

Fachbereich Erziehungswissenschaft und Psychologie der  
Freien Universität Berlin

Der Zusammenhang zwischen  
sprachlichen und mathematischen Kompetenzen  
bei Kindern deutscher und bei Kindern  
nicht-deutscher Familiensprache

Dissertation  
zur Erlangung des akademischen Grades  
Doktorin der Philosophie (Dr. phil.)

vorgelegt von  
Dipl.-Psych. Jennifer Paetsch  
Berlin, Januar 2016

Tag der Disputation: 18. März 2016

**Gutachterinnen und Gutachter**

Prof. Dr. Petra Stanat, Humboldt-Universität zu Berlin

Prof. Dr. Martin Brunner, Freie Universität zu Berlin

# INHALT

<b>1 THEORETISCHER RAHMEN DER ARBEIT .....</b>	<b>13</b>
<b>1.1 Einleitung.....</b>	<b>13</b>
<b>1.2 Die Rolle der Sprache beim Erwerb mathematischer Kompetenzen .....</b>	<b>16</b>
1.2.1 Die Bedeutung von Sprache in Lernprozessen .....	16
1.2.2 Sprachkompetenz als ein komplexes Konstrukt.....	18
1.2.3 Besondere Merkmale von Bildungssprache .....	21
1.2.4 Sprache in Kompetenzbeschreibungen für das Fach Mathematik .....	24
1.2.5 Sprachliche Anforderungen in Mathematik .....	29
1.2.6 Sprachliche Anforderungen mathematischer Modellierungsaufgaben .....	35
1.2.7 Kognitive Determinanten von Sprach- und Mathematikkompetenz.....	38
<b>1.3 Empirische Befunde zum Zusammenhang zwischen mathematischen und sprachlichen Kompetenzen .....</b>	<b>40</b>
1.3.1 Befunde aus Querschnittsstudien .....	41
1.3.2 Befunde aus Längsschnittstudien .....	44
1.3.3 Befunde zu sprachlichen Teilkompetenzen.....	47
1.3.4 Sprachliche Komplexität mathematischer Aufgaben – empirische Befunde.....	53
1.3.5 Zusammenfassung der Befundlage und Forschungsdesiderata.....	54
<b>1.4 Mathematische Kompetenzen von Zweitsprachlernenden .....</b>	<b>56</b>
1.4.1 Disparitäten in Mathematik: Die Rolle des Migrations- bzw. Sprachhintergrunds .....	56
1.4.2 Mathematische Entwicklungsverläufe von Zweitsprachlernenden .....	62
1.4.3 Erklärungsansätze für die gefundenen Disparitäten.....	64
<b>1.5 Forschungsfragen der vorliegenden Arbeit.....</b>	<b>71</b>
<b>1.6 Literatur .....</b>	<b>76</b>
<b>2 STUDIE 1: SPRACHKOMPETENZ ALS PRÄDIKTOR MATHEMATISCHER KOMPETENZENTWICKLUNG VON KINDERN DEUTSCHER UND NICHT-DEUTSCHER FAMILIENSPRACHE.....</b>	<b>97</b>
<b>2.1 Theoretischer Hintergrund.....</b>	<b>98</b>
2.1.1 Einleitung .....	98
2.1.2 Die Rolle sprachlicher Fähigkeiten beim Erwerb von Mathematikkompetenz .....	99
2.1.3 Sprachkompetenz als Prädiktor mathematischer Kompetenzentwicklung – empirische Befundlage .....	100
2.1.4 Unterschiede zwischen Zweitsprachlernenden und Lernenden, deren Familiensprache der Instruktionssprache entspricht .....	103

2.1.5	Unterschiede zwischen verschiedenen Herkunftsgruppen.....	105
<b>2.2</b>	<b>Fragestellungen .....</b>	<b>105</b>
<b>2.3</b>	<b>Methode .....</b>	<b>106</b>
2.3.1	Stichprobe.....	106
2.3.2	Instrumente.....	107
2.3.3	Analysestrategie .....	109
<b>2.4</b>	<b>Ergebnisse.....</b>	<b>110</b>
<b>2.5</b>	<b>Diskussion .....</b>	<b>118</b>
<b>2.6</b>	<b>Literatur .....</b>	<b>123</b>
<b>3</b>	<b>STUDIE 2: DER ZUSAMMENHANG VON SPRACHLICHEN UND MATHEMATISCHEN KOMPETENZEN BEI KINDERN MIT DEUTSCH ALS ZWEITSPRACHE.....</b>	<b>133</b>
<b>3.1</b>	<b>Einleitung.....</b>	<b>134</b>
<b>3.2</b>	<b>Theoretischer Hintergrund.....</b>	<b>135</b>
3.2.1	Sprachliche Anforderungen beim Erwerb mathematischer Kompetenzen .....	135
3.2.2	Besondere sprachliche Herausforderungen für Zweitsprachlernende.....	136
3.2.3	Empirische Befunde zum Zusammenhang mathematischer und sprachlicher Kompetenzen .....	137
<b>3.3</b>	<b>Fragestellung und Hypothesen .....</b>	<b>140</b>
<b>3.4</b>	<b>Methode .....</b>	<b>140</b>
3.4.1	Stichprobe.....	140
3.4.2	Instrumente.....	142
3.4.3	Analysestrategie .....	145
<b>3.5</b>	<b>Ergebnisse.....</b>	<b>145</b>
<b>3.6</b>	<b>Diskussion .....</b>	<b>150</b>
<b>3.7</b>	<b>Literatur .....</b>	<b>155</b>
<b>4</b>	<b>STUDIE 3: LONGITUDINALE ZUSAMMENHÄNGE ZWISCHEN SPRACHLICHEN KOMPETENZEN UND ELEMENTAREN MATHEMATISCHEN MODELLIERUNGSKOMPETENZEN BEI KINDERN MIT DEUTSCH ALS ZWEITSPRACHE .....</b>	<b>163</b>
<b>4.1</b>	<b>Einleitung.....</b>	<b>164</b>
<b>4.2</b>	<b>Theoretischer Hintergrund.....</b>	<b>165</b>
4.2.1	Sprachliche Anforderungen mathematischer Modellierungsaufgaben .....	165
4.2.2	Modellierungsaufgaben als Herausforderung für Zweitsprachlernende .....	169

<b>4.3 Fragestellungen .....</b>	<b>171</b>
<b>4.4 Methode .....</b>	<b>172</b>
4.4.1 Stichprobe.....	172
4.4.2 Instrumente.....	173
4.4.3 Analysestrategie .....	175
<b>4.5 Ergebnisse.....</b>	<b>178</b>
<b>4.6 Diskussion .....</b>	<b>183</b>
<b>4.7 Literatur .....</b>	<b>187</b>
<b>5 GESAMTDISKUSSION .....</b>	<b>195</b>
<b>5.1 Zusammenfassende Darstellung der Ergebnisse .....</b>	<b>195</b>
5.1.1 Disparitäten in Mathematik: Die Rolle von Sprachkompetenz.....	195
5.1.2 Zusammenhänge zwischen sprachlichen Teilkompetenzen und Mathematikkompetenz bei Kindern nicht-deutscher Familiensprache.....	198
5.1.3 Verschiedene mathematische Inhaltsbereiche und ihre Zusammenhänge mit Sprachkompetenz.....	200
5.1.4 Zusammenfassung.....	202
<b>5.2 Grenzen der vorliegenden Arbeit.....</b>	<b>203</b>
<b>5.3 Implikationen für die pädagogische Praxis .....</b>	<b>205</b>
5.3.1 Implikationen für die Zielgruppe von Sprachförderung.....	206
5.3.2 Implikationen für Ansätze des integrierten Fach- und Sprachlernens .....	207
5.3.3 Implikationen für die Lehrkräftebildung.....	211
<b>5.4 Zukünftige Forschungsfragen und Ausblick.....</b>	<b>213</b>
<b>5.5 Literatur .....</b>	<b>219</b>
<b>ERKLÄRUNGEN .....</b>	<b>229</b>
<b>LEBENS LAUF .....</b>	<b>233</b>
<b>PUBLIKATIONSVERZEICHNIS .....</b>	<b>234</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>237</b>



## ZUSAMMENFASSUNG

Die vorliegende Arbeit verfolgte das Ziel, neue Erkenntnisse zum Zusammenhang zwischen Sprach- und Mathematikkompetenz zu gewinnen. Der Fokus lag dabei auf Schülerinnen und Schülern nicht-deutscher Familiensprache, da angenommen wird, dass sprachliche Schwierigkeiten ein wesentlicher Erklärungsfaktor für die durchschnittlich geringeren mathematischen Kompetenzen dieser Heranwachsenden sind. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden drei Teilstudien durchgeführt, in denen die Zusammenhänge zwischen verschiedenen sprachlichen Teilkompetenzen und mathematischen Kompetenzen analysiert wurden. Zudem wurden die Disparitäten zwischen Kindern nicht-deutscher und Kindern deutscher Familiensprache untersucht.

Das Ziel von Teilstudie 1 bestand darin, anhand einer Längsschnittstudie den Einfluss von Lesekompetenz auf die Kompetenzentwicklung in Mathematik zu analysieren. Darüber hinaus wurde untersucht, ob Kinder nicht-deutscher Familiensprache unter Kontrolle des sozioökonomischen Status (SES) und der allgemeinen kognitiven Grundfähigkeiten geringere Lernzuwächse in Mathematik erzielen als Kinder deutscher Familiensprache. Erwartungskonform zeigte sich, dass die Lesekompetenz, auch unter Kontrolle des SES und der allgemeinen kognitiven Grundfähigkeiten, nicht nur signifikant mit der mathematischen Ausgangskompetenz zusammenhing, sondern darüber hinaus auch einen signifikanten Beitrag zur Vorhersage der mathematischen Lernzuwachsrate aller Schülerinnen und Schüler leistete. Obwohl die bestehenden Kompetenzunterschiede in Mathematik zwischen Kindern nicht-deutscher Familiensprache und deutscher Familiensprache teilweise durch die Lesekompetenz erklärt werden konnten, vergrößerten sich die Disparitäten nach Kontrolle des SES und der allgemeinen kognitiven Grundfähigkeiten zwischen Kindern deutscher und Kindern nicht-deutscher Familiensprache nicht.

Teilstudie 2 der vorliegenden Arbeit ging der Frage nach, welche sprachlichen Teilkompetenzen mit den mathematischen Leistungen von Kindern nicht-deutscher Familiensprache zusammenhängen. Es zeigte sich, dass nach Kontrolle der allgemeinen kognitiven Grundfähigkeiten Leseverstehen und Wortschatzkenntnisse, nicht jedoch Grammatikkompetenz mit mathematischen Leistungen zusammenhängen. Mathematische Fachwortschatzkenntnisse waren mit allen drei untersuchten sprachlichen Teilkompetenzen positiv assoziiert. Darüber hinaus zeigen die Ergebnisse, dass nicht nur die Leistungen in sprachlich anspruchsvollen, sondern auch die Leistungen in sprachlich wenig anspruchsvollen Mathematikaufgaben mit

den sprachlichen Kompetenzen der Lernenden zusammenhängen. Insgesamt stützt das Befundmuster die Annahme, dass für Zweitsprachlernende sprachliche Fähigkeiten nicht nur zur Bewältigung der sprachlichen Anforderungen, sondern auch zur Erfüllung der mathematischen Anforderungen der Testaufgaben notwendig sind.

In Teilstudie 3 wurden die longitudinalen Zusammenhänge zwischen Sprachkompetenz und elementarer mathematischer Modellierungskompetenz von Kindern nicht-deutscher Familiensprache anhand einer Latent-Change-Modellierung untersucht. Es zeigte sich nicht nur für das Leseverstehen, sondern darüber hinaus auch für die Grammatikkompetenz ein Zusammenhang mit der mathematischen Modellierungskompetenz. Während die sprachlichen Kompetenzen zu Beginn der Untersuchung keinen bedeutsamen Beitrag bei der Erklärung der Entwicklung der mathematischen Modellierungskompetenz im Verlauf der dritten Jahrgangsstufe leisteten, waren die Veränderungen des Leseverständnisses und die Veränderungen in der Grammatikkompetenz erwartungskonform positiv mit der Entwicklung der mathematischen Modellierungskompetenz assoziiert.

Die Ergebnisse der drei Studien unterstützen die Annahme, dass Kompetenzen in der Instruktionssprache für den Erwerb von Mathematikkompetenz wichtig sind. Es konnten neue Erkenntnisse zu Zusammenhängen zwischen verschiedenen sprachlichen Teilkompetenzen und verschiedenen mathematischen Inhaltsbereichen für Kinder nicht-deutscher Familiensprache gewonnen werden. Weiterhin konnte gezeigt werden, dass die sprachlichen Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern ein signifikanter Prädiktor für den Lernzuwachs in Mathematik sind. Die Arbeit liefert Hinweise auf mögliche Unterstützungsaktivitäten für Schülerinnen und Schüler, die aufgrund weniger gut ausgeprägter Sprachkompetenzen mit Schwierigkeiten im mathematischen Kompetenzerwerb konfrontiert sind.



## **Theoretischer Rahmen der Arbeit**



# 1 Theoretischer Rahmen der Arbeit

*„Die Mathematiker sind eine Art Franzosen: redet man zu ihnen, so übersetzen sie es in ihre Sprache, und dann ist es alsobald ganz etwas anderes.“*

Johann Wolfgang von Goethe

*„Mathematics education begins and proceeds in language, it advances and stumbles because of language, and its outcomes are often assessed in language.“*

Durkin, 1991, S. 3

## 1.1 Einleitung

Mathematik ist, ähnlich wie Lesen und Schreiben, eine zentrale Technik unseres Alltags. Wie erfolgreich mathematische Kompetenzen während der Schulzeit erworben werden, beeinflusst nicht nur den schulischen und beruflichen Erfolg, sondern es ist anzunehmen, dass darüber hinaus auch die Fähigkeit, alltägliche Herausforderungen zu bewältigen, von mathematischen Kompetenzen abhängt: Möchte man beispielsweise verstehen, wie viel bei Sonderangeboten gespart wird, muss man Prozentrechnung beherrschen (z. B. *10 % auf bereits reduzierte Waren*); auch die eigenen Kontoauszüge können nur verstanden werden, wenn man ein Konzept von negativen Zahlen entwickelt hat. Schülerinnen und Schüler, die die Schule absolviert haben, sollten über mathematisches Wissen verfügen, das sie zur Bewältigung ihres Alltags befähigt und sie möglichst optimal auf berufliche Anforderungen vorbereitet. Wie die Befunde aus Schulleistungsstudien zeigen, wird dieses Ziel von einem nicht unerheblichen Anteil an Schülerinnen und Schülern verfehlt: Beispielsweise zeigen die PISA-Ergebnisse von 2012, dass 18 % der Jugendlichen in Deutschland die Kompetenzstufe 2 in Mathematik nicht erreichen. Für diese Schülerinnen und Schüler ist anzunehmen, dass sie nur einfache Verfahren oder Regeln zur Lösung von Aufgaben mit ganzen Zahlen anwenden können (OECD, 2013).

Was ist ein *Quotient*? Was heißt *Anteil von*? Was bedeutet die Aussage *Eine Zahl ist durch 3 teilbar, wenn ihre Quersumme durch 3 teilbar ist*. Diese Beispiele veranschaulichen, dass mathematisches Wissen eng mit Sprache verknüpft ist. Die ursprüngliche Annahme, dass sich Mathematik weniger durch sprachliche Komplexität auszeichnet als andere Domänen, hat sich in den letzten Jahrzehnten erheblich gewandelt. Nunmehr besteht Einigkeit, dass Sprache in Mathematik eine ebenso wichtige Rolle beim Erlernen der Inhalte spielt wie in anderen Fächern auch (z. B. Prediger & Özdil, 2011). Aufbauend auf Forschungsarbeiten der 1970er und 1980er Jahre (Halliday, 1978; Pimm, 1987) wird in der Mathematikdidaktik Sprache als wichtiger Faktor im Rahmen der mathematischen Kompetenzvermittlung betrachtet und den kommunikativen Prozessen eine wichtige Bedeutung für den mathematischen Kompetenzerwerb zugeschrieben (z. B. Schleppegrell, 2010). Dabei hat sich gezeigt, dass die sprachlichen Anforderungen, die von Lernenden im Rahmen der mathematischen Kompetenzvermittlung bewältigt werden müssen, weit über den Erwerb und die angemessene Verwendung des Fachvokabulars hinausgehen (Pimm, 1987, Schleppegrell, 2010).

Lernende, deren Familiensprache nicht der Instruktionssprache entspricht (Zweitsprachlernende<sup>1</sup>), verfügen häufig über geringere Sprachfähigkeiten als ihre Mitschülerinnen und Mitschüler (Schwippert, Wendt & Tarelli, 2012). Daher wird angenommen, dass die sprachlichen Anforderungen in Mathematik eine besondere Hürde für ihr fachliches Lernen bilden. Dies legen die Befunde aktueller Schulleistungsstudien nahe, die darauf hinweisen, dass Zweitsprachlernende auch unter Kontrolle des sozioökonomischen Status (SES) geringere Mathematikkompetenzen aufweisen als ihre Mitschülerinnen und Mitschüler, die in ihrer Familie die Instruktionssprache sprechen (Tarelli, Schwippert & Stubbe, 2012). Der Zusammenhang zwischen Sprach- und Mathematikkompetenz konnte zwar bereits in einigen Studien nachgewiesen werden (z. B. Leutner, Klieme, Meyer, Wirth (2004), bislang fehlt es jedoch an Arbeiten, die untersuchen, *welche* sprachlichen Kompetenzen für (Zweitsprach)lernende zur erfolgreichen Bewältigung der Anforderungen im mathematischen Kompetenzerwerb eine Rolle spielen. Antworten auf diese offene Forschungsfrage könnten dazu beitragen, die Kompensation von sprachbedingten Ungleichheiten in Mathematik durch die Förderung der entsprechenden Sprachkompetenzen zu optimieren.

---

<sup>1</sup>Im Weiteren werden die Bezeichnungen *Lernende, deren Familiensprache nicht der Instruktionssprache entspricht* und *Zweitsprachlernende* synonym verwendet.

Anknüpfend an den bisherigen Forschungsstand verfolgt die vorliegende Arbeit das Ziel, den Zusammenhang zwischen Sprach- und Mathematikkompetenz bei Schülerinnen und Schülern nicht-deutscher Familiensprache genauer zu untersuchen. Dabei bildet die Untersuchung der relativen Bedeutung verschiedener sprachlicher Teilkompetenzen für den mathematischen Kompetenzerwerb einen Schwerpunkt: Während frühere Studien den Zusammenhang zwischen Leseverständnis und Mathematikkompetenz fokussierten, wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit auch die Rolle von Wortschatzkenntnissen und Grammatikkompetenz untersucht.

Zwar belegen die Befunde aktueller Schulleistungsstudien, dass Zweitsprachlernende geringere Mathematikkompetenz aufweisen als ihre Mitschülerinnen und Mitschüler, die in ihrer Familie die Instruktionssprache sprechen (Tarelli, Schwippert & Stubbe, 2012), unklar ist jedoch, ob sich die mathematische Kompetenzentwicklung zwischen den Gruppen unterscheidet. Da die sprachlichen Anforderungen des Mathematikunterrichts zu vergleichsweise geringeren Kompetenzzuwächsen von Zweitsprachlernenden führen könnten, besteht ein weiteres Ziel der vorliegenden Arbeit darin, zu untersuchen, ob differenzielle Leistungsentwicklungen in Mathematik in Abhängigkeit von der Familiensprache (deutsch/nicht-deutsch) zu beobachten sind.

Die vorliegende Arbeit gliedert sich wie folgt: In dem einleitenden Kapitel wird zunächst die Rolle der Sprache beim Erwerb mathematischer Kompetenzen näher beleuchtet. Daran anknüpfend wird der aktuelle Forschungsstand zum Zusammenhang zwischen mathematischen und sprachlichen Kompetenzen dargestellt. Des Weiteren wird die Befundlage zu mathematischen Kompetenzen von Zweitsprachlernenden ausführlich beschrieben. Anschließend werden die Forschungsfragen der vorliegenden Arbeit aus dem Stand der Forschung abgeleitet. Nachfolgend werden die drei Teilstudien zur Beantwortung der Fragestellungen dieser Arbeit vorgestellt. Die Arbeit schließt mit einer Diskussion, in der die zentralen Befunde zusammenfassend dargestellt und unter Einbezug des theoretischen Hintergrundes diskutiert werden. Abschließend werden die Bedeutung der Arbeit und ihrer Ergebnisse für die pädagogische Praxis sowie Anknüpfungspunkte für die zukünftige Forschung erörtert.

## **1.2 Die Rolle der Sprache beim Erwerb mathematischer Kompetenzen**

In der Schule werden die Inhalte aller Fächer über Sprache vermittelt, weshalb eine ausreichende Sprachkompetenz für den erfolgreichen schulischen Kompetenzerwerb in jedem Fach erforderlich ist (z. B. Becker-Mrotzek, Schramm, Thürmann, Vollmer, 2013; Michalak, 2014; Schleppegrell, 2004). Dabei lassen sich in Lernprozessen fächerübergreifende Aspekte und Funktionen von Sprache von den fachspezifischen Besonderheiten einzelner Domänen (wie z. B. Mathematik) unterscheiden. Um zu verstehen, welche Rolle Sprache beim Erwerb mathematischer Kompetenzen spielt bzw. welche Anforderungen das Fach Mathematik an die Sprachkompetenz der Lernenden stellt, ist es erforderlich, sowohl die fächerübergreifenden als auch die fachspezifischen Aspekte zu berücksichtigen (Schleppegrell 2004, Schleppegrell, 2007, Vollmer & Thürmann, 2013). Bevor im Rahmen dieser Arbeit auf die mathematikspezifischen Aspekte von Sprache näher eingegangen wird, werden deshalb im Folgenden zuerst allgemeine theoretische Überlegungen zur Rolle von Sprache in schulischen Lernprozessen dargestellt.

### **1.2.1 Die Bedeutung von Sprache in Lernprozessen**

Im komplexen Vorgang des Lernens ist Sprache von fundamentaler Bedeutung. Dabei wird insbesondere in konstruktivistischen und soziokulturellen Lerntheorien auf das enge Verhältnis von Sprache und Lernen verwiesen (Schleppegrell, 2010). So wird konstruktivistischen Theorien zufolge neues Wissen auf der Basis des bereits vorhandenen Vorwissens vom Lernenden in Interaktion mit der Umwelt aktiv konstruiert (z. B. Reusser, 2001). Der Schaffung von förderlichen Lerngelegenheiten und dabei insbesondere der Kommunikation über fachliche Inhalte wird für die Konstruktion adäquater mentaler Repräsentationen und somit für die Entwicklung von Kompetenzen ein hoher Stellenwert zugeschrieben (z. B. Cobb, Yackel, McClain, 2000). Konstruktivistische Lerntheorien betonen also die Wichtigkeit des Austauschs zwischen Lernenden bzw. zwischen Lernenden und Lehrenden und messen somit dem sozialen Interaktionsprozess eine zentrale Bedeutung für die aktive Konstruktion des Wissens bei. Empirische Hinweise für diese Annahme liefern Untersuchungen, die zeigen, dass Schülerinnen und Schüler von Lehrkräften mit konstruktivistischen Überzeugungen größere Lerngewinne erzielen (Staub & Stern, 2002).

Die soziokulturelle Theorie hebt vor allem die soziale Dimension des Lernprozesses hervor (z. B. Adler, 1997, Vygotsky, 1978). Dabei wird betont, dass Wissensentwicklung vor allem auf die direkte Interaktion mit anderen Personen angewiesen ist. Im Gegensatz zu den konstruktivistischen Theorien stehen hier also weniger die individuellen kognitiven Prozesse der Wissenskonstruktion, sondern vielmehr die sozialen Prozesse der Lernumgebung im Vordergrund. Neues Wissen entsteht demzufolge vor allem durch soziale und diskursive Aktivitäten. In ähnlicher Weise argumentieren Vertreter der funktionalen Linguistik, wie Halliday (1978), dass Sprache ausgehend von ihrer (sozialen) Funktion betrachtet werden sollte, um zu verstehen, wie die Sprache in einem bestimmten Kontext (z. B. Mathematik) beschaffen ist bzw. verwendet wird.

Die Grundannahmen konstruktivistischer und soziokultureller Theorien spiegeln sich auch in aktuellen fachdidaktischen Forschungsansätzen wider (z. B. Cobb, et al., 2000; Linneweber-Lammerskitten, 2013). Sprache wird hier nicht nur als ein Medium für die Kommunikation fachlicher Inhalte betrachtet, sondern als notwendige Voraussetzung für den Erwerb bzw. die Konstruktion fachlichen Wissens. Besonders hervorgehoben wird in diesem Zusammenhang die kognitive Funktion von Sprache, d. h. Sprache wird verstanden als ein Werkzeug zur Erkenntnisgewinnung, ohne das Wissen nicht strukturiert und erweitert werden kann (Maier & Schweiger, 1999; Prediger, Wilhelm, Büchler, Benholz & Gürsoy, 2015; Prediger, 2013). Dabei wird angenommen, dass komplexe kognitive Prozesse spezifische sprachliche Ausdrucksmöglichkeiten und Aktivitäten voraussetzen (Schleppegrell, 2004; Prediger, 2015). Aus diesem Grund wird den Artikulations- und Reflexionsphasen, die eine aktive Auseinandersetzung der Lernenden mit den fachlichen Inhalten ermöglichen und in denen sie sich über Bedeutungen und Interpretationen austauschen können, für den Kompetenzerwerb eine wichtige Rolle zugeschrieben (Elbers & de Haan, 2005; Moschkovich, 2002; Prediger, 2010;).

Die Annahmen konstruktivistischer und soziokultureller Theorien zur Bedeutung von Sprache in Lernprozessen bilden den Ausgangspunkt der vorliegenden Arbeit, da sie den Zusammenhang zwischen Sprache und schulischem Kompetenzerwerb begründen. Aus diesen theoretischen Überlegungen lässt sich schlussfolgern, dass ausreichende Sprachkompetenz eine wichtige Voraussetzung für den schulischen Kompetenzerwerb in allen Fächern darstellt. Lernende, die den Anforderungen an Sprachproduktion und –rezeption im Unterrichtsgeschehen nicht gerecht werden, erhalten nur eingeschränkten Zugang zum Wissen

(Barwell, 2005; Prediger & Özdil, 2011). Sprachkompetenz ist dabei als ein komplexes theoretisches Konstrukt zu verstehen (Jude, 2008), das im Folgenden näher beschrieben wird.

### **1.2.2 Sprachkompetenz als ein komplexes Konstrukt**

Für das Konstrukt Sprachkompetenz liegen aus verschiedenen Forschungsbereichen (z. B. Linguistik, pädagogisch-psychologische Diagnostik, Sprachdidaktik) unterschiedliche Definitionen und Modelle vor (für einen Überblick siehe Jude, 2008). Theoretische Ansätze der psychologischen und pädagogischen Forschung, die das Lernen und Lehren von Sprache fokussieren, basieren auf der Annahme, dass sich Sprachkompetenz in mehrere Teilkompetenzen aufschlüsseln lässt, die empirisch erfasst werden können und Aussagen über das Kompetenzniveau von Lernenden ermöglichen (Jude & Klieme, 2007). Dabei steht häufig die Frage nach der Struktur von Sprachkompetenz, d. h. in welche Teilbereiche sich Sprachkompetenz unterteilen lässt und wie diese Bereiche zusammenhängen, im Vordergrund (Jude, 2008). Auch im Rahmen der vorliegenden Arbeit, die das Ziel verfolgt, den Zusammenhang zwischen Sprach- und Mathematikkompetenz genauer zu untersuchen, ist von Relevanz, welche sprachlichen Kompetenzbereiche voneinander unterschieden werden können. Dabei ist zu berücksichtigen, dass „theoretische Modelle zur Sprachkompetenz (...) oft viele Dimensionen und Facetten [postulieren], deren empirische Abbildung nicht immer gelingt. Von Interesse für die angewandte Bildungsforschung (...) sind (...) vor allem jene Kompetenzbereiche, die unabhängig voneinander gemessen werden können.“ (Jude & Klieme, 2007, S. 12).

Grundsätzlich lässt sich Sprachkompetenz anhand von zwei Dimensionen beschreiben (z. B. Jude & Klieme, 2007; Jude, 2008; Storch, 2008): Erstens wird nach dem verwendeten Medium zwischen mündlich (Hören/Sprechen) oder schriftlich (Lesen/Schreiben) realisierter Sprache unterschieden und zweitens wird nach der eingenommenen Position in der Kommunikation zwischen produktiver oder rezeptiver Sprachkompetenz unterschieden. Rezeptive Kompetenz meint die Fähigkeit, sprachliche Äußerungen zu verstehen (d. h. Hör- oder Leseverstehen) und produktive Kompetenz die Fähigkeit, sprachliche Äußerungen zu erzeugen (d. h. Sprechen oder Schreiben). Dabei scheint die passive Beherrschung die aktive zu inkludieren, aber nicht umgekehrt. Beispielsweise ist der passive Wortschatz größer als der aktive (Portmann, 1993).



Die Unterschiede zwischen gesprochener und geschriebener Sprache wurden seit den 1970er Jahren genauer untersucht (Fiehler, Barden, Elstermann, Kraft, 2004). Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass eine ausschließliche Differenzierung anhand des Mediums (mündlich vs. schriftlich realisierte Sprache) unzureichend erscheint. Vielmehr gibt es Formen der Kommunikation, die mündlich realisiert werden und dennoch Eigenschaften geschriebener Sprache aufweisen (z. B. der Vortrag eines Wissenschaftlers) sowie Kommunikationsformen, die schriftlich produziert werden und Merkmale mündlicher Kommunikation aufweisen (z. B. private Briefe, Chat). Koch und Oesterreicher (1985) unterscheiden deshalb in ihrem Modell zwischen dem *Medium* und der *Konzeption* von sprachlichen Ausdrucksformen. Für das Medium lässt sich der phonische von dem graphischen Code klar voneinander unterscheiden, während konzeptionelle Mündlichkeit bzw. Schriftlichkeit zwei Pole eines Kontinuums bilden. Ein Brief wäre somit dem graphischen Code zuzuordnen und kann konzeptionell mündliche und konzeptionell schriftliche Merkmale enthalten. Konzeptionell schriftliche Äußerungen zeichnen sich nach Koch und Oesterreicher (1985) insbesondere durch ihre, im Vergleich zu konzeptionell mündlichen Äußerungen, stärkere Kontextunabhängigkeit aus, d. h. eine zeitlich und räumlich unabhängige Kommunikation wird realisiert. Eine größere Informationsdichte, Kompaktheit, Integration, Komplexität, Elaboriertheit und Planung stellen dabei konkrete Merkmale konzeptionell schriftlicher Äußerungen dar (Koch & Oesterreicher, 1985).

Um zu verstehen, welche Anforderungen schulische Lernprozesse an die sprachlichen Kompetenzen der Lernenden stellen, erscheint zudem die Perspektive der funktionalen Linguistik besonders geeignet (Gibbons, 2006). In Theorien der funktionalen Linguistik wird postuliert, dass Sprache vorrangig ausgehend von ihren Funktionen im jeweiligen Kontext beschrieben werden sollte, und nicht von der Form (z. B. Halliday, 1978; Schleppegrell, 2004). Unterschiede zwischen der in der Schule verwendeten Sprache und der im Alltag verwendeten Sprache bzw. Unterschiede in der Sprachverwendung zwischen Fächern konstituieren sich demnach durch unterschiedliche Funktionen von Sprache (Schleppegrell, 2004). Nach Ehlich (2007, S. 18) lassen sich drei Haupt-Funktionsbereiche von Sprache unterscheiden: Erstens die interaktionale Funktion, d. h. durch den Einsatz von Sprache werden Ziele in der Interaktion mit anderen verfolgt, zweitens die erkenntnisbezogene Funktion, d. h. durch Versprachlichung wird Wissen plastisch, dauerhaft und veränderbar und drittens die

kommunitäre Funktion, d. h. Sprache dient dem Ausdruck von Gemeinsamkeiten, Unterschieden, Zusammengehörigkeit und Identität.

Die funktionale Perspektive spiegelt sich auch in aktuellen Definitionen von Sprachkompetenz wider: Sprachkompetenz wird hier als übergeordnetes Konstrukt definiert, das als Befähigung zur Bewältigung von verschiedenen sprachlichen Anforderungen in unterschiedlichen Situationen definiert ist und verschiedene produktive und rezeptive Teilkompetenzen umfasst (Jude & Klieme, 2007; Klieme, 2004:). Auch Ehlich (2007) beschreibt Sprachkompetenz als ein aus unterschiedlichen sprachlichen Teilfähigkeiten zusammengesetztes Konstrukt:

Die Befähigung zu einer (...) hinreichenden sprachlichen Kompetenz erfordert die Aneignung und Entfaltung einer Reihe von Einzelfähigkeiten, die freilich nicht isoliert gegeneinander sind (...). Es geht also um einen ganzen Qualifikationsfächer, der angeeignet und systematisch ausgebaut wird. (Ehlich, 2007, S. 11 ff)

Sprachkompetenz, verstanden als Befähigung zu angemessenem sprachlichem Handeln in verschiedenen Situationen, setzt sich nach Ehlich (2007) aus phonischer, pragmatischer, semantischer, morphologisch-syntaktischer, diskursiver und literaler Qualifikation zusammen. Die phonische Qualifikation betrifft die Wahrnehmung, Unterscheidung und Produktion von Lauten, Silben, Wörtern. Die pragmatische Qualifikation betrifft die sprachliche Handlungsfähigkeit, d. h. Handlungsziele anderer erkennen und eigene Handlungsziele erreichen zu können. Die semantische Qualifikation umfasst den aktiven und passiven Wortschatz sowie größere semantische Einheiten, wie Kollokationen (gemeinsames Auftreten von Wörtern, z. B. *Tagebuch führen*) und Redewendungen (z. B. *Eine Hand wäscht die andere*). Die morphologisch-syntaktische Qualifikation umfasst die Fähigkeit, sprachliche Formen, Wortkombinationen und Sätze zu verstehen und zu produzieren. Die diskursive Qualifikation betrifft die Fähigkeit, mit Interaktionspartnern in einen Austausch zu treten. Dazu gehört z. B. die angemessene Platzierung und Durchführung eines Redebeitrags sowie die Berücksichtigung von Prinzipien des Sprecherwechsels. Die literale Qualifikation betrifft das Erkennen von Schriftzeichen, Lesekompetenz und Orthographie. Es wird angenommen, dass die verschiedenen Qualifikationen bzw. Teilfähigkeiten von Sprachkompetenz eng miteinander verbunden sind, d. h. dass Kompetenzzuwächse in einzelnen Teilbereichen, wie z. B. der

Grammatikkompetenz, mit Zuwächsen in anderen Teilbereichen, wie z. B. der Lesekompetenz, einhergehen (Ehlich, Bredel & Reich, 2008).

Im Vergleich zum Alltag sind schulische Lernprozesse durch besondere Funktionen von Sprache gekennzeichnet. Im Rahmen des umfassenden Erziehungs- und Bildungsauftrags der Schule (z. B. Senatsverwaltung für Bildung, Wissenschaft und Forschung Berlin, 2004) kommen zwar alle drei der von Ehlich (2007) postulierten Hauptfunktionsbereiche zum Tragen, für den Erwerb fachlicher Inhalte ist jedoch die erkenntnisbezogene Funktion hervorzuheben. Welche Merkmale Sprache (fächerübergreifend) in der Schule aufweist, wird im nächsten Abschnitt genauer dargelegt.

### 1.2.3 Besondere Merkmale von Bildungssprache

Auf die wichtige Bedeutung von Sprachkompetenz für einen erfolgreichen Bildungsweg von Schülerinnen und Schülern ist bereits mehrfach von verschiedenen Autorinnen und Autoren hingewiesen worden (vgl. z. B. Ahrenholz, 2010; Gogolin & Lange, 2011; Stanat, 2006). In diesem Zusammenhang wird betont, dass sich die für Bildungsprozesse relevante Sprache von der in Alltagssituationen verwendeten Sprache in einigen wesentlichen Aspekten, wie beispielsweise im verwendeten Wortschatz oder in den verwendeten grammatischen Strukturen, unterscheidet (Bailey & Butler, 2003; Cummins, 2000). Die in der Schule verwendete Sprache, um Wissen zu erwerben und weiterzugeben, wird, in Abgrenzung zur Alltagssprache, als *Bildungssprache* (Gogolin, 2006) bzw. *academic language* (Schleppegrell, 2004) bezeichnet. Ausgehend von Theorien der funktionalen Linguistik wird postuliert, dass sich das sog. *sprachliche Register* zwischen Bildungssprache und Alltagssprache unterscheidet (z. B. Schleppegrell, 2004). Als sprachliches Register wird dabei das Gebrauchsmuster bezeichnet, das in unterschiedlichen Situationen voneinander abweicht; je nach Kontext variiert die Funktion von Sprache und infolgedessen werden verschiedene formale Regeln wirksam. Dabei soll erst die Unterscheidung von verschiedenen sprachlichen Registern es ermöglichen, die zugrunde liegenden allgemeinen Prinzipien, die zu einer sprachlichen Variation führen, zu erkennen:

The notion of register is at once very simple and very powerful. It refers to the fact that the language we speak or write varies according to the type of situation. This in itself is no more than stating the obvious. What the theory of register does is to attempt to uncover the general principles which gov-

ern this variation, so that we can begin to understand what situational factors determine what linguistic features. (Halliday, 1978, S. 31f)

Nach den Theorien der funktionalen Linguistik lässt sich Sprache nur ausgehend von ihren Funktionen im jeweiligen Kontext beschreiben (Schleppegrell, 2004). Für die Schule sind kontextreduzierte Situationen charakteristisch, in denen das Umfeld den Lernenden wenig über die Sprache hinausgehende Informationen liefert, die zur Bedeutungskonstruktion herangezogen werden könnten. Im Vergleich zu Alltagssituationen kann in schulischen Situationen folglich weniger häufig implizit, z. B. durch den Einsatz von Mimik und Gestik, auf Sachverhalte verwiesen werden. Stattdessen ist eine explizite Benennung bzw. sprachliche Beschreibung erforderlich. Darüber hinaus gewinnen in schulischen Lernsituationen bestimmte, im Alltagskontext eher weniger gebräuchliche Funktionen von Sprache, wie das Beschreiben, Erklären, Definieren oder Vergleichen an Bedeutung. Damit einher gehen spezifische sprachliche Merkmale der in Bildungskontexten verwendeten Sprache. Während das alltagssprachliche Register geprägt ist von konzeptioneller Mündlichkeit und geringer Explizitheit, zeichnet sich das bildungssprachliche Register durch konzeptionelle Schriftlichkeit (auch bei medialer Mündlichkeit, Koch & Oesterreicher, 1985) und eine möglichst eindeutige, aufwändige Ausdrucksweise aus (z. B. Gellert, 2011; Schleppegrell, 2004).

Für das Englische liegen bereits erste, auf systematischen Analysen beruhende Charakterisierungen bildungssprachlicher Merkmale vor (Schleppegrell, 2004). Dies ist für das Deutsche bislang nicht der Fall (z. B. Ahrenholz, 2010), sodass insgesamt Einigkeit besteht, dass „in systematischer Hinsicht noch weitgehend ungeklärt [ist], welche Besonderheiten Bildungssprache (...) aufweist, welche dieser Eigenheiten Kindern besondere Schwierigkeiten bereiten und wie diese Schwierigkeiten effektiv überwunden werden können“ (Redder et al., 2011, S. 31). Eine Ursache für die fehlende Spezifizierung der Besonderheiten von Bildungssprache liegen u. a. in der schwierigen Abgrenzung der verschiedenen Register, da jeder Text und jede Kommunikation im Unterricht Elemente verschiedener Register aufweist (Ahrenholz, 2010).

Die Merkmale von Bildungssprache, die für das Deutsche angenommen werden, stimmen im Wesentlichen mit denen des Englischen überein (Heppt, Haag, Böhme & Stanat, 2014; für einen Überblick siehe Eckhardt, 2008). Bildungssprache im Deutschen zeichnet sich demnach durch vergleichsweise komplexe grammatische Strukturen (z. B. häufigere Verwendung von Passivkonstruktionen, lange Nominalphrasen, komplexe Satzkonstruktio-

nen) und die Verwendung eines bildungssprachlichen Wortschatzes aus (z. B. Bailey & Butler, 2003; Schleppegrell, 2004). Dabei werden mit dem Begriff Bildungssprache vor allem jene sprachlichen Merkmale und Funktionen bezeichnet, die fächerübergreifend bei der Behandlung von schulischen Lerninhalten zum Tragen kommen und sich dadurch von den jeweiligen Fachsprachen abgrenzen lassen. So wird beispielsweise zwischen fachsprachlichem Wortschatz (z. B. *addieren*) und allgemein bildungssprachlichem Wortschatz (z. B. *vervollständigen*) unterschieden.

Nicht unwesentlich wurde das Konzept der Bildungssprache von Cummins' (2000, 2002) theoretischen Überlegungen beeinflusst. Cummins' (2000) theoretischem Ansatz zufolge müssen Schülerinnen und Schüler zur erfolgreichen Bewältigung der sprachlichen Anforderungen in Lernkontexten andere Kompetenzen beherrschen als für die Kommunikation in Alltagssituationen. Cummins (2000) unterscheidet hier BICS (*basic interpersonal communication skills*) und CALP (*cognitive academic language proficiency*). BICS sind dabei zur Kommunikation in Alltagssituationen, d. h. für die sozial eingebettete Kommunikation, die in der Regel dem Austausch kognitiv weniger anspruchsvoller Inhalte dient und durch Gestik und Mimik unterstützt wird, ausreichend. Im schulischen Kontext, d. h. für den Erwerb kognitiv anspruchsvoller Inhalte, gewinnen komplexere linguistische Merkmale, unabhängig von der unmittelbaren Situation, in der kommuniziert wird, an Bedeutung. In diesem Kontext sind CALP erforderlich. Auch wenn Cummins' Unterscheidung zwischen BICS und CALP weitreichenden Einfluss auf spätere Arbeiten hatte, wurde sie vielfach kritisiert. Dabei wird insbesondere die fehlende theoretische und empirische Fundierung der Differenzierung sprachlicher Kompetenzen hervorgehoben (Stanat, Baumert & Müller, 2005).

In Abhängigkeit ihrer außerschulischen Erfahrungen unterscheiden sich die Voraussetzungen zum Erwerb der Bildungssprache, über die Kinder verfügen. Für Schülerinnen und Schüler, die in ihren Familien ähnliche kulturelle Praktiken bzw. sprachliche Register wie in der Schule kennenlernen, besteht die Möglichkeit, diese in den Schulkontext zu transferieren. Hingegen bleibt Kindern, die nur wenig außerschulische Erfahrungen mit bildungssprachlichen Anforderungen machen, diese Möglichkeit verwehrt; sie müssen bildungssprachliche Kompetenzen in der Schule erwerben (Gogolin & Lange, 2011). Zevenbergen (2001) beschreibt die Möglichkeit für Kinder, Erfahrungen in sprachlich anspruchsvollen außerschulischen Situationen machen zu können, als eine Form von Kapital und meint damit, dass dies als eine Ressource für den Bildungserfolg angesehen werden kann: „It beco-

mes possible to see the language experience of the students as forms of capital that can be exchanged for success“ (S. 47).

Für Kinder aus zugewanderten Familien und für Kinder aus bildungsfernen Haushalten wird angenommen, dass die Voraussetzungen für den Erwerb bildungssprachlicher Kompetenzen aufgrund geringer außerschulischer Erfahrungen mit bildungssprachlichen Anforderungen besonders ungünstig sind (z. B. Gogolin & Lange, 2011; Weinert & Ebert, 2013). Empirische Hinweise darauf zeigten sich in der Studie von Heppt, et al. (2014), in der bildungssprachliche Merkmale in Texten für Schülerinnen und Schüler, die in ihrer Familie nicht die Instruktionssprache sprechen, und für Lernende aus Familien mit niedrigem SES besondere Schwierigkeiten verursachten.

Die sprachlichen Anforderungen in der Schule generieren sich jedoch nicht nur aus den beschriebenen fächerübergreifenden Merkmalen der Bildungssprache, sondern gerade auch aus den fachspezifischen sprachlichen Besonderheiten der verschiedenen Domänen (Linne-weber-Lammerskitten, 2013; Prediger, 2013). Erst durch den Bezug zu den fachlichen Inhalten und die Berücksichtigung der damit verbundenen fachspezifischen sprachlichen Funktionen und Besonderheiten (vgl. Schleppegrell, 2007) lassen sich die sprachlichen Anforderungen, die sich an Lernende im Rahmen des schulischen Kompetenzerwerbs der verschiedenen Fächer stellen, vollständig erfassen. In Bezug auf die einzelnen Fächer gilt es deshalb, die spezifischen kognitiven und sprachlichen Anforderungen in den Blick zu nehmen, die sich aus den jeweiligen fachlichen Inhalten und Erwerbsprozessen ergeben (Becker-Mrotzek, et al., 2013). In Hinblick auf das Fach Mathematik, welches in der vorliegenden Arbeit im Fokus der Betrachtung steht, stellt sich somit die Frage, welche sprachlichen Anforderungen an die Lernenden hier gestellt werden. Anhand aktueller Kompetenzbeschreibungen, die für das Fach Mathematik vorliegen, lässt sich erkennen, dass Sprach- und Mathematikkompetenz eng miteinander verbunden sind. Im nächsten Abschnitt wird dieser Sachverhalt näher beleuchtet.

#### **1.2.4 Sprache in Kompetenzbeschreibungen für das Fach Mathematik**

Im Mathematikunterricht, wie in anderen Fächern auch, fungiert die Sprache als Lernmedium: So wird das konzeptuelle Verständnis mathematischer Begriffe, Operationen und Prinzipien in der Schule überwiegend sprachlich vermittelt bzw. in der Interaktion mit anderen von den Lernenden aktiv konstruiert (Ellerton & Clarkson, 1996; Prediger, 2013). Sprache

hat in Mathematik jedoch auch eine Rolle, die über die des Lernmediums hinausgeht. „Mathematics is a language“, die von Pimm (1987, S. 3ff) verwendete Metapher, verdeutlicht den funktionalen Aspekt von Sprache und bringt darüber hinaus zum Ausdruck, dass Sprache als ein integrativer Bestandteil von Mathematik verstanden werden kann: „Thinking about language and mathematics as separate entities seems inappropriate. It is how language is modified as a result of attempting to communicate mathematical ideas and perceptions which is of far greater import“ (Pimm, 1987, S. 196).

Auch in aktuellen Kompetenzbeschreibungen spiegelt sich wider, dass Sprachkompetenz als integrativer Bestandteil mathematischer Kompetenz betrachtet werden kann. Beispielsweise lässt die Definition mathematischer Grundbildung (*mathematical literacy*) der PISA-Studie erkennen, dass mathematische Kompetenz nur erlangt werden kann, wenn auch sprachbezogene Kompetenzen vorhanden sind bzw. erworben werden. *Mathematical Literacy* wird hier beschrieben als:

(...) an individual's capacity to identify and understand the role that mathematics plays in the world, to make well-founded judgements and to use and engage with mathematics in ways that meet the needs of that individual's life as a constructive, concerned and reflective citizen. (OECD, 2003, S. 24)

In weiteren Beschreibungen der mathematischen Grundbildung werden u. a. folgende Kompetenzerwartungen genauer formuliert (OECD, 2003, S. 24ff; vgl. Linneweber-Lammerskitten, 2013): Schülerinnen und Schüler sollen

- mathematisches Wissen in einer Vielzahl von unterschiedlichen Situationen angemessen anwenden können,
- erkennen und verstehen, welche Rolle die Mathematik in der eigenen Umwelt (d. h. im sozialen und kulturellen Umfeld, in dem man lebt) spielt,
- Probleme unter Rückgriff auf mathematisches Wissen lösen und Urteile abgeben, begründen bzw. interpretieren können,
- Mathematik in einer Art und Weise nutzen, die den individuellen Bedürfnissen des beruflichen und sozialen Lebens entspricht.

Diese auf hohem Abstraktionsniveau formulierte Kompetenzbeschreibung zielt auf die Fähigkeit ab, mathematisches Wissen flexibel anzuwenden. Dabei lässt sich anhand der Ausführungen erkennen, dass mathematisches Wissen alleine nicht genügt. Vielmehr sind auch

ausreichende sprachliche Kompetenzen eine Voraussetzung für die flexible Anwendung. Beispielsweise wird betont, dass mathematisches Wissen im sozialen Umfeld zur Anwendung kommen soll. Dies setzt implizit die Fähigkeit zur Interaktion mit anderen voraus und wird in der Kompetenzbeschreibung durch die Verwendung von Ausdrücken wie „identify and understand“ oder „well-founded judgements“ unterstrichen (OECD, 2003, S. 25). Auch „ein Verstehen der Rolle, die die Mathematik in der Welt spielt, ist sowohl auf Sprache als auch auf eine diskursive Auseinandersetzung mit der Weltsicht anderer angewiesen“ (Linneweber-Lammerskitten, 2013, S. 154), die wiederum sprachliche Kompetenzen voraussetzt.

Das in der PISA-Studie dargelegte Konzept mathematischer Grundbildung hatte einen großen Einfluss auf die Entwicklung der bundesweit verbindlichen Bildungsstandards (und den zugrunde liegenden Kompetenzmodellen) im Fach Mathematik (Walther, van den Heuvel-Panhuizen, Granzer & Köller, 2009). So werden nicht nur in der eher abstrakt formulierten *literacy*-Konzeption der PISA-Studie, sondern auch in den Kompetenzbeschreibungen der nationalen Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz, welche verbindlich überprüfbare Lernziele im Sinne von Leistungsstandards beschreiben, die am Ende von Bildungsabschnitten erreicht werden sollen (Kultusministerkonferenz, 2004), sprachbezogene Kompetenzen als Bestandteil mathematischer Kompetenz formuliert. Beispielsweise erfordern in den Bildungsstandards für die Grundschule von den fünf *allgemeinen* Kompetenzbereichen (Problemlösen, Argumentieren, Darstellen von Mathematik, Kommunizieren, Modellieren) die beiden Kompetenzbereiche Kommunizieren und Argumentieren ganz explizit sprachliche Fähigkeiten (vgl. Kultusministerkonferenz, 2004, S. 8). Hier wird beschrieben, dass bereits Grundschülerinnen und -schüler gemeinsam mit anderen Aufgaben bearbeiten und dabei Verabredungen treffen und einhalten, eigene Vorgehensweisen beschreiben sowie Lösungswege anderer verstehen und reflektieren können sollen. Weiterhin sollen sie mathematische Fachbegriffe und Zeichen sachgerecht verwenden und die Fähigkeit entwickeln, mathematische Aussagen zu hinterfragen, Zusammenhänge zu erkennen, Vermutungen zu entwickeln, Begründungen zu suchen und nachzuvollziehen (vgl. Kultusministerkonferenz 2004, S. 8). Von den *allgemeinen* mathematischen Kompetenzen, die prozessbezogene Kompetenzen beschreiben, lassen sich die *inhaltsbezogenen* mathematischen Kompetenzen unterscheiden (vgl. Abbildung 1.1).



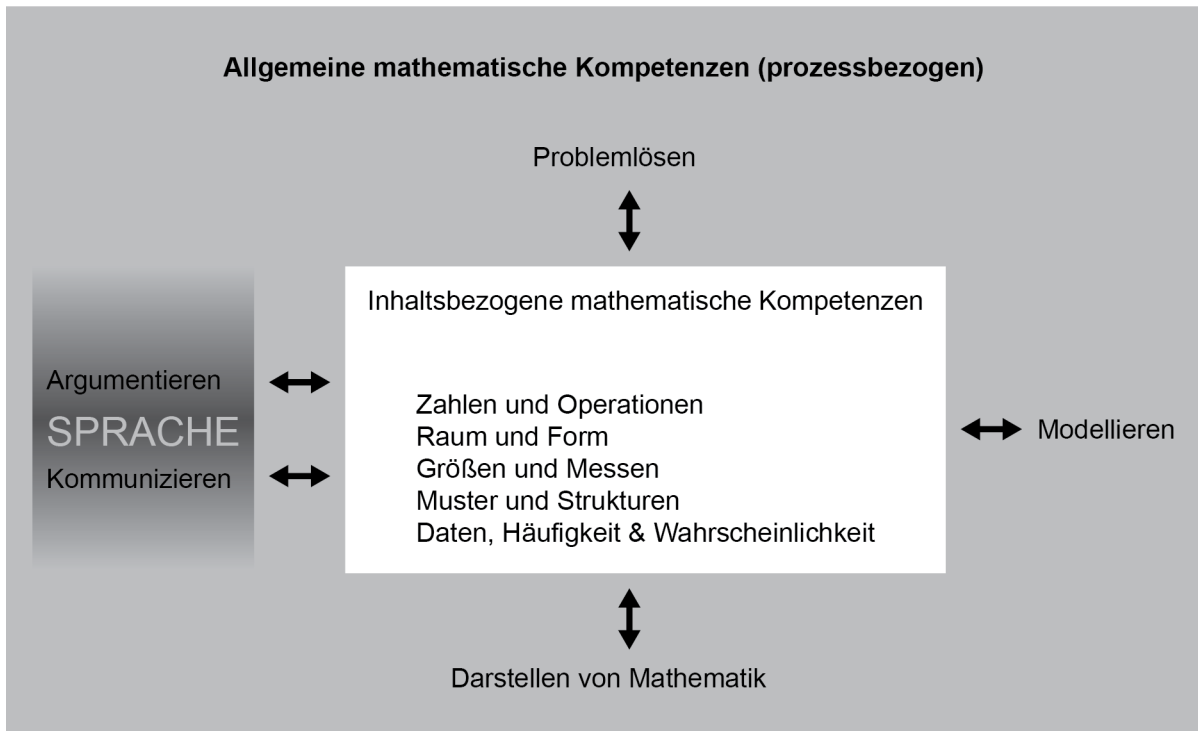


Abbildung 1.1: Sprachliche Anforderungen in den Bildungsstandards Mathematik für die Grundschule. In Anlehnung an Walther et al. (2009, S. 19).

Die inhaltsbezogenen Kompetenzen beziehen sich auf fünf mathematische Leitideen: Zahlen und Operationen; Raum und Form; Muster und Strukturen; Größen und Messen; Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit. Die traditionellen curricularen Teilgebiete Arithmetik, Geometrie, Größen und Sachrechnen bzw. Stochastik sollen durch die Leitideen im Unterricht stärker miteinander verknüpft werden, damit die Schülerinnen und Schüler den vernetzten Charakter der Mathematik erkunden können. Den allgemeinen mathematischen Kompetenzen (und somit auch den oben beschriebenen sprachlichen Kompetenzen) werden zur Entwicklung von auf Verständnis von Inhalten gründende Kompetenzen eine wichtige Rolle beigemessen (Walther et al., 2009; Schipper 2009).

Die Bildungsstandards für den Mittleren Schulabschluss sowie für die Allgemeine Hochschulreife ergänzen die fünf allgemeinen Kompetenzen der Grundschule um den Bereich *mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik um[zu]gehen* (vgl. Kultusministerkonferenz, 2003, 2012), wobei auch hier besonders in den beiden Kompetenzbereichen *Kommunizieren* und *Argumentieren* sprachliche Kompetenzen explizit formuliert werden. Beispielsweise wird in den Bildungsstandards für den Mittleren Schulabschluss festgelegt, dass die Schülerinnen und Schüler für die Mathematik charakteristische

Fragen stellen, Vermutungen begründet äußern, Lösungswege beschreiben und begründen, komplexe Argumentationen erläutern oder entwickeln sowie verschiedene Argumentationen bewerten können sollen (vgl. Kultusministerkonferenz 2003, S. 13f.). Außerdem wird gefordert, dass sie in der Lage sind, einfache mathematische Sachverhalte auszudrücken, Überlegungen und Lösungswege bzw. Ergebnisse zu dokumentieren, diese verständlich darzustellen und zu präsentieren sowie komplexe mathematische Texte sinnentnehmend zu erfassen (vgl. Kultusministerkonferenz 2003, S. 15f.). Weiterhin sollen sie die Fachsprache adressatengerecht verwenden und Äußerungen von anderen sowie Texte zu mathematischen Inhalten verstehen und prüfen können (vgl. Kultusministerkonferenz 2003, S. 9).

Laut den Bildungsstandards für die Allgemeine Hochschulreife wird gefordert, dass die Schülerinnen und Schüler über die Fähigkeiten verfügen, aus alltags- oder fachsprachlichen schriftlichen Texten, mündlichen Äußerungen oder sonstigen Quellen Informationen zu entnehmen sowie Überlegungen und Resultate unter Verwendung einer angemessenen Fachsprache darzulegen (vgl. Kultusministerkonferenz 2012, S. 17). Zudem sollen sie eigenständige, situationsangemessene mathematische Argumentationen und Vermutungen entwickeln sowie mathematische Aussagen verstehen und bewerten können (vgl. Kultusministerkonferenz 2012, S. 14).

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass sowohl in der Konzeption mathematischer Grundbildung der PISA-Studie als auch in den Kompetenzbeschreibungen der Bildungsstandards, Sprachkompetenz als integrativer Bestandteil mathematischer Kompetenz enthalten ist. Demzufolge wird, wenn auch eher unsystematisch und vielfach implizit, in den Kompetenzbeschreibungen für das Fach Mathematik festgelegt, welche sprachlichen Fähigkeiten Schülerinnen und Schüler in Bezug auf Mathematik erwerben sollten. Die sprachlichen Anforderungen, die das Fach explizit an die Lernenden stellt, werden in diesem Kontext allerdings nicht genauer beschrieben. Um den Zusammenhang zwischen Sprach- und Mathematikkompetenz genauer zu untersuchen, sind jedoch gerade die konkreten sprachlichen Anforderungen, die im mathematischen Kompetenzerwerb aufgrund der spezifischen fachlichen Inhalte zum Tragen kommen, von Interesse. Die folgenden Ausführungen sollen hierzu einen Überblick geben.

### 1.2.5 Sprachliche Anforderungen in Mathematik

Durch wegweisende Arbeiten in den 1970er und 1980er Jahren (z. B. Halliday, 1978; Pimm, 1987) gewann die Frage nach der Bedeutung von Sprache in Mathematik bzw. für das Lehren und Lernen in Mathematik zunehmend an Relevanz in der mathematikdidaktischen Forschung (Schleppegrell, 2010). In diesen Arbeiten wurde betont, dass die Kommunikation über mathematische Inhalte für den Lernprozess unbedingt notwendig ist und bestimmten Regeln unterliegt. So hob Pimm (1987) in seiner viel zitierten Arbeit den Zusammenhang von sprachlichen und mathematischen Kompetenzen aus linguistischer Perspektive hervor, indem er Besonderheiten, die die in der Mathematik verwendete Sprache charakterisieren, beschreibt. Als Beispiele lassen sich der Gebrauch von alltäglichen Wörtern mit einer anderen Bedeutung im mathematischen Kontext (z. B. *gerade/ungerade*) oder die Verwendung mathematischer Fachwörter (z. B. *addieren*) nennen. Mit Rückgriff auf die Metapher „Mathematics is a language“ (S. 3ff) verdeutlicht Pimm (1987), dass es sich bei der Sprache, die im mathematischen Kontext zur Anwendung kommt, um einen eigenen Sprachstil handelt, der sich anhand eines spezifischen Fachregisters beschreiben lässt. Ausgehend von diesen theoretischen Überlegungen betont er, dass im Mathematikunterricht die Kommunikation über mathematische Konzepte, Inhalte, Begriffe und deren Bedeutungen einen hohen Stellenwert haben sollte; nicht das Einüben von Rechenfertigkeiten bringe Schülerinnen und Schülern das Verständnis mathematischer Inhalte näher, sondern das Sprechen darüber. In der Mathematikdidaktik wurden die Arbeiten von Pimm (1987) vielfach aufgegriffen, sodass in der Folge der Kommunikation und dem Diskurs im Mathematikunterricht ein größerer Stellenwert zugeschrieben wurde als zuvor (Schleppegrell, 2010).

Es wird angenommen, dass sich die im mathematischen Kontext verwendete Sprache von der in anderen schulischen Lernsituationen verwendeten Sprache in Hinblick auf verschiedene sprachliche Facetten unterscheidet (Halliday, 1978, Pimm, 1987; Maier & Schweiger, 1999; Schleppegrell, 2007). Die mathematikspezifischen sprachlichen Besonderheiten werden zusammenfassend mit dem Begriff des *mathematischen Registers* bezeichnet (z. B. Pimm, 1987). Pimm (1987) betont, dass sich die im mathematischen Kontext verwendete Sprache nicht nur durch die Verwendung von Fachwortschatz, sondern außerdem durch die Verwendung spezieller Redemittel auszeichnet und sich zudem die kommunikativen Anforderungen von denen anderer Situationen unterscheiden. Konkret bedeutet dies, dass die Verwendung grammatischer Strukturen sowie die Bedeutungen bestimmter Wörter und

Ausdrücke zwischen dem sprachlichen Register der Mathematik, dem Register der anderen Fächer und dem Register der Alltagssprache variieren (Niederrenk-Felgner, 1997; Pimm, 1987; Schleppegrell, 2007). Maier und Schweiger (1999) beschreiben die sich daraus ergebenden Anforderungen an die Lernenden wie folgt:

Das Sprachverstehen der Schüler erhält im Fach Mathematik dadurch einen besonderen Charakter, dass die Lehrer- und die Mediensprache unvermeidbar mit Elementen des fachsprachlichen Registers durchsetzt sind. Es muss den Schülern gelingen, die Spannungen zwischen dem ihnen verfügbaren alltäglichen Register und dem mathematischen Register aufzulösen und die ihnen daraus erwachsenden Schwierigkeiten zu überwinden. (Maier & Schweiger, 1999, S. 134)

Ausgehend von Beschreibungen zur Verwendung der Sprache in Mathematik, die in der Mathematikdidaktik vorliegen, lassen sich verschiedene sprachliche Spezifika feststellen (z. B. Maier & Schweiger, 1999; Meyer, 2014; Pimm, 1987). Ein zentrales Element in der Mathematik, durch welches sie sich von anderen Fächern unterscheidet, besteht darin, den Wahrheitswert von Aussagen zu bestimmen. Eindeutig festgelegte Definitionen und Regeln spielen deshalb eine große Rolle und werden stets expliziert (z. B. *Eine Zahl ist durch 3 teilbar, wenn ihre Quersumme durch 3 teilbar ist*). Der logisch-strukturelle Aufbau von Mathematik spiegelt sich somit auch in den sprachlichen Anforderungen des Faches wider (z. B. Maier & Schweiger, 1999; Meyer, 2014). Grundsätzlich ist mathematikbezogene Sprache deshalb durch eine generalisierende Ausdrucksweise sowie ein hohes Maß an Präzision gekennzeichnet. Es werden vorwiegend Ausdrücke verwendet, deren Bedeutungen im Fach eindeutig festgelegt sind und die allgemeine Gültigkeit besitzen (z. B. *Gerade Zahlen sind Zahlen, die ohne Rest durch 2 teilbar sind*); und auch die mathematischen Aussagen, die mit diesen präzise definierten Begriffen formuliert werden, müssen eindeutig sein (Maier & Schweiger, 1999).

Mathematische Aussagen (und deren Verknüpfungen) sind ein zentrales Merkmal der in Mathematik verwendeten Sprache. Durch Aussagen wird etwas *behauptet* (z. B. *Es gibt genau eine gerade Primzahl*), dessen Wahrheitswert überprüft werden kann. Mathematischen Aussagen liegt dabei ein *Zweiwertigkeitsprinzip* zugrunde, d. h. im Gegensatz zur Alltagssprache, in der der Wahrheitsgehalt einer Aussage je nach Kontext variieren kann, ist eine Aussage in Mathematik immer entweder falsch oder richtig. Dabei wird mithilfe von sog.

*Quantoren* in einer Aussage festgelegt, für welche Objekte eine Aussage zutrifft. Als *Quantoren* werden Ausdrücke, wie z. B. *ein, alle, einige, kein, mindestens ein* bezeichnet, mit deren Hilfe Aussagen, wie z. B. *Es gibt unendlich viele Primzahlen, Für alle  $x$  gilt, dass  $x^2 \leq 0$  ist* formuliert werden können. Verneint werden mathematische Aussagen unter Verwendung des Wortes *nicht*. Zur logischen Verknüpfung von Aussagen, d. h. zur syntaktischen Verbindung von Wörtern, Satzteilen oder Sätzen, werden sog. *Junktoren* (diese gehören zur Wortart der Konjunktionen) verwendet; dies sind Wörter bzw. Ausdrücke wie z. B. *und, oder, wenn...dann, weder...noch*. Durch die Verwendung der Junktoren können komplexere mathematische Aussagen gebildet werden, z. B. *Wenn  $x$  eine natürliche Zahl ist und  $x$  gerade ist, dann ist  $x$  durch 2 teilbar*. Im Unterschied zur Verwendung von Konjunktionen (Bindewörter) in der Alltagssprache, in der diese oftmals eine unterschiedliche Bedeutung je nach Kontext aufweisen, ist die Bedeutung eines Junktors in Mathematik eindeutig definiert. Beispielsweise wird *oder* in der Alltagssprache häufig zweideutig eingesetzt, in Mathematik muss hingegen präzise zwischen der Disjunktion *A oder B (oder beide)* und der Antivalenz *entweder A oder B* unterschieden werden (Maier & Schweiger, 1999).

Sprache, die im mathematischen Kontext verwendet wird, ist zudem im Vergleich zu der im Alltag verwendeten Sprache durch verschiedene Arten von Fachwörtern charakterisiert (Maier & Schweiger, 1999; Meyer, 2014; Pimm, 1987; Schleppegrell, 2007):

- Es werden mathematische Fachausdrücke verwendet, die nicht in der Alltagssprache vorkommen (z. B. *Addition, Quotient*).
- Es werden alltagssprachliche Begriffe verwendet, die in der Alltagssprache eine andere Bedeutung haben (z. B. *gerade, Produkt, Wurzel*).
- Es werden Wörter verwendet, die in der Alltagssprache in gleicher oder ähnlicher Bedeutung vorkommen (z. B. *Fläche, Dreieck*)

Die Beherrschung des mathematischen Fachwortschatzes ist dabei, im Gegensatz zur Kenntnis des allgemeinen Wortschatzes und des allgemein-bildungssprachlichen Wortschatzes, die für den erfolgreichen Lernprozess auch eine wichtige Bedeutung haben, explizit ein Ziel des Mathematikunterrichts und somit nicht nur Lernmedium, sondern zugleich Lerngegenstand (Meyer, 2014; Prediger, 2013; Ruwisch, 2014). So wird auch in den Bildungsstandards Mathematik für die Grundschule gefordert, dass Kinder „mathematische Fachbegriffe und Zeichen sachgerecht verwenden“ (Kultusministerkonferenz, 2004, S. 8) können sollten. Die Kenntnis von Fachwörtern bzw. die Fähigkeit, sie sachgerecht zu verwenden, ist deshalb

als Ergebnis des mathematischen Lernprozesses und als wichtiger Bestandteil der mathematischen Kompetenz definiert. Die Bedeutung der mathematischen Fachwörter wird in der Regel durch Definitionen festgelegt (z. B. Maier & Schweiger, 1999; Meyer, 2014), jedoch kann die Bedeutung eines mathematischen Fachwortes nicht unabhängig von den mathematischen Prinzipien, auf die es sich bezieht, erlernt werden. Lernende müssen daher auf der Basis der sprachlichen Erklärungen und des Unterrichtsdiskurses nicht nur Begriffsbezeichnungen (im Sinne von Vokabeln) erlernen, sondern gleichzeitig das damit Bezeichnete inhaltlich verstehen und die Begriffsbedeutung in ihr konzeptuelles mathematisches Wissen integrieren (vgl. Elbers & de Haan, 2005). Der erfolgreiche Erwerb der mathematischen Fachwörter und die Integration in das konzeptuelle Verständnis ist eine wichtige Voraussetzung für deren Anwendung im weiteren Lernprozess. Zur Einführung eines neuen Fachbegriffes wird häufig auf Begriffe referenziert, die während des vergangenen Lernprozesses bereits definiert wurden: „Mathematische Fachwörter bauen entsprechend aufeinander auf und bedingen sich dann im Lernprozess gegenseitig“ (Meyer, 2014, S. 58). Um beispielsweise eine Addition mit Brüchen durchführen zu können ist es notwendig, dass der Lernende die Begriffe Zähler und Nenner verstanden hat, denn nur so kann der für eine Addition notwendige *gemeinsame Nenner* gebildet werden (Meyer, 2014).

Dass Bedeutungsinterferenzen zwischen verschiedenen Sprachregistern (z. B. Alltag vs. Mathematik) auftreten können, verdeutlichen Kommunikationssituation wie diese:

- Lisa            also äh lö-, man jetzt so die 24 und dann soll man den Nachfolger so dahinter schreiben, das wäre dann die 25.
- I                ah ja, bei 24 weiß ich jetzt was der Nachfolger ist. aber im Allgemeinen‘
- Lisa            äh ja, allgemein ist so halt, wenn jetzt- sagen wir mal ein Mann, ehm einen Sohn hat und dieser Mann ist ganz reich, und wenn der stirbt würden dann der- halt der Sohn der Nachfolger sein.

(aus: Meyer, 2014 S. 55)

Bei dem Beispiel handelt es sich um ein Interview mit einer Drittklässlerin. Man erkennt, dass Lisa die Bedeutung des Wortes *Nachfolger* im Kontext der Alltagssprache und nicht im mathematischen Kontext interpretiert. Der Interviewer zielte hingegen vermutlich auf eine mathematische Definition ab, wie z. B. *der Nachfolger einer Zahl ist die nächstgrößere Zahl*. Solche Bedeutungsinterferenzen treten auf, wenn im Mathematikunterricht Begriffe verwendet werden, deren Bedeutung in Mathematik von der Bedeutung in der Alltagssprache abweicht. Sie können zu Verständnisschwierigkeiten führen und den Erwerb mathematischer Kompetenz beeinträchtigen (Meyer, 2014; Pimm, 1987; Schleppegrell, 2007; Verboom, 2008). Die Schülerinnen und Schüler sind also in Mathematik nicht nur gefordert, neue Begriffe zu erlernen, sondern auch zwischen alltagssprachlichem und fachlichem Bedeutungskontext zu differenzieren.

Eine weitere Besonderheit in Mathematik betrifft die Klassenbildung bzw. Klassifizierung mathematischer Begriffe, die bereits beim Aufbau eines frühen mathematischen Begriffsverständnisses in der Grundschule eine wichtige Rolle spielt (Ruwisch, 2014). Die mathematische Klassenbildung zeichnet sich dabei durch ihre Präzision aus und weicht von der im Alltagsgebrauch üblichen Hierarchisierung und Kategorienbildung ab (Ruwisch, 2014). Beispielsweise verwenden Grundschülerinnen und -schüler häufig *Quadrat* und *Viereck* synonym. Erst wenn Kinder Dreiecke, Vierecke, Fünfecke usw. systematisch unterscheiden können, sind sie in der Lage, den Begriff *Viereck* zu präzisieren, d. h. zu einem Oberbegriff zu erweitern (Ruwisch, 2014). Die Inklusionsbeziehung *Jedes Quadrat ist auch ein Rechteck* (Ruwisch, 2014, S. 42) gehört zu einer typischen Herausforderung im Mathematikunterricht der Grundschule. Aufbau und Präzisierung solcher Klassen- und Inklusionsbeziehungen sind zentral für das Verständnis mathematischer Sachverhalte.

Weitere Merkmale der mathematischen Sprache sind fehlende Kontextbezüge, ein hoher Fachwortgehalt in mathematisch-fachsprachlichen Texten, die häufige Verwendung grammatischer Strukturen, die im Alltag seltener zur Anwendung kommen, wie bspw. Nominalisierungen (z. B. *Die Messung der Länge*) oder präpositionale Konstruktionen (z. B. *Kathrins relative Trefferhäufigkeit war 5 von 7*, vgl. Gellert, 2011; Pimm, 1987). Zur Beschreibung komplexer mathematischer Beziehungen wird dabei der Verwendung von Präpositionen eine wichtige Bedeutung beigemessen. So betont Jorgensen (2011): „It is difficult to think of teaching mathematics without the use of prepositions“ (S. 324). Zudem werden in der Mathematik Symbole verwendet, die als zusätzliches Merkmal der Fachsprache angesehen wer-

den können. Einzelnen Symbolen können Fachwörter zugeordnet werden, z. B.  $+$  (*addieren*),  $\pi$  (*pi*),  $\Sigma$  (*Summe*) (Maier & Schweiger, 1999). Symbole lassen sich wiederum zu Termen und Gleichungen kombinieren, deren Verbalisierung (z. B.  $F(x)=5\sin(x)$ , *die Funktion  $f$  von  $x$  entspricht dem Fünffachen des Sinus von  $x$* , aus Meyer, 2014, S. 57) sich durch hohe Prägnanz auszeichnet (Meyer, 2014). Die konkrete Versprachlichung von Formeln kann dabei sehr komplex sein, wie sich am Beispiel des *Satz des Pythagoras* veranschaulichen lässt:

In den rechtwinkligen Dreiecken ist das Quadrat über der dem rechten Winkel gegenüberliegenden Seite gleich den Quadraten über den rechten Winkel umfassenden Seiten. Sei ein rechtwinkliges Dreieck das [Dreieck]  $AB\Gamma$ , welches den rechten Winkel bei  $B\Lambda\Gamma$  hat, so sage ich, dass das Quadrat über der [Seite]  $B\Gamma$  gleich ist den Quadraten über den [Seiten]  $BA$ ,  $A\Gamma$ . (Eukleides 1969, zitiert in der Übersetzung von Maier & Schweiger, 1999, S. 19f)

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass die besonderen Eigenschaften der für den Mathematikerwerb relevanten Sprache vielfältige sprachliche Facetten, wie beispielsweise Verwendung von Wortschatz- und Fachwortschatz, mathematische Redemittel und grammatische Strukturen betreffen. Daraus lässt sich schließen, dass für einen erfolgreichen mathematischen Kompetenzerwerb von Schülerinnen und Schülern verschiedene sprachliche Teilkompetenzen relevant sein können, wie etwa rezeptive Fähigkeiten, um Erklärungen und Texte zu verstehen, oder produktive Fähigkeiten, um mathematische Sachverhalte zu beschreiben. In Abhängigkeit von der konkreten Unterrichtsgestaltung können die Anforderungen an verschiedene Teilkompetenzen variieren, z. B. steigt in kommunikativ orientierten Lehransätzen die Bedeutung produktiver Sprachkompetenz (Elbers, 2003). Auf Grundlage der dargestellten theoretischen Annahmen lässt sich allerdings keine Aussage zur relativen Bedeutsamkeit verschiedener sprachlicher Teilkompetenzen für das Mathematiklernen treffen.



### 1.2.6 Sprachliche Anforderungen mathematischer Modellierungsaufgaben

Besondere sprachliche Herausforderungen stellen mathematische Modellierungsaufgaben<sup>2</sup> an die Lernenden, da sie als Sach- und Textaufgaben in der Regel sprachlich präsentiert werden. Zudem wird der Entwicklung der Modellierungskompetenz eine zentrale Rolle im Kontext des mathematischen Kompetenzerwerbs zugeschrieben (z. B. Blum, 2010). Im Rahmen der vorliegenden Arbeit werden die sprachlichen Anforderungen von Modellierungsaufgaben deshalb im Folgenden genauer in den Blick genommen.

In der mathematikdidaktischen Diskussion wurde in den letzten Jahren verstärkt die Notwendigkeit betont, im Mathematikunterricht häufiger realitätsbezogene Fragestellungen einzusetzen (z. B. Blum, 2010). Insbesondere im Zusammenhang der Konzeption mathematischer Grundbildung in der PISA-Studie (vgl. Abschnitt 1.2.2) wurde die Bedeutung mathematischen Modellierens hervorgehoben; so bezeichnet Blum (2010) mathematisches Modellieren als „das Herz von Mathematical Literacy“ (S. 8). Mathematisches Modellieren, definiert als Fähigkeit, zwischen Realität und Mathematik übersetzen zu können (z. B. Blum & Niss, 1991; Blum, 2010), ist zu einem zentralen Gegenstand des Mathematikunterrichtes geworden (Borromeo Ferri, Greefrath & Kaiser, 2013). Bereits in der Grundschule werden Sach- und Textaufgaben eingesetzt, um die Modellierungskompetenz zu fördern (vgl. Schwarzkopf, 2006). Die Bildungsstandards für die Grundschule geben vor, dass Kinder in die Lage versetzt werden sollen, relevante Informationen aus mathematischen Texten und Darstellungen zu entnehmen, beschriebene Problemstellungen als mathematisches Problem wahrzunehmen, daraus resultierende mathematische Aufgaben zu lösen und die Ergebnisse auf die beschriebene Ausgangssituation zurückzubeziehen (Kultusministerkonferenz, 2004).

Zur Beschreibung und Analyse der kognitiven Prozesse, die beim Lösen einer mathematischen Modellierungsaufgabe erforderlich sind, hat sich ein siebenschrittiger Modellierungskreislauf etabliert (z. B. Blum & Borromeo Ferri, 2009; Blum, 2010), der in Abbildung 1.2 dargestellt ist. Um die beschriebene Situation und die Fragestellung der Aufgabe zu verstehen, wird im ersten Schritt auf Grundlage der in der Aufgabe enthaltenen Informationen ein mentales Modell der dargebotenen Situation konstruiert (1. *Constructing*). Anschließend wird durch die Trennung von wichtigen und unwichtigen Informationen die Situation

---

<sup>2</sup> Der Begriff Modellierung bezieht sich hier auf das mathematische Modellieren außermathematischer Situationen (Blum, 2010). Davon abzugrenzen ist das innermathematische Modellieren, das sich auf Übersetzungsprozesse innerhalb der Mathematik bezieht.

strukturiert und vereinfacht (2. *Simplifying, Structuring*). Das resultierende Situationsmodell bildet dann die Grundlage für die Mathematisierung, d. h. es werden Verfahren gesucht, durch die sich die vereinfachte Situation mathematisch darstellen lässt und mit deren Hilfe eine Lösung ermittelt werden kann (3. *Mathematising*, 4. *Working mathematically*). Schließlich wird das gewonnene Ergebnis wieder auf das Situationsmodell bezogen (5. *Interpreting*) und auf seine Angemessenheit überprüft (6. *Validating*). In einem letzten Schritt müssen die mit dem Situationsmodell generierten Erkenntnisse wieder auf die Realsituation bezogen werden, um zu überprüfen, ob sie tatsächlich eine Lösung für das ursprüngliche Problem darstellen (7. *Exposing*).

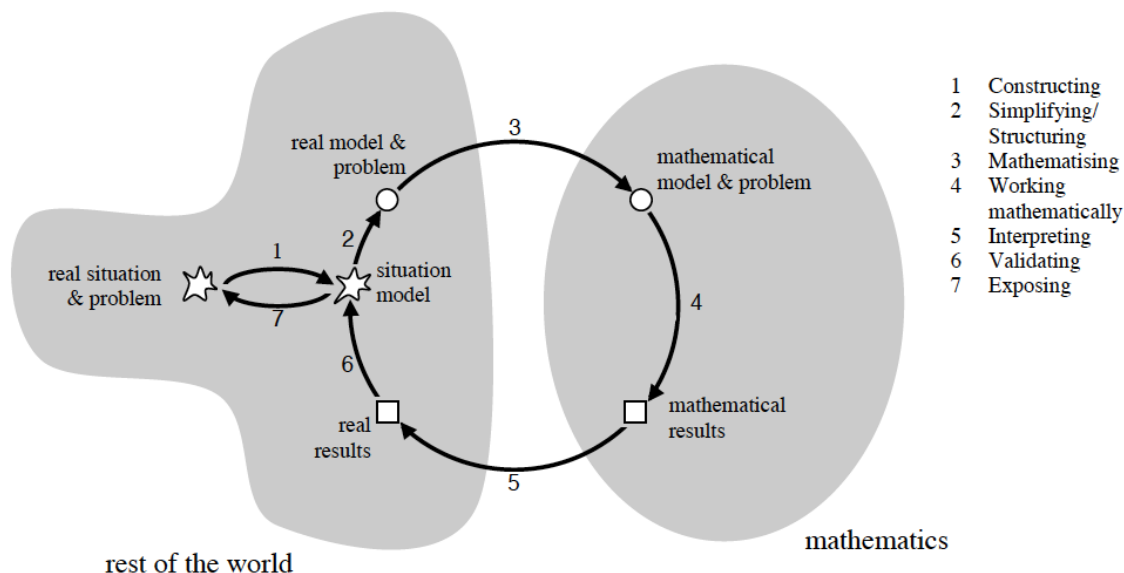


Abbildung 1.2: Modellierungszyklus. Abbildung übernommen aus Blum und Borromeo Ferri, (2009, S. 46).

Anhand des beschriebenen Modellierungsprozesses wird deutlich, dass zur Lösung von Sach- und Textaufgaben Kompetenzen erforderlich sind, die über die Fähigkeit, eine Rechenoperation korrekt durchzuführen, hinausgehen (vgl. Verschaffel, Greer & de Corte, 2000). Damit wird die Aufgabe anspruchsvoller. Belegt wird dies durch empirische Untersuchungen, die zeigen, dass diese Art von Aufgaben weniger gut gelöst wird als rechnerisch äquivalente, reine Rechenaufgaben ohne Texteinbettung (Carpenter, Corbitt, Kepner, Lindquist & Reys, 1980). Die für Modellierungsaufgaben spezifische Herausforderung liegt demzufolge nicht in der Lösung einer Rechenaufgabe, sondern in der Konstruktion eines adäqua-

ten mentalen Modells der Situation und dessen Verknüpfung mit mathematischen Operationen (vgl. Verschaffel et al., 2000). So konnten Hegarty, Mayer und Monk (1995) zeigen, dass erfolgreiche Lernende sich später besser an die beschriebenen Zusammenhänge in der dargebotenen Aufgabe erinnern konnten, wohingegen sich weniger erfolgreiche Lernende besser an einzelne Wörter, die in der Aufgabe vorkamen, erinnerten. Die Autoren schließen daraus, dass die erfolgreiche Bearbeitung einer Textaufgabe eine aussagekräftige mentale Repräsentation der Situation erfordert, während eine oberflächliche Orientierung an den im Text enthaltenen Schlüsselwörtern keine erfolgreiche Lösungsstrategie darstellt.

Die Konstruktion eines adäquaten mentalen Situationsmodells auf der Basis des jeweiligen Textes ist also eine wichtige Voraussetzung dafür, die in einer Aufgabe beschriebenen Zusammenhänge zu erfassen und die für eine angemessene Aufgabenlösung relevanten Informationen auszuwählen. Für diesen Prozess wird nicht nur den mathematisch-logischen Kompetenzen (Riley, Greeno & Heller, 1983), sondern auch den sprachlichen Kompetenzen der Lernenden eine zentrale Rolle zugeschrieben (Cummins, Kintsch, Reusser & Weimer, 1988; Kintsch & Greeno, 1985; Prediger et al., 2015; Schukajlow, 2013). Sprachliche Anforderungen von Modellierungsaufgaben können dabei zum einen durch semantische Merkmale der Aufgabe entstehen (vgl. Abedi & Lord, 2001). So benötigen Kinder zum Aufgabenverständnis ein gewisses Maß an Vorwissen und damit verknüpften Wortschatzkenntnissen im beschriebenen Kontext. Zum anderen werden sprachliche Anforderungen auch durch die syntaktische Struktur der Aufgabe erzeugt. So stellen etwa längere Texte und komplexere Satzstrukturen sprachliche Herausforderungen dar (vgl. ebd.), deren Bewältigung hinreichend ausgeprägte Kompetenzen in den Bereichen Lesen und Grammatik erfordern.

Sprachkompetenz spielt für die erfolgreiche Bearbeitung von Sach- und Textaufgaben jedoch auch in anderer Hinsicht eine wichtige Rolle. Um die erforderlichen Rechenschritte zu erkennen, d. h. um ein dem Situationsmodell angemessenes mathematisches Modell konstruieren zu können, müssen die notwendigen mathematischen Grundvorstellungen aktiviert werden (vgl. vom Hofe, 1995, 2003; Prediger, 2009). Grundvorstellungen sind mentale Modelle mathematischer Inhalte, die Lernende in die Lage versetzen, die mathematischen Inhalte und Konzepte in neuen Situationen anzuwenden (vom Hofe, 2003). Veranschaulichen lässt sich dies an dem mathematischen Inhaltsbereich der Bruchzahlen, mit dem verschiedene Grundvorstellungen verknüpft sind, z. B. *Bruchzahl als Teil eines Ganzen*, *Bruchzahl als*

*relativer Anteil, Bruchzahl als Resultat einer Division, Bruchzahl als Verhältnis* (Wittmann, 2006, S. 52).

In Bezug auf die Lösung von Modellierungsaufgaben sind ausgebildete mathematische Grundvorstellungen eine Voraussetzung, um zu entscheiden, welche mathematischen Inhalte oder Verfahren zu einer Situation bzw. Problemstellung passen (vgl. im Modellierungskreislauf Schritt 3. *Mathematising*). Wenn die mathematischen Grundvorstellungen nicht oder in nicht ausreichend abstrahiertem Maße von den Lernenden beherrscht werden, dann orientieren sie sich häufig an Regeln und Merksätzen, ohne deren Sinn zu verstehen und können die Aufgaben nicht lösen (vgl. Stern, 1998; Riley & Greeno, 1988; vom Hofe, 2003). Die schulischen Lehr-Lernprozesse, in denen die Grundvorstellungen entwickelt werden, basieren zu einem großen Teil auf sprachlicher Vermittlung und sprachlichen Interaktionsprozessen (z. B. Elbers & de Haan, 2005; Reusser, 2001, vgl. Abschnitt 1.2.1). Artikulations- und Reflexionsphasen, die eine aktive Auseinandersetzung der Lernenden mit den mathematischen Inhalten ermöglichen und es ihnen erlauben, sich über Bedeutungen und Interpretationen auszutauschen, sind für den Erwerb mathematischer Grundvorstellungen besonders wichtig (vgl. Elbers & de Haan, 2005). Folglich spielen sprachliche Kompetenzen nicht nur beim Verstehen der Aufgabe, sondern auch bei der Ausbildung mathematischer Grundvorstellungen, die zum Lösen von Sach- und Textaufgaben notwendig sind, eine wichtige Rolle. So kommen Prediger et al. (2015) anhand von Auswertungen videografiertes Aufgabenlösungen von Lernenden, deren Sprachkompetenz im Vergleich zu ihren Mitschülerinnen und Mitschülern gering ausgeprägt war, zu dem Ergebnis, dass, selbst wenn die Aufgabe korrekt paraphrasiert werden konnte, ein nicht ausreichendes Verständnis zentraler mathematischer Konzepte die Aufgabenlösung verhinderte.

### **1.2.7 Kognitive Determinanten von Sprach- und Mathematikkompetenz**

Um zu verstehen, welche Rolle Sprache beim Erwerb mathematischer Kompetenzen spielt und um die Beziehung zwischen Mathematik- und Sprachkompetenz näher zu beschreiben, sind nicht nur die in den vorangegangenen Abschnitten beschriebenen sprachlichen Anforderungen in Mathematik relevant. Beide Kompetenzbereiche beruhen auf grundlegenden Mechanismen der Informationsverarbeitung, die ihren Zusammenhang teilweise begründen können (Schrader & Helmke, 2006; Weinert, 2000). So zeigt eine Vielzahl an empirischen Befunden, dass allgemeine kognitive Fähigkeiten ebenso mit sprachlichen als auch mit ma-

thematischen Fähigkeiten kovariieren (z. B. Gustafsson & Undheim, 1996; Schipolowski et al., im Druck, Stern & Guthke, 2001).

Prominente Intelligenztheorien unterscheiden im Allgemeinen zwischen vorwissensunabhängigen Denkprozessen und kognitiven Fähigkeiten als Ergebnis von Bildung und Erfahrung (für einen Überblick siehe Pauen, Pahnke & Valentiner, 2007; Schipolowski, Wilhelm, Schroeders, im Druck). So wird in der einflussreichen Intelligenztheorie von Cattell (1963) zwischen kristalliner und fluider Intelligenz unterschieden. Kristalline Intelligenz besteht demnach aus kognitiven Fähigkeiten, die aus vorangegangenem Lernen entstanden sind. Fluide Intelligenz umfasst hingegen grundlegende intellektuelle Funktionen und spiegelt die Fähigkeit wider, mit neuen Problemen und Situationen adäquat umzugehen, ohne dass auf bekanntes Wissen zurückgegriffen werden kann; hierzu zählen Denkfähigkeiten wie logisches Schließen, räumlich-visuelle Fähigkeiten oder das Erkennen von Analogien.

In der empirischen Bildungsforschung werden Kompetenzen anhand der Merkmale Erlernbarkeit, Kontextspezifität und Lebensweltbezug von Intelligenz abgegrenzt (z. B. Hartig, Klieme, 2006). Während die Definition von kristalliner Intelligenz einige Überschneidungen mit dem Kompetenzbegriff der empirischen Bildungsforschung aufweist, lässt sich fluide Intelligenz vom Kompetenzbegriff gut abgrenzen (z. B. Schipolowski, et al., im Druck). Da die domänen-unspezifische fluide Intelligenzkomponente für den Erwerb von Mathematik- und Sprachkompetenz von Bedeutung ist, sollte diese bei Betrachtung des Zusammenhangs der beiden Kompetenzbereiche als Dritt- bzw. Kontrollvariable berücksichtigt werden.

Neben domänenunspezifischen kognitiven Fähigkeiten sind zudem sog. spezifische Vorläuferfähigkeiten, die im Vorschulalter erworben werden, mit schriftsprachlichen und mathematischen Kompetenzen assoziiert. So stellt die phonologische Bewusstheit im Vorschulalter einen signifikanten Prädiktor für spätere schriftsprachliche Kompetenzen wie Leseverständnis oder Rechtschreibung dar. Hingegen hat die vorschulische Mengen-Zahlen-Kompetenz Vorhersagekraft für spätere Mathematikleistung (z. B. Krajewki, Schneider, Nieding, 2008). Zwischen den für sprachliche und mathematische Leistungen spezifischen Vorläuferfähigkeiten konnten Zusammenhänge nachgewiesen werden, die sich teilweise über das Arbeitsgedächtnis erklären ließen (Krajewski et al., 2008).

Das Arbeitsgedächtnis ist also ein weiterer wichtiger kognitiver Faktor, der sowohl mit mathematischen als auch mit sprachlichen Leistungen verknüpft ist. Es erlaubt die vorübergehende Speicherung und Verarbeitung von Informationen (Hasselhorn & Schumann-

Hengsteler, 2001). Ein häufig zitiertes Modell des Arbeitsgedächtnisses ist das Modell von Baddeley (Baddeley, 1996; Baddeley, 2000), in dem zwischen einer zentralen Leit- und Koordinationsstelle (*Zentrale Exekutive*) und verschiedenen modalitätsspezifischen Subsystemen unterschieden wird. Das Arbeitsgedächtnis ermöglicht zielgerichtete und planvolle Handlungen, etwa indem die Aufmerksamkeit auf relevante Informationen gelenkt und irrelevante Informationen ausgeblendet werden. Es ist an allen bewusst ablaufenden Verarbeitungs- und Speicherprozessen beteiligt. Zwischen dem Arbeitsgedächtnis und schulischen Leistungen konnten in zahlreichen Studien Zusammenhänge nachgewiesen werden (z. B. Hecht, Torgesen, Wagner, Rashotte, 2001; Cain, Oakhill & Bryant, 2004; Kyttäla, Aunio, Lepold, 2014). Die Ergebnisse von Krajewski et al. (2008) deuten zudem darauf hin, dass der Effekt des Arbeitsgedächtnisses auf Leistungen in Rechtschreibung und Mathematik vollständig durch die spezifischen Vorläuferfähigkeiten mediiert wird.

### **1.3 Empirische Befunde zum Zusammenhang zwischen mathematischen und sprachlichen Kompetenzen**

In den vorangegangenen Kapiteln wurden theoretische Annahmen und Modelle dargestellt, die den Zusammenhang zwischen Sprach- und Mathematikkompetenz begründen und die theoretische Grundlage für die vorliegende Arbeit bilden. Besonders hervorzuheben ist dabei, dass sprachliche Anforderungen in Mathematik nicht nur beim Verstehen von Aufgaben, sondern gerade auch beim Erwerb konzeptuellen mathematischen Wissens eine zentrale Rolle spielen.

Neben diesen theoretischen Arbeiten liegen zahlreiche empirische Studien vor, die den Zusammenhang zwischen sprachlichen und mathematischen Kompetenzen untersuchen (z. B. Beal, Adams & Cohen, 2010; Gut, Reimann & Grob, 2012; Heinze, Herwartz-Emden & Reiss, 2007; Leutner et al., 2004; Mücke, 2007; Vilenius-Tuohimaa, Aunola & Nurmi, 2008). Im Folgenden werden in zwei getrennten Abschnitten die Befunde aus Querschnittstudien (Abschnitt 1.3.1) und die Befunde aus Längsschnittstudien (Abschnitt 1.3.2) berichtet. Da die Studien verschiedene sprachliche und mathematische Teilbereiche untersuchen, werden zur strukturierten Darstellung jeweils zuerst die Befunde zu allgemeinen mathematischen Kompetenzen – hier sind mehrere mathematische Teilbereiche enthalten, deren Ergebnisse in einem Gesamtscore zusammengefasst werden – und anschließend die Befunde zu spezifischen mathematischen Kompetenzbereichen (z. B. Modellierungskompetenz, Arithmetik) erläutert. Studien, die mehrere *sprachliche* Teilkompetenzen simultan und diffe-

renziert einbeziehen, werden in einem dritten Unterkapitel (Abschnitt 1.3.3) gesondert dargestellt, da aus ihren Ergebnissen Hinweise zur relativen Bedeutung sprachlicher Teilkompetenzen für den Erwerb von Mathematikkompetenz abgeleitet werden können. Für einen besseren Überblick werden alle Studien entsprechend der Reihenfolge im Text in Tabelle 1 mit den zur Interpretation wichtigsten Parametern (z. B. erfasste Kompetenzbereiche, Kontrollvariablen, Stichprobe) zusammen aufgeführt. Ergänzend werden in Abschnitt 1.3.4 Befunde zu Auswirkungen sprachlicher Komplexität mathematischer Aufgaben auf die Aufgabenschwierigkeit berichtet, da diese wichtige Hinweise für die Interpretation von Zusammenhängen zwischen Sprach- und Mathematikkompetenz liefern. In Abschnitt 1.3.5 werden schließlich die Befunde zusammenfassend bewertet und Forschungsdesiderata abgeleitet.

### 1.3.1 Befunde aus Querschnittsstudien

Der Zusammenhang zwischen sprachlichen Kompetenzen und allgemeiner Mathematikkompetenz ist durch viele Studien belegt. So berichten Leutner et al. (2004) auf Grundlage von Daten der zweiten PISA-Studie<sup>3</sup>, die im Jahr 2003 mit dem Schwerpunkt Mathematik durchgeführt wurde, eine latente Korrelation zwischen dem Leseverständnis und den mathematischen Leistungen der Jugendlichen unter Kontrolle der allgemeinen kognitiven Fähigkeiten in Höhe von  $r = .63$  (Leutner et al. 2004, S. 167). Auf Grundlage der PISA 2000 Daten betrug der in einem manifesten Pfadmodell ermittelte Zusammenhang zwischen Mathematikkompetenz und Leseverständnis unter Kontrolle von Geschlecht, Selbstkonzept, sozioökonomischem Hintergrund und kognitiver Fähigkeiten  $\beta = .55$  (Klieme, Neubrand & Lüdtke, 2001, S. 184f).

Auch für Kinder im Grundschulalter liegen empirische Ergebnisse vor. Heinze et al. (2007) untersuchten in ihrer Studie den Zusammenhang zwischen Sprachstand und mathematischen Kompetenzen bei Kindern am Ende der ersten Jahrgangsstufe. Der Indikator für den Sprachstand wurde in dieser Untersuchung aus verschiedenen nicht näher beschriebenen sprachlichen Teilkompetenzen aggregiert<sup>4</sup>. Das Autorenteam fand nach Kontrolle der kognitiven Grundfähigkeiten einen signifikanten (manifesten) Zusammenhang zwischen dem Sprachstand und der Mathematikleistung in Höhe von  $r = .21$  (ebd., S. 573). Für Kinder mit

---

<sup>3</sup> In der PISA-Studie werden regelmäßig die Kompetenzen von fünfzehnjährigen Schülerinnen und Schülern in den Bereichen Mathematik, Lesen und Naturwissenschaften untersucht. In jeder Erhebungsrunde wird jeweils eine Domäne als Schwerpunkt in umfassender Weise untersucht (Prenzel et al., 2003).

<sup>4</sup> Heinze et al. (2007) geben an, dass sie den SFD 1 (Hobusch, Lutz & Wiest, 1999) eingesetzt haben. Es wird aber nicht beschrieben, welche Teilkompetenzen erfasst wurden.

bzw. ohne Migrationshintergrund unterschied sich die Höhe des Zusammenhangs nicht signifikant voneinander.

Ergänzend zu diesen Befunden aus Studien, die allgemeine mathematische Kompetenzen untersuchten, liegen auch Befunde für einzelne mathematische Teilbereiche vor. So konnten Viljaranta, Lerkkanen, Poikkeus, Aunola und Nurmi (2009) in ihrer Studie anhand einer Stichprobe von Kindern im Vorschulalter eine Korrelation in Höhe von  $r = .52$  zwischen Sprachkompetenz (erfasst wurden Buchstabenkenntnis und Phonologische Bewusstheit) und arithmetischer Kompetenz nachweisen (ebd., S. 340). Und auch Berg (2008) konnte anhand einer Stichprobe von Schülerinnen und Schülern, die die dritte bis sechste Jahrgangsstufe besuchten, einen signifikanten Zusammenhang zwischen Lesekompetenz und arithmetischer Kompetenz zeigen. Dabei wurden das Alter und das Arbeitsgedächtnis der Kinder in den Analysen als Kontrollvariablen einbezogen. Die Varianzaufklärung betrug  $R^2 = .57$  (ebd., S. 300). Koponen, Aunola, Ahonen und Nurmii (2007) untersuchten Schülerinnen und Schüler der vierten Jahrgangsstufe. Die Autoren konnten auf Grundlage eines Pfadmodells einen Zusammenhang zwischen Leseflüssigkeit (manifeste Variable) und arithmetischer Kompetenz (latente Variable, Rechnen mit mehrstelligen Zahlen), unter Kontrolle des Bildungshintergrunds der Eltern, Addition und Subtraktion mit einstelligen Zahlen und Zählfertigkeiten im Kindergartenalter in Höhe von  $\beta = .51$  (ebd., S. 235) nachweisen.

Auch der Zusammenhang zwischen Sprachkompetenz und Modellierungskompetenz (d. h. dem Lösen von Textaufgaben) wird durch die Ergebnisse zahlreicher empirischer Untersuchungen bestätigt, wobei sich auch diese Studien in Hinblick auf die Operationalisierung von Sprachkompetenz und die berücksichtigten Kontrollvariablen stark unterscheiden (Boonen, van der Schoot, van Wesel, de Vries & Jolles, 2013; Fuchs et al., 2006; Jordan, Levine & Huttenlocher, 1995). Beispielsweise zeigten in der Untersuchung von Jordan et al. (1995) Kinder in der ersten Jahrgangsstufe, deren Leistungen in sprachlichen Tests (erfasst wurden produktive Wortschatzkenntnisse mit einem Bildbenennungsverfahren und produktive Grammatikkompetenzen) unter dem dreißigsten Perzentil lagen, signifikant geringere Leistungen beim Lösen von Textaufgaben als Kinder mit besseren sprachlichen Kompetenzen. Zudem wiesen diese Kinder eine größere Diskrepanz zwischen ihren Rechenfertigkeiten und ihren Leistungen beim Lösen der Textaufgaben auf (ebd. S. 58). Dieses Ergebnis ist ein Hinweis darauf, dass Schwierigkeiten bei der Bearbeitung von Modellierungsaufgaben nicht nur durch geringere Rechenfertigkeiten zu erklären sind, sondern dass diese Art von Aufga-



ben sich durch weitere schwierigkeitsgenerierende Faktoren, wie etwa die Notwendigkeit der Bildung eines adäquaten Situationsmodells, auszeichnen (vgl. Abschnitt 1.2.6). Vilenius-Tuohinmaa et al. (2008) berichten auf Grundlage ihrer Untersuchung einen signifikanten latenten Zusammenhang zwischen dem Leseverständnis und dem Lösen von mathematischen Textaufgaben in Höhe von  $r = .67$  bei Viertklässlern und -klässlerinnen (ebd., S. 419). Auch Lee, Ng, Ng und Lim (2004) konnten einen (manifesten) Zusammenhang in Höhe von  $\beta = .36$  zwischen Sprachkompetenz (Leseverständnis, Sprechen und Wortschatz wurde zu einem Gesamtscore zusammengefasst) und dem Lösen von mathematischen Textaufgaben unter Kontrolle von Arbeitsgedächtnis und allgemeinen kognitiven Fähigkeiten bei Kindern in der fünften Jahrgangsstufe nachweisen (ebd., S. 150). Fuchs et al. (2008) untersuchten Schülerinnen und Schüler in der dritten Jahrgangsstufe und konnten nicht nur eine Korrelation zwischen den latenten Variablen Sprachkompetenz (Indikatoren waren Grammatikkompetenz, Hörverstehen und Wortschatzkenntnisse der Kinder) und arithmetischer Kompetenz in Höhe von  $r = .31$  zeigen, sondern auch eine latente Korrelation in Höhe von  $r = .52$  zwischen der Sprachkompetenz und dem Lösen von Textaufgaben (ebd., S. 150).

Dass arithmetische Fähigkeiten für das Lösen von Textaufgaben eine notwendige, jedoch keine hinreichende Voraussetzung sind (vgl. Abschnitt 1.2.6), zeigen die Ergebnisse von Fuchs et al. (2006). Hier erwiesen sich sprachliche Fähigkeit, operationalisiert als Gesamtscore aus Wortschatz-, Grammatik-, und Hörverstehensaufgaben, unter Kontrolle der arithmetischen Fähigkeiten, des Arbeitsgedächtnisses und der allgemeinen kognitiven Grundfähigkeiten als signifikanter Prädiktor für die Fähigkeit, Textaufgaben zu lösen, in einer Stichprobe von Kindern der dritten Jahrgangsstufe ( $r = .22$ , ebd., S. 38). Zudem untersuchten Boonen et al. (2013) den Zusammenhang zwischen der generellen Fähigkeit, auf Grundlage eines Textes Relationen korrekt herzustellen (sog. *relational processing*, z. B. *x hat mehr als y*) und dem Lösen von Textaufgaben. Dabei soll das Herstellen von Relationen die korrekte Interpretation der im Text enthaltenen Bezüge, die sich aus den morphosyntaktischen Strukturen (z. B. Relativpronomen, Präpositionen, Komparationen) ergeben, voraussetzen. Es zeigte sich, dass *relational processing*, auch unter Kontrolle von Leseverständnis ( $\beta = .21$ ) und Räumlichem Vorstellungsvermögen, Varianz in den Leistungen beim Lösen von Textaufgaben erklärt ( $\beta = .21$ , ebd., S. 276). Weiterhin konnte in der Studie von Kytälä, Aunio, Lepola, und Hautamäki (2014) gezeigt werden, dass Wortschatzkenntnisse ausschließlich indirekt (über das Hörverstehen) mit den Leistungen im Lösen von Textauf-

gaben bei Kindern im Vorschulalter zusammenhängen. In der Studie stellte sich zudem heraus, dass der Einfluss des Arbeitsgedächtnisses auf die Leistungen beim Lösen von Textaufgaben vollständig von den sprachlichen Kompetenzen mediiert wurde. Der manifeste Zusammenhang zwischen dem Hörverständnis und dem Lösen von (vorgelesenen) mathematischen Textaufgaben unter Kontrolle von kognitiven Fähigkeiten und Arbeitsgedächtnis betrug in dieser Studie  $r = .31$  (ebd, S. 31).

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass zwar die Operationalisierung von Sprach- und Mathematikkompetenz und die berücksichtigten Kontrollvariablen stark zwischen den Studien variieren, aber dennoch mehrheitlich querschnittliche Zusammenhänge mittlerer Effektstärke berichtet werden. Die gefundenen Zusammenhänge liegen dabei zwischen  $r = .21$  (Heinze et al., 2007) und  $r = .63$  (Leutner et al., 2004), wenn man nur Studien betrachtet, in denen die allgemeinen kognitiven Grundfähigkeiten kontrolliert werden<sup>5</sup> (vgl. Tabelle 1). Systematische Unterschiede in den Effektstärken zwischen Studien, die Kinder im Grundschulalter untersuchten (Fuchs et al., 2006; Heinze et al., 2007; Kyttälä et al., 2014) und Studien, in denen die Stichprobe aus Heranwachsenden der Sekundarstufe bestand (Klieme et al., 2011; Lee et al., 2004; Leutner et al., 2004), lassen sich nicht eindeutig feststellen<sup>6</sup>. Auffällig sind die großen Zusammenhänge, die in Studien, die auf PISA-Daten beruhen, berichtet werden (Klieme et al., 2011; Leutner et al., 2004). Dieser Befund könnte auf die in den Studien verwendete Operationalisierung von Lesekompetenz zurückzuführen sein, die nicht nur das Verstehen von Texten, sondern auch das Entnehmen von Informationen aus Tabellen, Diagrammen, Karten und Graphiken beinhaltet (sog. diskontinuierliche Texte), welches auch bei der Lösung mathematischer Aufgaben eine wichtige Rolle spielt.

### 1.3.2 Befunde aus Längsschnittstudien

Neben den Befunden aus Querschnittstudien liegt zudem eine Reihe von Längsschnittstudien vor, die den Zusammenhang zwischen Sprach- und Mathematikkompetenz untersuchen. Im Rahmen von *echten* Längsschnittstudien wird die Veränderung bzw. Entwicklung der mathematischen Kompetenzen durch mehrere Erhebungszeitpunkte abgebildet, sodass ana-

---

<sup>5</sup> Da allgemeine kognitive Grundfähigkeiten sich als ein sehr bedeutsamer Prädiktor von Schulleistungen erwiesen haben (z. B. Helmke & Schrader 2001), ist davon auszugehen, dass gefundene Zusammenhänge zwischen Mathematik- und Sprachkompetenz (insbesondere, wenn schulische Kompetenzen erfasst werden, wie Lesekompetenz) zu einem nicht unbedeutenden Anteil auf allgemeine kognitive Grundfähigkeiten zurückzuführen sind, wenn diese nicht als Kontrollvariable berücksichtigt wurden (vgl. Abschnitt 2.1.7).

<sup>6</sup> Wenn man nur Studien betrachtet, in denen die allgemeinen kognitiven Grundfähigkeiten kontrolliert werden.

lysiert werden kann, wie sich interindividuelle Unterschiede in den sprachlichen Kompetenzen von Lernenden auf die *Entwicklung* ihrer mathematischen Kompetenzen auswirken. Darüber hinaus liegen auch Ergebnisse aus Studien vor, die zwar die Vorhersagekraft von Sprachkompetenz auf die zeitlich später erhobene Mathematikkompetenz untersuchen, die Entwicklung mathematischer Kompetenzen wird hier jedoch nicht abgebildet. So untersucht Mücke (2007) im Rahmen der Berliner Längsschnittstudie zur Lesekompetenzentwicklung von Grundschulkindern (Schröder-Lenzen & Merckens, 2006) den Zusammenhang zwischen allgemeiner mündlicher Sprachkompetenz bei Schuleintritt und der Mathematikkompetenz in der vierten Jahrgangsstufe. Mücke findet, unter Kontrolle der allgemeinen kognitiven Grundfähigkeiten und des sozioökonomischen Hintergrunds, einen signifikanten (manifesten) Zusammenhang ( $R^2 = 22\%$ , ebd., S. 279). Ebenso untersuchten Gut et al. (2012) die Vorhersagekraft sprachlicher Kompetenzen. Die Stichprobe umfasste Kinder, die beim zweiten Messzeitpunkt zwischen 8 und 13 Jahre alt waren. In dieser Studie erwies sich der allgemeine Sprachstand unter Kontrolle des sozioökonomischen Status, der allgemeinen kognitiven Grundfähigkeiten und des Zuwanderungshintergrunds als signifikanter Prädiktor der Mathematiknote nach drei Jahren ( $\beta = .21$ , ebd., S. 217).

Im Rahmen der Längsschnittstudie SOKKE (Sozialisation und Akkulturation von Grundschulkindern mit Migrationshintergrund; Ufer, Reiss & Mehringer, 2013) wurden hingegen die mathematischen Kompetenzen zu zwei Erhebungszeitpunkten gemessen, d. h. es wurde in dieser Studie die Veränderung der Mathematikkompetenzen erfasst. Hier erwies sich der Sprachstand<sup>7</sup> in der ersten Jahrgangsstufe, auch unter Kontrolle des sozioökonomischen Status, der kognitiven Grundfähigkeiten, des Sprachhintergrunds (Ausprägung der Bilingualität: dominant/schwach) und der Mathematikkompetenz in der ersten Jahrgangsstufe, als signifikanter Prädiktor der Leistungen in Mathematikaufgaben mit *eher konzeptuell-inhaltlichen Anforderungen*<sup>8</sup> in der zweiten Jahrgangsstufe ( $\beta = .23$ ). Für Aufgaben mit *eher schematisierten Anforderungen* konnte hingegen kein signifikanter Zusammenhang gefunden werden (ebd., S. 196).

---

<sup>7</sup>Ufer et al. (2013) geben an, dass sie den SFD 1 (Hobusch, Lutz & Wiest, 1999) eingesetzt haben. Es wird aber nicht beschrieben, welche Teilkompetenzen erfasst wurden.

<sup>8</sup>Anhand von Faktorenanalysen wurden die Aufgaben von den Autoren und Autorinnen der Studie zwei Subskalen zugeordnet; eine mit *eher schematisierten Anforderungen* und eine mit *eher konzeptuell-inhaltlichen Anforderungen*. Eine genaue Beschreibung dieser Kategorisierung kann den Ausführungen jedoch nicht entnommen werden (Ufer et al. 2013, S. 193).

Duncan et al. (2007) kamen in einer Reanalyse von Daten aus sechs Längsschnittstudien zu dem Ergebnis, dass Facetten vorschulischer Sprachkompetenz, wie Wortschatz- und Buchstabenkenntnisse, auch noch nach Kontrolle der allgemeinen kognitiven Grundfähigkeiten, des SES und der vorschulischen Mathematikkompetenz die spätere Mathematikkompetenz von Schülerinnen und Schülern vorhersagten. Die Höhe des meta-analytisch ermittelten Regressionskoeffizienten betrug  $\beta = .10$  (ebd., S. 33).

Zur Frage, inwieweit die Sprachkompetenz von Lernenden deren individuelle Lernverläufe in Mathematik tatsächlich vorhersagen kann, sind die bisher berichteten Studien, in denen anhand (auto-)regressionsanalytischer Verfahren die Veränderung der Mathematikkompetenz indirekt modelliert wurde, allerdings nur bedingt aussagekräftig (zu Einschränkungen von autoregressiven Modellen vgl. Curran & Hussong, 2002). Vielmehr können zu dieser Frage solche Studien Aufschluss geben, die individuelle Unterschiede in den Entwicklungsverläufen anhand von Wachstumskurvenmodellen untersuchen. Da die individuellen Veränderungen der Mathematikkompetenzen in diesen Modellen in einer (latenten) Variable modelliert werden, lassen sich diese mit anderen Variablen (z. B. der Sprachkompetenz) in Beziehung setzen (Schmiedek & Wolff, 2010).

Die Befundlage entsprechender Analysen zur Frage, ob Lernverläufe in Mathematik durch die Sprachkompetenz der Lernenden beeinflusst werden, beruht auf wenigen Studien und ist zudem inkonsistent. Morgan Forkas und Wu (2011) untersuchten anhand von Daten der *Early Childhood Longitudinal-Kindergarten Studie* (ECLS-K) die Entwicklung der Mathematikkompetenz bei Kindern von der ersten bis zur fünften Jahrgangsstufe. Anhand von Wachstumskurvenmodellen analysierten sie den Einfluss von Vorläuferfähigkeiten der Lesekompetenz im Vorschulalter (erfasst wurden z. B. Buchstabenkenntnis, Dekodierfähigkeit, Wortschatzkenntnisse) auf die Entwicklung der Mathematikkompetenz. Die Vorläuferfähigkeiten der Lesekompetenz wurden zu einem Faktor zusammengefasst, der sich, unter Kontrolle des SES, als signifikanter Prädiktor der Mathematikkompetenz in der ersten Jahrgangsstufe ( $\beta = .06$ ), nicht jedoch der individuellen Wachstumsraten von der ersten bis zur fünften Jahrgangsstufe erwies (ebd., S. 482). Im Gegensatz dazu wiesen die Ergebnisse einer Studie von Grimm (2008), die auf Daten von Chicagoer Schulen beruht, darauf hin, dass die in der dritten Jahrgangsstufe erfasste Lesekompetenz (eingesetzt wurden Texte unterschiedlicher Textsorte, z. B. Fabeln, Märchen, Interviews, Poesie) unter Kontrolle des SES ein signifikanter Prädiktor der Wachstumsrate der Mathematikkompetenz von der dritten bis zur

achten Jahrgangsstufe ist. Dabei wurde zwischen drei mathematischen Bereichen unterschieden. Die berichteten Effektstärken sind sehr klein (ebd., S. 419): *Problem Solving and Data Interpretation* ( $\beta = .032$ ), *Mathematical Computation* ( $\beta = .014$ ), *Mathematical Concepts and Estimation* ( $\beta = .018$ ). Shin, Davison, Long, Chan und Heistad (2013) untersuchten in ihrer Längsschnittstudie Schülerinnen und Schüler von der vierten bis zur achten Jahrgangsstufe. Es zeigte sich, dass das Leseverständnis, auch unter Kontrolle von Sprachhintergrund und Armutsindex<sup>9</sup>, nicht nur signifikant mit der mathematischen Ausgangskompetenz, sondern auch mit den Wachstumsraten (allgemeiner) mathematischer Kompetenz zusammenhing ( $r = .12$ ). Die Autorengruppe berichtet zudem, dass der Lernzuwachs im Leseverständnis und der Lernzuwachs in Mathematik signifikant zusammenhingen ( $r = .55$ , ebd., S. 98). In einer Studie von Tolar et al. (2012), in der Schülerinnen und Schüler von der dritten bis zur fünften Jahrgangsstufe untersucht wurden, zeigte sich hingegen unter Berücksichtigung der allgemeinen kognitiven Grundfähigkeiten kein Effekt der Wortschatzkenntnisse (eingesetzt wurden produktive Aufgaben und Aufgaben zum Wortwissen) auf die Wachstumsraten mathematischer Modellierungskompetenz.

Wie die Ergebnisse der berichteten Längsschnittstudien zeigen, können Unterschiede in den sprachlichen Kompetenzen von Lernenden (spätere) Unterschiede in den Mathematikkompetenzen teilweise erklären. Die Ergebnisse aus den vorliegenden Längsschnittstudien, die untersuchten, wie sich die individuelle Sprachkompetenz auf die mathematische Entwicklung (d. h. den Lernzuwachs) der Lernenden auswirkt (vgl. Tabelle 1, Design = Z), sind hingegen inkonsistent. Hier variieren die Befunde zwischen Nulleffekten (Morgan et al., 2011; Tolar et al., 2012) und kleinen Effekten in Höhe von  $r = .12$  (Shin et al., 2013) für Zusammenhänge zwischen sprachlichen Kompetenzen und den Wachstumsraten in Mathematik. Einschränkend muss festgestellt werden, dass nur in der Studie von Tolar et al. (2012) die allgemeinen kognitiven Grundfähigkeiten als Kontrollvariable einbezogen wurden, so dass die Interpretierbarkeit der Ergebnisse der Studien von Morgan et al. (2011), Shin et al. (2013) und Grimm (2008) stark eingeschränkt ist.

### 1.3.3 Befunde zu sprachlichen Teilkompetenzen

Wie in Abschnitt 1.2 dargestellt wurde, scheinen für den erfolgreichen mathematischen Kompetenzerwerb verschiedene sprachliche Teilkompetenzen eine Rolle zu spielen. Für die

---

<sup>9</sup> *Poverty Status*

vorliegende Arbeit sind deshalb Studien von besonderem Interesse, aus denen Erkenntnisse zur relativen Bedeutung einzelner Kompetenzbereiche generiert werden können. Um die Bedeutung einzelner sprachlicher Teilkompetenzen, wie etwa der Grammatikkompetenz oder der Wortschatzkenntnisse, für den mathematischen Kompetenzerwerb bestimmen zu können, sind Studien notwendig, die unterschiedliche sprachliche Kompetenzen differenziert und gleichzeitig simultan in den Analysen berücksichtigen. Es liegen jedoch nur wenige Studien mit einem solchen Design vor und die Befunde sind widersprüchlich.

Beal et al. (2010) berichten in ihrer Studie, dass lediglich das Leseverständnis, nicht jedoch das Hörverstehen die mündliche Sprachkompetenz oder die Schreibkompetenz (marginal) signifikant mit dem Lösen von Textaufgaben bei Zweitsprachlernenden (*English Language Learners*) in der neunten Jahrgangsstufe zusammenhing. In einer Querschnittsstudie von Kempert, Saalbach und Hardy (2011) erwies sich hingegen, unter Kontrolle der allgemeinen kognitiven Grundfähigkeiten, des SES und der arithmetischen Kompetenzen, nur die mündliche Sprachkompetenz, nicht jedoch das Leseverständnis in der Instruktionssprache Deutsch als signifikanter Prädiktor für das Lösen von Textaufgaben bei Drittklässlerinnen und Drittklässlern mit türkischer Familiensprache.

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass die wenigen vorliegenden empirischen Befunde zur Bedeutung einzelner sprachlicher Teilkompetenzen für den Erwerb mathematischer Kompetenzen keine eindeutige Interpretation zulassen. Es fehlt also an Studien, die sprachliche Teilkompetenzen differenziert, gleichzeitig und unter Kontrolle allgemeiner kognitiver Grundfähigkeiten in Analysen einbeziehen.

Tabelle 1.1

Übersicht der berichteten empirischen Studien zum Zusammenhang zwischen Sprach- und Mathematikkompetenz. Die Reihenfolge der Studien in der Tabelle entspricht der Reihenfolge der Studien im Text (vgl. Abschnitt 3.1)

De- sign	Studie/ Quelle	Stichprobe / MZP	<i>N</i>	Kompetenzbe- reich(e) Mathematik	Kompetenzbereich(e) Sprache	Kontrollvariablen	Zusammenhang/ Ergebnis
Q	PISA 2003; Leutner, Klieme, Meyer & Wirth (2004)	15-Jährige	535	AM	Leseverständnis	akG	$r = .63$ (latent)
Q	PISA 2000; Klieme, Neubrand & Lüdtke (2001)	15-jährige	4 122	AM	Leseverständnis	Geschlecht, Selbstkonzept, SES, akG	$\beta = .55$
Q	Heinze, Herwartz- Emden & Reiss (2007)	Ende der 1. Jgst.	566	AM	Gesamtscore (unklare Angabe, vermutlich aus Wortschatz, Prä- positionen, Artikel, Plural, Text- & Hörverständnis, mündliche Sprachproduktion)	akG	$r = .21$
Q	Viljaranta, Lerkka- nen, Poikkeus, Au- nola, & Nurmi (2009)	Vorschulalter	139	Arithmetik	Gesamtscore aus Buchstaben- kenntnis, phonologische Be- wusstheit		$r = .52$
Q	Berg (2008)	3. bis 6. Jgst.	90	Arithmetik	Leseverständnis	Alter, Arbeitsgedächtnis	$R^2 = .57$

*Anmerkungen.* Design: Unterschieden wird zwischen querschnittlichem (Q) und längsschnittlichem Design (L) bzw. Längsschnitt ohne Abbildung mathematischer Entwicklung ((L)), Metaanalyse (M), Lernzuwachs (Z). AM = Allgemeine Mathematikkompetenz, akG = allgemeine kognitive Grundfähigkeiten, SES = Sozioökonomischer Status, Jgst. = Jahrgangsstufe

Tabelle 1.1 (Fortsetzung)

De- sign	Studie/ Quelle	Stichprobe / MZP	N	Kompetenzbe- reich(e) Mathematik	Kompetenzbereich(e) Sprache	Kontrollvariablen	Zusammenhang/ Ergebnis
Q	Koponen, Aunola, Ahonen & Nurmi (2007)	4. Jgst.	178	Arithmetik (mehr- stellige Zahlen)	Leseflüssigkeit	Bildungshintergrund der Eltern, Rechnen mit einstel- ligen Zahlen, Zählfertigkeiten im Kindergartenalter	$\beta = .51$
Q	Jordan, Levine & Huttenlocher (1995)	Vorschulalter & 1. Jgst.	196	Textaufgaben	Gesamtscore aus produktiven Wortschatzkenntnissen, produk- tive Grammatikkompetenzen	Altersgruppe	Kinder, deren sprachliche Leistungen unter Perzentil 30 lagen (n=19), zeigten signifi- kant geringere Leistun- gen beim Lösen von Textaufgaben
Q	Vilenius-Tuohinmaa, Aunola & Nurmi (2008)	4. Jgst.	255	Textaufgaben	Leseverständnis		$r = .67$ (latent)
Q	Lee, Ng, Ng & Lim (2004)	5. Jgst.	151	Textaufgaben	Gesamtscore aus Lesen, Lesever- ständnis, Sprechen und Wort- schatz	Arbeitsgedächtnis, akG	$r = .36$
Q	Fuchs, Compton, Fuchs, Hollenbeck, Craddock & Hamlett (2008)	3. Jgst.	122	(1) Arithmetik (2) Textaufgaben	Gesamtscore aus Grammatik- kompetenz, Hörverstehen, Wort- schatzkenntnisse		(1) $r = .31$ (2) $r = .52$ (latent)
Q	Fuchs et al. (2006)	3. Jgst.	312	Textaufgaben	Gesamtscore aus Wortschatz, Grammatik, Hörverstehen	Arithmetische Fähigkeiten, Arbeitsgedächtnis, akG	$r = .22$
Q	Boonen et al. (2013)	6. Jgst.	128	Textaufgaben	(1) Relationen herstellen ( <i>relati- onal processing</i> ) (2) Leseverständnis	Räumliches Vorstellungs- vermögen	(1) $\beta = .21$ (2) $\beta = .18$



Tabelle 1.1 (Fortsetzung)

De- sign	Studie/ Quelle	Stichprobe / MZP	<i>N</i>	Kompetenzbe- reich(e) Mathematik	Kompetenzbereich(e) Sprache	Kontrollvariablen	Zusammenhang/ Ergebnis
Q	Kyttälä, Aunio, Lepola & Hautamäki (2014)	Kinder zwischen 4 und 7 Jahren	116	Textaufgaben	Hörverständnis	akG, Arbeitsgedächtnis	$r = .31$
(L)	Mücke (2007)	Schuleintritt & 4. Jgst.	502	AM	allgemeine mündliche Sprachkompetenz	akG, SES	$R^2 = 22\%$
(L)	Gut, Reimann & Grob (2012)	Kinder zwischen 8 und 13 Jahren (beim 2. MZP)	263	Schulnote in Mathematik	allgemeiner Sprachstand (Produktion und Rezeption)	SES, akG, Zuwanderungshintergrund (ja/nein)	$\beta = .21$
L	Ufer, Reiss & Mehlinger (2013)	1. bis 2. Jgst.	417	Aufgaben mit (1) konzeptuell-inhaltlichen (2) schematisierten Anforderungen	Gesamtscore (unklare Angabe, vermutlich aus Wortschatz, Präpositionen, Artikel, Plural, Text- & Hörverständnis, mündliche Sprachproduktion)	SES, akG, Ausprägung d. Bilingualität, Matheleistungen d. 1.Jgst.	(1) $\beta = .23$ (2) n.s.
L, M	Duncan et al. (2007)	Metaanalyse (6 Studien Vorschulalter bis zur Altersgruppe 13/14)	-	AM	Facetten vorschulischer Sprachkompetenz, wie Wortschatz- und Buchstabenkenntnisse	akG, SES	$\beta = .10$ (meta-analytisch)
L, Z	Morgan, Farkas & Wu (2011)	1. bis 5. Jgst.	7 400	AM	Gesamtscore aus Vorläuferfähigkeiten der Lesekompetenz im Vorschulalter (z. B. Buchstabenkenntnis)	SES	mathematische Ausgangskompetenz: $\beta = .06$ ; n.s. mit Wachstumsrate

Tabelle 1.1 (Fortsetzung)

De-sign	Studie/ Quelle	Stichprobe / MZP	<i>N</i>	Kompetenzbe- reich(e) Mathematik	Kompetenzbereich(e) Sprache	Kontrollvariablen	Zusammenhang/ Ergebnis
L, Z	Grimm (2008)	3. bis 8. Jgst.	46 373	(1) <i>Problem Solving and Data Interpretation</i> (2) <i>Mathematical Computation</i> (3) <i>Mathematical Concepts and Estimation</i>	Leseverständnis	SES	Zusammenhang mit Wachstumsraten: (1) $\beta = .032$ (2) $\beta = .014$ (3) $\beta = .018$
L, Z	Shin, Davison, Long, Chan & Heistadt (2013)	4. bis 8. Jgst.	2 517	AM	Leseverständnis	Sprachhintergrund (Englisch als Zweitsprache: Ja/Nein), Armutsindex	Wachstumsrate $r = .12$ ; Zusammenhang zw. Wachstumsraten Lese- verständnis & Mathema- tik $r = .55$
L, Z	Tolar, Fuchs, Cirino, Fuchs, Hamlett & Fletcher (2012)	3. bis 5. Jgst.	261	Textaufgaben	Wortschatzkenntnisse	akG	Signifikant mit Aus- gangskompetenz, nur unstandardisierter Koef- fizient angegeben n.s. mit Wachstumsrate
Q	Beal, Adams & Cohen (2010)	Zweitspra- chlernde, 9. Jgst	209	Textaufgaben	differenzierte/simultane Berück- sichtigung: (1) Leseverständnis, (2) Hörver- stehen, (3) mündliche Sprach- kompetenz, (4) Schreibkompe- tenz		(1) $F(1, 143) = 3.399$ , $p = .067$ (2) – (4) n.s.
Q	Kempert, Saalbach & Hardy (2011)	Kinder mit türkischer Fa- miliensprache, 3. Jgst	44	Textaufgaben	differenzierte/simultane Berück- sichtigung: (1) mündliche Sprachkompetenz, (2) Lesever- ständnis	akG, SES, Arithmetische Fähigkeiten	(1) $\beta = .43$ (2) $\beta = .11$ (n.s.)

### 1.3.4 Sprachliche Komplexität mathematischer Aufgaben – empirische Befunde

Die in vielen Studien empirisch ermittelten Zusammenhänge zwischen Sprach- und Mathematikkompetenz lassen sich zwar als Hinweis auf die substantielle Bedeutung sprachlicher Fähigkeiten für den mathematischen Kompetenzerwerb interpretieren, es ist dabei jedoch einschränkend zu berücksichtigen, dass die in den Studien eingesetzten Mathematikaufgaben häufig sprachlich basierte Aufgabenformate enthalten (z. B. OECD, n.d.; Beispielaufgaben Pisa 2003), sodass beobachtete Zusammenhänge auch auf die sprachlichen Anforderungen der Mathematikaufgaben zurückzuführen sein könnten (vgl. Abedi & Lord, 2001). Die sprachliche Komplexität der mathematischen Testaufgaben kann also als eine mögliche Quelle konstrukt-irrelevanter Schwierigkeit betrachtet werden, die die Validität von Tests zur Erfassung mathematischer Kompetenzen einschränkt.

Studien, die Auswirkungen von sprachlicher Modifikation (bzw. Vereinfachung) von Mathematikaufgaben auf die Lösungshäufigkeiten untersuchen, weisen insgesamt darauf hin, dass die Effekte, die auf die sprachlichen Anforderungen von Testaufgaben zurückzuführen sind, eher gering sind (z. B. Abedi & Lord, 2001; Haag, Heppt, Stanat, Kuhl & Pant, 2013; Kieffer, Lesaux, Rivera & Francis, 2009; Kieffer, Rivera & Francis, 2012; Pennock-Roman & Rivera, 2011). Kieffer et al. (2012) untersuchten in ihrer Metaanalyse<sup>10</sup> die Wirksamkeit von Testmodifikationen. Die in die Metaanalyse einfließenden 20 Studien verwendeten überwiegend Aufgaben aus den Bereichen Mathematik<sup>11</sup> des *National Assessment of Educational Progress* (NAEP) der Jahrgangsstufen vier und acht. Dabei wurden in den berücksichtigten Studien verschiedene Formen von Testmodifikationen vorgenommen: In den meisten wurde die in den Aufgaben verwendete Sprache modifiziert, um sprachliche Komplexität zu beseitigen, d. h. in den Aufgaben wurden der Wortschatz und die Syntax vereinfacht. In anderen Studien wurden den Schülerinnen und Schülern Wörterbücher oder Glossare als Hilfsmittel zur Verfügung gestellt. Seltener Formen der Testmodifikationen waren die Präsentation der Aufgaben in der Erstsprache der Lernenden, eine Verlängerung der Bearbeitungszeit, das Vorlesen von Aufgaben und die Testdurchführung in einer Kleingruppe. Die Effektstärken wurden anhand der Differenz zwischen den Testwerten der ursprünglichen

---

<sup>10</sup> Hierbei handelt es sich um eine aktualisierte Version von Francis, Rivera, Lesaux, Kieffer & Rivera (2006) und Kieffer et al. (2009).

<sup>11</sup> 13 Studien beinhalten Aufgaben aus dem Bereich Mathematik, fünf aus den Naturwissenschaften, eine aus dem Bereich Geschichte und zwei aus dem Bereich Lesen.

Testversion und den Testwerten der modifizierten Fassung bestimmt. Kieffer et al. (2012) fanden kleine signifikante Effekte für die sprachliche Vereinfachung von Aufgaben ( $d = 0.14$ ), für die Verwendung von Wörterbüchern ( $d = 0.14$ ) und für die Verlängerung der Bearbeitungszeit ( $d = 0.23$ ) für Zweitsprachlernende (*English Language Learners*). Hierbei gilt es zu berücksichtigen, dass in die Berechnung des Effektes für die Verlängerung der Bearbeitungszeit nur drei Effektgrößen einfließen, sodass es sich um keinen belastbaren Befund handelt (ebd., S. 14). Darüber hinaus ist die Verlängerung der Bearbeitungszeit nicht eindeutig als sprachliche Entlastung zu interpretieren, denn die zusätzliche Zeit könnte von den Schülerinnen und Schülern auch zur Lösung des mathematischen Problems (z. B. zum Ausrechnen) genutzt worden sein. Für Schülerinnen und Schüler, die in ihrer Familie die Instruktionssprache sprechen, konnten Kieffer et al. (2012) für keine Form der Testmodifikation signifikante Effekte nachweisen.

Nicht nur Ergebnisse aus Studien, in denen Mathematikaufgaben sprachlich vereinfacht wurden, liefern Hinweise darauf, dass die sprachlichen Anforderungen von Testaufgaben nur bedingt die gefundenen Zusammenhänge zwischen Sprach- und Mathematikkompetenz erklären können. Auch solche Studien, in denen zur Bestimmung des Zusammenhangs zwischen Sprach- und Mathematikkompetenz Aufgaben eingesetzt wurden, die sehr geringe bis gar keine sprachlichen Anforderungen enthielten (vgl. Tabelle 1.1, Kompetenzbereich Arithmetik), sind ein starker Indiz dafür. Einschränkend ist jedoch zu berücksichtigen, dass in keiner der berichteten Studien die kognitiven Grundfähigkeiten kontrolliert wurden (vgl. Tabelle 1.1: Berg, 2008; Fuchs et al., 2008; Koponen et al., 2007; Viljaranta et al., 2009).

Zusammenfassend sind die vorliegenden Ergebnisse ein Indikator dafür, dass die empirisch ermittelten Zusammenhänge zwischen sprachlichen und mathematischen Kompetenzen nicht allein durch die sprachlichen Merkmale der Testaufgaben zu erklären sind. Dies unterstützt die Annahme, dass der beobachtete Zusammenhang vielmehr auf den Erwerbs- und Abrufprozess mathematischer Inhalte und Konzepte zurückzuführen ist (vgl. Abschnitt 1.2).

### **1.3.5 Zusammenfassung der Befundlage und Forschungsdesiderata**

Empirisch ermittelte Zusammenhänge zwischen sprachlichen und mathematischen Kompetenzen sind durch die empirische Forschung gut dokumentiert und stützen die im Rahmen dieser Arbeit beschriebenen theoretischen Annahmen, denen zufolge ausreichende sprachliche Kompetenzen eine wichtige Voraussetzung für einen erfolgreichen mathematischen

Kompetenzerwerb sind. Dabei unterscheiden sich die Studien in Hinblick auf die untersuchten sprachlichen und mathematischen Kompetenzbereiche, die berücksichtigten Kontrollvariablen und das Alter der untersuchten Schülerinnen und Schüler, wodurch eine Vergleichbarkeit der Ergebnisse kaum möglich ist. Für die in den Studien untersuchten Kompetenzbereiche von Sprache lässt sich feststellen, dass mehrheitlich Lesekompetenz oder ein Gesamtscore aus unterschiedlichen sprachlichen Kompetenzen in die Analysen einbezogen wurden. Die größten Effekte lassen sich zwar für den Zusammenhang zwischen Lesekompetenz und Mathematikkompetenz feststellen (z. B. Klieme et al., 2001; Leutner et al., 2004), allerdings haben Studien, in denen ein Gesamtscore aus unterschiedlichen sprachlichen Bereichen gebildet wurde, häufiger auch Lernende jüngeren Alters untersucht. Die Vergleichbarkeit der Untersuchungen ist deshalb eingeschränkt und Aussagen zu den Effekten lassen sich nicht verallgemeinern.

Da verschiedene Facetten von Sprachkompetenz hoch miteinander korreliert sind (Jude & Klieme, 2007; Jude, 2008), lassen sich Aussagen zur relativen Bedeutung einzelner Teilkompetenzen nur durch simultane und differenzierte Berücksichtigung verschiedener Teilkompetenzen in den Analysen machen. Hierzu liegen nur wenige Studien vor, deren Ergebnisse inkonsistent sind (vgl. Abschnitt 1.3.3; Beal et al., 2010; Kempert et al. 2011). Die Untersuchung der relativen Bedeutung sprachlicher Teilkompetenzen für den Erwerb mathematischer Kompetenzen ist jedoch wichtig, da die Ergebnisse Hinweise für die pädagogische Praxis liefern können. So könnten die aus solchen Studien gewonnenen Erkenntnisse bei der Gestaltung von fachintegrierten Ansätzen zur Sprachförderung berücksichtigt werden, indem gezielt die sprachlichen Teilkompetenzen berücksichtigt bzw. gefördert werden, die sich für den jeweils ausgewählten mathematischen Inhaltsbereich als relevant erwiesen haben.

In Hinblick auf die in den Studien untersuchten mathematischen Kompetenzbereiche lässt sich feststellen, dass der Zusammenhang mit Sprachkompetenz am häufigsten für allgemeine mathematische Kompetenzen sowie Modellierungskompetenzen (vgl. Tabelle 1.1) gezeigt werden konnte; eine systematische Analyse, in der unterschiedliche mathematische Kompetenzbereiche simultan berücksichtigt wurden, liegt jedoch nicht vor.

Weiterhin liegen nur wenige Studien vor, die Aussagen darüber erlauben, wie Sprachkompetenz mit der Veränderung bzw. Entwicklung mathematischer Kompetenzen zusammenhängt. Eine intensivere Untersuchung dieses Aspektes ist jedoch besonders wichtig, da nur so Erkenntnisse zur Annahme gewonnen werden können, dass die individuelle Ausprä-

gung der Sprachkompetenz einer/eines Lernenden sich auf ihren/seinen Lernprozess auswirkt.

Einen wichtigen Hinweis darauf, dass Sprachkompetenz für einen erfolgreichen mathematischen Kompetenzerwerb bedeutsam ist, können zudem Ergebnisse aus Studien liefern, die zeigen, dass Schülerinnen und Schüler, die in ihrer Familie eine andere Sprache als die Instruktionssprache sprechen, nicht nur über weniger gut ausgeprägte sprachliche Kompetenzen verfügen als ihre Mitschülerinnen und -schüler, sondern dass auch die mathematischen Kompetenzen dieser Lernenden weniger stark ausgeprägt sind. Im Folgenden wird deshalb die Befundlage zu mathematischen Kompetenzen von Zweitsprachlernenden ausführlich dargestellt.

## **1.4 Mathematische Kompetenzen von Zweitsprachlernenden**

### **1.4.1 Disparitäten in Mathematik: Die Rolle des Migrations- bzw. Sprachhintergrunds**

Von Vertreterinnen und Vertretern der Bildungsforschung wird seit einigen Jahren regelmäßig darauf hingewiesen, dass nicht alle Kinder und Jugendlichen die gleichen Bildungschancen haben (vgl. Baumert & Maaz, 2006). Mit der ersten PISA-Studie im Jahre 2000 (Baumert & Schümer, 2001) wurden erstmals im Rahmen einer großen internationalen Schulleistungsuntersuchung Herkunftsmerkmale von Schülerinnen und Schülern systematisch erfasst und mit ihren Kompetenzen in Beziehung gesetzt. Für Deutschland zeigte sich ein vergleichsweise enger Zusammenhang zwischen den Herkunftsmerkmalen, wie dem sozioökonomischen Status und dem Zuwanderungshintergrund, und den Kompetenzen von Jugendlichen (vgl. Baumert & Schümer, 2001). Seit Veröffentlichung der ersten PISA-Studie sind in Schulleistungsuntersuchungen wiederholt erhebliche Disparitäten im Schulerfolg von Heranwachsenden mit und ohne Zuwanderungshintergrund identifiziert worden (z. B. OECD, 2013; Stanat, Rauch & Segeritz, 2010), dabei bezieht sich „der Begriff der Disparität [...] auf das Ergebnis eines sozialen Vergleichs, der als bedeutsam erachtete Unterschiede aufzeigt“ (Stanat, 2006, S. 99).

Dies betrifft insbesondere sprachliche Kompetenzbereiche, wie Lesen und Rechtschreibung, aber auch für Mathematik lassen sich erhebliche Unterschiede zwischen Heranwachsenden mit und ohne Zuwanderungshintergrund feststellen. Da Familien ohne Zuwanderungshintergrund einen durchschnittlich höheren sozioökonomischen und kulturellen Status

aufweisen und zudem ein Zusammenhang zwischen sozioökonomischem Status und Kompetenzniveau besteht, ist ein Teil der gefundenen Kompetenzunterschiede zwischen Schülerinnen und Schülern mit und ohne Zuwanderungshintergrund auf Unterschiede im sozioökonomischen Hintergrund zwischen diesen Gruppen zurückzuführen (z. B. OECD, 2013). Neben den geringeren sozioökonomischen Ressourcen, die zugewanderte Familien in die Bildung ihrer Kinder investieren können, werden sprachliche Schwierigkeiten der Lernenden mit Zuwanderungshintergrund als weiterer wesentlicher Erklärungsfaktor für die gefundenen Disparitäten angenommen (Baumert & Schümer, 2001; Stanat, 2006). Im Folgenden werden daher empirische Befunde zu Unterschieden zwischen Lernenden mit und ohne Zuwanderungshintergrund in den mathematischen Kompetenzen berichtet. Ergebnisse aus vertiefenden Analysen der Studien geben zudem Anhaltspunkte für mögliche Erklärungsfaktoren. Die Art und Weise, wie die zu vergleichenden Gruppen gebildet wurden, variiert allerdings zwischen den Studien: Eine Einteilung nach Zuwanderungsstatus bezieht sich darauf, ob die Kinder und Jugendlichen bzw. deren Eltern in einem anderen Land geboren wurden; eine zweite Kategorisierung erfolgte danach, ob die Lernenden in ihrer Familie (überwiegend) die Instruktionssprache sprechen<sup>12</sup>. Dass die Wahl der Kategorisierungsform einen Unterschied für die Zusammensetzung der Gruppen bewirkt, zeigen Analysen zum familiären Hintergrund von Schülerinnen und Schülern. Beispielsweise ergab sich in PISA 2012, dass 72 % der Schülerinnen und Schüler mit Zuwanderungshintergrund zu Hause am häufigsten Deutsch sprechen (Gebhardt, Rauch, Mang, Sälzer & Stanat, 2013). Um Rückschlüsse auf die Bedeutung von Sprachkompetenz für das Entstehen von Disparitäten ziehen zu können, sind deshalb Studien, die die zweite Kategorisierung vornehmen, besser geeignet.

Unterschiede in der Mathematikkompetenz zuungunsten von Kindern aus zugewanderten Familien lassen sich bereits in der ersten Jahrgangsstufe feststellen. Beispielsweise konnten Heinze et al. (2007) im Rahmen der Grundschulstudie SOKKE (Sozialisation und Akkulturation in Erfahrungsräumen von Kindern mit Migrationshintergrund) an einer Stichprobe von 556 Schülerinnen und Schülern, von denen 344 einen Migrationshintergrund aufwiesen, signifikante Unterschiede zwischen Kindern mit und ohne Migrationshintergrund in den mathematischen Kompetenzen am Ende der ersten Jahrgangsstufe nachweisen. Nach Kontrolle

---

<sup>12</sup> In Studien, die sich auf Deutschland beziehen, werden demzufolge Lernende, die zu Hause überwiegend Deutsch sprechen und Lernende, die zu Hause überwiegend eine andere Sprache sprechen (sog. Zweitsprachlernende bzw. Lernende mit Deutsch als Zweitsprache) unterschieden.

der allgemeinen kognitiven Grundfähigkeiten blieben signifikante Unterschiede in den Kompetenzbereichen *Zahlraum* ( $d = .43$ ) und *Sachaufgaben* ( $d = .52$ ) bestehen, die Unterschiede in den Kompetenzbereichen *Mengen-Zahlen* und *Teil-Ganzes* konnten hingegen nicht mehr gegen den Zufall abgesichert werden. Unter Kontrolle des Sprachstandes der Kinder verschwanden die Unterschiede zwischen den beiden Gruppen in den mathematischen Leistungen aller Bereiche. Auch die Ergebnisse der BeLesen-Studie (*Berliner Längsschnittstudie zur Lesekompetenzentwicklung von Grundschulkindern*), in der die Leistungsentwicklung von der ersten bis zur vierten Jahrgangsstufe untersucht wurde, zeigen, dass bereits am Ende der ersten Jahrgangsstufe Leistungsdifferenzen zwischen Kindern mit und ohne Zuwanderungshintergrund in Mathematik bestehen, die sich im Laufe der Schulzeit fortsetzen (die Effektstärken liegen zwischen  $d = .34$  und  $d = .49$ ; Schröder-Lenzen & Merken, 2006, S. 29f). Ebenso wie in der SOKKE-Studie (Heinze et al., 2007) zeigte sich auch in BeLesen, dass die Familiensprache (Deutsch/nicht Deutsch) nach Kontrolle des Sprachstandes der Kinder keinen Effekt mehr auf die mathematischen Kompetenzen zu allen vier Messzeitpunkten hatte (zusätzlich wurden hier auch die allgemeinen kognitiven Grundfähigkeiten und der SES in den Analysen berücksichtigt; Mücke, 2007). Sprachkompetenz scheint demnach ein wesentlicher Erklärungsfaktor für die gefundenen Kompetenzunterschiede in Mathematik zu sein.

Mathematische Kompetenzen von Grundschülerinnen und -schülern werden im Rahmen der international vergleichenden Schulleistungsuntersuchung TIMSS (*Trends in International Mathematics and Science Study*) am Ende der vierten Jahrgangsstufe regelmäßig erfasst. Die Ergebnisse zeigen, dass Lernende, die zu Hause nicht die Testsprache sprechen, in fast allen Teilnehmerstaaten geringere mathematische Leistungen erzielen als ihre Mitschülerinnen und Mitschüler, die zu Hause die Testsprache sprechen (Tarelli, Schwippert & Stubbe, 2012). In Deutschland beträgt die Differenz der Leistungsmittelwerte zwischen Lernenden, die zu Hause immer oder fast immer Deutsch, und Lernenden, die nur manchmal oder nie Deutsch sprechen, 32 Leistungspunkte, was einem Rückstand von einem Schuljahr entspricht (Institut für Schulentwicklungsforschung, 2012). Dass es sich hierbei um Disparitäten von erheblicher Größe handelt, zeigt auch der Vergleich mit anderen Staaten: Für Norwegen und Spanien, als europäische Länder mit einem vergleichbaren Anteil an Schülerinnen und Schülern, die nur manchmal oder nie die Testsprache sprechen, waren die Differenzen geringer. Höhere Differenzen als in Deutschland ließen sich nur in Ungarn nachweisen.



Anhand weiterer Analysen konnte gezeigt werden, dass die in der Familie gesprochene Sprache (Deutsch/nicht Deutsch) auch noch nach Kontrolle von Zuwanderungsstatus, sozioökonomischem und kulturellem Status ein signifikanter Prädiktor mathematischer Leistungen ist (Tarelli, Schwippert & Stubbe, 2012).

Mathematische Kompetenzen<sup>13</sup> von Grundschulkindern in der vierten Jahrgangsstufe wurden auch im Rahmen des IQB-Ländervergleichs 2011 untersucht (Haag, Böhme & Stanat, 2012). Im Vergleich zu Kindern, deren Eltern beide in Deutschland geboren waren, ergab sich für Kinder mit zwei im Ausland geborenen Elternteilen ein Rückstand in Höhe von 54 Punkten ( $d = 0.56$ ) und für Kinder mit nur einem im Ausland geborenen Elternteil in Höhe von 30 Punkten ( $d = 0.31$ ). Verglichen mit den durchschnittlich zu erwartenden Leistungszuwächsen von der dritten bis zur vierten Jahrgangsstufe entspricht diese Differenz etwa zwei Dritteln bzw. einem Drittel des Leistungszuwachses eines Schuljahres (Haag, Böhme & Stanat, 2012). Nach Kontrolle des sozioökonomischen Status und des Bildungshintergrunds der Eltern reduzierten sich die Disparitäten erheblich und blieben nur noch für Kinder türkischer Herkunft und für Kinder mit zwei zugewanderten Elternteilen (außer Kinder, deren Eltern aus Polen oder der ehemaligen Sowjetunion zugewandert sind) signifikant. Weiterhin zeigte sich, dass die in der Familie gesprochene Sprache auch nach Kontrolle der familiären Hintergrundmerkmale mit den mathematischen Kompetenzen signifikant zusammenhing: Kinder, die in ihrer Familie *manchmal Deutsch* sprechen, erzielten 19 Punkte weniger im Test als Schülerinnen und Schüler mit ausschließlich deutscher Familiensprache.

Für die Sekundarstufe I liegen Ergebnisse zu mathematischen Kompetenzen von Jugendlichen in Deutschland aus dem Ländervergleich 2012 vor (Pöhlmann, Haag & Stanat, 2013). Es ergaben sich wiederum in allen Ländern deutliche Nachteile für Schülerinnen und Schüler mit Zuwanderungshintergrund. Diese waren auch hier bei Jugendlichen mit zwei im Ausland geborenen Elternteilen am stärksten ausgeprägt. Die gefundenen Differenzen blieben auch nach Kontrolle des sozioökonomischen Status und des Bildungshintergrunds der Eltern signifikant (außer für Kinder mit einem in der ehemaligen Sowjetunion geborenen Elternteil und Kindern polnischer Herkunft, deren Eltern beide im Ausland geboren waren). Weiterhin zeigte sich auch hier, dass die in der Familie gesprochene Sprache auch noch nach Kontrolle

---

<sup>13</sup> Untersucht wurden alle fünf in den Bildungsstandards beschriebenen Kompetenzbereiche (Zahlen und Operationen, Raum und Form, Muster und Strukturen, Größen und Messen sowie Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit) (Roppelt & Reiss, 2012).

der familiären Hintergrundmerkmale mit den mathematischen Kompetenzen signifikant zusammenhing: Kinder, die in ihrer Familie *manchmal Deutsch* sprechen, erzielten 26 Punkte weniger als Schülerinnen und Schüler mit ausschließlich deutscher Familiensprache.

Die PISA-Studie, in der regelmäßig die Kompetenzen von fünfzehnjährigen Schülerinnen und Schülern untersucht wird, hatte in den Jahren 2003 und 2012 den Schwerpunkt Mathematik. Es wurden mathematische Kompetenzen getestet, die dem Grundgedanken von PISA folgen (vgl. Abschnitt 1.2.4 zum Konzept der *Mathematical Literacy* bzw. *mathematische Grundbildung*) und darauf ausgerichtet sind, dass „Schülerinnen und Schüler in der Lage sein sollten, die gelernte Mathematik zur Lösung realitätsorientierter und innermathematischer Probleme verständig und funktional einzusetzen“ (Prenzel et al., 2006, S. 4). Es wurden Aufgaben zu vier Inhaltsbereichen eingesetzt: *Quantität, Veränderung und Beziehungen, Raum und Form* sowie *Unsicherheit (und Daten)*<sup>14</sup> (Prenzel, Sälzer & Klieme, 2013).

Auch hier zeigte sich nach Kontrolle des sozioökonomischen Hintergrunds der Jugendlichen ein erheblicher Unterschied in den mathematischen Kompetenzen zwischen Jugendlichen mit und Jugendlichen ohne Zuwanderungshintergrund in fast allen teilnehmenden Staaten (OECD, 2010; OECD, 2013; Stanat, 2006). In PISA 2003 war der Abstand zwischen den Jugendlichen, die im Alltag vorwiegend eine andere als die deutsche Sprache sprechen und denen, die nur/überwiegend Deutsch sprechen, mit 69 Punkten mehr als doppelt so groß als im OECD-Durchschnitt (Ramm, Walter, Heidemeier & Prenzel, 2005). Der Unterschied zwischen Jugendlichen mit und ohne Zuwanderungshintergrund lag hingegen nur bei 49 Punkten (Ramm, Prenzel, Heidemeier & Walter, 2004). Die gefundenen Unterschiede sind dabei stärker auf den Sprachgebrauch (Deutsch/nicht Deutsch) als auf den Migrationsstatus zurückzuführen, was sich daran erkennen lässt, dass der Sprachgebrauch in der Familie mehr Varianz in den Leistungen aufklärt als der Zuwanderungsstatus (Ramm et al., 2004). Vertiefende Analysen zeigen für Deutschland einen engen Zusammenhang zwischen Merkmalen der sozialen Herkunft und den mathematischen Kompetenzen der Jugendlichen (Prenzel, Heidemeier, Ramm, Hohensee & Ehmke, 2004). Unter Kontrolle des sozioökonomischen und soziokulturellen Status verringerten sich folgerichtig die identifizierten Disparitäten

---

<sup>14</sup> *Unsicherheit und Daten* wurde in PISA 2003 einfach als *Unsicherheit* bezeichnet. Es fanden jedoch keine grundlegenden inhaltlichen Veränderungen statt (OECD, 2003, 2014).

zwischen Jugendlichen mit und ohne Zuwanderungshintergrund um etwa ein Drittel, allerdings ist der Abstand zum Kompetenzniveau der Lernenden ohne Zuwanderungshintergrund weiterhin erheblich (Ramm et al., 2005).

In PISA 2012 ergab sich zwischen Jugendlichen mit und ohne Zuwanderungsstatus ein Kompetenzunterschied in Mathematik in Höhe von 46 Punkten, was einem Leistungsabstand von mehr als einem Schuljahr entspricht (Gebhardt et al., 2013). Bei Betrachtung der Kompetenzstufen zeigte sich, dass 38 % der Schülerinnen und Schüler der ersten Generation, 29 % der zweiten Generation, 20 % der Jugendlichen mit nur einem im Ausland geborenen Elternteil und lediglich 13 % der Jugendlichen ohne Zuwanderungshintergrund Kompetenzstufe II nicht erreichten. Für diese Lernenden ist eine ungünstige Prognose für den weiteren Kompetenzerwerb in Mathematik anzunehmen. In vertiefenden Analysen der Daten aus PISA 2003 und 2012 erwies sich, dass drei Indikatoren der sozialen Herkunft (der sozioökonomische Status, der Besitz an Kulturgütern und das Bildungsniveau der Eltern) signifikante Prädiktoren der mathematischen Kompetenz sind, nach deren Kontrolle sich die Disparitäten verringern. Ein Teil des gefundenen Zusammenhangs zwischen Zuwanderungsstatus und Mathematikkompetenz erklärte demnach die soziale Herkunft. War in PISA 2003 die Familiensprache (Deutsch/nicht Deutsch) auch nach Kontrolle des Zuwanderungsstatus und des sozialen Hintergrunds ein signifikanter Prädiktor der Mathematikkompetenzen, so war dies in PISA 2012 nicht der Fall (Gebhardt et al., 2013), d. h. ob in der Familie überwiegend Deutsch gesprochen wurde oder nicht hatte zusätzlich zum Zuwanderungsstatus (z. B. 1. Generation) und zu den sozialen Ressourcen der Familien keine Erklärungskraft mehr. Warum sich die zwischen 2003 und 2012 beschriebene Änderung ergeben hat, ist unklar. Der Befund könnte darauf zurückzuführen sein, dass sich der Abstand auf der mathematischen Kompetenzskala zwischen den Schülerinnen und Schülern mit und ohne Zuwanderungshintergrund gegenüber PISA 2003 verringert hat. Dabei ist zu berücksichtigen, dass der Anteil der Jugendlichen mit unbekanntem Zuwanderungsstatus zwischen 2003 und 2012 angestiegen ist. So konnte in PISA 2003 für 11 % der Fünfzehnjährigen der Zuwanderungsstatus nicht identifiziert werden und in PISA 2012 lag der Anteil bei 18 %. Schülerinnen und Schüler mit fehlenden Angaben erzielten vergleichsweise geringere Leistungen (Gebhardt et al., 2013). Zudem ist der Anteil an Jugendlichen deutscher Familiensprache von 64 % in 2003 auf 72 % in 2012 gestiegen (Gebhardt et al., 2013). Weiterhin ist auch das Bildungsniveau der Eltern der Jugendlichen mit Zuwanderungshintergrund in PISA 2012 deutlich höher

als in 2003 (Gebhardt et al., 2013). Hierbei gilt es zu berücksichtigen, dass die Vergleichbarkeit des sozioökonomischen Status zwischen PISA 2003 und PISA 2012 durch die Überarbeitung der Berufsklassifizierung unklar ist (Gebhardt et al., 2013).

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass die Ergebnisse der vorliegenden Querschnittsstudien eine weitgehend eindeutige Befundlage ergeben: Kinder und Jugendliche ohne Zuwanderungshintergrund bzw. Lernende, die mit ihren Eltern zu Hause die Instruktionssprache sprechen, weisen auch nach Kontrolle des SES und des Bildungshintergrunds der Eltern in Mathematik höhere Kompetenzen auf als Zweitsprachlernende. Dies trifft sowohl auf Grundschülerinnen und Grundschüler als auch auf Lernende an weiterführenden Schulen zu. Des Weiteren konnte in den vorliegenden Studien gezeigt werden, dass die mathematischen Kompetenzunterschiede nach Kontrolle der Sprachkompetenz verschwinden. Dies ist ein wichtiger Hinweis darauf, dass die gefundenen Disparitäten auf Unterschiede in den Sprachkompetenzen zurückgeführt werden können. Zur Frage, wie sich Leistungsdifferenzen in Mathematik zwischen Zweitsprachlernenden und Lernenden, die in ihrer Familie die Instruktionssprache sprechen, im Laufe der Schulzeit verändern, können allerdings nur Ergebnisse aus Längsschnittstudien Hinweise liefern. Deshalb werden im nächsten Abschnitt Befunde aus Analysen berichtet, die Entwicklungsverläufe mathematischer Kompetenzen von Zweitsprachlernenden untersuchen.

#### **1.4.2 Mathematische Entwicklungsverläufe von Zweitsprachlernenden**

Studien, die eine Differenzierung der Schülergruppen nach ihrem Zuwanderungshintergrund (also nach dem Geburtsort der Eltern) vornehmen, deuten darauf hin, dass die individuellen Lernzuwachsraten in Mathematik zwischen Kindern mit und Kindern ohne Zuwanderungshintergrund vergleichbar sind, wenn auch auf unterschiedlichem Niveau (Baumert, Nagy & Lehmann, 2012; Niklas, Segerer, Schmiedeler & Schneider, 2012). Dies bedeutet, dass die Leistungsdiskrepanz zwischen den beiden Gruppen über die Schulzeit hinweg konstant bleibt. Es liegen allerdings nur wenige Studien vor, die einen Vergleich der Entwicklungsverläufe in Mathematik zwischen Lernenden, deren Familiensprache der schulischen Instruktionssprache entspricht, und Zweitsprachlernenden vornehmen.

Roberts und Bryant (2011) verglichen anhand von Daten der ECLS-K Studie die mathematische Entwicklung vom Vorschulalter bis zur fünften Jahrgangsstufe von Zweitsprachlernenden und Lernenden, die in ihrer Familie die Instruktionssprache sprechen (*Eng-*

*lish language learners / English-language proficient*s). Sie berücksichtigten in ihrer Studie allerdings nur Zweitsprachlernende mit spanischer bzw. asiatischer Familiensprache, die bis zur Einschulung ausreichende Kenntnisse in der Instruktionssprache aufwiesen, wobei die Autoren nicht angeben, wie dies bestimmt wurde. Unter Kontrolle des SES fanden Roberts und Bryant (2011) keine signifikanten Unterschiede in den Zuwachsraten zwischen den beiden Gruppen. Da gerade für die von den Analysen ausgeschlossenen Kinder mit schwach ausgeprägten Sprachkompetenzen geringe Lernzuwachsraten in Mathematik zu erwarten gewesen wären, ist das Ergebnis dieser Studie jedoch wenig aufschlussreich. Der SES hatte in allen Gruppen einen signifikanten Einfluss sowohl auf das Ausgangsniveau als auch auf die Zuwachsraten.

Die Autoren einer weiteren Untersuchung, die sich ebenfalls auf Daten der ECLS-K Studie stützt (Chang, Singh & Filer, 2009), unterschieden hingegen zwischen zweisprachigen Lernenden mit ausreichenden Sprachkompetenzen in der Instruktionssprache, zweisprachigen Lernenden mit Schwierigkeiten in der Instruktionssprache und Lernenden, deren Familiensprache der Instruktionssprache entspricht. In dieser Analyse konnten unter Kontrolle des SES für die Gruppe der zweisprachigen Lernenden mit Schwierigkeiten in der Instruktionssprache geringere Lernzuwachsraten in den mathematischen Kompetenzen nachgewiesen werden als für Lernende, deren Familiensprache der Instruktionssprache entspricht. Die Befunde von Chang et al. (2009) deuten also darauf hin, dass unter Kontrolle des SES nur Zweitsprachlernende, die unzureichende Fähigkeiten in der Instruktionssprache aufweisen, geringere Kompetenzzuwächse in Mathematik erzielen als Lernende, deren Familiensprache der Instruktionssprache entspricht.

Anhand der beschriebenen Befundlage lässt sich feststellen, dass Zweitsprachlernende im Vergleich zu Schülerinnen und Schülern, die in ihrer Familie die Instruktionssprache sprechen, über geringere durchschnittliche mathematische Kompetenzen verfügen und dass die Disparitäten zumeist auch nach Kontrolle des sozioökonomischen und des Bildungshintergrunds der Herkunftsfamilie bestehen bleiben. Zur Frage, ob sich die Disparitäten im Laufe der Schulzeit vergrößern oder konstant bleiben, ist die Befundlage hingegen nicht eindeutig.

### 1.4.3 Erklärungsansätze für die gefundenen Disparitäten

Zur Erklärung der gefundenen Disparitäten zwischen Kindern und Jugendlichen mit und ohne Zuwanderungshintergrund (bzw. zwischen Lernenden, die in ihrer Familie die Instruktionssprache sprechen, und Zweitsprachlernenden), die nicht auf Unterschiede im sozioökonomischen und kulturellen Status zurückzuführen sind, lassen sich drei theoretische Ansätze voneinander unterscheiden, die im Folgenden ausführlicher dargelegt werden (Abbildung 1.3 zeigt die Erklärungsansätze in der Übersicht). Der erste Erklärungsansatz bezieht sich auf die theoretische Annahme und empirischen Ergebnisse, denen zufolge für den Erwerb mathematischer Kompetenzen ausreichende Sprachkompetenz eine wichtige Voraussetzung ist, über die Zweitsprachlernende häufig nicht verfügen (*Bewältigung sprachlicher Anforderungen*). Der zweite Erklärungsansatz bezieht sich auf Theorien und empirische Befunde, die zeigen, dass Zweitsprachlernende über weniger umfang- und anregungsreiche Lerngelegenheiten in Mathematik verfügen als ihre Mitschülerinnen und Mitschüler (*Unterschiede in den Lerngelegenheiten*). Der dritte Erklärungsansatz bezieht sich auf Befunde, die zeigen, dass Mathematikaufgaben sprachliche Komplexität beinhalten, die zu einer differenziellen Validität der Kompetenzmessung führt (*Differenzielle Validität mathematischer Tests*). Dabei gilt es zu berücksichtigen, dass die drei Erklärungsansätze in einem sich ergänzenden Verhältnis zueinander stehen, da davon auszugehen ist, dass verschiedene Mechanismen gleichzeitig wirksam sind und somit die gefundenen Disparitäten in Mathematik jeweils zu einem Teil erklären können. In den vorhandenen Studien lassen sich die Befunde nicht immer ausschließlich auf einen der Erklärungsansätze zurückführen, da in der Regel wenig über die Lehr-Lernprozesse, das Verhalten der Lehrkräfte oder die sprachlichen Anforderungen der eingesetzten mathematischen Aufgaben bekannt ist.

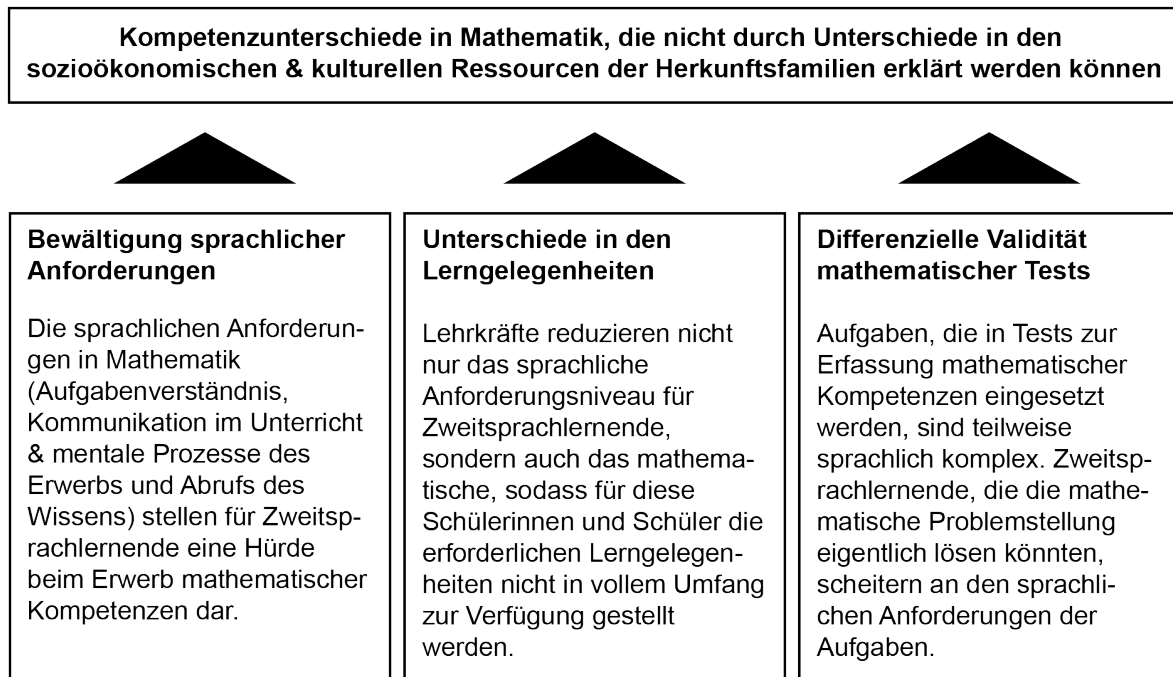


Abbildung 1.3: Erklärungsansätze für die gefundenen Disparitäten

#### 1.4.3.1 Bewältigung sprachlicher Anforderungen in Mathematik

Der erste Erklärungsansatz geht von der unumstrittenen These aus, dass der Erwerb mathematischer Kompetenzen an sprachliche Kompetenzen in der Instruktionssprache gebunden ist: Um sich mit mathematischen Inhalten aktiv auseinanderzusetzen und sich mit anderen darüber zu verständigen, sind ausreichende sprachliche Kompetenzen notwendig (vgl. Abschnitt 1.2). Dementsprechend wird postuliert, dass Schülerinnen und Schüler, deren sprachliche Kompetenzen eingeschränkt sind, dem Unterrichtsdiskurs nicht immer folgen können und auch das Lehr- und Lernmaterial häufig nicht verstehen. Da Lernende, deren Familiensprache nicht der Instruktionssprache entspricht, häufig über weniger gut ausgeprägte sprachliche Kompetenzen verfügen als ihre Mitschülerinnen und Mitschüler (z. B. Schwipert, Wendt & Tarelli, 2012), können die sprachlichen Anforderungen in Mathematik eine Hürde für ihr fachliches Lernen bilden (Guerrero, 2004; Heinze et al., 2007; Herman & Abedi, 2004; Moschkovich, 2002; Prediger & Özdil, 2011; Secada, 1996; Stanat, 2006). Die Leistungsdiskrepanz in Mathematik lässt sich demnach als ein Ergebnis unzureichender schulischer Lernprozesse interpretieren. Als Folge ihrer vergleichsweise geringer ausgeprägten sprachlichen Fähigkeiten können Zweitsprachlernende also vom Mathematikunterricht

nicht in der gleichen Weise profitieren wie Schülerinnen und Schüler, die in ihrer Familie die Instruktionssprache sprechen (z. B. Guerrero, 2004; Secada, 1996).

Als besondere Herausforderungen des Mathematikunterrichts für Zweitsprachlernende werden in der Literatur bestimmte sprachliche Aspekte hervorgehoben. Dazu gehören die Verwendung von in anderen Bereichen eher selten genutzten Wörtern und grammatischen Strukturen, das Verständnis von Sach- und Textaufgaben sowie spezifische Anforderungen an diskursive Fähigkeiten in der Unterrichtsinteraktion (z. B. Moschkovich, 2002; Rösch & Paetsch, 2011). In der Terminologie der von Ehlich (2007) beschriebenen Basisqualifikationen (vgl. Abschnitt 1.2.2) sollten also insbesondere sprachliche Aspekte, die Anforderungen an die semantische, die morphologisch-syntaktische, die diskursiven oder die literalen Qualifikationen stellen, für Zweitsprachlernende eine besondere Hürde sein. In Bezug auf den Wortschatz sollte beispielsweise vor allem die Verwendung von Wörtern, deren Bedeutung den Lernenden unbekannt ist oder deren Bedeutung in Mathematik von ihrer Alltagsbedeutung abweicht, zu erheblichen Verständnisproblemen führen (z. B. Moschkovich, 2002). Unterstützt wird diese Annahme durch Beobachtungen des Mathematikunterrichts mit 15- bis 16-jährigen Zweitsprachlernenden (Gorgorio & Planas, 2001). Bereits einzelne, nicht richtig verstandene Wörter führten hier zu großen Verständnisschwierigkeiten. Ebenso sollte die Verwendung bestimmter grammatischer Strukturen zu Verständnisproblemen führen (z. B. Gellert, 2011). So gehen Kaiser und Schwarz (2009) auf Grundlage von Unterrichtsbeobachtungen davon aus, dass die korrekten Bedeutungen präpositionaler Konstruktionen in Mathematik (zur Bedeutung von Präpositionen in Mathematik vgl. Abschnitt 1.2.5) von Zweitsprachlernenden häufig nicht erkannt werden. Auch Prediger et al. (2015) kommen anhand von Auswertungen videografiertes Bearbeitungsprozesse mathematischer Aufgaben zu dem Ergebnis, dass geschachtelte Präpositionalphrasen („Um wie viel Prozent liegt der Verbrauch *bei* 180 km/h *über* dem Verbrauch bei 100 km/h?“, ebd., S. 94), mit denen komplexe Relationen verdichtet werden, von Lernenden, deren sprachliche Kompetenzen vergleichsweise gering sind<sup>15</sup>, häufig nicht korrekt identifiziert werden.

Des Weiteren wird betont, dass Zweitsprachlernenden die Teilnahme am Unterrichtsdiskurs durch nicht ausreichend vorhandene diskursive bzw. pragmatische Kompetenzen er-

---

<sup>15</sup> In der Studie wurden auf Grundlage eines C-Testes drei Gruppen gebildet: schwache/mittlere/hohe Sprachkompetenz. Wie hoch der Anteil an Kindern mit Deutsch als Zweitsprache in den verschiedenen Gruppen ist, wurde von den Autorinnen und Autoren nicht berichtet (Prediger et al., 2015).



schwert wird. Darunter fällt bspw. das Verwenden von Gesprächsstrategien (z. B. Kohärenz herstellen, Gestaltung von Anfang und Ende), die Fähigkeit adäquat auf den Gesprächspartner reagieren zu können, die Fähigkeit zu argumentieren, aber auch der situationsangemessene Einsatz von verschiedenen (in der Mathematik verwendeten) Darstellungsformen (vgl. Elbers & de Haan, 2005; Ellerton & Clarkson, 1996).

Darüber hinaus wird angenommen, dass das Extrahieren von Bedeutungen aus mathematischen Texten, Aufgabenstellungen und Erklärungen sowohl beim eigenständigen Lesen als auch beim Hörverstehen eine besondere Hürde für Zweitsprachlernende darstellt. Insbesondere der Gebrauch von Proformen, d. h. von Wörtern, die in einem Text auf etwas vorwärts oder rückwärts verweisen, wie bspw. *dies* oder *so*, soll Zweitsprachlernenden das Verständnis eines Textes bzw. einer Aufgabe erschweren (Duarte, Gogolin & Kaiser, 2011; Rösch & Paetsch, 2011). So zeigen Analysen von Sprachproben zum Lösungsvorgehen bei Modellierungsaufgaben, dass Zweitsprachlernende die korrekten Bedeutungen von Präpositionen (z. B. *unter*, *über*), die in der Regel einen wichtigen Stellenwert für den Lösungsprozess haben, häufig nicht erkennen (Duarte et al., 2011). Anhand von Interviews mit Zweitsprachlernenden fand Martiniello (2007) zudem Hinweise darauf, dass das Verständnis von Textaufgaben durch komplexe Sätze, wenig gebräuchlichen Wortschatz, lange Nominalphrasen und kulturbedingte Referenzen (z. B. kulturspezifisches Wissen) beeinträchtigt wird.

#### **1.4.3.2 Unterschiede in den Lerngelegenheiten für den Erwerb mathematischer Kompetenzen**

In einem zweiten Erklärungsansatz werden Unterschiede in den Lerngelegenheiten für den Erwerb mathematischer Kompetenzen, den sog. *opportunities to learn* (OTL, z. B. Herman & Abedi, 2004), zwischen Zweitsprachlernenden und Schülerinnen und Schülern, die in ihrer Familie die Instruktionssprache sprechen, postuliert. Es wird angenommen, dass schulische Lerngelegenheiten die Kompetenzentwicklung beeinflussen, da umfangreichere Lerngelegenheiten (unter Kontrolle des Vorwissens) zu größeren Lernzuwächsen führen sollten (vgl. Muthen et al., 1995). Lerngelegenheiten beziehen sich dabei auf Faktoren des Unterrichts, die den Erwerb schulischer Kompetenzen unterstützen, wie z. B. Umfang der vermittelten fachlichen Inhalte, Kompetenzen der Lehrkraft, eingesetzte Unterrichtsmethoden oder die allgemeine Unterrichtsqualität (Boscardin et al., 2005).

In der Konzeption der *Third International Mathematics and Science Study* wird in Bezug auf die Lerngelegenheiten zwischen dem intendierten Curriculum (z. B. Bildungsstandards,

Lehrpläne), dem implementierten Curriculum (die tatsächliche Abdeckung der Themen, die eingesetzten Unterrichtspraktiken sowie die Prozessqualität des Unterrichts) und dem erzielten Curriculum (die tatsächlich gelernten fachlichen Inhalte, d. h. der outcome, der in Schulleistungsstudien erfasst wird, vgl. Klieme & Rakoczy, 2008) unterschieden (Martin & Kelly, 1996). Die gefundenen Kompetenzunterschiede zwischen Zweitsprachlernenden und Schülerinnen und Schülern, die in ihrer Familie die Instruktionssprache sprechen, betreffen demzufolge das erzielte Curriculum und sollen u.a. durch Unterschiede im implementierten Curriculum begründet sein.

An der Entstehung der postulierten Unterschiede in den Lerngelegenheiten zwischen Zweitsprachlernenden und Schülerinnen und Schülern, die in ihrer Familie die Instruktionssprache sprechen sollen verschiedene Faktoren beteiligt sein. Beispielsweise wird angenommen, dass Mathematiklehrkräfte die von ihnen eingesetzten Unterrichtspraktiken an die geringeren Leistungserwartungen, die sie an Zweitsprachlernende haben, anpassen (z. B. Gay, 2000). Demnach reduzieren die Lehrkräfte nicht nur das sprachliche, sondern auch das mathematische Anforderungsniveau für Schülerinnen und Schüler mit eingeschränkter Beherrschung der Instruktionssprache, sodass infolge die fachlichen Lerngelegenheiten für diese Schülerinnen und Schüler im Vergleich zu den Lerngelegenheiten der sprachlich kompetenten Lernenden reduziert sind (z. B. Herman & Abedi, 2004; Masini, 2001; Wang & Goldschmidt, 1999). Die Reduktion des fachlichen Anforderungsniveaus kann dabei in Form von Binnendifferenzierung (Lernende in einer Lerngruppe erhalten unterschiedlichen Input) oder durch eine Anpassung an die Klassenkomposition (Lehrkräfte richten ihr Verhalten entsprechend dem durchschnittlichen sprachlichen Niveau der Klasse aus) oder durch Selektion in unterschiedliche Schulformen bzw. Kurse geschehen.

Nachgewiesen werden konnte ein Zusammenhang zwischen den sprachlichen Kompetenzen in der Instruktionssprache und den Lerngelegenheiten in Mathematik in einer Studie von Herman und Abedi (2004). Die Autoren erfassten die Lerngelegenheiten in Mathematik von Schülerinnen und Schülern in der achten Jahrgangsstufe, indem sie einerseits mit Lehrer- und Schülerfragebögen Informationen zu den Inhalten des Mathematikunterrichtes erfassten und andererseits, indem sie Unterrichtsbeobachtungen durchführten (erfasst wurden z. B. Berücksichtigung des Vorwissens, Verständlichkeit des Inputs, Einsatz von Scaffolding). Die an der Studie teilnehmenden Schulen implementierten alle den gleichen Mathematikurs für die achte und neunte Jahrgangsstufe, sodass sichergestellt war, dass das inten-

dierte Curriculum, also die angestrebten Unterrichtsziele, konstant über alle untersuchten Klassen war. Es zeigte sich, dass Zweitsprachlernende (hier: *Englisch Language Learners*) über weniger Lerngelegenheiten verfügten als ihre Mitschülerinnen und -schüler. Zudem erwiesen sich die sprachlichen Kompetenzen der Schülerinnen und Schüler als signifikanter Prädiktor der Lerngelegenheiten: Über 21 % der Varianz in den Lerngelegenheiten wurde durch die sprachliche Kompetenz der Zweitsprachlernenden aufgeklärt. Für Schülerinnen und Schüler, die in ihrer Familie die Instruktionssprache sprachen, konnte hingegen nur 7 % der Varianz in den Lerngelegenheiten durch die Sprachkompetenz aufgeklärt werden. Des Weiteren erwiesen sich die erfassten Lerngelegenheiten als signifikanter Prädiktor des Lernerfolges der Schülerinnen und Schüler.

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass die durchschnittlich geringeren Sprachkompetenzen von Zweitsprachlernenden nicht nur den mathematischen Kompetenzerwerb erschweren können (z. B. weil diese Lernenden die Erklärungen der Lehrkraft häufiger nicht verstehen), sondern gleichzeitig auch zu einer Reduktion der mathematischen Lerngelegenheiten für diese Lernenden führen können (z. B. indem weniger von den vorgesehenen mathematischen Inhalten vermittelt werden). Betrachtet man die pädagogische Praxis, erscheint die Reduktion der Lerngelegenheiten eine nachvollziehbare Konsequenz: Wenn eine Schülerin oder ein Schüler mathematische Inhalte aufgrund geringer Sprachkompetenz nicht verstanden und wichtige mathematische Grundvorstellungen nicht ausgebildet hat, fehlen wichtige Lernvoraussetzungen für die in der Progression eigentlich folgenden Inhalte. Versucht die Lehrkraft weiterhin dem Lernenden diese fehlenden Grundlagen zu vermitteln, können die darauf aufbauenden mathematischen Inhalte aufgrund begrenzter zeitlicher Ressourcen nicht mehr behandelt werden.

#### **1.4.3.3 Differenzielle Validität mathematischer Tests**

Der dritte Ansatz zur Erklärung der Disparitäten in Mathematik bezieht sich auf den methodischen Aspekt der Leistungserfassung: Die gefunden Unterschiede werden zu einem Teil auf die sprachlichen Charakteristika der eingesetzten Testaufgaben zurückgeführt (vgl. Abschnitt 1.3.4). Im Rahmen von Schulleistungsstudien wird dieser Aspekt häufig im Zusammenhang mit der Frage, ob die eingesetzten Tests *fair* sind, diskutiert (z. B. Haag et al., 2013; Haag, Heppt, Roppelt, & Stanat, 2014; Martiniello, 2009). Testfairness ist gegeben, wenn die erhobenen Daten valide Rückschlüsse auf die Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern mit unterschiedlichen Hintergrundmerkmalen erlauben. Für Kinder und Jugendli-

che, die zu Hause eine andere Sprache als die Instruktionssprache sprechen, stellt sich im Rahmen der Überprüfung der Testfairness in Mathematik insbesondere die Frage, ob diese Schülerinnen und Schüler durch sprachliche Komplexität der eingesetzten Aufgaben benachteiligt werden.

Wie bereits in Abschnitt 1.3.4 erläutert wurde, werden in einigen Studien zur Erfassung mathematischer Kompetenzen Aufgaben eingesetzt, die sprachlich komplex sind. Dies könnte eine Quelle konstrukt-irrelevanter Schwierigkeit bilden. Vor diesem Hintergrund wird argumentiert, dass Zweitsprachlernende in den Mathematiktests – auch bei gleichen mathematischen Kompetenzen – weniger gute Leistungen erzielen als ihre Mitschülerinnen und Mitschüler, da sie aufgrund der sprachlichen Komplexität der eingesetzten Aufgaben diese nicht verstehen. Die eingesetzten Instrumente zur Erfassung mathematischer Kompetenzen würden demzufolge differenzielle Validität aufweisen, da sie in der Gruppe der Zweitsprachlernenden nicht nur mathematische Kompetenzen, sondern auch sprachliche Kompetenzen messen. Die Folge ist eine Unterschätzung der mathematischen Kompetenzen der Zweitsprachlernenden (z. B. Abedi & Lord, 2001; Bailey, 2000; Haag et al., 2013; Haag et al., 2014; Martiniello, 2009).

Wie vorliegende empirische Ergebnisse zeigen, kann sprachliche Komplexität einer mathematischen Aufgabe die Schwierigkeit insbesondere für Zweitsprachlernende erhöhen. So profitierten in einer Studie von Abedi und Lord (2001) im Besonderen Zweitsprachlernende von einer Reduktion der sprachlichen Komplexität von Textaufgaben in Hinblick auf Wortschatz und syntaktische Struktur. Zudem zeigen die Ergebnisse der bereits in Abschnitt 1.3.4. ausführlich dargestellten aktuellen Metaanalyse von Kieffer et al. (2012), dass für Testmodifikationen in Form von sprachlichen Vereinfachungen von Aufgaben oder durch Verwendung von Wörterbüchern kleine signifikante Effekte für Zweitsprachlernende, nicht aber für Schülerinnen und Schüler, die in ihrer Familie die Instruktionssprache sprechen, festzustellen waren. Hingegen fanden Haag et al. (2014) für Kinder mit Deutsch als Zweitsprache der vierten Jahrgangsstufe in ihrer Studie keinen Haupteffekt sprachlicher Vereinfachung mathematischer Aufgaben. Unter Berücksichtigung der Sprachkompetenzen der Lernenden zeigte sich, dass nur Zweitsprachlernende mit Deutschkompetenzen auf mittlerem Niveau von den Vereinfachungen der Aufgaben profitierten (Haag et al., 2014).

Welche sprachlichen Merkmale Mathematikaufgaben aus Schulleistungstests kennzeichnen, die disproportional schwieriger für Schülerinnen und Schüler mit Deutsch als

Zweitsprache sind, untersuchten Haag, et al. (2013) in ihrer Studie. Die Ergebnisse dieser Studie lassen zwar erkennen, dass tendenziell relativ lange Aufgaben, Aufgaben mit einem hohen Anteil an allgemein bildungssprachlichem Wortschatz sowie Aufgaben mit relativ vielen Nominalphrasen Zweitsprachlernende benachteiligen, die Effektgrößen waren jedoch nicht sehr stark ausgeprägt. Tatsächlich konnten in der Studie auch nur sehr wenige Aufgaben identifiziert werden, die disproportional schwieriger für Schülerinnen und Schüler mit Deutsch als Zweitsprache waren (nur für zwei Aufgaben wiesen ein moderates *Differential Item Functioning* auf, Haag, et al., 2013).

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass die Ergebnisse der vorliegenden Studien einheitlich erkennen lassen, dass die Effekte sprachlicher Vereinfachung von Mathematikaufgaben klein sind (vgl. Abschnitt 1.3.4) und die gefundenen Disparitäten deshalb nur zu einem kleinen Teil erklären können. Die Nachteile der Zweitsprachlernenden lassen sich demzufolge kaum auf konstrukt-irrelevanter sprachlicher Komplexität der eingesetzten Aufgaben in der mathematischen Kompetenzmessung zurückführen. Vielmehr dürfte das schlechtere Abschneiden der Zweitsprachlernenden eine Folge der sprachlichen Hürden im mathematischen Kompetenzerwerb (vgl. Erklärungsansatz 1, die *Bewältigung sprachlicher Anforderungen*) und/oder die weniger stark ausgeprägten Lerngelegenheiten (vgl. Erklärungsansatz 2, *Unterschiede in den Lerngelegenheiten*) sein.

## 1.5 Forschungsfragen der vorliegenden Arbeit

Wie aus den zuvor dargestellten theoretischen Überlegungen und empirischen Befunden deutlich wird, sind adäquate Kenntnisse der Instruktionssprache für den Erwerb mathematischer Kompetenzen erforderlich, etwa um die Inhalte im Mathematikunterricht zu verstehen oder sich mit anderen darüber auszutauschen. Es ist daher unbestritten, dass unzureichende sprachliche Fähigkeiten den Kompetenzerwerb in Mathematik beeinträchtigen (z. B. Prediger, 2013).

Gegenstand der vorliegenden Arbeit ist es, den Zusammenhang zwischen Sprachkompetenz und Mathematikkompetenz genauer zu untersuchen. Der Stand der Forschung zur Frage, welche Rolle sprachliche Kompetenzen für den mathematischen Kompetenzerwerb spielen, verdeutlicht, dass viele Arbeiten vorliegen, in denen die sprachlichen Anforderungen, die das Fach an die Lernenden stellt, beschrieben werden (z. B. Pimm, 1987; Schleppegrell, 2007). Auch der Zusammenhang zwischen Sprachkompetenz und Mathematikkompetenz konnte in vielen Studien empirisch belegt werden (z. B. in den PISA-Studien 2003 und

2012). Gleichzeitig lässt der Forschungsstand jedoch eine Reihe von Fragen offen. Insbesondere liegen nur wenige Studien vor, die die relative Bedeutung verschiedener sprachlicher Teilkompetenzen für den mathematischen Kompetenzerwerb untersuchen. Die Ergebnisse dieser Studien sind zudem inkonsistent. Darüber hinaus lässt sich feststellen, dass nur sehr wenige Studien die Auswirkung sprachlicher Kompetenzen auf die *Leistungsentwicklung* in Mathematik untersuchen. Auch hier ist die Befundlage der vorliegenden Ergebnisse widersprüchlich (vgl. Tabelle 1). Als besondere sprachliche Herausforderung und als mathematischer Bereich, der von herausragender Bedeutung ist, wird insbesondere die Modellierungskompetenz hervorgehoben (z. B. Blum, 2010; Schukajlow, 2013). Bei Betrachtung des Standes der Forschung, die mathematische Modellierungsaufgaben untersucht, lässt sich feststellen, dass nur wenig darüber bekannt ist, welche sprachlichen Teilkompetenzen für das Lösen von Text- und Sachaufgaben relevant sind. Auch fehlt es an Längsschnittstudien, die Aussagen über die Entwicklung von Modellierungskompetenzen zulassen.

Wie die vorliegenden empirischen Befunde zu den Disparitäten in Mathematik zwischen Zweitsprachlernenden und Lernenden, die in ihrer Familie die Instruktionssprache sprechen, zeigen, lassen sich die gefundenen Kompetenzunterschiede nicht vollständig durch die Unterschiede im sozioökonomischen Status erklären, sondern zu einem bedeutsamen Teil auch durch Unterschiede in den sprachlichen Kompetenzen zwischen den beiden Gruppen. Auch dies ist ein wichtiger Hinweis darauf, dass ausreichende Sprachkompetenz für den Erwerb mathematischer Kompetenzen eine wichtige Voraussetzung ist. Wenig bekannt ist jedoch darüber, wie sich die Disparitäten aufgrund der Unterschiede in den sprachlichen Kompetenzen und den damit verbunden Schwierigkeiten im Lernprozess im Laufe der Schulzeit verändern.

Die vorliegende Arbeit knüpft an diese Forschungslücken an und verfolgt das Ziel, unter Berücksichtigung von verschiedenen sprachlichen Teilkompetenzen und verschiedenen mathematischen Inhaltsbereichen, den Zusammenhang zwischen Sprach- und Mathematikkompetenz systematisch zu untersuchen. Dabei liegt der Fokus auf Schülerinnen und Schülern nicht-deutscher Familiensprache, da diese Lernenden häufig über geringere Sprachkompetenzen als ihre Mitschülerinnen und Mitschüler verfügen (Schwippert, et al., 2012) und die sprachlichen Anforderungen in Mathematik für sie eine besondere Hürde im Kompetenzerwerb darzustellen scheinen. Anknüpfend an den Forschungsstand wird in der vorliegenden

Arbeit zudem anhand der individuellen mathematischen Entwicklungsverläufe untersucht, ob sich die Disparitäten zwischen den beiden Gruppen vergrößern.

Um den Zusammenhang zwischen Sprach- und Mathematikkompetenz genauer zu untersuchen, wurden insgesamt drei Studien durchgeführt, die im Folgenden zusammenfassend dargestellt werden.

*Studie 1: Sprachkompetenz als Prädiktor mathematischer Kompetenzentwicklung von Kindern deutscher und nicht-deutscher Familiensprache*

In Studie 1 wurden die mathematischen Lernzuwächse von Kindern deutscher und nicht-deutscher Familiensprache anhand von Daten einer Längsschnittstudie analysiert. Die Ergebnisse aus Studie 1 sollen einerseits einen Beitrag zu der Frage liefern, inwieweit Lesekompetenz (als wichtige Facette von Sprachkompetenz) mit der Mathematikkompetenz zusammenhängt und ob sie einen signifikanten Beitrag zur Vorhersage des mathematischen Lernzuwachses von der vierten bis zur sechsten Jahrgangsstufe liefert. Zudem wurde in Studie 1 der Frage nachgegangen, ob sich die mathematische Kompetenzentwicklung zwischen Kindern nicht-deutscher Familiensprache und Kindern deutscher Familiensprache unterscheidet. Dazu wurde analysiert, ob differenzielle Leistungsentwicklungen in Mathematik in Abhängigkeit von der Familiensprache (deutsch/nicht-deutsch) zu beobachten sind, d. h. ob sich die Kompetenzunterschiede zwischen den Gruppen im Laufe der Schulzeit vergrößern. Des Weiteren wurde der Frage nachgegangen, inwieweit sich die Kompetenzunterschiede in Mathematik zwischen Kindern deutscher Familiensprache und Kindern nicht-deutscher Familiensprache durch Unterschiede in den Lesekompetenzen erklären lassen. Hierzu wurde untersucht, ob der Zusammenhang zwischen der Familiensprache (deutsch/nicht-deutsch) und der Mathematikkompetenz durch die Lesekompetenz mediiert wird. Als Kontrollvariablen wurden die allgemeinen kognitiven Grundfähigkeiten und der SES in die Analysen einbezogen. Die Datengrundlage von Studie 1 stammt aus der Studie *Erhebungen zum Leseverständnis und Mathematikverständnis – Entwicklungen in den Jahrgangsstufen 4 bis 6 in Berlin (ELEMENT)* (Lehmann & Lenkeit, 2008).

*Studie 2: Der Zusammenhang von sprachlichen und mathematischen Kompetenzen bei Kindern mit Deutsch als Zweitsprache*

In Studie 2 wurden die Zusammenhänge zwischen verschiedenen sprachlichen Teilkompetenzen und Leistungen in verschiedenen mathematischen Inhaltsbereichen bei Kindern nicht-deutscher Familiensprache unter Kontrolle der allgemeinen kognitiven Grundfähigkeiten genauer untersucht. Die Ergebnisse der Studie 2 sollen einen Beitrag zu der Frage liefern, welche mathematischen Inhaltsbereiche bestimmte sprachliche Kompetenzen erfordern und somit auch Anhaltspunkte für die Gestaltung von fachintegrierten Förderansätzen geben. Es wurde auf Grundlage der theoretischen Annahmen über sprachliche Anforderungen in Mathematik erwartet, dass neben dem Leseverständnis auch die Grammatikkompetenz und die allgemeinen Wortschatzkenntnisse mit den mathematischen Kompetenzen der Schülerinnen und Schüler kovariieren. Zusätzlich zu den Zusammenhängen zwischen sprachlichen Teilkompetenzen (Leseverständnis, Grammatikkompetenz, allgemeine Wortschatzkenntnisse) und den Leistungen beim Lösen mathematischer Aufgaben wurden auch die Zusammenhänge zwischen den sprachlichen Teilkompetenzen und den mathematischen Fachwortschatzkenntnissen der Lernenden analysiert. Um zu zeigen, dass der Zusammenhang zwischen Sprach- und Mathematikkompetenz nicht nur auf das sprachbasierte Format der eingesetzten Aufgaben zurückzuführen ist, wurden in Studie 2 zudem Aufgaben mit unterschiedlichen sprachlichen Anforderungen verwendet. Die Daten der Studie wurden im Rahmen des BeFo-Projektes (*Bedeutung und Form: Fachbezogene und sprachsystematische Förderung in der Zweitsprache*) erhoben (Rösch & Stanat, 2011).

*Studie 3: Longitudinale Zusammenhänge zwischen sprachlichen Kompetenzen und elementaren mathematischen Modellierungskompetenzen bei Kindern mit Deutsch als Zweitsprache*

Die Entwicklung mathematischer Modellierungskompetenz wird als ein zentrales Ziel des Mathematikunterrichtes betrachtet. Für das erfolgreiche Lösen von mathematischen Modellierungsaufgaben, die häufig in Form von Text- bzw. Sachaufgaben vorkommen, ist ausreichend ausgeprägte Sprachkompetenz eine wichtige Voraussetzung. In Studie 3 wurde deshalb anhand einer Längsschnittstudie der Frage nachgegangen, ob die Entwicklung sprachlicher Kompetenzen in der Instruktionssprache und die Entwicklung der Modellierungskompetenz bei Kindern nicht-deutscher Familiensprache miteinander zusammenhängen. Es wurde aufgrund theoretischer Überlegungen und bisheriger empirischen Befunde erwartet, dass das Leseverständnis und die Grammatikkompetenz der Kinder unter Kontrolle allgemeiner kognitiver Grundfähigkeiten und arithmetischer Fähigkeiten einen signifikanten Beitrag zur



Vorhersage der Entwicklung mathematischer Modellierungskompetenz leisten. Zudem wurde der Frage nachgegangen, ob und inwieweit Veränderungen der sprachlichen Kompetenzen der Zweitsprachlernenden mit Veränderungen in ihrer mathematischen Modellierungskompetenz einhergehen. Die Daten der Studie 3 wurden, ebenso wie die der Studie 2, im Rahmen des BeFo-Projektes erhoben (Rösch & Stanat, 2011).

Im folgenden Abschnitt werden die drei Teilstudien der vorliegenden Arbeit ausführlich dargestellt. In dem sich anschließenden Kapitel werden die zentralen Befunde der vorliegenden Arbeit zusammenfassend diskutiert.

## 1.6 Literatur

- Abedi, J. & Lord, C. (2001). The language factor in mathematics tests. *Applied Measurement in Education*, 14 (3), 219-234.
- Adler, J. (1997). A participatory-inquiry approach and the mediation of mathematical knowledge in a multilingual classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 33, 235-258.
- Ahrenholz, B. (2010). Bildungssprache im Sachunterricht der Grundschule. In B. Ahrenholz (Hrsg.), *Fachunterricht und Deutsch als Zweitsprache* (S. 15-36). Tübingen: Narr.
- Baddeley, A. D. (1996a). Exploring the Central Executive. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology. Human Experimental Psychology*, 49, 5-28.
- Baddeley, A. D. (2000a). The episodic buffer: a new component of working memory? *Trends in Cognitive Sciences*, 4, 417-423.
- Bailey, A. L. & Butler, F. A. (2003). *An evidentiary framework for operationalizing academic language for broad application to K-12 education: A design document*. Los Angeles: CRESSIT/ University of California.
- Bailey, A. L. (2000). Language analysis of standardized achievement tests: Considerations in the assessment of English language learners. In J. Abedi, A. Bailey, F. Butler, M. Castellon-Wellington, S. Leon & J. Mirocha (Eds.), *The validity of administering large-scale content assessments to English language learners: An investigation from three perspectives* (pp. 79-100). Los Angeles: CRESSIT/ University of California.
- Barwell, R. (2005). Working on arithmetic word problems when English is an additional language. *British Educational Research Journal*, 31(3), 329-348.
- Baumert, J. & Maaz, K. (2006). Das theoretische und methodische Konzept von PISA zur Erfassung sozialer und kultureller Ressourcen der Herkunftsfamilie: Internationale und nationale Rahmenkonzeption. In J. Baumert, P. Stanat & R. Watermann (Hrsg.), *Herkunftsbedingte Disparitäten im Bildungswesen. Vertiefende Analysen im Rahmen von PISA 2000* (S. 11-29). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.
- Baumert, J. & Schümer, G. (2001). Familiäre Lebensverhältnisse, Bildungsbeteiligung und Kompetenzerwerb. In Deutsches PISA-Konsortium (Hrsg.), *PISA 2000: Basiskompeten-*

zen von Schülerinnen und Schülern im internationalen Vergleich (S. 323-410). Opladen: Leske + Budrich.

- Baumert, J., Nagy, G. & Lehmann, R. (2012). Cumulative advantages and the emergence of social and ethnic inequality: Matthew Effects in reading and mathematics development within elementary schools? *Child Development*, 83 (4), 1347-1367.
- Beal, C. R., Adams, N. M. & Cohen, P. R. (2010). Reading proficiency and mathematics problem solving by high school English language learners. *Urban Education* 45 (1), 58-74.
- Becker-Mrotzek, M., Schramm, K., Thürmann, E. & Vollmer, H. J. (2013). *Sprache im Fach: Sprachlichkeit und fachliches Lernen*. Münster: Waxmann
- Berg, D. H. (2008). Working memory and arithmetic calculation in children: The contributory roles of processing speed, short-term memory, and reading. *Journal of Experimental Child Psychology*, 99 (4), 288-308.
- Blum, W. & Borromeo Ferri, R. (2009). Mathematical modelling: can it be taught and learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application* 1 (1), 45-58.
- Blum, W. & Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects – State, trends and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics* 22 (1), 37-68.
- Blum, W. (2010). Modellierungsaufgaben im Mathematikunterricht: Herausforderung für Schüler und Lehrer. *PM : Praxis der Mathematik in der Schule* 52 (34), 42-48.
- Boonen, A. J. H., van der Schoot, M., van Wesel, F., de Vries, M. H. & Jolles, J. (2013). What underlies successful word problem solving? A path analysis in sixth grade students. *Contemporary Educational Psychology*, 38, 271-279.
- Borromeo Ferri, R., Greefrath, G. & Kaiser, G. (2013). Einführung: Mathematisches Modellieren Lehren und Lernen in Schule und Hochschule. In R. Borromeo Ferri, G. Greefrath & G. Kaiser (Hrsg.), *Mathematisches Modellieren für Schule und Hochschule: Theoretische und didaktische Hintergründe* (S. 125-144). Wiesbaden: Springer.

- Boscardin, C. K., Aguirre-Munoz, Z., Stoker, G., Kim, J., Kim, M. & Lee, J. (2005). Relationship between opportunity to learn and student performance on English and Algebra assessment. *Educational Assessment*, 10 (4), 307-332.
- Cain, K., Oakhill, J. & Bryant, P. (2004). Children's reading comprehension ability: Concurrent prediction by working memory, verbal ability, and component skills. *Journal of Educational Psychology*, 96, 31-42.
- Carpenter, T. P., Corbitt, M. K., Kepner Jr, H. S., Liguist, M. M. & Reys, R. E. (1980). NAEP note: Problem solving. *The Mathematics Teacher* 73(6), 427-433.
- Cattell, R. B. (1963). Theory of fluid and crystallized intelligence: A critical experiment. *Journal of Educational Psychology*, 54(1), 1-22.
- Chang, M., Singh, K., & Filer, K. (2009). Language factors associated with achievement grouping in math classrooms: A cross-sectional and longitudinal study. *School Effectiveness and School Improvement*, 20 (1), 27-45.
- Cobb, P., Yackel, E. & Mc Clain, K. (2000). *Symbolizing and communicating in mathematics classrooms. Perspectives on discourse, tools and instructional design*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Cummins, D. D., Kintsch, W., Reusser, K. & Weimer, R. (1988). The role of understanding in solving word problems. *Cognitive Psychology*, 20, 405-438.
- Cummins, J. (2000). *Language, power, and pedagogy. Bilingual children in the crossfire*. Clevedon: Multilingual Matters.
- Cummins, J. (2002). BICS and CALP. In M. Byram (Ed.), *Routledge encyclopedia of language teaching and learning* (pp. 76-79). London: Routledge.
- Curran, P. J. & Hussong, A. M. (2002). Structural equation modeling of repeated measures data. In D. Moskowitz & S. Hershberger (Eds.), *Modeling intraindividual variability with repeated measures data: Methods and applications* (pp. 59 – 86). New York: Lawrence Erlbaum.
- Duarte, J., Gogolin, I. & Kaiser, G. (2011). Sprachlich bedingte Schwierigkeiten von mehrsprachigen Schülerinnen und Schülern bei Textaufgaben. In S. Prediger & E. Özdil (Hrsg.), *Mathematiklernen unter Bedingungen der Mehrsprachigkeit: Stand und Per-*

- spektiven der Forschung und Entwicklung in Deutschland* (S. 35-54). Münster: Waxmann.
- Duncan, G. J., Claessens, A., Huston, A. C., Pagani, L. S., Engel, M., Sexton, H. et al. (2007). School readiness and later achievement. *Developmental Psychology*, 43, 1428–1446.
- Durkin, K. (1991). Language in mathematical education: An introduction. In K. Durkin & B. Shire (Eds.), *Language in mathematical education. Research and practice* (pp.4–16). Philadelphia: Open University Press.
- Eckhardt, A. G. (2008). *Sprache als Barriere für den schulischen Erfolg. Potentielle Schwierigkeiten beim Erwerb schulbezogener Sprache für Kinder mit Migrationshintergrund*. Münster: Waxmann.
- Ehlich, K. (2007). Sprachaneignung und deren Feststellung bei Kindern mit und ohne Migrationshintergrund: Was man weiß, was man braucht, was man erwarten kann. In K. Ehlich (Hrsg.), *Anforderungen an Verfahren der regelmäßigen Sprachstandsfeststellung als Grundlage für die frühe und individuelle Förderung von Kindern mit und ohne Migrationshintergrund* (S. 11-120). Retrieved August 04, 2015, from [https://www.bmbf.de/pub/bildungsreform\\_band\\_elf.pdf](https://www.bmbf.de/pub/bildungsreform_band_elf.pdf)
- Ehlich, K., Bredel, U. & Reich, H. H. (2008). *Referenzrahmen zur altersspezifischen Sprachaneignung. Bildungsforschung 29/II*. Zugriff am 03. August 2015 unter [http://www.bmbf.de/pub/bildungsforschung\\_bd\\_neunundzwanzig\\_zwei.pdf](http://www.bmbf.de/pub/bildungsforschung_bd_neunundzwanzig_zwei.pdf)
- Elbers, E. & de Haan, M. (2005). The construction of word meaning in a multicultural classroom. Mediational tools in peer collaboration during mathematics lessons. *European Journal of Psychology of Education* 20 (1), 45-59.
- Elbers, E. (2003). Classroom interaction as reflection: Learning and teaching mathematics in a community of inquiry. *Educational Studies in Mathematics*, 54 (1), 77-99.
- Ellerton, N. F. & Clarkson, P. C. (1996). Language factors in mathematics teaching and learning. In A. J. Bishop (Ed.), *International handbook of mathematics education* (pp. 987-1033). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Fiehler, R., Barden, B., Elstermann, M., & Kraft, B. (2004). *Eigenschaften gesprochener Sprache* [Reihe: Studien zur deutschen Sprache, Bd. 30]. Tübingen: Narr.

- Francis, D., Rivera, M., Lesaux, N., Kieffer, M., & Rivera, H. (2006). *Practical guidelines for the education of English language learners: Research-based recommendations for instruction and academic interventions*. Portsmouth, NH: RMC Research Corporation, Center on Instruction.
- Fuchs, L. S., Compton, D. L., Fuchs, D., Hollenbeck, K. N., Craddock, C. F. & Hamlett, C. L. (2008). Dynamic assessment of algebra learning in predicting third graders' development of mathematical problem solving. *Journal of Educational Psychology*, 100 (4), 829-850.
- Fuchs, L. S., Fuchs, D., Compton, D. L., Powell, S. R., Seethaler, P. M., Capizzi, A. M. et al. (2006). The cognitive correlates of third-grade skill in arithmetic, algorithmic computation, and arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology*, 98 (1), 29-43.
- Gay, G. (2000). *Culturally Responsive Teaching : Theory, Research, and Practice*. New York: Teachers Collage Press.
- Gebhardt, M., Rauch, D., Mang, J., Sälzer, C. & Stanat, P. (2013). Mathematische Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern mit Zuwanderungshintergrund. In M. Prenzel, C. Sälzer, E. Klieme & O. Köller (Hrsg.), *PISA 2012. Fortschritte und Herausforderungen in Deutschland* (S. 275-308). Münster: Waxmann.
- Gellert, U. (2011). Mediale Mündlichkeit und Dekontextualisierung. Zur Bedeutung und Spezifik von Bildungssprache im Mathematikunterricht der Grundschule. In: S. Prediger & E. Özdil (Hrsg.), *Mathematiklernen unter Bedingungen der Mehrsprachigkeit - Stand und Perspektiven zu Forschung und Entwicklung* (S. 97-116). Münster: Waxmann.
- Gibbons, P. (2006). Unterrichtsgespräche und das Erlernen neuer Register in der Zweitsprache. In P. Mecheril & T. Quehl (Hrsg.), *Die Macht der Sprachen. Englische Perspektiven auf die mehrsprachige Schule* (S. 269-290). Münster: Waxmann.
- Gogolin, I. & Lange, I. (2011). Bildungssprache und Durchgängige Sprachbildung. In S. Fürstenau & M. Gomolla (Hrsg.), *Migration und schulischer Wandel: Mehrsprachigkeit* (S. 107-127). Wiesbaden: VS Verlag.
- Gogolin, I. (2006). Bilingualität und die Bildungssprache der Schule. In P. Mecheril & T. Quehl (Hrsg.), *Die Macht der Sprachen. Englische Perspektiven auf die mehrsprachige Schule* (S. 79-85). München: Waxmann.

- Gorgorio, N. & Planas, N. (2001). Teaching mathematics in multilingual classrooms. *Educational Studies in Mathematics*, 47 (1), 7-33.
- Grimm, K. J. (2008). Longitudinal associations between reading and mathematics. *Developmental Neuropsychology*, 33 (3), 410-426.
- Guerrero, M. D. (2004). Acquiring academic English in one year. An unlikely proposition for English language learners. *Urban Education*, 39 (2), 172-199.
- Gustafsson, J.-E. & Undheim, J. O. (1996). Individual differences in cognitive functions. In D. Berliner, & R. Calfee (Eds.), *Handbook of Educational Psychology* (pp. 186–242). New York: Macmillan.
- Gut, J., Reimann, G. & Grob, A. (2012). Kognitive, sprachliche, mathematische und sozial-emotionale Kompetenzen als Prädiktoren späterer schulischer Leistungen: Können die Leistungen eines Kindes in den IDS dessen Schulleistungen drei Später vorhersagen? *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie*, 26 (3), 2013-220.
- Haag, N., Böhme, K. & Stanat, P. (2012). Zuwanderungsbezogene Disparitäten. In P. Stanat, H. A. Pant, K. Böhme & D. Richter (Hrsg.), *Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern am Ende der vierten Jahrgangsstufe in den Fächern Deutsch und Mathematik. Ergebnisse des IQB-Ländervergleichs 2011* (S. 209-236). Münster: Waxmann.
- Haag, N., Heppt, B., Roppelt, A. & Stanat, P. (2014). Linguistic simplification of mathematics items: Effects for language minority students in Germany. *European Journal of Psychology of Education*, Advance online publication. doi: 10.1007/s10212-014-0233-6
- Haag, N., Heppt, B., Stanat, P., Kuhl, P. & Pant, H. A. (2013). Second language learners' performance in mathematics: Disentangling the effects of academic language features. *Learning and Instruction*, 1-40.
- Halliday, M. A. K. (1978). *Language as social semiotic. The social interpretation of language and meaning*. London: Edward Arnold.
- Hartig, J. & Klieme, E. (2006). Kompetenz und Kompetenzdiagnostik. In K. Schweizer (Hrsg.): *Leistung und Leistungsdiagnostik* (S. 127-143). Berlin: Springer.

- Hasselhorn, M. & Schumann-Hengsteler, R. (2001). Arbeitsgedächtnis. In D. H. Rost (Hrsg.), *Handwörterbuch Pädagogische Psychologie* (2. Auflage, S. 17-22). Weinheim: Beltz.
- Hecht, S. A., Torgesen, J. K., Wagner, R. K. & Rashotte, Carol A. (2001). The Relation between Phonological Processing Abilities and Emerging Individual Differences in Mathematical Computation Skills: A Longitudinal Study from Second to Fifth Grades. *Journal of Experimental Child Psychology*, 79, 192–227.
- Hegarty, M., Mayer, R. E. & Monk, C. A. (1995). Comprehension of arithmetic word problems: A comparison of successful and unsuccessful problem solvers. *Journal of Educational Psychology*, 87 (1), 18-32.
- Heinze, A., Herwartz-Emden, L. & Reiss, K. (2007). Mathematikkenntnisse und sprachliche Kompetenz bei Kindern mit Migrationshintergrund zu Beginn der Grundschulzeit. *Zeitschrift für Pädagogik*, 53 (4), 562-581.
- Helmke, A. & Schrader, F.-W. (2001). School achievement, cognitive and motivational determinants. In N. J. Smelser & P. B. Baltes (Eds.), *International encyclopedia of the social and behavioral sciences*. Vol. 20 (pp. 13552–13556). Amsterdam: Elsevier.
- Heppt, B., Haag, N., Böhme, K. & Stanat, P. (2014). The role of academic-language features for reading comprehension of language-minority students and students from low-SES families. *Reading Research Quarterly*, 50 (1), 61-82.
- Herman, J. L. & Abedi, J. (2004). *Issues in assessing English learners' opportunity to learn mathematics*. Los Angeles: CRESST/ University of California.
- Hobusch, A., Lutz, N., Wiest, U. (1999). *SFD. Sprachstandsüberprüfung und Förderdiagnostik für Ausländer- und Aussiedlerkinder 1. bis 4. Schuljahr*. Horneburg: Persen.
- Hofe, R. vom (1995). *Grundvorstellungen mathematischer Inhalte*. Heidelberg: Spektrum.
- Hofe, R. vom (2003). Grundbildung durch Grundvorstellungen. *mathematik lehren*, 118, 4-8.
- Institut für Schulentwicklungsforschung (2012). *Presseinformation. Handreichung zur Pressekonferenz in Berlin*. Zugriff am 3. August 2015 unter [http://www.ifs.tu-dortmund.de/cms/Medienpool/Projekte/IGLU-PIRLS-2011/IGLU\\_TIMSS\\_2011-Presseinformation.pdf](http://www.ifs.tu-dortmund.de/cms/Medienpool/Projekte/IGLU-PIRLS-2011/IGLU_TIMSS_2011-Presseinformation.pdf)



- Jordan, N. C., Levine, S. C. & Huttenlocher, J. (1995). Calculation abilities in young children with different patterns of cognitive functioning. *Journal of Learning Disabilities*, 28 (1), 53-64.
- Jorgensen, R. (2011). Language, culture and learning mathematics: A Bourdieuan analysis of indigenous learning. In C. Wyatt-Smith, J. Elkins, & S. Gunn (Eds.), *Multiple perspectives on difficulties in learning literacy and numeracy* (pp. 315-329). Dordrecht: Springer.
- Jude, N. & Klieme, E. (2007). Sprachliche Kompetenz aus Sicht der pädagogisch-psychologischen Diagnostik. In E. Klieme & B. Beck (Hrsg.), *Sprachliche Kompetenzen. Konzepte und Messung. DESI-Studie (Deutsch Englisch Schülerleistungen International)* (S. 9-22). Weinheim: Beltz Verlag.
- Jude, N. (2008). *Zur Struktur von Sprachkompetenz*. Dissertation, Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt am Main. Zugriff am 12. November 2015 unter <http://dnb.info/995928428/34>
- Kaiser, G. & Schwarz, I. (2009). Können Migranten wirklich nicht rechnen? Zusammenhänge zwischen mathematischer Sprachkompetenz und allgemeiner sprachlicher Kompetenz. *Friedrich Jahresheft Migration*, 68-69.
- Kempert, S., Saalbach, H. & Hardy, I. (2011). Cognitive benefits and costs of bilingualism in elementary school students: The case of mathematical word problems. *Journal of Educational Psychology* 103 (3), 547-561.
- Kieffer, M. J., Lesaux, N. K., Rivera, M., & Francis, D. J. (2009). Accommodations for English language learners taking large-scale assessments: A meta-analysis on effectiveness and validity. *Review of Educational Research*, 79, 1168-1201.
- Kieffer, M. J., Rivera, M., & Francis, D. J. (2012). *Practical guidelines for the education of English language learners: Research-based recommendations for the use of accommodations in large-scale assessments. 2012 update*. Portsmouth, NH: RMC Research Corporation, Center on Instruction.
- Kintsch, W. & Greeno, J. G. (1985). Understanding and solving word arithmetic problems. *Psychological Review* 92 (1), 109-129.

- Klieme, E. & Rakoczy, K. (2008) Empirische Unterrichtsforschung und Fachdidaktik. Outcome-orientierte Messung und Prozessqualität des Unterrichts. *Zeitschrift für Pädagogik*, 54, 222-237.
- Klieme, E. (2004). Was sind Kompetenzen und wie lassen sie sich messen? *Pädagogik*, 56 (6), 10-13.
- Klieme, E., Neubrand, M. & Lüdtke, O. (2001). Mathematische Grundbildung, Lesekompetenz und individuelle Lernvoraussetzungen: Ein Modell zur Erklärung von Leistungsunterschieden. In J. Baumert, E. Klieme, M. Neubrand, M. Prenzel, U. Schiefele, W. Schneider et al. (Hrsg.). *PISA 2000: Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern im internationalen Vergleich* (S. 183-190). Opladen: Leske + Budrich.
- Koch, P. & Oesterreicher, W. (1985). Sprache der Nähe – Sprache der Distanz. Mündlichkeit und Schriftlichkeit im Spannungsfeld von Sprachtheorie und Sprachgeschichte. *Romanistisches Jahrbuch*, 36, 15-43.
- Koponen, T., Aunola, K., Ahonen, T. & Nurmi, J.-E. (2007). Cognitive predictors of single-digit and procedural calculation skills and their covariation with reading skills. *Journal of Experimental Child Psychology*, 97 (3), 220-241.
- Krajewski, K., Schneider, W. & Nieding, G. (2008). Zur Bedeutung von Arbeitsgedächtnis, Intelligenz, phonologischer Bewusstheit und früher Mengen-Zahlen-Kompetenz beim Übergang vom Kindergarten in die Grundschule. *Psychologie in Erziehung und Unterricht*, 55, 118-131.
- Kultusministerkonferenz (2003). *Beschlüsse der Kultusministerkonferenz: Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss*. München: Luchterhand.
- Kultusministerkonferenz (2004). *Beschlüsse der Kultusministerkonferenz: Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich*. München: Luchterhand.
- Kultusministerkonferenz (2012). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife. Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 18.10.2012*. Zugriff am 3. August 2015 unter [http://www.Kultusministerkonferenz.org/fileadmin/veroeffentlichungen\\_beschluesse/2012/2012\\_10\\_18-Bildungsstandards-Mathe-Abi.pdf](http://www.Kultusministerkonferenz.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2012/2012_10_18-Bildungsstandards-Mathe-Abi.pdf)

- Kyttälä, M., Aunio, P., Lepola, J. & Hautamäki, J. (2014). The role of the working memory and language skills in the prediction of word problem solving in 4- to 7-year-old children. *Educational Psychology*, 34 (6), 674-696.
- Kyttälä, M., Aunio, P., Lepola, J., & Hautamäki, J. (2014). The role of the working memory and language skills in the prediction of word problem solving in 4- to 7-year-old children. *Educational Psychology*, 34 (6), 674-696.
- Lee, K., Ng, S. F., Ng, E. L. & Lim, Z.-Y. (2004). Working memory and literacy as predictors of performance on algebraic word problems. *Journal of Experimental Child Psychology*, 24 (2).
- Lehmann, R.H. & Lenkeit, J. (2008). *Element. Erhebung zum Lese- und Mathematikverständnis. Entwicklung in den Jahrgangsstufen 4 bis 6 in Berlin: Abschlussbericht über die Untersuchungen 2003, 2004 und 2005 an Berliner Grundschulen und grundständigen Gymnasien*. Berlin: Humboldt-Universität zu Berlin.
- Leutner, D., Klieme, E., Meyer, K. & Wirth, J. (2004). Problemlösen. In M. Prenzel, J. Baumert, W. Blum, R. Lehmann, D. Leutner, M. Neubrand et al. (Hrsg.) *PISA 2003. Der Bildungsstand der Jugendlichen in Deutschland – Ergebnisse des zweiten internationalen Vergleichs* (S. 147-175). Münster: Waxmann.
- Li, H. & Suen, H. K. (2012). The effects of test accommodations for English language learners: A meta-analysis. *Applied Measurement in Education*, 25, 327-346.
- Linneweber-Lammerskitten, H. (2013). Sprachkompetenz als integrierter Bestandteil der mathematical literacy? In M. Becker-Mrotzek, K. Schramm, E. Thürmann & H. J. Vollmer (Hrsg.), *Sprache im Fach: Sprachlichkeit und fachliches Lernen* (S. 151-166). Münster: Waxmann.
- Maier, H. & Schweiger, F. (1999). *Mathematik und Sprache. Zum Verstehen und Verwenden von Fachsprache im Unterricht*. Wien: öbv & hpt.
- Martin, M. O. & Kelly, D. L. (1996). *Third international mathematics and science study. Technical Report. Volume I: Design and Development*. Chestnut Hill, MA: Boston College.

- Martiniello, M. (2007). *Linguistic complexity and differential item functioning DIF for English language learners in math problems*. Dissertation, Harvard Graduate School of Education.
- Martiniello, M. (2009). Linguistic complexity, schematic representations and differential item functioning for English language learners in math tests. *Educational Assessment, 14*, 160-179.
- Masini, B. E. (2001). *Race differences in exposure to Algebra and geometry among U.S. eighth-grade students*. Paper presented at the annual conference of the American Educational Research Association Seattle, WA. Retrieved July 28, 2015, from <http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED452226.pdf>
- Meyer, M. (2014). Zur Bedeutung der (Fach-)Sprache im Mathematikunterricht der Sekundarstufen. Forderung und Förderung eines sprachsensiblen Unterrichts. In M. Michalak (Hrsg.), *Sprache als Lernmedium in allen Fächern* (S. 53-71). Hohengehren: Schneider.
- Michalak, M. (2014). Sprache und fachliches Lernen. Zur Einleitung. In M. Michalak (Hrsg.), *Sprache als Lernmedium im Fachunterricht. Theorien und Modelle für das sprachbewusste Lehren und Lernen* (S. 1-7). Baltmannsweiler: Schneider Verlag.
- Morgan, P. L., Farkas, G. & Wu, Q. (2011). Kindergarten children's growth trajectories in reading and mathematics: Who falls increasingly behind? *Journal of Learning Disabilities, 44* (5), 472-488.
- Moschkovich, J. (2002). A situated and sociocultural perspective on bilingual mathematics learners. *Mathematical Thinking and Learning 4* (2/3), 189-212.
- Mücke, S. (2007). Einfluss personeller Eingangsvoraussetzungen auf Schülerleistungen im Verlauf der Grundschulzeit. In K. Möller, P. Hanke, C. Beinbrech, A. K. Hein, T. Kleickmann & R. Schages (Hrsg.), *Qualität von Grundschulunterricht: entwickeln, erfassen und bewerten* (S. 277-280). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.
- Muthen, B., Huang, L. C., Jo, B., Khoo, S. T., Goff, G. N. Novak, J. R. et al. (1995). Opportunity-to-learn effects on achievement: Analytical aspects. *Educational Evaluation & Policy Analysis, 17* (3), 371-403.

- Niederdrenk-Felgner, C. (1997). Mathematik als Fremdsprache. In K. P. Müller (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht: Vorträge auf der 31. Tagung für Didaktik der Mathematik vom 3. Bis 7. März 1997 in Leipzig* (S. 387-391). Hildesheim: Franzbecker.
- Niklas, F., Segerer, R., Schmiedeler, S. & Schneider, W. (2012). Findet sich ein Matthäus-Effekt in der Kompetenzentwicklung von jungen Kindern mit oder ohne Migrationshintergrund? *Frühe Bildung*, 1 (1), 26-33.
- OECD (2003). The PISA 2003 assessment framework – mathematics, reading, science and problem solving knowledge and skills. Retrieved August 03, 2015, from <http://www.oecd.org/edu/school/programmeforinternationalstudentassessmentpisa/33694881.pdf>
- OECD (2010). *PISA 2009 results: Overcoming social background – equity in learning opportunities and outcomes. Volume II*. Retrieved July 28, 2015 from <http://dx.doi.org/10.1787/9789264091504-en>
- OECD (2013). *PISA 2012 results: Excellence through equity. Giving every student the chance to succeed (Volume II)*. Retrieved July 28, 2015 from <http://www.oecd.org/pisa/keyfindings/pisa-2012-results-volume-II.pdf>
- OECD (2014). *PISA 2012 Ergebnisse. Was Schülerinnen und Schüler wissen und können (Band I, Überarbeitete Ausgabe, Februar 2014): Schülerleistungen in Lesekompetenz, Mathematik und Naturwissenschaften*. Germany: W. Bertelsmann Verlag. Zugriff am 5. November 2015 unter [http://www.keepeek.com/Digital-Asset-Management/oecd/education/pisa-2012-ergebnisse-was-schulerinnen-und-schulerwissen-und-konnen-band-i-uberarbeitete-ausgabe-februar-2014\\_9789264208858-de#page1](http://www.keepeek.com/Digital-Asset-Management/oecd/education/pisa-2012-ergebnisse-was-schulerinnen-und-schulerwissen-und-konnen-band-i-uberarbeitete-ausgabe-februar-2014_9789264208858-de#page1)
- OECD (n.d.) *Pisa 2003. Beispielaufgaben aus dem Mathematiktest*. Zugriff am 3. August 2015 unter [http://archiv.ipn.uni-kiel.de/PISA/Aufgaben\\_Mathe\\_neu3.pdf](http://archiv.ipn.uni-kiel.de/PISA/Aufgaben_Mathe_neu3.pdf)
- Pauen, S., Pahnke, J. & Valentiner, I. (2007). *Erfassung kognitiver Kompetenzen im Vorschul- bis Jugendalter: Intelligenz, Sprache und schulische Fertigkeiten*. Research Notes 20, 1-69. DIW Berlin.

- Pennock-Roman, M. & Rivera, C. (2011). Mean effects of test accommodations for ELLs and non-ELLs: A meta-analysis of experimental studies. *Educational Measurement: Issues and Practice*, 30 (3), 10-28
- Pimm, D. (1987). *Speaking mathematically. Communication in mathematics classroom*. London: Routledge & Kegan Paul.
- Pöhlmann, C., Haag, N. & Stanat, P. (2013). Zuwanderungsbezogene Disparitäten. In H. A. Pant, P. Stanat, U. Schroeders et al. (Hrsg.), *IQB-Ländervergleich 2012: Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen am Ende der Sekundarstufe I* (S. 297-329). Münster: Waxmann.
- Portmann, P. (1993). Rezeptive und produktive Fertigkeiten. *Deutsch als Fremdsprache*, 30 (2), 96-99.
- Prediger, S. & Özdil, E. (2011). Einleitung. In S. Prediger & E. Özdil (Hrsg.), *Mathematiklernen unter Bedingungen der Mehrsprachigkeit: Stand und Perspektiven der Forschung und Entwicklung in Deutschland* (S. 7-10). Münster: Waxmann.
- Prediger, S. (2009). „Aber wie sag ich es mathematisch?“ – Empirische Befunde und Konsequenzen zum Lernen von Mathematik als Mittel zur Beschreibung von Welt. In D. Höttecke (Hrsg.), *Entwicklung naturwissenschaftlichen Denkens zwischen Phänomen und Systematik. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Chemie und Physik in Dresden 2009* (S. 6-20). Berlin: LIT-Verlag.
- Prediger, S. (2010). Zur Rolle der Sprache beim Mathematiklernen - Herausforderungen von Mehrsprachigkeit aus Sicht einer Fachdidaktik. *Deutsch als Zweitsprache*, 172-180.
- Prediger, S. (2013). Darstellungen, Register und mentale Konstruktion von Bedeutungen und Beziehungen - mathematikspezifische sprachliche Herausforderungen identifizieren und bearbeiten. In M. Becker-Mrotzek, K. Schramm, E. Thürmann & H. J. Vollmer (Hrsg.), *Sprache im Fach: Sprachlichkeit und fachliches Lernen* (S. 167-182). Münster: Waxmann.
- Prediger, S., Wilhelm, N., Büchter, A., Benholz, C. & Gürsoy, E. (2015). Sprachkompetenz und Mathematikleistung – Empirische Untersuchung sprachlich bedingter Hürden in den Zentralen Prüfungen. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 36(1), 77-104. Prediger, S. &

- Özdil, E. (2011). *Mathematiklernen unter Bedingungen der Mehrsprachigkeit: Stand und Perspektiven der Forschung und Entwicklung in Deutschland*. Münster: Waxmann.
- Prenzel, M., Baumert, J., Blum, W., Lehmann, R., Leutner D., Neubrand M. et al. (2006). *PISA 2003: Untersuchungen zur Kompetenzentwicklung im Verlauf eines Schuljahres: Zusammenfassung*. Zugriff am 28. Juli 2015 unter <http://www.bmfsfj.de/doku/Publikationen/genderreport/01-Redaktion/PDF-Anlagen/lit-pisa-ergebnisse-2003,property%3Dpdf,bereich%3Dgenderreport,sprache%3Dde,rwb%3Dtrue.pdf>
- Prenzel, M., Heidemeier, H., Ramm, G., Hohensee, F. & Ehmke, T. (2004). Soziale Herkunft und mathematische Kompetenz. In M. Prenzel, J. Baumert, W. Blum, R. Lehmann, D. Leutner, M. Neubrand et al. (Hrsg.), *PISA 2003: Der Bildungsstand der Jugendlichen in Deutschland – Ergebnisse des zweiten internationalen Vergleichs*. Münster: Waxmann.
- Prenzel, M., Sälzer, C. & Klieme E. (2013). *PISA 2012. Fortschritte und Herausforderungen in Deutschland*. Münster: Waxmann.
- Ramm, G., Prenzel, M., Heidemeier, H. & Walter, O. (2004). Soziokulturelle Herkunft: Migration. In M. Prenzel, J. Baumert, W. Blum, R. Lehmann, D. Leutner, M. Neubrand, R. Pekrun, H.-G. Rolff, J. Rost & U. Schiefele (Hrsg.). *Der Bildungsstand der Jugendlichen in Deutschland – Ergebnisse des zweiten internationalen Vergleichs* (S. 254-272). Münster: Waxmann.
- Ramm, G., Walter, O., Heidemeier, H. & Prenzel, M. (2005). Soziokulturelle Herkunft und Migration im Ländervergleich. In M. Prenzel, J. Baumert, W. Blum, R. Lehmann, D. Leutner, M. Neubrand, R. Pekrun, J. Rost & U. Schiefele (Hrsg.). *PISA 2003. Der zweite Vergleich der Länder in Deutschland – Was wissen und können Jugendliche?* (S. 269-297). Münster: Waxmann.
- Redder, A., Becker-Mrotzek, M., Ehlich K., Fickermann D., Forschner S., Hasselhorn, M. et al. (2011). *ZUSE Diskussionspapier Nummer 4: Konzept eines koordinierten Forschungsprogramms "Sprachdiagnostik und Sprachförderung"*. Zugriff am 4. Februar 2011 unter [http://www.zuse.uni-hamburg.de/501publikation/ZUSE\\_Diskussion004.pdf](http://www.zuse.uni-hamburg.de/501publikation/ZUSE_Diskussion004.pdf)

- Reusser, K. (2001). Co-constructivism in educational theory and practice. *International Encyclopedia of the Social & Behavioral Sciences*, 2058-2062.
- Riley, M. S. & Greeno, J. G. (1988). Developmental analysis of understanding language about quantities and of solving problems. *Cognition and Instruction* 5 (1), 49-101.
- Riley, M. S., Greeno, J. G. & Heller, J. I. (1983). Development of children's problem-solving ability in arithmetic. In H. P. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking* (pp. 153-196). New York: Academic Press.
- Roberts, G. & Bryant, D. (2011). Early mathematics achievement trajectories: English language learner and native English-speaker estimates, using the early childhood longitudinal survey. *Developmental Psychology*, 47 (4), 916-930.
- Roppelt, A. & Reiss, K. (2012). Beschreibung der im Fach Mathematik untersuchten Kompetenzen. In P. Stanat, H. A. Pant, K. Böhme & D. Richter (Hrsg.), *Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern am Ende der vierten Jahrgangsstufe in den Fächern Deutsch und Mathematik* (S. 34–43). Münster: Waxmann.
- Rösch, H. & Stanat, P. (2011). Bedeutung und Form (BeFo): Formfokussierte und bedeutungsfokussierte Förderung in Deutsch als Zweitsprache. In N. Hahn & T. Roelcke (Hrsg.), *Grenzen überwinden mit Deutsch. Beiträge der 37. Jahrestagung DaF an der PH Freiburg* (S. 149–161). Göttingen: Universitätsverlag.
- Rösch, H. & Paetsch, J. (2011). Sach- und Textaufgaben im Mathematikunterricht als Herausforderung für mehrsprachige Kinder. *Sach- und Textaufgaben*, 55-76.
- Ruwisch, S. (2014). Herausforderungen im Mathematikunterricht der Grundschule durch veränderte sprachliche Anforderungen. In M. Michalak (Hrsg.), *Sprache als Lernmedium im Fachunterricht. Theorien und Modelle für das sprachbewusste Lehren und Lernen* (S. 34-52). Baltmannsweiler: Schneider Verlag.
- Schipolowski, S., Wilhelm, O., & Schroeders, U. (im Druck). Sprachliche Fähigkeiten und Intelligenz. In B. Brouër, D. Lüttenberg, & J. Kilian (Hrsg.), *Handbuch Sprache in der Bildung*. Berlin: Walter de Gruyter.
- Schipper, W. (2009). *Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen*. Braunschweig: Schroedel.



- Schleppegrell, M. J. (2004). *The language of schooling. A functional linguistics perspective*. Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Schleppegrell, M. J. (2007). The linguistic challenges of mathematics teaching and learning. A research review. *Reading & Writing Quarterly*, 23 (2), 139-159.
- Schleppegrell, M. J. (2010). Language in mathematics teaching and learning. In J. Moschkovich (Ed.), *Language and mathematics education* (pp. 73-112). Charlotte: Information Age Publishing.
- Schmiedek, F. & Wolff, J. K. (2010). Latente Wachstumskurvenmodelle. In C. Wolf & H. Best (Hrsg.), *Handbuch der sozialwissenschaftlichen Datenanalyse* (S. 1017-1029). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.
- Schneider, W., & Näslund, J. C. (1992). Cognitive prerequisites of reading and spelling. In A. Demetriou, M. Shayer, & A. Efklides (Eds.), *Neo Piagetian theories of cognitive development* (pp. 256-274). London: Routledge.
- Schrader, F.-W. & Helmke, A. (2008). Determinanten der Schulleistung. In M. K. W. Schweer (Hrsg.), *Lehrer-Schüler-Interaktion. Inhaltfelder, Forschungsperspektiven und methodische Zugänge* (S. 285-302). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.
- Schründer-Lenzen, A. & Merkens, H. (2006). Differenzen schriftsprachlicher Kompetenzentwicklung bei Kindern mit und ohne Migrationshintergrund. In A. Schründer-Lenzen (Hrsg.), *Risikofaktoren kindlicher Entwicklung. Migration, Leistungsangst und Schulübergang* (S. 15-44). Wiesbaden: Verlag für Sozialwissenschaften.
- Schukajlow, S. (2013). Lesekompetenz und mathematisches Modellieren. In R. Borromeo Ferri, G. Greefrath & G. Kaiser (Hrsg.), *Mathematisches Modellieren für Schule und Hochschule: Theoretische und didaktische Hintergründe* (S. 125-144). Wiesbaden: Springer.
- Schwarzkopf, R. (2006). Elementares Modellieren in der Grundschule. In A. Büchter, H. Humenberger, S. Hußmann & S. Prediger (Hrsg.), *Realitätsnaher Mathematikunterricht – vom Fach aus und für die Praxis* (S. 95-105). Hildesheim: Franzbecker.
- Schwippert, K., Wendt, H. & Tarelli, I. (2012). Lesekompetenzen von Schülerinnen und Schülern mit Migrationshintergrund. In W. Bos, I. Tarelli, A. Bremerich-Vos & K.

- Schwippert (Hrsg.), *IGLU 2011: Lesekompetenzen von Grundschulkindern in Deutschland im internationalen Vergleich* (S. 191-207). Münster: Waxmann.
- Secada, W. G. (1996). Urban students acquiring English and learning mathematics in the context of reform. *Urban Education*, 30 (4), 422-448.
- Senatsverwaltung für Bildung, Wissenschaft und Forschung Berlin (2004). *Schulgesetz für das Land Berlin*. Zugriff am 5. November 2015 unter <http://www.sartre.cidsnet.de/downloads/schulgesetz.pdf>
- Shin, T., Davison, M. L., Long, J. D., Chan, C.-K. & Heistadt, D. (2013). Exploring gains in reading and mathematics achievement among regular and exceptional students using growth curve modeling. *Learning and Individual Differences*, 23, 92-100.
- Stanat, P. (2006). Disparitäten im schulischen Erfolg: Analysen zur Rolle des Migrationshintergrunds. *Unterrichtswissenschaft* 34 (2), 98-124.
- Stanat, P., Baumert, J. & Müller, A. G. (2005): Förderung von deutschen Sprachkompetenzen bei Kindern aus zugewanderten und sozial benachteiligten Familien. Evaluationskonzeption für das Jacobs-Sommercamp Projekt. *Zeitschrift für Pädagogik*, 51, 856-875
- Stanat, P., Rauch, D. & Segeritz, M. (2010). Schülerinnen und Schüler mit Migrationshintergrund. In E. Klieme, C. Artelt, J. Hartig, N. Jude, O. Köller, M. Prenzel et al. (Hrsg.), *PISA 2009. Bilanz nach einem Jahrzehnt* (S. 200-230). Münster: Waxmann.
- Staub, F. C., Stern, E. (2002). The nature of teachers' pedagogical content beliefs matters for students' achievement gains: Quasi-experimental evidence from elementary mathematics. *Journal of Educational Psychology*, 94 (2), 344-355.
- Stern E., & Guthke J. (2001). *Perspektiven der Intelligenzforschung*. Lengerich: Pabst.
- Stern, E. (1998). *Die Entwicklung des mathematischen Verständnisses im Kindesalter*. Lengerich: Pabst Publisher.
- Storch, G. (2008). *Deutsch als Fremdsprache – Eine Didaktik. Theoretische Grundlagen und praktische Unterrichtsgestaltung* (3., unveränd. Aufl.). Paderborn: Fink.
- Tarelli, I., Schwippert, K. & Stubbe, T. C. (2012). Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern mit Migrationshintergrund. In W. Bos, H. Wendt, O. Köller & C. Selzer (Hrsg.), *TIMSS 2011: Mathematische und natur-*

*wissenschaftliche Kompetenzen von Grundschulkindern in Deutschland im internationalen Vergleich* (S. 247-267). Münster: Waxmann.

- Tolar, T. D., Fuchs, L., Cirino, P.T., Fuchs, D., Hamlett, C. L. & Fletcher, J. M. (2012). Predicting development of mathematical word problem solving across the intermediate grades. *Journal of Educational Psychology*, 104 (4), 1083-1093.
- Ufer, S., Reiss, K. & Mehringer, V. (2013). Sprachstand, soziale Herkunft und Bilingualität: Effekte auf Facetten mathematischer Kompetenz. In M. Becker-Mrotzek, K. Schramm, E. Thürmann & H. J. Vollmer (Hrsg.). *Sprache im Fach: Sprachlichkeit und fachliches Lernen* (S. 185-201). Münster: Waxmann.
- Verboom, L. (2008). Mit dem Rhombus nach Rom. Aufbau einer fachgebundenen Sprache im Mathematikunterricht der Grundschule. In C. Bainski & M. Krüger-Potratz (Hrsg.), *Handbuch Sprachförderung* (S. 95-112). Essen: Neue Deutsche Schule Verlag.
- Verschaffel, L., Greer, B. & De Corte, E. (2000). *Making sense of word problems*. Lisse: Swets & Zeitlinger.
- Vilenius-Tuohimaa, P. M., Aunola, K. & Nurmi, J.-E. (2008). The association between mathematical word problem and reading comprehension. *Educational Psychology*, 28 (4), 409-426.
- Viljaranta, J., Lerkkanen, M.-K., Poikkeus, A.-M., Aunola, K. & Nurmi, J.-E. (2009). Cross-largened relations between task motivation an performance in arithmetic and literacy in kindergarten. *Learning and Instruction*, 19, 335-344.
- Vollmer, H. J. & Thürmann, E. (2013). Sprachbildung und Bildungssprache als Aufgabe aller Fächer der Regelschule. In M. Becker-Mrotzek, K. Schramm, E. Thürmann & H. J. Vollmer (Hrsg.), *Sprache im Fach: Sprachlichkeit und fachliches Lernen* (S. 41-57). Münster: Waxmann.
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society. The development of higher psychological processes*. Camebridge: Havard University Press.
- Walther, G., van den Heuvel-Panhuizen, M., Granzer, D. & Köller, O. (2009). *Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik konkret*. Berlin: Institut zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen.

- Wang, J. & Goldschmidt, P. (1999). Opportunity to learn, language proficiency, and immigrant status effects on mathematics achievement. *The Journal of Educational Research*, 93 (2), 101-111.
- Weinert, S. & Ebert, S. (2013). Spracherwerb im Vorschulalter. Soziale Disparitäten und Einflussfaktoren auf den Grammatikerwerb. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, 16, 303-332.
- Weinert, S. (2000). Beziehungen zwischen Sprach- und Denkentwicklung. In H. Grimm (Hrsg.), *Sprachentwicklung* (Enzyklopädie der Psychologie C/III/3) (S. 311-361). Göttingen: Hogrefe.
- Wittmann, G. (2006). Grundvorstellungen zu Bruchzahlen – auch für leistungsschwache Schüler?, *mathematica didactica*, 29 (2), 49-74.
- Zevenbergen, R. (2001). Language, social class and underachievement in school mathematics. In P. Gates (Ed.), *Issues in mathematics teaching* (pp. 38-50). London, New York: Routledge Falmer.

## STUDIE 1

Paetsch, J., Radmann, S., Felbrich, A. & Lehmann, R. (2016). Sprachkompetenz als Prädiktor mathematischer Kompetenzentwicklung von Kindern deutscher und nicht-deutscher Familiensprache. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*.

Publikation voraussichtlich in 2016, Heft 47 (1)

Link zu Studie 1:

DOI: <http://dx.doi.org/10.1026/0049-8637/a000142>



## STUDIE 2

Paetsch, J., Felbrich, A. & Stanat, P. (2015). Der Zusammenhang von sprachlichen und mathematischen Kompetenzen bei Kindern mit Deutsch als Zweitsprache. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie*, 29 (1), 19–29.

Published online Januar 9, 2015

DOI: <http://dx.doi.org/10.1024/1010-0652/a000142>

This article does not exactly replicate the final version published in the journal "Zeitschrift für Pädagogische Psychologie". It is not a copy of the original published article and is not suitable for citation.

Die Erhebung der Daten, die für Studie 2 verwendet wurde, erfolgte im Rahmen des Projekts BeFo (*Bedeutung und Form. Fachbezogene und sprachsystematische Förderung in der Zweitsprache*). Das Projekt wurde mit Mitteln des Bundesministeriums für Bildung und Forschung unter den Förderkennzeichen 01GJ0906 (Freie Universität Berlin) und 01GJ0907 (Pädagogische Hochschule Karlsruhe) gefördert.





### **3 STUDIE 2: Der Zusammenhang von sprachlichen und mathematischen Kompetenzen bei Kindern mit Deutsch als Zweitsprache**

#### **Zusammenfassung**

Als wesentlicher Erklärungsfaktor für die geringeren mathematischen Leistungen von Lernenden nicht-deutscher Familiensprache werden häufig ihre schwachen sprachlichen Kompetenzen in der Instruktionssprache angenommen. Die Studie geht der Frage nach, welche sprachlichen Teilkompetenzen mit den mathematischen Leistungen von Kindern nicht-deutscher Familiensprache zusammenhängen. In einer Stichprobe von 370 Drittklässlern nicht-deutscher Familiensprache zeigte sich, dass nicht nur das Leseverstehen, sondern auch Wortschatzkenntnisse, nicht jedoch Grammatikkompetenzen mit den mathematischen Leistungen zusammenhängen. Darüber hinaus zeigen die Ergebnisse, dass nicht nur die Leistungen in sprachlich anspruchsvollen, sondern auch die Leistungen in sprachlich wenig anspruchsvollen Mathematikaufgaben mit den sprachlichen Kompetenzen der Lernenden zusammenhängen. Insgesamt stützt das Befundmuster die Annahme, dass für Zweitsprachlernde sprachliche Fähigkeiten nicht nur zur Bewältigung der sprachlichen Anforderungen, sondern auch zur Erfüllung der mathematischen Anforderungen der Testaufgaben notwendig sind.

### 3.1 Einleitung

Die Ergebnisse nationaler und internationaler Schulleistungstudien belegen einheitlich, dass Kinder und Jugendliche aus zugewanderten Familien ein deutlich geringeres Kompetenzniveau in Mathematik erreichen als Schülerinnen und Schüler ohne Zuwanderungshintergrund (z. B. Pöhlmann, Haag & Stanat, 2013; Tarelli, Schwippert & Stubbe, 2012). Weitere Analysen zeigen, dass sich die Leistungsnachteile von Schülerinnen und Schülern mit Zuwanderungsgeschichte nach Kontrolle der sozialen Herkunft einerseits (z. B. Pöhlmann et al., 2013) und unter Berücksichtigung der Lesekompetenz andererseits erheblich verringern (Baumert & Schümer, 2001). Empirische Befunde belegen zudem, dass die sprachlichen Kompetenzen zu Schulbeginn einen bedeutsamen Einfluss auf spätere mathematische Leistungen haben (Mücke, 2007). Es wird deshalb davon ausgegangen, dass die bestehenden Kompetenzunterschiede in Mathematik unter anderem auf die unzureichende Beherrschung der Instruktionssprache zurückzuführen sind (Stanat, 2006).

Studien zum Zusammenhang zwischen der Nutzung der Zweitsprache in der Familie und den sprachlichen Kompetenzen der Kinder weisen darauf hin, dass diese Nachteile unter anderem durch einen geringen Kontakt mit der Instruktionssprache bedingt sind (z. B. Scheele, Lesemann & Mayo, 2010). Es ist deshalb anzunehmen, dass insbesondere Lernende, deren Familiensprache nicht der Instruktionssprache entspricht, geringere sprachliche Kompetenzen aufweisen und sie deshalb von den schulischen Lerngelegenheiten des Mathematikunterrichts nicht im gleichen Ausmaß profitieren können wie ihre Mitschülerinnen und Mitschüler.

Um Zweitsprachlernende bei der Bewältigung sprachlicher Anforderungen im mathematischen Kompetenzerwerb gezielt unterstützen zu können, stellt sich die Frage, welche sprachlichen Kompetenzen dazu von besonderer Bedeutung sind. Bislang liegen keine eindeutigen empirischen Befunde zum Stellenwert verschiedener sprachlicher Teilkompetenzen, wie bspw. des Leseverständnisses, der Grammatikkompetenz oder der Wortschatzkenntnisse vor. Der vorliegende Beitrag knüpft hier an und untersucht den Zusammenhang zwischen sprachlichen Teilkompetenzen und den mathematischen Fähigkeiten von Kindern mit Deutsch als Zweitsprache.

## 3.2 Theoretischer Hintergrund

### 3.2.1 Sprachliche Anforderungen beim Erwerb mathematischer Kompetenzen

Der Erwerb mathematischer Kompetenzen erfordert nicht nur die Entwicklung von Fertigkeiten, die in der Regel geringe sprachliche Anforderungen stellen, wie bspw. das Verinnerlichen von Rechenprozeduren. Die Lernenden müssen auch ein konzeptuelles Verständnis mathematischer Begriffe, Operationen und Prinzipien entwickeln (z. B. Prediger, 2010). Nach den Vorstellungen (sozial-)konstruktivistischer Lerntheorien wird Wissen in der aktiven Auseinandersetzung (ko-)konstruiert (z. B. Reusser, 2001), so dass dem Austausch und der Kommunikation der Lernenden ein besonderer Stellenwert für den Wissenserwerb zugesprochen wird. Demnach sind Artikulations- und Reflexionsphasen, die eine aktive Auseinandersetzung der Lernenden mit den mathematischen Inhalten ermöglichen und in denen sie sich über Bedeutungen und Interpretationen austauschen können, für den Kompetenzerwerb besonders wichtig (vgl. Elbers & de Haan, 2005). Die Kommunikation über mathematische Inhalte wird daher auch in der Mathematikdidaktik als ein zentraler Bestandteil des mathematischen Kompetenzerwerbs angesehen (Moschkovich, 2002; Prediger, 2010).

Es wird angenommen, dass sich die im mathematischen Kontext verwendete Sprache von der in anderen schulischen Lernsituationen verwendeten Sprache in Hinblick auf verschiedene sprachliche Facetten unterscheidet (Maier & Schweiger, 1999; Pimm, 1987). Grundsätzlich ist mathematikbezogene Sprache demnach durch eine generalisierende Ausdrucksweise sowie ein hohes Maß an Präzision gekennzeichnet. So werden vorwiegend Ausdrücke verwendet, deren Bedeutungen eindeutig festgelegt sind und die allgemeine Gültigkeit besitzen (z. B. *Gerade Zahlen sind Zahlen, die ohne Rest durch 2 teilbar sind*); und auch die mathematischen Aussagen, die mit diesen präzise definierten Begriffen formuliert werden, müssen eindeutig sein (Maier & Schweiger, 1999). Ein weiteres Merkmal der mathematischen Sprache ist die häufige Verwendung grammatischer Strukturen, die im Alltag seltener zur Anwendung kommen, wie bspw. Nominalisierungen (z. B. *Die Messung der Länge*) oder präpositionale Konstruktionen (z. B. *Kathrins relative Trefferhäufigkeit war 5 von 7*, vgl. Gellert, 2011; Pimm, 1987).

Im Vergleich zu der im Alltag verwendeten Sprache ist die Sprache im Mathematikunterricht zudem durch zwei Arten von Fachwörtern charakterisiert (Pimm, 1987): zum einen werden mathematische Fachausdrücke verwendet, die nicht in der Alltagssprache vorkommen, zum anderen haben in der Mathematik viele alltagssprachliche Begriffe eine andere

Bedeutung (z. B. *gerade*). Die Beherrschung des mathematischen Fachwortschatzes ist dabei aber, im Gegensatz zur Kenntnis des allgemeinen Wortschatzes, explizit ein Ziel des Mathematikunterrichts. In den Bildungsstandards Mathematik für die Grundschule wird bspw. gefordert, dass Kinder „mathematische Fachbegriffe und Zeichen sachgerecht verwenden“ (Kultusministerkonferenz, 2004, S. 8) können sollten. Die Kenntnis von Fachwörtern bzw. die Fähigkeit, sie sachgerecht zu verwenden, ist deshalb als Ergebnis des mathematischen Lernprozesses und wichtiger Bestandteil der mathematischen Kompetenz anzusehen. Dabei kann die Bedeutung eines mathematischen Fachwortes nicht unabhängig von den mathematischen Prinzipien, auf die es sich bezieht, erlernt werden. Lernende müssen daher auf der Basis der sprachlichen Erklärungen und des Unterrichtsdiskurses nicht nur Begriffsbezeichnungen (im Sinne von Vokabeln) erlernen, sondern gleichzeitig das damit Bezeichnete auch inhaltlich verstehen und die Begriffsbedeutung in ihr konzeptuelles mathematisches Wissen integrieren (vgl. Elbers & de Haan, 2005).

Die besonderen Eigenschaften der für den Mathematikerwerb relevanten Sprache betreffen vielfältige sprachliche Facetten. Daraus lässt sich schließen, dass für einen erfolgreichen mathematischen Kompetenzerwerb von Schülerinnen und Schülern verschiedene sprachliche Teilkompetenzen relevant sein können.

### **3.2.2 Besondere sprachliche Herausforderungen für Zweitsprachlernende**

Um sich mit mathematischen Inhalten aktiv auseinanderzusetzen und sich mit anderen darüber zu verständigen, sind ausreichende sprachliche Kompetenzen notwendig. Es wird deshalb angenommen, dass unzureichende sprachliche Kompetenzen in der Instruktionssprache von Zweitsprachlernenden deren mathematischen Kompetenzerwerb erschweren können.

In der Literatur werden die Verwendung von in anderen Bereichen eher selten genutzten Wörtern und grammatischen Strukturen, das Verständnis von Textaufgaben sowie spezifische Anforderungen an diskursive Fähigkeiten als besondere sprachliche Herausforderungen des Mathematikunterrichts für Zweitsprachlernende hervorgehoben (z. B. Moschkovich, 2002; Rösch & Paetsch, 2011). So kann die Verwendung von Wörtern, deren Bedeutung den Lernenden nicht bekannt ist oder deren Bedeutung in Mathematik von ihrer Bedeutung im Alltag abweicht, zu erheblichen Verständnisproblemen führen (Moschkovich, 2002). Belegt wird diese Annahme durch Unterrichtsbeobachtungen von Mathematikunterricht mit 15- bis 16-jährigen Zweitsprachlernenden (Gorgorio & Planas, 2001). Bereits einzelne, nicht richtig

verstandene Wörter führten in dem beobachteten Unterricht zu großen Verständnisschwierigkeiten. Ebenso kann die Verwendung bestimmter grammatischer Strukturen zu Verständnisproblemen führen (z. B. Gellert, 2011). So gehen Kaiser und Schwarz (2009) auf Grundlage von Unterrichtsbeobachtungen davon aus, dass die korrekten Bedeutungen präpositionaler Konstruktionen in Mathematik von Zweitsprachlernenden häufig nicht erkannt werden.

Des Weiteren wird angenommen, dass das Extrahieren von Bedeutungen aus mathematischen Texten, Aufgabenstellungen und Erklärungen sowohl beim eigenständigen Lesen als auch beim Hörverstehen eine Hürde für Zweitsprachlernende darstellt. Insbesondere der Gebrauch von Proformen, d. h. von Wörtern, die in einem Text auf etwas vorwärts oder rückwärts verweisen, wie bspw. *dies* oder *so*, kann Zweitsprachlernenden das Verständnis eines Textes bzw. einer Aufgabe erschweren, wenn sie Bezüge nicht richtig herstellen können (Duarte, Gogolin & Kaiser, 2011; Rösch & Paetsch, 2011). Darüber hinaus wird betont, dass Zweitsprachlernenden die Teilnahme am Unterrichtsdiskurs durch ihre geringeren diskursiven Kompetenzen erschwert wird. Hierunter fällt bspw. die Fähigkeit zu argumentieren, aber auch der situationsangemessene Einsatz von verschiedenen Darstellungsformen (vgl. Elbers & de Haan, 2005; Ellerton & Clarkson, 1996).

Um Zweitsprachlernende bei der Bewältigung dieser vielfältigen sprachlichen Anforderungen im mathematischen Kompetenzerwerb unterstützen zu können, werden zunehmend Unterrichtskonzepte gefordert, in denen die Vermittlung der notwendigen sprachlichen Kompetenzen in den Fachunterricht integriert wird (z. B. Prediger, 2010).

### **3.2.3 Empirische Befunde zum Zusammenhang mathematischer und sprachlicher Kompetenzen**

Der enge Zusammenhang zwischen sprachlichen und mathematischen Kompetenzen ist durch zahlreiche empirische Studien für unterschiedliche Altersgruppen (Leutner, Klieme, Meyer & Wirth, 2004; Vilenius-Tuohimaa, Aunola & Nurmi, 2008) und auch für Zweitsprachlernende (Gut, Reimann & Grob, 2012; Heinze, Herwartz-Emden & Reiss, 2007; Mücke, 2007) gut belegt. Befunde aus Längsschnittstudien lassen zudem Rückschlüsse auf kausale Wirkungen von Sprachkompetenz zu. So berichtet Mücke (2007), dass die allgemeine mündliche Sprachkompetenz bei Schuleintritt einen signifikanten Einfluss auf die Mathematikkompetenz in der vierten Jahrgangsstufe, auch unter Kontrolle der allgemeinen kognitiven Grundfähigkeiten, hat. In der Längsschnittstudie von Gut et al. (2012) erwies sich der allgemeine Sprachstand unter Kontrolle des sozioökonomischen Status, der allgemeinen kogniti-

ven Grundfähigkeiten und des Zuwanderungshintergrunds als signifikanter Prädiktor der Mathematiknote nach drei Jahren.

Die empirisch ermittelten Zusammenhänge werden zwar häufig als Beleg für die substantielle Bedeutung sprachlicher Fähigkeiten für den mathematischen Kompetenzerwerb interpretiert, es existieren jedoch auch alternative Erklärungsansätze. Die in den Schulleistungsstudien eingesetzten Mathematikaufgaben enthalten häufig sprachlich basierte Aufgabenformate (z. B. OECD; Beispielaufgaben Pisa 2003), sodass die Zusammenhänge teilweise auf die sprachlichen Merkmale der Mathematikaufgaben zurückzuführen sein könnten (vgl. Abedi & Lord, 2001). Haag, Heppt, Stanat, Kuhl und Pant (2013) untersuchten in ihrer Studie, welche sprachlichen Merkmale Mathematikaufgaben kennzeichnen, die disproportional schwieriger für Zweitsprachlernende sind. Die Ergebnisse der Studie zeigen, dass relativ lange Aufgaben, Aufgaben mit einem hohen Anteil an allgemein bildungssprachlichem Wortschatz sowie Aufgaben mit relativ vielen Nominalphrasen Zweitsprachlernende benachteiligen, wobei die Ergebnisse jedoch nicht sehr stark ausgeprägt waren.

Insgesamt weisen die vorliegenden Studien darauf hin, dass die Effekte, die auf die sprachlichen Anforderungen von Testaufgaben zurückzuführen sind, vergleichsweise gering sind und die Unterschiede in den mathematischen Kompetenzen von muttersprachlichen Kindern und Zweitsprachlernenden nur zum Teil erklären können (z. B. Abedi & Lord, 2011; Haag et al., 2013). Es ist daher anzunehmen, dass die empirisch ermittelten Zusammenhänge zwischen sprachlichen und mathematischen Kompetenzen nicht allein durch die sprachlichen Merkmale der Testaufgaben zu erklären sind. Vielmehr scheint plausibel, dass der beobachtete Zusammenhang auf den Erwerbs- und Abrufprozess mathematischer Inhalte und Konzepte zurückzuführen ist. Der Einfluss sprachlicher Kompetenzen könnte dabei einerseits bei den sprachlichen Anforderungen des Unterrichts und/oder andererseits auf der Ebene der sprachlich kodierten mentalen Repräsentation der erworbenen mathematischen Konzepte und Fertigkeiten zu verorten sein. Es ist dabei allerdings anzunehmen, dass die mentale Kodierung nicht unabhängig von der Erwerbssituation erfolgt (vgl. Klauer, 2001).

Zur Frage, welche sprachlichen Teilkompetenzen einen Zusammenhang mit mathematischen Kompetenzen aufweisen, liegen bislang nur wenige empirische Ergebnisse vor. Vor allem für das Leseverständnis ist der Zusammenhang mit den mathematischen Kompetenzen gut belegt (z. B. Leutner et al., 2004; Vilenius-Tuohimaa et al., 2008). Allerdings ist das Leseverständnis eine Kompetenz, die wiederum verschiedene sprachliche Teilkompetenzen

beinhaltet. Sinnverstehendes Lesen setzt allgemeinere Sprachkompetenzen, wie Wortschatzkenntnisse und grammatikalische Kompetenz voraus (Lundberg, 2002). Ob die Zusammenhänge zwischen Leseverständnis und Mathematikkompetenz spezifisch auf das Leseverstehen oder aber auf die dem Leseverstehen zugrundeliegenden Teilkompetenzen zurückzuführen sind, ist unklar.

Einige wenige empirische Untersuchungen belegen außerdem den Zusammenhang zwischen dem allgemeinen Sprachstand von Kindern mit und ohne Zuwanderungshintergrund und ihren mathematischen Kompetenzen (Gut et al., 2012; Heinze et al., 2007; Mücke, 2007). Die Erfassung des allgemeinen Sprachstandes beruht dabei in der Regel auf einem Konglomerat verschiedener rezeptiver und produktiver sprachlicher Fähigkeiten und wird sehr unterschiedlich operationalisiert. So erfassten bspw. Heinze et al. (2007) den Sprachstand mit einem Verfahren, das auf Wortschatzkenntnisse und die Beherrschung ausgewählter grammatischer Strukturen abzielt, während in der Studie von Gut et al. (2012) der allgemeine Sprachstand durch das Satzverständnis und die korrekte Wortstellung erfasst wurde.

Um die Bedeutung einzelner sprachlicher Teilkompetenzen, wie der Grammatikkompetenz oder der Wortschatzkenntnisse für den mathematischen Kompetenzerwerb bestimmen zu können, sind Studien notwendig, in denen die unterschiedlichen sprachlichen Kompetenzen differenziert sowie simultan in den Analysen berücksichtigt werden. Die hierzu vorliegenden Befunde sind widersprüchlich. Beal et al. (2010) berichten in ihrer Studie, dass lediglich das Leseverständnis, nicht jedoch das Hörverstehen, die mündliche Sprachkompetenz oder die Schreibkompetenz<sup>20</sup> ein signifikanter Prädiktor für das Lösen von Textaufgaben bei Zweitsprachlernenden war. In einer Studie von Kempert, Saalbach und Hardy (2011) erwies sich hingegen nur die mündliche Sprachkompetenz, nicht jedoch das Leseverständnis als signifikanter Prädiktor für das Lösen von Textaufgaben bei Schülerinnen und Schülern, die neben Deutsch zu Hause eine weitere Sprache sprechen.

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass die vorliegenden Studien konsistent Zusammenhänge zwischen sprachlichen und mathematischen Kompetenzen zeigen, sodass davon auszugehen ist, dass sprachliche Fähigkeiten eine zentrale Bedeutung für mathematische Leistungen haben. Insbesondere den Interaktionssituationen wird eine wichtige Rolle im Rahmen der Wissensvermittlung zugeschrieben. Welche Rolle die verschiedenen sprachlichen Teilkompetenzen dabei spielen, ist bislang jedoch ungeklärt.

---

<sup>20</sup> In der Studie wurde der California English Language Development Test (CELDT) eingesetzt.

### 3.3 Fragestellung und Hypothesen

Ziel der vorliegenden Studie ist die Untersuchung der (relativen) Zusammenhänge sprachlicher Teilkompetenzen mit mathematischen Kompetenzen von Kindern nicht-deutscher Familiensprache. Auf Grundlage der dargestellten theoretischen Überlegungen ist anzunehmen, dass neben dem Leseverständnis auch die Grammatikkompetenz und die allgemeinen Wortschatzkenntnisse der Lernenden eine wichtige Rolle beim Erwerb mathematischer Fähigkeiten sowie beim Erlernen der Fachbegriffe und mit ihnen verknüpften Konzepte spielen. Im Einzelnen werden in der vorliegenden Studie folgende Hypothesen überprüft:

1. Leseverständnis, Grammatikkompetenz und allgemeiner Wortschatz hängen signifikant mit den mathematischen Leistungen von Grundschülerinnen und -schülern nicht-deutscher Familiensprache zusammen.
2. Leseverständnis, Grammatikkompetenz und allgemeiner Wortschatz hängen signifikant mit dem mathematischen Fachwortschatz von Grundschülerinnen und -schülern nicht-deutscher Familiensprache zusammen.

Um den Einfluss der sprachlichen Anforderungen von Aufgaben zu kontrollieren, sind sprachlich wenig anspruchsvolle Mathematikaufgaben von besonderem Interesse. Werden für diese Aufgaben Zusammenhänge mit sprachlichen Kompetenzen gefunden, können diese nicht durch die sprachlichen Merkmale der mathematischen Aufgaben erklärt werden, sondern weisen auf sprachliche Anforderungen im mathematischen Wissenserwerb oder –abruf hin. In der Studie werden daher Aufgaben mit unterschiedlichen sprachlichen Anforderungen betrachtet, um folgende Hypothese zu überprüfen:

3. Leseverständnis, Grammatikkompetenz und Wortschatzkenntnisse hängen sowohl mit den Leistungen in sprachlich anspruchsvollen als auch mit Leistungen in sprachlich wenig anspruchsvollen Mathematikaufgaben zusammen.

Um sicherzustellen, dass die gefundenen Zusammenhänge nicht auf allgemeine kognitive Grundfähigkeiten der Kinder zurückzuführen sind, werden diese in allen Analysen als Kontrollvariable einbezogen.

### 3.4 Methode

#### 3.4.1 Stichprobe

Die Daten der vorliegenden Studie wurden im Rahmen des BeFo-Projektes (*Bedeutung und Form: Fachbezogene und sprachsystematische Förderung in der Zweitsprache*) erhoben



(Rösch & Stanat, 2011). Es wurden die zum ersten Messzeitpunkt zu Beginn der dritten Jahrgangsstufe erhobenen Kompetenzen analysiert. Die Kinder kamen aus 15 Berliner Grundschulen mit einem Anteil an Kindern mit Zuwanderungshintergrund von über 50% und einem hohen Anteil an sozial schwachen Familien. Die Kinder wurden in einem zweistufigen Prozess zur Teilnahme am Projekt ausgewählt. Es wurden alle Kinder, die angaben, mit mindestens einem Elternteil eine andere Sprache als Deutsch zu sprechen, mit einem Screening-Verfahren in Hinblick auf ihre Deutschkompetenzen untersucht. Dieses Verfahren bestand aus insgesamt vier kurzen Texten, die 42 Lücken enthielten, welche von den Kindern ausgefüllt werden mussten. Zwei der Texte wurden nach den Prinzipien eines C-Tests konstruiert, d. h. es wurde in jedem vierten Wort des Textes die Hälfte der Buchstaben getilgt. Bei den anderen beiden Texten mussten ganze Wörter richtig ergänzt werden. Die interne Konsistenz des Screenings beträgt  $\alpha = .92$ . Kinder, deren Testwerte mehr als eine Standardabweichung über dem Mittelwert der Gesamtgruppe lagen, wurden von der Studie ausgeschlossen, da bei diesen Kindern von gut entwickelten Kompetenzen auszugehen ist. Schülerinnen und Schüler, die geringere Testwerte erzielten, konnten an der Studie freiwillig teilnehmen. Von insgesamt 645 Schülerinnen und Schülern wurden zunächst 381 Kinder durch ihre Eltern angemeldet (ca. 59 %). Kinder, die für die Teilnahme an der Förderung ausgewählt, aber nicht angemeldet wurden ( $n = 264$ ), unterschieden sich nicht von den teilnehmenden Kindern hinsichtlich ihrer Leistungen im Screening ( $d = 0.02$ ,  $p = .83$ ) und ihrer allgemeinen kognitiven Grundfähigkeiten ( $d = 0.09$ ,  $p = .25$ ). Von den 381 angemeldeten Kindern meldeten sich elf Kinder bis zum ersten Erhebungszeitpunkt wieder ab. Die Stichprobe der vorliegenden Studie besteht aus den 370 Kindern, die zur Studie angemeldet wurden und am ersten Erhebungszeitpunkt teilnahmen.

Die Kinder stammten aus insgesamt 102 verschiedenen, meist jahrgangsübergreifenden Lerngruppen. Es besuchten durchschnittlich 3.6 Kinder eine gemeinsame Lerngruppe ( $SD = 2.3$ ). Die Kinder waren zum Zeitpunkt der Erhebung im Durchschnitt 8;4 Jahre alt ( $SD = .06$ ); etwas mehr als die Hälfte der Kinder sind Mädchen (54.3 %). Alle teilnehmenden Kinder gaben an, mit ihren Eltern mindestens auch eine andere Sprache als Deutsch oder eine Kombination aus Deutsch und einer weiteren Sprache zu sprechen, wobei 45.4 % der Kinder mit ihren Eltern Türkisch, 22.2 % Arabisch, 5.9 % Serbisch oder Bosnisch, 5.9 % Albanisch, 4.3 % Russisch, 3.8 % Polnisch, 2.2 % Kurdisch und 10.3 % sonstige Sprachen

sprechen<sup>21</sup>. 44.3 % der Eltern gaben an, dass sie mit ihren Kindern überwiegend eine andere Sprache als Deutsch sprechen, während 34.3 % angaben, meistens Deutsch mit ihren Kindern zu sprechen. Von 21.4 % liegen keine Informationen zur Häufigkeit des Sprachgebrauchs vor.

### 3.4.2 Instrumente

#### *Allgemeine Rahmenbedingungen*

Die allgemeinen kognitiven Grundfähigkeiten wurden bereits am Ende der zweiten Jahrgangsstufe im Rahmen des Screenings erfasst. Die Leistungstests fanden an zwei aufeinanderfolgenden Tagen zu Beginn des dritten Schuljahres statt. Am ersten Tag wurden die mathematischen Kompetenzen und das Leseverständnis und am zweiten Tag die Grammatikkompetenz und die Wortschatz- und Fachwortschatzkenntnisse erhoben. Um sicherzustellen, dass die Kinder die Instruktionen zu den Testaufgaben verstehen, wurden in den eingesetzten Tests für jeden Aufgabentyp zwei Beispielitems mit den Kindern durchgesprochen. Die Instruktionen und die Beispielitems wurden in allen Tests vorgelesen, während die Testaufgaben von den Kindern, mit Ausnahme des Fachwortschatztestes, selbst gelesen werden mussten.

#### *Mathematische Kompetenzen*

Zur Erfassung der mathematischen Kompetenzen wurden folgende Subskalen des DEMAT 2+ eingesetzt (Krajewski, Liehm & Schneider, 2004): Arithmetik ( $\alpha = .77$ ), Rechnen mit Größen (Längen und Geld) ( $\alpha = .77$ ), Halbieren und Verdoppeln ( $\alpha = .83$ ) und Textaufgaben. Der Test wurde um vier weitere, den DEMAT-Aufgaben ähnelnde Textaufgaben ergänzt ( $\alpha_{\text{Textaufgaben insgesamt}} = .72$ ). Insgesamt enthält der Test 30 Aufgaben. Die interne Konsistenz aller verwendeten Items beträgt  $\alpha = .89$ .

Die sprachliche Komplexität der Aufgaben wurde anhand einer Kurzversion des Kodierschemas von Haag et al. (2013) bestimmt. Drei geschulte Kodierer haben die Aufgaben in Hinblick auf die Anzahl der Wörter, die Anzahl der Sätze, die Anzahl der allgemein bildungssprachlichen Wörter (wie z. B. *einsetzen*), die Anzahl der Fachwörter (wie z. B. *halbieren*), die Anzahl der Konnektoren (Satzverbindungen, z. B. *jetzt*) sowie die Anzahl der Nominalisierungen (z. B. *das Doppelte*) jeweils getrennt voneinander beurteilt. Für die Bestimmung der Inter-Rater-Reliabilität wurde der Intra-Class-Koeffizient bestimmt. Tabelle

---

<sup>21</sup> Die Werte wurden aus den Schülerangaben ermittelt und anhand der Elternangaben validiert.

3.1 zeigt die Ergebnisse der Klassifikation für die einzelnen Subskalen. Die Inter-Rater-Reliabilität der Skalen ist als akzeptabel bis sehr gut zu bewerten. Vergleicht man die Häufigkeiten mit den Ergebnissen von Haag et al. (2013, S. 28), zeigt sich, dass die sprachliche Komplexität der Aufgaben aller Skalen insgesamt eher gering einzuschätzen ist.<sup>22</sup> Die Skala *Textaufgaben* ist mit einer Anzahl von 30 Sätzen in acht Aufgaben die sprachlich umfangreichste, wobei auch hier insgesamt nur drei Konnektoren und drei Nominalisierungen enthalten sind. Die Skala *Arithmetik* enthält nur ein einziges Wort (*Rechne!*) und kann somit als eine Skala ohne sprachliche Anforderung aufgefasst werden. Ebenso enthält die Skala *Halbieren/Verdoppeln* einen sehr geringen sprachlichen Umfang (*Nimm das Doppelte!/die Hälfte!*). Für die Skala *Rechnen mit Größen* liegt der Textumfang mit 20 Wörtern im mittleren Bereich. Für diese Skala ist die sprachliche Komplexität jedoch als eher gering einzuschätzen, da in den acht Aufgaben insgesamt nur ein bildungssprachliches Wort und ein Konnektor enthalten sind.

Tabelle 3.1

*Kodierung der sprachlichen Komplexität der mathematischen Skalen*

Skala	Anzahl Wörter	Anzahl Sätze	Anzahl bildungssprachl. Wörter	Anzahl Fachwörter	Anzahl Konnektoren	Anzahl Nominalisierungen
Arithmetik	1	1	1	0	0	0
Halbieren/Verdoppeln	6	2	0	2	0	2
Rechnen mit Größen	20	7	1	0	1	0
Textaufgaben	160	30	2	0	3	3
ICC	1,0*	1,0*	0,63*	1,00*	1,00*	1,00*

Anmerkungen: ICC = Intra-Class-Correlation; \* $p < .05$

*Mathematischer Fachwortschatz*

Zur Erfassung des rezeptiven mathematischen Fachwortschatzes wurde ein Instrument entwickelt, das das Verständnis von zentralen, in der Grundschule verwendeten mathematischen Fachwörtern (z. B. *addieren*, *Summe*) in Mathematik überprüft (z. B. *Wie nennt man diese Zahlen? 4, 20, 18, 14*). Die Kinder sollten aus vier Antworten die richtige Wortbedeutung auswählen. Der Test enthält 18 Items. Um sicherzustellen, dass die Kinder die Testauf-

<sup>22</sup> In Haag et al. (2013) beinhalteten die untersuchten *einzelnen* Mathematikaufgaben für die dritte Jahrgangsstufe im Durchschnitt 19 Wörter, drei Sätze, zwei bildungssprachliche Wörter, ein fachsprachliches Wort, fünf Nominalphrasen.

gaben verstehen, wurden alle Aufgaben und Antwortalternativen vorgelesen. Die interne Konsistenz des Tests beträgt  $\alpha = .66$ .

#### *Sprachliche Teilkompetenzen*

Zur Erfassung des *Leseverständnisses* wurde eine verkürzte Version der ELFE 1-6 (Lenhard & Schneider, 2006) verwendet. Eingesetzt wurden fünf Geschichten mit insgesamt 12 Aufgaben aus dem Subtest zum Textverständnis. Die interne Konsistenz der Skala beträgt  $\alpha = .73$ .

Da für die Prüfung *grammatischer Fähigkeiten* von Grundschulkindern keine standardisierten Tests, die im Gruppenverfahren einsetzbar sind, zur Verfügung standen, wurde ein neues Instrument entwickelt. Der Test erfasst die produktiven grammatikalischen Fähigkeiten aus fünf Bereichen, die als schwierig für Kinder nicht-deutscher Familiensprache gelten (Rösch, 2003): Konjugation von Verben, Deklination von Artikeln, Pluralbildung, Wortstellung sowie Deklination von Pronomen. Bis auf die Wortstellung wurden alle Bereiche mittels Items erfasst, die Lücken enthielten, in die die Kinder die sprachliche Zielstruktur schreiben mussten. Die korrekte Schreibung der Wörter spielte bei der Beurteilung der grammatikalischen Korrektheit der Antworten keine Rolle, d. h. nicht normgerechte, jedoch phonetisch richtige Schreibungen wurden als richtig gewertet. Bei der Skala Wortstellung mussten vorgegebene Satzteile in der richtigen Reihenfolge miteinander verbunden werden. Der Grammatiktest enthält insgesamt 54 Aufgaben. Die interne Konsistenz des Tests beträgt  $\alpha = .90$ .

Die produktiven *Wortschatzkenntnisse* wurden mit der Kurzversion des standardisierten Wortschatz- und Wortfindungstests (WWT 6-10; Glück, 2007) erfasst. Aus ökonomischen Gründen wurde das Verfahren als Gruppenverfahren adaptiert. Die Kinder mussten zu 40 vorgegebenen Bildern jeweils das passende Wort aufschreiben. Die korrekte Schreibung der Wörter spielte bei der Beurteilung keine Rolle. Die interne Konsistenz des Tests beträgt  $\alpha = .81$ .

#### *Allgemeine kognitive Grundfähigkeiten*

Die nonverbalen allgemeinen kognitiven Grundfähigkeiten wurden mittels des CFT 1 (Catell's Culture Fair Intelligence Tests; Catell, Weiß & Osterland, 1997) erfasst. Eingesetzt wurden die drei Subskalen Klassifikationen, Ähnlichkeiten und Matrizen, die als Indikatoren des Ausprägungsgrads der grundlegenden intellektuellen Leistungsfähigkeit gelten (Catell et al., 1997). Die interne Konsistenz beträgt  $\alpha = .79$ .

### 3.4.3 Analysestrategie

Die Analysen wurden mit Hilfe von linearen Strukturgleichungsmodellen mit latenten Variablen durchgeführt. Dem verbreiteten Vorgehen folgend wurden Itemparcels gebildet (vgl. Little, Cunningham, Shahar, Widaman, 2002). Für die Mathematikkompetenz (gesamt) wurden die Parcels entsprechend der Subskalen des eingesetzten Tests gebildet. Für die anderen latenten Variablen wurden die Parcels jeweils so gebildet, dass sie sich in Mittelwerten und Faktorladungen der Items so weit wie möglich gleichen. Für die Lesekompetenz wurden vier, für die Grammatikkompetenz fünf, für den Fachwortschatz drei Parcels und für die mathematischen Subskalen jeweils zwei Parcels gebildet. Sämtliche Modellschätzungen erfolgten mit dem Programm Mplus Version 6.1 (Muthén & Muthén, 1998-2010) unter Verwendung des *robusten* Maximum-Likelihood-Verfahren (MLR), da es robust gegenüber nicht-normal-verteilten Daten ist. Zur Berücksichtigung fehlender Werte wurde das in Mplus implementierte Full-Information-Maximum-Likelihood-Verfahren (FIML) angewendet. Zur Beurteilung der Modellgüte wurden der Root Mean Square Error of Approximation (RMSEA) und der an den Freiheitsgraden relativierte  $\chi^2$ -Wert ( $\chi^2/df$ ) herangezogen. Von einer sehr guten (akzeptablen) Modellanpassung ist bei einem RMSEA < .05 (.08) und bei  $\chi^2/df < 2$  (3) auszugehen (Hu & Bentler, 1999).

In Modell 1 wurden die mathematische Kompetenz sowie der mathematische Fachwortschatz simultan als abhängige Variablen und die sprachlichen Teilkompetenzen als Prädiktoren modelliert. Da zu erwarten war, dass die sprachlichen Teilkompetenzen miteinander relativ hoch korreliert sind, und um den relativen Erklärungsbeitrag der Teilkompetenzen erkennen zu können, wurden diese in zwei Schritten in das Modell aufgenommen. In Modell 1.1 wurde zunächst nur das Leseverständnis aufgenommen, während in Modell 1.2 zusätzlich die Wortschatzkenntnisse und die Grammatikkompetenz als Prädiktoren enthalten sind. In Modell 2 wurden die einzelnen mathematischen Inhaltsbereiche (Arithmetik, Rechnen mit Größen, Halbieren/Verdoppeln, Textaufgaben) und die Fachwortschatzkenntnisse als latente abhängige Variablen modelliert. Als manifeste Kontrollvariablen wurden in allen Modellen die allgemeinen kognitiven Grundfähigkeiten aufgenommen.

## 3.5 Ergebnisse

Tabelle 3.2 zeigt die Mittelwerte, Standardabweichungen sowie Minimum und Maximum der erfassten sprachlichen und mathematischen Kompetenzen sowie der allgemeinen kogni-

tiven Grundfähigkeiten. Da sich die untersuchte Stichprobe aus Zweitsprachlernenden mit besonders geringen Sprachkompetenzen zusammensetzt, liegen die sprachlichen Leistungen erwartungsgemäß im unteren Leistungsbereich. Die Leistungen im Wortschatztest fallen durch eine besonders geringe Lösungsquote auf; die Kinder benennen im Durchschnitt nur 16.5 % der Bilder richtig (ca. sieben von insgesamt 40 Wörtern). Auch in den mathematischen Kompetenzbereichen sind die Leistungen der Kinder gering, wobei Unterschiede zwischen den vier mathematischen Subskalen bestehen. Die sprachlich umfangreichste Skala *Textaufgaben* und die sprachlich wenig anspruchsvolle Skala *Arithmetik* weisen vergleichsweise geringere Lösungshäufigkeiten auf.

Tabelle 3.2

*Mittelwerte, Standardabweichung, Minimum, Maximum*

Konstrukt		<i>N</i>	Fehlende Werte	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>min</i>	<i>max</i>
MA	Mathematik gesamt (%)	369	1	27.0	21.5	0	90
MA-A	Arithmetik (%)	369	1	22.8	24.1	0	100
MA-RG	Rechnen mit Größen (%)	369	1	33.0	29.0	0	100
MA-HV	Halbieren/Verdoppeln (%)	369	1	31.5	33.4	0	100
MA-TA	Textaufgaben (%)	369	1	21.9	23.4	0	100
LV	Leseverständnis (%)	369	1	30.1	22.1	0	100
WS	Wortschatz (produktiv) (%)	367	3	16.5	10.7	0	60
FW	Fachwortschatz (rezeptiv) (%)	367	3	34.0	17.0	0	78
GR	Grammatik (%)	367	3	30.0	17.2	0	72
KG	Allgemeine kognitive Grundfähigkeiten (Rohwert)	364	6	23.3	5.4	5	34

Zur Überprüfung der *Hypothesen 1* und *2* wurden die Prädiktoren in zwei Schritten in das Modell aufgenommen. Die Modellgüte der Modelle 1.1 und 1.2 ist gut (Modell 1.1:  $\chi^2 = 79.66$ ,  $df = 49$ ,  $\chi^2/df = 1.63$ , RMSEA = .041; Modell 1.2:  $\chi^2 = 240.96$ ,  $df = 175$ ,  $\chi^2/df = 1.38$ , RMSEA = .032). Tabelle 3.3 zeigt die standardisierten Modellparameter.

Tabelle 3.3

*Modell 1 - Standardisierte Modellparameter (p in Klammern) der Modelle 1.1 und 1.2*

	MODELL 1.1			MODELL 1.2				
	MA	FW	LV	MA	FW	LV	WS	GR
<i>Pfadkoeffizienten</i>								
LV	.402*(<.01)	.355*(<.01)	-	.296*(<.01)	.028 (.80)	-	-	-
WS	-	-	-	.201*(.03)	.347*(<.01)	-	-	-
GR	-	-	-	.022 (.83)	.235*(.04)	-	-	-
KG	.278*(<.01)	.097 (.10)	.254*(<.01)	.237*(<.01)	.010 (.86)	.251*(<.01)	.319*(<.01)	.237*(<.01)
<i>Interkorrelationen</i>								
MA	-	.296*(<.01)	-	-	.231*(<.01)	-	-	-
LV	-	-	-	-	-	-	.511*(<.01)	.695*(<.01)
WS	-	-	-	-	-	-	-	.681*(<.01)

*Anmerkungen:* MA = Mathematik gesamt; LV = Leseverständnis; WS = Wortschatz (produktiv);  
 FW = Fachwortschatz (rezeptiv); GR = Grammatik; KG = Allgemeine kognitive Grundfähigkeiten.  
 \* $p < .05$ .

Es zeigt sich für das Leseverständnis ein signifikanter Zusammenhang sowohl mit den mathematischen Leistungen ( $\beta = .402$ , Modell 1.1) als auch mit dem mathematischen Fachwortschatz ( $\beta = .355$ , Modell 1.1). Der Zusammenhang mit den mathematischen Leistungen bleibt, etwas verringert, nach Einbezug des Wortschatzes und der Grammatikkompetenz in Modell 1.2 bestehen ( $\beta = .296$ ). Der Zusammenhang des Leseverständnisses mit dem mathematischen Fachwortschatz verschwindet jedoch ( $\beta = .028$ ). Auch für den produktiven Wortschatz zeigen sich signifikante Zusammenhänge mit den mathematischen Leistungen ( $\beta = .201$ ) und dem Fachwortschatz der Kinder ( $\beta = .347$ ). Entgegen den Erwartungen zeigt sich für die Grammatikkompetenz dagegen kein signifikanter Zusammenhang mit den mathematischen Leistungen der Lernenden ( $\beta = .022$ ). Es zeigt sich jedoch ein signifikanter Zusammenhang der Grammatikkompetenz mit den Fachwortschatzkenntnissen ( $\beta = .235$ ). Der mathematische Fachwortschatz hängt zudem signifikant mit den mathematischen Leistungen der Zweitsprachlernenden zusammen ( $\beta = .231$ ). Die allgemeinen kognitiven Grundfähigkeiten weisen direkte Zusammenhänge mit den mathematischen sowie mit den sprachlichen Kompetenzen, nicht aber mit den Fachwortschatzkenntnissen auf. Insgesamt beträgt der Anteil an aufgeklärter Varianz für die mathematischen Leistungen in Modell 1.1  $R^2 = .296$  und für den mathematischen Fachwortschatz  $R^2 = .153$ ; in Modell 1.2  $R^2 = .329$  für die mathematischen Leistungen und  $R^2 = .314$  für den mathematischen Fachwortschatz.

Zur Überprüfung der *dritten Hypothese* wurden die mathematischen Kompetenzen zusätzlich getrennt nach Subskalen in einem Modell aufgenommen (Modell 2). Tabelle 3.4 zeigt die standardisierten Modellparameter. Die Modellgüte ist gut ( $\chi^2 = 298.36$ ,  $df = 240$ ,  $\chi^2/df = 1.24$ , RMSEA = .026).



Tabelle 3.4

*Modell 2- Standardisierte Modellparameter (p in Klammern)*

	MA-A	MA-HV	MA-RG	MA-TA	FW	LV	WS	GR
<i>Pfadkoeffizienten</i>								
LV	.328*( $<.01$ )	.074 (.43)	.241*(.02)	.270*(.01)	.029 (.79)	-	-	-
WS	.087 (.42)	.308*( $<.01$ )	.112 (.26)	.166 (.08)	.348*( $<.01$ )	-	-	-
GR	-.030 (.80)	-.049 (.65)	-.088 (.41)	.186 (.09)	.233*(.04)	-	-	-
KG	.204*( $<.01$ )	.217*( $<.01$ )	.189*( $<.01$ )	.158*( $<.01$ )	.009 (.88)	.251*( $<.01$ )	.319*( $<.01$ )	.237*( $<.01$ )
<i>Interkorrelationen</i>								
MA-A	-	.548*( $<.01$ )	.584*( $<.01$ )	.629*( $<.01$ )	.195*(.02)	-	-	-
MA-HV	-	-	.572*( $<.01$ )	.492*( $<.01$ )	.083 (.26)	-	-	-
MA-RG	-	-	-	.574*( $<.01$ )	.181*(.02)	-	-	-
MA-TA	-	-	-	-	.213*(.01)	-	-	-
LV	-	-	-	-	-	-	.511*( $<.01$ )	.696*( $<.01$ )
WS	-	-	-	-	-	-	-	.681*( $<.01$ )

*Anmerkungen:* MA-A = Mathematik Arithmetik; MA-RG = Mathematik Rechnen mit Größen; MA-HV = Mathematik Halbieren/Verdoppeln; MA-TA = Mathematik Textaufgaben; LV = Leseverständnis; WS = Wortschatz (produktiv); FW = Fachwortschatz (rezeptiv); GR = Grammatik; KG = Allgemeine kognitive Grundfähigkeiten.

\* $p < .05$ .

Insgesamt zeigen die Ergebnisse ein differenziertes Bild. Für die sprachlich anspruchsvollste Subskala Textaufgaben (MA-TA) zeigt sich erwartungskonform ein signifikanter Zusammenhang mit der Lesekompetenz ( $\beta = .270$ ), allerdings keine signifikanten Zusammenhänge mit dem Wortschatz ( $\beta = .166$ ) und der Grammatik ( $\beta = .186$ ). Auch für die sprachlich nur wenig anspruchsvollen Skalen lassen sich Zusammenhänge mit einzelnen sprachlichen Teilkompetenzen nachweisen. So zeigt sich ein signifikanter Zusammenhang der Skala Arithmetik (MA-A) mit dem Leseverständnis ( $\beta = .328$ ) sowie der Skala Halbieren und Verdoppeln (MA-HV) mit dem Wortschatz ( $\beta = .308$ ). Für die Skala Rechnen mit Größen (MA-RG), deren sprachliche Anforderung im Vergleich zu den anderen Skalen im mittleren Bereich liegt, zeigt sich ein signifikanter positiver Zusammenhang mit dem Leseverständnis ( $\beta = .241$ ). Der mathematische Fachwortschatz korreliert signifikant mit den Skalen Arithmetik, Rechnen mit Größen und Textaufgaben, nicht jedoch mit Halbieren/Verdoppeln. Die allgemeinen kognitiven Grundfähigkeiten weisen Zusammenhänge mit allen mathematischen Subskalen in ähnlicher Höhe auf. Die im Modell berücksichtigten Prädiktoren klären den höchsten Anteil an Varianz für die sprachlich umfangreichste Skala Textaufgaben auf (Arithmetik  $R^2 = .213$ , Rechnen mit Größen  $R^2 = .128$ , Halbieren/Verdoppeln  $R^2 = .194$ , Textaufgaben  $R^2 = .376$  und für den mathematischen Fachwortschatz  $R^2 = .314$ ).

### 3.6 Diskussion

Als wesentlicher Erklärungsfaktor für die geringeren mathematischen Kompetenzen von Lernenden nicht-deutscher Familiensprache werden häufig ihre schwachen sprachlichen Kompetenzen in der Instruktionssprache angenommen. Auf Grundlage bisheriger Erkenntnisse und theoretischer Überlegungen wurde erwartet, dass nicht nur das Leseverstehen, sondern auch die Grammatikkompetenz und die allgemeinen Wortschatzkenntnisse mit den mathematischen Leistungen sowie den Fachwortschatzkenntnissen der Lernenden zusammenhängen (vgl. Moschkovich, 2002; Verboom, 2008). Der aus anderen Studien gut belegte Zusammenhang zwischen Leseverstehen und Mathematikkompetenz (z. B. Leutner et al., 2004) konnte unter Kontrolle der allgemeinen kognitiven Grundfähigkeiten für den Gesamttest repliziert werden. Darüber hinaus weist von den anderen, simultan berücksichtigten sprachlichen Kompetenzbereichen lediglich der Wortschatz, nicht jedoch die Grammatikkompetenz einen signifikant positiven Zusammenhang mit den mathematischen Leistungen der Kinder auf.

Erwartungskonform zeigen sich zudem Zusammenhänge der Wortschatzkenntnisse und Grammatikkompetenzen mit den Fachwortschatzkenntnissen der Lernenden. Lediglich für das Leseverständnis zeigt sich kein Zusammenhang mit den Fachwortschatzkenntnissen. Dies könnte allerdings auch auf den Umstand zurückzuführen sein, dass der Test nicht von den Kindern selbst gelesen werden musste, sondern vorgelesen wurde. Über die Rolle des Testformates müssten weitere Untersuchungen angestellt werden, um zu eindeutigen Aussagen zu gelangen. Auch die eher geringe Reliabilität des Fachwortschatztestes ist bei der Interpretation zu berücksichtigen.

Um zu zeigen, dass die gefundenen Zusammenhänge zwischen sprachlichen und mathematischen Kompetenzen nicht nur auf die sprachlichen Anforderungen der Testaufgaben zurückzuführen sind (vgl. Haag et al., 2013), wurde in der Studie die sprachliche Komplexität der Mathematikaufgaben anhand eines Kodierschemas eingeschätzt. Es konnte gezeigt werden, dass die Leistungen in den sprachlich anspruchsvollen Textaufgaben nur mit dem Leseverständnis zusammenhängen. Wie erwartet, konnten auch für die sprachlich wenig anspruchsvollen Mathematikaufgaben Zusammenhänge mit den einzelnen sprachlichen Teilkompetenzen nachgewiesen werden. Insgesamt stützt das Befundmuster die Annahme, dass sprachliche Fähigkeiten nicht nur zur Bewältigung der sprachlichen Anforderungen der konkreten Aufgaben, sondern auch beim Erwerb und Abruf des mathematischen Wissens eine wichtige Rolle für Zweitsprachlernende spielen.

Darüber hinaus zeigten sich unterschiedliche Zusammenhangsmuster mit den sprachlichen Teilkompetenzen für die einzelnen mathematischen Teilbereiche. Während für die Skalen Arithmetik und Rechnen mit Größen Zusammenhänge mit dem Leseverstehen nachgewiesen werden konnten, zeigte sich für die Skala Halbieren/Verdoppeln ein Zusammenhang mit den Wortschatzkenntnissen der Kinder. Dies weist auf Unterschiede in den sprachlichen Anforderungen der getesteten mathematischen Inhaltsbereiche hin. Werden bspw. die in der Aufgabeninstruktion verwendeten Begriffe *die Hälfte* bzw. *das Doppelte* und die damit verbundenen mathematischen Konzepte von den Kindern nicht beherrscht, können die entsprechenden Aufgaben nicht korrekt gelöst werden. Da diese Begriffe häufig auch im Alltagskontext in diesem Sinne genutzt werden, scheint es plausibel, dass Kinder, die einen größeren allgemeinen Wortschatz haben, diese Aufgaben eher lösen können. Die Ergebnisse sind konsistent mit der Annahme, dass vermeintlich bekannte und im Mathematikunterricht verwendete Begriffe für Zweitsprachlernende eine Hürde sein können (vgl. Moschkovich,

2002). Inwiefern die Art der Unterrichtsgestaltung einen Einfluss auf das gefundene Zusammenhangsmuster hat, lässt sich jedoch auf Grundlage der Ergebnisse nicht beantworten, da keine Informationen über den Unterricht erhoben werden konnten.

Einschränkend ist anzumerken, dass in der vorliegenden Studie die sprachlichen Teilkompetenzen in Grammatik und im allgemeinen Wortschatz ausschließlich produktiv erfasst wurden. Dabei werden gerade den rezeptiven Sprachfähigkeiten nicht nur für das Lösen von sprachlich basierten mathematischen Aufgaben (z. B. Textaufgaben), sondern auch für den mathematischen Kompetenzerwerb von Zweitsprachlernenden eine wichtige Rolle zugeschrieben (z. B. Gorgorio & Planas, 2001). Weitere Untersuchungen sind daher notwendig, um zu klären, ob sich vergleichbare Zusammenhangsmuster auch unter Berücksichtigung rezeptiver sprachlicher Fähigkeiten zeigen. Ferner wurden zur Messung der sprachlichen Kompetenzen Verfahren eingesetzt, die schriftsprachliche Fähigkeiten voraussetzen (beim selbstständigen Lesen der Aufgaben oder beim Aufschreiben der Zielwörter). In der Modellierung wurde dies durch die Korrelation des Leseverstehens mit den Grammatikkompetenzen zwar berücksichtigt, es könnte jedoch insgesamt zu einer Unterschätzung der sprachlichen Kompetenzen der Lernenden gekommen sein.

In der Studie wurden ausschließlich Zweitsprachlernende mit vergleichsweise geringen Kompetenzen in der deutschen Sprache untersucht. Ob die Befunde auch auf Zweitsprachlernende mit besseren Sprachkompetenzen und auf Schülerinnen mit Deutsch als Muttersprache übertragbar sind, muss durch weitere Untersuchungen gezeigt werden. Aufgrund des querschnittlichen Designs der Studie sind zudem Aussagen über die Wirkrichtung bzw. über die zugrundeliegenden Wirkmechanismen nicht möglich. Kognitionswissenschaftlich ausgerichtete Untersuchungen, die gezielt intramentale Verarbeitungsprozesse mittels experimenteller Designs untersuchen, könnten hier ansetzen, um Erkenntnisse über die zugrundeliegenden Wirkmechanismen zu gewinnen (vgl. Renkl, 2012).

Die Befunde lassen darauf schließen, dass für Zweitsprachlernende nicht nur das Leseverständnis, sondern darüber hinaus auch allgemeine Wortschatzkenntnisse für ihre mathematischen Leistungen von Bedeutung sind. Hingegen scheinen die (produktiven) grammatischen Kompetenzen eine eher untergeordnete Rolle zu spielen. Außerdem weisen die Befunde darauf hin, dass sich verschiedene mathematische Teilbereiche in der Grundschule in ihren sprachlichen Anforderungen für Zweitsprachlernende unterscheiden. Es sind also anscheinend nicht alle sprachlichen Teilkompetenzen in Mathematik in gleicher Weise gefor-

dert. Für eine auf die sprachlichen Anforderungen in Mathematik ausgerichtete Förderung liefert die vorliegende Studie Hinweise darauf, dass nicht nur die Förderung des Leseverständnisses, sondern darüber hinaus auch eine Förderung der allgemeinen Wortschatzkenntnisse erfolgversprechend sein könnte. Auch die gefundenen Unterschiede der mathematischen Inhaltsbereiche in Bezug auf ihre sprachlichen Anforderungen kann bei der Unterrichtsgestaltung, bspw. durch explizite Vermittlung von vermeintlich bekannten Alltagswörtern, berücksichtigt werden. Die Erkenntnisse können also insgesamt einen Beitrag zu dem vielfach geforderten Ziel leisten, Förderansätze zu entwickeln, die fachliche Inhalte gemeinsam mit den erforderlichen sprachlichen Kompetenzen vermitteln.



### 3.7 Literatur

- Abedi, J. & Lord, C. (2001). The language factor in mathematics tests. *Applied Measurement in Education*, 14, 219-234.
- Baumert, J. & Schümer, G. (2001). Familiäre Lebensverhältnisse, Bildungsbeteiligung und Kompetenzerwerb. In J. Baumert, E. Klieme, M. Neubrand, M. Prenzel, U. Schiefele, W. Schneider, P. Stanat, K.-J. Tillmann & M. Weiß (Hrsg.), *PISA 2000: Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern im internationalen Vergleich* (S. 323-410). Opladen: Leske + Budrich.
- Beal, C. R., Adams, N. M. & Cohen, P. R. (2010). Reading proficiency and mathematics problem solving by high school English language learners. *Urban Education*, 45, 58-74.
- Catell, R.B., Weiß, R. H. & Osterland, J. (1997). *Grundintelligenztest Skala 1* (5. revidierte Aufl.). Göttingen: Hogrefe.
- Duarte, J., Gogolin, I. & Kaiser, G. (2011). Sprachlich bedingte Schwierigkeiten von mehrsprachigen Schülerinnen und Schülern bei Textaufgaben. In S. Prediger & E. Özdil (Hrsg.), *Mathematiklernen unter Bedingungen der Mehrsprachigkeit: Stand und Perspektiven der Forschung und Entwicklung in Deutschland* (S. 35-54). Münster: Waxmann.
- Elbers, E. & de Haan, M. (2005). The construction of word meaning in a multicultural classroom: Mediational tools in peer collaboration during mathematics lessons. *European Journal of Psychology of Education*, 20, 45-59.
- Ellerton, N. F. & Clarkson, P. C. (1996). Language factors in mathematics teaching and learning. In A. J. Bishop (Ed.), *International handbook of mathematics education* (pp. 987-1033). Dordrecht: Kluwer academic publishers.
- Gellert, U. (2011). Mediale Mündlichkeit und Dekontextualisierung. Zur Bedeutung und Spezifik von Bildungssprache im Mathematikunterricht der Grundschule. In S. Prediger & E. Özdil (Hrsg.), *Mathematiklernen unter Bedingungen der Mehrsprachigkeit: Stand und Perspektiven zu Forschung und Entwicklung* (S. 97-116). Münster: Waxmann.
- Glück, C. W. (2007). Wortschatz- und Wortfindungstest. München: Elsevier.

- Gorgorio, N. & Planas, N. (2001). Teaching mathematics in multilingual classrooms. *Educational Studies in Mathematics*, 47, 7-33.
- Gut, J., Reimann, G. & Grob, A. (2012). Kognitive, sprachliche, mathematische und sozial-emotionale Kompetenzen als Prädiktoren späterer schulischer Leistungen: Können die Leistungen eines Kindes in den IDS dessen Schulleistungen drei Jahre später vorhersagen? *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie*, 26, 213-220.
- Haag, N., Heppt, B., Stanat, P., Kuhl, P. & Pant, H. A. (2013). Second language learners' performance in mathematics: Disentangling the effects of academic language features. *Learning and Instruction*, 28, 24-34.
- Heinze, A., Herwartz-Emden, L. & Reiss, K. (2007). Mathematikkenntnisse und sprachliche Kompetenz bei Kindern mit Migrationshintergrund zu Beginn der Grundschulzeit. *Zeitschrift für Pädagogik*, 53, 562-581.
- Hu, L.T. & Bentler, P.M. (1999). Cutoff criteria for fit indexes in covariance structure analysis: Conventional criteria versus new alternatives. *Structural Equation Modeling*, 6, 1-55.
- Kaiser, G. & Schwarz, I. (2009). Können Migranten wirklich nicht rechnen? Zusammenhänge zwischen mathematischer Sprachkompetenz und allgemeiner sprachlicher Kompetenz. *Friedrich Jahresheft Migration*, 68-69.
- Kempert, S., Saalbach, H. & Hardy, I. (2011). Cognitive benefits and costs of bilingualism in elementary school students: The case of mathematical word problems. *Journal of Educational Psychology*, 103, 547-561.
- Kultusministerkonferenz (2004). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich*. München, Neuwied: Wolters-Kluwer, Luchterhand Verlag.
- Klauer, K. J. (2001). Situiertes Lernen. In D. H. Rost (Hrsg.), *Handwörterbuch pädagogische Psychologie*, 2. Auflage, (S. 635-641). Weinheim: Beltz PVU.
- Krajewski, K., Liehm, S. & Schneider, W. (2004). *DEMAT 2+: Deutscher Mathematiktest für zweite Klassen*. Göttingen: Hogrefe.
- Lenhard, W. & Schneider, W. (2006). *ELFE 1-6 - Leseverständnistest für Erst- bis Sechstklässler*. Göttingen: Hogrefe.



- Leutner, D., Klieme, E., Meyer, K. & Wirth, J. (2004). Problemlösen. In M. Prenzel, J. Baumert, W. Blum, R. Lehmann, D. Leutner, M. Neubrand, R. Pekrun, H.-J. Rolff, J. Rost & U. Schiefele (Hrsg.), *PISA 2003: Der Bildungsstand der Jugendlichen in Deutschland - Ergebnisse des zweiten internationalen Vergleichs* (S. 147-175). Münster: Waxmann.
- Little, T. D., Cunningham, W. A., Shahar, G. & Widaman, K. F. (2002). To parcel or not to parcel: Exploring the question and weighing the merits. *Structural Equation Modeling*, 9, 151-173.
- Lundberg, I. (2002). The child's route into reading and what can go wrong. *Dyslexia*, 8, 1-13.
- Maier, H. & Schweiger, F. (1999). *Mathematik und Sprache: Zum Verstehen und Verwenden von Fachsprache im Unterricht*. Wien: öbv & hpt.
- Moschkovich, J. (2002). A situated and sociocultural perspective on bilingual mathematics learners. *Mathematical Thinking and Learning*, 4, 189-212.
- Mücke, S. (2007). Einfluss personeller Eingangsvoraussetzungen auf Schülerleistungen im Verlauf der Grundschulzeit. In K. Möller, P. Hanke, C. Beinbrech, A. K. Hein, T. Kleickmann & R. Schages (Hrsg.), *Qualität von Grundschulunterricht: entwickeln, erfassen und bewerten* (S. 277-280). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.
- Muthén, L. K. & Muthén B. O. (1998-2010). *Mplus 6.1*. Los Angeles, CA: Muthén & Muthén.
- OECD (n.d.). *Pisa 2003: Beispielaufgaben aus dem Mathematiktest*. Verfügbar unter: [http://pisa.ipn.uni-kiel.de/Aufgaben\\_Mathe\\_neu3.pdf](http://pisa.ipn.uni-kiel.de/Aufgaben_Mathe_neu3.pdf) [31.07.2013].
- Pimm, D. (1987). *Speaking Mathematically: Communication in mathematics classroom*. London: Routledge & Kegan Paul.
- Pöhlmann, C., Haag, N. & Stanat, P. (2013). Zuwanderungsbezogene Disparitäten. In H. A. Pant, P. Stanat, U. Schroeders, A. Roppelt., T. Siegle & C. Pöhlmann (Hrsg.), *IQB-Ländervergleich 2012* (S. 297-329). Münster: Waxmann 2013.
- Prediger, S. (2010). Zur Rolle der Sprache beim Mathematiklernen - Herausforderungen von Mehrsprachigkeit aus Sicht einer Fachdidaktik. In R. S. Baur & D. Scholten-Akoun

- (Hrsg.), *Deutsch als Zweitsprache in der Lehrerbildung. Bedarf – Umsetzung – Perspektiven* (S. 172-181). Essen: Stiftung Mercator.
- Renkl, A. (2012). Modellierung von Kompetenzen oder von interindividuellen Kompetenzunterschieden. *Psychologische Rundschau*, 63, 50-53.
- Reusser, K. (2001). Co-constructivism in educational theory and practice. In N.J. Smelser, P. Baltes & F.E. Weinert (Hrsg.), *International Encyclopedia of the Social and Behavioral Sciences* (pp 2058-2062). Oxford: Pergamon/Elsevier Science.
- Rösch, H. (2003). *Deutsch als Zweitsprache. Grundlagen. Übungsideen. Kopiervorlagen. Unterrichtspraxis Grundschule*. Braunschweig: Schroedel.
- Rösch, H. & Paetsch, J. (2011). Sach- und Textaufgaben in Mathematikunterricht als Herausforderung für mehrsprachige Kinder. In S. Prediger & E. Özdil (Hrsg.), *Mathematiklernen unter Bedingungen der Mehrsprachigkeit: Stand und Perspektiven der Forschung und Entwicklung in Deutschland* (S. 55-76). Münster: Waxmann.
- Rösch, H. & Stanat, P. (2011). Bedeutung und Form (BeFo): Formfokussierte und bedeutungsfokussierte Förderung in Deutsch als Zweitsprache. In N. Hahn & T. Roelcke (Hrsg.), *Grenzen überwinden mit Deutsch. Beiträge der 37. Jahrestagung DaF an der PH Freiburg* (S. 149–161). Göttingen: Universitätsverlag.
- Scheele, A. F., Leseman, P. P. M. & Mayo, A. Y. (2010). The home language environment of monolingual and bilingual children and their language proficiency. *Applied Psycholinguistics*, 31, 117–140.
- Stanat, P. (2006). Disparitäten im schulischen Erfolg: Analysen zur Rolle des Migrationshintergrunds. *Unterrichtswissenschaft*, 34, 98-124.
- Tarelli, I., Schwippert, K. & Stubbe, T. C. (2012). Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern mit Migrationshintergrund. In W. Bos, H. Wendt, O. Köller & C. Selzer (Hrsg.), *TIMSS 2011: Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen von Grundschulkindern in Deutschland im internationalen Vergleich* (S. 247-267). Münster: Waxmann.
- Verboom, L. (2008). Mit dem Rhombus nach Rom. Aufbau einer fachgebundenen Sprache im Mathematikunterricht der Grundschule. In C. Bainski & V. Krüger-Potratz (Hrsg.), *Handbuch Sprachförderung* (S. 95-112). Essen: Neue Deutsche Schule Verlag.

Vilenius-Tuohimaa, P. M., Aunola, K. & Nurmi, J.-E. (2008). The association between mathematical word problems and reading comprehension. *Educational Psychology, 28*, 409-426.



## STUDIE 3

Paetsch, J., Felbrich, A. & Stanat, P. (2016). Longitudinale Zusammenhänge zwischen sprachlichen Kompetenzen und elementaren mathematischen Modellierungskompetenzen bei Kindern mit Deutsch als Zweitsprache. *Psychologie in Erziehung und Unterricht*, 63 (1), 16-33.

Published online 12/2015

Link zu Studie 3:

DOI: <http://dx.doi.org/10.2378/peu2016.art03d>

Die Erhebung der Daten, die für die Studien 2 und 3 verwendet wurden, erfolgte im Rahmen des Projekts BeFo (*Bedeutung und Form. Fachbezogene und sprachsystematische Förderung in der Zweitsprache*). Das Projekt wurde mit Mitteln des Bundesministeriums für Bildung und Forschung unter den Förderkennzeichen 01GJ0906 (Freie Universität Berlin) und 01GJ0907 (Pädagogische Hochschule Karlsruhe) gefördert.



**5**

**Gesamtdiskussion**





## 5 Gesamtdiskussion

Die vorliegende Arbeit verfolgte das Ziel, neue Erkenntnisse zum Zusammenhang zwischen Sprach- und Mathematikkompetenz zu gewinnen. Der Fokus lag dabei auf Schülerinnen und Schülern nicht-deutscher Familiensprache, da angenommen wird, dass sprachliche Schwierigkeiten ein wesentlicher Erklärungsfaktor für die durchschnittlich geringeren mathematischen Kompetenzen dieser Heranwachsenden sind (Baumert & Schümer, 2001; Stanat, 2006). In der Arbeit wurde einerseits analysiert, welche Zusammenhänge sich zwischen den verschiedenen sprachlichen Teilkompetenzen Leseverständnis, Wortschatzkenntnisse und Grammatikkompetenz und den Kompetenzen verschiedener mathematischer Inhaltsbereiche feststellen lassen. Andererseits wurde anhand einer Längsschnittstudie untersucht, ob sich die Disparitäten zwischen Kindern nicht-deutscher und Kindern deutscher Familiensprache im Laufe der Schulzeit vergrößern.

Im folgenden Abschnitt werden zunächst die zentralen Befunde der vorliegenden Arbeit zusammenfassend dargestellt und unter Bezugnahme auf den theoretischen Hintergrund diskutiert. Daran anknüpfend werden die Einschränkungen der Analysen vorgestellt. Abschließend werden die Bedeutung der Arbeit und ihrer Ergebnisse für die pädagogische Praxis sowie Anknüpfungspunkte für die zukünftige Forschung erörtert.

### 5.1 Zusammenfassende Darstellung der Ergebnisse

#### 5.1.1 Disparitäten in Mathematik: Die Rolle von Sprachkompetenz

Lernende, deren Familiensprache nicht der Instruktionssprache entspricht, verfügen häufig über geringere Sprachkompetenzen als ihre Mitschülerinnen und Mitschüler und es wird angenommen, dass der schulische Kompetenzerwerb dieser Lernenden dadurch beeinträchtigt wird (Schwippert, Wendt & Tarelli, 2012). Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde der aktuelle Forschungsstand zu den besonderen Merkmalen der in der Schule fächerübergreifend zum Einsatz kommenden Bildungssprache sowie zu den für das Fach Mathematik spezifischen sprachlichen Anforderungen ausführlich dargestellt (Abschnitt 1.2). Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass die für den Mathematikwerb relevante Sprache vielfältige Herausforderungen an die Lernenden stellt und anzunehmen ist, dass Sprachkompetenz ein wichtiger Erfolgsfaktor für das Lernen mathematischer Inhalte darstellt.

Vorliegende Querschnittsstudien zeigen, dass Zweitsprachlernende über geringere Mathematikkompetenzen verfügen als Lernende, deren Familiensprache der Instruktionssprache entspricht (z. B. Pöhlmann, Haag & Stanat, 2013; Tarelli, Schwippert & Stubbe, 2012). Da die sprachlichen Anforderungen in Mathematik im gesamten Lernprozess für Zweitsprachlernende eine Hürde darstellen können, stellt sich die Frage, ob sich die gefundenen Disparitäten im Laufe der Schulzeit vergrößern. Über die Entwicklung der Disparitäten in Mathematik liegen bislang keine eindeutigen Befunde vor, weshalb diese in Teilstudie 1 untersucht wurden. Die Datengrundlage hierfür stammte aus der Studie *Erhebungen zum Lese- und Mathematikverständnis – Entwicklungen in den Jahrgangsstufen 4 bis 6 in Berlin* (ELEMENT) (Lehmann & Lenkeit, 2008) und umfasste die für Berlin repräsentativen Daten von 3 169 Grundschülerinnen und Grundschulern.

Dabei zeigte der Vergleich zwischen Kindern deutscher und Kindern nicht-deutscher Familiensprache, dass unter Kontrolle des SES und der allgemeinen kognitiven Grundfähigkeiten Kinder deutscher Familiensprache erwartungsgemäß über höhere mathematische Ausgangskompetenzen verfügten als Kinder nicht-deutscher Familiensprache. Es konnten jedoch keine Unterschiede in den mathematischen Lernzuwachsrate zwischen den beiden Gruppen nachgewiesen werden. Dies bedeutet, dass sich die bestehenden Disparitäten zwischen Kindern deutscher Familiensprache und Kindern nicht-deutscher Familiensprache nach Kontrolle des SES und der allgemeinen kognitiven Grundfähigkeiten entgegen den Erwartungen nicht vergrößerten, sondern konstant blieben. Zugleich konnte gezeigt werden, dass sich die Nachteile in Mathematik von Kindern aus sozial schwächeren Familien und von Kindern mit geringeren allgemeinen kognitiven Grundfähigkeiten vergrößerten. Weiterhin ließ sich zeigen, dass sich die Unterschiede in den mathematischen Ausgangskompetenzen zwischen Kindern nicht-deutscher Familiensprache und Kindern deutscher Familiensprache nach Kontrolle der Lesekompetenz signifikant verringerten, was darauf hinweist, dass der Zusammenhang zwischen Familiensprache (deutsch/nicht-deutsch) und mathematischer Ausgangskompetenz durch die Lesekompetenz teilweise mediiert wurde. Demnach scheint erwartungsgemäß ein Teil der gefundenen Disparitäten in den Mathematikkompetenzen zwischen Kindern deutscher und Kindern nicht-deutscher Familiensprache durch die sprachliche Kompetenz vermittelt zu sein. Lesekompetenz (als eine wichtige Facette von Sprachkompetenz) hing zudem nicht nur mit den mathematischen Ausgangskompetenzen der Kinder zusammen, sondern darüber hinaus auch mit dem mathematischen Lernzuwachs.

Zusammenfassend zeigen die Ergebnisse von Teilstudie 1, dass sich interindividuelle Unterschiede in den mathematischen Kompetenzen und ihrer Entwicklung bei Kindern deutscher und Kindern nicht-deutscher Familiensprache durch Unterschiede in den Lesekompetenzen (als wichtige Facette von Sprachkompetenz) erklären lassen. Sprachkompetenz scheint demnach, wie angenommen, für das Lernen mathematischer Inhalte von Bedeutung zu sein. Die Befunde sind insgesamt auch konsistent mit Ergebnissen anderer Studien, die zeigen konnten, dass unter Kontrolle des SES solche Zweitsprachlernende, die über gering ausgeprägte Kompetenzen in der Instruktionssprache verfügen, geringere Lernzuwächse in Mathematik erzielten (Chang, Singh & Filer, 2009).

Dafür, dass die Disparitäten zwischen Kindern deutscher und Kindern nicht-deutscher Familiensprache unter Kontrolle der allgemeinen kognitiven Grundfähigkeiten und des SES über die Zeit hinweg konstant blieben (und sich nicht vergrößerten), können verschiedene Faktoren verantwortlich sein. Beispielsweise weist auch ein nicht unerheblicher Anteil an Kindern deutscher Familiensprache gering ausgeprägte Sprachkompetenzen auf, was ihren mathematischen Kompetenzerwerb beeinträchtigen kann. Gleichzeitig ist die nicht-deutsche Familiensprache nicht gleichzusetzen mit gering ausgeprägten Kompetenzen in der Instruktionssprache der Kinder; auch hier gibt es erhebliche interindividuelle Unterschiede. Bei der Interpretation der Befunde muss zudem berücksichtigt werden, dass die Kompetenzentwicklung der Kinder in der Instruktionssprache, sei es durch den vermehrten Zugang zur Sprache in der Schule (vgl. Esser, 2006) oder durch kompensatorische Sprachfördermaßnahmen, in Teilstudie 1 nicht erfasst wurde. Auch dies kann das Bestehenbleiben der für Mathematik zu verzeichnenden Disparitäten über die Zeit erklären: Wenn sich die individuellen Sprachkompetenzen – die sich für die Entwicklung mathematischer Kompetenzen als bedeutsam erwiesen haben – über die Zeit hinweg verbessern, sollte sich dies auch positiv auf den Lernprozess in Mathematik auswirken. Im Idealfall würde ein Zuwachs an Kompetenzen in der Instruktionssprache (z. B. durch gezielte Förderung) nicht nur zu einer Angleichung der Lernzuwächse und einem Bestehenbleiben der Disparitäten in Mathematik beitragen (wie in Studie 1), sondern zu größeren Lernzuwächsen von Zweitsprachlernenden und somit zu einer Verringerung der Disparitäten führen.

Erwartungsgemäß war in Teilstudie 1 der durchschnittliche SES und die durchschnittliche Lesekompetenz der Kinder nicht-deutscher Familiensprache deutlich geringer ausgeprägt als bei den Kindern deutscher Familiensprache. Die nachgewiesenen Effekte des SES

und des Leseverständnisses auf den Lernzuwachs in Mathematik weisen deshalb zusammengekommen darauf hin, dass Kinder nicht-deutscher Familiensprache einer Kombination von Risikofaktoren für ihre mathematische Kompetenzentwicklung ausgesetzt sind.

### **5.1.2 Zusammenhänge zwischen sprachlichen Teilkompetenzen und Mathematikkompetenz bei Kindern nicht-deutscher Familiensprache**

Wie in Teilstudie 1 gezeigt werden konnte, sind sprachliche Kompetenzen positiv mit der mathematischen Kompetenzentwicklung assoziiert. Zudem lassen sich Unterschiede in Mathematik zwischen Kindern nicht-deutscher Familiensprache und Kindern deutscher Familiensprache teilweise durch die geringer ausgeprägten sprachlichen Kompetenzen der Kinder nicht-deutscher Familiensprache erklären. Um zu einer Kompensation der Disparitäten beizutragen, dürfte eine gezielte Unterstützung dieser Kinder bei der Bewältigung der sprachlichen Anforderungen im mathematischen Kompetenzerwerb erforderlich sein (z. B. Duarte, Gogolin & Kaiser, 2011; Prediger & Wessel, 2011; Rösch & Paetsch, 2011). Um eine solche Unterstützung und Förderung zu realisieren, fehlte es bislang an belastbaren Erkenntnissen darüber, welche sprachlichen Kompetenzen für das Mathematiklernen von besonderer Bedeutung sind und deshalb auch eine besondere Aufmerksamkeit erfahren sollten. Wie die in Abschnitt 1.2 dargelegten theoretischen Überlegungen verdeutlichen, ist in der Mathematik Sprache in vielfältiger Weise, beispielsweise durch die Verwendung von allgemeinem Wortschatz und Fachwortschatz, mathematischen Redemitteln und grammatische Strukturen, ein notwendiges Element. Daraus lässt sich schließen, dass für einen erfolgreichen mathematischen Kompetenzerwerb von Schülerinnen und Schülern verschiedene sprachliche Teilkompetenzen relevant sein können. Bislang lagen jedoch keine eindeutigen empirischen Befunde zum Stellenwert verschiedener sprachlicher Teilkompetenzen, wie bspw. des Leseverständnisses, der Grammatikkompetenz oder der Wortschatzkenntnisse, vor.

In Teilstudie 2 wurde an diese Forschungslücke angeknüpft und der Zusammenhang zwischen verschiedenen sprachlichen Teilkompetenzen und den mathematischen Fähigkeiten von Kindern nicht-deutscher Familiensprache unter Kontrolle allgemeiner kognitiver Grundfähigkeiten analysiert. Auf Grundlage bisheriger Erkenntnisse und theoretischer Überlegungen wurde untersucht, ob neben Leseverstehen (welches bereits vielfach untersucht wurde, z. B. Leutner, Klieme, Meyer & Wirth, 2004) auch die Grammatikkompetenz und die allgemeinen Wortschatzkenntnisse mit den mathematischen Leistungen sowie mit den

Fachwortschatzkenntnissen der Lernenden zusammenhängen (vgl. Moschkovich, 2002; Verboom, 2008). Dabei wurden Fachwortschatzkenntnisse in Teilstudie 2 als zu erwerbende mathematische Kompetenz und somit als abhängige Variable in das Analysemodell aufgenommen (und nicht als sprachliche Voraussetzung für den mathematischen Kompetenzerwerb), da sie explizit ein Ziel des Mathematikunterrichts sind (Meyer, 2014; Prediger, 2013; Ruwisch, 2014).

Der aus Teilstudie 1 und auch aus anderen Studien gut belegte Zusammenhang zwischen Leseverstehen und Mathematikkompetenz (z. B. Leutner et al., 2004) konnte in Teilstudie 2 repliziert werden. Darüber hinaus wies von den anderen, simultan in die Analysen einbezogenen sprachlichen Kompetenzbereichen der Wortschatz, nicht jedoch die Grammatik einen signifikant positiven Zusammenhang mit den mathematischen Leistungen der Kinder auf. Erwartungskonform zeigten sich zudem Zusammenhänge der Wortschatzkenntnisse und Grammatikkompetenzen mit den Fachwortschatzkenntnissen der Lernenden. Lediglich für das Leseverständnis konnte kein Zusammenhang mit den Fachwortschatzkenntnissen nachgewiesen werden.

Um zu zeigen, dass die gefundenen Zusammenhänge zwischen sprachlichen und mathematischen Kompetenzen nicht nur auf die sprachlichen Anforderungen der Testaufgaben zurückzuführen sind (vgl. Haag, Heppt, Stanat, Kuhl & Pant, 2013), wurde in Studie 2 die sprachliche Komplexität der Mathematikaufgaben mit Hilfe eines Kodierschemas eingeschätzt. Tatsächlich hingen die Leistungen in den sprachlich anspruchsvollen Textaufgaben mit dem Leseverständnis zusammen. Wie erwartet, konnten jedoch auch für die sprachlich wenig anspruchsvollen Mathematikaufgaben Zusammenhänge mit den sprachlichen Teilkompetenzen Leseverständnis und Wortschatzkenntnisse nachgewiesen werden. Dieser Befund stützt die Annahme, dass sprachliche Fähigkeiten nicht nur zur Bewältigung sprachlicher Anforderungen der konkreten Aufgaben, sondern auch beim Erwerb und Abruf des mathematischen Wissens eine wichtige Rolle für Zweitsprachlernende spielen. Dies steht im Einklang mit Ergebnissen aus anderen Studien, die zeigen, dass auf sprachliche Anforderungen von Testaufgaben zurückzuführende Effekte vergleichsweise gering sind (z. B. Abedi & Lord, 2001; Haag et al., 2013; Kieffer, Lesaux, Rivera, & Francis, 2009). Die den aktuellen Kompetenzbeschreibungen für Mathematik inhärente Auffassung, dass Sprachkompetenz als integrativer Bestandteil mathematischer Kompetenz betrachtet werden sollte (z. B. Linneweber-Lammerskitten, 2013), wird durch die Befunde unterstützt. Zwar konnten für die in ma-

thematischen Aufgaben teilweise vorzufindende sprachliche Komplexität kleine Effekte auf die Leistungen von Schülerinnen und Schülern nachgewiesen werden, bedeutsamer für mathematische Leistungen scheint jedoch zu sein, dass die Lernenden während des Erwerbs mathematischen Wissens (inkl. des mathematischen Fachwortschatzes und den mit den Fachbegriffen verknüpften Inhalten) über ausreichend ausgeprägte Sprachkompetenz verfügen.

Die Befunde deuten zusammenfassend darauf hin, dass für Zweitsprachlernende nicht nur das Leseverständnis, sondern darüber hinaus auch allgemeine Wortschatzkenntnisse und grammatische Kompetenzen für ihre mathematischen Kompetenzen, einschließlich ihrer Fachwortschatzkenntnisse in Mathematik, von Bedeutung sind.

### **5.1.3 Verschiedene mathematische Inhaltsbereiche und ihre Zusammenhänge mit Sprachkompetenz**

Mathematische Kompetenz umfasst verschiedene inhaltliche Teilbereiche (vgl. Abschnitt 1.2). Bei der Betrachtung des Zusammenhangs mit Sprachkompetenz sind diese zu berücksichtigen, da verschiedene mathematische Teilbereiche unterschiedliche sprachliche Anforderungen an die Lernenden stellen können (Prediger, 2013). In Teilstudie 2 wurden deshalb nicht nur Zusammenhänge zwischen sprachlichen Teilkompetenzen und der (allgemeinen) Mathematikkompetenz bzw. den Fachwortschatzkenntnissen, sondern auch Zusammenhänge mit verschiedenen mathematischen Inhaltsbereichen der Grundschule bei Kindern nicht-deutscher Familiensprache untersucht. Als Ergebnis ließen sich erwartungsgemäß unterschiedliche Zusammenhangsmuster einzelner mathematischer Teilbereiche mit den untersuchten sprachlichen Teilkompetenzen identifizieren. Während für *Arithmetik* und *Rechnen mit Größen* Zusammenhänge mit dem Leseverstehen nachgewiesen werden konnten, zeigte sich für *Halbieren und Verdoppeln* ein Zusammenhang mit den Wortschatzkenntnissen der Kinder. Dieser Befund unterstützt die Annahme, dass tatsächlich Unterschiede in den sprachlichen Anforderungen von verschiedenen mathematischen Inhaltsbereichen existieren, die es bei der genauen Erforschung des Zusammenhangs zwischen Sprach- und Mathematikkompetenz zu berücksichtigen gilt.

Der Fokus von Teilstudie 3 lag auf den (elementaren) mathematischen Modellierungskompetenzen, da dieser mathematische Teilbereich zum einen eine besondere sprachliche Herausforderung an die Lernenden stellt (mathematische Modellierungsaufgaben werden in der Regel sprachlich als Sach- und Textaufgaben präsentiert) und er zum anderen eine zent-

rale Rolle im Rahmen des mathematischen Kompetenzerwerbs einnimmt (z. B. Blum, 2010). Es wird zudem angenommen, dass der Erwerb mathematischer Modellierungskompetenz für Zweitsprachlernende eine besondere Herausforderung darstellt (Duarte et al., 2011). Der Zusammenhang zwischen sprachlichen Kompetenzen in der Instruktionssprache und mathematischer Modellierungskompetenz zeigte sich bereits in früheren Studien (z. B. Kempert, Saalbach & Hardy, 2011). Da anzunehmen ist, dass sich die Kompetenzen in der Instruktionssprache von Kindern nicht-deutscher Familiensprache – sei es durch den vermehrten Zugang zur Sprache in der Schule (vgl. Esser, 2006) oder in besonderem Maße durch kompensatorische Sprachfördermaßnahmen – weiterentwickeln, wurde in Teilstudie 3 anhand von Daten einer Längsschnittstudie die *Entwicklung* der sprachlichen Kompetenzen *und* der Modellierungskompetenzen gleichzeitig analysiert.

Die gewählte Latent-Change-Modellierung ermöglichte es, die Zusammenhänge zwischen den sprachlichen und mathematischen Kompetenzveränderungen über einen Zeitraum von einem Schuljahr zu untersuchen. Aufgrund theoretischer Überlegungen und vorliegender empirischer Befunde (Boonen, Van der Schoot, Van Wesel, De Vries, & Jolles, 2013; Duarte et al., 2011) wurde angenommen, dass nicht nur das Leseverständnis, sondern darüber hinaus auch die Grammatikkompetenz ein wichtiger Prädiktor für mathematische Modellierungskompetenz ist.

Unter Kontrolle der allgemeinen kognitiven Grundfähigkeiten und der arithmetischen Fähigkeiten zeigte sich erwartungsgemäß sowohl für das Leseverstehen als auch für die Grammatikkompetenz ein querschnittlicher Zusammenhang mit der mathematischen Modellierungskompetenz bei Kindern nicht-deutscher Familiensprache. Während die sprachlichen Kompetenzen zu Beginn der Untersuchung keinen bedeutsamen Beitrag zur Erklärung der Entwicklung der mathematischen Modellierungskompetenz leisteten, waren die Veränderungen des Leseverständnisses und die Veränderungen der Grammatikkompetenz erwartungskonform positiv mit der Entwicklung der mathematischen Modellierungskompetenz assoziiert.

Konsistent mit den theoretischen Annahmen stützen die Ergebnisse die These, dass nicht nur das Leseverstehen, sondern auch die grammatischen Fähigkeiten für mathematische Modellierungskompetenz bedeutsam sind (z. B. Martiniello, 2007). Entgegen den Erwartungen und im Gegensatz zu Ergebnissen aus früheren Studien (z. B. Grimm, 2008), leisteten in der vorliegenden Studie allerdings weder die Lesekompetenz noch die Grammatikkompetenz zu

Beginn des Schuljahres einen Beitrag zur Vorhersage der Modellierungskompetenzentwicklung. Dieser Befund könnte jedoch auf die sehr gering ausgeprägten sprachlichen Kompetenzen der untersuchten Zweitsprachlernenden zu Beginn der dritten Jahrgangsstufe zurückzuführen sein. Gleichzeitig wurde durch die Berücksichtigung der Zeitvarianz der sprachlichen Fähigkeiten erkennbar, dass sich die Kompetenzen der Zweitsprachlernenden in den Bereichen Lesen und Grammatik im Verlauf der dritten Jahrgangsstufe noch erheblich verbessern. Es scheint also weniger das Ausgangsniveau der sprachlichen Kompetenzen für die Entwicklung der mathematischen Modellierungskompetenz von Zweitsprachlernenden in der dritten Jahrgangsstufe bedeutsam zu sein, sondern vielmehr die Sprachkompetenzentwicklung: Schülerinnen und Schüler, die größere Leistungszuwächse im Leseverständnis oder in der Grammatikkompetenz aufwiesen, zeigten tendenziell auch größere Leistungszuwächse der mathematischen Modellierungskompetenz. Insgesamt liefern die Befunde wichtige Hinweise darauf, dass Zweitsprachlernende mit der Herausforderung konfrontiert sein dürften, gleichzeitig mathematische Kompetenzen und Fähigkeiten in der Instruktionssprache entwickeln zu müssen.

#### **5.1.4 Zusammenfassung**

Die Ergebnisse der drei Teilstudien der vorliegenden Arbeit unterstützen zusammengenommen die aus den dargestellten theoretischen Überlegungen und aus den Befunden anderer Untersuchungen abgeleitete Annahme, dass Kompetenzen in der Instruktionssprache für den Erwerb von Mathematikkompetenz wichtig sind. Darüber hinaus konnten neue Erkenntnisse zu Zusammenhängen zwischen verschiedenen sprachlichen Teilkompetenzen, wie Leseverständnis, Wortschatzkenntnisse, Grammatikkompetenz und verschiedenen mathematischen Inhaltsbereichen für Kinder mit Deutsch als Zweitsprache gewonnen werden. Weiterhin konnte gezeigt werden, dass die sprachlichen Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern ein signifikanter Prädiktor für den Lernzuwachs in Mathematik sind. Hierzu lagen bislang widersprüchliche Befunde vor. Durch die vorliegende Arbeit wird zudem der bislang uneinheitliche Forschungsstand zur Entwicklung der Disparitäten in Mathematik zwischen Zweitsprachlernenden und Schülerinnen und Schülern, die in ihrer Familie die Instruktionssprache sprechen, ergänzt. So konnte gezeigt werden, dass sich die Disparitäten zwischen Kindern nicht-deutscher und deutscher Familiensprache unter Kontrolle der allgemeinen kognitiven Grundfähigkeiten und des SES nicht vergrößerten, sondern konstant blieben. Fehlte es bis-



lang an Längsschnittuntersuchungen, die Zusammenhänge zwischen Sprach- und Modellierungskompetenz bei Zweitsprachlernenden untersuchen, so werden der Forschungslage nun Befunde hinzugefügt, die zeigen, das Leseverständnis und Grammatikkompetenz von Kindern mit Deutsch als Zweitsprache nicht nur mit ihren Modellierungskompetenzen zusammenhängen, sondern dass auch die Leistungsveränderungen beider Kompetenzbereiche miteinander assoziiert waren.

## 5.2 Grenzen der vorliegenden Arbeit

Bei der Interpretation der Ergebnisse der vorliegenden Arbeit ist eine Reihe von Einschränkungen zu berücksichtigen. In den einzelnen Studien wurden diese bereits ausführlich diskutiert, weshalb im Folgenden nur auf die Gesichtspunkte eingegangen wird, die mehrere Studien betreffen.

Als ein zu berücksichtigender Faktor, der insbesondere die Interpretation der Ergebnisse der Studien 2 und 3 betrifft, ist zunächst die eingeschränkte Generalisierbarkeit zu nennen. In diesen Studien wurde die Stichprobe im Rahmen einer Interventionsstudie zur Wirksamkeit von verschiedenen Sprachförderansätzen ausgewählt (Rösch & Stanat, 2011). Die Stichprobe bestand deshalb aus Kindern nicht-deutscher Familiensprache, die vergleichsweise geringe Kompetenzen in der deutschen Sprache aufwiesen. Bei der Rekrutierung der Stichprobe wurden alle Kinder, die angaben, mit mindestens einem Elternteil eine andere Sprache als Deutsch zu sprechen, mit einem Screening-Verfahren in Hinblick auf ihre Deutschkompetenzen untersucht. Kinder, deren Testwerte mehr als eine Standardabweichung über dem Mittelwert der Gesamtgruppe lagen, wurden von der Studie ausgeschlossen, da bei diesen Kindern von gut entwickelten Sprachkompetenzen auszugehen ist. Ob die Befunde der Studien auch auf Zweitsprachlernende mit vergleichsweise stärker ausgeprägten Sprachkompetenzen und auf Schülerinnen mit Deutsch als Muttersprache übertragbar sind, müsste durch weitere Untersuchungen geprüft werden. Da den Studien 2 und 3 die gleiche Stichprobe zugrunde lag, bestehen zwischen diesen Studien zudem Abhängigkeiten. Die Ergebnisse sollten deshalb an anderen – möglichst repräsentativen – Stichproben repliziert werden, um die Generalisierbarkeit der Befunde zu untermauern.

Darüber hinaus wurden in allen drei Studien Kinder der Gruppe nicht-deutscher Familiensprache zugeordnet, die angaben, in ihrer Familie nicht ausschließlich Deutsch zu sprechen. In den Studien waren deshalb Kinder nicht-deutscher Familiensprache nicht nur in Hinblick auf ihre Familiensprachen, sondern auch in Hinblick auf die Gewohnheiten der

Sprachverwendung des Deutschen in ihren Familien eine sehr heterogene Gruppe. Inwieweit sich die gefundenen Ergebnisse für Gruppen mit verschiedenen familiären Sprachpraktiken unterscheiden würden, ist unklar. Für zukünftige Studien wäre nicht nur eine stärkere Differenzierung zwischen Schülerinnen und Schülern verschiedener Familiensprachen, wie sie beispielsweise in Studie 1 durch die zusätzlichen Analysen für Kinder türkischer Familiensprache vorgenommen wurde, sondern auch für verschiedene Kompetenzstufen in der Instruktionssprache wünschenswert.

Weiterhin ist zu berücksichtigen, dass der Teilstudie 2 ein querschnittliches Design zugrunde lag und die empirischen Befunde daher keine kausale Interpretation der theoretisch angenommenen Effekte und keine Aussagen über die Wirkrichtung erlauben. Auch die längsschnittlich angelegten Studien 1 und 3 erlauben keine Aussagen über Kausalität, sondern liefern lediglich Hinweise auf die Wirkrichtung der gefundenen Zusammenhänge<sup>23</sup>. Bei den Ergebnissen der vorliegenden Arbeit handelt es sich um Modelleffekte, denen theoretische Annahmen zugrunde liegen und die anhand von regressionsanalytischen Verfahren ermittelt wurden. Es wurden gerichtete Zusammenhänge zwischen verschiedenen Variablen mit strukturanalytischen Ansätzen gleichzeitig betrachtet. Ein häufiger Fehler im Umgang mit Regressionsmodellen ist die Interpretation der Zusammenhänge als Kausalbeziehungen (Bollen, 1989; Raykov, Tomer, & Nesselroade, 1991). Zusammenhänge können jedoch ohne Kausalbeziehung zwischen Variablen auftreten, wenn beide mit mindestens einer dritten, nicht-berücksichtigten Variable zusammenhängen (Bortz & Döring, 2003), was nicht ausgeschlossen werden kann (Lawler, 1968). Um mögliche Alternativerklärungen für die gefundenen Zusammenhänge so weit wie möglich auszuschließen, wurden in allen Analysemodellen der vorliegenden Arbeit zusätzlich relevante Kontrollvariablen einbezogen. Zudem wurden mögliche Störvariablen, wie beispielsweise die Schulform in Teilstudie 1, konstant gehalten. In zukünftigen Studien, die den Zusammenhang zwischen Sprach- und Mathematikkompetenz untersuchen, sollten weitere Kontrollvariablen berücksichtigt werden, die aus theoretischer Sicht mit beiden Konstrukten zusammenhängen könnten. Dazu gehört auf individueller Ebene z. B. das Arbeitsgedächtnis der Kinder (vgl. Abschnitt 1.2.7; Krajewski,

---

<sup>23</sup> Hinweise auf Wirkrichtungen in Längsschnittstudien sind dadurch gegeben, dass zeitlich nachgelagerte Ereignisse früher stattfindende nicht beeinflussen können. Für den Nachweis von Kausalität müssen aber drei Voraussetzungen erfüllt sein: 1. da die Ursache der Wirkung zeitlich vorgelagert ist, muss die Messung der unabhängigen Variablen vor der Messung der abhängigen Variablen erfolgen; 2. Ursache und Wirkung müssen (nicht zufällig) kovariieren; 3. Alternativerklärungen müssen ausgeschlossen werden (Bortz & Döring, 2003).

Schneider & Nieding, 2008) und motivationale Faktoren, wie Selbstkonzept und Lernfreude sowie auf Klassen- bzw. Schulebene Kontextfaktoren, wie beispielsweise Kompositionseffekte oder Unterrichtsbedingungen, die in Mehrebenenmodellen berücksichtigt werden können (z. B. Becker, Lüdtke, Trautwein & Baumert, 2006; Rjosk et al., 2014).

Abschließend sei noch auf Limitationen hingewiesen, die in der Wahl der eingesetzten Instrumente begründet sind. Da keine geeigneten Verfahren zur Erfassung grammatischer Kompetenzen vorlagen, war es notwendig, ein neues Instrument zu entwickeln (vgl. Teilstudien 2 und 3). Zwar wurde dieser Test in einer Pilotierungsstudie auf seine Gütekriterien hin überprüft, eine umfassende Prüfung der Validität des Verfahrens wurde jedoch nicht vorgenommen. Einschränkend ist weiterhin anzumerken, dass Grammatikkompetenz und allgemeine Wortschatzkenntnisse ausschließlich produktiv erfasst wurden, obwohl gerade auch den rezeptiven Sprachfähigkeiten für das Lösen von sprachlich basierten mathematischen Aufgaben (z. B. Textaufgaben) und für den mathematischen Kompetenzerwerb (z. B. Verständnis von Erklärungen der Lehrkraft) eine wichtige Rolle zugeschrieben wird (z. B. Boonen et al., 2013; Duarte et al., 2011; Gorgorio & Planas, 2001). Zudem wurden zur Messung der sprachlichen Kompetenzen Verfahren eingesetzt, die schriftsprachliche Fähigkeiten voraussetzen (z. B. beim selbstständigen Lesen der Aufgaben oder beim Aufschreiben der Zielwörter), was zu einer Unterschätzung der (Gesamt-)sprachkompetenz der Lernenden geführt haben könnte. Der Einsatz von Verfahren, die rezeptive Sprachkompetenzen erfassen und die Verwendung von Einzeltestverfahren, die keine schriftsprachlichen Fähigkeiten voraussetzen, könnten in zukünftigen Studien dazu beitragen, dass die Kompetenzen von Schülerinnen und Schüler im unteren Leistungsbereich besser differenziert würden. Eine alternative Möglichkeit der Entlastung der Verfahren von schriftsprachlicher Kompetenz bestünde darin, die Aufgaben alle vorzulesen.

### **5.3 Implikationen für die pädagogische Praxis**

Eine zentrale Zielsetzung des Bildungssystems ist die Verminderung des starken Zusammenhangs von Herkunft und Bildungserfolg. Dabei zeigen die Ergebnisse aus vielen Studien deutliche Nachteile von Kindern und Jugendlichen aus zugewanderten Familien in den sprachlichen Voraussetzungen und gleichzeitig einen engen Zusammenhang zwischen Sprachkompetenz und den fachlichen Leistungen (z. B. Heinze, Herwartz-Emden, Braun & Reiss, 2011; Mücke, 2007). Die Differenzen in den Schulleistungen können dabei zu einem nicht unerheblichen Teil auf Unterschiede in den Sprachkompetenzen zurückgeführt werden.

Wie in der vorliegenden Arbeit übereinstimmend mit dem aktuellen Forschungsstand gezeigt werden konnte, trifft dies auch auf das Fach Mathematik zu. Da sich sprachliche Kompetenzen für den Bildungserfolg als besonders wichtig erwiesen haben, sollten Maßnahmen der Sprachförderung ein geeigneter Ansatzpunkt sein, um Disparitäten in den fachlichen Leistungen zu verringern (Kempert et al., 2016; Paetsch, Wolf, Stanat & Darsow, 2014; Stanat, 2008). Anhand des aktuellen Forschungsstandes lässt sich jedoch nicht eindeutig beantworten, wie eine Verminderung von sprachlich bedingten Disparitäten in den Fächern effektiv und nachhaltig gelingen kann (Kempert et al., 2016; Paetsch et al., 2014).

### **5.3.1 Implikationen für die Zielgruppe von Sprachförderung**

Auch wenn mit den Ergebnissen der vorliegenden Arbeit einige Einschränkungen verbunden sind (vgl. Abschnitt 5.2), lassen sich dennoch einige Hinweise auf mögliche Unterstützungsaktivitäten für Schülerinnen und Schüler, die aufgrund weniger gut ausgeprägter Sprachkompetenzen mit Schwierigkeiten im mathematischen Kompetenzerwerb konfrontiert sind, ableiten. In Teilstudie 1 zeigte sich, dass die Unterschiede zwischen Kindern deutscher und nicht-deutscher Familiensprache unter Kontrolle des SES und der allgemeinen kognitiven Grundfähigkeiten in ihren mathematischen Leistungen über die Zeit hinweg konstant geblieben sind. Andererseits zeigte sich auch, dass Lernzuwächse in Mathematik mit der Sprachkompetenz und dem SES (unabhängig von der Familiensprache) zusammenhängen, d. h. dass sich die Unterschiede in den mathematischen Leistungen zwischen Kindern mit geringerem SES bzw. geringer ausgeprägten Sprachkompetenzen und den Kindern mit höherem SES bzw. höher ausgeprägten Sprachkompetenzen über die Zeit hinweg vergrößerten (sog. Schereneffekt, vgl. Becker, et al., 2006; Pfof, Karing, Lorenz, Artelt, 2010). Diese Befunde lassen einen Bedarf an kompensatorischen Maßnahmen erkennen, die das Ziel verfolgen sollten, die Entwicklung mathematischer Kompetenzen von Lernenden aus Familien mit vergleichsweise geringem SES und Lernenden, die Schwierigkeiten in der Instruktionssprache aufweisen, zu unterstützen. Da Schülerinnen und Schüler nicht-deutscher Familiensprache einer Kombination aus Risikofaktoren für ihre mathematische Kompetenzentwicklung ausgesetzt sind (vgl. Teilstudie 1) und zudem davon ausgegangen wird, dass der Erwerb einer *Zweitsprache* mit spezifischen Schwierigkeiten einhergeht (z. B. Haberzettl & Wulff, 2014; Jeuk, 2010; Rösch, 2005; Rost-Roth & Glaab, 2012), die sich zwischen Lernenden verschiedener Erstsprachen unterscheiden können (z. B. Dirim, 2005; Triarchi-Herrmann,

2005), erscheint es sinnvoll, dieser Zielgruppe besondere Aufmerksamkeit zukommen zu lassen. Dabei sollte jedoch nicht aus dem Blick geraten, dass auch für einen nicht unerheblichen Anteil an Kindern deutscher Familiensprache Schwierigkeiten im mathematischen Kompetenzerwerb aufgrund sprachlicher Hürden angenommen werden kann (Tarelli, et al., 2012) und dies gleichzeitig nicht auf alle Lernenden nicht-deutscher Familiensprache zutrifft (vgl. Teilstudie 1). Für die Praxis lässt sich hieraus schlussfolgern, dass die Tatsache, ob ein Kind in seiner Familie überwiegend Deutsch oder eine andere Sprache spricht, nur ein erster Anhaltspunkt für die Verteilung und Ausgestaltung von Unterstützungsangeboten sein kann. Wichtiger wäre eine individuelle Diagnose, in der die sprachlichen und fachlichen Kompetenzen eines Lernenden herangezogen werden, um zu entscheiden, ob und mit welcher Zielsetzung ein Kind eine Förderung erhalten sollte.

### **5.3.2 Implikationen für Ansätze des integrierten Fach- und Sprachlernens**

Zur Entwicklung der schulischen Leistungsdisparitäten tragen wesentlich Einschränkungen in den Gelegenheiten für den Erwerb von Kompetenzen in der Instruktionssprache bei, wie sie mit einem eher niedrigen SES und einer anderen in der Familie gesprochenen Sprache verbunden sein können (z. B. Dubowy, Ebert, von Maurice & Weinert, 2008). Um die Disparitäten zu reduzieren, ist es erforderlich, schulische Lerngelegenheiten zu schaffen, die es allen Kindern und Jugendlichen ermöglichen, die für einen erfolgreichen Kompetenzerwerb erforderlichen Sprachkompetenzen zu entwickeln. In den letzten Jahren wird deshalb sowohl von der Bildungspolitik und -verwaltung als auch von Vertretern der Wissenschaft verstärkt gefordert, integrative Sprachförder- bzw. Sprachbildungsmaßnahmen in den Fächern (wie z. B. Mathematik) umzusetzen, die fachspezifische sprachliche Anforderungen berücksichtigen (z. B. Gogolin et al., 2011; Senatsverwaltung für Bildung, Wissenschaft und Forschung, 2008). Im Vergleich zu additiven Angeboten (zusätzlicher Förderunterricht), an denen nur ausgewählte Schülerinnen und Schüler teilnehmen und in denen in der Regel keine fachlichen Inhalte vermittelt werden, richten sich integrative Maßnahmen im Fachunterricht an alle Lernenden. Eine in diesem Zusammenhang häufig verwendete Bezeichnung ist die der *durchgängigen Sprachförderung bzw. Sprachbildung*, die durch das Programm *Förderung von Kindern und Jugendlichen mit Migrationshintergrund* (FörMig) populär wurde (Gogolin et al., 2011). Mit dem Ausdruck *durchgängig* wird hervorgehoben, dass unterstützende Angebote der Sprachförderung sowohl über die gesamte Bildungsbiografie hinweg als auch in

allen Schulfächern sowie an außerschulischen Lernorten implementiert werden sollten. Vor dem Hintergrund der Ergebnisse der vorliegenden Arbeit ist die Entwicklung – hin zu einer stärkeren Integration von Sprachbildungsmaßnahmen in den Fachunterricht – durchaus als positiv zu bewerten. Wie in Abschnitt 1.2 dargelegt, scheint die Mathematik fachspezifische sprachliche Anforderungen an die Lernenden zu stellen, die es zu berücksichtigen gilt, möchte man Schülerinnen und Schüler mit weniger gut ausgeprägten Sprachkompetenzen in ihrem fachlichen Kompetenzerwerb unterstützen. Auch im Rahmen der Expertise *Bildung durch Sprache und Schrift* (BISS) wurde darauf hingewiesen, dass sprachsensibler Fachunterricht zu einer Verbesserung des fachlichen Lernens beitragen kann:

Dabei geht es nicht darum, den Fachunterricht für die Lese- und Schreibförderung zu instrumentalisieren, sondern um eine Effektivierung des fachlichen Lernens durch die gezielte Bearbeitung insbesondere der Fachsprache und damit auch darum, solche sprachliche Hürden abzubauen, die bestimmte Schülergruppen in ihrem fachlichen Lernen behindern. Es geht um einen sprachsensiblen Fachunterricht, der die gesprochene und geschriebene Sprache gezielt für die fachbezogene Kompetenzentwicklung nutzt. (Bund-Länderinitiative zur Sprachförderung, Sprachdiagnostik und Leseförderung, 2012, S. 174)

Demnach käme dem sog. sprachsensiblen Fachunterricht die Aufgabe zu, die für das Fach spezifischen sprachlichen Anforderungen zu berücksichtigen und die Entwicklung solcher Kompetenzen zu fördern, die zur erfolgreichen Bewältigung dieser Anforderungen notwendig sind. Dem Deutschunterricht bzw. einer Sprachförderung, die Sprache und keine fachliche Inhalte zum Gegenstand hat<sup>24</sup> käme (weiterhin) die Aufgabe zu, allgemeine Sprach- und Kommunikationsfähigkeit zu vermitteln (vgl. Becker-Mrotzek, Schramm, Thürmann & Vollmer, 2013).

Als Konsequenz aus der dargestellten Entwicklung lässt sich ein Bedarf an Unterrichtskonzepten, -entwürfen und -materialien für den sprachförderlichen bzw. sprachsensiblen Fachunterricht erkennen. Empirische Forschungsergebnisse zur Frage, wie ein solcher Unterricht gestaltet sein sollte, damit er zu einer stärkeren Verbesserung der fachlichen

---

<sup>24</sup> So verfolgen etwa formfokussierte Ansätze in der Regel sprachliche Lernziele und die Progression des Unterrichts orientiert sich auch ausschließlich an der sprachlichen Entwicklung. Eine Systematisierung verschiedener Sprachförderansätze findet sich in Darsow, Paetsch, Stanat & Felbrich (2012).

und/oder sprachlichen Kompetenzen führt als traditioneller Unterricht, liegen bislang kaum vor (Kempert et al., 2016; Paetsch et al., 2014). Nichtsdestotrotz kommen in der schulischen Praxis teilweise bereits verschiedene Materialien und Konzepte in den Fächern zum Einsatz (z. B. Leisen, 2013). Ein in diesem Zusammenhang fächerübergreifend eingesetztes Prinzip ist das sog. *Scaffolding*<sup>25</sup>, das positive Effekte auf die sprachlichen und fachlichen Lernleistungen haben soll (Gibbons, 2002). Im Rahmen sprachförderlichen Unterrichts bedeutet Scaffolding, notwendige sprachliche Hilfen z. B. für das Lesen von Fachtexten oder von Aufgaben, bereitzustellen. Dies erfolgt beispielsweise durch sprachlich vereinfachte Texte, zusätzliche Visualisierungen, Begriffsklärungen oder Erläuterungen.

Ein weiterer Ansatz, bei dem fächerübergreifende Prinzipien für integriertes Fach- und Sprachlernen zur Anwendung kommen, ist der in der schulischen Praxis der USA anzutreffende SIOP-Ansatz (*sheltered instruction observation protocol*). Der SIOP-Ansatz beruht auf dem Scaffolding ähnlichen Prinzip der *sheltered instruction*: „Sheltered Instruction is an approach for teaching content to English language learners in strategic ways that make the subject matter concepts comprehensible while promoting the students’ English language development“ (Echevarría, Vogt & Short, 2007, S. 5). Besonders hervorzuheben ist das *observation protocol*, mit dem die Implementation des Konzeptes reliabel und valide messbar gemacht werden soll (für eine Übersicht und zusammenfassende Darstellung von Scaffolding und SIOP siehe Darsow, Paetsch & Felbrich, 2012). Auch der für den bilingualen Fachunterricht an weiterführenden Schulen<sup>26</sup>, d. h. für Fachunterricht, der in einer Fremdsprache stattfindet, entwickelte Ansatz CLIL (*content and language integrated learning*) beinhaltet fächerübergreifende Strategien und Konzepte, die dem Scaffolding sehr ähnlich sind und zur Planung und Gestaltung von sprachsensiblen Fachunterricht herangezogen werden können (Zydati, 2010). Als eine gemeinsame theoretische Grundlage der fächerübergreifenden Konzepte integrierten Fach- und Sprachlernens, wie Scaffolding, CLIL oder SIOP, lässt sich die funktionale Linguistik (z. B. Halliday, 1978; Schleppegrell, 2004) erkennen, in der Sprache vorrangig ausgehend von ihren Funktionen im jeweiligen Kontext und nicht von ihrer Form her beschrieben wird (z. B. in Gibbons, 2006; Zydati, 2010). So stellt Gibbons

---

<sup>25</sup> *Scaffolding* wurde als Prinzip im Rahmen von konstruktivistischen Lerntheorien zur Unterstützung des Lernprozesses entwickelt und wurde stark durch die Arbeiten von Vygotsky (1978) geprägt. Die Bedeutung von Sprache für den Wissenserwerb wird in diesem Ansatz hervorgehoben (z. B. Gibbons, 2006).

<sup>26</sup> Hier nehmen Kinder und Jugendliche in bilingualen Lerngruppen an einem durchgehend zweisprachigen Unterricht teil. Diese bilingualen Programme werden von einigen Privatschulen sowie von einer kleinen Zahl staatlicher Modellschulen angeboten.

(2006) fest: „Wenn gleichzeitig eine neue Sprache und fachliche Inhalte durch diese Sprache vermittelt werden sollen, ist es äußerst zweckmäßig, bei der Unterrichtsplanung auf ein Sprachmodell zurückzugreifen, das Sprache auf Bedeutungen und auf den Kontext, in dem sie benutzt wird, bezieht“ (Gibbons, 2006, S. 271). Für die pädagogische Praxis scheint es also gewinnbringend, ausgehend von den im jeweiligen Unterrichtskontext relevanten Funktionen von Sprache zusätzlich zu den fachlichen auch sprachliche Lernziele zu formulieren und den Unterricht auf beides hin auszurichten.

Die fächerübergreifenden Konzepte und Prinzipien haben den Vorteil, dass sie für alle Fächer genutzt werden können, wodurch eine gewisse Kohärenz über die Fächer hergestellt werden kann. Häufig beschränken sich die Ausführungen der Ansätze jedoch auf allgemeine Leitlinien (z. B. Senatsverwaltung für Bildung, Wissenschaft und Forschung, 2008). Um konkrete Möglichkeiten der Umsetzung solcher fächerübergreifenden Prinzipien im Fach aufzuzeigen (z. B. wie Lehrkräfte im Mathematikunterricht die Förderung von Wortschatz und Grammatik integrieren können, ohne die Vermittlung mathematischer Kenntnisse und Fähigkeiten zu vernachlässigen), ist die Verzahnung von fächerübergreifenden Prinzipien, fachspezifischen Kompetenzmodellen und fachspezifischen sprachlichen Anforderungen notwendig. So wird von Vertretern der Mathematikdidaktik zunehmend gefordert, dass die fachspezifischen sprachlichen und kognitiven Aspekte des Faches, neben den fächerübergreifenden Prinzipien, nicht unberücksichtigt bleiben dürfen (z. B. Prediger, 2013). Auswertungen von Unterrichtsgesprächen in Mathematik lassen darauf schließen, dass „das Verhältnis sprachlicher und fachlicher Aspekte tatsächlich für jeden mathematischen Gegenstand einzeln analysiert (...) werden muss“ (Prediger, 2013, S. 180). Dieser Sachverhalt stellt eine enorme Herausforderung für die Entwicklung und Umsetzung didaktischer Konzepte in Mathematik dar, da für jeden mathematischen Inhaltsbereich die spezifischen sprachlichen Anforderungen ermittelt werden müssten. Die Ergebnisse der vorliegenden Arbeit können hier einige Hinweise liefern: So zeigte sich, dass nicht nur das Leseverständnis, sondern darüber hinaus auch allgemeine Wortschatzkenntnisse und grammatische Kompetenzen mit Mathematikkompetenz zusammenhängen (vgl. Teilstudien 2 und 3). Demzufolge könnte die Berücksichtigung der Anforderungen an diese Kompetenzen sinnvoll sein. Die gefundenen Unterschiede zwischen den mathematischen Inhaltsbereichen der Grundschule in Bezug auf ihre sprachlichen Anforderungen (vgl. Teilstudie 2) können zudem erste Anhaltspunkte für die Unterrichtsgestaltung liefern. So scheint zum Erwerb des konzeptuel-



len Wissens in den Inhaltsbereichen *Arithmetik* und *Rechnen mit Größen* ein ausreichendes Verständnis der sprachbasierten Erklärungen bedeutsam zu sein. Für den Inhaltsbereich *Halbieren und Verdoppeln* lässt der gefundene Zusammenhang mit den allgemeinen Wortschatzkenntnissen der Kinder darauf schließen, dass Lehrkräfte das Wissen um die Bedeutung von verwendeten Wörtern des allgemeinen Wortschatzes nicht voraussetzen sollten.

Die Ergebnisse aus Teilstudie 1 lassen einen Bedarf an kompensatorischen Maßnahmen erkennen, um Kinder mit weniger gut ausgeprägten Sprachkompetenzen in ihrer mathematischen Kompetenzentwicklung zu unterstützen. Gleichzeitig zeigen die Ergebnisse aus Teilstudie 3, dass Kinder nicht-deutscher Familiensprache sprachliche und mathematische Kompetenzen gleichzeitig entwickeln und dass die Lernzuwächse beider Kompetenzbereiche miteinander zusammenhängen. Zusammengenommen können die Befunde Hinweise in Bezug auf die Organisation von Sprachfördermaßnahmen liefern. So könnten additive Angebote für die betreffenden Schülerinnen und Schüler zu einer kompensatorischen Wirkung beitragen, da sie zusätzliche „Lernzeit, die ein Schüler aktiv mit der jeweiligen Sache verbringt“ (Hopf, 2005, S. 241) bedeuten (vgl. time-on-task-Hypothese, Carroll, 1973). Dabei können im Rahmen eines additiven Förderangebotes durchaus auch fachliche Inhalte, beispielsweise in der Mathematik, vermittelt werden. Auf Grundlage der vorliegenden Ergebnisse und den dargestellten theoretischen Überlegungen erscheint eine Kombination aus sprachsensiblen Mathematikunterricht sowie additiven Angeboten, die teilweise fachliche und teilweise sprachliche Ziele verfolgen, sinnvoll, um Schülerinnen und Schüler mit gering ausgeprägten sprachlichen und fachlichen Kompetenzen zu unterstützen. Integrative Ansätze im Fachunterricht, an denen alle Schülerinnen und Schüler teilnehmen (im Sinne der Sprachbildung), können zudem dazu beitragen, die fachliche und sprachliche Kompetenzentwicklung aller Heranwachsenden gezielt zu unterstützen.

### **5.3.3 Implikationen für die Lehrkräftebildung**

Die Ausführungen im vorangegangenen Abschnitt lassen erkennen, dass Kenntnisse im Bereich der Sprachbildung, -förderung und -diagnostik ein wichtiger Bestandteil der Aus- und Weiterbildung von Lehrkräften sein sollten. Dies spiegelt sich beispielsweise auch im *Bundesweiten Integrationsprogramm* des Bundesamtes für Migration und Flüchtlinge (BAMF) wider, in dem Empfehlungen zur Verbesserung der Integrationsförderung beschrieben werden. Es wird hier gefordert, dass für Lehrkräfte unabhängig von ihren Fachrichtungen Aus-

und Weiterbildungsinhalte, die sie auf die Vermittlung von Deutsch als Zweitsprache und den Umgang mit Mehrsprachigkeit vorbereiten, verpflichtend sein sollten (Bundesamt für Migration und Flüchtlinge, 2010). Auch in den von der Kultusministerkonferenz vorgelegten *Standards für die Lehrerbildung: Bildungswissenschaften* (Kultusministerkonferenz, 2004 i.d.F. vom 12.06.2014), in denen Kompetenzen beschrieben werden, die Lehrkräfte in ihrer Ausbildung erwerben sollten, wird als einer von elf Schwerpunkten für die Bildungswissenschaften die „Differenzierung, Integration und Förderung“ und „Diversität und Heterogenität als Bedingungen von Schule und Unterricht“ (ebd., S. 5) festgelegt. Eine genauere Ausführung bleibt jedoch aus. Auch in den *Ländergemeinsamen Anforderungen für die Fachwissenschaften und Fachdidaktiken* (Kultusministerkonferenz, 2010) werden nur für den Bereich der Grundschule „Spracherwerb und Sprachförderung: Familiensprachen, Mehrsprachigkeit“ (ebd., S. 50) explizit als wichtige Studieninhalte formuliert. Für das Fach Mathematik wird sehr allgemein die „Planung und Analyse von Mathematikunterricht in heterogenen Lerngruppen“ (ebd., S. 31) als Zielstellung formuliert.

Vor dem Hintergrund, dass die Empfehlungen und Standards für die Lehrkräftebildung in den Bereichen Sprachbildung, Sprachförderung und Deutsch als Zweitsprache keine Konkretisierung in Hinblick auf Studieninhalte oder zu erreichende Kompetenzen beinhalten, verwundert es kaum, dass sich zwischen den Ländern große Unterschiede feststellen lassen, inwiefern Sprachförderung und Deutsch als Zweitsprache als Themen in der Aus- und Fortbildung der Lehrkräfte eine Rolle spielen (Baumann & Becker-Mrotzek, 2014). Wie eine aktuelle Studie zeigt, bieten viele Hochschulen keine spezifische Ausbildung in diesen Themen an (Baumann & Becker-Mrotzek, 2014), während es in einigen Bundesländern eine einheitliche Landesregelung für alle Lehrämter gibt. Zur Frage, inwiefern Themen der Sprachbildung, Sprachförderung oder Deutsch als Zweitsprache in den jeweiligen Fachwissenschaften und Fachdidaktiken aufgegriffen werden, liegen bislang keine systematischen Analysen vor (Baumann & Becker-Mrotzek, 2014). Anhand von Ergebnissen des IQB-Ländervergleichs 2011 lässt sich zudem feststellen, dass Lehrkräfte sich in dem Bereich Sprachförderung oft nicht ausreichend ausgebildet fühlen; so gaben fast 46 Prozent der befragten Lehrkräfte an, zum Themenbereich der Sprachförderung einen hohen oder sehr hohen Fortbildungsbedarf zu haben (Richter, Kuhl, Reimers & Pant, 2012).

Für die Ausbildung von Lehrkräften im Fach Mathematik liefern die Ergebnisse der vorliegenden Arbeit unter Berücksichtigung des aktuellen Forschungsstandes Hinweise darauf,

dass die spezifischen sprachlichen Anforderungen des Faches in den Veranstaltungen der Fachwissenschaften und Fachdidaktiken thematisiert werden sollten. Sprachbildung und Sprachförderung können nicht ausschließlich Themen in den fachunabhängigen Ausbildungsanteilen (z. B. in Deutsch als Zweitsprache) sein, da hier die Beziehung zwischen fachlichem Kompetenzerwerb und Sprachkompetenz nicht ausreichend berücksichtigt werden kann (Prediger, 2009). Für die Ausbildung von Fachlehrkräften im Fach Mathematik scheint es demzufolge sinnvoll, einerseits in den fächerübergreifenden Studienanteilen grundlegende Kenntnisse zu Themen wie z. B. Scaffolding zu vermitteln, und andererseits in den fachdidaktischen Anteilen des Lehramtsstudiums fachspezifische sprachliche Herausforderungen genauer in den Blick zu nehmen, um daraus Möglichkeiten für eine unterstützende Unterrichtsgestaltung abzuleiten.

#### **5.4 Zukünftige Forschungsfragen und Ausblick**

Die vorliegende Arbeit konnte auf Basis empirischer Daten einen Beitrag zur Aufklärung des Zusammenhangs zwischen sprachlichen Teilkompetenzen und allgemeinen mathematischen Kompetenzen und ihrer Entwicklung leisten. Zudem wurden die Zusammenhänge zwischen sprachlichen Teilkompetenzen und einzelnen mathematischen Inhaltsbereichen der Grundschule untersucht. Darüber hinaus liefert die Arbeit Erkenntnisse zum Zusammenhang zwischen den Lernzuwächsen sprachlicher und mathematischer Kompetenzen sowie zwischen Familiensprache (deutsch/nicht-deutsch) und mathematischer Kompetenzentwicklung. Gleichzeitig werden durch die Arbeit weitere Forschungsfragen aufgeworfen, die im Folgenden ausgeführt werden.

Da sich die untersuchten Stichproben der Teilstudien 2 und 3 auf Lernende nicht-deutscher Familiensprache mit besonders gering ausgeprägten sprachlichen und fachlichen Kompetenzen beschränkten, müssten zukünftige empirische Studien zeigen, inwieweit die gefundenen Zusammenhangsmuster einerseits auf Populationen von Zweitsprachlernenden mit besseren sprachlichen und fachlichen Kompetenzen und andererseits auf Schülerinnen und Schüler deutscher Familiensprache übertragbar sind. Beispielsweise ist davon auszugehen, dass die Kompetenzzuwächse in der Instruktionssprache, wie sie in Teilstudie 3 gezeigt werden konnten, bei sprachlich kompetenteren Lernenden nicht in diesem Ausmaß nachzuweisen sind und sich demzufolge auch andere Zusammenhangsmuster mit Lernverläufen in Mathematik ergeben würden. Untersuchungen, die auch Schülerinnen und Schüler mit höheren sprachlichen und fachlichen Kompetenzen einschließen, könnten Hinweise für die Ge-

staltung von integrativer Sprachförderung bzw. Sprachbildung im Mathematikunterricht liefern, da sich dieser Unterricht ja gerade an alle Heranwachsenden richtet.

In allen Teilstudien der vorliegenden Arbeit wurden ausschließlich Kinder im Grundschulalter untersucht. In zukünftigen Studien könnte auf die gewählten Untersuchungsdesigns zurückgegriffen werden, um sie auf ältere Lernende zu übertragen. Somit könnten (vergleichbare) Befunde zu den Zusammenhängen zwischen mathematischen und sprachlichen Kompetenzen für Kompetenzbereiche in der Sekundarstufe generiert werden. Beispielsweise bildet, anknüpfend an die Ergebnisse der Teilstudie 3, die Untersuchung des Zusammenhangs zwischen sprachlichen (Teil-)kompetenzen und mathematischer Modellierungskompetenz in der Sekundarstufe ein wichtiges Forschungsdesiderat, da davon auszugehen ist, dass Modellierungsaufgaben in der Sekundarstufe sprachlich und mathematisch wesentlich anspruchsvoller sind als die Aufgaben in der Grundschule, die eher elementare Modellierungskompetenzen erfordern (Schwarzkopf, 2006). Entsprechend wäre zwar zu erwarten, dass Zusammenhänge zwischen Sprach- und Modellierungskompetenz auch für die Sekundarstufe nachzuweisen wären.

In der vorliegenden Studie wurden mit dem Grammatik- und dem Wortschatztest produktive schriftsprachliche Fähigkeiten und mit dem Leseverständnistest eine rezeptive schriftsprachliche Kompetenz erfasst. Mündliche Sprachkompetenz und ihr Verhältnis zur Mathematikkompetenz wurde hingegen nicht untersucht. Da es eine Reihe von Merkmalen gibt, die gesprochene von schriftlicher Sprache unterscheidet, z. B. Zeitgebundenheit, Prozesshaftigkeit und Interaktivität (z. B. Webersik, 2015), und gesprochener Sprache in der Unterrichtsinteraktion ein hoher Stellenwert zukommt (Cobb, Yackel & Mc Clain, 2000), sollte in weiteren Studien auch der Zusammenhang zwischen Mathematik- und mündlicher Sprachkompetenz untersucht werden. Zudem erscheint eine systematische Unterscheidung zwischen rezeptiven und produktiven sprachlichen Kompetenzen sinnvoll, um feststellen zu können, welche Bereiche mit Mathematikkompetenz und ihrem Erwerb zusammenhängen. Vorliegende Studien zeigen, dass sich rezeptive (Lesen, Hörverstehen) von produktiven (Schreiben, Sprechen) Kompetenzfaktoren unterscheiden lassen (DeMauro, 1992; Kunnan, 1994), wobei angenommen wird, dass eine hohe (Gesamt-)sprachkompetenz mit höheren Interkorrelationen der rezeptiven und produktiven Kompetenz verbunden ist (Rost & Hartmann, 1992). Eine Unterscheidung zwischen produktiver und rezeptiver Sprachkompetenz

erscheint demnach besonders in Studien, die Lernende mit weniger stark ausgeprägter (Gesamt-)sprachkompetenz untersuchen, sinnvoll.

In der Vergangenheit wurde in Längsschnittstudien untersucht, inwieweit Sprachkompetenz spätere mathematische Leistungen bzw. Leistungsentwicklungen – unter Kontrolle der mathematischen Ausgangskompetenzen – vorhersagen können (z. B. Duncan et al., 2007). Die Zeitvarianz der Sprachkompetenz blieb dabei allerdings unberücksichtigt. Wie in Teilstudie 3 jedoch gezeigt werden konnte, verbesserten sich nicht nur die elementaren mathematischen Modellierungskompetenzen, sondern auch die sprachlichen Kompetenzen der Zweitsprachlernenden innerhalb eines Schuljahrs deutlich. Zudem zeigte sich, dass die Lernzuwächse miteinander zusammenhingen. Zukünftige Forschungsdesigns, in denen die Entwicklung sprachlicher *und* mathematischer Kompetenzen betrachtet wird, könnten einen weiteren Beitrag zu der Frage leisten, wie die beiden Kompetenzbereiche miteinander verknüpft sind. Dazu ließe sich das Untersuchungsdesign aus Studie 3 auf andere mathematische Kompetenzbereiche übertragen. Die Ergebnisse würden zu einem besseren Verständnis des Verhältnisses von fachlichem und sprachlichem Lernen in Mathematik beitragen.

Nicht nur die Befunde der vorliegenden Arbeit, sondern auch die Ergebnisse aus Videostudien, in denen das Lösungsverhalten von Schülerinnen und Schülern untersucht wurde, weisen darauf hin, dass sich mathematische Themengebiete in Hinblick auf ihre sprachlichen Anforderungen unterscheiden können (Prediger, 2013). Um für verschiedene mathematische Inhaltsbereiche die jeweils geeigneten Unterstützungsmaßnahmen entwickeln zu können, erscheint es erforderlich, nicht nur quantitative Zusammenhangsstudien zum Verhältnis von Sprach- und Mathematikkompetenz, sondern auch qualitative Studien, z. B. mit Beobachtungen von Lösungsprozessen und Fehleranalysen durchzuführen. Durch Analysen von Lösungsprozessen ließe sich nicht nur nachvollziehen, welche sprachlichen Aspekte den Lernenden Schwierigkeiten bereiten, sondern auch welche Lösungsstrategien Heranwachsende mit weniger gut ausgeprägten sprachlichen Kompetenzen einsetzen. Ergänzend könnte die systematische (fachdidaktische) Analyse verschiedener mathematischer Inhaltsbereiche inkl. der verwendeten Lernaufgaben dazu beitragen, Erkenntnisse über sprachliche und kognitive Anforderungen und ihr Verhältnis zueinander zu generieren. Als gutes Beispiel für solche Analysen ist das Forschungsprojekt MuM (*Mathematiklernen unter Bedingungen der Mehr-*

*sprachigkeit*)<sup>27</sup> zu nennen. Hier wird bereits die Integration sprachlicher und fachlicher Aspekte beim Mathematiklernen für Brüche, Prozente, Terme und Funktionen untersucht. Erkenntnisse werden in sprach- und fachintegrierten Förderansätzen umgesetzt und deren Wirkung überprüft (Prediger, 2012).

In der Praxis kommen bereits viele Methoden im sog. sprachsensiblen bzw. sprachförderlichen Mathematikunterricht zur Anwendung, über deren Wirksamkeit aber nur wenig bekannt ist. Gleichzeitig fehlen kontrollierte Interventionsstudien, in denen verschiedene Ansätze gegeneinander getestet werden, um gesicherte Aussagen über ihre relative Wirksamkeit treffen zu können (Kempert et al., 2016; Paetsch et al., 2014). Es wäre daher wünschenswert, die bereits gewonnenen Erkenntnisse über Zusammenhänge zwischen Mathematik- und Sprachkompetenz aufzugreifen und unter Einbezug der fächerübergreifenden Ansätze (z. B. Scaffolding, SIOP) für verschiedene mathematische Inhaltsbereiche Konzepte und Materialien zu entwickeln und mit der Durchführung von empirischen Effektivitätsprüfungen zu kombinieren. Eine besondere Herausforderung an das Forschungsdesign stellt dabei die Vergleichbarkeit von verschiedenen Implementationsbedingungen dar, beispielsweise in Hinblick auf den kognitiven Anregungsgehalt, die Unterrichtsqualität oder die Zusammensetzung der Schülerschaft.

Aus den Befunden der vorliegenden Arbeit und den Überlegungen zu den Implikationen für die pädagogische Praxis, die im vorangegangenen Abschnitt ausgeführt wurden, lassen sich auch für den Bereich der Lehrkräftebildung offene Forschungsfragen ableiten. Im Rahmen eines sprachförderlich gestalteten Mathematikunterrichtes kommt den Fachlehrkräften die Aufgabe zu, Schülerinnen und Schüler mit eher gering ausgeprägten Kompetenzen in der Instruktionssprache gezielt durch eine sprachensible Unterrichtsgestaltung zu unterstützen. Wie bereits dargestellt wurde, liegen bislang nur wenige empirische Ergebnisse zur Wirksamkeit verschiedener Unterrichtsansätze vor. Dennoch stellt sich in der Lehrkräftebildung die Frage, welche Kompetenzen und Einstellungen<sup>28</sup> Lehrkräfte in Mathematik in die Lage versetzen, einen Unterricht zu planen und durchzuführen, in dem z. B. Scaffolding umgesetzt wird, sprachdidaktisch aufbereitete Lehr-Lernmaterialien des Fachunterrichts eingesetzt

---

<sup>27</sup> <http://www.mathematik.uni-dortmund.de/~prediger/projekte/mum/home.html>

<sup>28</sup> In der Lehrkräfteprofessionsforschung werden zwei Bereiche beruflicher Handlungskompetenz von Lehrkräften unterschieden: kognitive Komponenten und affektiv-motivationale Komponenten (z. B. Blömeke, Suhl & Dörmann, 2012). Kognitive Komponenten sind das Fachwissen, das fachdidaktische Wissen und das pädagogische Wissen. Als affektiv-motivationale Komponenten gelten z. B. Überzeugungen und Motivation.

werden oder Binnendifferenzierung für sprachlich heterogene Lerngruppen durchgeführt wird. Im Rahmen des Projektes *DaZKom – Professionelle Kompetenzen angehender LehrerInnen (Sek I) im Bereich Deutsch als Zweitsprache* wurde auf Grundlage einer Dokumentenanalyse von ca. 60 Curricula deutscher Universitäten und Institutionen ein Kompetenzmodell für Deutsch-als-Zweitsprache Kompetenz angehender (Fach)lehrkräfte entwickelt. Das Kompetenzmodell beinhaltet die drei Dimensionen Fachregister, Mehrsprachigkeit und Didaktik (Köker et al., 2015). Die Dimension Fachregister bezieht sich dabei auf die für das Fach spezifische Weise des Gebrauchs von sprachlichen Mitteln. Hierzu zählt u. a. Wissen um die Besonderheiten des Gebrauchs von grammatischen Strukturen, Wortschatz und Redemitteln (vgl. Abschnitt 1.2). Die Dimension Mehrsprachigkeit umfasst vor allem Wissen in den Bereichen Zweitspracherwerb und Umgang mit Heterogenität. Die Dimension Didaktik fokussiert auf den Lehrprozess und schließt Kompetenzen im Bereich Diagnostik und Förderung mit ein (Köker et al., 2015). Inwiefern Lehrkräfte diese Kompetenzen im Rahmen ihrer universitären Ausbildung erlangen, wird zurzeit an verschiedenen Standorten untersucht (z. B. Darsow, Wagner, Paetsch, eingereicht). Zur Frage, welche Lerngelegenheiten in der Aus- und Weiterbildung zu einem Kompetenzerwerb in den Bereichen Sprachbildung, Sprachförderung und Sprachdiagnostik bei Lehrkräften führt, liegen bislang allerdings noch keine belastbaren empirischen Ergebnisse vor.

Ein weiteres Forschungsdesiderat betrifft die Frage, ob Lehrkräfte, die hohe Kompetenzen in den Bereichen Fachregister, Mehrsprachigkeit und Didaktik aufweisen, tatsächlich einen *sprachförderlicheren* Unterricht als Lehrkräfte mit geringer ausgeprägten Kompetenzen durchführen. Dies könnte beispielsweise mit dem im Rahmen von SIOP entwickelten Observation Protokoll, das eine Reihe an direkt beobachtbaren Verhaltensbeschreibungen beinhaltet, systematisch überprüft werden. Das SIOP-Beobachtungsinstrument beinhaltet einerseits Kriterien, die eher allgemeine didaktische, konstruktivistische Prinzipien widerspiegeln, z. B. die Ausrichtung des Unterrichts am Kenntnisstand der Schülerinnen und Schüler oder das explizite Aufgreifen von Vorwissen. Andererseits umfasst der Ansatz spezifisch auf Lernende mit gering ausgeprägten Sprachkompetenzen ausgerichtete Kriterien, die auf die Erweiterung ihrer sprachlichen Fertigkeiten abzielen (für eine Übersicht siehe Darsow et al., 2012). Dass die Ausbildung von Lehrkräften viel Zeit in Anspruch nimmt, zeigt eine Evaluation des SIOP-Ansatzes: Der Anteil an *high implementers*, die 75 % der SIOP-

Techniken umsetzen, lag *nach zwei Jahren* unter den ausgebildeten Lehrkräften bei 71 % im Vergleich zu 17 % in der Vergleichsgruppe (Short, Echevarría & Richards-Tutor, 2011).

Die Ergebnisse der vorliegenden Arbeit lassen unter Berücksichtigung mathematikdidaktischer Überlegungen den Schluss zu, dass in der Ausbildung von Mathematiklehrkräften, nicht nur fächerübergreifende Prinzipien (wie z. B. Scaffolding) vermittelt werden sollte, sondern auch Wissen über spezifische sprachliche Anforderungen für verschiedene mathematische Inhaltsbereiche. Letztendlich bleibt die entscheidende Frage, ob ein Fachunterricht, der den vorgeschlagenen Prinzipien (SIOP, Scaffolding o.Ä.) folgt, dabei die Fachspezifika berücksichtigt und von Lehrkräften mit hohen Kompetenzen im Bereich Sprachförderung bzw. Sprachbildung (z. B. nach dem DaZKom-Kompetenzmodell) durchgeführt wird, auch zu besseren fachlichen und sprachlichen Leistungen der Schülerinnen und Schüler führt. Hier besteht ein Bedarf an kontrollierten experimentellen Studien, in denen Trainingsprogramme für Fachlehrkräfte umgesetzt und – nach erfolgreicher Implementation – die Auswirkungen auf die Leistungsentwicklung der Schülerinnen und Schüler überprüft werden.



## 5.5 Literatur

- Abedi, J. & Lord, C. (2001). The language factor in mathematics tests. *Applied Measurement in Education*, 14 (3), 219-234.
- Baumann, B. & Becker-Mrotzek, M. (2014). *Sprachförderung und Deutsch als Zweitsprache an deutschen Schulen: Was leistet die Lehrerbildung?* Mercator-Institut für Sprachförderung und Deutsch als Zweitsprache (Hrsg.). Zugriff am 29.19.2015 unter [http://www.mercator-institut-sprachfoerderung.de/fileadmin/user\\_upload/Mercator-Institut\\_Was\\_leistet\\_die\\_Lehrerbildung\\_03.pdf](http://www.mercator-institut-sprachfoerderung.de/fileadmin/user_upload/Mercator-Institut_Was_leistet_die_Lehrerbildung_03.pdf)
- Baumert, J. & Schümer, G. (2001). Familiäre Lebensverhältnisse, Bildungsbeteiligung und Kompetenzerwerb. In Deutsches PISA-Konsortium (Hrsg.), *PISA 2000: Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern im internationalen Vergleich* (S. 323-410). Opladen: Leske + Budrich.
- Becker, M., Lüdtke, O., Trautwein, U. & Baumert, J. (2006). Leistungszuwachs in Mathematik: Evidenz für einen Schereneffekt im mehrgliedrigen Schulsystem? *Zeitschrift für pädagogische Psychologie*, 20 (4), 233-242.
- Becker-Mrotzek, M., Schramm, K., Thürmann, E. & Vollmer, H. J., (2013). Einleitung. In M. Becker-Mrotzek, K. Schramm, E. Thürmann & H. J. Vollmer (Hrsg.), *Sprache im Fach: Sprachlichkeit und fachliches Lernen* (S. 151-166). Münster: Waxmann.
- Blömeke, S., Suhl, U. & Döhrmann, M. (2012). Zusammenfügen was zusammengehört: Kompetenzprofile am Ende der Lehrerausbildung im internationalen Vergleich. *Zeitschrift für Pädagogik*, 4, 422-440.
- Blum, W. (2010). Modellierungsaufgaben im Mathematikunterricht: Herausforderung für Schüler und Lehrer. *PM : Praxis der Mathematik in der Schule*, 52 (34), 42-48.
- Bollen, K. A. (1989). *Structural Equations with Latent Variables*. New York: Wiley.
- Boonen, A. J. H., Schoot, M. van der, Wesel, F. van, Vries, M. H. de & Jolles, J. (2013). What underlies successful word problem solving? A path analysis in sixth grade students. *Contemporary Educational Psychology*, 38, 271-279.
- Bortz, J. & Döring, N. (2003). *Forschungsmethoden und Evaluation*. Berlin: Springer.

- Bundesamt für Migration und Flüchtlinge (2010). *Bundesweites Integrationsprogramm, Angebote der Integrationsförderung in Deutschland – Empfehlung zu ihrer Weiterentwicklung*. Zugriff am 29.10.2015 unter [http://www.bamf.de/SharedDocs/Anlagen/DE/Downloads/Infothek/Integrationsprogramm/bundesweitesintegrationsprogramm.pdf?\\_\\_blob=publicationFile](http://www.bamf.de/SharedDocs/Anlagen/DE/Downloads/Infothek/Integrationsprogramm/bundesweitesintegrationsprogramm.pdf?__blob=publicationFile)
- Bund-Länderinitiative zur Sprachförderung, Sprachdiagnostik und Leseförderung (2012). *Expertise: Bildung durch Sprache und Schrift*. Zugriff am 29.10.2015 unter <http://www.biss-sprachbildung.de/pdf/BiSS-Expertise.pdf>
- Carroll, J. B. (1973). Ein Modell schulischen Lernens. In W. Edelstein & D. Hopf (Hrsg.), *Bedingungen des Bildungsprozesses: Psychologische und pädagogische Forschungen zum Lehren und Lernen in der Schule* (S. 234-250). Stuttgart: Klett.
- Chang, M., Singh, K. & Filer, K. (2009). Language factors associated with achievement grouping in math classrooms: A cross-sectional and longitudinal study. *School Effectiveness and School Improvement*, 20 (1), 27-45.
- Cobb, P., Yackel, E., & Mc Clain, K. (2000). *Symbolizing and communicating in mathematics classrooms: Perspectives on discourse, tools and instructional design*. Mahwah NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Darsow, A., Paetsch, J. & Felbrich, A. (2012). Konzeption und Umsetzung der fachbezogenen Sprachförderung im BeFo-Projekt. In S. Jeuk & J. Schäfer (Hrsg.), *Deutsch als Zweitsprache in Kindertageseinrichtungen und Schulen* (S. 215-234). Stuttgart: Fillibach bei Klett.
- Darsow, A., Paetsch, J., Stanat, P. & Felbrich, A. (2012). Ansätze der Zweitsprachförderung: Eine Systematisierung. *Unterrichtswissenschaft*, 40 (1), 64-82.
- Darsow, A., Wagner, F. & Paetsch, J. (eingereicht). Konzept für die empirische Untersuchung der Berliner DaZ-Module. In M. Becker-Mrotzek, P. Rosenberg, C. Schroeder & A. Witte (Hrsg.), *DaZ in der Lehrerbildung – Modelle und Handlungsfelder*. Manuskript eingereicht zur Publikation.
- DeMauro, G. (1992). Examination of the relationships among TSE, TWE and TOEFL scores. *Language Testing*, 9 (2), 149-161.

- Dirim, İ. (2005). Deutsch lernen auf der Grundlage der Erstsprache Türkisch. In H. Bartnitzky & A. Speck-Hamdan (Hrsg.), *Deutsch als Zweitsprache lernen* (S. 53-57). Frankfurt a. M.: Grundschulverband.
- Duarte, J., Gogolin, I. & Kaiser, G. (2011). Sprachlich bedingte Schwierigkeiten von mehrsprachigen Schülerinnen und Schülern bei Textaufgaben. In S. Prediger & E. Özdil (Hrsg.), *Mathematiklernen unter Bedingungen der Mehrsprachigkeit: Stand und Perspektiven der Forschung und Entwicklung in Deutschland* (S. 35-54). Münster: Waxmann.
- Dubowy, M., Ebert, S., Maurice, J. von, & Weinert, S. (2008). Sprachlich-kognitive Kompetenzen beim Eintritt in den Kindergarten: Ein Vergleich von Kindern mit und ohne Migrationshintergrund. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, 40 (3), 124-133.
- Duncan, G. J., Claessens, A., Huston, A. C., Pagani, L. S., Engel, M., Sexton, H. et al. (2007). School readiness and later achievement. *Developmental Psychology*, 43, 1428–1446.
- Echevarría, J. J., Vogt, M. & Short, D. J. (2007). *Making content comprehensible for English learners: The SIOP Model*. Boston: Allyn & Bacon.
- Esser, H. (2006). *Sprache und Integration: Die sozialen Bedingungen und Folgen des Spracherwerbs von Migranten*. Frankfurt a. M.: Campus.
- Gibbons, P. (2002). *Scaffolding language, scaffolding learning: Teaching second language learners in the mainstream classroom*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Gibbons, P. (2006). Unterrichtsgespräche und das Erlernen neuer Register in der Zweitsprache. In P. Mecheril & T. Quehl (Hrsg.), *Die Macht der Sprachen: Englische Perspektiven auf die mehrsprachige Schule* (S. 269-290). Münster: Waxmann.
- Gogolin, I., Dirim, İ., Klinger, T., Lange, I., Lengyel, D., Michel, U. et al. (2011). *Förderung von Kindern und Jugendlichen mit Migrationshintergrund FörMig: Bilanz und Perspektiven eines Modellprogramms* (FörMig-Edition Bd. 7). Münster: Waxmann.
- Gorgorio, N. & Planas, N. (2001). Teaching mathematics in multilingual classrooms. *Educational Studies in Mathematics*, 47 (1), 7-33.

- Grimm, K. J. (2008). Longitudinal associations between reading and mathematics. *Developmental Neuropsychology*, 33 (3), 410-426.
- Haag, N., Heppt, B., Roppelt, A. & Stanat, P. (2014). Linguistic simplification of mathematics items: Effects for language minority students in Germany. *European Journal of Psychology of Education*, 30 (2), 145-167.
- Haag, N., Heppt, B., Stanat, P., Kuhl, P. & Pant, H. A. (2013). Second language learners' performance in mathematics: Disentangling the effects of academic language features. *Learning and Instruction*, 1-40.
- Haberzettl, S. & Wulff, N. (2014). In kurzer Zeit zum Erfolg – der kompetente L2-Lerner. In I. Petersen & B. Lütke (Hrsg.), *Deutsch als Zweitsprache – erwerben, lernen und lehren* (S. 15-33). Stuttgart: Fillibach bei Klett.
- Halliday, M. A. K. (1978). *Language as social semiotic: The social interpretation of language and meaning*. London: Edward Arnold.
- Heinze, A., Herwartz-Emden, L., Braun, C. & Reiss, K. (2011). Die Rolle von Kenntnissen der Unterrichtssprache beim Mathematiklernen. In S. Prediger & E. Özdil (Hrsg.), *Mathematiklernen unter Bedingungen der Mehrsprachigkeit. Stand und Perspektiven der Forschung und Entwicklung in Deutschland* (S. 11-33). Münster: Waxmann.
- Hopf, D. (2005). Zweisprachigkeit und Schulleistung bei Migrantenkindern. *Zeitschrift für Pädagogik*, 51 (2), 236-251.
- Jeuk, S. (2010). *Deutsch als Zweitsprache in der Schule: Grundlagen - Diagnose – Förderung*. Stuttgart: Kohlhammer.
- Kempert, S., Edele, A., Rauch, D., Wolf, K. M., Paetsch, J., Darsow, A. et al. (2016). Die Rolle der Sprache für zuwanderungsbezogene Ungleichheiten im Bildungserfolg. In C. Diehl et al. (Hrsg.), *Ethnische Ungleichheiten im Bildungsverlauf* (S. 157- 241). Wiesbaden: Springer.
- Kempert, S., Saalbach, H. & Hardy, I. (2011). Cognitive benefits and costs of bilingualism in elementary school students: The case of mathematical word problems. *Journal of Educational Psychology*, 103 (3), 547-561.

- Kieffer, M. J., Lesaux, N. K., Rivera, M. & Francis, D. J. (2009). Accommodations for English language learners taking large-scale assessments: A meta-analysis on effectiveness and validity. *Review of Educational Research*, 79, 1168-1201.
- Kultusministerkonferenz (2010). *Ländergemeinsame inhaltliche Anforderungen für die Fachwissenschaften und Fachdidaktiken in der Lehrerbildung* (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 16.10.2008 i.d.F. vom 09.10.2014). Zugriff am 29.10.2015 unter [http://www.akkreditierungsrat.de/fileadmin/Seiteninhalte/Kultusministerkonferenz/Vorgaben/Kultusministerkonferenz\\_Lehrerbildung\\_inhaltliche\\_Anforderungen\\_aktuell.pdf](http://www.akkreditierungsrat.de/fileadmin/Seiteninhalte/Kultusministerkonferenz/Vorgaben/Kultusministerkonferenz_Lehrerbildung_inhaltliche_Anforderungen_aktuell.pdf)
- Kultusministerkonferenz (2004). *Standards für die Lehrerbildung: Bildungswissenschaften* (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 16.12.2004 i. d. F. vom 12.06.2014). Zugriff am 29.10.2015 unter [http://www.Kultusministerkonferenz.org/fileadmin/veroeffentlichungen\\_beschluesse/2004/2004\\_12\\_16-Standards-Lehrerbildung-Bildungswissenschaften.pdf](http://www.Kultusministerkonferenz.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2004/2004_12_16-Standards-Lehrerbildung-Bildungswissenschaften.pdf)
- Köker, A., Rosenbrock, S., Ohm, U., Ehmke, T., Hammer, S., Koch-Priewe, B. et al. (2015). DaZKom – Ein Modell von Lehrerkompetenz im Bereich Deutsch als Zweitsprache. In B. Koch-Priewe, A. Köker, J. Seifried & E. Wuttke (Hrsg.), *Kompetenzerwerb an Hochschulen: Modellierung und Messung von Kompetenzen. Zur Professionalisierung angehender Lehrerinnen und Lehrer sowie frühpädagogischer Fachkräfte* (S. 177-205). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
- Krajewski, K., Schneider, W. & Nieding, G. (2008). Zur Bedeutung von Arbeitsgedächtnis, Intelligenz, phonologischer Bewusstheit und früher Mengen-Zahlen-Kompetenz beim Übergang vom Kindergarten in die Grundschule. *Psychologie in Erziehung und Unterricht*, 55, 118-131.
- Kunnan, A. J. (1994). Modelling relationships among some tests-taker characteristics and performance on EFL tests: An approach to construct validation. *Language Testing*, 11, 225-251.
- Kyttälä, M., Aunio, P., Lepola, J. & Hautamäki, J. (2014). The role of the working memory and language skills in the prediction of word problem solving in 4- to 7-year-old children. *Educational Psychology*, 34 (6), 674-696.

- Lawler, E. E. (1968). A correlational-causal analysis of the relationship between expectancy attitudes and job performance. *Journal of Applied Psychology*, 52, 462-468.
- Lehmann, R. H. & Lenkeit, J. (2008). *Element. Erhebung zum Lese- und Mathematikverständnis. Entwicklung in den Jahrgangsstufen 4 bis 6 in Berlin: Sprachkompetenz als 31 Abschlussbericht über die Untersuchungen 2003, 2004 und 2005 an Berliner Grundschulen und grundständigen Gymnasien*. Berlin: Humboldt-Universität zu Berlin.
- Leisen, J. (2013). *Handbuch Sprachförderung im Fach Sprachsensibler Fachunterricht in der Praxis*. Stuttgart: Klett
- Leutner, D., Klieme, E., Meyer, K. & Wirth, J. (2004). Problemlösen. In M. Prenzel, J. Baumert, W. Blum, R. Lehmann, D. Leutner, M. Neubrand et al. (Hrsg.), *PISA 2003. Der Bildungsstand der Jugendlichen in Deutschland – Ergebnisse des zweiten internationalen Vergleichs* (S. 147-175). Münster: Waxmann.
- Linneweber-Lammerskitten, H. (2013). Sprachkompetenz als integrierter Bestandteil der mathematical literacy? In M. Becker-Mrotzek, K. Schramm, E. Thürmann & H. J. Vollmer (Hrsg.), *Sprache im Fach: Sprachlichkeit und fachliches Lernen* (S. 151-166). Münster: Waxmann.
- Martiniello, M. (2007). *Linguistic complexity and differential item functioning DIF for English language learners in math problems*. Dissertation. Harvard Graduate School of Education.
- Meyer, M. (2014). Zur Bedeutung der (Fach-)Sprache im Mathematikunterricht der Sekundarstufen. Forderung und Förderung eines sprachsensiblen Unterrichts. In M. Michalak (Hrsg.), *Sprache als Lernmedium in allen Fächern* (S. 53-71). Hohengehren: Schneider.
- Moschkovich, J. (2002). A situated and sociocultural perspective on bilingual mathematics learners. *Mathematical Thinking and Learning*, 4, 189-212.
- Mücke, S. (2007). Einfluss personeller Eingangsvoraussetzungen auf Schülerleistungen im Verlauf der Grundschulzeit. In K. Möller, P. Hanke, C. Beinbrech, A. K. Hein, T. Kleickmann & R. Schages (Hrsg.), *Qualität von Grundschulunterricht: entwickeln, erfassen und bewerten* (S. 277-280). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.

- Paetsch, J., Wolf, K. M., Stanat, P., & Darsow, A. (2014). Sprachförderung von Kindern und Jugendlichen aus Zuwandererfamilien. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, 17, 315-347.
- Pfost, M., Karing, C., Lorenz, C., & Artelt, C. (2010). Schereneffekte im ein- und mehrgliedrigem Schulsystem: Differenzielle Entwicklung sprachlicher Kompetenzen am Übergang von der Grund- in die weiterführende Schule? *Zeitschrift für pädagogische Psychologie*, 24 (3-4), 259-272.
- Pöhlmann, C., Haag, N. & Stanat, P. (2013). Zuwanderungsbezogene Disparitäten. In H. A. Pant, P. Stanat, U. Schroeders, A. Roppelt, T. Siegle & C. Pöhlmann (Hrsg.), *IQB Ländervergleich 2012: Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen am Ende der Sekundarstufe I* (S. 297-329). Münster: Waxmann.
- Prediger, S. (2009). Zur Rolle der Sprache beim Mathematiklernen: Herausforderungen von Mehrsprachigkeit aus der Sicht einer Fachdidaktik. In R. S. Baur & D. Scholten-Akoun (Hrsg.), *Deutsch als Zweitsprache in der Lehrerbildung: Bedarf – Umsetzung – Perspektiven. Dokumentation der Fachtagungen zur Situation in Deutschland und in Nordrhein-Westfalen am 10. und 11. Dezember 2009* (S. 172-181). Zugriff am 29.10.2015 unter [http://www.fadaf.de/de/daf\\_angebote/daz/daz\\_in\\_der\\_lehrerbildung\\_juli\\_2010.pdf](http://www.fadaf.de/de/daf_angebote/daz/daz_in_der_lehrerbildung_juli_2010.pdf)
- Prediger, S. (2012). Mit Sprachenvielfalt rechnen. *Mundo – das Forschungsmagazin der Technischen Universität Dortmund*, 17, 32-36.
- Prediger, S. (2013). Darstellungen, Register und mentale Konstruktion von Bedeutungen und Beziehungen - mathematikspezifische sprachliche Herausforderungen identifizieren und be-arbeiten. In M. Becker-Mrotzek, K. Schramm, E. Thürmann & H. J. Vollmer (Hrsg.), *Sprache im Fach: Sprachlichkeit und fachliches Lernen* (S. 167-182). Münster: Waxmann.
- Prediger, S., & Wessel, L. (2011). Darstellen – Deuten – Darstellungen vernetzen: Ein fach- und sprachintegrierter Förderansatz für mehrsprachig Lernende im Mathematikunterricht. In S. Prediger & E. Özdil (Hrsg.), *Mathematiklernen unter Bedingungen der Mehrsprachigkeit – Stand und Perspektiven der Forschung und Entwicklung* (S. 163-184). Münster: Waxmann.

- Raykov, T., Tomer, A., & Nesselroade, J. R. (1991). Reporting structural equation modeling results in Psychology and Aging: Some proposed guidelines. *Psychology and Aging*, 6 (4), 499-503.
- Richter, D., Kuhl, P., Reimers, H. & Pant, H. A. (2012). Aspekte der Aus- und Fortbildung von Lehrkräften in der Primarstufe. In P. Stanat, H. A. Pant, K. Böhme & D. Richter (Hrsg.), *Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern am Ende der vierten Jahrgangsstufe in den Fächern Deutsch und Mathematik. Ergebnisse des IQB-Ländervergleichs 2011* (S. 237-250). Münster: Waxmann.
- Rjosk, C., Richter, D., Hochweber, J., Lüdtke, O., Klieme, E. & Stanat, P. (2014). Socioeconomic and language minority classroom composition and individual reading achievement: The mediating role of instructional quality. *Learning and Instruction*, 32, 63-72.
- Rösch, H. (2005). DaZ-Förderung in der Grundschule – ein Überblick. In H. Bartnitzky & A. Speck-Hamdan (Hrsg.), *Deutsch als Zweitsprache lernen* (S. 75-88). Frankfurt a. M.: Grundschulverband.
- Rösch, H. & Paetsch, J. (2011). Sach- und Textaufgaben in Mathematikunterricht als Herausforderung für mehrsprachige Kinder. In S. Prediger & E. Özdil (Hrsg.), *Mathematiklernen unter Bedingungen der Mehrsprachigkeit: Stand und Perspektiven der Forschung und Entwicklung in Deutschland* (S. 55-76). Münster: Waxmann.
- Rösch, H. & Stanat, P. (2011). Bedeutung und Form (BeFo): Formfokussierte und bedeutungsfokussierte Förderung in Deutsch als Zweitsprache. In N. Hahn & T. Roelcke (Hrsg.), *Grenzen überwinden mit Deutsch. Beiträge der 37. Jahrestagung DaF an der PH Freiburg* (S. 149–161). Göttingen: Universitätsverlag.
- Rost, D. H. & Hartmann, A. (1992): Lesen, Hören, Verstehen. *Zeitschrift für Psychologie*, 200, 345-361.
- Rost-Roth, M. & Glaab, T. (2012). Argumentieren und Begründen: Sprachliche Mittel bei Kindern mit Deutsch als Erst- und Zweitsprache. In: S. Jeuk & J. Schäfer (Hrsg.), *Deutsch als Zweitsprache in Kindertageseinrichtungen und Schulen. Analysen und Konzepte zu Unterricht und individueller Förderung. Beiträge aus dem 7. Workshop Kinder mit Migrationshintergrund* (S. 125-148). Stuttgart: Fillibach bei Klett.



- Ruwisch, S. (2014). Herausforderungen im Mathematikunterricht der Grundschule durch veränderte sprachliche Anforderungen. In M. Michalak (Hrsg.), *Sprache als Lernmedium im Fachunterricht. Theorien und Modelle für das sprachbewusste Lehren und Lernen* (S. 34-52). Baltmannsweiler: Schneider Verlag.
- Schleppegrell, M. J. (2004). *The language of schooling: A functional linguistics perspective*. Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Schwarzkopf, R. (2006). Elementares Modellieren in der Grundschule. In A. Büchter, H. Humenberger, S. Hußmann & S. Prediger (Hrsg.), *Realitätsnaher Mathematikunterricht – vom Fach aus und für die Praxis* (S. 95-105). Hildesheim: Franzbecker.
- Schwippert, K., Wendt, H. & Tarelli, I. (2012). Lesekompetenzen von Schülerinnen und Schülern mit Migrationshintergrund. In W. Bos, I. Tarelli, A. Bremerich-Vos & K. Schwippert (Hrsg.), *IGLU 2011: Lesekompetenzen von Grundschulkindern in Deutschland im internationalen Vergleich* (S. 191-207). Münster: Waxmann.
- Senatsverwaltung für Bildung, Wissenschaft und Forschung (2008). *Fachbrief Nr.2 Sprachförderung/ Deutsch als Zweitsprache*. Berlin: SenBWF.
- Short, D. J., Echevarria, J., & Richards-Tutor, C. (2011). Research on academic literacy development in sheltered instruction classrooms. *Language Teaching Research*, 15, 363-380.
- Stanat, P. (2006). Disparitäten im schulischen Erfolg: Analysen zur Rolle des Migrationshintergrunds. *Unterrichtswissenschaft* 34 (2), 98-124.
- Stanat, P. (2008). Heranwachsende mit Migrationshintergrund im deutschen Bildungswesen. In K. S. Cortina, J. Baumert, A. Leschinsky, K. U. Mayer & L. Trommer (Hrsg.), *Das Bildungswesen in der Bundesrepublik Deutschland* (S. 685-743). Reinbek: Rowohlt.
- Tarelli, I., Schwippert, K. & Stubbe, T. C. (2012). Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern mit Migrationshintergrund. In W. Bos, H. Wendt, O. Köller & C. Selzer (Hrsg.), *TIMSS 2011: Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen von Grundschulkindern in Deutschland im internationalen Vergleich* (S. 247-267). Münster: Waxmann.

- Triarchi-Herrmann, V. (2005). Deutsch lernen auf der Grundlage der Erstsprache Griechisch. In H. Bartnitzky & A. Speck-Hamdan (Hrsg.), *Deutsch als Zweitsprache lernen (58-66)*. Frankfurt a. M.: Grundschulverband.
- Ufer, S., Reiss, K. & Mehringer, V. (2013). Sprachstand, soziale Herkunft und Bilingualität: Effekte auf Facetten mathematischer Kompetenz. . In M. Becker-Mrotzek, K. Schramm, E. Thürmann & H. J. Vollmer (Hrsg.), *Sprache im Fach: Sprachlichkeit und fachliches Lernen* (S. 183-201). Münster: Waxmann.
- Verboom, L. (2008). Mit dem Rhombus nach Rom. Aufbau einer fachgebundenen Sprache im Mathematikunterricht der Grundschule. In C. Bainski & M. Krüger-Potratz (Hrsg.), *Handbuch Sprachförderung* (S. 95-112). Essen: Neue Deutsche Schule Verlag.
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society. The development of higher psychological processes*. Camebridge: Havard University Press.
- Walzebug, A. (2015). *Sprachlich bedingte soziale Ungleichheit*. Münster: Waxmann
- Webersik, J. (2015). *Gesprochene Schulsprache in der Primarstufe. Ein empirisches Verfahren zur Evaluation von Fördereffekten im Bereich Deutsch als Zweitsprache* (Dissertation). De Gryter Mouton
- Zydati, W. (2010). Parameter einer „bilingualen Didaktik“ für das integrierte Sach-Sprachlernen im Fachunterricht: die CLIL-Perspektive. In B. Ahrenholz (Hrsg.), *Fachunterricht und Deutsch als Zweitsprache* (S. 133-152). Tübingen: Narr Francke Attempo Verlag.

## ERKLÄRUNGEN

Hiermit versichere ich, die vorliegende Arbeit mit dem Titel *Der Zusammenhang zwischen sprachlichen und mathematischen Kompetenzen bei Kindern deutscher und bei Kindern nicht-deutscher Familiensprache* selbstständig angefertigt zu haben. Alle Hilfsmittel und sinngemäße sowie wörtliche Zitate, die bei der Erstellung der Arbeit verwendet wurden, sind unter Angabe der Quellen kenntlich gemacht. Die Arbeit ist in keinem früheren Promotionsverfahren angenommen oder abgelehnt worden.

Berlin, Januar 2016 \_\_\_\_\_

Jennifer Paetsch

## **Erklärung über den Eigenanteil an den veröffentlichten oder zur Veröffentlichung vorgesehenen eingereichten wissenschaftlichen Schriften innerhalb meiner Dissertationsschrift**

*Aufstellung der wissenschaftlichen Schriften:*

### *Studie 1*

Paetsch, J., Radmann, S., Felbrich, A., Lehmann, R. (im Druck). Sprachkompetenz als Prädiktor mathematischer Kompetenzentwicklung von Kindern deutscher und nicht-deutscher Familiensprache. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*.

### *Studie 2*

Paetsch, J., Felbrich, A. & Stanat, P. (2015). Der Zusammenhang von sprachlichen und mathematischen Kompetenzen bei Kindern mit Deutsch als Zweitsprache. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie*, 29 (1), 19–29.

### *Studie 3*

Paetsch, J., Felbrich, A. & Stanat, P. (im Druck). Longitudinale Zusammenhänge zwischen sprachlichen Kompetenzen und elementaren mathematischen Modellierungskompetenzen bei Kindern mit Deutsch als Zweitsprache. *Psychologie in Erziehung und Unterricht*.

*Darlegung des eigenen Anteils an diesen Schriften:*

Die Erhebung der Daten, die für die Studien 2 und 3 verwendet wurden, erfolgte im Rahmen des Projekts BeFo (*Bedeutung und Form. Fachbezogene und sprachsystematische Förderung in der Zweitsprache*). Das Projekt wurde mit Mitteln des Bundesministeriums für Bildung und Forschung unter den Förderkennzeichen 01GJ0906 (Freie Universität Berlin) und 01GJ0907 (Pädagogische Hochschule Karlsruhe) gefördert. Die Verfasserin hat aktiv an der Planung, Durchführung und Auswertung dieser Studie mitgearbeitet.

Die Datengrundlage der Studie 1 stammt aus der Studie *Erhebungen zum Lese- und Mathematikverständnis – Entwicklungen in den Jahrgangsstufen 4 bis 6 in Berlin* (ELEMENT) (Lehmann & Lenkeit, 2008). Es wurde der für Reanalysen zur Verfügung stehende Datensatz des Forschungsdatenzentrums des Instituts zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen (IQB) verwendet, der skalierte und imputierte Daten enthält.

### *zu Studie 1*

Konzeption: überwiegend

Literaturrecherche: vollständig

Datenauswertung: überwiegend

Ergebnisdiskussion: überwiegend

Erstellen des Manuskripts: vollständig

*zu Studie 2*

Konzeption: vollständig  
Literaturrecherche: vollständig  
Datenauswertung: vollständig  
Ergebnisdiskussion: überwiegend  
Erstellen des Manuskripts: vollständig

*zu Studie 3*

Konzeption: vollständig  
Literaturrecherche: vollständig  
Datenauswertung: vollständig  
Ergebnisdiskussion: überwiegend  
Erstellen des Manuskripts: vollständig

*Anschriften der Mitautorinnen und -autoren:*

Prof. Dr. Petra Stanat  
Institut zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen (IQB)  
Humboldt-Universität zu Berlin  
Unter den Linden 6, 10099 Berlin  
Petra.Stanat@hu-berlin.de

Dr. Anja Felbrich  
Gäßnerweg 27, 12103 Berlin  
Anja.Felbrich@hu-berlin.de

Susanne Radmann  
Deutsches Institut für Pädagogische Forschung (DIPF)  
Warschauer Straße 34-38, 10243 Berlin  
radmann@dipf.de

Prof. Dr. Dr. Rainer Lehmann  
Humboldt-Universität zu Berlin  
Philosophische Fakultät IV  
Unter den Linden 6, 10099 Berlin  
rlehmann@educat.hu-berlin.de

Berlin, Januar 2016

---

Jennifer Paetsch



## **LEBENS LAUF**

**Der Lebenslauf ist in der Online-Version aus Gründen des Datenschutzes nicht enthalten.**

## PUBLIKATIONSVERZEICHNIS

### *Beiträge in Zeitschriften und Sammelbänden*

- Darsow, A., Wagner, F. & Paetsch, J. (eingereicht). Konzept für die empirische Untersuchung der Berliner DaZ-Module. In M. Becker-Mrotzek, P. Rosenberg, C. Schroeder & A. Witte (Hrsg.), *DaZ in der Lehrerbildung – Modelle und Handlungsfelder*.
- Lütke, B., Wagner, F., Darsow, A., Börsel, A., Jostes, B. & Paetsch, J. (eingereicht). DaZ und Sprachbildung in der Berliner Lehrkräftebildung. *Die Deutsche Schule*.
- Kempert, S., Edele, A., Rauch, D., Paetsch, J., Darsow, A., Wolf, K., Maluch, J., & Stanat, P. (2016). Die Rolle der Sprache für zuwanderungsbezogene Ungleichheiten im Bildungserfolg. In C. Diehl, C. Hunkler & C. Kristen (Hrsg.), *Ethnische Ungleichheiten im Bildungsverlauf: Mechanismen, Befunde, Debatten* (S.157-241). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.
- Paetsch, J., Felbrich, A. & Stanat, P. (im Druck). Longitudinale Zusammenhänge zwischen sprachlichen Kompetenzen und elementaren mathematischen Modellierungskompetenzen bei Kindern mit Deutsch als Zweitsprache. *Psychologie in Erziehung und Unterricht*.
- Paetsch, J., Radmann, S., Felbrich, A. & Lehmann, R. (im Druck). Sprachkompetenz als Prädiktor mathematischer Kompetenzentwicklung von Kindern deutscher und nicht-deutscher Familiensprache. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*.
- Paetsch, J., Felbrich, A. & Stanat, P. (2015). Der Zusammenhang von sprachlichen und mathematischen Kompetenzen bei Kindern mit Deutsch als Zweitsprache. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie*, 29 (1), 19–29.
- Webersik, J. & Paetsch, J. (2014). Empirische Zugänge zur Analyse latenter Zusammenhangsstrukturen in der Sprachproduktion von Kindern mit Deutsch als Zweitsprache. In B. Lütke & I. Petersen (Hrsg.), *Deutsch als Zweitsprache – erwerben, lernen und lehren* (S. 177-193). Stuttgart: Fillibach bei Klett.



- Paetsch, J., Wolf, K. M., Stanat, P. & Darsow, A. (2014). Sprachförderung von Kindern und Jugendlichen aus Zuwandererfamilien. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, 17, 315–347.
- Marx, A., Katrin, W., Paetsch, J., Darsow, A., Felbrich A. (2014). Förderung von Teilfertigkeiten der Lesekompetenz bei Kindern mit Zuwanderungshintergrund. In R. Valentin & Tarelli, I. (Hrsg.), *Lesekompetenz nachhaltig stärken – Evidenzbasierte Maßnahmen und Programme*. Berlin: DGLS.
- Paetsch, J. & Reichert, D. (2014). Potenziale nutzen mit Liquid Democracy. In M. Friedrichsen & R.A. Kohn (Hrsg.), *Liquid Democracy: Digitale Politikvermittlung – Chancen und Risiken interaktiver Medien*. Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.
- Paetsch, J. & Reichert, D. (2012). Liquid Democracy – neue Wege der politischen Partizipation. *Vorgänge*, 51, (4), 15-22.
- Darsow, A., Paetsch, J. & Felbrich, A. (2012). Konzeption und Umsetzung der fachbezogenen Sprachförderung im BeFo-Projekt. In S. Jeuk & J. Schäfer (Hrsg.), *Deutsch als Zweitsprache in Kindertageseinrichtungen und Schulen* (S. 215-234). Stuttgart: Fillibach bei Klett.
- Felbrich, A., Stanat, P., Paetsch, J. & Darsow, A. (2012). Das Erkenntnispotenzial experimenteller Studien zur Untersuchung der Wirksamkeit von Sprachfördermaßnahmen. In B. Ahrenholz (Hrsg.), *Einblicke in die Zweitspracherwerbsforschung und ihre methodischen Verfahren* (S. 145-172). Berlin: De Gruyter Mouton.
- Felbrich, A., Darsow, A., Paetsch, J. & Stanat, P. (2012). Die BeFo-Interventionsstudie - Sprachsystematische und fachbezogene Sprachförderung in der Grundschule. In: F. Hellmich, S. Förster & F. Hoya (Hrsgs.), *Bedingungen des Lehrens und Lernens in der Grundschule. Tagungsband Sektionstagung Grundschulpädagogik 2012* (S. 211-214), Paderborn: Springer.
- Darsow, A., Paetsch, J., Stanat, P. & Felbrich, A. (2012). Ansätze der Zweitsprachförderung: Eine Systematisierung. *Unterrichtswissenschaft*, 40 (1), 64-82.
- Rösch, H. & Paetsch, J. (2011). Sach- und Textaufgaben im Mathematikunterricht als Herausforderung für mehrsprachige Kinder. In S. Prediger & E. Özdil (Hrsg.), *Mathematik-*

*lernen unter Bedingungen der Mehrsprachigkeit – Stand und Perspektiven zu Forschung und Entwicklung in Deutschland* (S.55-76). Münster: Waxmann.

Schneider, M., Grabner, R. H., & Paetsch, J. (2009). Mental number line, number line estimation, and mathematical achievement: Their interrelations in grades 5 and 6. *Journal of Educational Psychology*, 101(2), 359-372.

Günther, A. & Paetsch, J. (2006). Die 360°-Einschätzung im Internet. In: Klauk, B. & M. Stangel-Meseke (Hrsg.), *Mit Werten wirtschaften – mit Trends trumpfen* (S.209-224). Lengerich: Pabst Science Publishers.

#### *Sonstiges*

Treutner, N., Reichert, D. & Paetsch, J. (2014). Onlinebeteiligung im Bundestag: enquetebeteiligung.de. In S. Haselbeck (Hrsg.), *Legislative 2.0. Das offene und vernetzte Parlament. Open Government Factsheet #2* (S.15-17). Berlin: co:llaboratory. pdf

Paetsch, J., Wolf, K. M. & Stanat, P. (2010). *Förderung von Kindern und Jugendlichen aus Zuwandererfamilien* [unveröffentlichte Expertise für den Expertenrat „Herkunft und Bildungserfolg“ im Auftrag des Ministeriums für Kultus, Jugend und Sport des Landes Baden-Württemberg].

## ABSTRACT

This study aimed at gaining new insights into the relationship between language and mathematics skills. The focus was on students whose families do not speak German at home, since it is believed that language difficulties are a major factor in explaining the lower average mathematical competencies of these adolescents. In the context of this study, three sub-studies were conducted in which the relationships between different linguistic competencies and mathematical skills were analyzed. In addition, the disparities between children of families who do not speak German and children of German-speaking families were analyzed.

The objective of sub-study 1 was to analyze the impact of reading skills on the development of mathematics skills using a longitudinal study. Furthermore, the sub-study investigated whether children of non-German speakers, taking into account the socio-economic status (SES) and their general cognitive skills, made less progress in mathematics than children of German-speaking families. As expected, the study showed that reading skills, even when controlling for SES and general cognitive skills, not only showed a significant correlation with the mathematical base skills, but also made a significant contribution to predicting the learning gains in mathematics. Although the existing differences in mathematical skills between children of families who do not speak German and those of German-speaking families could be partly explained by their reading skills, the disparities did not increase after controlling for SES and general cognitive skills.

Sub-study 2 tried to answer the question, which particular linguistic competencies correlate with the mathematical achievement of children of families who do not speak German. Taking the general cognitive skills into account, it turned out that reading comprehension and vocabulary, but not grammar skills were related to mathematical achievement. Mathematical vocabulary skills were positively associated with all three linguistic competencies under examination. Moreover, the results show that not only the competencies in linguistically demanding, but also the competencies in linguistically less demanding math tasks were related to the linguistic skills of learners.

Sub-study 3 applied latent change modeling to investigate the longitudinal relationship between language skills and solving word problems of second language learners. A correlation with solving word problems was not only shown for reading comprehension, but also for grammar skills. While the language skills at the beginning of the study made no signifi-

cant contribution in explaining the development of solving word problems in the course of the third grade, the changes in reading comprehension and changes in grammar skills were positively associated with the development of solving word problems.

The results of this study support the notion that competencies in the language of instruction are important for acquiring mathematical skills. New insights could be gained regarding the relationship between different linguistic competencies and different mathematical content areas for children of families who do not speak German. Furthermore, it was shown that the language skills of students are a significant predictor of learning gains in mathematics. The study provides clues for possible activities to help students who are facing difficulties in acquiring mathematical skills due to less well-developed language skills.