

Masterarbeit

Im Masterstudiengang für das Lehramt an Integrierten
Sekundarschulen und Gymnasien im Fachbereich Mathematikdidaktik
an der Freien Universität Berlin

Auf den Spuren der Kernidee als Instrument des Dialogischen Lernens

-

**Ist ein universeller Kernideenkatalog für den
Mathematikunterricht möglich und sinnvoll?**

Erstgutachterin: Prof. Dr. Brigitte Lutz-Westphal

Zweitgutachter: Dr. Benedikt Weygandt

Vorgelegt von Lea Martens

Berlin, den 10.05.2021

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	1
2. Dialogisches Lernen als Unterrichtskonzept.....	4
2.1. Grundideen des Konzepts	4
2.2. Instrumente des Dialogischen Lernens.....	6
3. Die Kernidee als Instrument des dialogischen Lernens.....	11
3.1. Die Kernidee in der Literatur	11
3.1.1. Persönlicher Aspekt	12
3.1.2. Fachlicher Aspekt.....	13
3.1.3. Klassierung.....	15
3.1.4. Wandelbarkeit	15
3.1.5. Funktion.....	16
3.1.6. Zusammenfassender Aspekt.....	18
3.2. Generierung einer Kernidee nach Urs Ruf und Peter Gallin.....	20
3.2.1. Zufällige Generierung	20
3.2.2. Generierung mit bestimmter Vorgehensweise.....	21
3.3. Beispiele für Kernideen in der Literatur	25
4. Der Weg zur Kernidee am Beispiel zweier Lehrplanthemen	26
4.1. Lineare Funktionen.....	26
4.1.1. Sachanalyse	26
4.1.2. Der Weg zu einer Kernidee /dialogische Sachanalyse	28
4.1.3. Kernideen.....	31
4.2. Baumdiagramme in der Wahrscheinlichkeitsrechnung	31
4.2.1. Sachanalyse	31
4.2.2. Weg zur Kernidee /dialogische Sachanalyse.....	33
4.2.3. Kernideen.....	35
4.3. Fazit.....	35
5. Diskussion über die Kernidee.....	37
5.1. Das Kernideenproblem	37
5.2. Die Idee des Kernideen-Katalogs für den Mathematikunterricht	38
5.3. Exemplarischer Kernideenkatalog	40
6. Ergebnisse und Fazit.....	42
7. Literaturverzeichnis.....	45

1. Einleitung

In der Schule treffen lauter einzigartige Persönlichkeiten aufeinander. Dies ist eine Tatsache die sich daraus ergibt, dass jeder Mensch auf der Welt, inklusive jeder Schülerin, jedes Schülers und jeder Lehrperson, einzigartig ist. Der Gedanke ist sehr grundlegend und wichtig, weshalb er auch unbedingt bei der Unterrichtsgestaltung bedacht werden sollte.

So vielfältig wie die Lernenden selbst sind, so unterschiedlich sind auch ihre Voraussetzungen, die sie mit in den Unterricht bringen. Die Schülerinnen und Schüler unterscheiden sich dabei nicht nur in ihren Leistungen und ihrem Vorwissen voneinander, sondern auch in ihrer Kultur, ihren Gedanken und Wünschen.

Durch diese verschiedenen Voraussetzungen der Lernenden ist es nicht verwunderlich, dass auch alle auf unterschiedliche Weise und in unterschiedlicher Geschwindigkeit lernen. Somit ist es auch nicht überraschend, dass nach Helmke ein sensibler „Umgang mit Heterogenität“, unter dem Überbegriff „Passung“ (2006, S. 45), nicht nur eines der Merkmale für guten Unterricht darstellt, sondern nach ihm sogar das „Schlüsselmerkmal“ ist (Helmke, 2006, S.45). Mittlerweile kann davon ausgegangen werden, dass „ein Unterricht, der die Verschiedenheit der Schülerinnen und Schüler produktiv nutzt und ihn zum expliziten Lerninhalt selbst macht [...], für alle Schülerinnen und Schüler, auch für die Leistungsstärkeren, von Vorteil sein“ kann (Scharenberg, 2012, zitiert nach Bohl, 2017, S. 260).

Aus der Annahme heraus, dass sämtliche Lernende auf unterschiedliche Weise am besten lernen, ergibt sich dann die mittlerweile verbreitete Annahme, dass man den Schülerinnen und Schülern nicht einfach Wissen erfolgreich nach dem „Nürnberger Trichter“ verabreichen kann. Im Gegenteil dazu wird besonders gut gelernt, wenn sich die Lernenden die Inhalte selbst erarbeiten (Helmke, 2006, S. 45; Göhlich und Zirfas, 2007, S. 25-26), da dadurch automatisch eine gewisse Differenzierung erfolgt.

So soll zum Beispiel das entdeckende Lernen, in Anlehnung an die Ideen des Konstruktivismus, entscheidende Vorteile beim Wissenserwerb bringen (Göhlich und Zirfas, 2007, S. 25; Winter, 2016, S. 1). Insbesondere schreibt Winter in Bezug auf den Mathematikunterricht, dass das Lernen umso erfolgreicher ist, „je mehr es im Sinne eigener aktiver Erfahrungen betrieben wird, je mehr der Fortschritt im

Wissen, Können und Urteilen des Lernenden auf selbstständigen entdeckenden Unternehmungen beruht“ (Winter, 2016, S. 1).

Für die Zukunft ist abzusehen, dass die Heterogenität in deutschen Schulklassen, unter anderem auf Grund von Zuwanderung, Inklusion und Flexibilisierung von Bildungsgängen, weiter zunimmt (Bohl, 2017, S. 267). Dies, in Verbindung mit den in den vorigen Absätzen genannten Punkten, macht es äußerst wichtig ein Unterrichtskonzept zu betrachten, das diesen Ideen gerecht wird.

Ein solches Konzept ist das Dialogische Lernen nach Urs Ruf und Peter Gallin. Es schafft „Entwicklungsmöglichkeiten [...] für unterschiedlichste Persönlichkeiten, Unterrichtsstile, Lerntypen und Begabungsniveaus“ (Ruf und Gallin, 2003b, S. 8). Lernende haben die Möglichkeit individuell ein Stoffgebiet zu erfahren, in dem sie im schriftlichen Dialog, mit der Lehrperson und Klassenkameraden, Inhalte erarbeiten. Dabei kann die Lehrkraft jedem Schüler und jeder Schülerin gezielt personalisierte Aufträge je nach Bedarf stellen. Durch individuelle Rückmeldungen und ständiges Austauschen mit den Mitlernenden wird ein gemeinsamer Konsens am Ende einer Lerneinheit gewährleistet (Ruf, 2008b, S. 245; Ruf und Gallin, 2003a, S. 25).

Der Einstieg in den dialogischen Unterricht, bzw. in den Kreislauf des Dialogischen Lernens erfolgt durch die Kernidee der Lehrperson zum jeweiligen Unterrichtsinhalt (Ruf und Gallin, 2003a, S. 55; Ruf und Gallin, 2003b, S. 12). Diese soll den Witz an der Sache auf den Punkt bringen (Ruf und Gallin, 2003b, S. 28) und somit nicht nur den Lernenden, sondern auch der Lehrperson motivierend und begleitend zur Seite stehen.

Es erinnert an die mathematischen Grundvorstellungen, die einerseits das Wesentliche des mathematischen Inhalts beschreiben und zusätzlich den kognitiven Fähigkeiten der Lernenden angepasst sein sollen (Blum und vom Hofe, 2016, S. 227). Bei der Kernidee ist nach Ruf und Gallin (2003a, S. 59-63; 2003b, S. 17-19) hierbei aber auch der persönliche Bezug der Lehrperson zum Stoff höchst relevant bzw. soll die Kernidee auch beinhalten, was für die Lehrkraft das Besondere an dem jeweiligen Inhalt ist. Es wird vorausgesetzt, dass die Lehrkraft durch die persönliche Bindung zur Kernidee eine besondere Begeisterung für diese mit sich bringt. Dies wird insbesondere wichtig, wenn man sich erneut Helmkes Kriterien für guten Unterricht (Helmke, 2006, S. 45) anschaut. Nach ihm ist es

einfacher und erfolgreicher Wissen zu vermitteln, wenn man selbst als Lehrperson Spaß am Stoff hat und mit Enthusiasmus und Freude unterrichtet.

Selbst habe ich vom dialogischen Lernen zum ersten Mal während des Seminars Entwicklung, Evaluation & Forschung (im Wintersemester 2019/2020, im Rahmen der Fachdidaktik Mathematik) gehört, welches von Frau Prof. Dr. Lutz-Westphal geleitet wurde. In diesem Seminar haben wir uns sowohl mit der Theorie als auch mit der Praxis des dialogischen Lernens beschäftigt. Seitdem sehe ich im dialogischen Lernen eine großartige Möglichkeit differenziert zu fördern, die Gedanken und Entwicklungen der Lernenden zu einem bestimmten Unterrichtsinhalt zu verfolgen und durch individuelle Aufträge und Rückmeldungen deren Motivation und Lernerfolg zu steigern. Die praktische Arbeit mit Lerntagebüchern, die ich im Rahmen des Seminars an einer Schule erleben durfte, sowie die dazu gehörende Unterrichtsvorbereitung und Auseinandersetzung mit der Theorie hat mir gezeigt, dass dieses Unterrichtskonzept viel Potential mit sich bringt.

Eine der wenigen Schwierigkeiten, die uns im Seminar bei der Arbeit mit dem dialogischen Unterrichtskonzept begegnet ist, ist das Arbeiten mit Kernideen. Insbesondere fiel es meinen Kommilitonen und Kommilitoninnen und mir auch nach einigen Seminarsitzungen noch sehr schwer, Kernidee zu formulieren und zu entwickeln. Die Probleme waren unter anderem, dass es wenig Beispiele gibt und keine einheitliche Definition, sodass nicht deutlich war, was eine Kernidee genau ist. Vor allem der Gedanke, dass eine Kernidee persönlich sein muss und nicht übertragbar ist, verwirrte uns.

Aus den genannten Gründen finde ich es wichtig und lohnend sich mit dem dialogischen Lernen auseinander zu setzen. Insbesondere werde ich mich mit der Problematik der Kernidee beschäftigen und unter anderem der Frage nachgehen, ob es möglich und sinnvoll ist, einen universellen Kernideen Katalog zu erstellen.

2. Dialogisches Lernen als Unterrichtskonzept

Im folgenden Kapitel wird das Unterrichtskonzept des dialogischen Lernens vorgestellt. Insbesondere werden die Grundideen und Instrumente des dialogischen Lernens erläutert.

2.1. Grundideen des Konzepts

Das dialogische Lernen nach Urs Ruf und Peter Gallin ist ein Unterrichtskonzept, das „Entwicklungsmöglichkeiten schafft für unterschiedlichste Persönlichkeiten, Unterrichtsstile, Lerntypen und Begabungsniveaus“ (Ruf und Gallin, 2003b, S. 8).

Ziel des dialogischen Lernen ist es, dass die Lernenden eine Fachkompetenz entwickeln, die es erlaubt angeeignetes Wissen und Problemlösekompetenzen, hinsichtlich allgemeiner Bildungsziele, erfolgreich zu nutzen (Ruf und Gallin, 2003b, S. 9). Erreicht wird dieses Ziel, indem die Lehrpersonen optimale Angebote machen, welche von den Schülerinnen und Schülern eigenständig und individuell, maximal genutzt werden (Ruf, 2008a, S. 13; Ruf und Gallin, 2003a, S. 53). Besonders die Interaktion zwischen Lernenden und Lehrenden spielt hierbei eine zentrale Rolle, weshalb das Unterrichten im dialogischen Lernen auch als „dynamisches System von Angebot und Nutzung“ (Ruf, 2008a, S. 13) aufgefasst wird.

Von entscheidender Wichtigkeit ist, dass dem Verstehen und der Verständigung viel Raum gegeben wird (Ruf, 2008a, S. 18). Das Verstehen passiert dabei im Dialog, dem das Unterrichtskonzept seinen Namen verdankt (Ruf und Gallin, 2003a, S. 25). Zum einen gibt es dabei einen Dialog mit dem Unterrichtsinhalt selbst, zum anderen einen Dialog mit Mitlernenden sowie der Lehrkraft.

Dazu gibt es drei Schlüsselsätze: „Ich mache das so! Wie machst du es? Das machen wir ab“ (Ruf und Gallin, 2003a S. 25). Dieses Prinzip des Ich-Du-Wir ist beim dialogischen Lernen grundlegend.

Das ICH findet sich in der singulären Standortbestimmung wieder, also in der Antwort auf das Angebot. Man soll sich fragen, wie man selbst etwas sieht oder versteht und wie man selbst etwas angeht. (Ruf, 2008b, S. 245). In Bezug auf den Dialog ist es das persönliche Gespräch mit dem Unterrichtsstoff.

Das DU bedeutet, einen divergierenden Austausch einzugehen. Es wird sich mit dem gegenüber darüber ausgetauscht, wie die Sache angegangen und verstanden wurde. Die Schlüsselfrage ist also: Wie machst du es? Der daraus

resultierende Dialog entspricht einem Gespräch, bei dem ein regelmäßiger Wechsel der Gesprächsrollen erfolgt. Jeder ist mal in der Rolle des Sprechers, des Zuhörers oder sogar des Beobachters (Ruf, 2008a, S. 18-20).

Eine besondere Bedeutung kommt dem Dialog zwischen Lehrendem und Lernendem zu. Dieser „Dialog unter Ungleichen“ bietet die Möglichkeit alternative Perspektiven zu erkennen und seine eigenen Erkenntnisse zu reflektieren (Ruf und Gallin, 2003a, S. 15). Sowohl Lernende als auch Lehrende sind also durch den divergierenden Austausch ständig zum Lernen aufgefordert (Ruf und Gallin, 2003a, S.14).

Nach dem ICH und dem DU gibt es noch die Ebene des WIR. Hier geht es darum, Wissen zu sichern, also im Sinne von „Das sehen wir alle so. Das machen wir ab“ (Ruf, 2008b, S. 245) gemeinsame Normen festzulegen.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass im dialogischen Lernen „sowohl ein ‚Gespräch‘ *mit* dem Unterrichtsgegenstand als auch mit den Lernpartner*innen *über* den Gegenstand statt[findet]“ (Hofer-Krucker Valderrama und Weber, 2020, S. 134). In jedem Fall sind Produktion und Rezeption, durch den ständigen Dialog zwischen den einzelnen Parteien, in einem Kreislauf miteinander verbunden (Ruf, 2008b, S. 244; Ruf und Gallin, 2003b, S. 11).

Auf jeder Ebene des Ich-Du-Wir sind authentische Begegnungen mit dem Schulstoff das Entscheidende (Ruf und Gallin, 2003a, S. 48). Es geht darum, den Abstand, der zwischen den Lernenden und den Unterrichtsinhalten besteht, als Chance für den Lernprozess zu sehen (Ruf und Gallin, 2003a, S. 24). Dies wird umgesetzt, indem Lernende ihren Lernweg selbst bestimmen können, sich den Lerngegenständen auf individuelle Art nähern und die Möglichkeit erhalten, ihre persönlichen Gedanken und Emotionen zu äußern (Hofer-Krucker Valderrama und Weber, 2020, S. 135; Ruf und Gallin, 2003b, S. 7 und 37).

Um authentische Begegnungen gewährleisten zu können ist es notwendig, zu Beginn der jeweiligen Unterrichtseinheit auf jegliche, fachliche Erwartungen an die Lernenden zu verzichten. Nur wenn am Anfang kein Richtig und Falsch gewertet wird, kann dem Lerngegenstand offen gegenübergetreten werden (Ruf und Gallin, 2003a, S. 24). Ist dies gegeben, kann jeder Schüler und jede Schülerin auf ihrem entsprechendem Niveau Beiträge leisten und ein Gefühl von Selbstwirksamkeit entwickeln (Ruf und Gallin, 2003a, S. 21; Ruf und Gallin, 2003b, S. 7).

Besonders interessant ist die Beziehung, die zwischen den Lernenden und dem Fachwissen entsteht, wenn man authentische Begegnungen zulässt. Auf den individuellen Lernwegen werden die Schülerinnen und Schüler irgendwann bestimmte Fachwörter, Verfahren oder Modelle benötigen, um ihren Weg weiter beschreiten zu können. In dem die Lernenden sich erst an diesen Stellen eigenständig, oder mit Unterstützung der Lehrperson, die nötige Theorie aneignen, erfahren sie diese als „hilfreich und nützlich“ anstelle von „hinderlich und belastend“ (Hofer-Krucker Valderrama und Weber, 2020, S. 137). Erst dadurch, dass man selbst den Stoff erforscht und dabei Hindernissen und Sackgassen begegnet, kann man lernen, reguläre Verfahren zu wertschätzen (Ruf und Gallin, 2003b, S. 27).

Das dialogische Lernen ermöglicht es also Schülerinnen und Schülern individuell und eigenständig zu Lernen, indem authentische Begegnungen mit Unterrichtsinhalten auf den Ebenen ICH-DU-WIR zugelassen und unterstützt werden. Um dies, im Rahmen des dialogischen Lernens, erfolgreich umzusetzen, gibt es verschiedene, methodische Instrumente (Ruf, 2008a, S. 19). Diese werden im Folgenden vorgestellt.

2.2. Instrumente des Dialogischen Lernens

Es gibt vier grundlegende, methodische Instrumente, die das dialogische Lernen ausmachen. Das sind die Kernidee, der Auftrag, das Reisetagebuch (auch Lernjournal oder Lerntagebuch) und die Rückmeldung. Diese werden wiederholt hintereinander eingesetzt, sodass ein Kreislauf entsteht (siehe Abbildung 1) (Ruf, 2008b, S. 255; Ruf und Gallin, 2003b, S. 10-13). Neben diesen vier Instrumenten gibt es im dialogischen Lernen noch weitere unterstützende, methodische Instrumente, bzw. Arbeitsweisen. Diese sind unter anderem die Autographensammlung, der Sesseltanz als Möglichkeit des Austauschs unter Lernpartnern, sowie das Bewerten der Arbeiten durch Häklein (Gallin, 2008, S. 96-103; Pfau und Winter, 2008, S. 214-229).

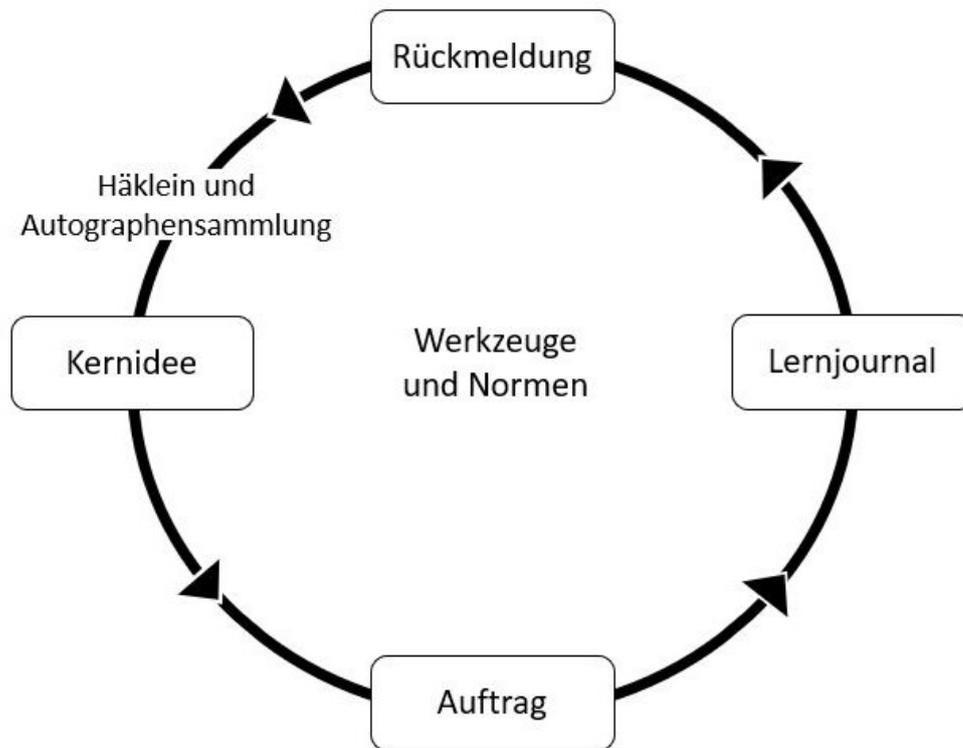


Abbildung 1 Kreislauf des Einsatzes der methodischen Instrumente des dialogischen Lernens (nach Ruf, 2008b, S. 255)

Die Kernidee der Lehrperson ist der erste Schritt im dialogischen Unterrichten. Durch sie beginnt der Kreislauf, denn „ohne zündende Kernidee gibt es keine Begegnung mit dem Stoff, keine Suche nach dem singulären Standort, keine Herausforderung zu individueller Leistung, keine Spuren im Reisetagebuch, keinen Anreiz zum Austausch und keine Hinweise auf die Eigendimension“ (Ruf und Gallin, 2003a, S. 109). Da die Kernidee ein Teil des Kreislaufes ist wird deutlich, dass im Verlauf des dialogischen Unterrichts immer neue Kernideen entstehen. Dies gilt sowohl für Lehrpersonen als auch für Lernende, denn auch Schülerinnen und Schüler bringen, meist unbewusst, ihre eigenen Kernideen in den Unterricht mit. Was die Kernidee ist und was sie ausmacht wird in Kapitel 3 behandelt.

Im dialogischen Lernen ersetzen offene Aufträge die klassischen Aufgaben. Es geht nicht mehr darum, eine richtige Lösung zu etwas zu finden, sondern sich in seinem eigenen Stil mit einer Sache auseinander zu setzen. Auf Grundlage der Kernidee der Lehrperson wird ein erster Auftrag formuliert (Hofer-Krucker Valderrama und Weber, 2020, S. 135), welcher in den meisten Fällen für alle Schülerinnen und Schüler gleich ist. Im weiteren Verlauf des dialogischen

Unterrichts werden auf Grundlage der Antworten der Schülerinnen und Schüler dann weitere, jetzt individuelle Aufträge an die Lernenden gestellt. Durch die Aufträge sind die Lernenden aufgefordert, sich persönlich und individuell mit dem jeweiligen Lerninhalt auseinander zu setzen. Damit Schülerinnen und Schüler eine eigene Position zum Stoff einnehmen können, müssen die Aufträge herausfordernd und ansprechend sein (Pfau und Winter, 2008, S. 214-216).

Die Bearbeitung der Aufträge erfolgt im Reisetagebuch. Hier haben die Schülerinnen und Schüler nicht nur die Möglichkeit, die Aufträge auf einer fachlichen Ebene anzugehen, sondern es wird auch gewünscht, dass sie ihre Gedanken und Gefühle aufschreiben. Es geht also darum, das ICH zu erforschen. Urs Ruf und Peter Gallin formulieren drei wichtige Anforderungen an ein Reisetagebuch (Ruf und Gallin, 2003b, S. 89). Zum einen muss es chronologisch geführt werden. Das bedeutet, dass man alles in der Reihenfolge aufschreibt und bearbeitet, wie es tatsächlich im Unterricht, bzw. in den Gedanken, vorgekommen ist. Des Weiteren müssen alle Beiträge, egal ob Gedanken, Texte oder Bilder, so ausformuliert sein, dass sie für die Mitlernenden und die Lehrperson verständlich sind. Als dritte Anforderung gilt es, dass sämtliche Beiträge unzensuriert aufgeschrieben werden.

Im Anschluss an die Bearbeitung der Aufträge folgt beim dialogischen Unterrichten die Rückmeldung auf die Beiträge der Lernenden. Diese Rückmeldung ist ein zentraler Gedanke des dialogischen Lernens, ohne welche kein divergierender Austausch stattfinden kann. Die Rückmeldung erfolgt auf zwei Ebenen. Zum einen gibt die Lehrperson Rückmeldung, zum anderen kann sie von Mitschülern und Mitschülerinnen kommen. Wichtige Instrumente der Rückmeldung sind die Autographensammlung und der Sesseltanz.

Wenn die Lehrperson Rückmeldung gibt, macht sie dies im Reisetagebuch in direktem Bezug auf die einzelnen Beiträge der Lernenden. Dazu verfasst die Lehrkraft neue, individuelle Aufträge. Damit ist „jedes neue Angebot der Lehrperson [...] die Antwort auf die Nutzung des vorangegangenen Angebots durch die Schülerinnen und Schüler“ (Ruf, 2008a, S. 20).

Eine weitere Möglichkeit der Lehrperson Rückmeldungen zu geben ist mit Hilfe der Autographensammlung. Diese Autographensammlung besteht aus, von der Lehrkraft zusammengetragenen, Ausschnitten aus den Beiträgen der Lernenden. Es können dabei sowohl fachlich korrekte, interessante oder auch typische Fehlvorstellungen ausgesucht werden (Gallin, 2008, S. 99-100). Diese

Sammlung bekommen die Lernenden dann z.B. auf ein Blatt gedruckt, welches sie in ihre Lerntagebücher einkleben können. Dies ist eine gute Möglichkeit, auf das WIR zu kommen. Im weiteren Verlauf des Unterrichts können sich die Lernenden dann über die einzelnen Aussagen und Ansichten austauschen und diese mit ihren eigenen Erkenntnissen vergleichen. In dem man Aussagen der Lernenden in das Rampenlicht stellt, können Schülerinnen und Schüler ihr Gefühl von Selbstwirksamkeit steigern.

Nach Hofer-Krucker Valderrama und Weber hat die Autographensammlung noch zwei weitere Vorteile: „erstens beschäftigen sich die Lernenden dadurch mit der gleichen Gesprächsgrundlage, und es wird somit vermieden, vollständig individualisierten Unterricht entstehen zu lassen; und zweitens kommen Normen und Regularitäten ins Spiel“ (Hofer-Krucker Valderrama und Weber, 2020, S. 136).

Neben der Rückmeldung auf eigene Beiträge von der Lehrperson können auch Mitlernende eine Rückmeldung geben. Dieser Austausch kann auf mehrere Arten erfolgen (Pfau und Winter, 2008, S. 220). Eine Möglichkeit ist, dass sich die Lernenden in Partnerarbeit über ihre Beiträge austauschen. Eine andere Variante ist es, die Methode des Sesseltanzes anzuwenden. Hier legen alle Lernenden auf ihren Platz sowohl ihren, zum jeweiligen Auftrag gehörenden Beitrag, als auch ein leeres Blatt für Rückmeldungen. Anschließend gehen die Schülerinnen und Schüler von einem Platz zum Nächsten und geben ihren Mitlernenden schriftlich Rückmeldung zu deren Ausarbeitungen (Gallin, 2008, S. 103). Durch diese Art des Austauschs können sich Mitschüler und Mitschülerinnen als sich „gegenseitig unterstützende Lerngemeinschaft“ wahrnehmen (Hofer-Krucker Valderrama und Weber, 2020, S. 138).

Das Thema der Bewertung der Schülerarbeiten im dialogischen Lernen ist etwas umstritten. Zum einen ist es schwierig Arbeiten mit sehr hohem persönlichen Anteil zu bewerten, zum anderen sieht das Schulsystem aber eine Bewertung durch Noten vor. Abgesehen davon ist es auch immer im Interesse der Lernenden zu erfahren, wie die Lehrkraft ihre Erzeugnisse einschätzt (Gallin, 2008, S. 98-99). Aus diesem Grund wurde ein vierwertiges Bewertungssystem erarbeitet, welches die Intensität der Auseinandersetzung mit dem Auftrag als maßgebend ansieht.

Die Bewertung erfolgt in diesem System mit Häklein (Häkchen). Die beste Bewertung entspricht dabei drei Häklein („Wurf“), zwei Häklein bedeuten „spezielle Qualität“ und ein Häklein bedeutet „erfüllt“ (Ruf, 2008b, S. 257). Ist eine Arbeit mit

einem durchgestrichenen Häkchen versehen, so bedeutet dies, dass die Leistung als „noch nicht erfüllt“ angesehen wird (Ruf, 2008b, S. 257). Wichtig ist hier, dass in diesem Fall der oder die Lernende eine zweite Chance in der Bearbeitung des jeweiligen Auftrages bekommt. Dieser Beitrag kann dann im Folgenden allerdings höchstens noch mit einem Häkchen versehen werden. Jede Bewertung mit Häkchen ist kein endgültiges Urteil, sondern vielmehr eine „Einladung zum Dialog“ (Ruf, 2008b, S. 257), in dem beide Seiten ihren Standpunkt erklären können und so die Lehrkraft ihr Urteil nochmal überdenken kann.

Unterrichtet man also nach dem dialogischen Unterrichtskonzept, dann lernen die Schülerinnen und Schüler, „dass das Lernen selbst eine Geschichte ist, die sie im Austausch mit ihren Lehrern und Lernpartnern mitgestalten. Diese Geschichte halten sie mithilfe der Kulturtechniken der Schrift und der mathematischen Symbole, die sie dabei erlernen, in ihrem Reisetagebuch [...] fest und machen sie für andere zugänglich“ (Ruf und Ruf-Bräker, 2008, S. 109).

3. Die Kernidee als Instrument des dialogischen Lernens

Im weiteren Verlauf des Textes werden, auf Grundlage der Literatur, zunächst sechs Aspekte der Kernidee formuliert und vorgestellt. Im Anschluss daran werden mögliche Wege zur Findung von Kernideen erörtert. Den letzten Abschnitt dieses Kapitels bilden ausgewählte Beispiele von Kernideen.

3.1. Die Kernidee in der Literatur

Wie bereits im vorangegangenen Kapitel vorgestellt wurde, ist die Kernidee ein elementares Instrument des dialogischen Lernens. Betrachtet man die Literatur, so findet man jedoch keine einheitliche Definition, sondern viel mehr eine Sammlung an Aussagen über die Kernidee. Diese Aussagen lassen sich nach unterschiedlichen Aspekten sortieren. Urs Ruf und Peter Gallin haben eine mögliche Aufgliederung vorgestellt (2003b, S. 29). Sie nennen dabei drei Merkmale einer Kernidee: den „Biografischen Aspekt“ (ICH), den „Wirkungsaspekt“ (DU) und den „Sachaspekt“ (WIR).

In dieser Arbeit wurde eine alternative Aufteilung vorgenommen. Nach intensiver Beschäftigung mit den einzelnen Aussagen über die Kernidee wurden diese je einem von sechs Gesichtspunkten zugeteilt. Im Gegensatz zu Urs Ruf und Peter Gallin wurden also sechs Aspekte gefunden, welche sich dabei direkt aus den Inhalten der jeweiligen Aussagen ergaben.

Die sechs Aspekte sind:

- Persönlicher Aspekt,
- Fachlicher Aspekt,
- Klassierung,
- Wandelbarkeit,
- Funktion und
- Zusammenfassender Aspekt.

Dem „zusammenfassenden Aspekt“ kommt eine besondere Bedeutung zu, da dieser den persönlichen und fachlichen Aspekt mit dem Aspekt der Funktion vereint. Damit kommen die einzelnen Aussagen dieses Aspekts einer möglichen Definition einer Kernidee am nächsten.

In den nachfolgenden Unterkapiteln werden die einzelnen Aspekte vorgestellt und wichtige Zitate unter den jeweiligen Gesichtspunkten aufgelistet.

3.1.1. Persönlicher Aspekt

Nach Urs Ruf und Peter Gallin ist die Kernidee „untrennbar mit der Person verbunden, die sie gefunden hat“ (Ruf und Gallin, 2003b, S. 19). Die Kernidee ist „all das, was unserem Tun Antrieb und Richtung gibt“ (Ruf und Gallin, 2003a, S. 59), wodurch jede Person, egal ob Lehrender oder Lernender, Kernideen besitzt. Indem man „sich persönlich Rechenschaft darüber“ gibt, „was einen hier und jetzt an dieser Landschaft fasziniert und persönlich herausfordert“ (Ruf und Gallin, 2003a, S. 59), wird die Kernidee „der persönliche und oft unreflektierte Antrieb, der immer wirkt, wenn ich mich mit einer Sache befasse“ (Ruf und Gallin, 2003a, S. 62).

Setzt man voraus, dass sich Lehrpersonen mit den zu unterrichtenden Inhalten vorab auseinandersetzen, folgt daraus, dass jede Lehrkraft „zu jedem Schulstoff, den sie unterrichtet, ihre eigenen Kernideen“ hat (Ruf und Gallin, 2003b, S. 25). Da dies nicht voraussetzt, dass man sich solcher Kernideen bewusst ist oder dass diese eng mit dem Unterrichtsstoff verbunden sind, ist es notwendig, die „privaten und verborgenen Kernideen zu einem handhabbaren Instrument des dialogischen Unterrichts“ (Ruf und Gallin, 2003a, S. 61) zu machen. Dies passiert nach Ruf und Gallin (2003a, S. 61) „indem Lehrende und Lernende ihr persönliches Verhältnis zum Stoff, der behandelt werden soll, klären und offenlegen“. Der Standort einer Lehrperson, von welchem der Dialog zu den Lernenden aufgenommen wird, ist also „kein anderer als der Ort, der durch ihre Kernidee markiert ist“ (Ruf und Gallin, 2003a, S. 61).

Der persönliche Aspekt der Kernidee ist für Urs Ruf und Peter Gallin der Grund dafür, dass Kernideen „nicht kopierbar“ (2003b, S. 19) sind.

Da in diesen Zitaten zur Kernidee durchgängig der persönliche Bezug zum Inhalt thematisiert wird, werden all diese Aussagen unter dem „persönlichen Aspekt“ zusammengefasst. Man sieht an der Häufigkeit der Thematisierung des Persönlichen, dass der „persönliche Aspekt“ für Urs Ruf und Peter Gallin ein sehr zentraler ist.

Der hier genannte „persönliche Aspekt“ entspricht in etwa dem „biografischen Aspekt“ von Ruf und Gallin (2003b, S. 29). Es wurde bewusst eine andere Bezeichnung gewählt, da die Überschrift „Biografischer Aspekt“ eher auf eine

langzeitige Entwicklung schließen lässt, wobei „persönlicher Aspekt“ darstellt, dass es sich um eine singuläre Standortbestimmung im hier und jetzt handelt, welche sich mit der Zeit durchaus ändern kann.

Aufzählung der Zitate

Im Weiteren wurden sämtliche Zitate zu Kernidee, welche sich dem „persönlichen Aspekt“ zuordnen lassen, aufgelistet.

„Unter KERNIDEE verstehen wir all das, was unserem Tun Antrieb und Richtung gibt“ (Ruf und Gallin, 2003a, S. 59)

„Kernideen sind der persönliche und oft unreflektierte Antrieb, der immer wirkt, wenn ich mich mit einer Sache befasse.“ (Ruf und Gallin, 2003a, S. 62)

„In ihrer KERNIDEE bündelt die Lehrperson den Gehalt des persönlich rezipierten Fachgebiets.“ (Ruf und Gallin, 2003b, S. 11)

„Jede Lehrkraft hat zu jedem Schulstoff, den sie unterrichtet, ihre eigenen Kernideen. Oft sind sie ihr allerdings nicht bewusst, und oft auch haben sie mit der Sache nur wenig zu tun. Wirksam sind sie trotzdem.“ (Ruf und Gallin, 2003b, S. 25)

„Indem Lehrende und Lernende ihr persönliches Verhältnis zum Stoff, der behandelt werden soll, klären und offenlegen, verwandeln sie ihre privaten und verborgenen Kernideen zu einem handhabbaren Instrument des dialogischen Unterrichts.“ (Ruf und Gallin, 2003a, S. 61)

„Kernidee sind untrennbar mit der Person verbunden, die sie gefunden hat. Darum sind sie nicht kopierbar.“ (Ruf und Gallin, 2003b, S. 19)

„[...] gibt man sich persönlich Rechenschaft darüber, was einen hier und jetzt an dieser Landschaft fasziniert und persönlich herausfordert“ (Ruf und Gallin, 2003a, S. 59)

„Ihr Standort ist aber kein anderer als der Ort, der durch ihre Kernidee markiert ist.“ (Ruf und Gallin, 2003a, S. 61)

3.1.2. Fachlicher Aspekt

Neben der persönlichen gibt es auch eine fachliche Anforderung an eine Kernidee. Demnach soll eine Kernidee so formuliert sein, dass sie „dem Anfänger einen Blick aufs Ganze des Faches oder eines großen Stoffgebiets“ (Ruf und Gallin, 2003a, S. 60) ermöglicht. Wichtig dabei ist, dass sie „eine dem je individuellen

Wissensstand angemessene Einfachheit und Ganzheitlichkeit“ (Ruf und Gallin, 2003a, S. 61) besitzt. Mit der Kernidee versucht man also „vom je aktuellen Standpunkt aus das Ganze zu fassen“ (Ruf und Gallin, 2003a, S. 110), um damit „als attraktives Gegenüber den Lernenden zum sachbezogenen Handeln“ (Ruf und Gallin, 2003a, S. 55) herauszufordern.

Da sich die vorangegangenen Zitate jeweils mit den Inhalten des Unterrichtsthemas beschäftigen, insbesondere in welchem Maße eine Kernidee diese zusammenfassen soll, wurden die Aussagen dem „fachlichen Aspekt“ zugeordnet.

Der hier benannte „fachlicher Aspekt“ entspricht dem „Sachaspekt“ von Ruf und Gallin (2003b, S. 29). Erneut wurde hier eine neue Überschrift formuliert, da „Sachaspekt“ als alleinige Überschrift nicht zweifellos verdeutlicht, dass es sich um die fachliche Komponente des jeweiligen Schulfachs handelt.

Aufzählung der Zitate

Nachfolgend ist eine Auflistung jener Zitate, welche dem „fachlichen Aspekt“ zuzuordnet sind.

„Weil Kernideen vom je aktuellen Standort aus das Ganze zu fassen versuchen, [...]“ (Ruf und Gallin, 2003a, S. 110)

„Das Ganze ist also in der Gestalt der Kernidee bereits zu Beginn des Unterrichts für alle fassbar, wenn auch nur als unscheinbares, undifferenziertes Kegelchen.“ (Ruf und Gallin, 2003a, S. 62)

„Die Lehrperson ist aufgefordert, Kernideen zu formulieren, die dem Anfänger einen Blick aufs Ganze des Faches oder eines großen Stoffgebiets ermöglichen.“ (Ruf und Gallin, 2003a, S. 60)

„Am Anfang eines Lernprozesses stehen KERNIDEEN, die das ganze Stoffgebiet in vagen Umrissen einfangen und als attraktives Gegenüber den Lernenden zum sachbezogenen Handeln herausfordern.“ (Ruf und Gallin, 2003a, S. 55)

„Kernideen geben dem Stoff ein menschliches Gesicht. Eine dem je individuellen Wissensstand angemessene Einfachheit und Ganzheitlichkeit zeichnen sie aus“ (Ruf und Gallin, 2003a, S. 61)

3.1.3. Klassierung

Nach Ruf und Gallin lassen sich Kernideen grob klassieren (siehe Abbildung 2). Ausschlaggebend sind hier der Grad der Sachnähe sowie der Grad der Sachzugewandtheit. Eine Kernidee kann also „sachnah oder sachfern sein; unabhängig davon kann ihre Intention der Sache zu- oder abgewandt sein“ (Ruf und Gallin, 2003a, S. 60).

Die Bezeichnung des Aspekts „Klassierung“ wurde gewählt, da verschiedene Merkmalsausprägungen (sachnah – sachfern, sachzugewandt – sachabgewandt) von Merkmalen der Kernidee betrachtet werden.

Kernidee	Sachzugewandt (topophil)	Sachabgewandt (topophob)
Sachnah (konstruktiv)	<i>Für mich ist jede Rechnung eine Geschichte.</i>	<i>Ohne Mathematik gäbe es keine Massenvernichtung.</i>
Sachfern (destruktiv)	<i>Bis zu Weihnachten will ich im Lehrmittel bis Seite 120 kommen.</i>	<i>Das gurkt mich an.</i>

Abbildung 2 Grobe Klassierung von Kernideen nach zwei Aspekten, (nach Ruf und Gallin, 2003a, S. 60)

3.1.4. Wandelbarkeit

Unter Berücksichtigung der bereits betrachteten Aspekte wird deutlich, dass Kernideen „keine fixen Gebilde“ (Ruf und Gallin, 2003b, S. 30) sind. Nach Urs Ruf und Peter Gallin ist es sogar „wünschenswert, dass Kernideen sich verändern“, denn „der Wandel unserer Kernideen ist Ausdruck unserer Lernfähigkeit“ (Ruf und Gallin, 2003b, S. 30). Dies wird besonders deutlich, wenn man sich vor Augen führt, dass nicht nur Lehrpersonen, sondern auch Lernende Kernideen zum behandelnden Schulstoff besitzen. Zu Anfang sind die Kernideen der Schülerinnen und Schüler oft destruktiv und sachabgewandt und erst die konstruktive Auseinandersetzung mit den Lerninhalten kann eine Entwicklung der Kernidee in eine sachnahe und sachzugewandte Richtung bewirken (Ruf und Gallin, 2003a, S. 60-61).

Sollte eine Kernidee nicht wirksam sein, muss sie „im Gespräch so lange erweitert, variiert oder verändert werden, bis sie einen Kontakt zwischen Fach und Person“ (Ruf und Gallin, 2003b, S. 38) schafft.

Die Wandelbarkeit der Kernideen wird in der Literatur selten direkt angesprochen. Da dies trotzdem eine sehr wichtige Eigenschaft ist, erscheint es angemessen dieses Merkmal der „Wandelbarkeit“ als einen Aspekt der Kernidee zu benennen.

Aufzählung der Zitate

Die folgenden Zitate begründen den Aspekt der „Wandelbarkeit“.

„Kernideen sind keine fixen Gebilde [...] Es ist wünschenswert, dass Kernideen sich verändern. Der Wandel unserer Kernideen ist Ausdruck unserer Lernfähigkeit.“ (Ruf und Gallin, 2003b, S. 30)

„[...] Kernideen sind nie mehr oder weniger als Angebote an gleichwertige Dialogpartner. Und sie müssen, wenn sie nicht wirksam sind, im Gespräch so lange erweitert, variiert oder verändert werden, bis sie einen Kontakt zwischen Fach und Person stiften.“ (Ruf und Gallin, 2003b, S. 38)

3.1.5. Funktion

Kernideen erfüllen gleich mehrere Zwecke. Unter Anderem stiften sie „einen Sinn im Hier und Jetzt und erlauben [...] eine Rekonstruktion des Fachwissens, wenn die Einzelheiten bereits vergessen sind“ (Gallin, 2006, S. 7). Nach Dominik Dilcher (2007, S. 33) muss eine Kernidee so aufgebaut sein, dass sie beim Lernenden Fragen erzeugt. Insbesondere sind Kernideen ein „Instrument, mit denen eine Verbindung zwischen den Fragen der Lernenden und den Antworten der Fachgebiete hergestellt werden soll“ (Ruf und Gallin, 2003b, S. 36). Die Kernidee übernimmt also eine „stimulierende Aufgabe im Wechselspiel von Produktion und Rezeption“ (Ruf und Gallin, 2003a, S. 61). Nachdem sie Fragen erzeugt, soll sie ebenfalls zu einer konstruktiven Antwort herausfordern (Ruf und Gallin, 2003a, S. 61).

Neben Urs Ruf und Peter Gallin hat sich auch Roger Hofer mit der Kernidee im Kontext des dialogischen Lernens beschäftigt. Unter anderem schreibt er der Kernidee drei Vermittlungsfunktionen zu (Hofer, 2007, S. 10-11). Die erste Vermittlungsfunktion bezieht sich dabei auf die Vermittlung des Persönlichen und der Fachinhalte, wobei sich der zweite Vermittlungsaspekt auf die Funktion der Kernidee konzentriert, wonach diese „Handeln und Denken“ (Hofer, 2007, S. 10)

vermittelt. Im dritten Vermittlungsaspekt geht es darum, dass der Zusammenhang zwischen Einzelfällen erkannt bzw. durch Kernideen vermittelt wird.

Da die vorangegangenen Aussagen alle beschreiben, was durch das Einsetzen der Kernidee erzielt werden soll, werden diese Aussagen unter dem Aspekt „Funktion“ zusammengefasst. Der Aspekt, der hier Funktion genannt wird, wird bei Urs Ruf und Peter Gallin als „Wirkungsaspekt“ bezeichnet. Die Entscheidung für die Bezeichnung „Funktion“ begründet sich mit der Bedeutung des Wortes. Die Funktion der Kernidee ist dabei das, was die Kernidee tun soll, bzw. was erwartet wird. Die eigentliche Wirkung kann man dagegen erst kernideenspezifisch nach dem jeweiligen Einsatz im Unterricht beurteilen.

Aufzählung der Zitate

Dem Aspekt der „Funktion“ wurden die nachfolgenden Aussagen zugeordnet.

„Kernideen sind das Instrument, mit denen eine Verbindung zwischen den Fragen der Lernenden und den Antworten der Fachgebiete hergestellt werden soll.“
(Ruf und Gallin, 2003b, S. 36)

„[...] erst jetzt, wo sie die Gestalt eines persönlichen Konzepts annimmt, kann sie ihre stimulierende Aufgabe im Wechselspiel von Produktion und Rezeption übernehmen.“ (Ruf und Gallin, 2003a, S. 61)

„Die vorerst fachbezogene Kernidee der Lehrperson muss so lange erweitert werden, bis sie den Lernenden zu einer konstruktiven Antwort herausfordert.“ (Ruf und Gallin, 2003a, S. 61)

„Die Kernidee muss so beschaffen sein, dass sie in der singulären Anschauung des Schülers Fragen erzeugt, ohne schon zuviel von dem regulären Gebäude des Lerngegenstandes zu enthüllen. Es ist die Spannung zwischen der individuellen singulären Anschauung und dem bereits (von anderen Menschen) erforschten regulären Konstrukt, die Lernende antreiben kann.“
(Dilcher, 2007, S. 32-33)

„Die individuellen Kernideen stiften einerseits einen Sinn im Hier und Jetzt und erlauben andererseits eine Rekonstruktion des Fachwissens, wenn die Einzelheiten bereits vergessen sind.“ (Gallin, 2006, S. 7)

„Kernideen lenken den Blick der Lernenden auf fachliche Pointen und fordern sie zum eigenständigen Denken und Tun heraus.“ (Ruf, 2008b, S. 255)

„Zwischen den Herausforderungen des fachlichen Angebots und den Interessen und Nutzungsmöglichkeiten der Schülerinnen und Schüler vermitteln.“ (Ruf, 2008b, S. 255)

„Kernidee [...] stellt eine Beziehung zwischen den Bildungszielen und dem Entwicklungsstand der Schülerinnen und Schüler her.“ (Ruf, 2008a, S. 21)

„Erstens vermittelt sie Person und Sache [...] Sie ist eine in der Person verankerte Sinndeutung, die zugleich die Rekonstruktion des Fachwissens erlaubt [...] Zweitens vermittelt die Kernidee Handeln und Denken: Sie dient dazu, explizites, sprachliches Wissen aus praktisch-implizitem Handeln heraus zu artikulieren und dadurch rational zugänglich zu machen. Über die Kernidee bleibt das explizite Wissen zugleich mit dem Handeln verbunden und wirkt auf dieses zurück. [...] Drittens vermittelt die Kernidee Allgemeines und Besonderes: Mit dem «Blick aufs Ganze» ist offenbar ein bestimmter Begriff des Allgemeinen im Spiel, sofern es darum geht, dass die Lernenden den «umfassenden Zusammenhang» zwischen verschiedenen Einzelfällen verstehen [...]“ (Hofer, 2007, S. 10-11).

3.1.6. Zusammenfassender Aspekt

In der Literatur finden sich mehrere Aussagen über die Kernidee, die den fachlichen Aspekt mit dem persönlichen Aspekt und einer Funktion der Kernidee vereinen. Diese kommen einer Definition einer Kernidee am nächsten, da sie einige Merkmale zusammenfassen.

Demnach sollen „Kernideen fachliche und emotionale Fixpunkte der Orientierung darstellen und individuelle Lernprozesse auslösen“ (Ruf und Gallin, 2003a, S. 55). Dominik Dilcher fasst die Art einer Kernidee unter ähnlichen Gesichtspunkten zusammen. Nach ihm ist die Kernidee „Eine Richtung, eine Orientierung [...], ein Thema, das punktuell umrissen wird. Gleichzeitig ist sie aber auch Quelle von eigenen Assoziationen zum Thema, die im Verlauf des Gesprächs bestätigt oder widerlegt werden könnten“ (Dilcher, 2007, S. 35). Mit anderen Worten gesagt müssen Kernideen also „im persönlichen Erleben verankert sein, sie müssen den Witz der Sache auf den Punkt bringen und sie sollen das Gegenüber zum Mitspielen herausfordern“ (Ruf und Gallin, 2003b, S. 28). Sehr ähnlich beschreibt Peter Gallin (2013) die Kernidee in seinem Kolloquium zu Mathematikdidaktik an der Universität Potsdam als er sie „eine persönlich gefärbte und pointiert formulierte

Aussage über einen komplexen Sachverhalt, die einem Gesprächspartner ohne Umschweife klar macht, was der Witz der Sache ist“ nennt.

Der soeben erläuterte Aspekt unterscheidet sich von den anderen insofern, als dass er die drei zentralsten Aspekte (persönlicher Aspekt, fachlicher Aspekt und Funktion) zusammenfasst. Dadurch begründet sich auch die Benennung als „Zusammenfassender Aspekt“.

Aufzählung der Zitate

Im Folgenden wurden jene Aussagen aufgelistet, die eine Zusammenfassung von Merkmalen der Kernidee anstellen.

„Eine Kernidee ist eine persönlich gefärbte und pointiert formulierte Aussage über einen komplexen Sachverhalt, die einem Gesprächspartner ohne Umschweife klar macht, was der Witz der Sache ist.“ (Gallin, 2013)

„Eine Richtung, eine Orientierung könnte sie sein, ein Thema, das punktuell umrissen wird. Gleichzeitig ist sie aber auch Quelle von eigenen Assoziationen zum Thema, die im Verlauf des Gesprächs bestätigt oder widerlegt werden könnten.“ (Dilcher, 2007, S. 35)

„Wenn wir die Lehrkräfte auffordern, Kernidee zu generieren, fordern wir sie zum Erzählen aus: Sie sollen den Stoff, den sie im Unterricht behandeln wollen, andern Menschen erzählend ausbreiten, sie sollen über ihre eigenen Erlebnisse und Erfahrungen mit dem Stoff berichten und sie sollen verständlich machen, wo für sie der Witz der Sache liegt.“ (Ruf und Gallin, 2003b, S. 13)

„Während Kernideen fachliche und emotionale Fixpunkte der Orientierung darstellen und individuelle Lernprozesse auslösen“ (Ruf und Gallin, 2003a, S. 55)

„Kernideen müssen im persönlichen verankert sein, sie müssen den Witz der Sache auf den Punkt bringen und sie sollen das Gegenüber zum Mitspielen herausfordern.“ (Ruf und Gallin, 2003b, S. 28)

„SPUREN LEGEN – SPUREN LESEN, auf diese knappe Form lässt sich die Kernidee des dialogischen Lehrens und Lernens reduzieren.“ (Ruf und Gallin, 2003b, S. 9)

„Die Lehrperson stellt explizit dar, wie sie die Sache sieht (Fachliches), was sie daran interessiert (Personales), wie sie Probleme anpackt und löst (Metakognitives), wie sie selber Zugang zum Fach gefunden hat (Biografisches) und welche Rolle Lehrer und Lernpartner dabei gespielt haben (Soziales).“ (Ruf, 2008a, S. 21)

3.2. Generierung einer Kernidee nach Urs Ruf und Peter Gallin

Die Aussagen aus der Literatur dazu, wie man eine Kernidee generiert, lassen sich grob zwei Aspekten zuordnen. Zum einen gibt es Aussagen, die eine zufällige Generierung beschreiben, zum anderen Aussagen die eine Vorgehensweise vorschlagen.

Im weiteren Verlauf des Textes werden beide Möglichkeiten der Kernideengenerierung anhand ausgewählter Aussagen erklärt. Diese Zitate sind im Anschluss an die Erklärung jeweils nochmals aufgelistet.

3.2.1. Zufällige Generierung

Nach Urs Ruf und Peter Gallin sind Kernideen „nicht Produkt einer besonderen Anstrengung, sie stellen sich immer von selbst ein, wenn Mensch und Stoff in Kontakt treten“ (2003a, S. 60). Nach ihnen liegen Kernideen „mehr oder weniger unter der Schwelle des Bewusstseins“ (Ruf und Gallin, 2003a, S. 59), und man muss Kernideen „nicht suchen, man muss sie zugeben“ (Ruf und Gallin, 2003a, S. 62). Aus diesen Gründen findet man Kernideen „selten am Schreibtisch, sie stellen sich oft zufällig ein“ (Ruf und Gallin, 2003b, S. 17). Demnach ist „die Kernidee [...] das, was einem in den Sinn kommt, wenn man mit geschlossenen Augen auf der Couch liegt“ (Gallin, 2019, zitiert nach Lutz-Westphal und Pabst, 2019). Daher sollte man „sich eher beiläufig Gedanken machen“ (Pfau und Winter, 2008, S. 226).

Zum eigentlichen Entwickeln von Kernideen schreiben Ruf und Gallin, dass „das Entwickeln von Kernideen [...] allemal ein sehr persönlicher und einmaliger Vorgang [ist]. Rezepte gibt es – zum Glück vielleicht – keine“ (Ruf und Gallin, 2003a, S. 109).

Da all diese Aussagen kein konkretes Vorgehen beschreiben, sondern, im Gegenteil dazu, suggerieren, dass Kernideen einem zufällig einfallen, wurde diese Art der Kernideenfindung „zufällige Generierung“ genannt.

Aufzählung der Zitate

Folgend wurden Zitate aufgelistet, welche eine zufällige Generierung als Weg zur Kernidee beschreiben.

„Kernideen sind nicht Produkt einer besonderen Anstrengung, sie stellen dich immer von selbst ein, wenn Mensch und Stoff in Kontakt treten.“ (Ruf und Gallin, 2003a, S. 60)

„Kernideen muss man nicht suchen, man muss sie zugeben.“ (Ruf und Gallin, 2003a, S. 62)

„Das Entwickeln von Kernideen ist allemal ein sehr persönlicher und einmaliger Vorgang. Rezepte gibt es – zum Glück vielleicht – keine.“ (Ruf und Gallin, 2003a, S. 109)

„Kernidee findet man selten am Schreibtisch, sie stellen sich oft zufällig ein [...]“ (Ruf und Gallin, 2003b, S. 17)

„Kernideen liegen mehr oder weniger unter der Schwelle des Bewusstseins.“ (Ruf und Gallin, 2003a, S. 59)

„Die Kernidee ist das, was einem in den Sinn kommt, wenn man mit geschlossenen Augen auf der Couch liegt.“ (Gallin, 2019, zitiert nach Lutz-Westphal und Pabst, 2019)

„Überlegen Sie [...] was Sie daran besonders wichtig finden, wo für Sie der Witz der Sache liegt. Sie sollten darüber aber nicht an Ihrem Schreibtisch grübeln, sondern sich eher beiläufig Gedanken machen.“ (Pfau und Winter, 2008, S. 226)

3.2.2. Generierung mit bestimmter Vorgehensweise

Ruf und Gallin beschreiben die Generierung einer Kernidee unter anderem wie folgt: „Wenn wir die Lehrkräfte auffordern, Kernideen zu generieren, fordern wir sie zum Erzählen auf: Sie sollen den Stoff, den sie im Unterricht behandeln wollen, andern Menschen erzählend ausbreiten, sie sollen über ihre eigenen Erlebnisse und Erfahrungen mit dem Stoff berichten und sie sollen verständlich machen, wo für sie der Witz der Sache liegt“ (Ruf und Gallin, 2003b, S. 13). Dies beinhaltet, dass man „nach der Bedeutung des Stoffes für die eigene Person fragt“ (Ruf und Gallin, 2003a, S. 63) und Rechenschaft darüber ablegt, „was ihn eigentlich bewegt und lenkt, wenn er sich einer bestimmten Sache zuwendet“ (Ruf und Gallin, 2003b,

S. 17). Man beginnt also damit, „sich an jene vergangenen Erlebnisse beim ersten Kontakt mit dem Stoff zu erinnern und sie an die Oberfläche zu heben.“ (Gallin, 2008, S. 102).

Auch „der interdisziplinäre Dialog zur Genese von Kernideen“ ist nach Ruf und Gallin (2003b, S. 38) unerlässlich. Sie schreiben, dass man „wirksame Kernideen im eigenen Fachgebiet [...] oft nur im kontroversen Dialog mit Kollegen anderer Disziplinen entwickeln kann“ (Ruf und Gallin, 2003b, S. 38).

Neben dem persönlichen Standpunkt und dem Dialog mit Anderen spielen auch Vorschau und Rückschau bei der Generierung von Kernideen eine große Rolle (Ruf und Gallin, 2003b, S. 31-37). Unter Rückschau verstehen sie dabei „eine sehr sorgfältige und detaillierte Analyse des Stoffs“ (Ruf und Gallin, 2003b, S. 36). In der Vorschau dagegen geht es darum, dem Lernenden, „der diesem Sachgebiet noch fremd gegenüber steht und ihm zum ersten Mal, in der Vorschau, begegnet“, „nicht aus den Augen zu verlieren“ (Ruf und Gallin, 2003b, S. 37).

Neben diesen einzelnen Hinweisen zum Generieren einer Kernidee gibt es auch eine „Anleitung für das Aufspüren von Kernideen“ (Ruf und Gallin, 2003b, S. 18) (Abbildung 3). Diese stellt acht aufeinanderfolgende Schritte vor, welche bei der Findung einer Kernidee helfen können, bzw. zu einer Kernidee führen sollen.

Unabhängig davon, ob man diese Schritte befolgt oder einen anderen Weg wählt, muss man an persönlichen Kernideen „oft längere Zeit arbeiten, bis sie als Instrumente im dialogischen Lernen taugen“ (Ruf und Gallin, 2003b, S. 27). Nach Ruf und Gallin muss in jedem Fall „beim Generieren der Kernidee die Beziehung zwischen Person und Sache von Fall zu Fall wieder neu gesucht und geklärt werden“ (Ruf und Gallin, 2003a, S. 109), weshalb sie argumentieren, dass „kein Hilfsmittel die Lehrperson von dieser Aufgabe befreien“ kann (Ruf und Gallin, 2003a, S. 109).

Die vorangegangenen Aussagen zur Findung von Kernideen haben gemeinsam, dass sie alle konkrete Hinweise dazu geben, wie man Kernideen finden kann. Aus diesem Grund entspricht daher die Generierung von Kernideen nach diesen Zitaten jeweils konkreten Vorgehensweisen.

Anleitung für das Aufspüren von Kernideen	
1	Stellen Sie sich in Ihrem Fach ein verhältnismäßig großes Stoffgebiet vor, das Sie mögen.
2	Blenden Sie alles aus, was Sie nur dann interessiert, wenn Sie an Ihre Schülerinnen und Schüler denken.
3	Versuchen Sie sich an den Moment zu erinnern, wo Ihr Interesse an diesem Gebiet wach geworden ist: an die Quelle Ihrer Faszination, an ein Schlüsselerlebnis, das Ihnen die Augen geöffnet hat.
4	Erinnern Sie sich an kein persönliches Schlüsselerlebnis? Dann müssen Sie sich auf die Suche nach einem Dialogpartner machen, der in einem anderen Fachgebiet zu Hause ist als Sie. Erklären Sie ihm in möglichst einfachen Worten, was Sie persönlich über Ihr Fachgebiet denken und was für Sie der Witz der Sache ist. Achten Sie auf die Reaktionen ihres Partners und lassen Sie sich von seinen Zweifeln und Rückfragen inspirieren.
5	Üben Sie sich jetzt im Erzählen! Stoff ist ihr Schlüsselerlebnis oder die Begegnung mit Ihrem Dialogpartner. Geben Sie dem Erlebten die Gestalt einer Anekdote.
6	Hat Ihre Anekdote eine attraktive Pointe? Können Sie den Witz der Sache auf den Punkt bringen? Vielleicht mit einer herausfordernden Frage, einer simplen Geste, einer kühnen Behauptung, einem anregenden Spielangebot, einem ausbaufähigem Denkanstoß, einem animierenden Bild, einer dynamisierenden Handlungsanweisung? Gelingt Ihnen das, dann haben Sie eine keimfähige Kernidee geboren.
7	Vielleicht brauchen Sie jetzt noch ein Schlüsselobjekt, um ihre Kernidee wirkungsvoll in Szene zu setzen, etwas, was stellvertretend für das Ganze stehen kann: eine repräsentative Aufgabe, einen exemplarischen Text, einen charakteristischen Gegenstand.
8	Testen Sie Ihre Anekdote und Ihr Schlüsselobjekt im Freundeskreis, bevor Sie sie in die Klasse tragen, Wirkt die Kernidee?

Abbildung 3 Anleitung für das Aufspüren von Kernideen, (nach Ruf und Gallin, 2003b, S. 18)

Aufzählung der Zitate

Die nachfolgenden Zitate beschreiben jeweils bestimmte Vorgehensweisen beim Generieren von Kernideen.

„Der erste Schritt zur Generierung von Kernideen ist also, sich an jene vergangenen Erlebnisse beim ersten Kontakt mit dem Stoff zu erinnern und sie an die Oberfläche zu heben.“ (Gallin, 2008, S. 102)

„Sachzentrierte Kernideen findet man nur, wenn man nach der Bedeutung des Stoffes für die eigene Person fragt [...]“ (Ruf und Gallin, 2003a, S. 63)

„[...] muss beim Generieren der Kernidee die Beziehung zwischen Person und Sache von Fall zu Fall wieder neu gesucht und geklärt werden. Deshalb kann kein Hilfsmittel die Lehrperson von dieser Aufgabe befreien.“ (Ruf und Gallin, 2003a, S. 109)

„[...] interdisziplinäre Dialog zur Genese von Kernideen unerlässlich“ (Ruf und Gallin, 2003b, S. 38)

„Wirksame Kernideen im eigenen Fachgebiet kann man oft nur im kontroversen Dialog mit Kollegen anderer Disziplinen entwickeln.“ (Ruf und Gallin, 2003b, S. 38)

„Wer nach Kernideen sucht, gibt sich Rechenschaft darüber, was ihn eigentlich bewegt und lenkt, wenn er sich einer bestimmten Sache zuwendet.“ (Ruf und Gallin, 2003b, S. 17)

„Vorschau und Rückschau, das zeigte uns dieses Gespräch deutlich, sind zwei Perspektiven, denen man sich bei der Vorbereitung mit gleicher Intensität hingeben muss. Es braucht eine sehr sorgfältige und detaillierte Analyse des Stoffs in der Rückschau, um zum Kern der Sache vorzudringen. Es braucht aber gleichzeitig auch die Fähigkeit, die Distanz zu gewinnen, um trotz des detaillierten Fachwissens den Menschen nicht aus den Augen zu verlieren, der diesem Sachgebiet noch fremd gegenüber steht und ihm zum ersten Mal, in der Vorschau, begegnet.“ (Ruf und Gallin, 2003b, S. 36-37)

„An persönlichen Kernideen muss man oft längere Zeit arbeiten, bis sie als Instrumente im dialogischen Lernen taugen.“ (Ruf und Gallin, 2003b, S. 27)

3.3. Beispiele für Kernideen in der Literatur

In der Literatur findet man nur verhältnismäßig wenige, ausformulierte, Kernideen. In Abbildung 4 werden einige Beispiele für Kernideen vorgestellt, wobei sich auf Beispiele aus dem Mathematikunterricht beschränkt wurde. Zu der jeweiligen aufgelisteten Kernidee wird das Unterrichtsthema sowie die Literaturquelle angegeben.

Kernidee	Unterrichtsthema	Quelle
Wie viel Erde braucht der Mensch?	Flächenmessung	Züllig, 2003, S. 116
Ich gebe meinem Nachbarn einen kleinen Stoß, wenn mein Zahlenvorrat erschöpft ist.	Zehnerübertrag	Gossweiler, 2003, S. 42
Rechnen ist nichts anderes als effizientes vor- und rückwärtsschreitendes Zählen.	Addieren und Subtrahieren mehrstelliger Zahlen	Gossweiler, 2003, S. 42
GETEILT DURCH EINHALB GIBT MEHR!	Bruchrechnung	Ruf und Gallin, 2003b, S. 26
Die Mitte ist nicht immer in der Mitte.	Einführung in die beschreibende Statistik	Lutz-Westphal und Skutella, 2019, S. 5
Umfallen und Wegrutschen ist gleich.	Kreis und Ellipse	Weber, 2008, S. 142
Mal schauen, wie gut es damit geht.	Statistische Tests	Pfau und Winter, 2008, S. 228
In der Welt der Funktionen bleibt keiner allein.	Funktionen	Piel, 2020, S. 50

Abbildung 4 Kernideen zu verschiedenen Themen des Mathematikunterrichts, gesammelt aus der Literatur

4. Der Weg zur Kernidee am Beispiel zweier Lehrplanthemen

Im folgenden Kapitel werden die Lehrplanthemen „Lineare Funktionen“ und „Baumdiagramme in der Wahrscheinlichkeitsrechnung“, des Unterrichtsfachs Mathematik, betrachtet. Zuerst wird jeweils eine Sachanalyse vorgenommen. Im Anschluss daran wird der jeweilige Weg, bzw. der Gedankengang zum Finden einer Kernidee des entsprechenden Themas offengelegt. Orientiert wird sich hierbei an Kapitel 3.2 (Generierung einer Kernidee) dieser Arbeit.

4.1. Lineare Funktionen

Lineare Funktionen spielen in der Schulmathematik eine sehr große Rolle. Sie sind der erste Funktionstyp mit dem die Schülerinnen und Schüler in der Oberstufe in Berührung kommen (RLP, 2015, S. 29 und 55). Dadurch bildet das Verständnis über lineare Funktionen den Grundstein für sämtliche weiterführende, funktionelle Betrachtungen.

Lineare Funktionen lassen sich der Leitidee L[4] Gleichungen und Funktionen, insbesondere dem Unterthema *Zuordnungen und Funktionen*, zuordnen.

4.1.1. Sachanalyse

Lineare Funktionen betrachtet man im Kontext von Funktionen und funktionaler Zusammenhänge.

Ein funktionaler Zusammenhang beschreibt, wie sich eine „Größe in Abhängigkeit einer anderen Größe verhält“ (Wittmann, 2019, S. 5). Eine der Größen ist dabei die vorgegebene, unabhängige Größe, von der genau ein Wert der Zweiten Größe zugeordnet wird, welche von der ersten abhängig ist (Wittmann, 2019, S. 5).

Funktionale Zusammenhänge können unter anderem durch Funktionen beschrieben werden (Büchter und Henn, 2010, S. 40). Der eigentliche Funktionsbegriff hat seinen Ursprung schon im 17. Jahrhundert. Damals verwendete Gottfried Wilhelm Leibnitz das Wort „functio“ im Zusammenhang mit geometrischen Betrachtungen (vom Hofe in Bruder et al., 2015, S. 150). Seitdem wurde der Begriff ständig weiterentwickelt, bis hin zum heutigen Verständnis über Funktionen. Eine mögliche Definition lautet wie folgt: „Eine Zuordnung von einer nichtleeren Menge A in eine nichtleere Menge B, die jedem Element aus A genau ein Element aus B zuordnet, heißt Funktion“ (Wittmann, 2019, S. 10). Wenn eine

eindeutige Zuordnung, von einer nichtleeren Menge $D \subseteq \mathbb{R}$, in die Menge \mathbb{R} erfolgt, spricht man von einer reellen Funktion (Wittmann, 2019, S. 11).

Eine reelle Funktion f , mit der Gleichung $f(x) = mx + n$ mit $m, n \in \mathbb{R}$, heißt lineare Funktion (Wittmann, 2019, S. 43). Der Funktionsgraph einer linearen Funktion ist dabei immer eine Gerade, dessen Lage abhängig ist von den Parametern m und n . Der Parameter m heißt Steigung und gibt durch den Betrag von m die Steilheit des Funktionsgraphen an (vom Hofe, 2015, S. 166). Er lässt sich auch mit Hilfe eines Steigungsdreiecks darstellen. Man betrachtet zwei Punkte, $(x_1 | y_1)$ und $(x_2 | y_2)$, auf dem Graphen der Funktion f mit $x_1 < x_2$. Die beiden Punkte sind Eckpunkte eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen Hypotenuse auf dem Funktionsgraphen liegt und dessen Katheten senkrecht zu den Koordinatenachsen verlaufen. Für jedes Steigungsdreieck gilt:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{(mx_2 + n) - (mx_1 + n)}{x_2 - x_1} = \frac{m(x_2 - x_1)}{x_2 - x_1} = m$$

Es ist also m „in jedem Steigungsdreieck das Verhältnis von senkrechter zu waagerechter Kathetenlänge“ (Humenberger und Schuppar, 2019, S. 40). Durch diesen Zusammenhang wird auch deutlich, dass m angibt, ob der Funktionsgraph steigend ($m > 0$) oder fallend ($m < 0$) ist.

Der Parameter n gibt den y -Achsenabschnitt an. Das bedeutet, der Graph einer Funktion schneidet die y -Achse im Punkt $(0 | n)$. Durch die Eigenschaften der beiden Parameter m und n ergeben sich zwei Sonderfälle, wenn entweder $m=0$ oder $n=0$ ist. Für $m=0$ ist $f(x)=n$ und heißt konstante Funktion. Für $n=0$ ist $f(x)=mx$ und die Funktion wird proportionale Funktion genannt, wobei m der Proportionalitätsfaktor ist (Wittmann, 2019, S. 43-45).

Die Funktionsgleichung und der Funktionsgraph sind zwei Darstellungsformen linearer Funktionen. Zusätzlich lassen sich lineare Funktionen auch verbal beschreiben oder in einer Wertetabelle darstellen (Wittmann, 2019, S. 12).

Lineare Funktionen besitzen eine Nullstelle außer im Fall $m=0$, dann besitzen sie keine.

In Bezug auf lineare Zusammenhänge stellen lineare Funktionen ein Modell für lineares Wachstum dar. Wenn eine entsprechende Sachsituation modelliert wird,

kann man m und n bezogen auf die Situation interpretieren. Ein Spezialfall ist hier erneut $n=0$, in diesem Fall beschreibt die konstante Funktion $f(x)=mx$ proportionales Wachstum (Wittmann, 2019, S. 51-54).

Bei der Betrachtung linearer Funktionen spielen auch Quadratische Funktionen eine Rolle, da die Aufleitung, die Stammfunktion einer linearen Funktion, eine quadratische Funktion ist.

4.1.2. Der Weg zu einer Kernidee /dialogische Sachanalyse

In diesem Abschnitt wird auf die Suche nach einer Kernidee zum Thema lineare Funktionen gegangen. Im nachfolgenden Abschnitt werden, wie in einem Reisetagebuch, alle Gedanken der Autorin aufgeschrieben.

Da mir bis jetzt zum Thema „lineare Funktionen“ noch keine Kernidee einfach so gekommen ist, werde ich mich an die Vorschläge zur Generierung einer Kernidee aus Kapitel 3.2 halten. Demnach sollte ich mir folgende Fragen stellen: Was waren meine Erlebnisse, als ich mit dem Stoff das erste Mal in Berührung kam und was ist für mich der Witz der Sache?

An meine allererste Begegnung mit linearen Funktionen kann ich mich nicht mehr erinnern. Ich weiß nur noch, dass ich schon damals in der Schule Freude am Umgang mit Funktionen hatte. Meine Kernidee bis hierhin ist also „Ich mag lineare Funktionen“. Damit kann ich aber noch nicht viel anfangen, da die für mich wichtigsten Aspekte einer Kernidee fehlen – das Fachliche und das Herausfordernde. Ich denke also weiter...

Ich glaube, ich habe mich damals wie ein Detektiv gefühlt, der mit Hilfe von der Funktionsgleichung eine Funktion oder einen Sachverhalt untersuchen konnte. Zumindest fühle ich mich jetzt so, wenn ich mit Funktionen arbeite und vielleicht sogar eine Rekonstruktion der Funktionsgleichung vornehmen muss.

Ich denke an die „Anleitung zum Aufspüren von Kernideen“ von Urs Ruf und Peter Gallin (Ruf und Gallin, 2003b, S. 18) und gucke, ob mir dort ein von Ihnen vorgegebener Schritt weiter voran helfen kann. Ich lese, dass ich mir ein Schlüsselerlebnis ins Gedächtnis rufen soll, dass meine Faszination mit dem Stoff geprägt hat. Mir fällt aber kein Schlüsselerlebnis ein. Ich habe mich bis jetzt zwar schon viel mit linearen Funktionen beschäftigt, aber ich kann mich nicht an „besondere“ Erlebnisse erinnern.

Jetzt denke ich an die Aussagen aus der Literatur zum Finden von Kernideen, die besagen, dass man Kernideen mit geschlossenen Augen auf der Couch findet oder sie zufällig kommen. Das verunsichert mich, da mir bis jetzt keine gekommen sind und ich ja nicht ewig darauf warten kann, dass mal eine kommt. Ich versuche, mich wieder auf meine Beziehung zu linearen Funktionen zu konzentrieren.

Eine Sache, die mich zwar persönlich im ersten Moment nicht besonders fasziniert, die aber meiner Meinung nach ein zentraler Aspekt linearer Funktionen darstellt ist, dass immer ein x -Wert und ein y -Wert zusammengehören. Jetzt denke ich an das, was ich vorhin gedacht habe, die Sache mit dem Detektiv. Die Funktionsgleichung wäre demnach die Lupe, mit der wir zu einem gegebenen x -Wert den passenden y -Wert finden. Eine mögliche Kernidee wäre hier vielleicht „Das nehmen wir mal unter die Lupe“. Jetzt kommt mir auch ein Bild in den Sinn. Wenn man eine Lupe über einen Funktionsgraphen hält und auf einen Punkt reinzoomt, hat man den x - und den y -Wert. Aber in der Aussage selbst steckt nichts Fachliches. Damit ist es also eigentlich keine Kernidee. Außerdem komme ich damit nur auf die paarweise Zuordnung, das ist zwar ein wichtiger Teil linearer Funktionen aber eben auch aller anderen reellen Funktionen.

Was also, ist für mich das Besondere an linearen Funktionen? Ein besonderer Aspekt ist sicher der Graph, der eine Gerade bildet. Das Besondere ist also, dass es eine paarweise Zuordnung ist, die in jedem Punkt denselben Anstieg hat. Damit bin ich aber quasi bei der Definition von linearen Funktionen gelandet.

Ich denke, ich muss wieder persönlicher werden. Was gefällt MIR an linearen Funktionen? Was finde ICH wichtig daran? Mich fasziniert, dass die Funktion ein Werkzeug ist, mit dem ich Sachverhalte aus der Natur erforschen kann. Insbesondere gilt bei linearen Funktionen, bezogen auf die zusammengehörenden x - und y -Werte, entweder „je mehr desto mehr oder je weniger desto weniger“. Das gilt allerdings nicht, falls es sich um eine konstante Funktion handelt. Trotzdem finde ich die Aussage sehr schön. Daran möchte ich weiterarbeiten. Ich frage mich, ob das schon eine akzeptable Kernidee wäre. Fachlich gesehen reduziert es lineare Funktionen zwar sehr, aber trifft schon irgendwie zumindest einen Kernaspekt linearer Funktionen. Außerdem könnte man einen einfachen offenen ersten Auftrag daraus gestalten in dem die Schülerinnen und Schüler selbst Situationen finden sollen aus ihrem Leben, wo entweder das Eine oder das Andere gilt. Ich bin aber

noch nicht vollkommen zufrieden und habe das Gefühl, dass ich jetzt gerne mit jemand anderem in den Dialog darüber treten würde.

...

In der Zwischenzeit sind einige Tage vergangen. In diesen habe ich zum einen probiert mir „beiläufig Gedanken zu machen“ (Pfau und Winter, 2008, S. 226), zum anderen habe ich den fachfremden Dialog gesucht.

Das beiläufige Gedanken machen hat wenig geholfen. Der Dialog mit einer Fachfremden Person (Ingenieur) war dagegen schon eher hilfreich. Zum einen ist im Laufe des Gesprächs aufgefallen, dass die vorher von mir formulierte Kernidee „je mehr desto mehr oder je weniger desto weniger“ nicht sinnvoll ist, da es natürlich auch den Fall gibt, dass die x-Werte steigen und die y-Werte fallen. Also richtiger wäre es zu sagen „Je mehr desto mehr oder je mehr desto weniger“. Diese Formulierung ist aber auch nicht befriedigend, da nach wie vor der Aspekt des gleichen Anstiegs in jedem Punkt fehlt. Vielleicht könnte man sagen „Entweder gleichmäßig immer mehr oder gleichmäßig immer weniger.“

Im Gespräch ergaben sich auch einige neue Ideen. Zum einen kamen wir auf die Aussage „ein gleichmäßiger gerader Graph“. Diese Aussage könnte vielleicht als Kernidee funktionieren, da etwas Fachliches hat und mit dem richtigen Auftrag sicher auch etwas Herausforderndes, wenn die Lernenden sich zum Beispiel eine Situation überlegen sollen, bei der ein solcher gleichmäßiger, gerader Graph entstehen würde. Aufgrund dessen, dass alle Anfangsbuchstaben dieser Aussage die gleichen sind, hat sie hohes Erinnerungspotential.

Im Gespräch haben wir uns auch viel über die Idee des Steigungsdreiecks unterhalten. Daraus sind zwei weitere Kernideen entstanden, wobei die Zweite eine notwendige Weiterentwicklung der Ersten ist: "Ein Dreieck reicht aus, um pro Gerade alle Punkte zu bestimmen" und „Ein Dreieck und ein Punkt ist alles was ich brauche“. Da beim Steigungsdreieck beide Katheten je parallel zu den Koordinatenachsen sind, weiß man immer, wie man es an einen vorgegebenen Punkt der Gerade ansetzen muss, um diese weiter zu zeichnen.

Sicher könnte man jetzt noch weiter überlegen, aber an dieser Stelle habe ich das Gefühl, dass ich sogar mehrere Kernideen gefunden habe, dessen Wirksamkeit man im Unterricht erproben könnte. Die Frage, die für mich offen bleibt, ist, ob meine Kernideen nun wirklich ausreichend sind, oder ob der Prozess der Findung noch nicht abgeschlossen ist. Ich denke, dass auf Grund der Wandelbarkeit

der Kernidee der Prozess ewig weiter geführt werden könnte und man für sich entscheiden muss, wann man aufhört. Diesen Punkt habe ich, meines Erachtens, an dieser Stelle nun erreicht.

4.1.3. Kernideen

Den vorangegangenen Überlegungen sind vier, potenziell wirksame Kernideen entsprungen. Auf Grundlage dieser Kernideen lassen sich Aufträge für den Unterricht formulieren. Erst der praktische Einsatz dieser Kernideen und zugehöriger Aufträge im Unterricht kann allerdings zeigen, ob die Kernideen tatsächlich wirksam sind.

Die vier entwickelten Kernideen zum Thema lineare Funktionen sind die Folgenden:

„Je mehr desto mehr oder je mehr desto weniger.“

„Entweder gleichmäßig immer mehr oder gleichmäßig immer weniger.“

„Ein gleichmäßiger, gerader Graph.“

„Ein Dreieck und ein Punkt ist alles was ich brauche.“

4.2. Baumdiagramme in der Wahrscheinlichkeitsrechnung

Baumdiagramme behandelt man im Mathematikunterricht in den Kontexten der Kombinatorik und der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Baumdiagramme fallen dabei unter die Leitidee L[5] Daten und Zufall. Insbesondere gehören sie zu Zählstrategien und Wahrscheinlichkeiten (RLP, 2015, S. 59). Schülerinnen und Schüler arbeiten ab der 7. Klasse mit Baumdiagrammen, wobei erwartet wird, dass sie diese nicht nur erstellen, sondern auch (jahrgangsgemessen) nutzen können (RLP, 2015, S. 31).

4.2.1. Sachanalyse

Baumdiagramme sind in der Wahrscheinlichkeitsrechnung ein Hilfsmittel zum Ermitteln von Wahrscheinlichkeiten.

Ziel des Umgangs mit Wahrscheinlichkeiten wiederum ist es, eine „objektive Maßzahl für den Grad der Unbestimmtheit zu gewinnen, diese Unsicherheit quantitativ zu erfassen und bequem zu beschreiben“ (Mittelbach, 1992, S. 65). Die Wahrscheinlichkeitsrechnung hat dabei eine lange Geschichte, welche seinen Ursprung im 15. Jahrhundert hatte (Tropfke, 1903, S. 356).

Grundlage der Wahrscheinlichkeitsrechnung sind Zufallsexperimente. Dies sind Zufallsvorgänge, bei denen die Ergebnismenge im Vorhinein bekannt ist und es zufällig ist, welches Ergebnis tatsächlich eintritt. Eine weitere Anforderung an Zufallsexperimente ist, dass sie theoretisch beliebig oft wiederholt werden können (Kosfeld et al., 2005, S. 4). Die Ergebnisse eines Zufallsexperiments bezeichnet man mit ω_i . Alle möglichen Ergebnisse zusammen bilden die Ergebnismenge Ω .

Nach Definition (Kosfeld et al., 2005, S. 7) ist ein Ereignis „eine Teilmenge der Ergebnismenge Ω eines Zufallsvorgangs“. Zwei Sonderfälle sind das unmögliche Ereignis, welches kein Element aus Ω enthält und das sichere Ereignis, welches alle möglichen Ergebnisse eines Zufallsexperiments enthält.

Der Begriff der Wahrscheinlichkeit kommt ins Spiel, wenn man ein Zufallsexperiment n -mal wiederholt und sich für die Wahrscheinlichkeit des Eintretens eines bestimmten Ereignisses interessiert. Besondere Aufmerksamkeit erfordert die Laplace'sche Wahrscheinlichkeit. Diese bestimmt die Wahrscheinlichkeit von Ereignissen bestimmter Zufallsexperimente, auch Laplace-Experimente genannt. Das Besondere ist, dass die Ergebnismenge des betrachteten Zufallsvorgangs endlich ist und dessen Ergebnisse alle gleich wahrscheinlich sind (Kosfeld et al., 2005, S. 16-17). Die Wahrscheinlichkeit P eines Ereignisses A von einem Laplace-Experiment lässt sich wie folgt berechnen:

$$P(A) = \frac{\text{Anzahl der für das Ereignis } A \text{ günstiger Ergebnisse}}{\text{Anzahl aller möglichen Ergebnisse}}$$

Grafisch lassen sich Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe von Baumdiagrammen ermitteln. Die betrachteten Zufallsexperimente können dabei einstufig oder mehrstufig sein. Es können sowohl Laplace-Experimente als auch andere Zufallsexperimente modelliert werden (Kosfeld et al., 2005, S. 22; RLP, 2015, S. 61).

Ein Baumdiagramm besteht aus Knoten (Ecken) und Kanten (Wegstrecken). An die Knoten werden die jeweiligen Ergebnisse (bzw. Ereignisse) geschrieben und an die Kanten die dazugehörigen Wahrscheinlichkeiten (Kütting und Sauer, 2011, S. 101-102; Sproesser et al., 2014, S. 60). Die Teilwahrscheinlichkeiten der Kanten, die dabei von demselben Knoten ausgehen, müssen als Summe 1 ergeben.

Bei einem mehrstufigen Zufallsexperiment wird auch das Baumdiagramm mehrstufig. Die Anzahl der Stufen im Baumdiagramm entspricht dabei der Anzahl

der Teilerperimente des Zufallsexperiments (Kütting und Sauer, 2011, S. 180-181). Die verschiedenen Wege (Pfade) im Baumdiagramm (jeweils vom ersten Knoten bis zum Ende) entsprechen dann jeweils unterschiedlichen Ereignissen.

Es gibt zwei Pfadregeln, mit welchen man Wahrscheinlichkeiten in einem Baumdiagramm errechnen kann. Die erste Pfadregel (Multiplikationspfadregel) besagt, dass man bei einem mehrstufigen Zufallsexperiment die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses berechnet, indem man die Wahrscheinlichkeiten der Wegstrecken des dazugehörigen Pfades miteinander multipliziert (Kütting und Sauer, 2011, S. 184).

Die zweite Pfadregel (Additionspfadregel) bezieht sich auf die Wahrscheinlichkeit von Ereignissen, zu denen mehrere Pfade gehören. Die Wahrscheinlichkeit eines solchen Ereignisses lässt sich berechnen, in dem man die mit der ersten Pfadregel berechneten, einzelnen Pfadwahrscheinlichkeiten miteinander addiert (Kütting und Sauer, 2011, S. 102). Alle einzelnen Pfadwahrscheinlichkeiten aufsummiert müssen insgesamt 1 ergeben.

Wenn nur einzelne Pfade betrachtet werden und nur diese in das Baumdiagramm gezeichnet werden, spricht man von einem verkürzten Baumdiagramm (Kütting und Sauer, 2011, S. 189). Baumdiagramme können, wie bereits erwähnt, in verschiedenen Fällen angewandt werden. Sie eignen sich ebenso für das Einführen von Bernoulliketten wie für das Verdeutlichen der Sinnhaftigkeit von Vierfeldertafeln (Kütting, Sauer, 2011, S. 204).

4.2.2. Weg zur Kernidee /dialogische Sachanalyse

Im folgenden Text wird der Gedankengang der Autorin, während der Generierung von Kernideen zum Thema Baumdiagramme in der Wahrscheinlichkeitsrechnung, vorgestellt. Es wird vorgegangen wie in einem Reisetagebuch.

Das Thema Baumdiagramme in der Wahrscheinlichkeit löst bei mir gemischte Gefühle aus. Ich erinnere mich zwar nicht an meine erste Begegnung mit dem Stoff, aber dafür erinnere ich mich daran, dass ich Wahrscheinlichkeitsrechnung nie mochte. Baumdiagramme waren das Einzige bei diesem Thema, das mir relative Sicherheit gegeben hat. Meine erste Kernidee ist daher „Baumdiagramme als Freund und Helfer“. Persönlich hat mir an Baumdiagrammen immer gefallen, dass

sie einen Gesamtüberblick über ein Zufallsexperiment geben, wodurch es viel leichter wurde einzelne Wahrscheinlichkeitsüberlegungen anzustellen.

Gerade ist mir der Gedanke gekommen, ein Baumdiagramm als tatsächlichen Baum zu betrachten. Wenn man in einen Baum bis in die Spitze klettert, hat man von oben einen guten Überblick. In Verbindung mit dem Gedanken, dass Baumdiagramme einen Überblick über das gesamte Zufallsexperiment geben, bedeutet das, dass man „von der Spitze des Baumdiagramms alles im Blick hat“. Die Spitze des Baumdiagramms ist für mich dabei der allererste Knoten. Diese Idee verdeutlicht, was mir persönlich an Baumdiagrammen am besten gefällt. Trotzdem höre ich an dieser Stelle nicht auf, sondern probiere, die Idee weiterzuentwickeln oder gegebenenfalls noch andere Kernideen zu diesem Thema aufzudecken.

In jedem Baum und in jedem Baumdiagramm hat ein Ast, bzw. eine Kante eine eigene Bedeutung. Das Besondere ist, dass alle Kanten, die einem Knoten entspringen, bzw. die jeweiligen Wahrscheinlichkeiten, zusammen ein Ganzes bilden. ... Mit diesem Gedanken komme ich gerade nicht weiter, aber es ist mir etwas anderes eingefallen. Die einzelnen Wege, die man in einem Baumdiagramm geht, haben alle unterschiedliche Bedeutungen, bzw. stehen alle für unterschiedliche Ereignisse. Eine mögliche Kernidee wäre also „Jeder Pfad bietet ein anderes Ereignis“. Diese Kernidee gefällt mir gut, da sie sich sehr schön auf das Leben beziehen lässt und dadurch ein hohes Erinnerungspotential hat.

Gerade ist mir noch ein Sprichwort in den Kopf gekommen „Alle Wege führen nach Rom“. Für Baumdiagramme kann man das umformulieren: „Alle Wege führen zu einer Wahrscheinlichkeit“. Ich frage mich, ob sie zu allgemein formuliert ist. Fehlt zum Beispiel ein Bezug zu den einzelnen Wahrscheinlichkeiten an den Kanten? Die Frage, die sich mir hier stellt, ist, ob ein Bezug zu den einzelnen Kantenwahrscheinlichkeiten überhaupt zwingend notwendig ist. Ich denke, eigentlich nicht, da ja trotzdem das große Ganze irgendwie beschrieben wird.

Könnte es also sein, dass ich dann schon drei Kernideen habe, die ich so im Unterricht verwenden könnte? Ob sie wirksam sind oder nicht, kann sowieso erst nach dem eigentlichen Einsatz herausgefunden werden. Irgendwie bin ich allerdings verunsichert, da es diesmal viel schneller ging als erwartet. Ich frage mich, wann man weiß, wann man aufhören kann. Wahrscheinlich muss man auf sein Bauchgefühl hören und sich im Hinterkopf behalten, dass Kernideen sowieso wandelbar sind und daher theoretisch ewig erweitert werden könnten.

4.2.3. Kernideen

Die Kernideen zum Thema Baumdiagramme in der Wahrscheinlichkeitsrechnung, die im vorangegangenen Text entwickelt wurden, sind die Folgenden:

„Von der Spitze des Baumdiagramms hat man alles im Blick.“

„Jeder Pfad bietet ein anderes Ereignis“

“Alle Wege führen zu einer Wahrscheinlichkeit.“

4.3. Fazit

In den vorangegangenen zwei Unterkapiteln wurden Kernideen zu zwei unterschiedlichen Lehrplanthemen entwickelt. Auf den ersten Blick scheint es sehr gut funktioniert zu haben, da zu jedem Thema sogar mehrere, vermeidliche, Kernideen gefunden wurden. Bei genauerem Lesen wird jedoch deutlich, dass der Prozess große Unsicherheit verursacht hat. Nicht zu verkennen ist auch die aufgewendete Zeit, von mehreren Stunden bzw. sogar über mehrere Tage im Fall der linearen Funktionen.

Die Vorschläge zum Generieren von Kernideen helfen nur bedingt und tragen teilweise sogar zu der Unsicherheit bei. Zum einen gibt es die Vorschläge, die besagen, dass man sich nebenbei Gedanken machen soll. Dies wurde versucht, jedoch haben sich auch über die Dauer von mehreren Tagen keine Kernideen nebenbei offenbart. Das lässt an eigenen Fähigkeiten zweifeln.

Ein konkreterer Vorschlag zum Finden von Kernideen ist, dass man sich auf der Suche zuerst an das erste Zusammentreffen mit dem Stoff erinnern soll (Gallin, 2008, S. 102). Dies fällt aber sehr schwer, da jene Begegnungen oft viele Jahre zurückliegen. Auch die Suche nach Schlüsselereignissen gestaltet sich schwierig, wenn man diese nie als solche wahrgenommen hat.

Als hilfreicher Vorschlag wurde der Dialog mit fachfremden Personen empfunden, wobei dieser auch erst sinnstiftend sein kann, wenn man sich bereits mit dem Thema auseinandergesetzt hat und erste Kernideen formuliert wurden. Der Dialog hilft also vor allem beim Weiterentwickeln und/oder Überdenken von Kernideen.

Insgesamt erschien der Weg zur Kernidee eher wie ein wenig geordnetes Brainstorming, bei dem es in jedem Fall hilfreich war, seine Gedanken aufzuschreiben. Aufgrund dessen, dass man sich selbst einen Weg durch seine

Gedanken bahnen musste, mit wenigen Anhaltspunkten in welche Richtung der Weg gehen sollte, kann es sehr lange dauern, bis man Kernideen formuliert hat, die eventuell im Unterricht wirksam werden können.

Eine große Schwierigkeit war es, nicht zu wissen, wann eine Kernidee „bereit“ für den Einsatz im Unterricht ist. Ein weiteres Problem war die große Unsicherheit, die durch die Annahme entsteht, dass Kernideen sich zufällig einstellen, bzw. jeder Kernideen hat und diese nur zugeben muss (Ruf und Gallin, 2003a, S. 62). Schon die Tatsache, dass sich nicht an die erste Begegnung mit dem Stoff erinnert wird, lässt an den eigenen Fähigkeiten zweifeln.

In Bezug auf die in Kapitel 3 formulierten Aspekte der Kernidee lässt sich feststellen, dass alle Aspekte beim Finden der Kernideen eine Rolle gespielt haben, allerdings im Endprodukt nur das Fachliche eine große Rolle spielt. Man könnte also sagen, dass die verschiedenen Aspekte den Weg zu einer Kernidee darstellen und das Ziel, die fertige Kernidee, hauptsächlich durch einen fachlichen Kern geprägt ist.

In Bezug auf die gefundenen Kernideen zum Thema Lineare Funktionen ist festzustellen, dass sich die vier Kernideen auf unterschiedliche Aspekte (linearer) Funktionen zuordnen lassen. Zum einen gibt es zwei Kernideen zum Thema des Anstiegs bzw. Steigungsdreiecks („Ein gleichmäßiger, gerader Graph.“, „Ein Dreieck und ein Punkt ist alles was ich brauche.“) und zwei Kernideen, die sich damit beschäftigen, wie sich beide Größen miteinander verändern („Je mehr desto mehr oder je mehr desto weniger.“, „Entweder gleichmäßig immer mehr oder gleichmäßig immer weniger.“). Besonders interessant ist, dass sich die letzten beiden Kernideen einer Grundvorstellung zu Funktionen, der Kovariationsvorstellung, zuordnen lassen (Büchter und Henn, 2010, S. 34).

Bei den entwickelten Kernideen zum Thema Baumdiagramme in der Wahrscheinlichkeitsrechnung ist festzustellen, dass nur eine der drei Kernideen wirklich das „Ganze“ betrachtet („Von der Spitze des Baumdiagramms hat man alles im Blick.“). Die anderen beiden Kernideen („Jeder Weg bietet ein anderes Ereignis“, „Alle Wege führen zu einer Wahrscheinlichkeit.“) befassen sich jeweils mit einem speziellen Aspekt von Baumdiagrammen. Die Frage ist, ob die letzten beiden Kernideen dadurch direkt ungeeigneter sind oder ob sie einfach in einem kleineren Rahmen eingesetzt werden können oder sollten.

5. Diskussion über die Kernidee

Im folgenden Kapitel werden die Schwierigkeiten diskutiert, die sich beim Entwickeln von Kernideen ergeben können. Nach einem Überblick über diese Probleme folgt dann ein möglicher Lösungsvorschlag in Form der Idee eines Kernideen-Katalogs.

5.1. Das Kernideenproblem

Die Ergebnisse aus Kapitel 4 zeigen, dass das Finden, sowie das Formulieren von Kernideen nicht einfach ist. Auch in der Literatur findet man Hinweise darauf, dass der Umgang mit Kernideen für viele Lehrpersonen eine Schwierigkeit des dialogischen Unterrichtens darstellt (Pfau und Winter, 2008, S. 225). Oft fällt das Entwickeln von Kernideen nicht nur Lehrkräften schwer, die sich mit dem Dialogischen Lernen gerade erst vertraut machen, sondern auch Lehrpersonen, die schon lange dialogisch unterrichten. In den folgenden Absätzen werden mögliche Gründe dafür vorgestellt.

Ein Problem ist, dass es für die Kernidee keine einheitliche Definition gibt (siehe Kapitel 3). Die Fülle an, oft leicht verschiedenen, Aussagen über die Kernidee sorgt für Verwirrung, sodass oftmals gar nicht klar ist, was eine Kernidee ist. Hinzu kommt, dass sich der Kern der Kernidee eher schlecht auf den Punkt bringen lässt, was wiederum für erhöhte Unsicherheit beim Entwickeln von ihnen sorgt. Zum einen zeigt sich dies durch Erfahrungen in Seminaren, wo Studierenden das Entwickeln von Kernideen immer wieder sehr schwerfällt. Zum anderen spiegelt sich diese Unsicherheit in Aussagen wie der Folgenden wider: „Die Idee der Einfachheit gepaart mit dem Anspruch das Tor zu einem hochkomplexen Fachgebiet für Laien zu öffnen empfinde ich als sehr schwer“ (Distel, o.J., S. 10).

Die Tatsache, dass es kein konkretes Rezept zum Finden von Kernideen gibt (Ruf und Gallin, 2003a, S. 109), wirkt ebenfalls abschreckend. Die eigene Erfahrung zeigt, dass die vorhandenen Vorschläge zum Generieren einer Kernidee (siehe Kapitel 3.2) zwar bedingt helfen können, jedoch nicht ausreichen, um einen sicheren Umgang mit Kernideen zu vermitteln bzw. zu ermöglichen. In Hinblick auf die Praxis ist auch der Gedanke problematisch, dass Kernideen irgendwann einfach zufällig kommen sollen. Es ist unrealistisch in der Schulzeit, bei der Unterrichtsvorbereitung, es dem Zufall zu überlassen, ob sich noch eine Kernidee einstellt oder nicht.

Eine weitere Schwierigkeit beim Finden und Formulieren von Kernideen ist der hohe Zeitaufwand. Beides erfordert sowohl eine hohe Sachkompetenz als auch konzentriertes Arbeiten (Dilcher, 2007, S. 41), was wiederum viel Zeit kostet. Diese Zeit können die Lehrkräfte aber, aufgrund der ohnehin schon sehr großen Zeitauslastung, im Normalfall nicht aufbringen. Eine repräsentatives Zitat für diesen Umstand wurde auf der Jahrestagung zum Dialogischen Lernen im Dialog am 9. November 2019 von Eva Papst und Brigitte Lutz-Westphal vorgestellt: „Die Luxusversion mit der Kernidee leiste ich mir höchstens 2-3 mal im Jahr“ (Lutz-Westphal und Pabst, 2019). Dies lässt darauf schließen, dass auf Grund des zu hohen Aufwands, oft auf das Verwenden von Kernideen verzichtet wird.

Das Verzichten auf Kernideen ist jedoch keine dauerhafte Lösung, da die Kernidee ein zentrales Instrument des dialogischen Lernens darstellt und deren Nichtbeachten früher oder später zu Schwierigkeiten führen wird (siehe Kapitel 2 und 3). Selbst wenn der dialogische Unterricht in der Praxis zunächst auch ohne Kernidee zu funktionieren scheint, so würde das Verwenden von Kernideen die Unterrichtsqualität in jedem Fall positiv beeinflussen.

5.2. Die Idee des Kernideen-Katalogs für den Mathematikunterricht

Das Problem mit der Entwicklung von Kernideen und die Anforderung trotzdem mit Kernideen zu arbeiten, legen nahe, bereits von Anderen entwickelte Kernideen in seinem Unterricht zu nutzen. Dies scheint eine logische Folgerung zu sein. Möchte man nun fremde Kernidee in seinem Unterricht verwenden, stolpert man jedoch über Aussagen wie „Kernideen sind untrennbar mit der Person verbunden, die sie gefunden hat. Darum sind sie nicht kopierbar“ (Ruf und Gallin, 2003b, S. 19).

Betrachtet man jedoch die Beispiele für Kernideen zum Mathematikunterricht in der Literatur (Kapitel 3.3), so fällt auf, dass kein persönlicher Anteil erkennbar ist. Das Persönliche hat sicherlich auf dem Weg zur Kernidee eine Rolle gespielt (siehe Kapitel 4.1 und 4.2), jedoch ist dies in der fertigen Kernidee nicht mehr zu erkennen, allerhöchstens zu erahnen. Dies lässt darauf schließen, dass man das Fachliche und das Persönliche der Kernidee trennen kann. Fachliche Inhalte sind dann nicht mehr an eine Person gebunden und können beliebig von anderen verwendet werden.

Zu dem Schluss, dass sich der fachliche von dem persönlichen Anteil der Kernidee trennen lässt, kommen auch Eva Papst und Brigitte Lutz-Westphal (Lutz-

Westphal und Pabst, 2019). Sie stellen ein Hagelkornmodell der Kernidee vor, bei dem der Kern des Hagelkorns der fachliche Anteil der Kernidee ist und die äußere Hülle der persönliche Anteil. Sie argumentieren ebenfalls, dass der fachliche Anteil, oder zumindest Teile dessen, übertragbar sind.

Demnach ist es zu erwarten, dass die in Kapitel 3.3 aufgeführten Kernideen zu Themen aus dem Mathematikunterricht auch von Lehrkräften erfolgreich benutzt werden können, die diese Idee nicht selbst entwickelt haben. In jedem Fall ist es möglich, dass eine fremde Kernidee zumindest etwas Persönliches in jemand anderem anstößt und somit zur Findung bzw. Weiterentwicklung eigener Kernidee anstößt.

Das Übernehmen fremder Kernideen kann somit als Chance gesehen werden. Zum einen hat es das Potential unerfahrenen Lehrkräften den Einstieg in das Dialogische Lernen zu erleichtern. Zum anderen kann es auch, durch den wesentlich geringeren Zeitaufwand bei der dialogischen Unterrichtsvorbereitung, erfahrene Lehrpersonen entlasten und zur vermehrten Arbeit mit Kernideen animieren.

Neben diesen Vorteilen können fremde Kernideen auch neue Perspektiven auf einen Unterrichtsinhalt eröffnen. Eine Beschäftigung mit solchen Kernideen kann eigene Denkprozesse anstoßen und durchaus zu eigenen Kernideen führen. Auch die Weiterentwicklung fremder Kernideen ist möglich. In jedem Fall kann das Übernehmen von oder arbeiten mit fremden Kernideen als Möglichkeit und Chance gesehen werden, den Umgang mit Kernideen zu erproben bzw. überhaupt zuzulassen, um damit den eigenen Unterricht zu bereichern.

Diese Überlegungen führen zu der Idee eines Kernideenkatalogs für den Mathematikunterricht. Durch die hohe Fachwissenschaftlichkeit des Fachs sind auch die Kernideen durch einen hohen Fachwissensanteil geprägt. Dieser wiederum sorgt dafür, dass die Kernideen sehr gut übertragbar sind.

Ein Kernideenkatalog für den Mathematikunterricht würde, neben den eigentlichen Kernideen und dem jeweiligen Unterrichtsthema, jeweils eine kurze Erklärung der Kernidee beinhalten. Aufgrund der Kompaktheit einer Kernidee ist eine solche Erklärung oftmals notwendig, um die Kernidee richtig verstehen zu können. Ein komplettes Verständnis der Kernidee ist wiederum Voraussetzung für das weitere arbeiten mit ihr.

Eine solche Sammlung würde das dialogische Unterrichten im Mathematikunterricht erheblich erleichtern. Durch einen universellen Kernideenkatalog im Mathematikunterricht hätte jede Lehrkraft die Möglichkeit mit Kernideen zu arbeiten, unabhängig von ihrer Erfahrung im Dialogischen Lernen und der zur Verfügung stehenden Zeit zur Unterrichtsvorbereitung.

Es wäre vorstellbar, dass es in Zukunft einen online abrufbaren Kernideenkatalog gibt. Aufgrund schlechter Erfahrungen mit öffentlich zu bearbeitenden Medien wäre es durchaus sinnvoll, eine zuständige Person zu benennen, welche den Kernideenkatalog erweitern und bearbeiten kann. An diese würde man seine Kernideen (und zugehörige Informationen) schicken, damit diese implementiert werden können.

5.3. Exemplarischer Kernideenkatalog

Die folgende Abbildung (Abbildung 5) zeigt einen exemplarischen Kernideenkatalog für den Mathematikunterricht. Neben der Kernidee werden, wie bereits in Kapitel 5.3 beschrieben wurde, auch das Unterrichtsthema sowie eine Erklärung der Kernidee beinhaltet.

Beispielhaft wurden die in Kapitel 4.1 und 4.2 entwickelten Kernideen eingetragen. In diesem folgenden, exemplarischen Katalog wurde darauf verzichtet, die Kernideen aus Kapitel 3.3 (Beispiele für die Kernidee) einzutragen, da für diese keine Erklärungen vorliegen. Da, wie im vorangegangenen Kapitel beschrieben, solche Erklärungen aber teilweise notwendig sind, um die jeweilige Kernidee zu verstehen, ist es nicht sinnvoll Kernideen ohne Erklärungen in den Katalog aufzunehmen.

Unterrichtsthema	Kernidee	Erklärung
Lineare Funktionen	„Je mehr desto mehr oder je mehr desto weniger.“	Entweder steigen die y-Werte mit den x-Werten (je mehr desto mehr), oder mit steigenden x-Werten fallen die y-Werte (je mehr desto weniger).
Lineare Funktionen	„Entweder gleichmäßig immer mehr oder gleichmäßig immer weniger.“	Eine lineare Funktion kann entweder steigen oder fallen. In jedem Fall tut sie das gleichmäßig, da der Anstieg in jedem Punkt derselbe ist.
Lineare Funktionen	„Ein gleichmäßiger, gerader Graph.“	Der Graph einer linearen Funktion ist immer gerade und gleichmäßig steigend, fallend oder konstant.
Lineare Funktionen	„Ein Dreieck und ein Punkt ist alles was ich brauche.“	Wenn man einen Punkt einer Geraden gegeben hat, sowie ein Steigungsdreieck, kann man die Gerade eindeutig bestimmen.
Baumdiagramme	„Von der Spitze des Baumdiagramms hat man alles im Blick.“	Vom Anfang (dem ersten Knoten) eines Baumdiagrammes aus sieht man die gesamte Struktur eines Zufallsexperiment, inklusive der einzelnen Ereignisse, auf einen Blick.
Baumdiagramme	„Jeder Weg bietet ein anderes Ereignis“	Jeder mögliche Pfad in einem Baudiagramm steht für ein anderes Ereignis des Zufallsexperiments.
Baumdiagramme	„Alle Wege führen zu einer Wahrscheinlichkeit.“	Multipliziert man entlang eines Pfades alle Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Wegstrecken, erhält man am Ende des Pfades die Wahrscheinlichkeit des gesamten Pfades bzw. Ereignisses.

Abbildung 5 Exemplarischer Kernideenkatalog für den Mathematikunterricht

6. Ergebnisse und Fazit

In dieser Arbeit haben wir uns auf die Spuren der Kernidee als Instrument des Dialogischen Lernens begeben. Der Blick war dabei auf die Frage gerichtet, ob ein universeller Kernideenkatalog für den Mathematikunterricht möglich und sinnvoll ist.

Um diese Frage beantworten zu können wurde zunächst die Kernidee, im Kontext des dialogischen Lernens, untersucht. Angefangen wurde mit dem Zusammentragen sämtlicher Aussagen über die Kernidee, aus der Literatur. Diese wurden unterschieden in Aussagen über die Kernidee selbst und über Aussagen, die sich auf das Finden von Kernideen beziehen. Die ausgewählten Aussagen über das Wesen der Kernidee wurden dann sortiert und Aspekten zugeordnet. Insgesamt wurden dabei sechs Aspekte der Kernidee herausgearbeitet. Diese sind:

- Persönlicher Aspekt,
- Fachlicher Aspekt,
- Klassierung,
- Wandelbarkeit,
- Funktion und
- Zusammenfassender Aspekt.

Die Aussagen darüber, wie man Kernideen findet, konnten in zwei Kategorien unterteilt werden. Zum einen gibt es Aussagen, die darauf schließen lassen, dass man Kernideen zufällig findet, zum anderen gibt es solche, die konkrete Vorgehensweisen beschreiben. Die beiden Kategorien, in welche sich Aussagen über die Kernideenfindung einteilen lassen, sind folglich:

- Zufällige Generierung und
- Generierung mit bestimmter Vorgehensweise.

Nachdem die Kernidee auf theoretischer Ebene untersucht wurde, wurde auf dieser Grundlage im darauffolgendem Kapitel der Weg zur Kernidee, anhand der zwei Lehrplanthemen „Lineare Funktionen“ und „Baumdiagramme in der Wahrscheinlichkeit“, nachvollzogen. Die Autorin hat hierbei ihre Gedankengänge auf der Suche nach Kernideen offengelegt. Pro Thema konnten mehrere Kernideen gefunden, bzw. entwickelt, werden.

Aufgrund der Schwierigkeiten, welche sich auf der Suche nach Kernideen ergeben haben, wurde im Anschluss das Kernideenproblem formuliert und diskutiert. Man kam zu dem Schluss, dass die Schwierigkeiten Großteils in dem hohen Zeitaufwand und der Unsicherheit darüber liegen, wann eine Kernidee als gut, bzw. fertig gilt und damit bereit für den Einsatz im Unterricht ist.

Als Lösungsmöglichkeit für diese und weitere Probleme mit der Kernidee wurde im Kapitel 5.2 die Idee eines universellen Kernideenkatalogs für den Mathematikunterricht vorgestellt. In diesem sollen neben der Kernidee auch das Unterrichtsthema, sowie eine kurze Erklärung der Kernidee beinhaltet sein. Es wird vorgeschlagen, mit Hilfe eines solchen Kernideenkatalogs, bereits formulierte, fremde Kernideen für den eigenen Unterricht zu nutzen. Dies wird als große Chance gesehen, da das Arbeiten mit Kernideen, welche sich bereits im Unterricht bewährt haben, weitreichende Vorteile und Möglichkeiten mit sich bringt. Zum einen kann es sowohl unerfahrenen Lehrkräften der Einstieg in das dialogische Lernen erleichtern, zum anderen können so auch, im dialogischen Unterrichten bereits erfahrene, Lehrkräfte entlastet werden.

An dieser Stelle lässt sich die Frage beantworten, ob ein Kernideenkatalog für den Mathematikunterricht hilfreich ist. Die Antwort ist ein klares JA. Durch die Hilfe eines solchen Katalogs würde die Umsetzung des dialogischen Lernens im Mathematikunterricht erheblich erleichtert werden. Mögliche, positive Folgen wären eine (erhebliche) Reduzierung des Zeitaufwands für die Unterrichtsvorbereitung, ein Erleichtern des Einstiegs in das dialogische Unterrichten und das Aufbauen eines Gefühls für wirksame Kernideen. Darüber hinaus lässt sich zu dem Schluss kommen, dass das Vorhandensein eines Kernideenkatalogs es Lehrkräften ermöglicht mit Kernideen zu Abreiten, welche aus gegebenen Gründen sonst ganz ohne ausformulierte Kernidee unterrichten würden.

Die Frage danach, ob ein Kernideenkatalog für den Mathematikunterricht möglich ist, lässt sich nicht so eindeutig beantworten. In jedem Fall muss diese Frage auf zwei Ebenen betrachtet werden, einmal theoretisch und einmal praktisch. Auf theoretischer Ebene ist die Antwort JA, ein Kernideenkatalog für den Mathematikunterricht ist möglich. Dies lässt sich damit begründen, dass die Kernidee zwar etwas Persönliches besitzt, dieser Aspekt sich aber auf die Findung der Kernidee beschränkt. Da das Endergebnis, die fertige Kernidee der fachliche Kern ist, lässt sich die Kernidee übertragen und somit auch von anderen Personen benutzen.

Ob die Realisierung eines solchen Kernideenkatalogs für den Mathematikunterricht in der Praxis möglich ist, zeigt die Grenzen dieser Arbeit auf. Zwar ist ein Umsetzen der Idee in die Praxis theoretisch möglich, z.B. durch eine Onlinedatenbank, die von einer kernideenbeauftragten Person verwaltet wird, jedoch verlangt das „wie“ weitere, kritische Auseinandersetzung mit dem Thema.

In Hinblick auf zukünftige Forschung zu dem Thema wäre es daher lohnend, Studien über die Möglichkeiten der praktischen Umsetzung, bzw. den praktischen Einsatz eines Kernideenkatalogs durchzuführen. In Anlehnung daran wäre es hilfreich zuvor eine Sammlung von bestehenden Kernideen, inklusive kurzer Erklärungen, durchzuführen. Ebenfalls sehr interessant wäre die Untersuchung einer möglichen Erweiterung des Kernideenkatalogs mit passenden Aufträgen zu den jeweiligen Kernideen.

Des Weiteren könnte die zukünftige Forschung Fragen zu Kernideen auf theoretischer Ebene in den Fokus stellen. Insbesondere wäre es interessant zu untersuchen, inwieweit Kernideen mit Grundvorstellungen zur Mathematik zusammenhängen und ob diese in besonderen Fällen gegebenenfalls sogar übereinstimmen.

Abschließend lässt sich feststellen, dass auf dem oft schwierigem Weg zur Kernidee die sechs Aspekte einer Kernidee eine Rolle spielen, wobei die fertige Kernidee oft nur rein fachlicher Natur ist. Aus der Feststellung, dass fertige Kernideen sich hauptsächlich durch den fachlichen Aspekt auszeichnen, folgt die Übertragbarkeit von Kernideen. Das Arbeiten mit fremden, fertigen Kernideen kann dann sowohl entlasten, den eigenen Horizont erweitern, als auch den Einstieg in das dialogische lernen erleichtern.

Daraus folgt, dass ein universeller Kernideenkatalog für den Mathematikunterricht also sowohl sinnvoll als auch, zumindest auf theoretischer Ebene, möglich ist.

7. Literaturverzeichnis

- Blum, Werner und vom Hofe, Rudolf (2016). „Grundvorstellungen“ as a Category of Subject-Matter Didactics. In: Journal für Mathematik-Didaktik, 37, Supplement 1, S. 225–254.
- Bohl, Torsten (2017). Umgang mit Heterogenität im Unterricht: Forschungsbefunde und didaktische Implikationen. In: Torsten Bohl, Jürgen Budde und Markus Rieger-Ladich (Hg.), Umgang mit Heterogenität in Schule und Unterricht. Grundlagentheoretische Beiträge, empirische Befunde und didaktische Reflexionen. Bad Heilbrunn: Verlag Julius Klinkhardt, S. 257-273.
- Büchter, Andreas und Henn, Hans-Wolfgang (2010). Elementare Analysis. Von der Anschauung zur Theorie. Heidelberg: Spektrum.
- Dilcher, Dominik (2007). Didaktik der Kernideen. Grundlage einer allgemeinen basalen Didaktik? Berlin: Winter-Industries/dissertation.de
- Distel, Maren (o.J.). X-beliebig? Dialogisches Lernen im Themenbereich Terme (Klasse 7). Examensarbeit, Staatliches Seminar für Didaktik und Lehrerbildung (Gymnasien) Rottweil. Abgerufen am 13.04.2020 von http://www.dialogischer-mathematikunterricht.de/DMU_Distel_Terme_7.pdf
- Dreher, Anika (2014). Baumdiagramme und der Rest der Welt. In: Ute Sproesser, Silvia Wessolowski und Claudia Wörn (Hg.), Daten, Zufall und der Rest der Welt. Didaktische Perspektiven zur anwendungsbezogenen Mathematik. Wiesbaden: Springer Spektrum. S. 55-69.
- Gallin, Peter (2006). Kernideen als Brücke zwischen Erfahrungen und Fachwissen. Pädagogik 58(6), S. 10-13, Preprint abgerufen am 15.02.2021 von <https://gallin.ch/eigene-pdf-artikel.shtml>
- Gallin, Peter (2008). Den Unterricht dialogisch gestalten – neun Arbeitsweisen und einige Tipps. In: Urs Ruf, Stefan Keller und Felix Winter (Hg.), Besser lernen im Dialog. Dialogisches Lernen in der Unterrichtspraxis. Seelze: Kallmeyer in Verbindung mit Klett, S. 96-108.
- Gallin, Peter (2013). Vom Sinn des Mathematikunterrichts. 100. Kolloquium zur Mathematikdidaktik am 14.05.2013 an der Universität Potsdam. Unveröffentlichte Vortragsfolien.
- Gossweiler, Martin (2003). Der Zähler als Kernidee für das Dezimalsystem. In: Urs Ruf und Peter Gallin, Dialogisches Lernen In Sprache Und Mathematik. Band 2.

- Spuren legen – Spuren lesen. Unterricht mit Kernideen und Reisetagebüchern (2. Aufl.). Seelze: Kallmeyer. S. 42-45.
- Göhlich, Michael und Zirfas, Jörg (2007). Lernen. Ein pädagogischer Grundbegriff. Stuttgart: W. Kohlhammer.
- Helmke, Andreas (2006). Was wissen wir über guten Unterricht? Über die Notwendigkeit einer Rückbesinnung auf den Unterricht als dem "Kerngeschäft" der Schule. In: Pädagogik, 2, S. 42-45.
- Hofer, Roger (2007). Didaktische Analyse und Kernidee. Annäherungen zwischen bildungstheoretischer und dialogischer Didaktik in kritisch-konstruktiver Absicht. In: Barbara Koch-Priewe, Frauke Stübig, Karl-Heinz Arnold, Das Potenzial der Allgemeinen Didaktik: Stellungnahmen aus der Perspektive der Bildungstheorie von Wolfgang Klafki. Weinheim: Beltz Verlag. S. 154-165.
- Hofer-Krucker Valderrama, Stefan und Weber, Christine (2020). Das Dialogische Lernen als allgemeindidaktischer Rahmen für gelingende Literarische Unterrichtsgespräche. In: Felix Heizmann, Johannes Mayer, Marcus Steinbrenner (Hg.), Das Literarische Unterrichtsgespräch. Didaktische Reflexionen und empirische Rekonstruktionen. Baltmannsweiler: Schneider Verlag Hohengehren GmbH. S. 133-160.
- Humenberger, Hans und Schuppar, Berthold (2019). Mit Funktionen Zusammenhänge und Veränderungen beschreiben. Berlin: Springer Spektrum.
- Kosfeld, Reinhold; Eckey, Hans-Friedrich und Türck, Matthias (2019). Wahrscheinlichkeitsrechnung und Induktive Statistik. Grundlagen – Methoden – Beispiele (3. Aufl.). Wiesbaden: Springer Gabler.
- Kütting, Herbert und Sauer, Martin J. (2011). Elementare Stochastik. Mathematische Grundlagen und didaktische Konzepte (2. Aufl.). Heidelberg: Springer Spektrum.
- Lutz-Westphal, Brigitte und Pabst, Eva (2019). Dialogisches Lernen im Dialog. Die Kernidee und das Komma. Hauptvortrag am 09.11.2019 bei der 13. Jahrestagung „Lernen im Dialog“ in Stuttgart. Unveröffentlichte Vortragsfolien.
- Lutz-Westphal, Brigitte und Skutella, Katharina (2019). Lernen am Gemeinsamen Gegenstand – Ansatzpunkte für einen inklusiven Mathematikunterricht. In: Anja Behrendt, Franziska Heyden und Thomas Häcker (Hg.), "Das Mögliche, das im Wirklichen (noch) nicht sichtbar ist...". Planung von Unterricht für heterogene

- Lerngruppen – im Gespräch mit Georg Feuser. Düren: Shaker Verlag. S. 97-118.
- Mittelbach, Henning (1992). Statistik. München: Wien: R. Oldenburg Verlag.
- Piel, Kristin (2020). Inklusives Lernen im Mathematikunterricht – dialogisches Lernen und Differenzierungsmatrizen zum Thema Funktionen. Masterarbeit. Refubium - Repositorium der Freien Universität Berlin. Abgerufen am 23.03.2020 von <https://refubium.fu-berlin.de/handle/fub188/29125>
- Pfau, Anita und Winter, Felix (2008). Von offenen Aufträgen und anderem mehr. In: Urs Ruf, Stefan Keller und Felix Winter (Hg.), Besser lernen im Dialog. Dialogisches Lernen in der Unterrichtspraxis. Seelze: Kallmeyer in Verbindung mit Klett, S. 214-229.
- [RLP] Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Familie (2015). Rahmenlehrplan für die Jahrgangsstufen 1-10, Mathematik. Abgerufen am 23.03.2021 von https://bildungsserver.berlin-brandenburg.de/fileadmin/bbb/unterricht/rahmenlehrplaene/Rahmenlehrplanprojekt/amtliche_Fassung/Teil_C_Mathematik_2015_11_10_WEB.pdf
- Ruf, Urs (2008a). Das Dialogische Lernmodell. In: Urs Ruf, Stefan Keller und Felix Winter (Hg.), Besser lernen im Dialog. Dialogisches Lernen in der Unterrichtspraxis. Seelze: Kallmeyer in Verbindung mit Klett, S. 13-23.
- Ruf, Urs (2008b). Das Dialogische Lernmodell vor dem Hintergrund wissenschaftlicher Theorien und Befunde. In: Urs Ruf, Stefan Keller und Felix Winter (Hg.), Besser lernen im Dialog. Dialogisches Lernen in der Unterrichtspraxis. Seelze: Kallmeyer in Verbindung mit Klett, S. 233-270.
- Ruf, Urs und Gallin, Peter (2003a). Dialogisches Lernen In Sprache Und Mathematik. Band 1. Austausch unter Ungleichen. Grundzüge einer interaktiven und fächerübergreifenden Didaktik (2. Aufl.). Seelze-Velber: Kallmeyer.
- Ruf, Urs und Gallin, Peter (2003b). Dialogisches Lernen In Sprache Und Mathematik. Band 2. Spuren legen – Spuren lesen. Unterricht mit Kernideen und Reisetagebüchern (2. Aufl.). Seelze: Kallmeyer.
- Ruf, Urs und Ruf-Bräker, Regula (2008). Der Prüfungsaufsatz – Vorbereitung auf den Auftritt vor einer kritischen Expertenrunde. In: Urs Ruf, Stefan Keller und Felix Winter (Hg.), Besser lernen im Dialog. Dialogisches Lernen in der Unterrichtspraxis. Seelze: Kallmeyer in Verbindung mit Klett, S. 109-141.

- Tropfke, Johannes (1903). Geschichte der Elementar-Mathematik In Systemischer Darstellung. Leipzig: Verlag von Veit & Comp.
- vom Hofe, Rudolf; Lotz, Joachim und Salle, Alexander (2015). Analysis: Leitidee Zuordnung und Veränderung. In: Regina Bruder, Lisa Hefendehl-Hebeker, Barabra Schmidt-Thieme und Hans Georg Weigand (Hg.), Handbuch der Mathematik-didaktik. Heidelberg: Springer Spektrum. S. 149- 184.
- Weber, Christof (2008). „Umfallen und Wegrutschen ist gleich“ – mit mathematischen Vorstellungsübungen in den Dialog gehen. In: Urs Ruf, Stefan Keller und Felix Winter (Hg.), Besser lernen im Dialog. Dialogisches Lernen in der Unterrichtspraxis. Seelze: Kallmeyer in Verbindung mit Klett, S. 142-161.
- Winter, Heinrich Winand (2016). Entdeckendes Lernen im Mathematikunterricht. Einblicke in die Ideengeschichte und ihre Bedeutung für die Pädagogik (3. Aufl.). Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Wittmann, Gerald (2019). Elementare Funktionen und ihre Anwendungen (2. Aufl.). Berlin: Springer Spektrum.
- Züllig, Fredy (2003). Wie viel Erde braucht der Mensch? Singuläre Zugänge zur Flächenmessung. In: Urs Ruf und Peter Gallin, Dialogisches Lernen In Sprache Und Mathematik. Band 2. Spuren legen – Spuren lesen. Unterricht mit Kernideen und Reisetagebüchern (2. Aufl.). Seelze: Kallmeyer. S. 116-125.