyrill kann mit Hilfe des  $DSI$  das IPV-Denken direkt visualisiert werden, ohne explizit die PV-Anomalien eines mittleres Zustandes berechnen zu müssen.

In der horizontalen Ebene korrespondieren die elongierten Niederschlagstrukturen sehr gut mit den *DSI*-Feldern. Mit der *DSI*-Analyse kann erklärt werden, dass dieses typische Aussehen der Niederschlagsfelder im Zusammenhang mit den PV-Filamenten steht. Im Allgemeinen zeigt der Zustandsindex auf der synoptischen Skala die typischen elongierten Strukturen der Warm- und Kaltfronten, die Niederschlagsbändern in den mittleren Breiten verbunden sind. In der Mesoskala können im COSMO-DE sogar eingelagerte konvektive Zellen detektiert werden. Am Beispiel des Orkans Kyrill kann das zunächst diagnostische Potential des *DSI* verdeutlicht werden. Die Untersuchung der Vorhersagegüte des *DSI* als Funktion der Zeit ergibt, dass zwischen einer und zwölf Stunden die Korrelation zwischen dem  $|DSI|$  und dem Niederschlag im Flächenmittel relativ hoch ist und noch zweidrittel des Anfangswertes beträgt.

Die hier gezeigten Ergebnisse betonen die Bedeutung der unbalancierten (instationär, diabatisch, feucht und reibungsbehaftet) Prozesse, welche dynamisch die Bildung von Niederschlag begleiten. Gerade diese diabatischen und instationären Prozesse können vom *DSI* wiedergegeben werden. Der *DSI* ist damit ein neuartiger Parameter, um die Niederschlagsprozesse zu analysieren und kann ebenfalls als Prädiktor für Niederschlag im Kurzzeitbereich benutzt werden. Darüberhinaus könnte der *DSI* als dynamischer Proxy für Klimaprojektionen verwendet werden.

## Ausblick

Die bisherigen Untersuchungen auf der lokalen Skala beziehen sich auf die Station Berlin-Dahlem. Hier ergab eine Untersuchung der mittleren und maximalen Intensitäten von sukzessiven Niederschlagsereignissen ein Potenzgesetz. Es wäre sehr interessant zu untersuchen, ob in den mittleren Breiten oder auch weltweit diese Verteilung einen universellen Charakter zeigt. Anhand der sukzessiven Niederschlagsereignisse könnte eine Zuordnung von meteorologischen Rahmenbedingungen bzw. Ursachen erfolgen.

Es wurde im Rahmen dieser Arbeit gezeigt, dass der konvektive Niederschlag durch Skaleninvarianz charakterisiert ist. Dieses skaleninvariante Verhalten wird beispielsweise durch den Hurst-Exponenten  $H$ , den Pareto-Exponenten  $\alpha$  und den Intensitäts-Andauerexponenten  $\beta$  beschrieben. Diese Ergebnisse können als Eingangsdaten für ein theoretisches Regenmodell benutzt werden.

Der dynamische Zustandsindex, als ein neuartiger Parameter der atmosphärischen Dynamik, repräsentiert die diabatischen, instationären und reibungsbehafteten Prozesse. In dieser Arbeit wurde gezeigt, dass die Korrelationen zwischen *DSI* und Niederschlag in der meso- $\beta$ -Skala sehr hoch sind. Ein COSMO-Modell, das explizit die konvektive Skala von 7 km bis hinunter auf 100 m auflöst, kann betrieben werden, um extreme Niederschlagsintensitäten abzuschätzen. In diesem Zusammenhang kann der *DSI* verwendet werden, um die physikalischen Ursachen dieser Extremereignisse (Lebenszyklus) auf verschiedenen Skalen zu erforschen. Die elongierten Regenbänder in der Horizontalen und Vertikalen sind dynamisch mit den PV-Filamenten verbunden. Mit dieser Verbindung könnte die Ertel'sche potentielle Enstrophiekaskade auf den kleinen Skalen erklärt werden und wie es zu einem Energieaustausch zwischen den Skalen kommt.

Ein Aspekt, der weiter untersucht werden sollte, ist der Einfluss des „Latent Heat Nudging“ auf die Niederschlagsgenerierung im Modell. Es konnte sehr gut für den Monat Juli 2009 gezeigt werden, dass die implementierten diabatischen Prozesse die atmosphärischen Felder und damit den Niederschlag besser abbilden. Detailliertere Analysen anhand von Fallstudien würden zu einem besseren Prozessverständnis der Niederschlagsbildung beitragen.



Teil III.  
Anhänge



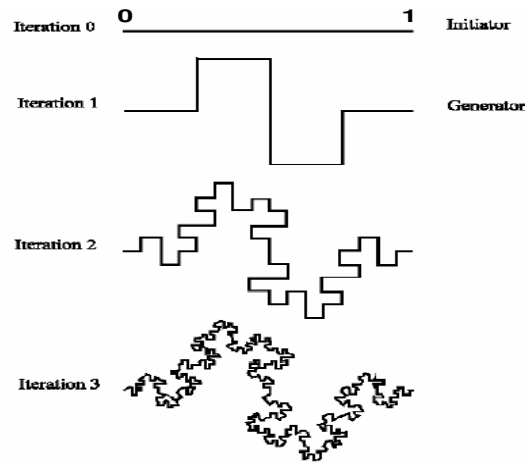
# A. Fraktalität und stochastische Prozesse

## A.1. Selbstähnlichkeit und Dimensionsbegriff

Benoit Mandelbrot (1967) prägte mit seiner Untersuchung der Länge der westlichen Küste Großbritanniens die Begriffe „Fraktale“ und „Selbstähnlichkeit“. Fraktale Phänomene kommen in der Natur häufig vor. So sind beispielsweise die Blätter von Farnen oder die Küstenlinie von Großbritannien fraktale Objekte. Mandelbrot diskutierte als erster die Konsequenzen der Skaleninvarianz und entwickelte eine mathematische Beschreibung dafür. Bei der Vermessung der Küstenlänge mit verschiedenen Maßstablängen stellte er fest, dass die Länge der Küste umso größer wird, desto kleiner die Maßstablänge wird. Mit dieser Analyse konnte festgestellt werden, dass eine nicht-ganzzahlige Dimension diese Objekte beschreibt (dieser Abschnitt). So hat die Küstenlinie von Großbritannien eine fraktale Dimension von  $D = 1,25$  (Mandelbrot, 1967).

Am Beispiel der quadratischen Kochkurve soll aufgezeigt werden, welche Eigenschaften Fraktale im Gegensatz zu einer Euklidischen Linie haben. Die Abbildung A.1 zeigt eine rekursive Prozedur der ersten drei Iterationsschritte für die Konstruktion der Kochkurve (Jibrael et al., 2008). Die Startform wird als Initiator bezeichnet (Iteration 0) und ist eine Linie im Intervall (0,1) mit der Länge 1. Der Generator kann durch verschiedene Formen wie z. B. einem gleichseitigen Dreieck (ergibt die triadische Kochkurve), einem Quadrat oder einem Polygonzug, gekennzeichnet sein und ist die nullte Generation der Kochkurve. Die Konstruktion der Kochkurve erfolgt durch die Ersetzung jedes Segmentes des Initiators durch den Generator, gebildet aus vier Vierteln, dargestellt in der Iteration 1. Der Generator enthält acht Teile und jedes hat eine Länge von einem Viertel. Jedes kleine Segment der Kurve ist ein Abbild der ganzen Kurve (Iteration 0). Die nächste Generierung erhält man durch die Ersetzung jedes Liniensegments von einer herunterskalierten Version des Generators (Iteration 2). Der 3. Iterationsschritt ist dann analog zu Schritt zwei und kann somit unendlich fortgeführt werden. Die quadratische Kochkurve zeigt eine exakte Selbstähnlichkeit. Jeder kleine Teilbereich, wenn man ihn vergrößert, kann exakt durch einen größeren Teilbereich reproduziert werden. Die Kurve ist daher unter der Änderung der Skala invariant. Die Eigenschaft der Selbstähnlichkeit oder Skalierung ist ein zentrales Konzept der fraktalen Geometrie (Voss, 1985). Dies ist eng mit dem Dimensionsbegriff verbunden. Wie lässt sich nun aus einer Linie mit  $D_e = 1$  eine selbstähnliche fraktale Linie mit einer fraktalen Dimension konstruieren? Die Linie kann in  $N$  identische Teile unterteilt werden. Jedes von diesen Teilstücken ist vom Ganzen mit einem Skalierungsverhältnis von  $r(N) = 1/N$  herleitbar. Analog verhält es sich mit einem 2-dimensionalen Objekt, z. B. ein Quadrat, das in  $N$ -selbstähnliche Teile mit einer Skalierung von  $r(N) = 1/N^{1/2}$  unterteilt wird. Ein 3-dimensionales Objekt wie ein Würfel kann in  $N$  kleinere Würfel unterteilt werden, die mit einem Verhältnis  $r(N) = 1/N^{1/3}$  herunterskaliert sind. Allgemein kann ein  $D$ -dimensionales selbstähnliches Objekt in  $N$  kleinere Kopien von sich selbst mit einem Skalierungsfaktor  $r(N) = 1/N^{1/D}$  unterteilt werden. Somit gilt auch  $Nr^D = 1 \Rightarrow N(r) = \frac{1}{r^D}$ . Für ein gegebenes selbstähnliches Objekt mit  $N$ -Teilstücken skaliert mit einem Verhältnis  $r$  vom Ganzen, ist die fraktale Dimension bzw. Ähnlichkeitsdimension  $D$  charakterisiert durch die folgende Beziehung:

$$D = -\frac{\log N}{\log r(N)} = \frac{\log N}{\log(1/r)}. \quad (\text{A.1})$$



**Abbildung A.1.:** Konstruktion einer quadratischen Kochkurve (Jibrael et al., 2008).

Die fraktale Dimension ist eine positive reelle Zahl. Ein fraktales Objekt sieht auf allen Skalen gleich aus, d. h. es kann in einem statistischen Kontext als ein reduziertskaliges Abbild des Ganzen angesehen werden, und die Teilbereiche sind selbstähnlich. Jede Kante der quadratischen Kochkurve besteht aus 8 Kopien, skaliert um den Faktor  $1/4$ . Daraus ergibt für die quadratische Kochkurve die fraktale Dimension  $D$ :

$$D = -\frac{\log N}{\log r(N)} = -\frac{\log 8}{\log 1/4} = \frac{\log 8}{\log 4} = 1,5. \quad (\text{A.2})$$

Die nicht-ganzzahlige Dimension liegt zwischen eins und zwei. Die quadratische Kochkurve füllt mehr Raum aus als eine Linie mit der Euklidischen Dimension  $D_e = 1$ , aber weniger als eine Euklidische Fläche mit  $D_e = 2$ . Der Terminus fraktale Dimension ist ein Oberbegriff für die gebrochenzahlige Dimension. Die Größe der Dimension kann aber auf verschiedene Arten hergeleitet werden. Die Namen der Dimensionen lauten dementsprechend: Ähnlichkeitsdimension, Hausdorff-Dimension, Korrelationsdimension, Maßstabsdimension oder Boxcounting-Dimension.

### A.1.1. Statistische Selbstähnlichkeit

In der fraktalen Geometrie zeigt die quadratische Kochkurve eine exakte Selbstähnlichkeit. In der Natur hingegen sind Objekte, wie Küstenlinien oder Farne, selten durch exakte Selbstähnlichkeit geprägt. Dennoch weisen sie eine analoge Eigenschaft auf: die statistische Selbstähnlichkeit (Voss, 1985). Das heißt, jedes kleine Teil sieht ähnlich, aber nicht exakt, wie der größere Teil aus. Das Konzept der statistischen Selbstähnlichkeit kann ebenfalls mit der fraktalen Dimension in Verbindung gebracht werden. Unter Benutzung eines Maßstabes der Größe  $r$  ist es möglich die Länge der Küstenlinie zu messen. Die Gesamtlänge  $L$  ist dann gleich der Maßstabsgröße  $r$ -mal der Anzahl der Schrittgröße  $N(r)$ , die die Küste nachzieht:

$$L = r \times N(r). \quad (\text{A.3})$$

Wie die quadratische Kochkurve variiert  $N(r)$  im Mittel um  $1/r^D$  und die Länge ist dann:

$$L \propto r \times \frac{1}{r^D} = \frac{1}{r^{D-1}}. \quad (\text{A.4})$$

Wie schon beschrieben, beträgt die fraktale Dimension der Küstenlinie von Großbritannien 1,25.

### A.1.2. Selbstähnliche und selbstaffine Fraktale

Ein wichtiger Aspekt bei der Untersuchung der Fraktale, ist die Unterscheidung zwischen selbstähnlich und selbstaffin. Schreibt man die Kochkurve in der Abbildung A.1 als einen Graphen mit der Funktion  $f(x)$ , dann ist der Graph eine Menge der Punkte  $(x_1, x_2)$  in der Fläche gegeben durch die Relation  $(x_1, x_2) = (x, f(x))$ . Mit dem Skalierungsverhältnis  $\lambda = r = (1/4)^n$  für  $n = 0, 1, 2, \dots$ , ist es ersichtlich, dass die quadratische Kochkurve die folgende Eigenschaft (Feder, 1988):

$$f(\lambda x) = \lambda^\alpha f(x), \quad (\text{A.5})$$

mit dem Skalierungsexponenten  $\alpha = 1$  und positiven Skalierungsfaktor  $\lambda$  besitzt. Der Exponent gibt dann ein quantitatives Maß für die Rauigkeit der Funktion  $f(x)$  an. Die Funktion ist invariant gegen multiplikative Veränderung der Skala. Fraktale, die isotrop mit  $\alpha = 1$  reskaliert werden können, sind selbstähnlich. Im Allgemeinen, ist ein selbstähnliches Fraktal in einem 2-dimensionalen  $xy$ -Raum gegeben durch  $f(\lambda x, \lambda y)$  und ist selbstähnlich zu  $f(x, y)$ . Dann ist die fraktale Dimension des selbstähnlichen Objektes durch die Gleichung A.1 gegeben. Im Gegensatz dazu, werden bei einer anisotropen Reskalierung die Fraktale „selbstaffin“ bezeichnet (Theiler, 1990). Das heißt, es handelt sich um Objekte, die statistisch ähnlich unter einer anisotropen Skalierung sind. Dann kann die Funktion A.5 mit  $\alpha \neq 1$  in  $x$ -Richtung um einen Faktor  $\lambda$  ( $x \rightarrow \lambda x$ ) und  $y$ -Richtung um einen Faktor  $\lambda^\alpha$  ( $f \rightarrow \lambda^\alpha f$ ) unterschiedlich reskaliert werden. Eine analoge Konstruktion kann für Funktionen benutzt werden, die für alle reelle Werte definiert ist. Ein Beispiel ist die Potenzfunktion  $f(t) = bt^\alpha$ , die ebenfalls der Homogenitätsrelation A.5 genügt. Die Zeit  $t$  wird dann mit  $\lambda$  skaliert und für die reelle Funktion gilt dann:

$$f(\lambda t) = b(\lambda t)^\alpha = \lambda^\alpha f(t). \quad (\text{A.6})$$

Die Klasse der selbstaffinen Fraktale enthält die Klasse der selbstähnlichen Fraktale. Das bekannte Beispiel eines selbstaffinen Fraktals ist die Brown'sche Bewegung in zwei Dimensionen  $(x(t), t)$ , die in Abschnitt A.3.1 näher beschrieben wird. Selbstaffine Skalierung erfolgt in Räumen mit physikalisch unterschiedlichen gewichteten Koordinatenachsen, wenn z. B. die Zeitachse enthalten ist. In der Literatur wird häufig nicht zwischen Selbstähnlichkeit und Selbstaffinität streng unterschieden, d. h. selbstaffine Objekte werden gelegentlich auch selbstähnlich genannt (Theiler, 1990).

## A.2. Wahrscheinlichkeitsverteilungen

Zentrale Fragestellungen bei der Niederschlagsvorhersage sind z. B. ob und wie viel Niederschlag fallen wird. Eine Herangehensweise ist z. B. die tägliche Niederschlagsvariabilität an einem Ort zu untersuchen. Dabei sei  $x_i, \dots, x_n$  eine Reihe von Niederschlagsdaten und der Niederschlag zum Zeitpunkt  $i$  sei eine Zufallsgröße  $X_i$ . Sind in der Reihe viele Nichtregenerereignisse enthalten, stellt sich die Frage, ob der nächste Wert trocken oder ein Regenerereignis sein wird und/oder welche Menge an Niederschlag fällt. Die Statistik kann die Fragen bezüglich der Niederschlagsreihe  $x_i, \dots, x_n$  als Realisierungen der Reihe von Zufallsgrößen  $X_i, \dots, X_n$  beantworten und unter Benutzung der Daten die probabilistische Struktur dieser Daten abschätzen.

Im Abschnitt A.2.1 werden zunächst die Basiskonzepte und Notationen der Wahrscheinlichkeitsverteilungen eingeführt. Der Zusammenhang zwischen der Normalverteilung und dem zentralen Grenzwertsatz wird erläutert. Die stabilen Verteilungen werden durch vier Parameter charakterisiert und die Normalverteilung ist ein Beispiel dieser stabilen Verteilungen (Abschnitt A.2.2).

### A.2.1. Normalverteilung und zentraler Grenzwertsatz

Sei  $X$  eine Zufallsvariable, welche ein Maß repräsentiert, dessen Ergebnis unsicher ist. Eine Menge von möglichen Ergebnissen von  $X$  wird Ereignisraum  $\Omega$  genannt (Coles, 2001). Man unterscheidet dabei zwischen diskreten und kontinuierlichen Zufallsgrößen. Eine Zufallsgröße heißt diskret, wenn sie nur endlich viele Werte annehmen kann. Die kontinuierlichen Zufallsgrößen besitzen einen kontinuierlichen Ereignisraum  $\Omega$ . Aufgrund der Kontinuität ist es nicht möglich, alle Wahrscheinlichkeiten allen möglichen Werten der Zufallsgrößen zuzuordnen. Anstelle der Wahrscheinlichkeitsverteilung wird eine Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion (kurz: Verteilungsfunktion) für jedes  $x$  aus  $\Omega$  definiert:

$$F(x) = Pr\{X \leq x\}. \quad (\text{A.7})$$

Hierbei gibt  $Pr$  die Wahrscheinlichkeit an. Ein Axiom der Wahrscheinlichkeitstheorie lautet, dass die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses nicht negativ sein darf, d. h.  $F$  muss eine monoton steigende Funktion von  $x$  sein. Eine Zufallsvariable  $X$  und ihre Verteilung nennt man stetig, wenn eine nichtnegative Funktion  $p(x)$  existiert, so dass für jedes Intervall  $(a, b)$  gilt:

$$F(b) - F(a) = Pr\{a \leq X \leq b\} = \int_a^b p(x)dx. \quad (\text{A.8})$$

Dabei ist  $p(x)$  die Wahrscheinlichkeitsverteilungsdichte (kurz: Dichtefunktion) der Zufallsgröße  $X$ . Die Verteilungsfunktion  $F(x)$  ist differenzierbar, und ihre Ableitung ergibt die Verteilungsdichte  $p(x) = \frac{dF(x)}{dx}$ . Für  $a \rightarrow -\infty$  und  $b \rightarrow +\infty$  folgt mittels  $Pr\{-\infty < X < +\infty\} = 1$ , so dass das Integral A.8 über den gesamten Wertebereich von  $X$  gleich eins wird:

$$F(+\infty) - F(-\infty) = \int_{-\infty}^{+\infty} p(x)dx = 1. \quad (\text{A.9})$$

Das wichtigste Beispiel für die kontinuierliche Verteilung ist die Gauß'sche Normalverteilung. Eine Zufallsvariable  $X$  ist mit den Parametern  $\mu$  und  $\sigma$  normalverteilt, gekennzeichnet durch  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , wenn die Verteilungsdichte die folgende Form annimmt:

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left\{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\}, x \in \mathbb{R}. \quad (\text{A.10})$$

Der Mittelwert  $\mu$  und die Varianz  $\sigma^2$  legen die Form der Verteilungsfunktion fest. Es ist noch anzumerken, dass von der Normalverteilung keine explizite kumulative Dichtefunktion existiert, d. h. die integrale Form ist analytisch nicht bestimmbar. Wenn  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , dann erhält man eine standardisierte Variable  $Z$ , die der standardisierten Normalverteilung folgt:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \sim N(\mu = 0, \sigma = 1). \quad (\text{A.11})$$

Jede gaußische Zufallsvariable  $X$  kann in die Standardform transformiert werden, indem der Mittelwert abgezogen und durch die Standardabweichung dividiert wird. Daraus ergibt sich dann die Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung  $\Phi(z)$ :

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z \exp\left\{-\frac{x^2}{2}\right\} dx. \quad (\text{A.12})$$

Manchmal sind die exakten Berechnungen der Verteilungsfunktion schwierig, wenn beispielsweise die anzupassende Verteilung unbekannt ist. In diesem Fall kann eine bekannte, einfachere Verteilung mit begrenzenden Kriterium, an die wahren Werte approximiert werden. Der Zentrale Grenzwertsatz ist einer der wichtigsten Grenzsätze in der Statistik und befasst sich mit unabhängigen und identisch verteilten (engl.: independent and identically distributed; i.i.d.) Zufallsvariablen, deren Mittelwert und Varianz finit sind. Sei  $X_1, X_2, \dots$  also eine Reihe von unabhängigen und identisch verteilten Zufallsgrößen mit Mittelwert  $\mu$  und endlicher, positiver Varianz  $\sigma^2$ . Hierbei ist  $\bar{X}_n = (X_1 + \dots + X_n)/n$  eine Folge von Zufallsvariablen, die die gleiche Verteilung besitzen. Der Zentrale Grenzwertsatz wird wie folgt definiert:

$$\frac{\sqrt{n}(\bar{X}_n - \mu)}{\sigma} \rightarrow Z. \quad (\text{A.13})$$

Der zentrale Grenzwertsatz besagt, dass mit wachsenden  $n$  ( $n \rightarrow \infty$ ) die Folge  $\bar{X}_n$  gegen die Standardnormalverteilung  $Z \sim N(0, 1)$  (Gleichung A.11) konvergiert. Die statistische Anwendung des zentralen Grenzwertsatzes (Gleichung A.13) beruht auf der Approximation der Verteilung durch den Stichprobenmittelwert  $\bar{X}_n$  für große  $n$ . Daraus folgt dann  $\bar{X}_n \sim N(\mu, \sigma^2/n)$ . Das bedeutet bei genügend großem Stichprobenumfang, dass die Summe (oder das arithmetische Mittel) einer Menge unabhängiger Beobachtungen im Grenzfall wieder gaußverteilt ist.

### A.2.2. Stabile Verteilungen

In diesem Abschnitt sollen die Klasse der stabilen Verteilungen eingeführt werden, die auch die Normalverteilung (gaußisch stabil; vgl. Abschnitt A.2.1) beinhaltet. Die Verteilungsenden der nicht-gaußisch stabilen Verteilungen fallen potenzgesetzartig wie Pareto-Verteilungen ab. Diese wurden in Kapitel 2.2.1 erläutert.

Stabile Verteilungen sind eine Klasse von Wahrscheinlichkeitsverteilungen, bei denen die Verteilungen eine Schiefe und breite Verteilungsenden besitzen. Die stabilen Verteilungen können in gaußisch stabile und nicht-gaußisch stabile unterteilt werden. Dabei werden die nicht-gaußisch stabilen Verteilungen auch stabile Pareto- (oder auch Lévy-stabil und  $\alpha$ -stabile) Verteilungen genannt. Stabile Verteilungen mit breiten Verteilungsenden werden zu asymptotisch genäherten Pareto-Verteilungen. Die Klasse der stabilen Verteilungen wurde von Paul Lévy bei seinen Untersuchungen der unabhängigen und identisch verteilten (i.i.d.) Zufallsgrößen charakterisiert. Bis auf wenige Verteilungen (z. B. Gauß, Cauchy und Lévy) fehlen geschlossene Formeln für die Wahrscheinlichkeitsdichten und -verteilungen. Dies ist ein großes Problem für die praktische Anwendung der stabilen Verteilungen. Dieses Problem wird mit Modellen umgangen, die in der Lage sind, stabile Dichten und andere Eigenschaften zu simulieren. Stabile Verteilungen werden benötigt, da der Zentrale Grenzwertsatz aussagt, dass nur normalisierte Summen von i.i.d. Größen stabil sind (Nolan, 2009). Zum anderen erlauben die gaußischen Verteilungen und Prozesse keine großen Fluktuationen. Diese spiegeln jedoch die hohe Variabilität wider. Die stabilen Verteilungen werden durch vier Parameter charakterisiert: den Stabilitätsindex  $\alpha$ , den Skalenparameter  $\sigma$ , den Schiefeparameter  $\beta$  und den Verschiebungsparameter bzw. Lageparameter  $\mu$ . Die stabile Verteilung ist gaußisch, wenn  $\alpha = 2$  ist und  $\sigma$  proportional zu Standardabweichung ist. Außerdem ist  $\beta = 0$  und  $\mu$  entspricht dem Mittelwert der Verteilung. Die Verteilungsbreite der stabilen Verteilungen nimmt zu wie  $\alpha$  abnimmt (Samorodnitsky und Taqqu, 1994). Stabile Verteilungen mit  $\alpha < 2$  besitzen viele Eigenschaften einer Normalverteilung, unterscheiden sich jedoch von ihnen. Wenn  $\alpha < 2$  ist, dann fallen die Verteilungsenden potenzgesetzartig ab. Je kleiner  $\alpha$  ist, desto schneller ist der Abfall und desto breiter sind die Enden. Das heißt, dass eine stabile Zufallsvariable mehr Variabilität als eine gaußische Zufallsvariable zeigt.

**Definition A.2.1** Eine Zufallsvariable  $X$  hat eine stabile Verteilung, wenn für jede positive Zahl  $A$  und  $B$  eine positive Zahl  $C$  und eine reelle Zahl  $D$  existiert, so dass gilt:

$$AX_1 + BX_2 \stackrel{d}{=} CX + D, \quad (\text{A.14})$$

wobei  $X_1$  und  $X_2$  identische Abbilder von  $X$  sind. „ $\stackrel{d}{=}$ “ bezeichnet die Gleichheit in der Verteilung.

Eine Zufallsvariable  $X$  wird streng stabil genannt, wenn in Definition A.2.1  $D = 0$  ist. Eine Zufallsvariable wird symmetrisch stabil genannt, wenn ihre Verteilung symmetrisch ist. Das ist genau dann der Fall, wenn  $X = -X$  die gleichen Verteilungen besitzen. Eine symmetrische Zufallsvariable ist immer stabil. Für jede stabile Zufallsvariable  $X$ , gibt es eine Zahl  $\alpha \in (0, 2]$ , so dass die Zahl  $C$  in der Definition A.2.1 die folgende Gleichung erfüllt:

$$C^\alpha = A^\alpha + B^\alpha. \quad (\text{A.15})$$

Die Zahl  $\alpha$  wird Stabilitätsindex oder charakteristischer Exponent genannt. Eine Zufallsvariable  $X$  mit dem Index  $\alpha$  wird  $\alpha$ -stabil genannt. Die Additionsregel für unabhängige Zufallsvariablen besagt, dass die Mittelwerte von der Summe die Summe der Mittelwerte ist und die Varianz der Summe die Summe der Varianzen ist. Die stabilen Verteilungen sind die einzigen Verteilungen, die als Grenzwerte der normalisierten Summen der i.i.d. Zufallsvariablen erhalten werden können. Das Wort stabil wird benutzt, weil die Form stabil oder unverändert bezüglich der Summation bleibt. Es gibt weitere Arten stabiler Verteilungen, z. B. maximumstabil, minimumstabil, multiplikativ stabil und geometrisch stabil. Die maximum- und minimumstabilen Verteilungen beziehen sich auf die Maxima bzw. Minima der Verteilungsenden, die zu den Extremwertverteilungen (Gumbel, Fréchet und Weibull) führen (Rachev und Mittnik, 2000). Die Gleichung A.13 definiert den Zentralen Grenzwertsatz. Dieser Satz kann wie folgt umgeschrieben werden:

$$a_n(X_1 + \dots + X_n) - b_n \rightarrow^d Z, \quad (\text{A.16})$$

wobei  $a_n = 1/(\sigma\sqrt{n})$  und  $b_n = \sqrt{n}\mu/\sigma$  sind. Daher kann man den generalisierten Zentralen Grenzwertsatz ableiten und zeigen, dass wenn die Annahme der finiten Varianz verworfen wird, die einzig möglichen Grenzwerte stabil sind. Der generalisierte Zentrale Grenzwertsatz besagt, dass die Summe der unabhängigen Zufallsvariablen mit derselben Verteilung zu der Attraktionsdomäne (Anziehungsbereich) einer stabilen Verteilung gehören.

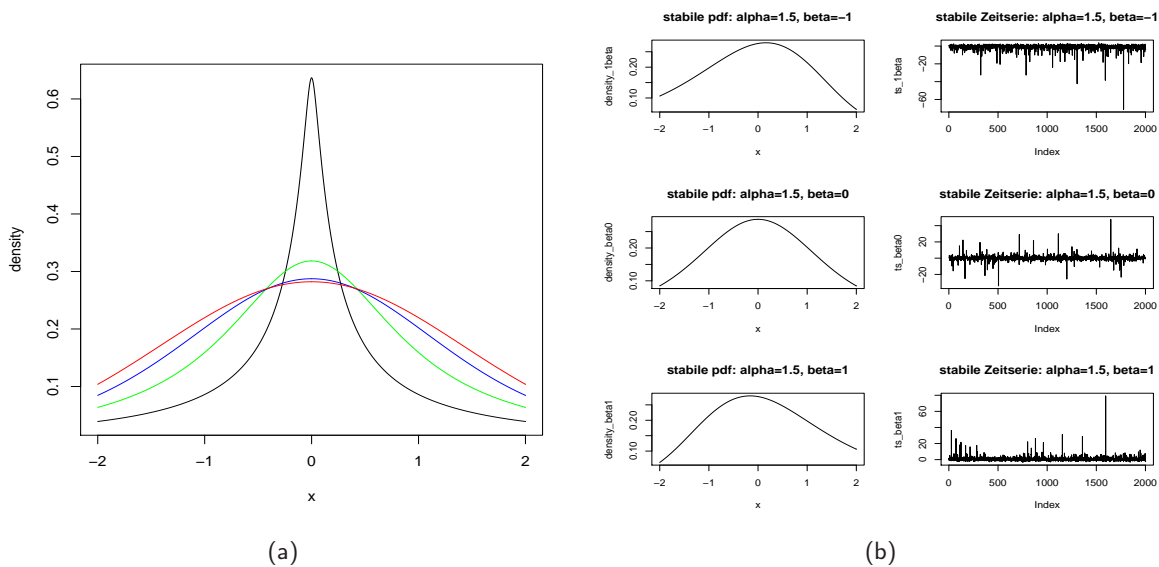
Die stabilen Verteilungen haben keine geschlossene analytische Form (außer für die Gauß-, Cauchy- und Lévy-Verteilung) und können daher nur in Form ihrer charakteristischen Funktion definiert werden. Eine Zufallsvariable  $X$  hat eine stabile Verteilung  $F(x)$ , wenn die Parameter  $0 < \alpha \leq 2$ ,  $\sigma \geq 0$ ,  $-1 \leq \beta \leq 1$  und  $\mu \in \mathbb{R}$  so gegeben sind, dass ihre charakteristische Funktion  $\phi(\theta) = E[\exp i\theta X] = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(i\theta x) dF(x)$  die folgende Form annimmt:

$$E[\exp i\theta X] = \begin{cases} \exp\{-\sigma^\alpha |\theta|^\alpha (1 - i\beta(\text{sign}\theta) \tan \frac{\pi\alpha}{2} + i\mu\theta)\} & \text{wenn } \alpha \neq 1, \\ \exp\{-\sigma |\theta| (1 + i\beta \frac{2}{\pi}(\text{sign}\theta) \ln |\theta| + i\mu\theta)\} & \text{wenn } \alpha = 1. \end{cases} \quad (\text{A.17})$$

$E[\ ]$  ist hierbei der Erwartungswert und ist folgendermaßen definiert  $E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx$  (Schönwiese, 2006). Dabei ergibt sich für  $\theta$ :

$$\text{sign } \theta = \begin{cases} 1 & \text{wenn } \theta > 0, \\ 0 & \text{wenn } \theta = 0, \\ -1 & \text{wenn } \theta < 0. \end{cases}$$





**Abbildung A.2.:** (a) Stabile Verteilungsdichten  $S(\alpha, \sigma = 1, \beta = 0, \mu = 0)$  mit  $\alpha = 2$  (rot), 1.5 (blau), 1 (grün) und 0.5 (schwarz). (b) Stabile Verteilungsdichten und zugehörige Zeitserien für  $S(\alpha = 1.5, \sigma = 1, \beta, \mu = 0)$  mit  $\beta = -1$  (oben), 0 (Mitte) und 1 (unten).

Die Parameter,  $\sigma, \beta$  und  $\mu$  sind eindeutig bestimmt. Wird  $\beta = 1$ , dann ist die Verteilungsfunktion gänzlich rechtsschief und  $\beta = -1$  ergibt eine linksschiefe Verteilung.

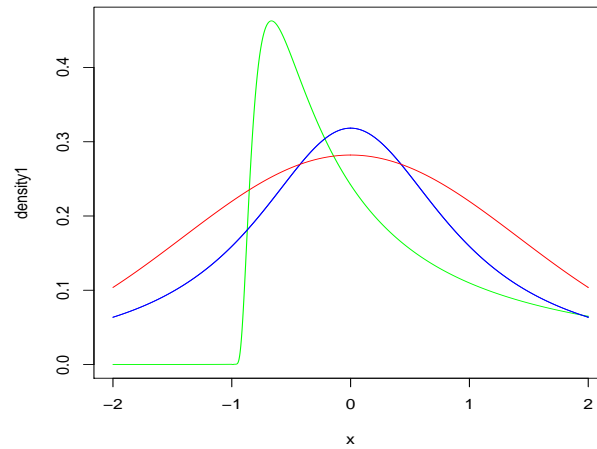
Es soll die folgende Notation für die stabilen Verteilungen eingeführt werden:  $S_\alpha(\sigma, \beta, \mu)$ . Wird  $X \sim S_\alpha(\sigma, \beta, \mu)$  geschrieben, dann zeigt es an, dass  $X$  eine stabile Verteilung in der Form hat. Ist  $X$   $\alpha$ -stabil und symmetrisch mit  $\beta = \mu = 0$ , dann wird die Notation zu  $X \sim S_\alpha S$ . Die Verteilung ist  $X \sim S_\alpha S$  nur dann, wenn  $X \sim S_\alpha(\sigma, 0, 0)$  ist. Damit reduziert sich die charakteristische Funktion auf den Ausdruck:

$$E[\exp i\theta X] = e^{-\sigma^\alpha |\theta|^\alpha}. \quad (\text{A.18})$$

Die  $S_\alpha S$ -Verteilung wird nur noch über den Skalenparameter  $\sigma$  charakterisiert. In Abbildung A.2a ist für verschiedene  $\alpha$  die  $S_\alpha S$  dargestellt. Dabei ergibt sich für  $\alpha = 2$  die Normalverteilung. Je kleiner  $\alpha$  wird, desto spitzer werden die Kurvenverläufe. Wird der Schiefeparameter  $\beta$  mitberücksichtigt, kann man auch anhand der Zeitserien erkennen, dass  $\beta \neq 0$  eine positive (Abbildung A.2b unten) oder negative (Abbildung A.2b oben) Verschiebung bedeutet. Die schematische Darstellung mit  $\beta > 0$  sieht dem Niederschlag auf kurzen Zeitskalen sehr ähnlich. Das legt die Vermutung nahe, dass es sich beim Niederschlag um einen stabilen Prozess handeln könnte. Jedoch bedeutet diese positive Verschiebung nicht, dass die Werte der Zeitreihe größer Null sind, wie es allerdings beim Niederschlag der Fall ist.

Für die Dichtefunktionen von drei stabilen Verteilungen existieren geschlossene Ausdrücke. Diese sind die Normal-, Cauchy- und Lévy-Verteilung. Sie sind in Abbildung A.3 dargestellt.

- Für  $\alpha = 2$ ,  $\beta = 0$  erhält man mit einer Parametrisierung in der Skala  $\tilde{\sigma} = \sqrt{2}\sigma$  die Normal- bzw. Gauß-Verteilung  $X \sim S_\alpha(\sigma, 0, \mu) = N(\mu, 2\sigma^2)$ , d. h.  $S_2(0, \sigma, \mu; x)$  ist normalverteilt mit dem Erwartungswert  $\mu$  und der Varianz  $\tilde{\sigma} = \sqrt{2}\sigma$ . Deren Dichte wurde bereits in Gleichung A.10 definiert.
- Für  $\alpha = 1$  und  $\beta = 0$  erhält man die Cauchy-Verteilung  $X \sim S_1(\sigma, 0, \mu)$  mit viel breiteren Verteilungsenden als die Normalverteilung und die Dichte der Cauchy-Verteilung ist definiert



**Abbildung A.3.:** Graphen der Normal-, (rot) Cauchy-, (blau) und Lévy-Verteilungsdichten (grün).

als:

$$p_{\mu,\sigma}(x) = \frac{\sigma}{\pi((x - \mu)^2 - \sigma^2)}. \quad (\text{A.19})$$

- Für  $\alpha = 0,5$  und  $\beta = 1$  erhält man die Lévy-Verteilung  $X \sim S_{1/2}(\sigma, 1, \mu)$  mit der Dichte:

$$p_{\mu,\sigma}(x) = \left(\frac{\sigma}{2\pi}\right)^{1/2} \cdot \frac{1}{(x - \mu)^{3/2}} \cdot \exp\left\{-\frac{\sigma}{2(x - \mu)}\right\}, x > \mu. \quad (\text{A.20})$$

Die Wahrscheinlichkeitsdichte der Lévy-Verteilung ist im Intervall  $(\mu, -\infty)$  konzentriert.

Das asymptotische Flankenverhalten der Normalverteilung für  $\alpha = 2$  ist gut verstanden, jedoch wird das Verhalten für  $\alpha < 2$  der nicht-gaußischen Verteilungen beschrieben. Für  $\alpha < 2$ , haben die stabilen Verteilungen eine Flanke (wenn  $\alpha < 1, \beta = \pm 1$ ) oder zwei Flanken (in den anderen Fällen), die zu asymptotischen Potenzgesetzen mit breiten Verteilungsenden werden. Die Verteilungsenden der  $\alpha$ -stabilen Verteilungen ( $X \sim S_\alpha(\sigma, \beta, \mu)$  mit  $0 < \alpha < 2, -1 < \beta < 1$ ) für  $x \rightarrow \infty$  können die folgende Form annehmen (Fofack und Nolan, 1999):

$$Pr\{X > x\} \sim C_\alpha(1 + \beta)x^{-\alpha}, \quad (\text{A.21})$$

$$Pr\{X < -x\} \sim C_\alpha(1 - \beta)x^{-\alpha}, \quad (\text{A.22})$$

mit  $C_\alpha = (2 \int_0^\infty x^{-\alpha} \sin x dx)^{-1} = \frac{1}{\pi} \Gamma(\alpha) \sin(\pi\alpha/2)$ . Dabei repräsentiert  $\Gamma()$  die Gammafunktion:

$$\Gamma(a) := \int_0^\infty x^{a-1} e^{-x} dx.$$

Die Gleichung A.21 beschreibt die oberen Verteilungsenden und A.22 die unteren. Das Verhalten der Flanken, d. h. breite Verteilungsenden, ist eine wichtige Eigenschaft der  $\alpha$ -stabilen Verteilungen und wird benutzt, um sie zu charakterisieren. Die Pareto-Verteilungen (Abschnitt 2.2.1) sind eine Klasse von Verteilungen, dessen obere Flanken sich exakt wie die rechte Seite in Gleichung A.21 verhalten. Daher wird der Begriff der stabilen Pareto-Verteilungen eingeführt, um den schnellen Abfall im Gauß-Fall von den Pareto-ähnlichen Fällen für  $\alpha < 2$  zu unterscheiden.

Eine Folge der breiten Verteilungsenden ist, dass nicht alle statistische Momente existieren. Viele

statistische Untersuchungen stützen sich auf die Eigenschaften des Mittelwertes oder der Varianz. Jedoch sind diese nicht unbedingt bei den Verteilungen mit breiten Flanken nützlich, da die Integraldarstellung der Erwartungswerte divergiert. Daher macht es mehr Sinn, die fraktionellen absoluten Momente  $E|X|^r = \int_{-\infty}^{\infty} |x|^r p(x) dx$ ,  $p \in \mathbb{R}$  zu benutzen:

$$\begin{aligned} E|X|^r &< \infty, 0 < r < \alpha, \\ E|X|^r &= \infty, r \geq \alpha. \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

Demnach wird  $E|X|^2 = EX^2 = +\infty$ , wenn  $0 < \alpha < 2$ , und die stabilen Verteilungen besitzen kein endliches zweites Moment bzw. Varianz. Wenn zusätzlich  $1 < \alpha \leq 2$  gilt, dann ist der Mittelwert endlich. Wird  $\alpha \leq 1$ , so sind die Mittelwerte undefiniert. Es ist noch anzumerken, dass der Schiefeparameter  $\beta$  nicht mit dem dritten statistischen Moment zu verwechseln ist. Der letztere kann für eine nicht-gaußisch stabile Verteilung nicht definiert werden, analog zu Varianz. Ebenfalls ist die Kurtosis als 4. Moment nicht definiert. Im Grenzfall ergeben sie die stabilen Pareto-Verteilungen (siehe Kapitel 2.2.1).

### A.3. Stochastische Prozesse

Die fraktionelle Brown'sche Bewegung ist eine Verallgemeinerung der gewöhnlichen Brown'schen Bewegung. Die Brown'sche Bewegung ist statistisch selbstähnlich mit  $H = 1/2$ . Ist  $H \neq 1/2$  ( $0 < H < 1$ ), dann kann der Index Auskunft über die Struktur der Zeitreihe sowie über Korrelationen der Inkremente geben. Anhand der Beschreibung der fraktionellen Brown'schen Bewegung wird der Gedächtnisparameter  $d$  eingeführt (siehe Gleichung 2.41). In Abschnitt A.2.2 wurde sich bereits mit dem Parameter  $\alpha$  befasst, der den Verteilungsaspekt eines Prozesses beschreibt. Die  $\alpha$ -stabilen selbstähnlichen Prozesse (Abschnitt A.3.2) werden sowohl durch den Verteilungsparameter  $\alpha$  als auch den Gedächtnisparameter  $d$  charakterisiert.

#### A.3.1. Fraktionelle Brown'sche Bewegung und fraktionelles Gauß'sches Rauschen

In Abschnitt 2.2.2 wurde der Hurst-Exponent eingeführt, der ein Maß zur Charakterisierung der Fraktalität von Zeitreihen dargestellt. Dabei sind Hurst-Exponenten  $> 0,5$  mit der Langzeitabhängigkeit (engl.: long-term dependence; LRD) oder mit dem Langzeitgedächtnis (engl.: long-term memory) verbunden. Die Eigenschaft beschreibt die signifikante Abhängigkeit zwischen sehr entfernten Beobachtungen (Taqqu, 2003). Langzeitabhängiges Verhalten in stationären Zeitreihen tritt auf, wenn die Kovarianzen langsam gegen Null gehen. In der Natur, z. B. in der Hydrologie, ist dieses Verhalten mit einer Selbstähnlichkeit und damit mit Skaleninvarianz verbunden.

Sei  $\{X(t), t \in T\}$  ein reeller stochastischer Prozess, wobei  $T$  dabei eine beliebige Menge aus  $\mathbb{R}$  oder eine Menge von Funktionen ist und  $X(t)$  z. B. für die Regenrate  $R(t)$  steht. Der Prozess  $\{X(t), t \in T\}$  besitzt stationäre Inkremente, wenn

$$\{X(t+h) - X(h)\} =^d \{X(t) - X(0)\} \quad (\text{A.24})$$

gilt. Dabei steht „ $=^d$ “ für die Gleichheit in der Verteilung. Ein kompakter Ausdruck für die Selbstähnlichkeit ist (analog zu Gleichung 2.28 und A.6):

$$\{X(at), t \in T\} =^d \{a^H X(t), t \in T\}, \quad (\text{A.25})$$

d. h. dass die Reihen durch das Reskalieren mit Faktor  $a$  und Umschreiben von  $X$  durch  $a^H$  statistisch identisch sind. Der Skalierungskoeffizient oder Selbstähnlichkeitsindex  $H$  entspricht dem

Hurst-Exponenten (siehe Abschnitt 2.2.2). Wenn  $t$  als Zeit und  $X(t)$  als Raum interpretiert wird, dann korrespondiert nach Gleichung A.25 jede Änderung der Zeitskala  $a > 0$  mit einer Änderung der Raumskala  $a^H$ . Je größer  $H$  ist, desto extremer ist die Änderung der Raumkoordinate. Die Selbstähnlichkeit stochastischer Prozesse ist nicht mit einer exakten Selbstähnlichkeit, sondern eher mit der statistischen Selbstähnlichkeit verbunden, d. h. der Zoom innerhalb eines Abbildes ähnelt dem Ganzen (Weron et al., 2005). Der Prozess  $\{X(t), t \in T\}$  kann durch  $H$ -ss (selbstähnlich mit Index  $H$ ; engl. self-similar) abgekürzt werden. Ein Prozess wird  $H$ -sssi genannt, wenn er selbstähnlich mit dem Index  $H$  ( $H$ -ss) ist und stationäre Inkremente hat. Man nehme an, dass  $(Y(t), t \geq 0)$  ein  $H$ -sssi-Prozess mit endlicher Varianz und  $Y(0) = 0$  ist, dann erhält man:

$$\begin{aligned} E(Y(t) - Y(s))^2 &= E(Y(t-s) - Y(0))^2 & (A.26) \\ &= EY^2(t-s) \\ &= (t-s)^{2H} EY^2(1), \end{aligned}$$

für alle  $t > s > 0$ . Die Notation  $E$  beschreibt wieder den Erwartungswert und entspricht dem Mittelwert  $\mu$  (Schönwiese, 2006). Die Kovarianz wird wie folgt abgeleitet:

$$\begin{aligned} Cov(Y(s), Y(t)) &= \frac{1}{2} [EY^2(t) + EY^2(s) - E(Y(t) - Y(s))^2] & (A.27) \\ &= \frac{EY^2(1)}{2} [t^{2H} - s^{2H} - (t-s)^{2H}]. \end{aligned}$$

Für jedes  $0 < H \leq 1$  gibt es einen Gaußprozess mit Mittelwert = 0 (rechte Seite von Gleichung A.27), dessen Kovarianzfunktion konsistent mit der Selbstähnlichkeit mit Index  $H$  und stationären Inkrementen ist. Umgekehrt, ist ein Gaußprozess mit Kovarianz (linke Seite von Gleichung A.27) selbstähnlich mit Index  $H$  und hat stationäre Inkremente ( $H$ -sssi). Ein prominentes Beispiel für einen gaußischen  $H$ -sssi-Prozess ist die fraktionelle Brown'sche Bewegung (engl.: fractional Brownian motion; fBm)  $\{B_H(t), t \in R\}$ , die eine Erweiterung der Beschreibung der gewöhnlichen Brown'schen Bewegung  $B(t)$  mit  $H = 0,5$  ist.

In der Arbeit von Mandelbrot und van Ness (1968) wurde die mathematische Beschreibung der gewöhnlichen Brown'schen Bewegung durch die Definition der fraktionellen Brown'schen Bewegung als ein Teil der gaußischen Zufallsfunktion verallgemeinert. Damit war man in der Lage (fraktionelle) Brown'sche Bewegungen zu untersuchen, deren fraktale Dimension zwischen 1 (= Linie) und 2 (= Fläche) liegen (Pfeiffer und Scholl, 1991). Die fraktionelle Brown'sche Bewegung  $\{B_H(t)\}$  hat folgende Eigenschaften:

- (a)  $\{B_H(t)\}$  hat stationäre Inkremente,
- (b)  $\{B_H(0) = 0\}$  und der Mittelwert  $EB_H(t)$  wird Null für alle  $t$ ,
- (c) die Varianz  $EB_H^2(t) = t^{2H}$ ,
- (d)  $\{B_H(t)\}$  hat kontinuierliche Pfade und
- (e)  $\{B_H(t)\}$  ist ein Gaußprozess, d. h. alle endlich-dimensionalen Verteilungen sind Normalverteilungen.

Ist der Index  $H = 1/2$ , dann wird  $\{B_H(t)\}$  (kurz:  $B_H(t)$ ) die gewöhnliche Brown'sche Bewegung. Der prinzipielle Unterschied zwischen der fBm und der Brown'schen Bewegung liegt darin, dass die Inkremente in der Brown'schen Bewegung unabhängig sind, wohingegen bei der fBm die Inkremente abhängig sind. Aus der Stationarität der Inkremente und dem gaußischen Charakter (Eigenschaft

(a) und (e)) folgt, dass die endlich-dimensionalen Verteilungen von  $B_H$  mittel Mittelwert und Varianz (Eigenschaft (b) und (c)) bestimmt werden können. Die Kontinuierlichkeit vervollständigt die Charakterisierung von  $B_H$ , wodurch sich auch die Kovarianz der fBm mittels Gleichung A.27 ergibt zu:

$$EB_H(s)B_H(t) = \frac{1}{2}[s^{2H} + t^{2H} - |s - t|^{2H}]. \quad (\text{A.28})$$

Der Inkrementprozess  $Z_t = B_H(t) - B_H(t - 1), t = 1, 2, \dots$ , wird fraktionelles Gauß'sches Rauschen (engl.: fractional Gaussian noise; fGn) mit einem Mittelwert = 0 genannt (Zunino et al., 2008). Die Kovarianz der fGn ist stationär und die Autokorrelationsfunktion bei einer Zeitverschiebung  $k$  ist (Grigoriu, 2007):

$$\begin{aligned} \rho(k) &= E[Z_i Z_{i+k}] = E[Z_1 Z_{1+k}] \\ &= \frac{1}{2}[(k+1)^{2H} - 2k^{2H} + (k-1)^{2H}], k \geq 1. \end{aligned} \quad (\text{A.29})$$

Diese wird Null, wenn  $H = 1/2$  ist. Für  $H \neq 1/2$  und große  $k$  nimmt die Autokorrelation die folgende Form an:

$$\rho(k) \sim 2H(2H - 1)k^{2(H-1)}, k \rightarrow \infty. \quad (\text{A.30})$$

Wenn die Autokorrelationsfunktion summierbar ist, muss folgendes gelten:

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} |\rho_k| < \infty. \quad (\text{A.31})$$

Selbstähnliche Prozesse mit Langzeitabhängigkeit können durch die Autokorrelation und daher auch durch den Hurst-Exponenten charakterisiert werden. Ein stationärer Prozess ist langzeitabhängig ( $0,5 < H < 1$ ), wenn zum einen die Inkremente positiv miteinander korreliert sind und zum anderen dessen Autokorrelation ( $\sum_{k=-\infty}^{\infty} |\rho_k| = \infty$ ) nicht summierbar ist. Dann fällt die Autokorrelation in hyperbolischer Form langsam ab, und die resultierende fBm zeigt eine Langzeitabhängigkeit. Ist die Autokorrelationsfunktion hingegen summierbar, dann sind die Prozesse kurzzeitabhängig ( $0 < H < 0,5$ ) und die Korrelationen der Inkremente negativ.

Die fraktionelle Brown'sche Bewegung hat folgende Integraldarstellung:

$$B_H(t) = c \int_{-\infty}^t w_H(t, u) dB(u), \quad t \geq 0, \quad (\text{A.32})$$

wobei  $c$  eine Skalierungskonstante ist und  $w_H$  wie folgt ausgedrückt wird:

$$w_H(t, u) = \begin{cases} 0, & t \leq u, \\ (t - u)^{H-1/2}, & 0 \leq u < t, \\ (t - u)^{H-1/2} - (-u)^{H-1/2}, & u < 0. \end{cases} \quad (\text{A.33})$$

Wenn  $w_{1/2}(t, u) = 1, (0 \leq u < t)$  wird, dann ist  $B_H$  die gewöhnliche Brown'sche Bewegung. Das Integral  $\int_{-\infty}^t w_H(t, u) du$  ist für ein festes  $t > 0$  endlich und für  $H \in (0, 1/2)$  und  $H \in (1/2, 1)$  wird es unendlich. Damit kann der Gedächtnisparameter  $d$  definiert werden:

$$d = H - 1/2 \Rightarrow H = d + 1/2. \quad (\text{A.34})$$

Für jedes  $-1/2 < d < 1/2$  kann man eine fraktionale Brown'sche Bewegung definieren. Dann ist  $B_H(t)$  ein langzeitabhängiger Prozess mit dem Gedächtnisparameter  $d$ . Die Brown'sche Bewegung ergibt sich dann mit  $H = 1/2$  und  $d = 0$ . Es kann noch eine alternative Integraldarstellung der fraktionellen Brown'schen Bewegung aufgestellt werden:

$$B_H(t) = \int_{-\infty}^{\infty} [(t-u)_+^d - (-u)_+^d] dB(u). \quad (\text{A.35})$$

Dabei bedeutet  $x_+ = (t-u)$  oder  $(-u)$ , dass es zu  $x$  wird, wenn  $x \geq 0$  und zu 0, wenn  $x \leq 0$ .

Mit Hilfe der Boxcounting-Methode (siehe Abschnitt 2.2.6) kann man die fraktale Dimension des Graphs  $B_H(t)$  bestimmen (Pleitgen et al., 1992). Man betrachtet eine Kurve  $X(t)$ , die zwischen  $t = 0$  und  $t = 1$  liegt. Dieses Einheitsintervall wird in  $N$  Unterintervalle mit der Länge  $1/N$  unterteilt. Für jedes dieser Unterintervalle wird der zugehörige Teil der Kurve  $B_H(t)$  mit Boxen der Kantenlänge  $1/N$  überdeckt. Da

$$E[(B(1/N) - B(0))^2] \propto (1/N)^{2H} \quad (\text{A.36})$$

gilt, kann erwartet werden, dass der Wertebereich von  $B_H(t)$  in dem Unterintervall von der Ordnung  $(1/N)^H$  ist. Daher kann der Teil der Kurve  $B_H(t)$  in dem Unterintervall mit  $(1/N)^H(1/N) = N/N^H$  Boxen überdeckt werden, und demzufolge die gesamte Kurve mit  $N^2/N^H = N^{2-H}$  Boxen. Daraus folgt, dass die Dimension der Kurve  $B_H(t)$ :

$$D = \frac{\log N^{2-H}}{\log N} = 2 - H \quad (\text{A.37})$$

ist. Anhand der Gleichung A.37 kann man schließen, dass für die gewöhnliche Brown'sche Bewegung mit  $H = 0,5$  die fraktale Dimension bei 1,5 liegt.

Damit kann man jetzt auch einen Zusammenhang mit Hilfe der Gleichung A.37 zwischen dem spektralen Koeffizienten  $\beta$  und der fraktalen Dimension  $D$  herstellen. Für die fraktale Brown'sche Bewegung ergibt sich dann  $\beta = 5 - 2D$  und für das fraktionale Gauß'sche Rauschen  $\beta = 3 - 2D$ .

### A.3.2. $\alpha$ -stabile selbstähnliche Prozesse

Mit Hilfe der fraktionellen Brown'schen Bewegung (Abschnitt A.3.1) können die Effekte der Langzeitabhängigkeit beschrieben werden. Die die breiten Verteilungsenden werden jedoch nicht charakterisiert. Daher liegt es nahe, die stabilen Verteilungen von selbstähnlichen Prozessen einzuführen, um die Langzeitabhängigkeit und die breiten Verteilungen zu erfassen (siehe Abbildung 2.3). Diese Verbindung wird durch die Lévy-Prozesse bzw. Lévy-Bewegungen geknüpft. Diese sind stochastische Prozesse mit stationären und unabhängigen Inkrementen und stabiler Verteilung. Es existieren zwei wichtige Unterklassen, zum einen die gewöhnliche Lévy-Bewegung, die die gewöhnliche Brown'sche Bewegung verallgemeinert, deren Inkremente abhängig sind. Zum anderen gibt es die fraktionale Lévy-Bewegung, die die fraktionale Brown'sche Bewegung generalisiert, die eine unendliche Spanne von unabhängigen Inkrementen aufweisen (Chechkin und Gonchar, 2000). Die Lévy-Zufallsprozesse spielen aus zwei Gründen in verschiedenen Anwendungsgebieten eine große Rolle. Der erste Grund, wie schon erwähnt, ist die Lévy-Bewegung eine Verallgemeinerung der Brown'schen Bewegung. Die Lévy-Bewegung besitzt Eigenschaften der stabilen Verteilungen. Denn die Brown'sche Bewegung wird durch eine Normalverteilung (siehe Gleichung 2.23) beschrieben, die in der Klasse der stabilen Verteilungen enthalten ist (siehe Abschnitt A.2.2). Die stabilen Verteilungen sind daher die Grenzen für die Verteilungen von (normalisierten) Summen von i.i.d. Zufallsvariablen, die der generalisierte Zentrale Grenzwertsatz A.16 charakterisiert. Eine wichtige Eigenschaft der stabilen Verteilungen ist,

dass die Verteilungsenden potenzgesetzartig mit  $|x|^{-\alpha}$  für  $x \rightarrow \infty$  abfallen. Der Stabilitätsindex  $0 < \alpha < 2$  wurde bereits in Abschnitt A.2.2 eingeführt. Ein signifikanter Unterschied zwischen den gaußischen Verteilungen und stabilen Lévy-Verteilung sind die breiteren Verteilungsenden und die unendliche Varianz. Der zweite wichtige Grund, die den Lévy-Bewegungen zugeschrieben wird, ist die Skaleninvarianz, d. h. sie gehören zu den fraktionellen Zufallsprozessen (Abschnitt A.3). Die Spuren/Bahnen der Lévy-Bewegung sind wie bei der Brown'schen Bewegung statistisch selbstähnlich (Abschnitt A.3.1).

Mandelbrot und Wallis (1968) prägten, basierend auf hydrologischen Eigenschaften und biblischen Namen, den Noah- und Joseph-Effekt und charakterisierten damit die  $\alpha$ -stabilen selbstähnlichen Prozesse.

Der Joseph-Effekt benennt die Prozesse der Langzeitabhängigkeit und Selbstähnlichkeit, d. h. die Kovarianzen fallen sehr langsam gegen Null ab. **Zitat:** *“Und es endigten die sieben Jahre des Überflusses, der im Lande Ägypten gewesen war; und die sieben Jahre der Hungersnot begannen zu kommen, so wie Joseph gesagt hatte. Altes Testament, 1. Buch Mose, Kapitel 41“*. Das heißt, es existieren extrem lange Perioden von ungewöhnlich hohen oder niedrigen Niederschlägen und diese Perioden weisen eine Persistenz auf.

Der Noah-Effekt beschreibt die extremen, abrupten Änderungen von Ereignissen. **Zitat:** *“Und es geschah nach sieben Tagen, da kamen die Wasser der Flut über die Erde. Im sechshundertsten Jahre des Lebens Noahs, im zweiten Monat, am siebenzehnten Tage des Monats, an diesem Tage brachen auf alle Quellen der großen Tiefe, und die Fenster des Himmels taten sich auf. Und der Regen fiel auf die Erde vierzig Tage und vierzig Nächte. Altes Testament, 1. Buch Mose Kapitel 7“*. Bezüglich des Niederschlages bedeutet das, dass extremer Niederschlag in der Tat sehr extrem fallen kann.

Im Folgenden werden die Eigenschaften der  $\alpha$ -stabilen Prozesse beschrieben.

Die  $\alpha$ -stabilen selbstähnlichen Prozesse ( $0 < \alpha < 2$ ) können sowohl den Joseph- und als auch den Noah-Effekt zeigen. Die  $\alpha$ -stabilen  $H$ -sssi Prozesse  $\{X(t), t \in \mathbb{R}\}$  mit  $0 < \alpha < 2$  erlauben Werte von  $H$  derart, dass  $H \in (0, 1/\alpha]$  für  $0 < \alpha < 1$  und  $H \in (0, 1]$  für  $1 < \alpha < 2$  wird. Während die fraktionelle Brown'sche Bewegung nur ein  $H$ -sssi-Gaußprozess mit  $0 < H < 1$  ist, gibt es viele  $H$ -sssi-Prozesse mit  $0 < \alpha < 2$ . Das ist zum einen die fraktionelle Lévy-Bewegung und zum anderen die  $\alpha$ -stabile Lévy-Bewegung. Dazu wird ein stabiler stochastischer Prozess  $\{X(t), t \in T\}$  definiert. Die endlich-dimensionalen Verteilungen von  $\{X(t), t \in T\}$  sind die Verteilungen des Vektors:

$$(X(t_1), X(t_2), \dots, X(t_d)), t_1, t_2, \dots, t_d \in T, d \geq 1.$$

Ein stochastischer Prozess  $\{X(t), t \in T\}$  ist stabil, wenn seine endlich-dimensionalen Verteilungen stabil sind. Der Prozess ist streng stabil oder symmetrisch, wenn seine endlich-dimensionalen Verteilungen streng stabil oder symmetrisch sind. Wenn die endlich-dimensionalen Verteilungen stabil sind, dann müssen sie aus Konsistenzgründen alle denselben Stabilitätsindex  $\alpha$  besitzen und mit  $\alpha \geq 1$  ist  $\{X(t), t \in T\}$   $\alpha$ -stabil. Daraus ergibt sich, dass man den  $\alpha$ -stabilen Prozess der Lévy-Bewegung ( $\alpha$ -stabile Lévy-Bewegung) angeben kann. Ein stochastischer Prozess  $\{X(t), t \geq 0\}$  wird  $\alpha$ -stabile Lévy-Bewegung genannt, wenn folgendes gilt:

- (1)  $X(0) = 0$ .
- (2)  $X$  besitzt unabhängige Inkremente. Das bedeutet, dass die Zufallsvariablen  $X(t_2) - X(t_1)$ ,  $X(t_3) - X(t_2), \dots, X(t_n) - X(t_{n-1})$  unabhängig für jedes  $t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_n$  sind.
- (3)  $X(t) - X(s) \sim S_\alpha((t - s))^{1/\alpha}, \beta, 0$  für jedes  $0 \leq s < t < \infty$  und für einige  $0 < \alpha \leq 2$ ,  $-1 \leq \beta \leq 1$ .

Dabei ist  $S_\alpha(\sigma, \beta, \mu)$  die schon bereits eingeführte Notation für die  $\alpha$ -stabile Zufallsvariable. Die dritte Eigenschaft impliziert, dass  $X$  ein Prozess mit stationären Inkrementen sein soll. Es wird zu einer Brown'schen Bewegung, wenn  $\alpha = 2$  wird. Die  $\alpha$ -stabile Lévy-Bewegung ist  $S_\alpha S$  wenn  $\beta = 0$  wird und ist  $1/\alpha$ -selbstähnlich (ausgenommen für  $\alpha = 1, \beta \neq 0$ ). Das heißt, alle Prozesse  $\{X(ct), t \geq 0\}$  mit  $c > 0$  und  $\{c^{1/\alpha}X(t), t \geq 0\}$  besitzen die gleichen endlich-dimensionalen Verteilungen. Das Pendant zur Brown'schen Bewegung für  $0 < \alpha < 2$  ist die symmetrische  $\alpha$ -stabile Lévy-Bewegung mit der Notation  $L_\alpha = \{L_\alpha(t), t \geq 0\}$ . Die Wahrscheinlichkeitsdichte nimmt dann die folgende Form an:

$$p_\alpha(x, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dk e^{ikx} \exp -\sigma |k|^\alpha t. \quad (\text{A.38})$$

Hierbei ist  $\sigma > 0$  der bekannte Skalenparameter.

Wie die fraktionelle Brown'sche Bewegung eine Erweiterung der gewöhnlichen Brown'schen Bewegung ist, ist die fraktionelle Lévy Bewegung (engl. fractional Lévy motion; fLm) definiert für  $H \neq 1/\alpha$  eine Verallgemeinerung der Lévy-Bewegung. Die Definition der fraktionellen Lévy-Bewegung ist eine Erweiterung der fraktionellen Brown'schen Bewegung zu einem  $\alpha$ -stabilen Fall (Samorodnitsky und Taqqu, 1994, Weron et al., 2005). Die fraktionelle Lévy-Bewegung (engl. fractional Lévy motion; fLm) ist ein stochastischer Prozess  $\{L_{\alpha, H}(t), t \in \mathbb{R}\}$  gegeben durch die Integraldarstellung (analog zur Gleichung A.35):

$$L_{\alpha, H}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \underbrace{[(t-u)_+^{H-1/\alpha} - (-u)_+^{H-1/\alpha}]}_{f_t(u)} dL_\alpha(u), \quad (\text{A.39})$$

wobei  $L_\alpha(u)$  die symmetrische  $\alpha$ -stabile Lévy-Bewegung ist. Das Integral ist wohldefiniert für  $0 < H < 1$  und  $0 < \alpha \leq 2$  als gewichtetes Mittel der stabilen Lévy-Bewegung  $L_\alpha(u)$ . Der Integralkern  $f_t(u)$  ist  $d$ -selbstähnlich mit  $d = H - 1/\alpha$ . Der Prozess  $L_{\alpha, H}(t)$  ist selbstähnlich mit Skalierungskoeffizient  $H$  und besitzt stationäre Inkremente. Die Selbstähnlichkeit  $H$ -ss folgt aus der obigen Integraldarstellung und der Tatsache, dass der Integralkern  $f_t(u)$   $d$ -selbstähnlich und der Integrator  $L_\alpha(u)$   $1/\alpha$ -selbstähnlich ist. Das impliziert die folgende wichtige Beziehung:

$$H = d + \frac{1}{\alpha}. \quad (\text{A.40})$$

Da der Hurst-Exponent zwischen Null und eins liegt, folgt  $1 \leq \alpha \leq 2$ . Dann gilt (Weron et al., 2005):

$$-1/\alpha \leq d \leq 1 - 1/\alpha. \quad (\text{A.41})$$

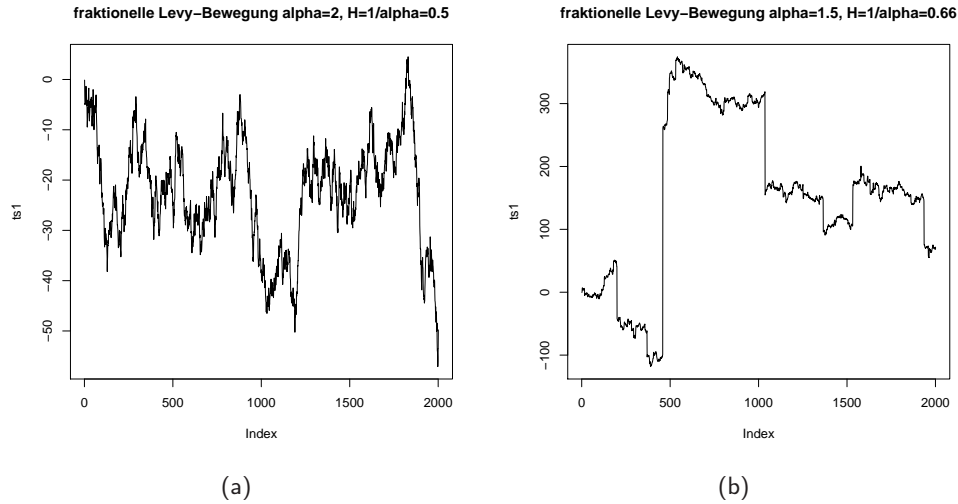
Daraus lassen sich Spezialfälle für die oben genannte Approximation ableiten:

- (a) Ist  $\alpha = 2, d = 0$ , dann erhält man die Approximation für den gaußischen Prozess mit unabhängigen Inkrementen, d. h. es wird die gewöhnliche Brown'sche Bewegung mit  $H = 1/2$ .
- (b) Ist  $\alpha = 2, -1/2 < d < 1/2$ , dann wird die fraktionelle Brown'sche Bewegung angenähert und  $H$  nimmt Werte zwischen Null und eins an.
- (c) Ist  $0 < \alpha < 2, d = 0$ , dann erhält man die gewöhnliche Lévy-Bewegung mit  $H = 1/\alpha$ .

Sind die Prozesse  $\alpha$ -stabil und statistisch selbstähnlich, dann sollte gelten:

$$H = 1/\alpha. \quad (\text{A.42})$$





**Abbildung A.4.:** fraktionelle Lévy-Bewegung mit (a)  $\alpha = 2$  und (b)  $\alpha = 1,5$ .

Die Darstellung der fLm (Gleichung A.39) ist eine Verallgemeinerung der Integraldarstellung der fraktionellen Brown'schen Bewegung in Gleichung A.35. Setzt man  $\alpha = 2$  ein, erhält man die fBm respektive die Brown'sche Bewegung. Daher kann man folgende Spezialfälle zusammenfassen (Chechkin und Gonchar, 2000):

- (a) gewöhnliche Brown'sche Bewegung:  $L_{\alpha,H} \equiv B(t)$  mit  $H = 1/2$ ,
- (b) fraktionelle Brown'sche Bewegung:  $L_{\alpha,H} \equiv B_H(t)$  mit  $0 < H < 1$ , und
- (c) gewöhnliche Lévy-Bewegung:  $L_{\alpha,H} \equiv L_\alpha(t)$  mit  $H = 1/\alpha$ .

In der Abbildung A.4 sind die fraktionellen (stabil, symmetrisch) Lévy-Bewegungen dargestellt für  $\alpha = 2$ , entspricht  $H = 1/2$ , und  $\alpha = 1,5$ , entspricht  $H = 0,66$ . Wie bereits erwähnt, erhält man für  $\alpha = 2$  die Brown'sche Bewegung. Ein interessantes Bild ergibt sich für  $\alpha = 1,5$ : In der fLm sind Sprünge zu erkennen, die so genannten Lévy-Flights. Diese Sprünge sind relativ groß, aber nicht sehr häufig. Das Zeitinkrement zwischen einem großen Sprung oder keinem Sprung bleibt dabei konstant. Lovejoy und Mandelbrot (1985) konstruierten ein fraktales Regenmodell  $R(t)$  mit  $\alpha = 5/3$ , dass einem  $\alpha$ -stabilen Lévy-Modell mit einem Noah-Effekt entspricht. Sie zeigten, dass die unabhängigen Inkremente mittels  $H = 1/\alpha = 0,60$  ergeben. Innerhalb der Zeitserie  $R(t)$  ergeben sich für die Betrachtung irgendeines Intervalls große Sprünge (Lévy-Flights), die den Noah-Effekt charakterisieren.

Auch kann man analog zum fraktionellen Gauß'schen Rauschen als Inkrementprozess der fBm das fraktionelle stabile Rauschen bzw. fraktionelle Lévy-Rauschen definieren, ausgedrückt durch  $Y(t) = X_t - X_{t-1}$ :

$$Y(t) = L_{\alpha,H}(t) - L_{\alpha,H}(t-1) \quad (\text{A.43})$$

$$= \int_R [(t-x)_+^{H-1/\alpha} - (t-1-x)_+^{H-1/\alpha}] L_\alpha(dx). \quad (\text{A.44})$$

Das fraktionelle Lévy-Rauschen ist  $H$ -ss und hat eine positive Langzeitabhängigkeit bzw. Persistenz für  $H > 1/\alpha$  bzw. eine negative Abhängigkeit für  $H < 1/\alpha$ . Ist  $H = 1/\alpha$  dann sind die Inkremente der fLm unabhängig, identisch verteilte  $\alpha$ -stabile Variablen.

Bisher wurden nur die symmetrischen  $\alpha$ -stabilen Lévy-Bewegungen betrachtet. Berücksichtigt man

noch die Schiefe  $-1 < \beta < 1$  und den Skalenparameter  $\sigma > 0$ , gestaltet sich die Betrachtung der Lévy-Bewegungen sehr viel komplizierter. Die stabile Lévy-Bewegung  $\{L_{\alpha,\sigma,\beta}(t), t \geq 0\}$  ist selbstähnlich mit dem Index  $1/\alpha$ . Wenn  $\alpha = 2$  wird, ist der Pfad kontinuierlich und entspricht der gewöhnlichen Brown'schen Bewegung. Jedoch sind, wenn  $1 < \alpha < 2$  ist, die Pfade diskontinuierlich und die Varianz unendlich. Aufgrund der stationären und unabhängigen Inkremente, ist es ausreichend, die Verteilung (oder die Fouriertransformierte oder die charakteristische Funktion) für die Zeit  $t = 1$  darzustellen. Die charakteristische Funktion von  $L_{\alpha,\sigma,\beta}(1)$  gehört zur stabilen Familie (Gleichung A.17) und ist gegeben durch (Taqqu et al., 1997):

$$E[\exp i\theta L_{\alpha,\sigma,\beta}(1)] = \exp\{-\sigma^\alpha |\theta|^\alpha (1 - i\beta(\text{sign}\theta) \tan \frac{\pi\alpha}{2})\}, \quad (\text{A.45})$$

wenn  $\alpha < 2$ ,  $-\infty < \theta < \infty$ . Die komplementäre kumulative Verteilungsfunktion genügt dann:

$$Pr[L_{\alpha,\sigma,\beta}(1) > x] \sim C_\alpha \sigma^\alpha \frac{1+\beta}{2} x^{-\alpha}, x \rightarrow \infty, \quad (\text{A.46})$$

wobei

$$C_\alpha = \left| \frac{1-\alpha}{\Gamma(2-\alpha) \cos(\pi\alpha/2)} \right|, \quad (\text{A.47})$$

mit  $\Gamma(\cdot)$  als Gammafunktion ist. Daraus ergibt sich, dass  $L_{\alpha,\sigma,\beta}(1)$  breite Verteilungsenden besitzt, und wegen der Selbstähnlichkeit gilt:

$$Pr[L_{\alpha,\sigma,\beta}(t) > x] = Pr[t^{1/\alpha} L_{\alpha,\sigma,\beta}(1) > x] \sim C_\alpha \sigma^\alpha \frac{1+\beta}{2} t x^{-\alpha}, \quad (\text{A.48})$$

für  $x \rightarrow \infty$ . Die rechte Seite dieser Gleichung hat dieselbe Form (bis auf die konstanten Faktoren) wie A.21. Ist  $\alpha = 2$ , reduziert sich die charakteristische Funktion wieder für eine gaußische Zufallsvariable zu  $\exp\{-\sigma^2 \theta^2\}$ . Außerdem ist das asymptotische Verhalten der Verteilungsenden der stabilen Lévy-Bewegung denen der (stabilen) Pareto-Verteilungen (Gleichung 2.14) proportional (Johnson und Kotz, 1970).

## B. Ergänzende Informationen zum Kapitel 5

### B.1. Ergänzende Abbildungen zu Abschnitt 5.1

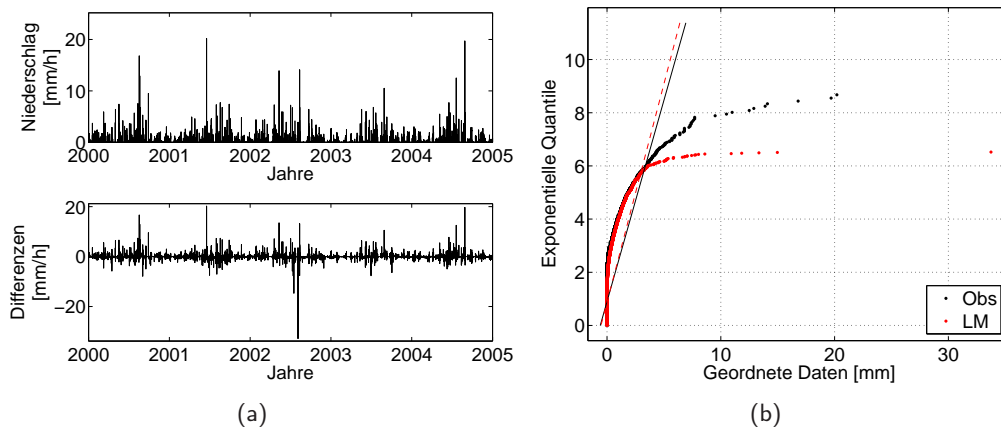


Abbildung B.1.: Analog wie Abbildung 5.1 nur für Berlin-Marzahn.

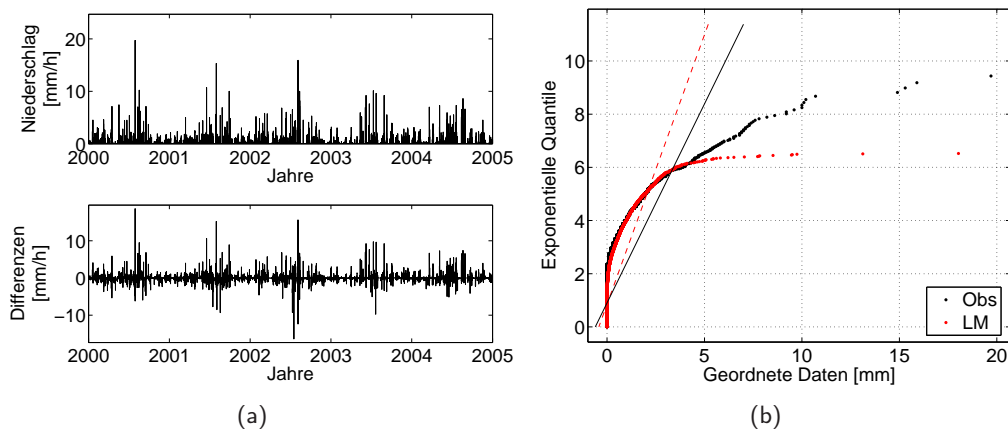


Abbildung B.2.: Analog wie Abbildung 5.1 nur für Berlin-Tempelhof.

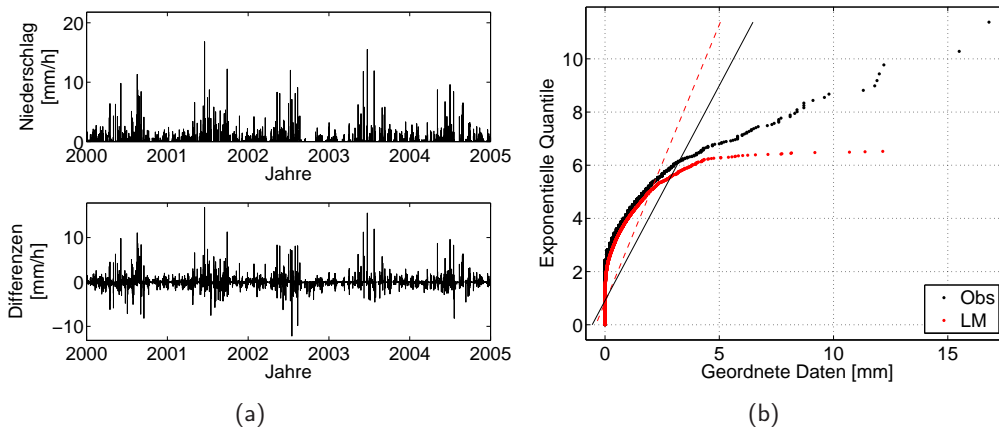


Abbildung B.3.: Analog wie Abbildung 5.1 nur für Berlin-Gatow.

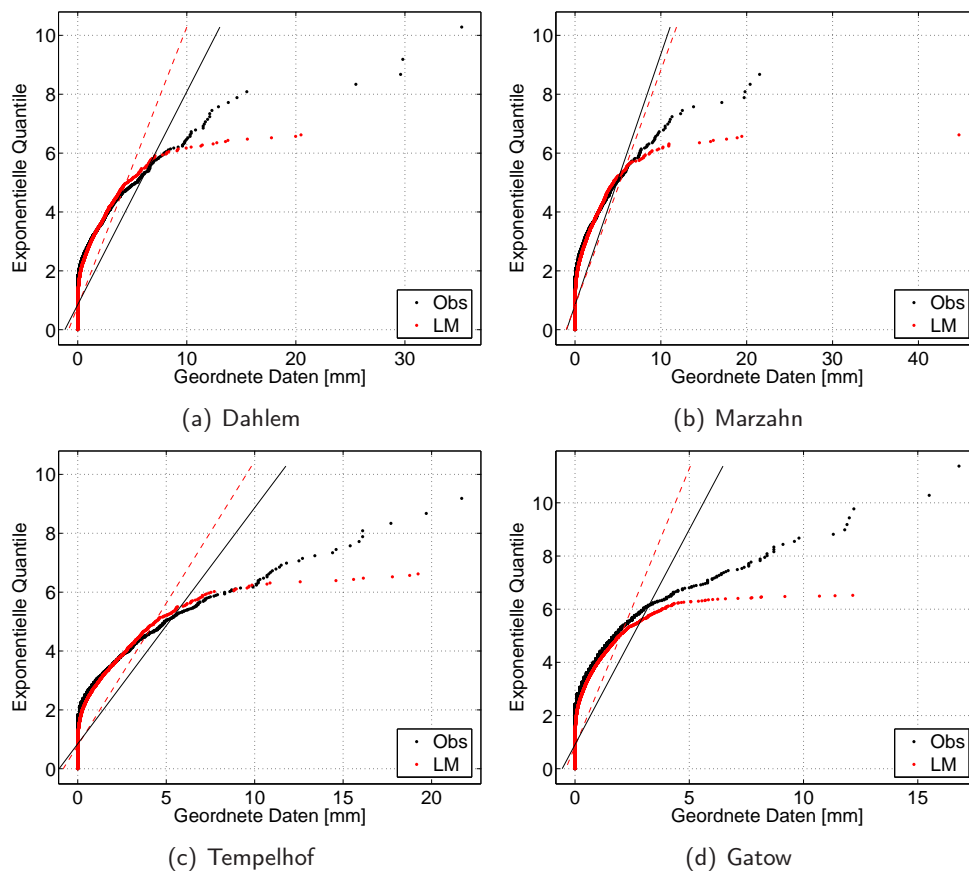


Abbildung B.4.: qq-Abbildung der 3-stündlichen Niederschläge. Dabei repräsentieren die schwarzen Punkte die Beobachtung und die roten Punkte den Modellniederschlag für (a) Dahlem, (b) Marzahn, (c) Tempelhof und (d) Gatow. Die schwarze durchgezogene Linie entspricht der Exponentialverteilung für die Beobachtungen und die rote gestrichelte Linie für die Modelldaten.

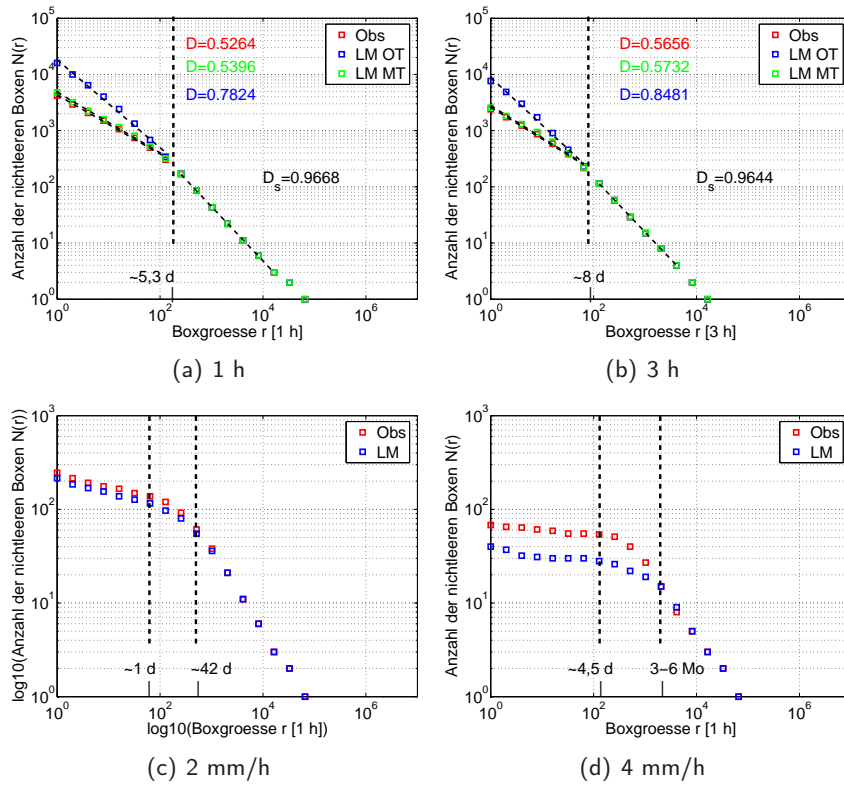


Abbildung B.5.: Analog wie Abbildung 5.3 nur für Berlin-Marzahn.

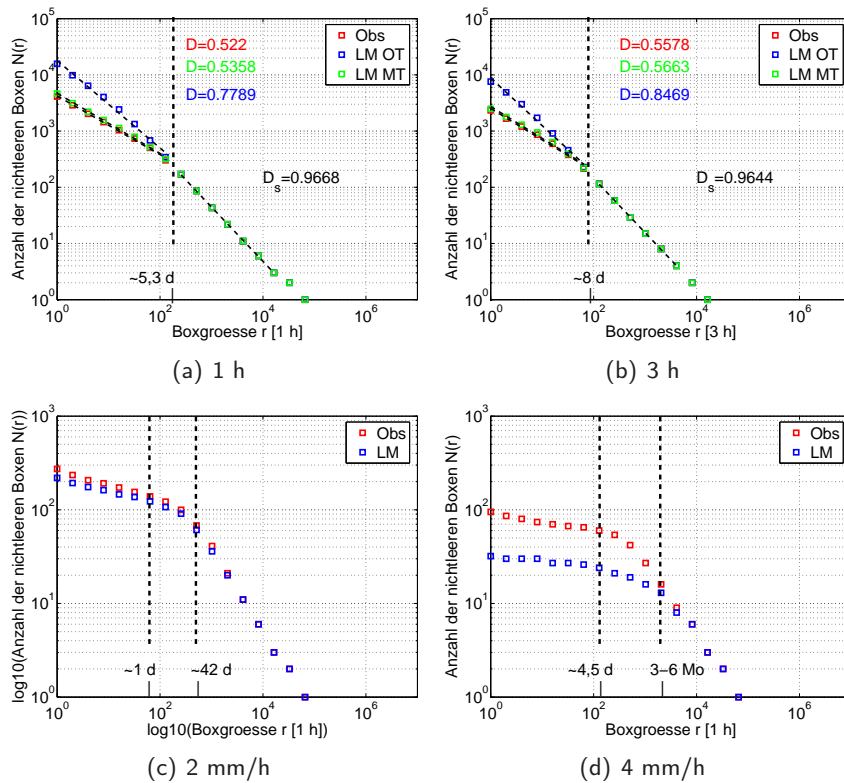


Abbildung B.6.: Analog wie Abbildung 5.3 nur für Berlin-Tempelhof.

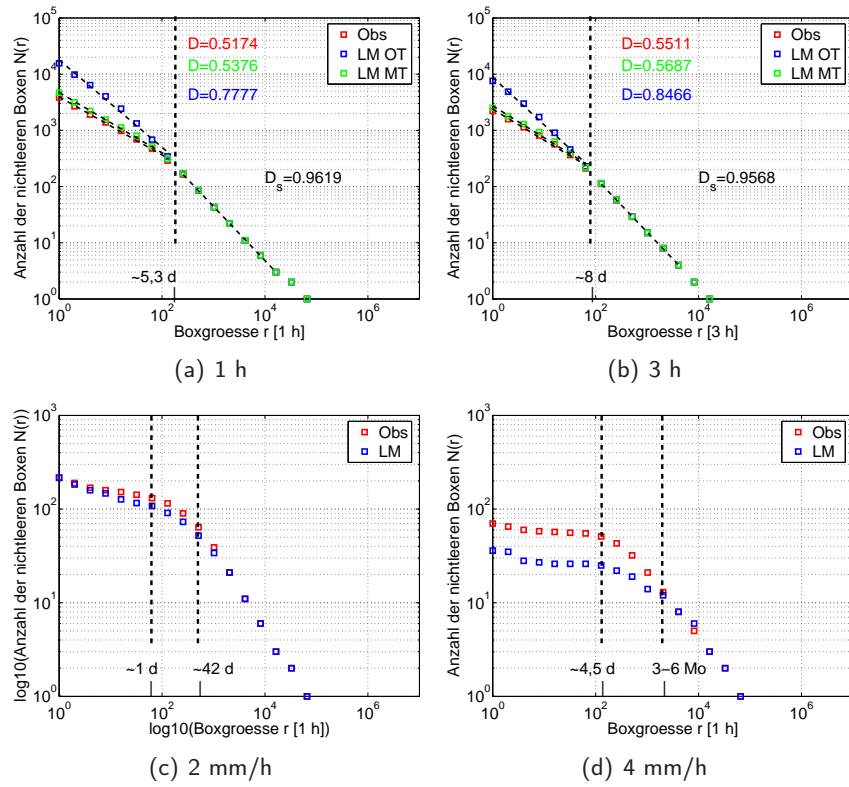
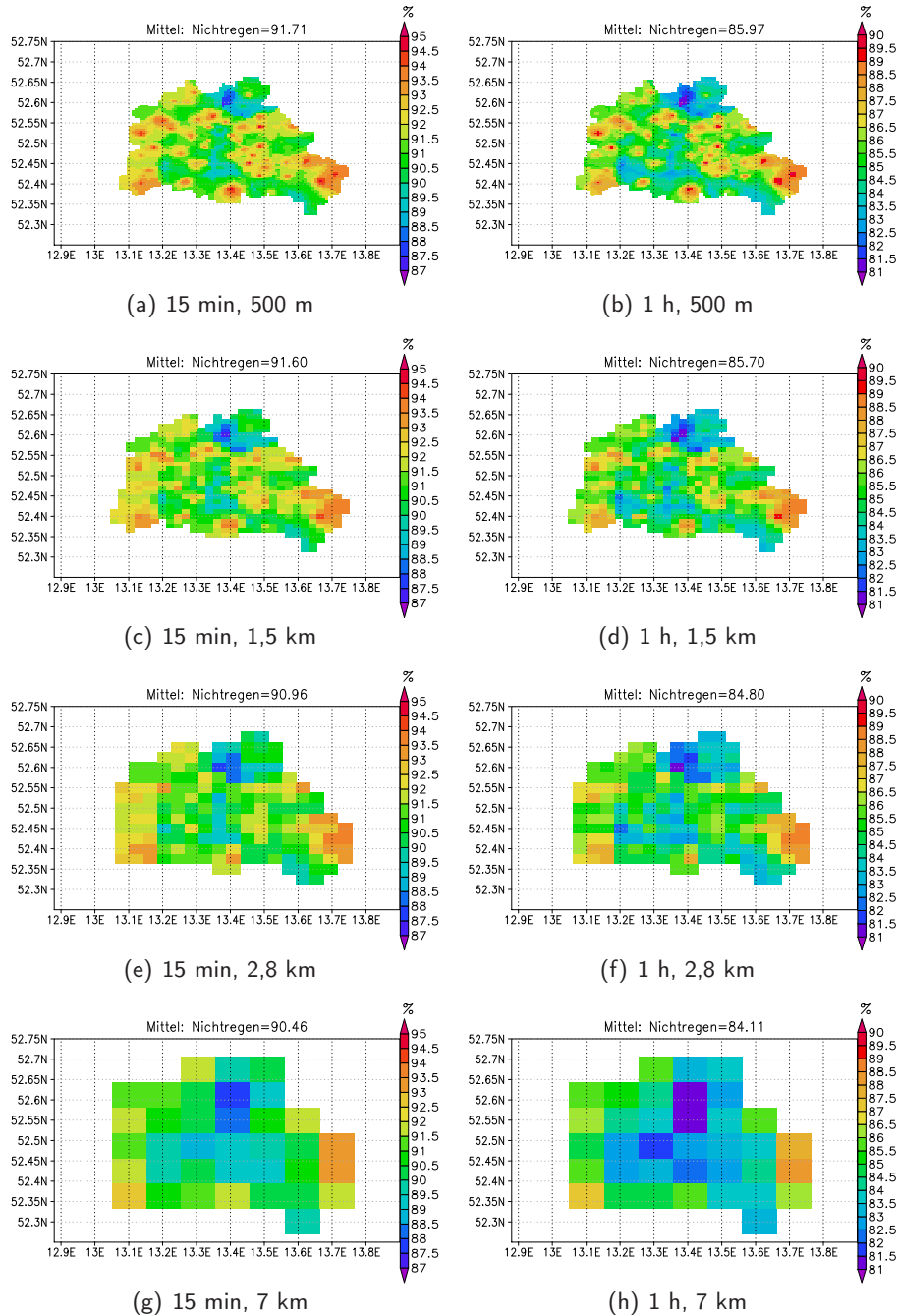
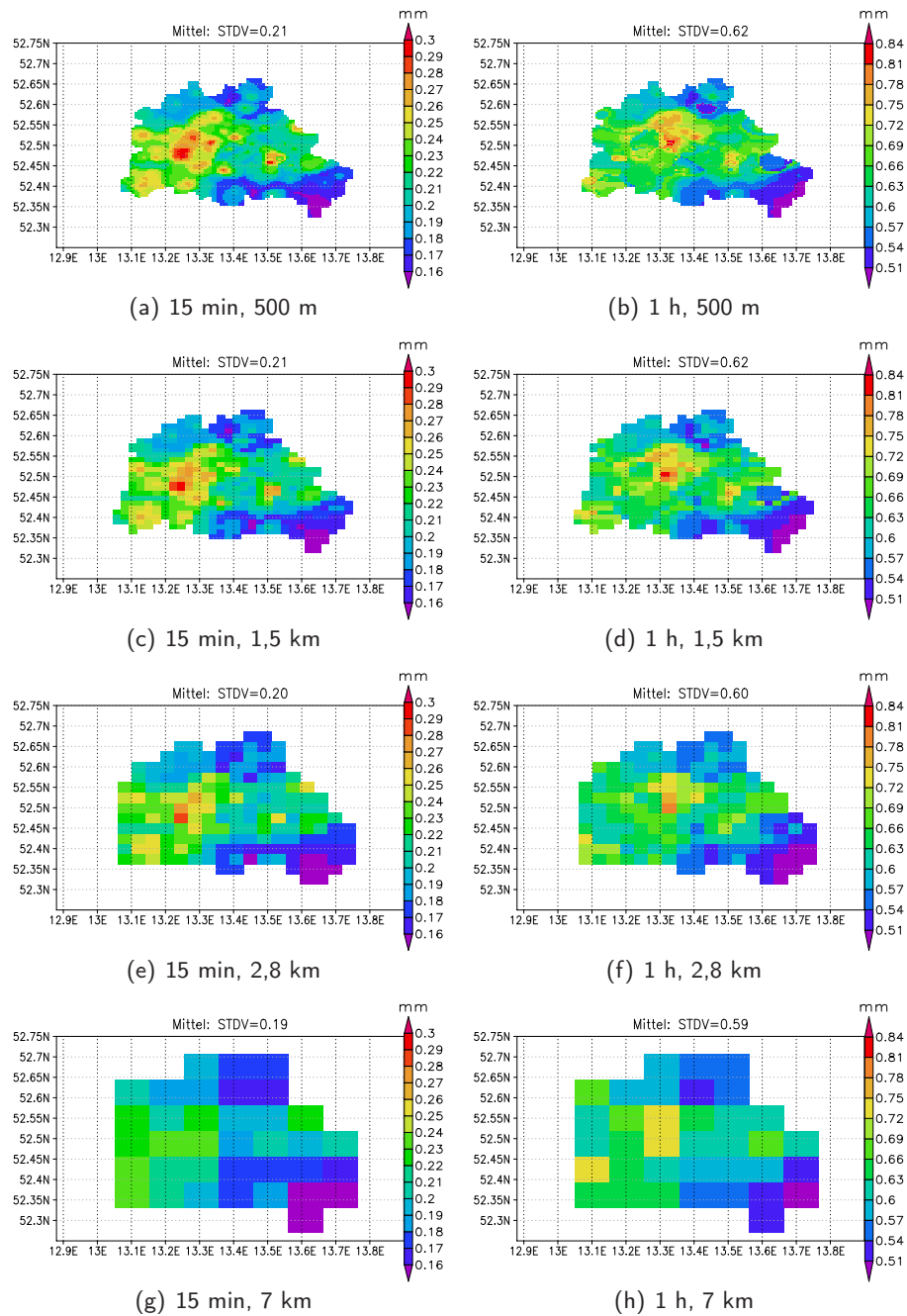


Abbildung B.7.: Analog wie Abbildung 5.3 nur für Berlin-Gatow.

## B.2. Ergänzende Abbildungen zu Abschnitt 5.2.1

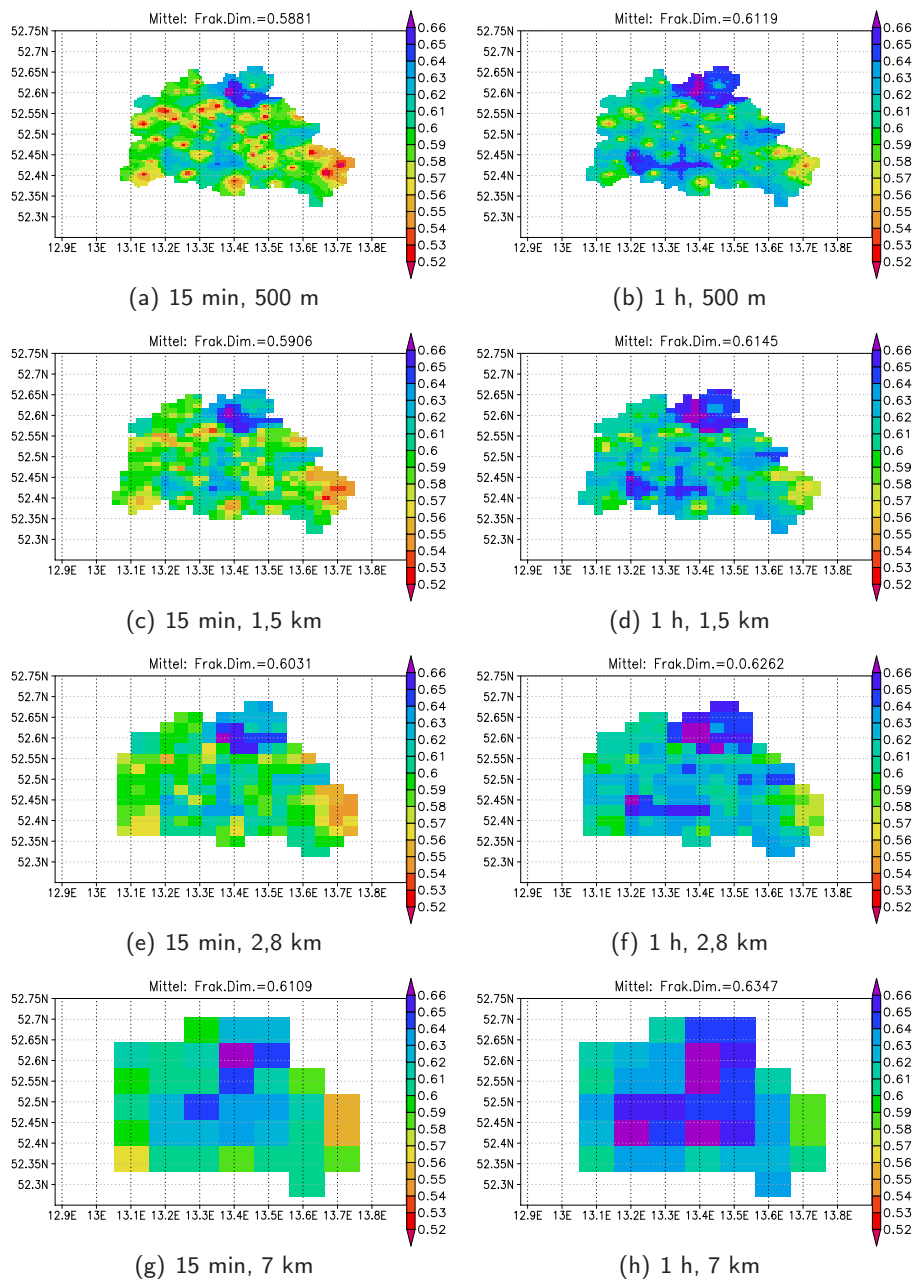


**Abbildung B.8.:** Anzahl der Nichtregenerenisse [%] für verschiedene räumlich-zeitliche Skalen basierend auf Beobachtungsdaten für Berlin 2007: (a) 15 min, 500 m, (b) 1 h, 500 m, (c) 15 min, 1,5 km, (d) 1 h, 1,5 km, (e) 15 min, 2,8 km, (f) 1 h, 2,8 km, (g) 15 min, 7,0 km und (h) 1 h, 7,0 km.



**Abbildung B.9.:** Standardabweichung (STDV [mm]) für verschiedene räumlich-zeitliche Skalen basierend auf Beobachtungsdaten für Berlin 2007: (a) 15 min, 500 m, (b) 1 h, 500 m, (c) 15 min, 1,5 km, (d) 1 h, 1,5 km, (e) 15 min, 2,8 km, (f) 1 h, 2,8 km, (g) 15 min, 7,0 km und (h) 1 h, 7,0 km.





**Abbildung B.10.:** Fraktale Dimension  $D_U$  für verschiedene räumlich-zeitliche Skalen basierend auf Beobachtungsdaten für Berlin 2007: (a) 15 min, 500 m, (b) 1 h, 500 m, (c) 15 min, 1,5 km, (d) 1 h, 1,5 km, (e) 15 min, 2,8 km, (f) 1 h, 2,8 km, (g) 15 min, 7,0 km und (h) 1 h, 7,0 km.

### B.3. Klassische Verifikation der modellierten Niederschläge für Berlin 2007

Es erfolgt eine Verifikation der Modelldaten mit klassischem Sinne, d. h. die Verifikation erfolgt mit Hilfe kontinuierlicher und kategorischer Parameter (Murphy und Winkler, 1987). Die kontinuierlichen Größen berücksichtigen alle Niederschlagswerte und diesbezüglich wurde der mittlere Fehler (engl. mean error; ME), die Wurzel aus dem quadratischen Fehler (engl. root mean square error, RMSE) und die Rangkorrelation (nach Spearman) berechnet. Der mittlere Fehler ist der Erwartungswert der mittleren Differenzen zwischen den Vorhersagen minus den Beobachtungen  $E(Fc - Obs) = E(Fc) - E(Obs)$ , wobei  $Fc$  die Vorhersagedaten sind und  $Obs$  den Beobachtungsdaten entsprechen. Dabei zeigen negative Abweichungen eine Unterschätzung der Beobachtungen und positive Abweichungen eine Überschätzung des Modells. Der RMSE radiziert den mittleren quadratischen Fehler, der den mittleren Quadrat der Abweichungen  $E(Fc - Obs)^2$  entspricht. Der RMSE ist mit dem Quadrat des Fehlers gewichtet und gibt nicht die Richtung (Unter- bzw. Überschätzung) des Fehlers an. Jedoch ist der RMSE sensitiv hinsichtlich großer Vorhersagefehler.

Die kategorischen Parameter werden anhand einer  $2 \times 2$ -Kontingenztafel bestimmt (Abbildung B.11):

- h: Anzahl der Treffer, d. h.  $\rightarrow$  korrekt vorhergesagte Ereignisse (Fc ja, Obs ja),
- f: Anzahl der falschen Alarme, d. h.  $\rightarrow$  inkorrekt vorhergesagte Nichtereignisse (Fc ja, Obs nein),
- m: Anzahl der Verpassten, d. h.  $\rightarrow$  inkorrekt vorhergesagte Ereignisse (Fc nein, Obs ja) und
- z: Anzahl der korrekten Ablehnung, d. h.  $\rightarrow$  korrekt vorhergesagte Nichtereignisse (Fc nein, Obs nein)

Untersucht werden dabei die Trefferrate (engl. Hitrate; HR), die Wahrscheinlichkeit der Detektion (engl. Probability of Detection; POD), die Falsche Alarm Rate (engl. False Alarm Ratio; FAR), der BIAS und die „True Skill Statistics“ (TSS). Die Trefferrate  $[(h+z)/n]$  beschreibt das prozentuale Verhältnis der korrekten kategorischen Vorhersagen zur Gesamtanzahl. Die Wahrscheinlichkeit der Detektion  $[h/(h+m)]$  gibt den Anteil der beobachteten Ereignisse wieder, die richtig vorhergesagt wurden, und variiert zwischen 0 und 1. Dabei ist  $POD=1$  eine perfekte Prognose. Die Falsche Alarm Rate  $[f/(h+f)]$  ist sensitiv bezüglich der falschen Vorhersagen, d. h. es wurde Niederschlag vorhergesagt, aber kein Niederschlag beobachtet. Die FAR hat eine entgegengesetzte Orientierung zur POD; 0 entspricht einer perfekten Prognose. Der BIAS  $[(h+f)/(h+m)]$  vergleicht das Verhältnis zwischen der Häufigkeit der Vorhersagen ( $\sum Fc \text{ ja}$ ) mit der Häufigkeit der Beobachtungen ( $\sum Obs \text{ ja}$ ). Dabei reicht der BIAS von Null bis unendlich und 1 stellt eine perfekte Prognose dar. Liegen die Werte zwischen 0 und 1, so unterschätzt das Modell die Anzahl der Ereignisse und für Werte  $> 1$  überschätzt das Modell. Das letzte kategorische Maß ist der TSS  $[h/(h+m) - f/(f+z)]$ , der zwischen -1 und 1 liegen kann. Die perfekte Prognose ist bei  $TSS=1$ . Der TSS ist ein Maß für Fähigkeit des Vorhersagesystems, die ja-Fälle von den nein-Fällen zu unterscheiden. Außerdem ist der TSS unabhängig von der systematischen Abweichung. Analog zu den Beobachtungsdaten wurde der Modellniederschlag kleiner 0,01 mm auf Null gesetzt. Detaillierte Informationen in Bezug auf kontinuierliche und kategorische Verifikationsmaße sind in der Arbeit von Sodoudi (2004) zu finden.

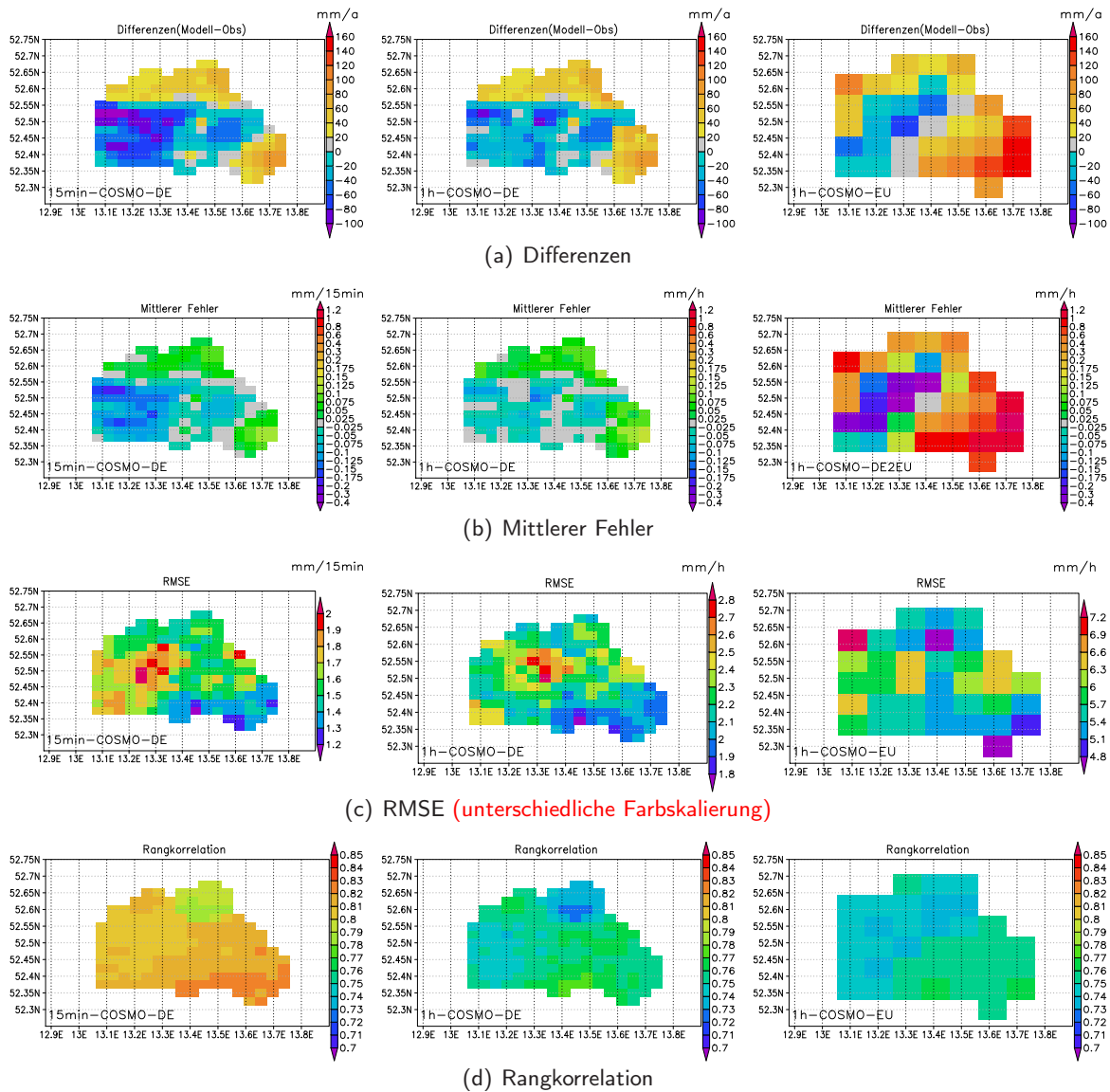
In der Abbildung B.12 sind die Differenzen zwischen modelliertem und beobachtetem Niederschlag sowie die kontinuierlichen Verifikationsmaße dargestellt. Die Ergebnisse für die 15-minütlichen und 1-stündlichen COSMO-DE-7km-Daten sind nicht aufgeführt, denn sie sehen der jeweiligen zeitlichen COSMO-DE-Auflösung ähnlich. Wie bereits an den Jahressummen zu erkennen war (Abbildung 5.7), stimmen die räumlichen Strukturen nicht überein. Die mit grau unterlegten Gitterboxen entsprechen

		Beobachtung (Obs)		
		ja	nein	
Modellvorhersagen (Fc)	ja	<b>h...hits</b>	<b>f...false</b>	<b>h+f <math>\sum Fc</math> ja</b>
	nein	<b>m...misses</b>	<b>z...zero</b>	<b>m+z <math>\sum Fc</math> nein</b>
		<b>h+m <math>\sum Obs</math> ja</b>	<b>f+z <math>\sum Obs</math> nein</b>	<b>n=h+f+m+z Gesamtsumme</b>

Abbildung B.11.:  $2 \times 2$ -Kontingenztabelle zur Bestimmung kategorischer Verifikationsmaße.

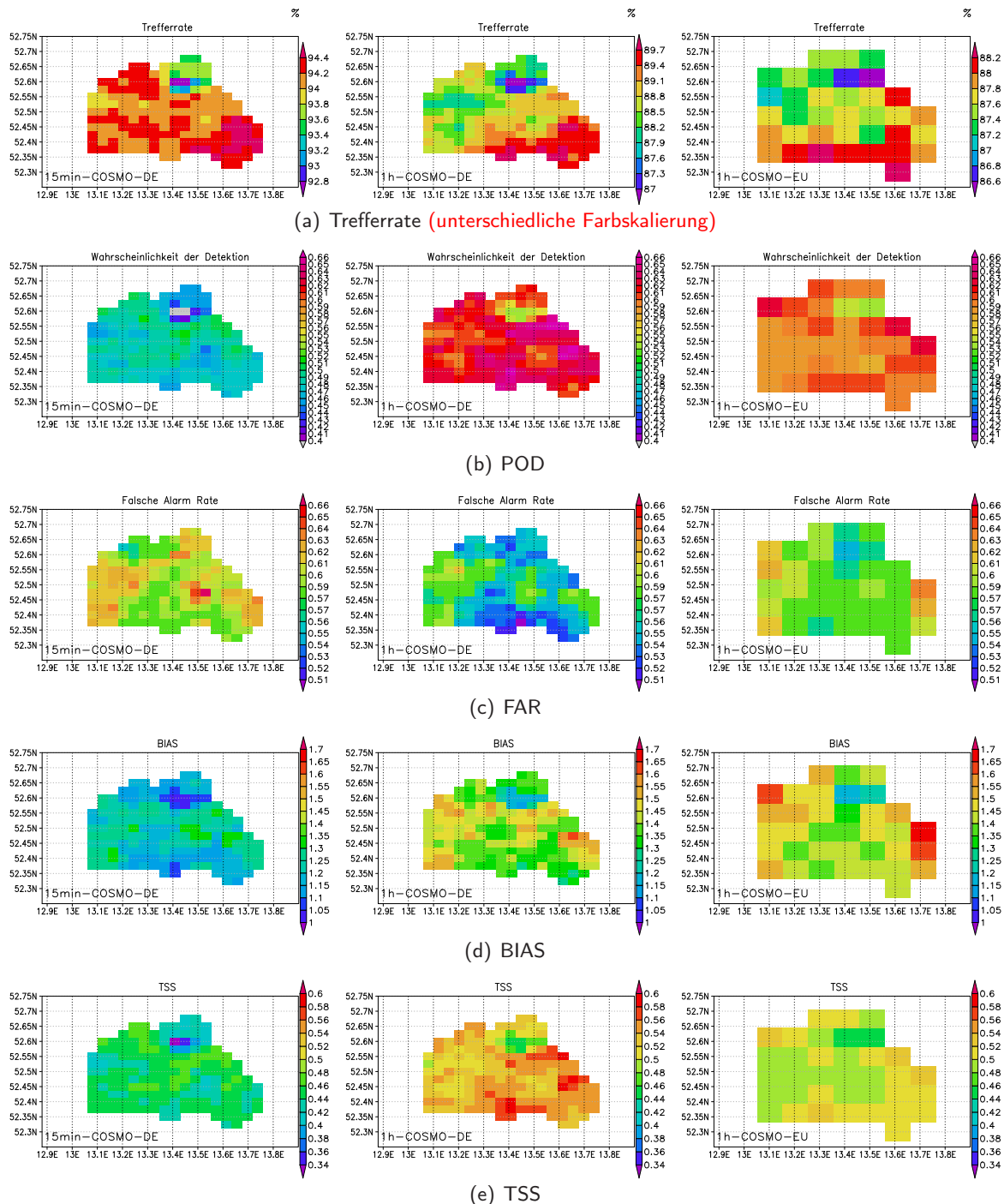
den Abweichungen um 0 mm/a. Bei den Differenzen (Abbildung B.12a) ergeben sich für einzelne Gitterboxen Abweichungen von bis zu 160 mm/a (1 h-COSMO-EU). Beim COSMO-DE sind die größten negativen Abweichungen (Modell unterschätzt) vor allem im westlichen Stadtgebiet zu finden, wohingegen im nördlichen und südöstlichen Gebiet das Modell die Beobachtungen um bis zu 100 mm/a überschätzt (positive Abweichungen). Im COSMO-EU gibt es ein Band von Unterschätzungen, das sich von Südwest nach Nordost erstreckt. Der mittlere Fehler sieht dem Differenzenbild ähnlich (Abbildung B.12b), nur dass die Größenordnungen aufgrund der Mittelung (über den Raum) kleiner sind. Der mittlere Fehler ist für die 1-stündliche COSMO-DE-Vorhersage am kleinsten und am größten für das COSMO-EU. Bemerkenswert ist, dass der mittlere Fehler der 15-minütlichen COSMO-DE-Vorhersage bei den Unterschätzungen negativer als die der 1-stündlichen COSMO-DE-Vorhersage ist. Die zeitliche Auflösung ist zwar höher, dennoch ist es schwieriger, den Niederschlag in dieser hohen zeitlichen Auflösung korrekt vorherzusagen. Der RMSE ist für die 15-minütlichen COSMO-DE-Daten am geringsten (Abbildung B.12c), d. h. die Maxima und Minima sind zu den Beobachtungen quantitativ nicht groß. Der Vorhersagefehler für die COSMO-DE-Daten ist in der Stadtmitte am größten. Der Vorhersagefehler der COSMO-EU-Daten ist fast 2,5-fach höher als die COSMO-DE-Daten und spiegelt die hohen mittleren Fehler wider. Die Rangkorrelationen aller 3 Felder, die über 0,7 liegen, suggerieren eine hohe Übereinstimmung zwischen den Modell- und Beobachtungsniederschlag, wobei sich die höchsten Korrelationswerte bei den 15-minütlichen COSMO-DE-Gitter ergeben.

Die kategorischen Verifikationsmaße werden anhand der  $2 \times 2$ -Kontingenztabelle bestimmt, wobei ein ja-Ereignis Niederschlag  $\geq 0,1$  mm/Zeiteinheit und ein nein-Ereignis Niederschlag  $< 0,1$  mm/Zeiteinheit bedeutet (Abbildung B.13). Die Trefferrate (Abbildung B.13a) impliziert analog zur Rangkorrelation (Abbildung B.12d) eine hohe Übereinstimmung zwischen den Modellen und Beobachtungen. Für die 15-minütliche COSMO-DE-Auflösung liegen die korrekten kategorischen Vorhersagen über 90 %, die dann mit geringerer zeitlicher und dann mit räumlicher Auflösung abnehmen. Dennoch liegen sie bei dem 1-stündlichen COSMO-EU-Gitter noch über 85 %. Die Wahrscheinlichkeit der Detektion (POD) und die falsche Alarmrate (FAR) wird herangezogen (Abbildung B.13b,c), um die Aussage spezifizieren zu können. Bei den 15-minütlichen COSMO-DE-Feldern werden nur bis zu 50 % der richtigen Prognosen auch beobachtet und die falschen Prognosen (Niederschlag vorhergesagt, aber nicht beobachtet) liegen über 56 % bis 66 %. Die 1-stündlichen COSMO-DE-Prognosen werden zwischen 55 % und 65 % beobachtet und der Anteil der falschen Prognosen bewegt sich zwischen 50 % und 60 %. Die 1-stündlichen COSMO-DE-Daten liefern eine bessere Übereinstimmung mit den Beobachtungen als die 15-minütlichen Daten. Die 1-stündlichen COSMO-EU-Felder sind in den POD- und FAR-Ergebnissen in ähnlicher Größenordnung wie die 1-stündlichen COSMO-DE-Daten, unterscheiden sich aber in der räumlichen Struktur. Der BIAS (Abbildung B.13d) der 15-minütlichen COSMO-DE-Felder liegt zwischen 1 und 1,45, so dass die beobachteten Niederschlagsereignisse



**Abbildung B.12.:** Verifikation der Modelldaten mit kontinuierlichen Maßen für Berlin 2007 für verschiedene räumlich-zeitliche Skalen 15 min-COSMO-DE (1. Spalte), 1 h-COSMO-DE (2. Spalte) und 1 h-COSMO-EU (3. Spalte): (a) Differenzen, (b) Mittlerer Fehler, (c) RMSE und (d) Rangkorrelation.

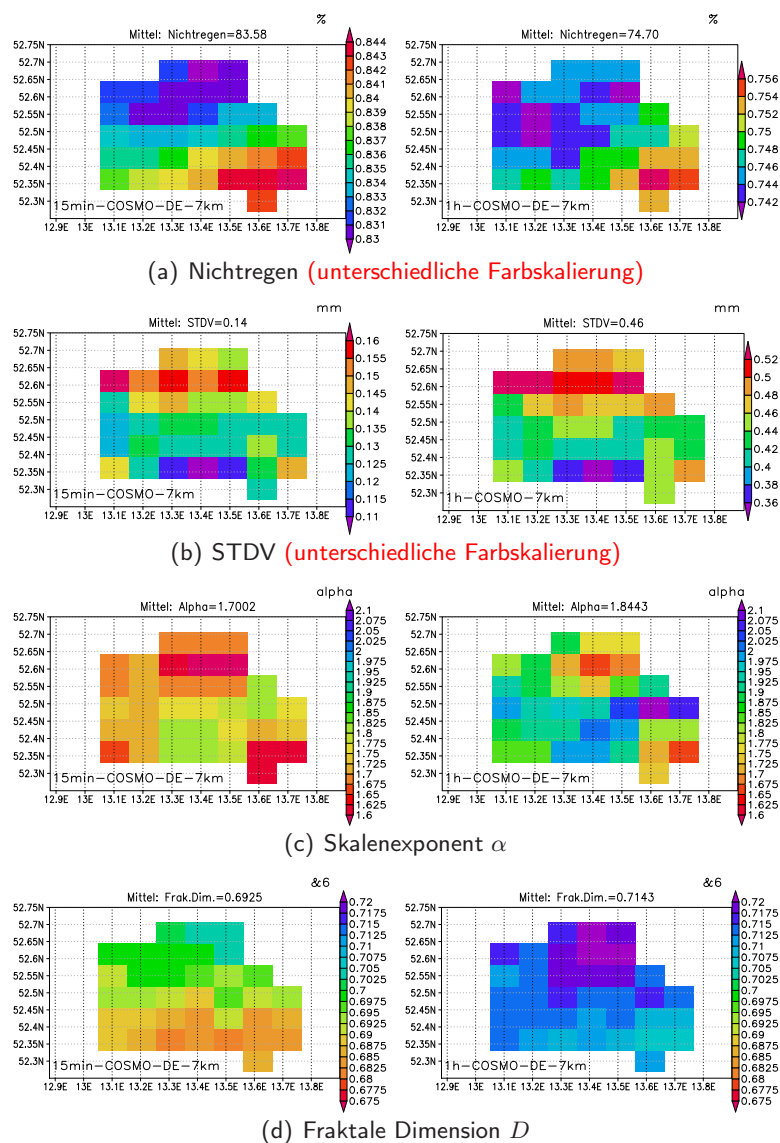
überschätzt werden. Die räumliche Struktur bleibt bei den 1-stündlichen COSMO-DE-Daten erhalten, aber die Überschätzung nimmt zu. Die COSMO-EU-Vorhersagen überschätzen am stärksten die Beobachtungen, vor allem am Stadtrand. Die „True Skill Statistics“ ist frei von systematischen Abweichungen (Abbildung B.13e). Der TSS ist für die 15 min-COSMO-DE-Felder am geringsten, er variiert nur von 0,34–0,50. Das 1 h-COSMO-DE hat TSS-Werte fast im gesamten Bereich über 0,5–0,6, wohingegen die TSS-Werte der 1-stündlichen COSMO-EU-Daten um 0,5 liegen. Alle drei Modelle erreichen keine perfekten Prognosen (TSS=1). Dennoch kann man für das COSMO-DE feststellen, dass je höher die zeitliche Auflösung ist, desto schlechter die Vorhersagegüte ist. Auch eine geringe räumliche Auflösung (7 km) hat eine Abnahme in der Vorhersagegüte zur Folge. Die Ergebnisse der kategorischen Maße sind mit denen der kontinuierlichen Maße konsistent: Die 15-minütliche COSMO-DE-Vorhersage hat die höchste zeitliche und räumliche Auflösung. Dennoch ist es nicht möglich, den Niederschlag zeitlich richtig vorherzusagen (mittlerer Fehler, POD, FAR und TSS). Aber die vorhergesagte Niederschlagsmenge weist geringere Unterschätzungen auf (RMSE



**Abbildung B.13.:** Verifikation der Modelldaten mit kategorischen Maßen für Berlin 2007 für verschiedene räumlich-zeitliche Skalen 15 min-COSMO-DE (1. Spalte), 1 h-COSMO-DE (2. Spalte) und 1 h-COSMO-EU (3. Spalte): (a) Trefferrate, (b) Wahrscheinlichkeit der Detektion (POD), (c) Falsche Alarm Rate (FAR), (d) BIAS und (e) „True Skill Statistics“ (TSS).

und BIAS). Die 1-stündlichen COSMO-DE-Vorhersagen weisen eine bessere Vorhersagegüte und eine bessere Bilanz der FAR und POD auf. Es kommt aber zu einer stärkeren Überschätzung der Niederschlagsmengen (RMSE) bzw. -ereignisse (BIAS) als bei den 15-minütlichen COSMO-DE-Daten. Die 1-stündlichen COSMO-EU-Vorhersagen sind durch die größten Abweichungen und Überschätzungen zu den Beobachtungen charakterisiert (mittlerer Fehler, RMSE und BIAS). Dennoch unterscheiden sich die Werte für die POD und FAR kaum von den 1 h-COSMO-DE-Daten.

## B.4. Ergänzende Abbildungen zu Abschnitt 5.2.2



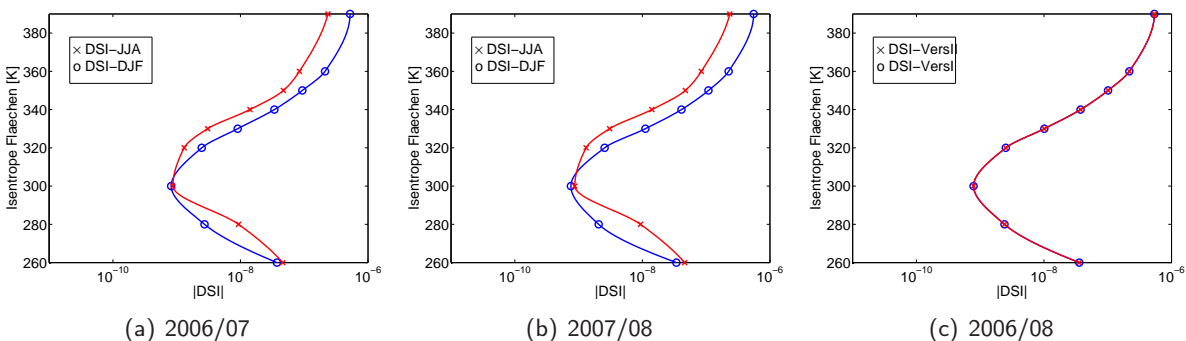
**Abbildung B.14.:** (a) Anzahl der Nichtregeneignisse [%], (b) Standardabweichung (STDV [mm]), (c) statistischer Skalensexponent und (d) fraktale Dimensionen  $D_U$  bestimmt mit Boxcounting-Methode in Berlin 2007 für verschiedene räumlich-zeitliche Skalen basierend auf Modelldaten: 15-minütliche COSMO-DE-7km-Daten (1. Spalte), 1-stündliche COSMO-DE-7km-Daten (2. Spalte).

## C. Ergänzende Informationen zum Kapitel 7

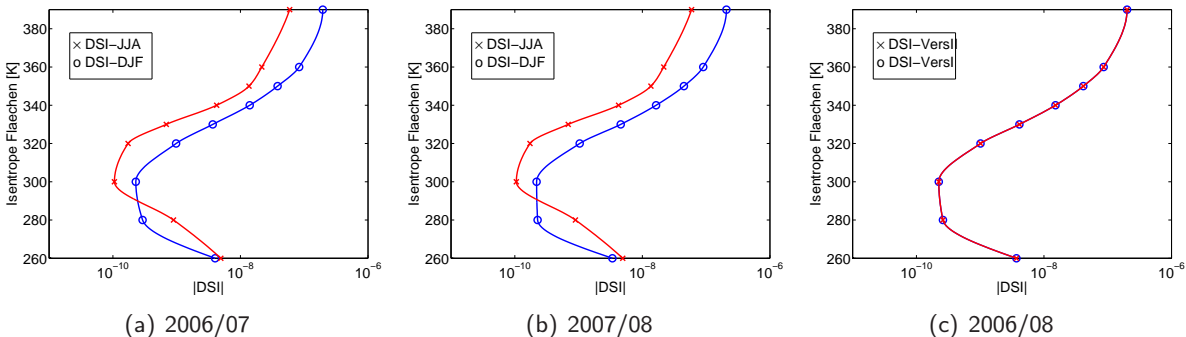
### C.1. Statistische Bemerkungen zum Korrelationskoeffizienten und zur Signifikanzprüfung

In diesem Abschnitt wird auf den verwendeten Korrelationskoeffizienten und der Signifikanzprüfung für die statistische Auswertung zwischen  $DSI$  und dem Niederschlag eingegangen. Ein statistisches Mittel zur dynamischen Evaluierung von Niederschlagsprozessen mit dem  $DSI$  wird die Korrelation der beiden Parameter sein. Für die Korrelation zwischen dem  $|DSI|$  und dem Niederschlag wurden folgende Annahmen getroffen: Für normalverteilte Stichproben kann der Pearson'sche Korrelationskoeffizient benutzt werden. Allerdings zeigten Test auf Normalverteilung mit dem  $\chi^2$ -Anpassungstest (Schönwiese, 2006), dass der  $|DSI|$  und der Niederschlag keine normalverteilten Größen sind. Die Ergebnisse der stündlichen Niederschläge in den Beobachtungen (Kapitel 4.1) und im Modell (Kapitel 5.1) konnten ebenfalls indirekt anhand der qq-Abbildungen zeigen, dass der Niederschlag eine nichtnormalverteilte Größe ist. Entweder man transformiert die Daten in eine Normalverteilung mit der so genannten „Normal Quantile Transform“ (NQT) (Montanari, 2005) oder man verwendet den Spearman'schen Rangkorrelationskoeffizienten (Schönwiese, 2006; Wilks, 2006). Vorteil dieses Korrelationsmaßes ist, dass er auf nichtnormalverteilte Stichproben angewendet werden kann. Tests ergaben, dass die Korrelationskoeffizienten berechnet nach Spearman und nach Pearson (mit NQT transformierte Zeitreihen) von nahezu identischer Größenordnung sind. Daher wurden die (alle) Korrelationen mit dem Spearman'schen Rangkorrelationskoeffizienten (kurz: Korrelationskoeffizient) berechnet. Alle Korrelationen werden auf statistische Signifikanz (95 %-Niveau) mit dem z-Test  $\hat{z} = \operatorname{artanh} r \sqrt{n - 3}$  überprüft, wobei  $r$  der Korrelationskoeffizient nach Spearman und  $n$  die Stichprobenlänge ist.

## C.2. Ergänzende Abbildungen für den Abschnitt 7.2



**Abbildung C.1.:** Vertikalstruktur des mittleren  $|DSI|$  (zeitlich und räumlich) als Funktion der  $\theta$ -Flächen. Der  $DSI$  wurde aus den 1-stündlichen COSMO-DE-Vorhersagedaten berechnet. Berücksichtigt sind die ersten 21 Stunden des OOUTC-Laufes. (a) Winter DJF (blaue Kurve) 2006/07 und Sommer (rote Kurve) 2007. (b) Winter 2007/08 (blaue Kurve) und Sommer 2007 (rote Kurve) berechnet. (c) Winter 2006/08: blaue Kurve entspricht der 1. Version und die rote Kurve der 2. Version.



**Abbildung C.2.:** Vertikalstruktur des mittleren  $|DSI|$  (zeitlich und räumlich) als Funktion der  $\theta$ -Flächen. Der  $DSI$  wurde aus den 1-stündlichen COSMO-EU-Vorhersagedaten berechnet. Berücksichtigt sind die ersten 21 Stunden des OOUTC-Laufes. (a) Winter DJF (blaue Kurve) 2006/07 und Sommer (rote Kurve) 2007. (b) Winter 2007/08 (blaue Kurve) und Sommer 2007 (rote Kurve) berechnet. (c) Winter 2006/08: blaue Kurve entspricht der 1. Version und die rote Kurve der 2. Version.



### C.3. Sensitivitätsstudie der Korrelationen zwischen *DSI* und Niederschlag

In diesem Abschnitt soll die Anfangszeit bezüglich der Korrelationen zwischen  $|DSI|$  und dem Niederschlag untersucht werden. Der Niederschlag gibt eine Akkumulation zwischen zwei Terminen (z. B. 01-02UTC) wieder, wohingegen der *DSI* immer einen instantanen Zeitpunkt (z. B. 01UTC) repräsentiert. Standardmäßig werden die Korrelationen beispielsweise  $DSI=00UTC$  und Niederschlag=0-1UTC berechnet (siehe Kapitel 7.3).

Nun werden für die Korrelationen der *DSI* um einen Zeitschritt verschoben ( $DSI=01UTC$ ) als auch der Mittelwert des  $DSI=MW(00UTC+01UTC)$  von zwei aufeinanderfolgenden Zeitschritten herangezogen. Das wird für alle Tage des Sommers 2007 und Winter 2007/08 durchgeführt und anschließend stehen drei flächengemittelte Zeitreihen (normal, shift und mw) des  $|DSI|$  zur Verfügung, die mit dem Niederschlag korreliert werden. Analog wurde mit den ersten 21 Stunden der Vorhersageläufe verfahren. Die Sensitivitätsstudie konnte nicht auf den Winter 2006/07 angewendet werden, da die Vorhersagedaten nicht mehr bei DWD archiviert sind.

In der Tabelle C.1 sind die Ergebnisse für diese Sensitivitätsstudie hinsichtlich der Korrelationen zwischen  $|DSI|$  und Niederschlag zusammengefasst. Wie man anhand der Korrelationswerte zwischen  $|DSI|$  und Niederschlag erkennen kann, gibt es keine signifikanten Unterschiede bezüglich des Anfangszustandes des *DSI*. Die Unterschiede zwischen den verschiedenen Zuständen beträgt maximal bis zu 5 %, was im Rahmen der Genauigkeit sehr gut verträglich ist. Auch gibt es keinerlei Auffälligkeiten hinsichtlich der Jahreszeiten oder der Zeitschritte.

**Tabelle C.1.:** Korrelationskoeffizienten zwischen  $|DSI|$  und Gesamtniederschlag (modelliert und beobachtet) für die Saison 2007/08 in der COSMO-DE- und COSMO-EU-Auflösung. Dafür standen für den  $|DSI|$  drei flächengemittelte Zeitreihen (normal, shift und mw) zur Verfügung. Die zugehörige isentrope Fläche des  $|DSI|$  liegt im Winter bei 300 K und im Sommer bei 320 K. Die Korrelationskoeffizienten sind alle auf dem 95%-Signifikanzniveau statistisch signifikant.

		TP-COSMO-DE			TP-FUB-2.8km		
		normal	shift	mw	normal	shift	mw
24ts	DJF	0,77	0,77	0,77	0,70	0,70	0,69
	JJA	0,75	0,76	0,76	0,72	0,72	0,72
21ts	DJF	0,76	0,75	0,76	0,69	0,69	0,68
	JJA	0,75	0,76	0,75	0,68	0,69	0,69
		TP-COSMO-EU			TP-FUB-7km		
		normal	shift	mw	normal	shift	mw
24ts	DJF	0,59	0,60	0,58	0,50	0,52	0,50
	JJA	0,28	0,29	0,29	0,36	0,35	0,37
21ts	DJF	0,58	0,60	0,58	0,49	0,51	0,50
	JJA	0,27	0,28	0,28	0,37	0,38	0,37



# Literatur

- Abhandlungen des Meteorologischen Dienstes der DDR** (1976). *Das Klima von Berlin (III): Niederschlag, Luftfeuchtigkeit, Dampfdruck, Bewölkung, Sonnenscheindauer, Wind, Luftdruck*. Berlin: Akademie Verlag.
- Ahrens, B., and A. Beck** (2008). On up-scaling of rain gauge data for evaluating numerical weather prediction models. *Meteorol. Atm. Phys.* 99, 155–167.
- Andrade, R. F. S., H. J. Schellnhuber, and M. Claussen** (1998). Analysis of rainfall records: Possible relation to self-organized criticality. *Physica A* 254, 557–568.
- Aubert, E. F.** (1957). On the release of latent heat as a factor in large-scale atmospheric motions. *J. Meteor.* 14, 527–542.
- Bahr, R.-M.** (1966). *Das Klima von Berlin (I)* In: Abhandlungen des Meteorologischen Dienstes der DDR. Berlin: Akademie Verlag.
- Banacos, P. C., and D. M. Schultz** (2005). The use of moisture flux convergence in forecasting convective initiation: historical and operational perspectives. *Weather and Forecasting* 20, 315–366.
- Beetz, H. D., K. Schmidt, P. Laroche, P. Blanchet, W. P. Oettinger, E. Defer, Z. Dziewit, J. Konarski** (2009). LINET - An international lightning detection network in Europe. *Atmos. Res.* 91, 564–573.
- Berliner Wetterkarte** (2008). Klimatologische Mittelwerte von Berlin-Dahlem. *Beilage zur Berliner Wetterkarte*, ISSN 01777–3984.
- Bernardara, P, C. de Michele, and R. Rosso** (2007). A simple model of rain in time: An alternating renewal process of wet and dry states with a fractional (non-Gaussian) rain intensity. *Atmos. Res.* 84, 291–301.
- Böhm, U., M. Kücken, W. Ahrens, A. Block, D. Hauffe, K. Keuler, B. Rockel, and A. Will** (2006). CLM - The Climate Version of LM: Brief Description and Long-Term Applications. *COSMO-Newsletter* 6, 225–235.
- Bosart, L. F.** (1981). The Presidents' Day snowstorm 18–19 February 1979: A sub-synoptic-scale event. *Mon. Weather Rev.* 109, 1542–1566.
- Bove, R., V. Pelino, L. de Leonibus** (2006). Complexity in rainfall phenomena. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation* 11, 678–684.
- Brand, S.** (2002). Ein dynamischer Wetter- und Klima-Zustandsindex auf der Grundlage der Energie-Wirbel-Theorie. *Diplomarbeit Institut der Meteorologie der Freien Universität Berlin*, 159 S.
- Breslin, M. C., and J. A. Belward** (1999). Fractal dimensions for rainfall time series. *Mathematics and Computers in Simulations* 48, 437–446.
- Brunetti, M., M. Maugeri, and T. Nanni** (2001). Changes in total precipitation, rainy days and extreme events in northeastern Italy. *Int. J. Climatol.* 21(7), 861–871.

- Castellano, N. E., E. E. Avila, and C. P. R. Saunders (2004). Theoretical model of the Bergeron–Findeisen mechanism of ice crystal growth in clouds. *Atmos. Environ.* 38(39), 6751–6761.
- Casty, C., H. Wanner, J. Luterbacher, J. Esper, and R. Böhm (2005). Temperature and precipitation variability in the European Alps since 1500. *Int. J. Climatol.* 25, 1855–1880.
- Charney, J. G. (1947). The dynamics of long waves in baroclinic westerly current. *J. Meteor.* 4, 135–163.
- Chechkin, A. V., and V. Yu. Gonchar (2000). A model for persistent Levy motion. *Physica A* 277(3), 312–326.
- Claußnitzer, A., and P. Névir (2009). Analysis of quantitative precipitation forecasts using the Dynamic State Index. *Atmos. Res.* 94(4), 694–703.
- Claußnitzer, A., P. Névir, I. Langer, E. Reimer, and U. Cubasch (2008). Scale-dependent analyses of precipitation forecasts and cloud properties using the Dynamic State Index. *Meteorol. Zeitschrift* 17(6), 813–825.
- Colacino, M., and R. Purini (1986). A study on the precipitation in Rome from 1782 to 1978. *Theor. Appl. Climatol.* 37, 90–96.
- Coles, S. (2001). *An introduction to statistical modeling of extreme values*. London: Springer.
- Cressman, G. P. (1959). An operational objective analysis system. *Mon. Weather Rev.* 87, 367–374.
- Dai, A. (2006). Precipitation characteristics in eighteen coupled climate models. *J. Clim.* 19, 4605–4630.
- Damrath, U., G. Doms, D. Frühwald, E. Heise, B. Richter, and J. Steppeler (2000). Operational quantitative precipitation forecasting at the German Weather Service. *J. Hydrol.* 239, 260–285.
- Danard, M. B. (1964). On the influence of released heat on cyclone development. *J. Appl. Meteor.* 3, 27–37.
- Danard, M. B. (1966). On the contribution of released heat to changes in available potential energy. *J. Appl. Meteor.* 5, 81–84.
- Davis, A., A. Marshak, W. Wiscombe, and R. Cahalan (1994). Multifractal characterization of nonstationarity and intermittency in geophysical fields: Observed, retrieved, or simulated. *J. Geophys. Res.* 99 (D4), 8055–8072.
- de Lima, M. I. P. (1998). Multifractals and the temporal structure of rainfall. *PhD thesis, Wageningen Agricultural University*, 229 pp.
- de Lima, M. I. P., and J. Grasman (1999). Multifractal analysis of 15-min and daily rainfall from a semi-arid region in Portugal. *J. Hydrol.* 220, 1–11.
- de Lima, M. I. P., and J. L. M. P. de Lima (2009). Investigating the multifractality of point precipitation in the Madeira archipelago. *Nonlin. Processes Geophys.* 16, 299–311.
- Dietz, S. (2008). Analyse der Schneedecke von Berlin-Dahlem und der klimatologische Zusammenhang mit Lufttemperatur, Niederschlag und Zirkulationsmustern. *Diplomarbeit am Institut für Meteorologie an der Freien Universität Berlin*, 99 S.
- DIN-VDI-Taschenbuch 332 (1999). *Umweltmeteorologie: Meteorologische Messungen Teil1: Wind, Temperatur, Feuchte und Niederschlag*. Berlin: Beuth.

- Doms, G., and U. Schöttler** (1999). The nonhydrostatic limit-area model LM (Lokal-Modell) of DWD. Part1: Scientific Documentation, Deutscher Wetterdienst Offenbach. (*available from* <http://www.cosmo-model.org>).
- Döös, B. R.** (1969). *Numerical weather forecasting with the barotropic model*, In: Lectures on numerical short-range weather prediction, World Meteorological Organization Seminar at the World Meteorological Centre in Moscow 1965. Hydrometeoizdat, Leningrad, USSR, pp. 188–209.
- Dudhia, J.** (1993). A nonhydrostatic version of the Penn State/NCAR mesoscale model: Validation tests and simulation of an Atlantic cyclone and cold front. *Mon. Weather Rev.* *121*, 1493–1513.
- Eady, E. T.** (1949). Long waves and cyclone waves. *Tellus* *1*, 33–52.
- Ebert, E. E., and J. L. Mc Bride** (2000). Verification of precipitation in weather systems: determination of systematic errors. *J. Hydrol.* *239*, 179–202.
- Falconer, K.** (1990). *Fractal geometry: Mathematical foundations and applications*. Chichester: Wiley.
- Feder, J.** (1988). *Fractals*. New York: Plenum Press.
- Fernández-Pascual, R., M. D. Ruiz-Medina, and José M. Angulo** (2006). Estimation of intrinsic processes affected by additive fractal noise. *J. Multivariate Anal.* *97*(6), 1361–1381.
- Fofack, H., and J. P. Nolan** (1999). Tail behavior, modes and other characterizations of stable distributions. *Extremes* *2*(1), 39–58.
- Fortak, H.** (1971). *Meteorologie*. Berlin: Deutsche Buch-Gemeinschaft.
- Fraedrich, K., and C. Larnder** (1993). Scaling regimes of composite rainfall time series. *Tellus* *45 A*, 289–298.
- Galmarini, S., D. G. Steyn, and B. Ainslie** (2004). The scaling law relating world point-precipitation records to duration. *Int. J. Climatol.* *24*, 533–546.
- García-Marín, A. P., F. J. Jiménez-Hornero, and J. L. Ayuso** (2008). Applying multifractality and self-organized criticality theory to describe the temporal rainfall regimes in Andalusia (southern Spain). *Hydrol. Process.* *22*, 295–308.
- Gopikrishnan, P., V. Plerou, L. A. Nunes Amaral, M. Meyer, and H. E. Stanley** (1999). Scaling of the distribution of fluctuations of financial market indices. *Phys. Rev. E* *60*(5), 5305–5316.
- Grigoriu, M.** (2007). Linear systems with fractional Brownian motion and Gaussian noise. *Prob. Eng. Mech.* *22*, 276–284.
- Hassler, U.** (2007). *Stochastische Integration und Zeitreihenmodellierung*. Berlin: Springer-Verlag.
- Havlin, S., R. Blumberg Selinger, M. Schwartz, H. E. Stanley, and A. Bunde** (1988). Random multiplicative processes and transport in structures with correlated spatial disorder. *Phys. Rev. Lett.* *61*, 1438–1441.
- Heigel, K.** (1960). *Die orographisch bedingte Veränderlichkeit des Niederschlags am Hohenpeissenberg* In: International Union of Geodesy and Geophysics, General Assembly in Helsinki, 27.7–6.8.1960, L. J. Tison (Sekretary). USA: National Science Foundation.
- Heimann, D., and M. Kurz** (1985). The Munich hailstorm of July 12, 1984 – A discussion of the synoptic situation. *Beitr. Phys. Atmosph.* *58*, 528–544.

- Hellmann, G. (1901). Das Klima von Berlin: Theil 1: Niederschläge und Gewitter. *Meteorol. Abh. 1*, 75–113.
- Hellmann, G. (1906). *Die Niederschläge in den norddeutschen Stromgebieteten* Bd. 2, S. 699. Berlin: Reimer.
- Hellmann, G. (1909). Untersuchungen über die Schwankungen der Niederschläge. *Meteorol. Abh. 3(207)*, 109 Seiten.
- Hergarten, S. (2002). *Self-organised criticality in Earth systems*. Berlin: Springer-Verlag.
- Hill, B. M. (1975). A simple general approximation to inference about the tail of a distribution. *Ann. Stat. 3(5)*, 1163–1174.
- Hobbs, P. V. (1978). Organization and structure of clouds and precipitation on the mesoscale and microscale in cyclonic storms. *Rev. Geophys. Space Phys. 16(4)*, 741–755.
- Holton, J. R. (1972). *An Introduction to Dynamic Meteorology*, Volume 16 of *International Geophysics Series*. New York: Academic Press.
- Hoskins, B. J. (1997). A potential vorticity view of synoptic development. *Meteorol. Appl. 4*, 325–334.
- Hoskins, B. J., M. E. McIntyre, and A. W. Robertson (1985). On the use and significance of isentropic potential vorticity maps. *Q. J. R. Meteorol. Soc. 111*, 877–946.
- Houze, R. A., Jr. (2004). Mesoscale Convective Systems. *Rev. Geophys. 42(4)*, RG4003, doi:10.1029/2004RG000150.
- Hurrell, J. W. (1995). Decadal trends in the North Atlantic Oscillation: Regional temperature and precipitation. *Science 269*, 676–679.
- Hurrell, J. W., and H. van Loon (1997). Decadal variations in climate associated with the North Atlantic Oscillation. *Clim. Change 36*, 301–326.
- Hurst, H. E. (1956). Methods of using long-term storage in reservoirs. *Proc. Inst. Civ. Eng., Pt1 5*, 519–543.
- Jibrael, F. J., H. A. Hammas, and M. F. Hasan (2008). Performance and analysis of a proposed quadratic Koch Curve dipole fractal antenna design. *J. Eng. Appl. Sci. 3(4)*, 373–376.
- Johnson, N. L., and S. Kotz (1970). *Continuous univariate distribution –1*. New York: Wiley.
- Kocielny-Bunde, E., A. Bunde, S. Havlin, and Y. Goldreich (1996). Analysis of daily temperature fluctuations. *Physica A 231*, 393–396.
- Kolmogorov, A. N (1941). Dissipation of energy in a locally isotropic turbulence. *Dokl. Akad. Nauk SSSR 32*, 16–18.
- Konrad, Ch. E. II (1997). Synoptic-scale features associated with warm season heavy rainfall over the interior southeastern United States. *Weather and Forecasting 12*, 557–571.
- Kärner, O. (2001). Comment on Hurst exponent. *Geophys. Res. Lett. 28(19)*, 3825–3826.
- Ladoy, P., S. Lovejoy, and D. Schertzer (1991). *Extreme variability of climatological data: Scaling and intermittency* In: Non-linear variability in Geophysics. D. Schertzer, and S. Lovejoy (Eds.), p. 241–250. Norwell: Kluwer Academic.
- Lana, X., M. D. Martínez, C. Serra, and A. Burgeño (2005). Periodicities and irregularities of indices describing daily pluviometric regime of the Fabra observatory (Barcelona, NE Spain) for the years 1917–1999. *Theor. Appl. Climatol. 82*, 183–198.

- Langer, I.** (2009). Objektive Darstellung von Niederschlagsfeldern basierend auf einer Synthese von Synop- und Satellitedaten. *Dissertation am Fachbereich Geowissenschaften an der Freien Universität Berlin*, 97 S.
- Lüdeling, G.** (1912). *Deutsches Meteorologisches Jahrbuch für 1908*. Berlin: Behrend & Co.
- Lovejoy, S., and B. B. Mandelbrot** (1985). Fractal properties of rain, and a fractal model. *Tellus* 37 A, 209–232.
- Lovejoy, S, D. Schertzer, and A. A. Tsonis** (1987). Functional box-counting and multiple elliptical dimensions of rain. *Science* 235, 1035–2038.
- Mandelbrot, B.** (1960). The Pareto-Lévy law and the distribution of income. *International Economic Review* 1(2), 79–106.
- Mandelbrot, B.** (1967). How long is the coast of Britain? Statistical self-similarity and fractal dimension. *Science* 156, 636–638.
- Mandelbrot, B., and J. Wallis** (1968). Noah, Joseph, and operational hydrology. *Water Resour. Res.* 4(5), 909–918.
- Mandelbrot, B. B., and J. W. van Ness** (1968). Fractional Brownian motions, fractional noises and applications. *SIAM Review* 10(4), 422–437.
- Marani, M.** (2003). On the correlation of continuous and discrete point rainfall. *Water Resour. Res.* 39(5), 1128, doi:10.1029/2002WR001456.
- Marx, S.** (1967). Über die extremsten Niederschlagsmengen auf der Erde. *Zeitschrift f. Meteorologie* 21, 118–119.
- Matsoukas, C., S. Islam, and I. Rodriguez-Iturbe** (2000). Detrended fluctuation analysis of rainfall and streamflow time series. *J. Geophys. Res.* 105 (D23), 29,165–29,172.
- Menabde, M., D. Harris, A. Seed, G. Austin, and D. Stow** (1997). Multiscaling properties of rainfall and bounded random cascades. *Water Resour. Res.* 33, 2823–2830.
- Miranda, J. G. V., and R. F. S. Andrade** (1999). Rescaled range analysis of pluviometric records in northeast Brazil. *Theor. Appl. Climatol.* 63, 79–88.
- Miranda, J. G. V., R. F. S. Andrade, A. B. da Silva, C. S. Ferreira, A. P. Gonzalez, and J. L. Carrera López** (2004). Temporal and spatial persistence in rainfall records from northeast Brazil and Galicia (Spain). *Theor. Appl. Climatol.* 77, 113–121.
- Müller, K., Myrcik, G., and I. Sorge** (2000). Das Stadtmeßnetz im Jahr 2000. *Beiträge des Instituts für Meteorologie des Freien Universität Berlin zur Berliner Wetterkarte; SO 12/00*.
- Montanari, A.** (2005). Deseasonalisation of hydrological time series through the normal quantile transform. *J. Hydrol.* 313, 274–282.
- Murphy, A. H., and R. L. Winkler** (1987). A general framework of forecast verification. *Mon. Weather Rev.* 115, 1330–1338.
- Nambu, Y.** (1973). Generalized Hamiltonian Dynamics. *Phys. Rev. D* 7, 2405–2412.
- Neuber, E., and C.-D. Schönwiese** (1985). Spektral-statistische Charakteristika europäischer Niederschlagsreihen 1874–1980. *Meteorol. Rdsch.* 38, 54–62.
- Névir** (2004). Ertels's vorticity theorems, the particle relabelling symmetry and the energy-vorticity theory of fluid mechanics. *Meteorol. Zeitschrift* 13(4), 485–498.
- Névir, P.** (1993). Die Hamiltonsche Theorie der Hydrodynamik und ihre Anwendungen in der großräumigen Dynamik der Atmosphäre. *Dissertation, Freie Universität Berlin*.

- Névir, P. (1998). Die Nambu-Felddarstellungen der Hydro-Thermodynamik und ihre Bedeutung für die dynamische Meteorologie. *Habilitationsschrift, Freie Universität Berlin*.
- Névir, P., A. Claußnitzer und L. Schielicke (2007). Extreme Starkregenereignisse in Berlin und der Vergleich mit weltweiten Rekorden. *Der belebte Planet II, Sonderheft des Fachbereichs Geowissenschaften der Freien Universität Berlin*, 72–76.
- Névir, P. and M. Sommer (2009). Energy-Vorticity Theory of ideal fluid mechanics. *J. Atmos. Sci.* 66, 2073–2084.
- Névir, P. and R. Blender (1993). A Nambu representation of incompressible hydrodynamics using helicity and enstrophy. *J. Phys. A: Math. Gen.* 26, L1189–L1193.
- New, M., M. Todd, M. Hulme, and P. Jones (2001). Precipitation measurements and trends in the twentieth century. *Int. J. Climatol.* 21(15), 1889–1922.
- Nolan, J. P. (2009). *Stable Distributions - Models for Heavy Tailed Data*. Boston: Birkhäuser. In progress, Chapter 1 online at [academic2.american.edu/~jpnolan](http://academic2.american.edu/~jpnolan).
- Olsson, J., J. Niemczynomicz, and R. Berndtsson (1993). Fractal analysis of high-resolution rainfall time series. *J. Geophys. Res.* 98 (D12), 23,265–23,274.
- Olsson, J., J. Niemczynomicz, R. Berndtsson, and M. Larson (1992). An analysis of the rainfall time structure by box counting - some practical implications. *J. Hydrol.* 137, 261–277.
- Osborn, T. J., K. R. Briffa, S. F. B. Tett, P. D. Jones, and R. M. Trigo (1999). Evaluation of the North Atlantic Oscillation as simulated by a coupled climate model. *Clim. Dyn.* 15, 685–702.
- Pagenkopf, A. (2005). Die raum-zeitliche Struktur des Niederschlages in Berlin von 1951 bis 1990. *Diplomarbeit am Geographischen Institut der Humboldt- Universität zu Berlin*, 97 S.
- Palmén, E., and E. O. Holopainen (1962). Divergence, vertical velocity and conversion between potential and kinetic energy in an extratropical disturbance. *Geophysica* 8, 89–113.
- Pathirana, A. (2003). Estimating rainfall distributions at high temporal resolutions using a multifractal model. *Hydrology and Earth System Sciences* 7(5), 668–679.
- Peng, C.-K., S. V. Buldyrev, S. Havlin, M. Simons, H. E. Stanley, and A. L. Goldberger (1994). Mosaic organization of DNA nucleotides. *Phys. Rev. E* 49(2), 1685–1689.
- Peng, C.-K., S. Havlin, H. E. Stanley, and A. L. Goldberger (1995). Quantification of scaling exponents and crossover phenomena in nonstationary heartbeat time series. *CHAOS* 5(1), 82–87.
- Peters, O., and K. Christensen (2002). Rain: Relaxations in the sky. *Phys. Rev. E* 66, 036120–1 – 036120–9.
- Peters, O., and K. Christensen (2006). Rain viewed as relaxation events. *J. Hydrol.* 328(1-2), 46–55.
- Peters, O., C. Hertlein, and K. Christensen (2002). A complexity view of rainfall. *Phys. Rev. Lett.* 88(1), 018701–1 – 018701–4.
- Pfeiffer, O., und R. Scholl (1991). *Natur als fraktale Grafik*. Haar: Markt- und Technik-Verl.
- Pleitgen, H. O., H. Jürgens, P. Saupe (1992). *Chaos and Fractals: New Frontier of Science*. New York: Springer Verlag.
- Rachev, S. and S. Mittnik (2000). *Stable Paretian models in finance*. Chichester: Wiley.
- Reimer, E. (1985). *Analysis of ALPEX data* In: ECMWF Workshop on High Resolution Analysis, 24–26, June 1985, p. 155–181. Reading.



- Reimer, E. (2007). Analyse von Niederschlagsextremen zur Verbesserung der Steuerung der Abwasserförderung in Berlin. *Kompetenzzentrum Wasser Berlin, Abschlußbericht*, 29 pp.
- Reimer, E., B. Scherer, B., W. Klug, and R. J. Yamartino (1995). A Meteorological Database for Next-Generation Dispersion Models, and a Lagrangian Particle Model based on Kinematic Simulation Theory. *Int. J. Environ. Pollut.* 5(4-6), 623-634.
- Reinhardt, T., and A. Seifert. A three-category ice scheme for LMK. *COSMO News Letter No. 6*, 115-120, (available from <http://www.cosmo-model.org>).
- Resnick, S. I. (1997). Heavy tail modeling and telegraphic data. *Ann. Stat.* 25(5), 1805-1849.
- Rezacova, D., Z. Sokola, and P. Pecicea (2007). A radar-based verification of precipitation forecast for local convective storms. *Atmos. Res.* 83, 211-224.
- Richards-Pecou, B. (2002). Scale invariance analysis of channel network width function and possible implications for flood behaviour. *Hydrol. Sci. J.* 47(3), 387-404.
- Rose, B. E. J., and Ch. A. Lin (2003). Precipitation from vertical motion: a statistical diagnostic scheme. *Int. J. Climatol.* 23, 903-919.
- Rubalcaba, J. J. O. (1997). Fractal analysis of climatic data: Annual precipitation records in Spain. *Theor. Appl. Climatol.* 56, 83-87.
- Salomão, L. R., J. R. Campanha, and H. M. Gupta (2009). Rescaled range analysis of pluviometric records in São Paulo State, Brazil. *Theor. Appl. Climatol.* 95, 83-89.
- Samorodnitsky, G. and M. S. Taqqu (1994). *Stable non-Gaussian random processes*. New York: Chapman & Hall.
- Schär, C. (1993). A generalization of Bernoulli's theorem. *J. Atmos. Sci.* 50, 1437-1443.
- Schär, C., P. L. Vidale, D. Lüthi, C. Frei, C. Häberli, M. A. Liniger, and C. Appenzeller (2004). The role of increasing temperature variability in European summer heatwaves. *Nature* 427, 332-336.
- Schertzer, D., and S. Lovejoy (1987). Physical modelling and analysis of rain and clouds by anisotropic scaling multiplicative processes. *J. Geophys. Res.* 92 (D8), 9693-9714.
- Schmitt, F., and C. Nicolis (2002). Scaling of return times for a high-resolution rainfall time series. *Fractals* 10(3), 285-290.
- Schmitt, F., S. Vannitsem, and A. Barbosa (1998). Modeling of rainfall time series using two-state renewal processes and multifractals. *J. Geophys. Res.* 103 (D18), 23,181-23,193.
- Schönwiese, C.-D. (2006). *Praktische Statistik für Meteorologen und Geowissenschaftler*. Berlin-Stuttgart: Gebrüder Borntraeger, 4. Aufl.
- Senatsverwaltung für Stadtentwicklung und Umweltschutz (1994). *Umweltatlas Berlin*. Berlin: Kultur-Verlag. (<http://www.stadtentwicklung.berlin.de/umwelt/umweltatlas/iinhalt.htm>).
- Sevruk, B. (1981). *Methodische Untersuchungen des systematischen Meßfehlers der Hellmann-Regenmesser im Sommerhalbjahr in der Schweiz; Dissertation*. Mitteilungen der Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie an der ETH Zürich. <http://e-collection.ethbib.ethz.ch/view/eth:21882>.
- Sevruk, B., and S. Klemm (1989). *Types of standard precipitation gauges* In: Precipitation Measurement: St. Moritz, 3 - 7 December 1989 / WMO IAHS ETH Workshop on Precipitation Measurement, B. Sevruk (ed.), p. 227-232. Zurich: Swiss Federal Institute of Technology.
- Sivakumar, B. (2000). Fractal analysis of rainfall in two different climatic regions. *Hydrol. Sci. J.* 45(5), 727-738.

- Sivakumar, B.** (2001a). Is a chaotic multifractal approach for rainfall possible? *Hydrol. Process.* 15, 943–955.
- Sivakumar, B.** (2001b). Rainfall dynamics at different temporal scales: A chaotic perspective. *Hydrology and Earth System Sciences* 5(4), 645–651.
- Sodoudi, S.** (2004). Verifikation der EZMWF Niederschlagsprognose für den Iran. *Dissertation am Fachbereich Geowissenschaften an der Freien Universität Berlin*, 205 S.
- Spar, J.** (1953). A suggested technique for quantitative precipitation forecasting. *Mon. Weather Rev.* 81(8), 217–221.
- Stephan, K., S. Klink, and C. Schraff** (2008). Assimilation of radar-derived rain rates into the convective-scale model COSMO-DE at DWD. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 134, 1315–1326.
- Steppeler, J., G. Doms, U. Schättler, H. W. Bitzer, A. Gassmann, U. Damrath, and G. Gregoric** (2003). Meso-gamma scale forecasts using the nonhydrostatic model LM. *Meteorol. Atmos. Phys.* 82, 75–96.
- Strangeways, I.** (2007). *Precipitation: theory, measurement and distribution*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Sun, W., S. Rachev, and F. J. Fabozzi** (2007). Fractals or i.i.d.: Evidence of long-range dependence and heavy tailedness from modeling German equity market returns. *J. Econom. Business* 59, 575–595.
- Svensson, C., J. Olsson, and R. Berndtson** (1996). Multifractal properties of daily rainfall in two different climates. *Water Resour. Res.* 32(8), 2463–2472.
- Taqqu, M.** (2003). *Fractional Brownian motion and long-range dependence* In: Theory and applications of long-range dependence, P. Doukhan, G. Oppenheim, and M. Taqqu (Eds.), pp. 5–38. Boston: Birkhäuser.
- Taqqu, M. S, V. Teverovsky, and W. Willinger** (1995). Estimators for long-range dependence: An empirical study. *Fractals* 3(4), 785–798.
- Taqqu, M. S, W. Willinger, and R. Sherman** (1997). Proof of a fundamental result in self-similar traffic modeling. *Comp. Comm. Rev.* 27, 5–23.
- Telesca, L., G. Colangelo, V. Lapenna, and M. Macchiato** (2004). On the scaling behavior of rain event sequence recorded in Basilicata region (Southern Italy). *J. Hydrol.* 296, 234–240.
- Tessier, Y., S. Lovejoy, and D. Schertzer** (1993). Universal multifractals: theory observations for rain and clouds. *J. Appl. Meteorol.* 32, 223–250.
- Tessier, Y., S. Lovejoy, P. Hubert, D. Schertzer, and S. Pecknold** (1996). Multifractal analysis and modeling of rainfall and river flows and scaling, causal transfer functions. *J. Geophys. Res.* 101 (D21), 26.427–26.440.
- Theiler, J.** (1990). Estimating fractal dimension. *J. Opt. Soc. Am. A* 7(6), 1055–1073.
- Thomas, S., C. Girard, G. Doms, and U. Schättler** (2000). Semi-implicit scheme for the DWD Lokal-Modell. *Meteorol. Atmos. Phys.* 73, 105–125.
- Tiedtke, M.** (1989). A comprehensive mass flux scheme for cumulus parametrization in large scale models. *Mon. Weather Rev.* 117, 1779–1799.
- Tracton, M. S.** (1973). The role of cumulus convection in the development of extratropical cyclones. *Mon. Weather Rev.* 101, 573–593.
- Turcotte, D. L.** (1997). *Fractals and chaos in geology and geophysics*. Cambridge: 2nd Ed., Cambridge University Press.

- Tutison, B., D. Harris, and E. Foufoula-Gergiou** (2001). Scale issues in verification of precipitation forecasts. *J. Geophys. Res.* 106(D11), 11,775–11,784.
- van Loon, H., and J. C. Rogers** (1978). The seesaw in winter temperatures between Greenland and Northern Europe. Part I: General description. *Mon. Weather Rev.* 106, 296–310.
- Veneziano, D., R. L. Bras, and J. D. Niemann** (1996). Nonlinearity and self-similarity of rainfall in time and a stochastic model. *J. Geophys. Res.* 101, 26.371–26.392.
- Villermaux, E.** (2007). Fragmentation. *Ann. Rev. Fluid Mech.* 39, 419–446.
- Voss, R. F.** (1985). *Random fractal forgeries* In: *Fundamentals Algorithms in Computer Graphics*, A. Earnshaw (Ed.), pp. 805–835. Berlin: Springer.
- Wanner, H., R. Rickli, E. Salvisberg, C. Schmutz, and M. Schüepp** (1997). Global climate change and variability and its influence on Alpine climate – concepts and observations. *Theor. Appl. Climatol.* 58, 221–243.
- Wanner, H., S. Brönnimann, C. Casty, D. Gyalistras, J. Luterbacher, C. Schmutz, D. B. Stephenson, and E. Xoplaki** (2001). North Atlantic Oscillation – Concepts and Studies. *Surv. Geophys.* 22, 321–381.
- Weber, T., and P. Névir** (2008). The Dynamic State Index (DSI) - Interpretation and application on the synoptic scale. *Tellus 60 A*, 1–10, doi: 10.1111/j.1600-0870.2007.00272.x.
- Weisheimer, A.** (2000). Niederfrequente Variabilität großräumiger atmosph arischer Zirkulationsstrukturen in spektralen Modellen niederer Ordnung. *Dissertation am Institut für Physik der Universität Potsdam, Ber. Polarforsch.* 356, 173 S.
- Wernli, H., M. Paulat, M. Hagen, and C. Frei** (2008). SAL - a novel quality measure for the verification of precipitation forecasts. *Mon. Weather Rev.* 136(11), 4470–4487.
- Wernli, H., S. Dirren, M. A. Liniger, and M. Zillig** (2002). Dynamical aspects of the life cycle of the winter storm 'Lothar' (24–26 December 1999). *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 128, 405–429.
- Weron, A., K. Burnecki, S. Mercik, and K. Weron** (2005). Complete description of all self-similar models driven by Lévy stable noise. *Phys. Rev. E.* 71, 016113–1–016113–10.
- Weron, R.** (2001). Levy stable distribution revisited: tail index  $> 2$  does not exclude the Levy stable regime. *Inter. J. Mod. Phys. C* 12(2), 209–223.
- Whiting, J. P., M. F. Lambert, and A. V. Metcalfe** (2003). Modelling persistence in Australian point rainfall. *Hydrology and Earth System Sciences* 7(2), 197–211.
- Wiener, N.** (1923). Differential space. *J. Math. Phys.* 2, 131–174.
- Wilks, D. S.** (2006). *Statistical methods in the atmospheric sciences*. New York: Academic Press, 2.Ed.
- Yano, J.-I., R. Blender, C. Zhang, and K. Fraedrich** (2004).  $1/f$  noise and pulse-like events in the tropical atmospheric surface variabilities. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 130, 1697–1721.
- Zunino, L, D. G. Pérez, A. Kowalski, M. T. Mart ın, M. Garavaglia, A. Plastino, and O. A. Rosso** (2008). Fractional Brownian motion, fractional Gaussian noise, and Tsallis permutation entropy. *Physica A* 387, 6057–6068.



# Tabellenverzeichnis

3.1. Verwendete Zeitreihen von Berlin-Dahlem. . . . .	34
3.2. Verzeichnis der Klimastationen in Berlin. . . . .	34
3.3. Stationen des Stadtmessnetzes mit geographischer Lage und Stationshöhe. . . . .	36
3.4. Rotierte LM-Gitterpunkte korrespondierend zu den vier Stadtmessnetzstationen . . . .	44
4.1. Einordnung der Berliner Daten nach Skalen. . . . .	49
4.2. Maximaler und mittlerer Niederschlag, die prozentuale Anzahl der Nichtregenerereignisse und Standardabweichung der Berliner Daten. . . . .	53
4.3. Pareto-Exponent $\alpha$ der 3-minütlichen bis 8-täglichen Niederschläge. . . . .	56
4.4. Hurst-Exponent, spektraler Skalenexponent sowie abgeleitete Größen der 1-minütlichen bis jährlichen Daten. . . . .	61
4.5. Zusammenhang zwischen dem Hurst- und Pareto-Exponenten der 1- bis 30-minütlichen Daten. . . . .	64
4.6. Zusammenhang zwischen dem Hurst- und Pareto-Exponenten der 1- bis 18-stündlichen Daten. . . . .	64
4.7. Fraktale Dimensionen $D$ für die 1-minütlichen bis monatlichen Reihen. . . . .	67
4.8. Schwellwerte $T$ des funktionellen Boxcountings und die zugehörigen fraktalen Dimensionen $D_U$ aus den minutlichen und stündlichen Daten. . . . .	71
4.9. Fraktale Dimensionen $D$ für verschiedene Schwellwerte $T$ für das funktionelle Boxcounting. . . . .	71
4.10. Maximaler und mittlerer Niederschlag sowie die prozentuale Anzahl der Nichtregenerereignisse der 1- bis 8-täglichen Daten der DWD-Stationen. . . . .	73
4.11. Pareto-Exponent $\alpha$ der 1-täglichen Niederschlag der DWD-Stationen. . . . .	76
4.12. Hurst-Exponent der 1- bis 8-täglichen Daten der DWD-Stationen. . . . .	77
4.13. Fraktale Dimensionen der 1- bis 4-täglichen Daten der DWD-Stationen. . . . .	78
4.14. Fraktale Dimensionen $D$ für verschiedene Schwellwerte $T$ der funktionellen Boxcounting-Methode angewendet auf die 1-täglichen Niederschlagsreihen der DWD-Stationen. . . . .	80
5.1. Maximaler und mittlerer Niederschlag, die prozentuale Anzahl der Nichtregenerereignisse sowie Standardabweichung der beobachteten und modellierten 1- und 3-stündlichen Daten für Berlin. . . . .	87
5.2. Pareto-Exponent der beobachteten und modellierten 1- und 3-stündlichen Daten für Berlin. . . . .	89
5.3. Hurst-Exponenten $\bar{H}$ und abgeleiteter $H$ aus den spektralen Skalenexponenten der beobachteten und modellierten 1- und 3-stündlichen Daten für Berlin. . . . .	91
5.4. Prozentuale Anzahl der Nichtregenerereignisse, Standardabweichung und fraktale Dimensionen für verschiedene Zeit- und Raumskalen von Berlin 2007. . . . .	95
5.5. Maximale und minimale Jahressumme in Berlin im Jahr 2007. . . . .	97
5.6. Korrelationskoeffizienten zwischen modelliertem und beobachtetem Niederschlag der beiden Modellversionen. . . . .	103

7.1. Korrelationen, abhängig von der Vorhersagezeit, zwischen $ DSI $ , modelliertem und beobachtetem Niederschlag für das COSMO-DE- und COSMO-EU-Gitter. . . . .	140
7.2. Maximaler, Minimaler und mittlerer Hurst-Exponent des Niederschlages und $ DSI $ der beiden Modellversionen. . . . .	144
C.1. Korrelationskoeffizienten zwischen $ DSI $ und Niederschlag für die Saison 2007/08 .	185

# Variablenverzeichnis

'	Kennzeichnung von Abweichungen vom Grundzustand
0	Kennzeichnung von Größen im Grundzustand
$\alpha$	statistischer Skalierungsexponent oder Pareto-Exponent
$\bar{\alpha}$	Mittelwert des Pareto-Exponenten aus Hill-Abschätzer und Zipf-Abbildung
$\alpha, \gamma$	Skalierungsfaktor (siehe Glg. A.5; 2.3); Irrtumswahrscheinlichkeit
$\alpha, \beta, \sigma, \mu$	Parameter der stabilen Verteilung
	$\alpha$ = Stabilitätsindex
	$\beta$ = Schiefeparameter
	$\sigma$ = Skalenparameter
	$\mu$ = Verschiebungs- bzw. Lageparameter
$\alpha_i = 1/d_i$	räumliche Gewichte (siehe Glg. 3.4)
$a, b, c$	Lagrange'sche Massenkoordinaten
$\{B_H(t)\}$ auch $B_H(t)$	fraktionale Brown'sche Zufallsbewegung
$\beta$	spektraler Skalierungsexponent (kurz: Skalenexponent); Intensitäts-Andauerexponent
$\beta_{int}$	spektraler Skalierungsexponent der integrierten Zeitreihe
$B = \frac{1}{2}v^2 + \phi + e + pv$	Bernoulli-Funktion
$c_p$	spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck
$d$	Gedächtnisparameter
$D$	fraktale Dimension
	$D_U$ = fraktale Dimension des Übergangsegmentes
	$D_E$ = fraktale Dimension des Einzelereignissegmentes
	$D_S$ = fraktale Dimension des Sättigungssegmentes
$d_i$	Abstand zwischen betrachteten Punkten (siehe Glg. 3.4)
$\Delta\lambda$	Gitterpunktabstand in $\lambda$ -Richtung
$\Delta\phi$	Gitterpunktabstand in $\phi$ -Richtung
$E$	Erwartungswert
$E(f)$	spektrale Dichte
$\mathcal{E}_p$	potentielle Enstrophie
$f$	Coriolisparameter, Frequenz
$f(x)$	Funktion
$f_o$	Niederschlag an einem Gitterpunkt (siehe Glg. 3.4)
$f_i$	benachbarte Beobachtungsdaten (siehe Glg. 3.4)
$F_H$	Fouriertransformierte der fBm
$F(x), \bar{F}(x)$	Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion sowie deren Komplement
$\mathcal{F}$	Funktional
$\Phi$	Geopotential [ $m^2/s^2$ ]
$\Phi(z)$	Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung
$\Phi_{B_H}(t)$	generalisiertes Powerspektrum der fBm
$g$	Gravitationskonstante
$h = e + pv$	spezifische Enthalpie
$h_a$	Helizität
$H, \bar{H}$	Hurst-Exponent sowie Mittelwert aus R/S-Analyse und DFA-Methode

$\mathcal{H}$	Gesamtenergie (Hamilton)
$J^z$	inverse Jacobi-Matrix mit $J_\lambda = J_{13}^z, J_\phi = J_{23}^z$ und $J_\zeta = J_{33}^z$
$l$	Seitenlänge einer Box
$L$	Länge
$\lambda_g, \phi_g$	geographische Länge und Breite
$\lambda, \phi$	rotierte geographische Länge und Breite
$\lambda_N, \phi_N$	rotierter Nordpol
$\lambda$	Zeitskala; Skalierungsfaktor
$L_\alpha(t), L_{\alpha,H}(t)$	<i>alpha</i> -stabile und fraktionelle Lévy-Bewegung
$M = \phi + h$	Montgomery-Potential
$\mathcal{M}$	Masse
$\mu, \mu_k$	Mittelwert; Mittelwert von $k$ -Subreihen
$\mathcal{N}(\mathbf{v}, \rho)$	Energie-Wirbel-Funktional
$\nabla$	Nabla-Operator
$n$	Stichprobenlänge
$\omega$	Winkelgeschwindigkeit der Erde [1/T]
$\Omega$	Ereignisraum
$p$	Luftdruck
$p(x)$	Wahrscheinlichkeitsverteilungsdichte
$p_\alpha(x, t)$	Wahrscheinlichkeitsverteilungsdichte der $\alpha$ -stabilen Lévy-Bewegung
$Pr$	Wahrscheinlichkeit
$\Pi$	Ertel'sche Potentielle Vorticity
$\rho$	Autokorrelation; Massendichte; Luftdichte (bei Einheitsmasse)
$r$	Korrelationskoeffizient nach Spearman
$R, R_k$	Intervall der akkumulierten Abweichung; Intervall der $k$ -Subreihen
$\sigma^2, \sigma$	Varianz, Standardabweichung
$S, S_k = \sigma_k$	Standardabweichung von $\xi(t)$ sowie der $k$ -Subreihen
$S$	Entropie
$t$	Zeit [s]
$T$	Temperatur [K]
$\theta$	potentielle Temperatur [K]
$\{X(t), t \in T\}$	reeller Zufallsprozess mit $X$ als Zufallsvariable
$\bar{X}_n$	Stichprobenmittelwert
$x, y, z$	Koordinaten der Raumpunkte
$u, v, w$	zonale, meridionale und vertikale Windkomponente [m/s]
$\mathbf{v}_{st}$	stationärer Wind
$\langle \xi(t) \rangle_\tau$	mittleres Volumen $\langle \xi(t) \rangle$ eines Reservoirs $\xi(t)$ pro Periode $\tau$
$\boldsymbol{\xi}_a = \boldsymbol{\xi} + 2\boldsymbol{\omega}$	3D-Wirbelvektor
$X(t, \tau)$	akkumulierte Abweichung
$x_n$	Teilmenge der $k$ -Subreihen
$X_1, \dots, X_n$	Reihe von Zufallsgrößen
$x_1, \dots, x_n$	Datenreihen
$X_1, \dots, X_N$	Rangwerte einer Zeitreihe
$Y_t = X(t) - X(t - 1)$	fraktionelles Levy-Rauschen
$w_H$	Integrand der fBm
$Z_t = B_H(t) - B_H(t - 1)$	fraktionelles Gaußisches Rauschen
$Z$	standardisierte Variable
$\hat{z}$	z-Test



# Abkürzungsverzeichnis

2D	zweidimensional
3D	dreidimensional
$=^d$	Gleichheit in der Verteilung
°	Grad
°C	Grad Celcius
$\alpha_{CCDF}$	statistischer Skalenexponent bestimmt aus <i>CCDF</i>
$\alpha_{Hill}$	statistischer Skalenexponent bestimmt aus Hill-Abschätzer
$\alpha_{Zipf}$	statistischer Skalenexponent bestimmt aus Zipf-Abbildung
B, P, HH, Hoh	Berlin, Potsdam, Hamburg und Hohenpeißenberg
Bm	Brown'sche Bewegung (engl. Brownian motion)
BWB	Berliner Wasserbetriebe
<i>CDF</i>	kumulative Dichtefunktion
<i>CCDF</i>	komplementäre kumulative Dichtefunktion
COSMO-DE	Deutschlandmodell der COSMO-Modellkette des DWD (früher LMK)
COSMO-EU	Europamodell der COSMO-Modellkette des DWD (früher LME)
COSMO-DE2EU	transformierte COSMO-DE-Daten auf das COSMO-EU-Gitter
CV	Koeffizient der Variation $[MW(rr)/(stdv(rr))]$
<i>Cov</i>	Kovarianz
d	Tage
$D_e$	Euklidische Dimension
DFA	Detrendisierte Fluktuationsanalyse
DJF	Zeitreihen der Monate Dezember, Januar und Februar
<i>DSI</i>	Dynamischer Zustandsindex $[PV^2/s]$
DWD	Deutscher Wetterdienst
ECMWF	European Center for Medium Range Weather Forecasts
fBm	fraktionelle Brown'sche Bewegung
fGn	fraktionelles Gauß'sches Rauschen
FAR	falsche Alarm Rate
FUB	Freie Universität Berlin
FUB-7km-Analyse	Niederschlagsanalyse in COSMO-EU-Auflösung
FUB-2.8km-Analyse	Niederschlagsanalyse in COSMO-DE-Auflösung
Fc	Vorhersage
GME	Globalmodell des DWD
Gn	Gauß'sches Rauschen (engl. Gaussian noise)
GP	Gitterpunkt
h	Stunde
$H_{DFA}$	Hurst-Exponent bestimmt aus DFA-Methode
$H_{R/S}$	Hurst-Exponent bestimmt aus R/S-Analyse
HR	Trefferrate
<i>H-ss</i>	selbstähnlicher Prozess mit Index H
<i>H-sssi</i>	selbstähnlicher Prozess mit Index H mit stationären Inkrementen
i.i.d.	identisch und unabhängig verteilt

JJA	Zeitreihen der Monate Juni, Juli und August
LM	Lokal-Modell
LRD	Langzeitabhängigkeit
fLm	fraktionelle Lévy-Bewegung (engl. fractional Lévy motion)
$\mu\text{m}$ , m, km,	Mikrometer ( $10^{-6}\text{m}$ ), Meter bzw. Kilometer
MAM	Zeitreihen der Monate März, April und Mai
ME	Mittlerer Fehler
MSLP	Mean Sea Level Pressure
MW(rr)	Mittelwert des Niederschlages
max,min	Maximum, Minimum bzw. Minuten
max(rr)	Maximaler Niederschlag
MT,OT	mit und ohne Schwellwert
NaN	Not a Number
NAO	Nordatlantische Oszillation
NO-DTL, NW-DTI, S-DTL	Nordost-, Nordwest- und Süddeutschland
NQT	“Normal Quantile Transform“
NWP	Numerische Wettervorhersage
POD	Wahrscheinlichkeit der Detektion
PVU	Einheit der potentiellen Vorticity [ $1\text{ PVU}=10^{-6}\text{K m}^2\text{kg}^{-1}\text{s}^{-1}$ ]
Obs	Beobachtung
PV	Potentielle Vorticity
rankcorr, corr	Rangkorrelation nach Spearman
RMSE	Wurzel des mittleren quadratischen Fehlers
R/S-Analyse	Reskalierte Intervallanalyse
s95,s90,s80,ns	Signifikanzniveaus: 95 %, 90 %, 80 % und nicht signifikant
S-DTL	Süddeutschland
$S\alpha S$	symmetrische $\alpha$ -stabile Verteilung
$X \sim S_\alpha(\sigma, \beta, \mu)$	$X$ hat die Verteilung $S_\alpha(\sigma, \beta, \mu)$
$X \sim S\alpha S$	$X$ hat die Verteilung $S\alpha S$
stdv(rr)	Standardabweichung des Niederschlages
SON	Zeitreihen der Monate September, Oktober und November
ts	Zeitschritt
TP	Gesamtniederschlag
TG	totaler gridskaliger bzw. stratiformer Niederschlag
TC	totaler konvektiver Niederschlag
TSS	“True Skill Statistics“
UTC	Coordinated Universal Time
$Var$	Varianz
WMO	World Meteorological Organization

# Publikationen

Der zweite Teil der Arbeit wurde zum Teil veröffentlicht in:

## peer-reviewed

- **Claußnitzer, A., and P. Névir** (2009), Analysis of quantitative precipitation forecasts using the Dynamic State Index, *Atmos. Res.*, 94(4), 694–703.
- **Claußnitzer, A., P. Névir, I. Langer, E. Reimer, U. Cubasch** (2008), Scale-dependent analyses of precipitation forecasts and cloud properties using the Dynamic State Index, *Meteorol. Zeitschrift*, 17(6), 813–825.
- **Claußnitzer, A., I. Langer, P. Névir, E. Reimer, U. Cubasch** (2008), Process-oriented statistical-dynamical evaluation of LM precipitation forecasts, *Adv. Geosci.*, 16, 33–41.

Weitere Veröffentlichungen, Vorträge und Poster:

## in Vorbereitung

- **Claußnitzer, A., and P. Névir** (2010), The analysis of the fractal structure of Berlin (Germany) precipitation time series, *in preparation*.
- **Claußnitzer, A., and P. Névir** (2010), Estimation of the fractal dimension of Berlin (Germany) precipitation time series, *in preparation*.

## peer-reviewed

- **Langematz, U., A. Claussnitzer, K. Matthes, and M. Kunze** (2005), The climate during the Maunder Minimum: a simulation with the Freie Universität Berlin Climate Middle Atmosphere Model (FUB–CMAM), *J. Atmos. Sol.–Terr. Phys.*, 67, 55–69.

## non peer-reviewed

- **Claußnitzer, A., P. Névir und U. Cubasch** (2007), Statistische Analyse von LM-Niederschlagsvorhersagen mit dem Dynamischen Zustandsindex, DACH Tagung 2007 Hamburg, Langfassung in deutsch, 7 Seiten.
- **Névir, P., A. Claußnitzer und L. Schielicke** (2007), Extreme Starkregenereignisse in Berlin und der Vergleich mit weltweiten Rekorden, *Der belebte Planet II*, Sonderheft des Fachbereichs Geowissenschaften der Freien Universität Berlin, 72–76.

**Poster**

- **Schartner, T., I. Langer, A. Claußnitzer, P. Névir, and U. Cubasch** (2009), Dynamic State Index and Precipitation during IOP-9c, COPS Meeting, Madingley Hall near Cambridge, Great Britain.
- **Langer, I, T. Schartner, A. Claußnitzer, P. Névir, E. Reimer, and U. Cubasch** (2009), Scale dependent evaluation of precipitation for special weather episodes of COPS-9c, COPS Meeting, Madingley Hall near Cambridge, Great Britain.
- **Claußnitzer, A., P. Névir, E. Reimer, U. Cubasch** (2008), Scale-dependent evaluation of COSMO-EU/DE precipitation forecasts, EGU Conference 2008, Wien, Austria.
- **Langer, I, A. Claußnitzer, P. Névir, and E. Reimer** (2007), Process-oriented statistical-dynamical evaluation of LM precipitation forecasts, EGU Conference 2007, Wien, Austria.
- **A. Claußnitzer, K. Matthes, and U. Langematz** (2003), Das Maunder Minimum – Eine Modellstudie mit dem „Freie Universität Berlin Climate Middle Atmosphere Model (FUB-CMAM)“. Deutsche Klimatagung in Postdam, 2003.

**Vorträge**

- **Claußnitzer, A., P. Névir, und U. Cubasch** (2007), Statistische Analyse von LM- Niederschlagsvorhersagen mit dem Dynamischen Zustandsindex, DACH Tagung 2007, Hamburg, Germany.
- **Claußnitzer, A., P. Névir, and U. Cubasch** (2006), Process-oriented statistical-dynamical evaluation of LM precipitation forecasts, EMS Conference 2006, Ljubljana, Slovenia.

# Danksagung

Den Anfangssatz der Danksagung meiner Diplomarbeit finde ich immer noch toll, daher soll er auch diese Danksagung einleiten: An dieser Stelle möchte ich mich bedanken, da man ja nicht oft genug „DANKE“ sagen kann.

Mein besonderer Dank gilt:

Herrn PD. Peter Névir, der mir die Möglichkeit gab, mich mit einem theoretischen Thema anzufreunden und einzuarbeiten. Ideen und Ergebnisse wurden diskutiert, so dass neuer Raum für die wissenschaftliche Forschung entstand. Zudem bin Herrn PD. Peter Névir dankbar, dass er mir einen großen Freiraum für deren Bearbeitung gegeben hat sowie für die Betreuung und Korrekturlesen der Arbeit.

Mein besonderer Dank gilt auch Herrn Prof. Dr. Ulrich Cubasch, der als Projektleiter von „STAMPF“ mir die Stelle als wissenschaftliche Mitarbeiterin in diesem Projekt antrug sowie für die Begutachtung dieser Arbeit.

Zu großem Dank verpflichtet bin ich Herrn Dr. Eberhard Reimer für die Bereitstellung der FUB-Analysen und der Hilfestellung bezüglich seiner Fortran-Routinen.

Bei meiner Projektmitarbeiterin Frau Dr. Ines Langer möchte ich vor allem für die sehr kollegiale Atmosphäre bedanken. Sehr viel Kraft und Rückhalt gab mit Dr. Ines Langer während einer sehr persönlichen Tiefphase.

Diese Arbeit wäre nicht möglich gewesen, hätten mir nicht die Berliner Daten zur Verfügung gestanden. Diese habe ich von Thomas Dümmel, Petra Grasse, Petra Gebauer und Dr. Klaus Müller erhalten. Georg Myrcik half mir beim Auffinden alter Beobachtungsbücher von Berlin und einige seiner Fotos von Niederschlagsmessern komplettieren diese Arbeit.

Eine große technische und fachliche Hilfestellung bezüglich der Modelle und den Zugriff auf die Daten des DWD gaben mir der frühere Projektkoordinator Christian Koziar, der jetzige Koordinator beim DWD Andreas Röpnack sowie Dr. Thomas Hanisch und Dr. Klaus Stephan. Sie waren immer bemüht mir schnellstmöglich zu helfen. Danke dafür!

Den Mitarbeitern Theorie-Arbeitsgruppe Matthias Sommer, Tobias Selz, Thomas Schartner und Lisa Schielicke habe ich für die motivierenden Gespräche, die interessanten Diskussionen und das Korrekturlesen zu danken.

Für fröhliche und schöne Betriebsausflüge sowie Weihnachtsfeiern ist die Trumpf-Arbeitsgruppe immer zu haben. Aber auch die fachliche Hilfe kommt aus der Gruppe u.a. von Jürgen Fath, Dr. Sahar Sodoudi und Dr. Andreas Kerschbaumer nicht zu kurz.

Bei Dr. Katja Grunow und Dr. Andreas Kerschbaumer möchte ich besonders bedanken. In all den Jahren haben wir viel miteinander diskutiert und uns gegenseitig moralisch unterstützt bzw. gestützt. Aufgeben gibt's nicht! Auch das sorgfältige Korrekturlesen half beim Gelingen der Arbeit.

Nicht vergessen mich zu bedanken möchte ich bei Daniela Bleßmann, die eine riesige Hilfe bei der Programmierung des DSI war.

Was macht man, wenn man Probleme mit dem Computer hat. Man ruft die (71)112 an und landet zwar nicht bei der Feuerwehr, aber bei Thomas Bergmann. Gerade in den letzten Monaten der Arbeit, wo Festplatten kaputt gingen, rettete Thomas wichtige Daten und bescherte mir dadurch

keine schlaflosen Nächte. Bevor Thomas die Aufgabe der Rechnerbetreuung am Institut übernahm, kümmerte sich Dr. Ingo Kirchner um die Belange. Auch ihm gilt mein Dank!

Es gibt zwar die Redensart „Ein voller Bauch studiert nicht gern“, aber dennoch waren die Mittagsrunden (alt und neu) immer eine Bereicherung in Hinblick auf Politik, Fußball, Kino, Lebenshilfe,... Alle namentlich zu nennen, ist schwierig, da einige nicht mehr am Institut arbeiten. Aber das gemeinsame Mittagessen gab Kraft oder Ideen oder Motivation für die zweite Hälfte des Tages. Danke!

Dr. Vivien Lange las als erste und als Nichtmeteorologin die Arbeit Korrektur und hatte vermutlich keine Ahnung, was sie liest. Aber sie half mir Fehler auszubügeln. Für diese Mammutaufgabe bin ich ihr zu tiefstem Dank verpflichtet. Auch Lutz Haberland danke ich für das finale und schnelle Korrekturlesen der Arbeit.

Dann gilt ein „Danke schön“ an meine Freunde, die mich in manch langer oder kurzer Kneipennacht motiviert haben. Nicht zu vergessen meine Mutter, mein Bruder und meine Oma, die an mich geglaubt haben, dass ich irgendwann fertig werde. Kelvin, wie Du weißt, ging es in dieser Arbeit Niederschlag, aber ich habe dennoch an Dich gedacht.