

Appendix A

Zusammenfassung

Grundlage dieser Arbeit ist die *bedingte Mittelung* schneller Freiheitsgrade [43]. Dabei betrachtet man Gradientensysteme mit verschiedenen Zeitskalen: langsame Freiheitsgrade, die sich auf einer Zeitskala $\text{ord}(1)$ bewegen und schnelle Freiheitsgrade auf einer Zeitskala $\text{ord}(\epsilon)$. Unter bestimmten Bedingungen können die schnellen Variablen gemäß ihrer invarianten Verteilung aus der ursprünglichen Bewegungsgleichung eliminiert werden. Beobachtet man aber Metastabilitäten in den schnellen Freiheitsgraden, wird die gemittelte Dynamik keine gute Approximation der tatsächlichen Dynamik liefern. Dieses Problem kann jedoch gelöst werden, wenn man das Mittelungsverfahren auf die jeweiligen metastabilen Untermengen des schnellen Zustandsraumes einschränkt und die resultierenden reduzierten Bewegungsgleichungen mithilfe eines Sprungprozesses koppelt; die zugehörige Ratenmatrix bestimmt sich aus den tatsächlichen Übergängen des schnellen Prozesses zwischen den metastabilen Mengen.

Die Arbeit gliedert sich in zwei Teile. Ziel des ersten Teils (Kapitel 2) ist es, ein tieferes Verständnis der Sprungprozesse im bedingt gemittelten System zu entwickeln. Die Idee ist dabei, die schnelle Dynamik in den metastabilen Mengen durch Ornstein-Uhlenbeck-Prozesse (OU-Prozesse) zu approximieren, wobei man die Kopplung zwischen den OU-Prozessen durch asymptotische Betrachtungen der mittleren Austrittszeiten aus den metastabilen Mengen erhält.

Im zweiten Teil der Arbeit (Kapitel 3) werden die ursprünglichen Annahmen gelockert, die der bedingten Mittelung zugrundeliegen. Die Strategie bei der Herleitung der reduzierten Systeme besteht in der Mehrskalenasymptotik der assoziierten Fokker-Planck Gleichung unter Trennung *aller* vorhandenen Zeitskalen: langsame Dynamik, schnelle Dynamik, metastabile Übergänge in Richtung der langsamen Freiheitsgrade und von schnellen Freiheitsgraden induzierte Übergänge. Abhängig vom Verlauf der metastabilen Mengen und den Zeitskalen für die Übergänge zwischen den Mengen, erhält man verschiedene reduzierte Modelle.

