

## 5. Modelle zur Personalbestands- und Personaleinsatzplanung

Nachfolgend wird ein mathematisches Modell zur Personalbestands- und aggregierten Personaleinsatzplanung *PBaPEP* für kleine Call Center beschrieben. Das Modell hat zum Ziel, den kostenminimalen Personalbestand zu bestimmen, der in der Lage ist, die Nachfrage zum Zeitpunkt ihres Auftretens unter Einhaltung einer erwünschten Maßzahl der Kundenzufriedenheit zu befriedigen. Dabei ist ein konstanter Personalbestand für den Planungszeitraum eines Jahres erwünscht. Aufgrund des unterschiedlichen Nachfrage-niveaus in den einzelnen Wochen des Jahres ist die Befriedigung der Nachfrage mit minimalen Kosten und einem konstanten Personalbestand nur dann möglich, wenn Anpassungsmaßnahmen in die Entscheidung miteinbezogen werden. Diese können trotz konstantem Personalbestand eine Angleichung des Personalangebotes an den aus der Nachfrage resultierenden Personalbedarf sicherstellen. Die Maßnahmen konkretisieren sich insbesondere im Rahmen eines Jahresarbeitszeitkonzeptes in der Verteilung der Arbeitszeit innerhalb eines vorgegebenen Ausgleichszeitraums sowie der Berücksichtigung geplanter Fehlzeiten. Darüber hinaus ist die Antizipation des Einsatzes des zum jeweiligen Zeitpunkt verfügbaren Personalbestandes über mögliche Schichten und freie Tage unerlässlich. Denn das Ausmaß der möglichen Schichtvariationen zur Deckung des kurzfristigen Personalbedarfs hängt von den zur Verfügung stehenden Agenten und ihren wöchentlichen Arbeitszeiten ab. Die Entscheidung, wie viele Agenten mit welchen Arbeitszeiten dem Call Center zur Verfügung stehen, wird jedoch bereits im Rahmen der Personalbestandsplanung getroffen. Demnach müssen die wöchentlichen Variationen der Nachfrage antizipiert und die möglichen Schichtalternativen bereits in die Planung des Personalbestandes integriert werden, so dass zumindest eine grobe Berücksichtigung des Einsatzes des Personals im Rahmen der Personalbestandsplanung erforderlich ist. Im Folgenden wird ein mathematisches Modell zur Personalbestands- und aggregierten Personaleinsatzplanung entwickelt, das nicht nur die Anzahl der zu beschäftigenden Agenten der unterschiedlichen Mitarbeiterkategorien bestimmt. Gleichzeitig werden bei der Entscheidung über den erwünschten Personalbestand geplante Fehlzeiten, wöchentliche Arbeitszeiten sowie deren Auswirkungen auf die Abstimmung zwischen den Einsatzzeiten der Agenten und dem kurzfristigen Personalbedarf miteinbezogen.

Im Anschluss an die Lösung des Modells der Personalbestands- und aggregierten Personaleinsatzplanung findet eine wöchentliche Personaleinsatzplanung statt. Die wöchentliche Personaleinsatzplanung basiert demnach auf einem gegebenem Personalbestand. Darüber

hinaus gehen mehrere Outputdaten des Modells *PBaPEP* als Input in das wöchentliche Personaleinsatzplanungsmodell ein.

In diesem Kapitel erfolgt zunächst im Abschnitt 5.1 die Darstellung des Modells zur Personalbestands- und aggregierten Personaleinsatzplanung. Im Abschnitt 5.1.1 werden die Annahmen des Modells zur Personalbestands- und aggregierten Personaleinsatzplanung aufgeführt, bevor eine detaillierte Beschreibung des entwickelten gemischt-ganzzahligen Modells im Abschnitt 5.1.2 erfolgt. Im Abschnitt 5.1.3 findet die Auswahl eines Lösungsverfahrens statt. Dabei erfolgt sowohl eine Abwägung der Lösungsansätze der Personaleinsatzplanung als auch derjenigen der Personalbestandsplanung. Im darauf folgenden Abschnitt 5.1.4 werden ausgewählte Lösungsverfahren der Personaleinsatzplanung für die Anwendung des entwickelten Modells modifiziert und beschrieben. Im Abschnitt 5.2 schließt sich die Beschreibung eines weiteren Modells an, das die Lösung der wöchentlichen Personaleinsatzplanung bei gegebenem Personalbestand zum Gegenstand hat. Abschnitt 5.3 beinhaltet eine kurze Zusammenfassung des Kapitels.

## **5.1 Modell zur Personalbestands- und aggregierten Personaleinsatzplanung *PBaPEP***

### **5.1.1 Modellannahmen**

Bevor die zugrunde liegenden Annahmen des Modells ausgeführt werden, erfolgen zunächst einige Bemerkungen zur Auswahl des Entscheidungsmodells. Das Modell der Personalbestands- und aggregierten Personaleinsatzplanung bestimmt den kostenminimalen Personalbestand, der die Nachfrage nach den Call Center Leistungen im Rahmen der gewünschten Maßzahl der Kundenzufriedenheit befriedigt. Die Nachfrage sowie die erwünschte Maßzahl der Kundenzufriedenheit gehen über den Personalbedarf in das Modell ein. Der Personalbedarf muss in den einzelnen Perioden gedeckt werden. Dies wird durch die Einsatzpläne der in der jeweiligen Woche anwesenden Agenten gewährleistet. Mehrere Nebenbedingungen beschreiben den Zusammenhang zwischen den eingesetzten Arbeitszeiten und dem Personalangebot der anwesenden Agenten.

Bei der Personalbestands- und aggregierten Personaleinsatzplanung sind mehrere stochastische Elemente zu berücksichtigen: das nicht beeinflussbare Ankunftsverhalten der Nachfrager und deren Warteverhalten, die Bearbeitungszeiten sowie die ungeplanten Fehlzeiten der Agenten. Da der Personalbedarf der einzelnen Perioden als Parameter in das Modell eingeht, erfolgt die Berücksichtigung des Ankunftsverhaltens, des Warteverhaltens und der Bearbeitungszeiten bereits im Rahmen der Personalbedarfsermittlung mittels eines

Warteschlangenmodells. Insbesondere das nichtlineare Verhältnis zwischen dem Anrufvolumen und der benötigten Anzahl an Agenten findet bereits vor der eigentlichen Personalbestandsplanung Beachtung. Die ungeplanten Fehlzeiten der Agenten werden im Modell vernachlässigt. Zur ihrer Berücksichtigung sei beispielsweise auf das Modell von Berman und Larson verwiesen, die die optimale Größe eines sogenannten Call-In Pools bestimmen.<sup>374</sup> Die Mitarbeiter dieses Pools bestehen aus temporären Arbeitnehmern, die zum Einsatz kommen, sofern reguläre Arbeitnehmer aufgrund ungeplanter Fehlzeiten nicht verfügbar sind. Auch andere Autoren verweisen darauf, flexible Arbeitnehmer für die ungeplanten Fehlzeiten sowie für unvorhersehbare höhere Anrufaufkommen kurzfristig bereitzustellen.<sup>375</sup> Ein generelles Einplanen von über den Bedarf hinausgehenden Arbeitnehmern ist insbesondere für kleine Call Center keine praktikable Lösung.<sup>376</sup> Demnach finden die stochastischen Elemente entweder bereits bei der Personalbedarfsermittlung Berücksichtigung, deren Ergebnis in das Modell eingeht, oder sie werden vernachlässigt. Somit kann bei der betrachteten Problemstellung auf ein stochastisches Modell verzichtet werden. Vielmehr kommt es zur Entwicklung eines deterministischen Modells, das sich auf lineare Gleichungen und Ungleichungen beschränkt.

Im Modell werden sowohl die Kosten als auch die Kundenzufriedenheit berücksichtigt. Während das Ziel der Kundenzufriedenheit implizit über den im Vorhinein ermittelten Personalbedarf in das Modell eingeht und keiner expliziten Formulierung bedarf, sind die verschiedenen Kostenaspekte in die Zielfunktion des Modells einbezogen. Das Modell beinhaltet sowohl reelle als auch ganzzahlige Entscheidungsvariablen. Während die Entscheidungsvariable der Anzahl der beschäftigten Agenten ganzzahlig ist, können die realen Arbeitszeiten und die damit verbundenen Über- und Unterstunden im Ausgleichszeitraum reeller Natur sein, denn der Einsatz der Agenten erfolgt immer für volle Stunden. Demnach wird ein gemischt-ganzzahliges Entscheidungsmodell zur Lösung des beschriebenen Entscheidungsproblems entwickelt.

Nachfolgend werden die Annahmen des linearen gemischt-ganzzahligen Entscheidungsmodells beschrieben. Diese betreffen die Berücksichtigung der Personaleinsatzplanung in aggregierter Form, die Flexibilisierungsmöglichkeiten im Modell, eine ausführliche

---

<sup>374</sup> Vgl. Berman/ Larson (1994).

<sup>375</sup> Vgl. Hur/ Mabert/ Bretthauer (2004), S. 336; Koole (2002a), S. 4 und Thompson (1999), S. 86.

<sup>376</sup> Dies wird z. B. von Durr/ Matan (2002), S. 4 und Gans/ Koole/ Mandelbaum (2003), S. 95 vorgeschlagen.

Kostenbeschreibung, die Einteilung der Agenten in Mitarbeiterkategorien, Annahmen über die Abwesenheit der Agenten, über die Arbeitszeit sowie die Pausen und die Ruhezeit der Agenten sowie über den Nachfrageverlauf.

#### **a) Berücksichtigung der Personaleinsatzplanung in aggregierter Form**

Ziel des Modells zur Personalbestands- und aggregierten Personaleinsatzplanung ist die kostenminimale Bestimmung der Anzahl der Arbeitnehmer jeder Mitarbeiterkategorie und die Verteilung ihrer Arbeitszeit auf die einzelnen Wochen innerhalb der Ausgleichszeiträume im Planungszeitraum eines Jahres. Darüber hinaus ist die Struktur des kurzfristigen Personalbedarfs über den potenziellen Einsatz der zur Verfügung stehenden Arbeitnehmer mitzubedenken. Dabei geht es nicht darum, Personaleinsatzpläne für den gesamten Planungszeitraum zu erstellen, die in den einzelnen Wochen umzusetzen sind. Normalerweise existiert bei der kurzfristigen Personaleinsatzplanung für einen gegebenen Personalbedarf eine Vielzahl von Lösungen (d.h. von Einsatzplänen) mit identischen Kosten.<sup>377</sup> Die Einbeziehung einer detaillierten Personaleinsatzplanung in die Personalbestandsplanung unter der Annahme, dass die teilweise einige Monate im Voraus erstellten Einsatzpläne sich tatsächlich umsetzen lassen, ist nicht realistisch. Die Vielzahl äquivalenter Personaleinsatzpläne mit identischen Kosten bei der kurzfristigen Personaleinsatzplanung erlaubt es, bei der Formulierung des Modells zur Personalbestands- und aggregierten Personaleinsatzplanung von detaillierten Startzeitkombinationen innerhalb eines Arbeitszeitmusters, Pausensetzung und freien Tagen zu abstrahieren. Diese Details werden im Rahmen der sich anschließenden kurzfristigen Personaleinsatzplanung für die jeweilige Woche berücksichtigt. Vielmehr findet die Personaleinsatzplanung im entwickelten Modell in aggregierter Form statt. Das bedeutet, dass zunächst die Planungsperioden der aggregierten Personaleinsatzplanung einen längeren Zeitraum umfassen als diejenigen einer wöchentlichen Personaleinsatzplanung. Ferner erfolgt weder eine detaillierte Zusammensetzung der Schichten der Tage zu einem wöchentlichen Arbeitszeitmuster noch die Einplanung von Pausen. Freie Tage werden den Arbeitnehmern in Abhängigkeit der jeweiligen Mitarbeiterkategorien zugeteilt.<sup>378</sup> Darüber hinaus findet in dem Modell eine sehr restriktive Zuordnung der möglichen Schichten zu den Mitarbeiterkategorien statt. Insbesondere wird festgelegt, welche Mitarbeiterkategorien am

---

<sup>377</sup> Vgl. Brusco/ Johns (1995a), Cai/ Li (2000) und Easton/ Rossin (1991a).

<sup>378</sup> Die Zuordnung der freien Tage zu den Mitarbeiterkategorien wird in diesem Abschnitt im Unterpunkt d) detailliert dargestellt.

Wochenende und an Feiertagen arbeiten. Diese Zuordnungen dienen dazu, das Modell handhabbar zu gestalten. Im Rahmen der wöchentlichen Personaleinsatzplanung kann von dieser festen Zuordnung der Schichten sowie der Wochenendarbeit zu Mitarbeiterkategorien abgewichen werden. Demnach stellt die Personalbestands- und aggregierte Personaleinsatzplanung ein Modell dar, das es erlaubt, die optimale Zusammensetzung der Arbeitnehmer sowie deren Verteilung der Arbeitszeit im Planungszeitraum abzulesen. Der dabei entstandene grobe Personaleinsatzplan, der sich aus der aggregierten Einsatzplanung ergibt, wird indes für die kurzfristige Umsetzung einer Woche verfeinert und auch abgewandelt, ohne dass sich die Kosten oder die Arbeitnehmerstruktur ändern müssen. Dabei geht die zur Verfügung stehende Anzahl an Agenten jeder Mitarbeiterkategorie und deren summierte Arbeitszeit für die jeweilige Woche, die sich aus dem entwickelten Modell ergeben, als Input in das Personaleinsatzplanungsmodell mit gegebenem Personalbestand ein.

Die Ergebnisse des Modells zur Personalbestands- und aggregierten Personaleinsatzplanung werden nicht vollständig verwendet. Denn die aggregierte Personaleinsatzplanung dient ausschließlich dem Zweck, sicherzustellen, dass der aus dem Modell resultierende Personalbestand in der Lage ist, den kurzfristigen Personalbedarf bestmöglich zu decken. Die aggregierte Form der Personaleinsatzplanung hat demnach zur Folge, dass die kurzfristige Einsatzplanung nochmals zeitnah mit einem gegebenen Personalbestand für die einzelnen Wochen des Planungshorizontes durchgeführt wird. Die sich aus dem Ergebnis der aggregierten Personaleinsatzplanung ergebenden Schichten werden im Rahmen der kurzfristigen Personaleinsatzplanung somit nicht umgesetzt. Das bedeutet, dass die wöchentlich zu besetzenden Schichten und die Anzahl der zugeordneten Agenten neu ausgewählt werden. Dabei kann möglicherweise eine aktualisierte Nachfrageprognose und ein daraus resultierender veränderter Personalbedarf zur Anwendung kommen. Die Vorstellung eines Modells zur Lösung der kurzfristigen Personaleinsatzplanung erfolgt im Abschnitt 5.2.

#### **b) Flexibilisierungsmöglichkeiten**

Das Modell basiert auf der Annahme, dass der Personalbestand so zu bestimmen ist, dass das Personalangebot jedes Ausgleichszeitraums innerhalb eines Jahres ausreichen muss, um den kurzfristigen Personalbedarf in jeder Periode abzudecken. Dabei kann es passieren, dass eine eigentlich kostengünstige und für das Personalbedarfsmuster passende Konstellation des Personalbestandes nicht ausreicht, um den kurzfristigen Personalbedarf

in einigen wenigen Perioden des Planungszeitraums zu decken. Um aufgrund von einigen geringen Abweichungen dennoch eine solche Konstellation des Personalbestandes im Ergebnis zu erreichen, können weitere Flexibilisierungsmöglichkeiten miteinbezogen werden. Dies ist insbesondere vor dem Hintergrund, dass sich der für ein Jahr im Voraus prognostizierte Personalbedarf noch ändern kann, sinnvoll. Es bestehen zwei Flexibilisierungsmöglichkeiten: Entweder man gestattet, dass der kurzfristige Personalbedarf in einigen Perioden nicht vollständig abgedeckt werden muss. In diesem Fall ist sowohl die Anzahl der Perioden als auch das Ausmaß der Unterdeckung zu begrenzen. Eine Nichtabdeckung wird entsprechend mit Strafkosten in der Zielfunktion versehen. Oder man versucht, das Personalangebot eines Ausgleichszeitraums variabler zu gestalten, indem nicht notwendigerweise die nominelle Arbeitszeit der anwesenden Agenten im Ausgleichszeitraum eingehalten werden muss. Sofern eine Abweichung von der vereinbarten Arbeitszeit in einem Ausgleichszeitraum zu verzeichnen ist, fallen entweder Überstunden an, d.h. Arbeitsstunden, die über nominelle Arbeitszeit des Ausgleichszeitraums hinausgehen, oder Unterstunden, die entsprechend gegensätzlich definiert sind. Der Ausgleich von Überstunden kann nach freier Vereinbarung durch die Vertragsparteien erfolgen wie beispielsweise durch Freizeitausgleich im nächsten Ausgleichszeitraum oder über einen Lohnzuschlag.

### **c) Kosten**

Die Zielsetzung des Modells besteht in der Kostenminimierung. Die entscheidungsrelevanten Kosten umfassen die Personalkosten für die Agenten, die sowohl fixe als auch variable Kosten beinhalten. Die fixen Kostenbestandteilen betreffen die Schulungs- und Einarbeitungsmaßnahmen, die Kosten des Monitorings sowie die Kosten der Verwaltungstätigkeiten für das Personal. Die variablen Kosten umfassen die Gehaltskosten je Stunde für die vereinbarte Arbeitszeit, d.h. für die nominelle Arbeitszeit. Dabei können die Stundenkosten und die Fixkosten der Agenten in Abhängigkeit von der Mitarbeiterkategorie variieren. Demnach findet eine Abwägung zwischen den fixen und variablen Kosten der beschäftigten Agenten der unterschiedlichen Mitarbeiterkategorien statt.

Im Modell wird die Flexibilisierungsmöglichkeit des Abweichens von der nominellen Arbeitszeit im Ausgleichszeitraum ausgewählt. Die Bezahlung der Überstunden eines Ausgleichszeitraums erfolgt mit dem vereinbarten Stundensatz, der um einen Zuschlag

erhöht wird.<sup>379</sup> Sofern die Agenten weniger als die vereinbarten Stunden im Ausgleichszeitraum arbeiten, werden die sich daraus ergebenden Unterstunden mit dem vereinbarten Stundensatz vergütet. Dies sichert den Arbeitnehmern das Gehalt für die nominelle Arbeitszeit, der Arbeitgeber hingegen trägt das Risiko eines zu geringen Einsatzes der Agenten. Für die Mitarbeiter besteht eine Begrenzung der Überstunden innerhalb eines Ausgleichszeitraums, gleichermaßen darf die Differenz aus Über- und Unterstunden aller Ausgleichszeiträume eines Jahres eine bestimmte Größe nicht übersteigen. Überstunden werden folglich nur in Kauf genommen, sofern sich diese kostengünstiger erweisen als ein alternativer Personalbestand, der eine höhere Anzahl an vereinbarten Arbeitsstunden beinhaltet. Demnach findet eine Abwägung der Überstundenkosten mit den Kosten der Einstellung zusätzlichen Personals bzw. einer alternativen Zusammensetzung der Agenten der jeweiligen Mitarbeiterkategorien statt. Unterstunden sind nicht erstrebenswert, da ihre Vergütung – aufgrund der Bezahlung der nominellen Arbeitszeit – in gleicher Höhe wie die der Arbeitsstunden erfolgt. Sollten sie dennoch im Modell der Personalbestands- und aggregierten Personaleinsatzplanung in einem Ausgleichszeitraum auftreten, so können die Agenten im Rahmen der kurzfristigen Personaleinsatzplanung in Höhe dieser Unterstunden zusätzliche Einsatzzeiten erhalten.

#### **d) Mitarbeiterkategorien**

Kleine Call Center sind in der Regel nicht rund um die Uhr erreichbar, die tägliche Servicezeit ist vielmehr auf einen Zeitraum begrenzt, der weniger als 24 Stunden umfasst.<sup>380</sup> Öffnungszeiten am Wochenende bieten sich für kleine Call Center eher aus Imagegründen an. Sofern ein kleines Call Center seine Dienstleistung am Wochenende anbietet, sind die Servicezeiten zumeist kürzer als innerhalb der Woche, häufig werden sonntägliche Servicezeiten ausgeschlossen. Verzichtet ein Call Center auf das sonntägliche Angebot der Dienstleistung, dann ist das Call Center in der Regel an Feiertagen ebenfalls nicht besetzt. Aufgrund der verkürzten Öffnungszeiten am Wochenende mit einem meist reduzierten Personalbedarf ist es möglich, die Agenten so zu gruppieren, dass einige Agenten nur innerhalb der Woche an den Tagen von Montag bis Freitag arbeiten, sofern kein Feiertag vorliegt. Andere Agenten arbeiten hingegen innerhalb der Woche sowie an

---

<sup>379</sup> Überstunden, die über den festgelegten Normalarbeitstag von acht Stunden pro Werktag hinausgehen, müssen durch Freizeit ausgeglichen werden. Vgl. § 3 ArbZG. Eine wöchentliche Arbeitszeit von mehr als 48 Stunden ist im Modell aufgrund der Schichtzuordnungen und der Arbeitstage der Arbeitnehmer nicht möglich, so dass dies vernachlässigt werden kann.

<sup>380</sup> Vgl. dazu die Ausführungen im Abschnitt 2.1.

Wochenenden und Feiertagen. Demzufolge werden die Agenten im Folgenden in Kategorien eingeteilt.

Die Agenten werden hinsichtlich ihrer Arbeitszeit gruppiert. Eine Mitarbeiterkategorie  $k \in Kat$  umfasst die Agenten mit identischer nomineller Arbeitszeit in einem Zeitraum. Die vereinbarte Arbeitszeit kann den Zeitraum einer Woche umfassen aber auch einen längeren Zeitraum von bis zu einem Jahr. Der Einfachheit halber wird im weiteren Verlauf der Begriff der wöchentlichen Arbeitszeit verwendet. Dabei kann es sich um eine wöchentlich vereinbarte Arbeitszeit handeln, aber auch um eine vereinbarte Arbeitszeit in einem längeren Zeitraum, für den dann die durchschnittliche wöchentliche Arbeitszeit gemeint ist. Es existiert eine Kategorie für Agenten mit einem Vollzeitarbeitsvertrag. Die Arbeitszeit der Vollzeitagenten hängt vom zuständigen Tarifvertrag ab. Die weiteren Mitarbeiterkategorien umfassen Agenten, die als Teilzeitarbeitnehmer gelten. Ihre Arbeitszeit ist kürzer als die vereinbarte Wochenarbeitszeit der vollzeitbeschäftigten Agenten. Die Anzahl der zulässigen Mitarbeiterkategorien sowie deren Wochenarbeitszeit hängt vom jeweiligen Call Center und dessen Wünschen ab.

Es wird angenommen, dass Agenten mit wöchentlichen Arbeitszeiten eines bzw. nahe eines Vollzeitvertrages nur an den Wochentagen von Montag bis Freitag arbeiten, sofern dies keine Feiertage sind. Zumeist findet der Einsatz der Agenten an jedem dieser Wochentage statt. Dies ist insbesondere vor dem Hintergrund einsichtig, dass bei einer hohen wöchentlichen Arbeitszeit eine Erhöhung der täglichen Arbeitszeit schnell an die Grenzen der gesetzlichen Höchstarbeitszeit stößt. Demnach ist es schwierig, beim Verzicht auf den Einsatz an einem Arbeitstag die fehlenden Arbeitsstunden an einem anderen Arbeitstag nachzuarbeiten. Eine Einhaltung dieser Annahme ist jedoch nicht zwingend notwendig. Die Agenten mit Einsatzmöglichkeiten von Montag bis Freitag sind in der Kategoriemenge  $Kat_{taegl} \subseteq Kat$  zusammengefasst.

Teilzeitkräfte, die sich zu einer geringeren wöchentlichen Arbeitszeit verpflichtet haben, können flexibel bezüglich der täglichen Arbeitszeit, der Anzahl an Arbeitstagen und der Auswahl der Arbeitstage einer Woche eingesetzt werden. Aufgrund der begrenzten Öffnungszeiten am Wochenende, verbunden mit einem zumeist sehr geringen Personalbedarf am Wochenende, lässt sich unterstellen, dass der Personalbedarf am Wochenende ausschließlich von Agenten auf Teilzeitbasis gedeckt wird, die an wechselnden Wochentagen arbeiten. Die Mitarbeiterkategorien, die an wechselnden Wochentagen arbeiten, werden in der Kategoriemenge  $Kat_{wechs} \subseteq Kat$  zusammengefasst. Teilzeitagenten lassen

sich demnach in solche unterteilen, die an den Tagen von Montag bis Freitag arbeiten und diejenigen, die an wechselnden Wochentagen von Montag bis Sonntag arbeiten. Abbildung 5.1 fasst die Einteilung der Agenten in die unterschiedlichen Kategorierteilmengen zusammen.

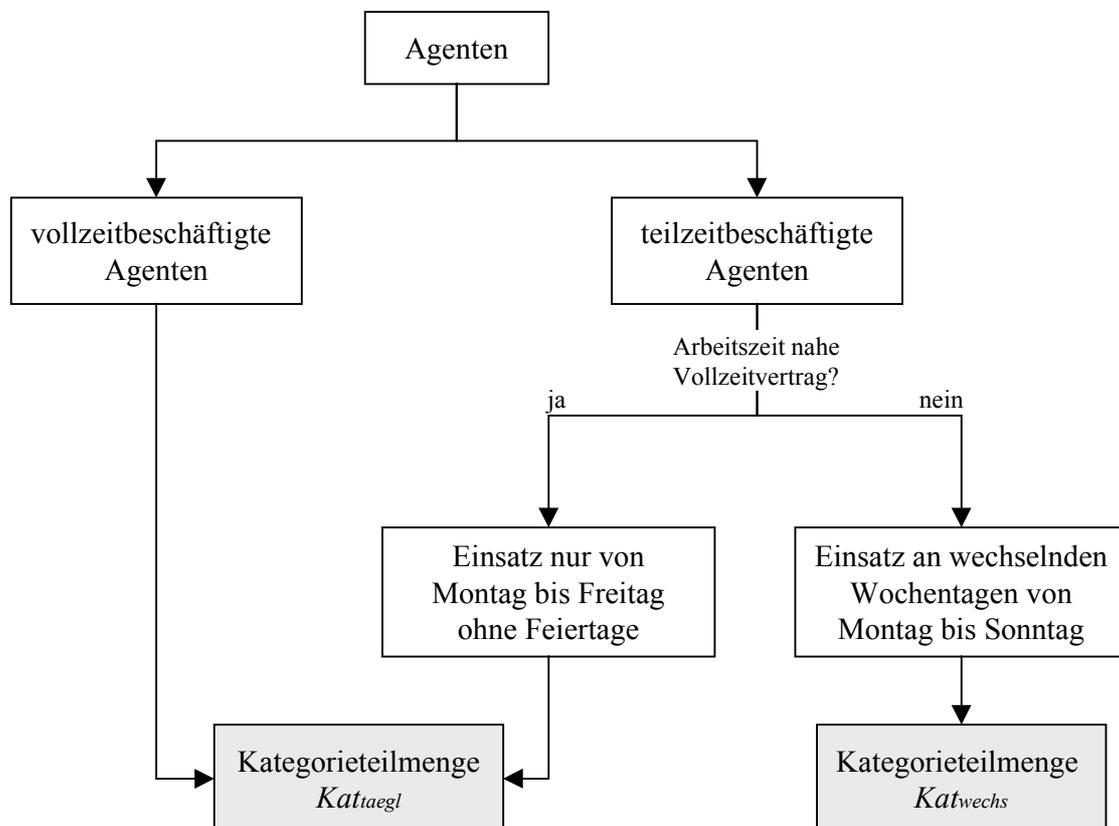


Abbildung 5.1: Einteilung der Agenten in Kategorierteilmengen

An dieser Stelle sei nochmals betont, dass die Einteilung der Agenten in solche, die ausschließlich an den Tagen von Montag bis Freitag arbeiten und solche, die an allen Tagen der Woche zum Einsatz kommen können, nur dazu dient, das Modell handhabbar zu gestalten. Im Rahmen der wöchentlichen Einsatzplanung ist selbstverständlich ein Abweichen von dieser restriktiven Zuordnung möglich. Folglich kann der Einsatz eines Vollzeitagenten anstelle eines Teilzeitagenten am Wochenende stattfinden. Dies beinhaltet lediglich einen Tausch der Schichten dieser Agenten. Dieser Tausch lässt sich während der wöchentlichen Einsatzplanung durchführen.

Den Mitarbeiterkategorien  $k \in Kat$  werden Schichten mit unterschiedlicher Länge zugeordnet. Innerhalb der Woche von Montag bis Freitag haben die Mitarbeiter der Kategorie  $Kat_{taegl}$  generell längere Schichten als Agenten mit kurzen Wochenarbeitszeiten. Schichten mit identischer Länge können mehreren Arbeitnehmerkategorien zugeordnet

werden, sofern diese der Kategoriemenge  $k \in Kat_{wechs}$  angehören. Dies beinhaltet eine hohe Flexibilität der Agenten dieser Kategoriemengen hinsichtlich der Anzahl an Arbeitstagen sowie der Schichtlängen. In der Kategoriemenge  $k \in Kat_{taegl}$  erfolgt eine feste Zuordnung der Schichten zu den Kategorien, da sonst möglicherweise Mehrarbeitszeiten der Vollzeitmitarbeiter durch Minderarbeitszeiten der Teilzeitmitarbeiter dieser Kategoriemenge ausgeglichen werden könnten. Mehrarbeitszeiten der Vollzeitmitarbeiter sind jedoch aufgrund der rechtlichen Rahmenbedingungen nur begrenzt möglich. Am Wochenende und an Feiertagen ist lediglich die Einplanung der Agenten der Mitarbeiterkategorien  $k \in Kat_{wechs}$  vorgesehen. An diesen Tagen kann den Agenten jede mögliche Schicht zugeordnet werden.

Die Kategorisierung soll anhand eines Beispiels verdeutlicht werden. In einem Call Center existieren Arbeitsverträge mit einer wöchentlichen Arbeitszeit von 36, 30, 20 und 15 Stunden. In die Kategorie  $Kat_{taegl}$  sind die Agenten mit einer nominellen Wochenarbeitszeit von 36 und 30 Stunden eingeordnet, die Kategorie  $Kat_{wechs}$  umfasst wöchentliche Arbeitszeiten von 20 und 15 Stunden. Es existieren Schichten mit einer Arbeitszeit von 8, 7, 6, 5 und 4 Stunden. Die Zuordnung der Schichtlängen zu den Mitarbeiterkategorien ist in Tabelle 5.1 dargestellt.

Den Agenten mit einer wöchentlichen Arbeitszeit von 36 Stunden werden Schichten mit einer Schichtlänge von 8 oder 7 Stunden zugeordnet. Diejenigen mit einer nominellen Wochenarbeitszeit von 15 Stunden erhalten innerhalb der Woche Schichten mit einer Schichtlänge von 5 und 4 Stunden, am Wochenende und an Feiertagen können sie jede zulässige Schicht mit unterschiedlicher Schichtlänge zugeordnet bekommen.

Mitarbeiterkategorie	wöchentliche Arbeitszeit der Mitarbeiterkategorie	Kategoriemenge	mögliche Schichtlängen montags bis freitags [Std]	mögliche Schichtlängen am Wochenende und an Feiertagen [Std]
1	36 Std	$Kat_{taegl}$	8, 7	-
2	30 Std	$Kat_{taegl}$	6	-
3	20 Std	$Kat_{wechs}$	5	8, 7, 6, 5, 4
4	15 Std	$Kat_{wechs}$	5, 4	8, 7, 6, 5, 5

Tabelle 5.1: Beispielhafte Einteilung der Agenten in Kategorien und deren mögliche Schichtlängen

Die obige Einteilung der Agenten in die Kategoriemengen  $Kat_{taegl}$  und  $Kat_{wechs}$  und deren Einsatz von Montag bis Freitag bzw. von Montag bis Sonntag ist von Vorteil, weil die Berücksichtigung der freien Tagen eines Agenten im Modell zur Personalbestands- und

aggregierten Personaleinsatzplanung vernachlässigt werden kann. Die vereinfachte Betrachtung gewährleistet ohne weitere Restriktionen, dass die Agenten innerhalb einer Woche freie Tage haben. Die Agenten der erstgenannten Kategoriemenge erhalten ihre freien Tage am Wochenende. Die Agenten der zweiten Kategoriemenge bekommen ihre arbeitsfreien Tage im Ausgleichszeitraum automatisch durch ihre geringe nominelle Arbeitszeit. Da der Bedarf am Wochenende zumeist sehr gering ist, werden insbesondere nur wenige Agenten am Wochenende benötigt, so dass die Arbeit am Wochenende zwischen den Agenten rotieren kann. Diese vereinfachte Behandlung der freien Tage bedeutet nicht, dass die Agenten der Kategoriemenge  $Kat_{taegl}$  tatsächlich nur an den Tagen Montag bis Freitag zum Einsatz kommen. Die kurzfristige Personaleinsatzplanung der einzelnen Wochen, die sich an die Personalbestandsplanung anschließt, kann diesen Arbeitnehmern durchaus auch Wochenend- und Feiertagsschichten zuordnen. Für die Bestimmung des Personalbestandes kann diese Beschränkung zunächst vorgenommen werden, denn der darin berücksichtigte aggregierte Personaleinsatzplan wird nicht so umgesetzt.

#### e) Abwesenheit der Agenten

Es gilt die Annahme, dass die angestellten Agenten in einer Woche entweder arbeiten oder geplant fehlen. Geplante Fehlzeiten betreffen den Urlaub und Schulungen. Dabei lässt sich vereinfachend davon ausgehen, dass ein Agent, sofern er eine geplante Fehlzeit in Anspruch nimmt, jeweils eine Woche bzw. ein Vielfaches einer Woche abwesend ist. Ungeplante Fehlzeiten werden im Modell vernachlässigt.

Die Agenten haben im Jahresverlauf Anspruch auf bezahlten Urlaub. Gleichmaßen sind die Schulungszeiten der Agenten mitzubedenken. Bei restriktiver Handhabung der geplanten Fehlzeiten, hat das Call Center die Möglichkeit, die Zeiten für Urlaub und Schulungen in Form von Fenstern für jede Mitarbeiterkategorie vorzugeben. Bei den Fenstern wird für einen Zeitraum – beispielsweise eine Woche – festgelegt, wie viele Agenten einer bestimmten Mitarbeiterkategorie in diesem Zeitraum abwesend sein können. Die Terminierung von Urlaub und Schulungen erfolgt zweckmäßigerweise nicht im Zeitraum eines hohen Agentenbedarfs. Wünsche der Agenten hinsichtlich gewisser Urlaubswochen sowie Schulungen, die nur zu einem bestimmten Termin durchführbar sind, können als Datum gesetzt und somit einbezogen werden.

Eine differenzierte Betrachtung von Urlaub und Schulungen findet im Modell nicht statt, so dass innerhalb der Urlaubs- und Schulungsplanung Freiheitsgrade existieren. Es besteht

keine Restriktion bezüglich der Einhaltung von aufeinanderfolgenden Urlaubswochen. Im Normalfall können die Agenten jedoch aufeinanderfolgende Urlaubswochen nehmen. Sofern einer Kategorie so wenig Agenten zugewiesen sind, dass es nicht möglich ist, den Agenten dieser Kategorie Urlaub in zusammenhängenden Wochen zu gewähren, können im Anschluss an die Lösung des Modells die Urlaubs- bzw. Schulungswochen und die damit verbundenen Schichtlängen zwischen einzelnen Mitarbeiterkategorien getauscht werden. Die Entscheidung, welcher Agent in welcher Woche den Urlaub in Anspruch nimmt, ist zwischen Arbeitgeber und Agenten abzustimmen und ist demnach nicht Gegenstand des Modells.

#### **f) Arbeitszeit**

Die Agenten dürfen innerhalb eines Ausgleichszeitraumes in einer Woche mehr oder weniger Stunden arbeiten als die (durchschnittlich) vereinbarte Wochenarbeitszeit. Innerhalb des Ausgleichszeitraums sollte die für den Zeitraum vereinbarte Arbeitszeit der anwesenden Agenten möglichst eingehalten werden. Um flexibler auf Schwankungen des Personalbedarfs reagieren zu können, ist es möglich, abweichend von der nominellen Arbeitszeit im Ausgleichszeitraum mehr oder weniger Stunden zu arbeiten. Die Stunden, die ein Agent innerhalb des Planungszeitraums über seine vereinbarte Arbeitszeit hinaus arbeiten kann, werden ebenso begrenzt wie die Überstunden innerhalb eines Ausgleichszeitraums. Die Berechnung der Über- und Unterstunden erfolgt nicht für die einzelnen Individuen. Vielmehr werden sie für die Agenten einer Kategorie bzw. Kategorieteilmenge gemeinsam ermittelt. Agenten, die an Wochenenden und an Feiertagen arbeiten, können für diese Arbeitszeit zur realen Arbeitszeit einen zeitlichen Zuschlag erhalten. Dieser Zuschlag repräsentiert einen Bonus, der in einigen Tarif- und Betriebsverträgen in zeitlicher oder monetärer Art für die Wochenend- und Feiertagsarbeit gewährt wird.

#### **g) Berücksichtigung der Pausen**

Innerhalb einer Schicht stehen den Agenten in Abhängigkeit der Schichtlänge unterschiedliche Pausen zu, die üblicherweise in eine Frühstückspause und – bei entsprechender Arbeitszeit – eine Mittagspause unterteilt werden. Diese Pausen sind nicht der Arbeitszeit zuzurechnen. Darüber hinaus wird die produktive Zeit der Agenten um die bereits erwähnten Kurzpausen für Bildschirmarbeitsplätze reduziert. Die Zeit der Kurzpausen sind der Arbeitszeit anzurechnen. Für die Anzahl und Länge der Kurzpausen existieren lediglich Empfehlungen. Die Umsetzung obliegt dem jeweiligen Call Center. Die Pausenzeiten finden im Rahmen der Personalbestandsplanung und aggregierten Personaleinsatz-

planung keine detaillierte Betrachtung. Eine exakte Einplanung der Pausen würde eine Periodenlänge voraussetzen, die zumindest der Länge der Frühstückspause wenn nicht sogar der der Kurzpausen entspricht, so dass eine Vielzahl an Perioden im Planungsmodell berücksichtigt werden müssten. Die Lösungsmöglichkeit des Modells wäre aufgrund der Anzahl an zu berücksichtigenden Restriktionen stark einschränkt, denn die Bedarfsdeckung muss für jede Periode gewährleistet sein. Die Pausenbetrachtung erfolgt demnach in aggregierter Form. Das bedeutet, dass das entwickelte Modell sicherstellt, dass an jedem Tag die Überdeckung des Personalbedarfs ausreichend groß ist, um die Summe der Pausenzeiten für alle anwesenden Agenten einzuhalten. Eine detaillierte Einplanung der Pausenzeiten erfolgt erst im Rahmen der kurzfristigen Personaleinsatzplanung.

#### **h) Berücksichtigung der Ruhezeit**

Die gesetzliche Ruhezeit nach Beendigung der täglichen Arbeitszeit von 11 Stunden wird aufgrund der verkürzten Öffnungszeiten von kleinen Call Centern ebenfalls ohne weitere Restriktionen erfüllt. Sofern die tägliche Öffnungszeit 13 Stunden übersteigt, sind die Ruhepausen bei der Personaleinsatzplanung bzw. bei der Zuordnung der einzelnen Schichten zu den Individuen, dem sogenannten Rostering, zu berücksichtigen.<sup>381</sup> Da jedoch im Vergleich zur Mittagszeit zu sehr frühen oder sehr späten Öffnungszeiten generell nur ein geringer Personalbedarf vorhanden ist, wird die Gewährleistung von Ruhepausen nicht verletzt, denn Agenten, deren Arbeitszeitende mit dem Ende der Betriebszeit eines Tages zusammenfällt, müssen nicht notwendigerweise zu Beginn der Betriebszeit des darauffolgenden Tages ihre Schicht beginnen.

#### **i) Nachfrageverlauf**

Eine weitere Annahme besteht darin, dass im betrachteten Planungszeitraum kein Trend in der Nachfrage vorhanden ist. Sofern sich ein Trend in der Nachfrage abzeichnet, müssen in entsprechend zeitlichen Abständen die Ergebnisse überprüft und unter Umständen die Anzahl an Agenten bzw. deren wöchentliche Arbeitszeit angepasst werden.

### **5.1.2 Beschreibung des Modells**

Das nachfolgend vorgestellte Modell zur Personalbestands- und aggregierten Personaleinsatzplanung *PBaPEP* lehnt sich an die von Dantzig beschriebene Formulierung des

---

<sup>381</sup> Das Rostering wird im Rahmen dieser Arbeit nicht ausgeführt. Zur weiteren Lektüre des Rostering sei für den Call Center Bereich auf den Überblick von Koole/ Pot (2006) und Thompson (1997a) verwiesen. Eitzen/ Panton/ Mills (2004), Goodale/ Thompson (2004), Hao/ Lai/ Tan (2004), Caprara et al. (1998), Henderson/ Mason (1998), Mason/ Smith (1998) und Khoong (1993) bearbeiten das allgemeine Problem.

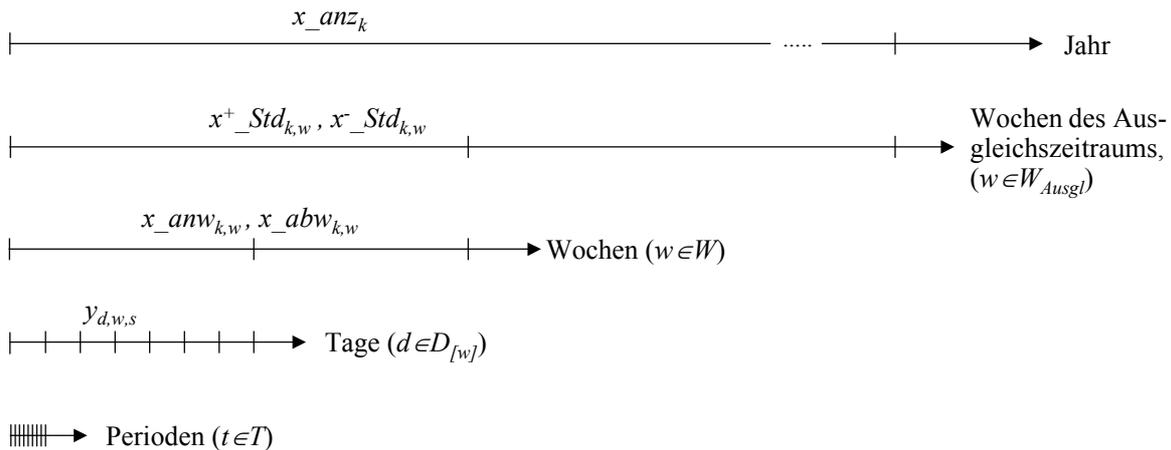
Überdeckungsproblems *DSCM* der Personaleinsatzplanung an.<sup>382</sup> Für den Planungszeitraum wird ein lineares gemischt-ganzzahliges Entscheidungsmodell aufgestellt, das eine kostenminimale Anzahl der Agenten unterschiedlicher Mitarbeiterkategorien bestimmt, die gleichzeitig sicherstellt, dass die angestrebte(n) Maßzahl(en) der Kundenzufriedenheit im Rahmen der Personaleinsatzplanung mindestens erreicht werden. Zu diesem Zweck findet eine aggregierte Personaleinsatzplanung im Rahmen des Modells statt. Um die Anzahl der Agenten einer Mitarbeiterkategorie innerhalb des Planungszeitraums unter der oben genannten Zielsetzung konstant zu halten, muss das Personalangebot der einzelnen Wochen im Planungszeitraum verteilt werden. Dies findet über die Berücksichtigung der Verteilung der Arbeitszeit innerhalb von Ausgleichszeiträumen sowie der geplanten Fehlzeiten statt.

### 5.1.2.1 Zeitachsen des Modells

Das Modell bewegt sich mit seinen Entscheidungsvariablen auf mehreren parallelen Zeitachsen, denen eine unterschiedlich detaillierte Periodeneinteilung zugrunde liegt. Abbildung 5.2 visualisiert den Zusammenhang zwischen den unterschiedlichen Zeitabschnitten und den Variablen. Der längste im Modell betrachtete Zeitabschnitt umfasst den Planungszeitraum der Personalbestands- und aggregierten Personaleinsatzplanung. Es wird unterstellt, dass dieser ein Jahr beträgt. Basierend auf dem Nachfragevolumen der einzelnen Perioden eines Einjahreszeitraums bestimmt das Modell die Anzahl an Mitarbeitern der Kategorien  $k \in Kat$  in diesem Zeitraum, die kostenminimal vertraglich zu verpflichten sind. Eine Unterteilung des Jahres in einzelne Wochen schließt sich an. Dabei lässt sich eine vorgegebene Anzahl an Wochen zu einem festen Ausgleichszeitraum *Ausgl* für die Berechnung der Über- bzw. Unterstunden zusammenfassen. Eine Woche wird wiederum in Tage unterteilt. Die Tage werden in die längsten Zeitabschnitte unterteilt, für die man eine stationäre Ankunftsrate unterstellen kann. Die Länge eines solchen Zeitabschnitts beträgt hier eine Stunde. Bezeichnet  $W$  die Menge der Wochen in einem Jahr,  $D_{[w]}$  die Menge der Tage, an denen das Call Center in der Woche  $w$  seine Dienstleistung anbietet und  $T$  die Menge der Perioden eines Tages, so existieren  $\sum_{w \in W} |D_{[w]}| \cdot |T|$  Perioden in dem Jahreszeitraum. Die Anzahl der Öffnungstage einer Woche kann sich unterschiedlich gestalten, sofern Call Center an Feiertagen keine Dienstleistung anbieten.

---

<sup>382</sup> Die Modellbeschreibung erfolgte im Abschnitt 4.1.2.1.

Abbildung 5.2: Parallele Zeitachsen und dazugehörige Variablen des Modells *PBaPEP*

Die Anzahl der beschäftigten Agenten  $x\_anz_k$  jeder Kategorie  $k \in Kat$  stellt eine ganzzahlige Entscheidungsvariable dar, denn es ist nicht möglich, eine fraktionelle Anzahl an Personen zu beschäftigen. Die Definition dieser Variable erfolgt auf Jahresbasis, um einen konstanten Personalbestand während des gesamten Jahres zu gewährleisten. Aufgrund geplanter Fehlzeiten sind nicht alle Agenten in jeder Woche anwesend. Betrachtet man die einzelnen Wochen  $w \in W$  des Jahreszeitraumes, so kann die Anzahl der Agenten jeder Kategorie  $k \in Kat$  in einer Woche in diejenigen unterteilt werden, die in der Woche  $w$  anwesend  $x\_anw_{k,w}$  sind und diejenigen, die aufgrund geplanter Fehlzeiten abwesend  $x\_abw_{k,w}$  sind. Diese Variablen müssen ebenfalls ganzzahlige Werte annehmen. Die Anzahl der anwesenden und geplant fehlenden Agenten können von Woche zu Woche variieren, so dass diese Entscheidungsvariablen einen zusätzlichen Index für die Woche benötigen. Einzelne Wochen werden wiederum zusammengefasst, um für den Ausgleichszeitraum  $w \in W_{Ausgl}$  die Über- bzw. Unterstunden  $x^+\_Std_{k,w}$  bzw.  $x^-\_Std_{k,w}$  einer Kategorie  $k \in Kat$  zu berechnen. Die Über- und Unterstunden stellen reellwertige positive Entscheidungsvariablen dar. Weiterhin wird eine Unterteilung der Wochen in einzelne Tage und deren Perioden vorgenommen. Diese Unterteilung benötigt man, um über die jeweils zu besetzenden Schichten an einem Tag in einer Woche zu entscheiden, die den kurzfristigen Personalbedarf  $B_{t,d,w}$  einer Periode  $t \in T$  am Tag  $d \in D_{[w]}$  in der Woche  $w \in W$  decken müssen. Dabei bezeichnet  $y_{d,w,s}$  die ganzzahlige Entscheidungsvariable für die Anzahl der Agenten, die in der Woche  $w \in W$  am Tag  $d \in D_{[w]}$  in Schicht  $s \in S$  arbeiten, um einen gegebenen Personalbedarf zu befriedigen. Die existierenden Entscheidungsvariablen mit unterschiedlichem Zeitbezug lassen sich über Restriktionen miteinander verknüpfen.

Für die gewählten  $\sum_{w \in W} |D_{[w]}| \cdot |T|$  Zeitabschnitte des Einjahreszeitraumes wird die Nachfrage prognostiziert und unter Anwendung des beschriebenen Warteschlangenmodells mit einer angestrebten Maßzahl der Kundenzufriedenheit in einen Personalbedarf je Zeitabschnitt umgewandelt.<sup>383</sup> Als Ergebnis erhält man den Personalbedarf  $B_{t,d,w}$  pro Periode  $t \in T$  eines Wochentages  $d \in D_{[w]}$  der Woche  $w \in W$  für den Zeitraum eines Jahres. Der Personalbedarf  $B_{t,d,w}$  geht als Parameter in das Modell ein.

### 5.1.2.2 Definition der Mengen, Parameter und Entscheidungsvariablen

Nachfolgend werden die dem Modell zugrunde liegenden Mengen, Parameter und Entscheidungsvariablen zusammengefasst, bevor sich eine detaillierte Beschreibung des linearen gemischt-ganzzahligen Entscheidungsmodells anschließt.

Dem Modell liegen folgende Mengen zugrunde:

$D_{WT[w]}$	Menge der Wochentage der Woche $w \in W$ ohne Wochenendtage und Feiertage
$D_{WE[w]}$	Menge der Wochenendtage und Feiertage der Woche $w \in W$
$D_{[w]}$	Menge der Öffnungstage des Call Centers in der Woche $w \in W$ , mit $D_{[w]} = D_{WT[w]} \cup D_{WE[w]}$
$Kat$	Menge der Mitarbeiterkategorien
$Kat_{taegl}$	Kategorierteilmenge der Mitarbeiterkategorien mit Arbeitstagen von Montag bis Freitag ohne Feiertag, wobei $Kat_{taegl} \subseteq Kat$
$Kat_{wechs}$	Kategorierteilmenge der Mitarbeiterkategorien mit Arbeitstagen an allen möglichen Wochentagen, wobei $Kat_{wechs} \subseteq Kat$ sowie $Kat_{wechs} \cup Kat_{taegl} = Kat$
$S$	Menge aller möglichen Schichten eines Tages
$S_k$	Menge der zulässigen Schichten für die Mitarbeiterkategorie $k \in Kat$
$S_M$	Menge der Schichten mit Mittagspause

<sup>383</sup> Die Vorhersageverfahren wurden bereits im Abschnitt 3.2 ausgeführt. Die Darstellung der Ermittlung des Personalbedarfs mittels Warteschlangenmodell erfolgte im Abschnitt 3.4.2.4.

$S_{taegl}$	Menge der Schichten für Mitarbeiter der Mitarbeiterkategorien $Kat_{taegl}$ , wobei $S_{taegl} \subseteq S$
$S_{wechs}$	Menge der Schichten für die Mitarbeiter der Mitarbeiterkategorien $Kat_{wechs}$ , wobei $S_{wechs} \subseteq S$
$T$	Menge der einzelnen Perioden eines Tages
$W$	Menge der Wochen des Planungszeitraums
$W_{Ausgl}$	Menge der Wochen zu Beginn des Ausgleichszeitraums $Ausgl$ mit $W_{Ausgl} := \{1, 1+Ausgl, \dots, W-Ausgl+1\}$

Die Parameter werden im Folgenden beschrieben:

$Arbtage_w$	Anzahl der Arbeitstage in der Woche $w \in W$ von Montag bis Freitag
$Arbzt_s$	Arbeitszeit der Schicht $s \in S$ inklusive der dazugehörigen Bildschirmpause(n)
$A_{min}$	minimale Arbeitszeit einer Schicht
$Ausgl$	Länge des Ausgleichszeitraums für Mehr- und Minderarbeitszeiten in Wochen
$B_{t,d,w}$	Personalbedarf in der Periode $t \in T$ am Tag $d \in D_{[w]}$ der Woche $w \in W$
$cf_k$	Fixkosten eines Agenten der Mitarbeiterkategorie $k \in Kat$
$cv_k$	variable Gehaltskosten pro Stunde der Mitarbeiterkategorie $k \in Kat$
$f$	Faktor der gewichteten Arbeitszeit am Wochenende und den Feiertagen
$Faktor$	Faktor des Überstundenzuschlages ( $Faktor > 1$ )
$lb_{y_{d,w,s}}$	Lower Bound der Schichtvariable $y_{d,w,s}$ am Tag $d \in D_{[w]}$ in der Woche $w \in W$ und Schicht $s \in S$
$MaxAnz_k$	maximal zu beschäftigende Anzahl an Agenten der Mitarbeiterkategorie $k \in Kat$
$MaxPause$	Periode mit der spätest möglichen Pause eines Tages
$Max\_Std^+$	maximale Überstunden eines Agenten im Ausgleichszeitraum
$Max\_Std_{Jahr}$	maximale Überstunden vermindert um die Unterstunden eines Agenten im Planungszeitraum

$MinAnz_k$	minimal zu beschäftigende Anzahl an Agenten der Mitarbeiterkategorie $k \in Kat$
$MinPause$	Periode mit der frühestmöglichen Pause eines Tages
$Pause_s$	Pausenzeit in Stunden der Schicht $s \in S$
$Schul$	Anzahl an Schulungswochen eines Agenten
$SL$	Anzahl möglicher Schichtlängen
$ub_{y_{d,w,s}}$	Upper Bound der Schichtvariable $y_{d,w,s}$ am Tag $d \in D_{[w]}$ in der Woche $w \in W$ und Schicht $s \in S$
$Urlaub$	Mindesturlaub eines Agenten in Wochen
$Wochenstd_k$	vereinbarte wöchentliche Arbeitszeit eines Mitarbeiters der Mitarbeiterkategorie $k \in Kat$
$Wuensche_{k,w}$	Anzahl an Mitarbeitern der Kategorie $k \in Kat$ mit Urlaubswunsch in Woche $w \in W$

Die Entscheidungsvariablen sind folgende:

$x_{anz_k}$	Anzahl der Agenten der Mitarbeiterkategorie $k \in Kat$
$x_{anw_{k,w}}$	Anzahl der in Woche $w \in W$ anwesenden Agenten der Mitarbeiterkategorie $k \in Kat$
$x_{abw_{k,w}}$	Anzahl der in Woche $w \in W$ abwesenden Agenten der Mitarbeiterkategorie $k \in Kat$
$x^+_{Std_{k,w}}$	Überstunden der Agenten der Mitarbeiterkategorie $k \in Kat$ im Ausgleichszeitraum $w \in W_{Ausgl}$
$x^-_{Std_{k,w}}$	Unterstunden der Agenten der Mitarbeiterkategorie $k \in Kat$ im Ausgleichszeitraum $w \in W_{Ausgl}$
$y_{d,w,s}$	Anzahl der in Schicht $s \in S$ arbeitenden Agenten am Tag $d \in D_{[w]}$ der Woche $w \in W$

### 5.1.2.3 Mathematische Formulierung des Modells

Das lineare gemischt-ganzzahlige Entscheidungsmodell zur Lösung der Personalbestands- und aggregierten Personaleinsatzplanung *PBaPEP* wird nachfolgend vorgestellt. Es besteht aus der Zielfunktion (5.2) sowie den Nebenbedingungen (5.3) bis (5.23). Bevor eine ausführliche Beschreibung des Modells erfolgt, werden zuvor die Schichtvektoren definiert. Analog zur Set Covering Formulierung *DSCM* ist der Personalbedarf  $B_{t,d,w}$  der einzelnen Perioden über die Auswahl und Anzahl der Schichten aus der Menge der möglichen Schichten  $s \in S$  zu decken. Die zulässigen Schichten lassen sich mit Hilfe des Vektors  $a_{s,t}$  beschreiben, der die Perioden eines Tages umfasst:

$$a_{s,t} = \begin{cases} 1, & \text{sofern ein Arbeitnehmer der Schicht } s \text{ in Periode } t \text{ arbeitet,} \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases} \quad (5.1)$$

Die automatische Berücksichtigung der freien Tage der einzelnen Mitarbeiterkategorien ermöglicht es, Arbeitszeitmuster zu definieren, die ausschließlich die Arbeitszeiten eines Tages beinhalten. Auf die Bestimmung der freien Tage der Arbeitnehmer kann hingegen verzichtet werden. Die Pausenzeiten finden in den Schichtvektoren  $a_{s,t}$  ebenfalls keine Berücksichtigung, sie werden statt dessen aggregiert über eine weitere Restriktion einbezogen.<sup>384</sup> Durch diese Vereinfachungen lässt sich die Anzahl der Arbeitszeitmuster und die damit verbundene Anzahl an ganzzahligen Variablen im Vergleich zur detaillierten Auflistung kompletter Touren erheblich reduzieren.

Die Zielsetzung des Modells besteht in der Kostenminimierung. Die Zielfunktion (5.2) minimiert die entscheidungsrelevanten Kosten. Diese umfassen die Personalkosten für die Agenten der unterschiedlichen Mitarbeiterkategorien. Die Anzahl der eingestellten Agenten  $x_{anz_k}$  der Kategorie  $k \in Kat$  impliziert sowohl fixe als auch variable Kosten. Die fixen Kostenbestandteile  $cf_k$  betreffen die Kosten von Schulungs- und Einarbeitungsmaßnahmen, des Monitorings sowie die Kosten der Personalverwaltung. Sie können für jede Mitarbeiterkategorie unterschiedlich sein. Die variablen Kosten  $cv_k$  umfassen die Gehaltskosten je Stunde, die mit der vereinbarten wöchentlichen Arbeitszeit  $Wochenstd_k$  jeder Kategorie  $k \in Kat$  sowie der Anzahl der Wochen im Planungszeitraum  $|W|$  gewichtet werden. Dabei ist das Gehalt unabhängig davon, ob die Agenten weniger als die mit ihnen vereinbarte Arbeitszeit innerhalb des bereits beschriebenen Ausgleichszeitraums arbeiten

---

<sup>384</sup> Siehe Gleichung 5.14.

oder nicht. Am Ende eines Ausgleichszeitraums  $w \in W_{Ausgl}$  vorhandene Überstunden  $x^+_{\_Std_{k,w}}$  jeder Kategorie werden hingegen mit einem erhöhten Stundensatz vergütet, der sich durch den Zuschlag *Faktor* auf die variablen Kosten ergibt. Diese Formulierung strebt den Einsatz eines jeden anwesenden Agenten mit seiner nominellen Arbeitszeit innerhalb des Ausgleichszeitraums an. Überstunden werden nur in Kauf genommen, sofern sich diese kostengünstiger erweisen als ein alternativer bzw. höherer Personalbestand. Demnach findet eine Abwägung zwischen den fixen und variablen Kosten der Einstellung der Agenten der unterschiedlichen Kategorien statt. Ebenso werden Überstundenkosten mit den Kosten eines alternativen Personalbestandes abgewogen.

$$\min \sum_{k \in Kat} \left( x_{\_anz_k} \cdot (cf_k + Wochenstd_k \cdot cv_k \cdot |W|) + \sum_{w \in W_{Ausgl}} x^+_{\_Std_{k,w}} \cdot cv_k \cdot Faktor \right) \quad (5.2)$$

Die Beschreibung der Restriktionen beginnt mit der Bedarfsdeckung. Aus der Menge der möglichen Schichten werden diejenigen ausgewählt, die das Bedarfsmuster bestmöglich abdecken. Dabei bezeichnet  $y_{d,w,s}$  die Anzahl der Agenten, die am Tag  $d \in D_{[w]}$  in der Woche  $w \in W$  in der Schicht  $s \in S$  arbeiten. Somit lässt sich die Bedarfsdeckung folgendermaßen formulieren:

$$\sum_{s \in S} a_{s,t} \cdot y_{d,w,s} \geq B_{t,d,w} \quad \forall t \in T, w \in W, d \in D_{[w]} \quad (5.3)$$

Die folgende Gleichung beinhaltet einen stabilitätspolitischen Aspekt, denn trotz eines konstanten Personalbestandes  $x_{\_anz_k}$  jeder Kategorie gestaltet sich die Anwesenheit der Agenten in den jeweiligen Wochen des Planungszeitraums unterschiedlich. Der Personalbestand jeder Mitarbeiterkategorie  $k \in Kat$  teilt sich auf in die Anzahl der Agenten, die in einer Woche  $w \in W$  anwesend  $x_{\_anw_{k,w}}$  sind und in die Anzahl der abwesenden Agenten  $x_{\_abw_{k,w}}$ , die geplant fehlen.

$$x_{\_anz_k} = x_{\_anw_{k,w}} + x_{\_abw_{k,w}} \quad \forall k \in Kat, w \in W \quad (5.4)$$

Die folgenden Restriktionen fordern, dass die Anzahl der Schichten eines Tages, die einer bestimmten Kategorie zugeordnet werden können, die Anzahl der anwesenden Agenten dieser Kategorie nicht überschreiten. Die anwesenden Agenten der Kategoriemenge  $k \in Kat_{taegl}$  arbeiten nur an den Wochentagen  $d \in D_{WT[w]}$  der Woche  $w$ , die weder zum Wochenende gehören noch ein Feiertag sind. Daher muss gelten, dass die Summe der Anzahl der ausgewählten Schichten an jedem Arbeitstag der Kategoriemenge nicht die

Anzahl der anwesenden Agenten in diesen Kategorien überschreitet.

$$\sum_{s \in S_k} y_{d,w,s} \leq x_{\_anw_{k,w}} \quad \forall k \in K_{taegb}, w \in W, d \in D_{WT[w]} \quad (5.5)$$

In der Kategoriemenge  $k \in Kat_{wechs}$  lassen sich die Schichten den einzelnen Mitarbeiterkategorien nicht eindeutig zuordnen. Für sie gilt, dass nicht mehr Teilzeitschichten pro Tag zulässig sind, als Teilzeitarbeitnehmer in dieser Kategoriemenge zur Verfügung stehen. Die möglichen Schichten für die Tage Montag bis Freitag sowie die an Wochenenden und Feiertagen gestalten sich unterschiedlich, so dass dafür unterschiedliche Restriktionen eingeführt werden.

$$\sum_{s \in S_{wechs}} y_{d,w,s} \leq \sum_{k \in Kat_{wechs}} x_{\_anw_{k,w}} \quad \forall w \in W, d \in D_{WT[w]} \quad (5.6)$$

$$\sum_{s \in S} y_{d,w,s} \leq \sum_{k \in Kat_{wechs}} x_{\_anw_{k,w}} \quad \forall w \in W, d \in D_{WE[w]} \quad (5.7)$$

Den Agenten jeder Mitarbeiterkategorie  $k \in Kat$  steht eine Mindestanzahl an Urlaubswochen *Urlaub* sowie Schulungswochen *Schul* zur Verfügung. Die Einplanung einer darüber hinausgehenden Anzahl arbeitsfreier Wochen ist durchaus möglich, um bei der Einplanung der Fehlzeiten mehr Freiheitsgrade zu gewähren. Diese werden aus Kostengründen jedoch möglichst vermieden.

$$\sum_{w \in W} x_{\_abw_{k,w}} \geq (Urlaub + Schul) \cdot x_{\_anz_k} \quad \forall k \in Kat \quad (5.8)$$

Der Urlaub gilt bei der oben genannten Formulierung vom Call Center Betreiber für die Mitarbeiter der Kategorie  $k \in Kat$  als gesetzt. Sofern einige Urlaubswünsche  $Wuensche_{k,w}$  von Mitarbeitern der einzelnen Kategorien in bestimmten Wochen bereits bei der Planung integriert werden sollen, gilt für die entsprechende Variable  $x_{\_abw_{k,w}}$  folgende Nebenbedingung:

$$x_{\_abw_{k,w}} \geq Wuensche_{k,w} \quad \forall k \in Kat, w \in W \quad (5.9)$$

Die folgenden Gleichungen (5.10) und (5.11) widmen sich der Überstundenberechnung der Mitarbeiterkategorien innerhalb der bestehenden Ausgleichszeiträume. Die reale Arbeitszeit der Agenten der Mitarbeiterkategorien  $k \in Kat$  kann von der (durchschnittlich) nominellen Wochenarbeitszeit  $Wochenstd_k$  abweichen. Die reale Arbeitszeit aller Agenten ergibt sich aus den ausgewählten Schichten im Ausgleichszeitraum gewichtet mit der jeweiligen Arbeitszeit  $Arbzt_s$  der Schicht  $s$ . Die Arbeitszeit der Schicht  $s$  umfasst die

Arbeitszeit inklusive der Bildschirmpause(n) der Schicht. Die Berechnung der Überstunden  $x^+_{Std_{k,w}}$  und Unterstunden  $x^-_{Std_{k,w}}$  findet innerhalb der Wochen eines Ausgleichszeitraums  $w \in W_{Ausgl}$  statt. Dabei werden Feiertage an den Tagen Montag bis Freitag innerhalb der Woche  $w \in W$  durch den Faktor  $Arbtage_w$  berücksichtigt. Das bedeutet, dass sich bei einem Feiertag in einer Woche die vertraglich vereinbarte Wochenarbeitszeit um ein Fünftel reduziert. Somit erhalten alle Arbeitnehmer anteilig die gesetzlichen Feiertage, die an den Wochentagen Montag bis Freitag stattfinden, unabhängig von ihrem Einsatz an diesem Tag. Die ausgewählten Schichten werden nicht den Individuen zugeordnet, so dass die Abweichungsberechnung nicht für die einzelnen Agenten erfolgt. Vielmehr lassen sich die Über- bzw. Unterstunden für die einzelnen Kategorieilmengen erzeugen.

Die Berechnung der Abweichung von der nominellen Arbeitszeit gestaltet sich unterschiedlich für die beiden Kategorieilmengen. Da bei den Arbeitnehmern der Kategorieilmenge  $Kat_{taegl}$  eine eindeutige Zuordnung der Schichten zu den jeweiligen Kategorien gewährleistet ist, kann die Überstundenbetrachtung getrennt für die einzelnen Kategorien anhand der Schichten der jeweiligen Kategorieilmengen  $s \in S_k$  erfolgen.

$$\sum_{s \in S_k} \sum_{t=w}^{w+Ausgl-1} \sum_{d \in D_{WT[t]}} y_{d,t,s} \cdot Arbzt_s =$$

$$\sum_{t=w}^{w+Ausgl-1} x^-_{anw_{k,t}} \cdot Wochenstd_k \cdot Arbtage_t / 5 + x^+_{Std_{k,w}} - x^-_{Std_{k,w}}$$

$$\forall w \in W_{Ausgl} \quad k \in Kat_{taegl} \quad (5.10)$$

In der Kategorieilmenge  $Kat_{wechs}$  ist es möglich, eine Schicht mehreren Kategorien zuzuordnen, so dass für alle Kategorien dieser Kategorieilmenge eine gemeinsame Überstundenberechnung durchgeführt wird. Die Agenten übernehmen an den Wochentagen Montag bis Freitag die Schichten, die ihrer Kategorieilmenge zugeordnet werden. Darüber hinaus übernehmen die Agenten dieser Kategorien alle Schichten am Wochenende sowie an den Feiertagen. Für diesen Einsatz können sie einen zeitlichen Zuschlag  $f$  erhalten.

$$\sum_{s \in S_{wechs}} \sum_{t=w}^{w+Ausgl-1} \sum_{d \in D_{WT[t]}} y_{d,t,s} \cdot Arbzt_s + \sum_{s \in S} \sum_{t=w}^{w+Ausgl-1} \sum_{d \in D_{WE[t]}} y_{d,t,s} \cdot Arbzt_s \cdot f =$$

$$\sum_{k \in Kat_{wechs}} \sum_{t=w}^{w+Ausgl-1} x^-_{anw_{k,t}} \cdot Wochenstd_k \cdot Arbtage_t / 5 + x^+_{Std_{k,w}} - x^-_{Std_{k,w}}$$

$$\forall w \in W_{Ausgl} \quad (5.11)$$

Es findet eine Begrenzung der möglichen Überstunden statt. Die Überstunden, die innerhalb eines Ausgleichszeitraums anfallen, werden für die im Ausgleichszeitraum durchschnittlich anwesenden Mitarbeiter jeder Kategorie durch  $Max\_Std^+$  begrenzt.

$$x^+_{-}Std_{k,w} \leq Max\_Std^+ \cdot \frac{1}{Ausgl} \cdot \sum_{t=w}^{w+Ausgl-1} x_{-}anw_{k,t} \quad \forall k \in Kat, w \in W_{Ausgl} \quad (5.12)$$

Darüber hinaus existiert eine Begrenzung der innerhalb eines Jahres anfallenden Überstunden, jedoch ist sie vermindert um die Unterstunden aller Agenten einer Kategorie. Diese werden durchschnittlich auf  $Max\_Std_{Jahr}$  für jeden Mitarbeiter begrenzt.

$$\sum_{w \in W_{Ausgl}} (x^+_{-}Std_{k,w} - x^-_{-}Std_{k,w}) \leq x_{-}anz_k \cdot Max\_Std_{Jahr} \quad \forall k \in Kat \quad (5.13)$$

Die folgende Nebenbedingung berücksichtigt die Pausen für die Schichten eines jeden Arbeitstages in aggregierter Form. Sie besagt, dass für jeden Tag, an dem das Call Center geöffnet hat, die Überdeckung des Bedarfs für den Zeitraum der frühestmöglichen Pause  $MinPause$  bis zur spätestmöglichen Pause  $MaxPause$  mindestens so groß sein muss, dass die Pausenzeiten jeder Schicht  $Pause_s$  in Summe eingeplant werden können.

$$\sum_{t=MinPause}^{MaxPause} \left( \sum_{s \in S} a_{s,t} \cdot y_{d,w,s} \right) - B_{t,d,w} \geq \sum_{s \in S} y_{d,w,s} \cdot Pause_s \quad \forall w \in W, d \in D_{[w]} \quad (5.14)$$

Dabei lässt sich nicht sicherstellen, dass tatsächlich jeder Schicht eine Pause zugeordnet werden kann. Im Modell *PBaPEP* geht es jedoch nur um die Anzahl und eine Zusammensetzung der benötigten Agenten, so dass die korrekte Berücksichtigung der Pausen im Rahmen der Personaleinsatzplanung erfolgt.

Die Anzahl der Agenten einer Kategorie  $k \in Kat$  kann nach oben durch  $MaxAnz_k$  sowie nach unten durch  $MinAnz_k$  beschränkt werden.

$$x_{-}anz_k \leq MaxAnz_k \quad \forall k \in Kat \quad (5.15)$$

$$x_{-}anz_k \geq MinAnz_k \quad \forall k \in Kat \quad (5.16)$$

Für die Variablen gelten folgende Bedingungen:

$$x_{-}anz_k \geq 0 \quad \forall k \in Kat \quad (5.17)$$

$$x\_anw_{k,w}, x\_abw_{k,w} \geq 0 \quad \forall k \in Kat, w \in W \quad (5.18)$$

$$x^+\_Std_{k,w}, x^-\_Std_{k,w} \geq 0 \quad \forall k \in Kat, w \in W_{Ausgl} \quad (5.19)$$

$$ub\_y_{d,w,s} \geq y_{d,w,s} \geq lb\_y_{d,w,s} \quad \forall d \in D_{[w]}, w \in W, s \in S \quad (5.20)$$

$$x\_anz_k \quad \text{ganzzahlig} \quad \forall k \in Kat \quad (5.21)$$

$$x\_anw_{k,w} \quad \text{ganzzahlig} \quad \forall k \in Kat, w \in W \quad (5.22)$$

$$y_{d,w,s} \quad \text{ganzzahlig} \quad \forall d \in D_{[w]}, w \in W, s \in S \quad (5.23)$$

Zwar muss die Anzahl der abwesenden Agenten in einer Woche  $x\_abw_{k,w}$  ebenfalls ganzzahlig sein. Ihre Ganzzahligkeit ergibt sich aber automatisch aus der Gleichung (5.4), so dass diese Forderung verzichtbar ist. Für die Schichtvariablen wird die Lower Bound  $lb\_y_{d,w,s}$  zunächst mit Null angenommen. Der Lösungsansatz *rellB*, dessen Darstellung im Abschnitt 5.1.4.2 erfolgt, weicht von dieser Annahme ab. Zum Setzen der Upper Bound wird eine spezielle Struktur der Lösung der Probleme der Personaleinsatzplanung aber auch der Personalbestands- und aggregierten Personaleinsatzplanung ausgenutzt. Normalerweise wird im Vergleich zu der Vielzahl der existierenden Schichten nur einigen Schichtvariablen bei der Lösung des Problems ein positiver Wert zugeordnet. Die Anzahl der möglichen Schichten, die zur Bedarfsdeckung bereitstehen, ist insbesondere in kleinen Call Centern um ein Vielfaches höher als die Anzahl der Agenten, so dass in der Regel die überwiegende Anzahl an Schichten nicht verwendet wird. Es ist äußerst unwahrscheinlich, dass die Anzahl der zugeordneten Agenten zu einer Schicht den maximalen Personalbedarf einer Periode übersteigt. Demnach ist es möglich, jeder Schichtvariable  $y_{d,w,s}$  eine Upper Bound  $ub\_y_{d,w,s}$  zuzuordnen. Diese ist nicht höher als der maximale Personalbedarf einer Periode. In den meisten Fällen lässt sie sich noch weiter reduzieren. Nach der Lösung der LP-Relaxation  $PBaPEP_{rel}$  des Modells  $PBaPEP$ , die aus der Zielfunktion (5.2) und den Nebenbedingungen (5.3) bis (5.20) besteht, kann die maximal zugeordnete Anzahl an Arbeitnehmern zu einer Schicht betrachtet werden, anhand derer sich die Upper Bound abschätzen lässt.

### 5.1.3 Auswahl eines Lösungsverfahrens

Im Folgenden wird untersucht, inwieweit sich die beschriebenen Lösungsverfahren der Personalbestandsplanung und der Personaleinsatzplanung auf die Lösung des eben beschriebenen linearen gemischt-ganzzahligen Modells  $PBaPEP$  übertragen lassen. Die Methoden zur Lösung des Problems der dynamischen Personalbestandsplanung lassen sich

nicht auf das beschriebene Modell übertragen, da sie auf den Bestandsbewegungen basieren, die im Modell *PBaPEP* ausgeschlossen sind. Die Modelle zur Jahresarbeitszeitverteilung beziehen den Aspekt der Personaleinsatzplanung nicht mit ein, so dass die Verteilung der Arbeitszeit innerhalb einer Woche kaum eine Bedeutung hat. Die Berücksichtigung dieser Verteilung aber erschwert die Lösung des Modells. Die Lösungsansätze zur Verteilung der Jahresarbeitszeit werden deshalb ebenfalls nicht zur Lösung des Modells *PBaPEP* zugrunde gelegt. Demnach bleibt zu untersuchen, inwieweit man auf die Verfahren der Personaleinsatzplanung zurückgreifen kann. Dazu ist es sinnvoll, zunächst die Anzahl der Variablen des Modells *PBaPEP* zu untersuchen. Ihre Zusammenfassung ist in Tabelle 5.2 ersichtlich.

Variable	Typ	Anzahl
$x_{anz_k}$	ganzzahlig	$ Kat $
$x_{anw_{k,w}}$	ganzzahlig	$ Kat  \cdot  W $
$x_{abw_{k,w}}$	reell	$ Kat  \cdot  W $
$y_{d,w,s}$	ganzzahlig	$ S  \cdot \sum_{w \in W}  D_{[w]} $
$x^+_{Std_{k,w}}, x^-_{Std_{k,w}}$	reell	$2 \cdot  Kat  \cdot \frac{ W }{Ausgl}$

Tabelle 5.2: Übersicht über die Anzahl der verwendeten Variablen des Modells *PBaPEP*

Das Modell *PBaPEP* beinhaltet eine Vielzahl von Variablen, die größtenteils ganzzahliger Natur sind. Die Anzahl der Variablen hängt ab von der Anzahl der betrachteten Arbeitnehmerkategorien  $|Kat|$ , der Anzahl der möglichen Schichten pro Tag  $|S|$ , der Länge des Ausgleichszeitraums *Ausgl*, der Arbeitstage jeder Woche  $|D_w|$  sowie der Länge des Planungszeitraums in Wochen  $|W|$ . Die Anzahl der Variablen der beschäftigten Agenten jeder Kategorie entspricht der Anzahl der Kategorien  $|Kat|$ . Die Entscheidungsvariablen der anwesenden Agenten werden für jede Kategorie in jeder Woche berechnet, so dass sich daraus  $|Kat| \cdot |W|$  ganzzahlige Variablen ergeben. Diese Anzahl entspricht der Anzahl der Variablen der abwesenden Arbeitnehmer, für diese muss jedoch keine Ganzzahligkeit wegen Gleichung (5.14) gefordert werden. Bestehen in einem Call Center unterschiedliche Schichtlängen und nimmt man an, dass jede vom Call Center gewünschte Schichtlänge zu jedem möglichen Zeitpunkt startet, für den ihre Beendigung noch während der

Öffnungszeit gewährleistet ist, so existieren  $|S| = \sum_{a \in SL} (T - a + 1)$  mögliche Schichten an einem Tag. Dabei beschreibt  $SL$  die Menge der möglichen Schichtlängen. Demnach steigt die Anzahl der ganzzahligen Variablen mit der Anzahl der möglichen Schichtlängen und deren Schichtstartzeitpunkten. Eine große Auswahl unterschiedlicher Schichten ist einerseits notwendig, um den Bedarf abdecken zu können, andererseits erschweren sie die Lösbarkeit des Modells.<sup>385</sup> Multipliziert man die täglichen Schichten mit der Anzahl der Arbeitstage, so erhält man die Anzahl der Schichtvariablen  $y_{d,s,w}$ . Ferner sind für jeden Ausgleichszeitraum und jede Kategorie Über- und Unterstundenvariablen vorhanden.

Darüber hinaus sind im Modell eine Vielzahl von Restriktionen zu beachten. Insbesondere die Bedarfsdeckung (5.3) trägt zu einer großen Anzahl an Restriktionen bei. In Abhängigkeit von der Periodenanzahl des betrachteten Modells sind alleine bei der Bedarfsdeckung

$$|T| \cdot \left| \sum_{w \in W} D_{[w]} \right|$$

Restriktionen zu berücksichtigen. Darüber hinaus existieren Restriktionen für jeden Arbeitstag des Planungszeitraums (Sicherstellung der Pausen, Anwesenheitsrestriktion jeder Mitarbeiterkategorie), für jede Kategorie und Woche bzw. Ausgleichszeitraum (Zusammenhang zwischen an- und abwesenden Arbeitnehmern, Überstundenbestimmungen) sowie für jede Mitarbeiterkategorie (Anzahl der Abwesenheitswochen, Begrenzung der jährlichen Überstunden, Beschränkung der Anzahl der Agenten). Die Anzahl der Variablen im Modell *PBaPEP* ist trotz der Vereinfachung bezüglich der freien Tage, der Pausen und der Schichtstartzeitpunkte innerhalb einer Tour aufgrund der simultanen Betrachtung mehrerer Wochen mit denen der Personaleinsatzplanung vergleichbar. Sofern eine restriktive Arbeitsumgebung bei der Personaleinsatzplanung unterstellt wird, liegt die Anzahl der Variablen des entwickelten Modells *PBaPEP* sogar deutlich höher.

Eine optimale Lösung des Modells *PBaPEP* mittels Standardverfahren der gemischt-ganzzahligen Optimierung ist aufgrund der hohen Anzahl der Variablen und Restriktionen nicht sehr wahrscheinlich. Die im Abschnitt 6.1.1 dargestellten Testprobleme konnten weder mit einem IP Standardsolver noch mit Hilfe von Schnittebenen optimal gelöst werden. Ein Einsatz des Branch-and-Price Verfahrens, das eine ganzzahlige Lösung auch bei einer Vielzahl von ganzzahligen Variablen ermöglicht, fand bisher nur beim Shift Scheduling

<sup>385</sup> Dieser Zusammenhang wurde im Rahmen der Personaleinsatzplanung im Abschnitt 4.1.3 erläutert.

Anwendung. Komplexere Modelle wie das Tour Scheduling konnten damit noch nicht gelöst werden, so dass anzunehmen ist, dass für das ähnlich schwierige Modell *PBaPEP* ebenfalls keine Lösung mit diesem Ansatz gelingt. Folglich kommen für die Lösung des Modells *PBaPEP* heuristische Lösungsverfahren in Frage.

Nachfolgend wird untersucht, inwieweit sich die im Abschnitt 4.1.5.3 beschriebenen heuristischen Lösungsverfahren der Personaleinsatzplanung auf die Lösung des Modells *PBaPEP* übertragen lassen. Die ganzzahligen Variablen bei der Set Covering Formulierung der Personaleinsatzplanung bestehen aus den Arbeitszeitmustern, die im jeweiligen Modell berücksichtigt werden. Darüber hinaus bildet die Bedarfsdeckung zumeist die einzige einzuhaltende Restriktion. Bei dem Modell *PBaPEP* bestehen zum einen die ganzzahligen Variablen nicht nur aus den möglichen Arbeitszeitmustern eines Tages. Es existieren ferner ganzzahlige Variablen, die den Personalbestand kennzeichnen, die mit den Schichtvariablen verknüpft sind. Zum anderen gibt es über die Bedarfsdeckung hinaus eine Vielzahl an Restriktionen, die gleichzeitig zu berücksichtigen sind. Die Restriktionen kombinieren die Schichtvariablen mit den Variablen der unterschiedlichen Arbeitnehmerkategorien. Zusätzlich müssen Restriktionen hinsichtlich der Überstunden, der Fehlzeiten und der Zusammenhang zwischen den an- und abwesenden Arbeitnehmern im Rahmen des Rundungsverfahrens berücksichtigt werden. Demnach ist genau zu überprüfen, inwieweit eine Übertragung der Ansätze möglich ist.

Das Modell *PBaPEP* berücksichtigt nicht die Auswahl der freien Tage, so dass Dekompositionsansätze, die zunächst das Shift Scheduling und im Anschluss daran das Days Off Scheduling (oder in umgekehrter Reihenfolge) lösen, nicht sinnvoll eingesetzt werden können. Konstruktive Verfahren, die sukzessiv Arbeitszeitmuster auswählen, denen ein (zusätzlicher) Arbeitnehmer zugeordnet wird, haben eine Vielzahl an Restriktionen simultan zu beachten. Einerseits ist es schwierig, im Zuge der sukzessiven Auswahl gleichzeitig den Personalbestand zu bestimmen. Andererseits ist es unabdingbar, die einzelnen Wochen im Planungszeitraum simultan zu lösen, da bei der Zuordnung eines Arbeitszeitmusters zu einem Arbeitnehmer einer bestimmten Kategorie dessen Anwesenheit nicht nur an diesem Tag, sondern an zahlreichen Tagen des Jahres gewährleistet sein muss. Darüber hinaus sind eine Vielzahl von Restriktionen parallel zur Bedarfsdeckung berücksichtigen, wie beispielsweise das Einhalten der Arbeitszeit innerhalb einer Kategorie eines jeden Ausgleichszeitraums, so dass konstruktive Lösungsansätze nur sehr schwer umzusetzen sind.

Metaheuristiken wurden zur Lösung der Probleme der Personaleinsatzplanung erfolgreich eingesetzt. Diese basieren auf einer bzw. mehreren zulässigen Startlösungen. Aufgrund dieser Lösungen kommt es anhand unterschiedlicher Operationen zur Identifikation von Nachbarlösungen. Somit müssen für Metaheuristiken einerseits schnell zulässige Startlösungen erzeugt werden. Andererseits ist es notwendig, Nachbarschaftsoperationen rasch durchführen zu können, um die Suche nach Nachbarlösungen voranzutreiben. Bei der Anzahl an zu berücksichtigenden unterschiedlichen ganzzahligen Variablen sowie deren möglichen Kombinationen hinsichtlich der zu beachtenden Restriktionen beim Modell *PBaPEP*, ist ein schnelles Erzeugen von (Nachbar-)Lösungen unter Berücksichtigung aller Restriktionen eher unwahrscheinlich. Das Relaxieren einiger oder mehrerer problemrelevanter Restriktionen kann dazu beitragen, das Erzeugen der Nachbarlösungen zu beschleunigen. Dabei besteht jedoch die Gefahr, dass die am Ende des Suchprozesses beste erzeugte Lösung Unzulässigkeiten aufweist. Von einer Lösung des Modells *PBaPEP* mittels Metaheuristiken wird demnach ebenfalls abgesehen.

LP-basierte Verfahren kamen im Rahmen der Personaleinsatzplanung verbreitet zur Anwendung. Obwohl LP-basierte Verfahren gute Ergebnisse im Rahmen der Personaleinsatzplanung erzeugen, ist die überwiegende Zahl der Verfahren nur schwer auf das entwickelte Modell *PBaPEP* zu übertragen. Eine einfache Rundungsheuristik, die auf die Lösung des Modells ohne Berücksichtigung der Ganzzahligkeitsrestriktionen angewendet wird, ist insofern schwierig, da die gerundete Anzahl der Arbeitszeitmuster einer bestimmten Arbeitnehmerkategorie in jeder Woche in Abhängigkeit von der Anzahl der anwesenden Arbeitnehmer einer Kategorie erfolgen muss, deren Ergebnis sich ebenfalls aus einer Rundung ergibt. Hinzu kommt, dass über die Bedarfsdeckung hinaus eine Vielzahl an Restriktionen existieren, die gleichzeitig im Rahmen des Rundungsverfahrens zu berücksichtigen sind. Eine solche Rundungsheuristik unter Beachtung der Vielzahl aller Zusammenhänge ist kaum möglich. Demnach müssen zumindest die Anzahl der Arbeitnehmer einer Mitarbeiterkategorie sowie die Anzahl der anwesenden Personen als ganzzahlige Variablen berücksichtigt werden, so dass lediglich die Betrachtung eines teilrelaxierten Modells in Betracht kommt. Ein teilrelaxiertes Modell, das auf der Rundung der Schichtvariablen anhand der maximalen Reduktion eines Unter- bzw. Überdeckungskriteriums

beruht, erscheint ebenfalls nicht erfolgversprechend, da auch in diesem Fall die Restriktionen, die über die Bedarfsdeckung hinausgehen, nur schwer zu berücksichtigen sind.<sup>386</sup>

Demnach müsste ein LP-basierter Ansatz Anwendung finden, der spezielle Struktureigenschaften bei der Rundung des Problems berücksichtigt und somit auch bei einer Vielzahl von Restriktionen zu einer ganzzahligen Lösung führt. Ein Verfahren, das diese Bedingungen erfüllt, ist das von Brusco und Johns, das dem relaxierten Modell sequentiell neue Ganzzahligkeitsrestriktionen hinzufügt, ohne dabei zu runden.<sup>387</sup> Die Ganzzahligkeit wird nur für diejenigen Arbeitszeitmuster gefordert, die einen noch vorhandenen Bedarf der Randperioden eines diskontinuierlichen Problems decken. Die Lösung des von ihnen entwickelten teilrelaxierten Modells stellt die Erfüllung der verbleibenden Restriktionen sicher. Dieses Lösungsverfahren wird im folgenden Abschnitt auf die Struktur des Modells *PBaPEP* angepasst. Darüber hinaus kommt es zur Entwicklung eines LP-basierten Verfahrens, das sich von den meisten Verfahren der Personaleinsatzplanung dahingehend unterscheidet, dass es nicht die Variablen rundet, sondern eine sukzessive Aufrundung der Lower Bounds der Schichtvariablen vornimmt. Dieser Ansatz wurde in abgewandelter Form von Cezik et al. durchgeführt.<sup>388</sup>

#### 5.1.4 Heuristische Lösungsverfahren für das Modell *PBaPEP*

Drei Lösungsverfahren, die im Folgenden beschrieben werden, scheinen erfolgversprechend zu sein. Das erste Lösungsverfahren *trelBrJo* fügt einem teilrelaxierten Modell sequentiell neue Ganzzahligkeitsrestriktionen hinzu. Das zweite Verfahren *relLB* basiert auf der Lösung des relaxierten Modells *PBaPEP*, bei dem schrittweise die Lower Bounds der Schichtvariablen erhöht werden. Diese schränken die Wahlmöglichkeiten vieler ganzzahliger Variablen ein, so dass der Erhalt einer guten Lösung beschleunigt wird. Das dritte Verfahren *LBBBrJo* kombiniert die Verfahren *trelBrJo* und *relLB* miteinander. Zunächst erfolgt die Beschreibung des ersten Lösungsverfahrens.

##### 5.1.4.1 Lösungsverfahren *trelBrJo* mit sequentieller Erweiterung der Ganzzahligkeitsfenster

Es wurde angenommen, dass das aufgestellte Modell *PBaPEP* bei kleinen Call Centern zur Anwendung kommt. Kleine Call Centern sind in der Regel nicht rund um die Uhr geöffnet,

---

<sup>386</sup> Die Unter- bzw. Überdeckungskriterien wurden im Abschnitt 4.1.5.3.1 beschrieben.

<sup>387</sup> Vgl. Brusco/ Johns (1996). Die Beschreibung des Ansatzes erfolgte im Abschnitt 4.1.5.3.3.

<sup>388</sup> Vgl. Cezik/ Günlük/ Luss (2001). Der Ansatz wurde im Abschnitt 4.1.5.3.3 dargestellt

vielmehr haben sie eingeschränkte Öffnungszeiten. Demnach existieren Randperioden, d.h. eine erste und letzte Periode der Öffnungszeiten eines Tages, so dass ein Lösungsansatz gewählt werden kann, der auf der Befriedigung eines Randbedarfs beruht.<sup>389</sup> Das Lösungsverfahren *trelBrJo* basiert auf dem von Brusco und Johns vorgeschlagenen teilrelaxierten Ansatz, der dem relaxierten Modell sequentiell neue Ganzzahligkeitsrestriktionen hinzufügt.<sup>390</sup> Der von Brusco und Johns vorgeschlagene Lösungsalgorithmus bezieht sich jedoch auf ein Modell der Personaleinsatzplanung, so dass der Ansatz für das in dieser Arbeit entwickelte Modell zu modifizieren ist. Dabei wird das Modell bestehend aus der Zielfunktion und den Nebenbedingungen (5.2) - (5.22) zugrunde gelegt. Das bedeutet, dass die Anzahl an Agenten jeder Mitarbeiterkategorie sowie die Anzahl der anwesenden Agenten weiterhin durch ganzzahlige Variablen abgebildet werden. Die Schichtvariablen  $y_{d,w,s}$  hingegen sind zunächst alle fraktionell. Die Lower Bound  $lb_{y_{d,w,s}}$  aller Schichtvariablen beträgt 0. Für die Schichtvariablen werden sequentiell Ganzzahligkeitsrestriktionen hinzugefügt. Für jeden Tag existieren zwei Fenster, in denen Ganzzahligkeit für die Schichtvariablen gilt. Im ersten Fenster wird für die Schichten Ganzzahligkeit gefordert, die im Intervall  $[0, a]$  beginnen, im zweiten Fenster für diejenigen, die im Intervall  $[e, T_{max}]$  enden.  $T_{max}$  bezeichnet dabei die letzte Periode der Öffnungszeiten eines Tages. Ein Fenster wird von der ersten Periode der Öffnungszeiten des Tages zur Mitte erweitert, das andere Fenster entsprechend von der letzten Periode der Öffnungszeiten zur Mitte des Tages. So kommt es bei jedem Schritt des Lösungsalgorithmus zur Erweiterung eines der beiden Fenster für jeden Öffnungstag. Die Ganzzahligkeitsrestriktionen werden dem teilrelaxierten Modell hinzugefügt und das Modell wird gelöst. Es findet eine Fixierung der Werte der Schichtvariablen statt, die sich im Ganzzahligkeitsfenster befinden. Die Erweiterung des anderen der beiden Fenster schließt sich daran an und es erfolgt die Lösung des Modells sowie die Fixierung der Schichtvariablen im Ganzzahligkeitsfenster. Dieser Ablauf wiederholt sich so lange, bis eine Abbruchbedingung erreicht ist. Diese tritt ein, sobald eine Schicht mit maximal möglicher Schichtlänge in beiden Fenstern vorhanden ist. Wenn dies der Fall ist, wird bei dem sich anschließenden Modell die Ganzzahligkeit für alle verbleibenden kürzeren Schichtvariablen gefordert, so dass das letzte Modell eine zulässige Lösung erzeugt.

---

<sup>389</sup> Das Prinzip wurde im Abschnitt 4.1.5.3.1 beschrieben.

<sup>390</sup> Vgl. Brusco/ Johns (1996).

Der Lösungsalgorithmus *trelBrJo* wird in Abbildung 5.3 formal beschrieben.  $sl_{max}$  bezeichnet die maximale Schichtlänge der Schichten  $y_{d,w,s}$  im Modell.  $z$  stellt einen Zählindex dar,  $a$  und  $e$  beschreiben die obere bzw. untere Grenzen des Ganzzahligkeitsfensters. Das teilrelaxierte Modell (5.2) - (5.22) wird um folgende Nebenbedingungen ergänzt:

$$y_{d,w,s} \quad \text{ganzzahlig} \quad \forall d \in D, w \in W, s \in S \mid \text{Schichtbeginn}_s \leq a \quad (5.24)$$

$$y_{d,w,s} \quad \text{ganzzahlig} \quad \forall d \in D, w \in W, s \in S \mid \text{Schichtende}_s \geq e \quad (5.25)$$

```

z := 0
e := T_max+1
a := 0
Solange e - a > sl_max - 1 wiederhole
    z := z + 1                                # Heraufsetzen der
Zählvariable
    Wenn (z mod 2) = 0, dann                # Definition der Fenster
        e := e - 1,
    sonst
        a := a + 1
    Ende Wenn
    Löse das erweiterte teilrelaxierte Problem bestehend aus der Zielfunktion (5.2) und
    den Nebenbedingungen (5.3) - (5.22), (5.24) und (5.25).
    Fixiere alle  $y_{d,w,s}$  für die gilt: Schichtbeginns ≤ a und Schichtendes ≥ e.
Ende Schleife
Löse das gemischt-ganzzahlige Modell (5.2) - (5.23) mit den fixierten Variablen.

```

Abbildung 5.3: Ablaufschema des Lösungsverfahrens *trelBrJo*

Nachfolgend wird ein einfaches Beispiel des beschriebenen Lösungsalgorithmus betrachtet, das den Ablauf der teilrelaxierten Probleme illustriert. Untersucht wird ein Tag mit acht Perioden, die maximale (und einzige) Schichtlänge beträgt vier Perioden. Die Schichten beginnen zu jeder möglichen Periode. Es existieren demnach fünf unterschiedliche Schichten, die in Tabelle 5.3 dargestellt sind. Die Arbeitsperioden der Schichten sind in der Tabelle mit „1“ gekennzeichnet, die freien Perioden entsprechend mit „0“.

Periode	Schicht 1	Schicht 2	Schicht 3	Schicht 4	Schicht 5
1	1	0	0	0	0
2	1	1	0	0	0
3	1	1	1	0	0
4	1	1	1	1	0
5	0	1	1	1	1
6	0	0	1	1	1
7	0	0	0	1	1
8	0	0	0	0	1

Tabelle 5.3: Mögliche Schichten des Beispiels zum Lösungsverfahren *trelBrJo*

In Tabelle 5.4 sind für die jeweiligen teilrelaxierten Probleme  $z$  die fixierten (und somit bereits ganzzahligen), ganzzahligen und relaxierten Schichten dargestellt. Die Schichtvariablen entsprechen der jeweiligen Schichtnummer. Darüber hinaus sind in der Tabelle das Aufeinanderzugeschieben der Ganzzahligkeitsfenster sowie das Erreichen der Abbruchbedingung abgebildet. Es gilt  $T_{max} = 8$  und  $sl_{max} = 4$ . Die Schleife wird so lange ausgeführt, bis die Abbruchbedingung  $e - a \leq 3$  eintritt. Dementsprechend wird die Berechnung des sechsten teilrelaxierten Problems nicht mehr durchgeführt, da bereits nach der Lösung des fünften teilrelaxierten Problems alle Schichten der maximalen Länge ganzzahlig sind. Im Anschluss daran wird das gemischt-ganzzahlige Problem mit den fixierten Variablen gelöst, um für die Schichtvariablen mit einer kürzeren Länge ebenfalls ganzzahlige Werte zu erhalten. Diese entfallen für das angegebene Beispiel aufgrund der Betrachtung von lediglich einer Schichtlänge.

$z$	Schichtvariablen			$a$	$e$	$e-a$
	fixiert	ganzzahlig	relaxiert			
1	-	1	2, 3, 4, 5	1	9	8
2	1	5	2, 3, 4	1	8	7
3	1, 5	2	3, 4	2	8	6
4	1, 5, 2	4	3	2	7	5
5	1, 5, 2, 4	3	-	3	7	4
6	Abbruchbedingung erreicht			3	6	3

Tabelle 5.4: Beispiel zum Lösungsverfahren *trelBrJo*

Durch die Betrachtung einer Folge von teilrelaxierten Problemen reduziert sich die Anzahl der ganzzahligen Variablen erheblich. Denn für jedes Teilproblem bestehend aus den Gleichungen (5.2) bis (5.22), (5.24) und (5.25) werden neben den ganzzahligen Variablen, die die Anzahl der Arbeitnehmer jeder Kategorie und die der anwesenden Agenten je

Kategorie und Woche charakterisieren, weniger ganzzahlige Schichtvariablen als im Problem *PBaPEP* betrachtet. Da keine Pausenzeiten berücksichtigt werden, beginnt bzw. endet in jedem Fenster jeweils eine Schicht jeder möglichen Schichtlänge, so dass lediglich  $|SL|$  Schichten pro Tag statt der ursprünglichen  $|S|$  Schichten ganzzahlige Restriktionen haben. Sofern im Lösungsverfahren *trelBrJo* das letzte Problem (5.2) - (5.23) mit den fixierten Variablen und ausschließlich ganzzahligen Schichten gelöst wird, gestaltet sich das Erreichen einer guten Lösung einfacher als im ursprünglichen Modell, da bereits viele Schichten festgelegt sind.

Eine optimale Lösung bzw. der Beweis der Optimalität der Lösungen der erweiterten teilrelaxierten Modelle sowie des letzten gemischt-ganzzahligen Modells kann bei einer großen Anzahl an ganzzahligen Variablen immer noch schwierig und mit langen Lösungszeiten verbunden sein. Aus diesem Grund gilt in dieser Arbeit ein teilrelaxiertes bzw. das gemischt-ganzzahlige Modell als gelöst, sobald die Ganzzahligkeitslücke einen bestimmten Wert unterschreitet. Die Ganzzahligkeitslücke bezeichnet die relative Abweichung des besten Knoten von der zu diesem Zeitpunkt besten gefundenen ganzzahligen Lösung des teilrelaxierten bzw. gemischt-ganzzahligen Modells vom besten Knoten des jeweiligen Modells. Das bedeutet, dass sich die gefundene beste ganzzahlige Lösung innerhalb des angegebenen Wertes vom Optimum befindet.

#### 5.1.4.2 Lösungsverfahren *relLB* mittels Aufrunden der Lower Bounds der Schichtvariablen

Das Lösungsverfahren *relLB* betrachtet zunächst nur die LP-Relaxation  $PBaPEP_{rel}$  des Modells *PBaPEP*. Das Lösungsverfahren basiert auf einer Abfolge von Lösungen des relaxierten Modells, bevor eine Lösung des ursprünglichen Modells *PBaPEP* erzielt wird. Das Lösungsverfahren *relLB* löst wiederholt das relaxierte Modell, wobei nach jeder Lösung für einige Schichtvariablen eine Erhöhung der dazugehörigen Lower Bound  $lb_{y_{d,w,s}}$  stattfindet. Das bedeutet, dass bei einigen Schichten durch ein Heraufsetzen der dazugehörigen Lower Bound die Zuweisung einer Mindestanzahl an Agenten erfolgt. Demnach reduziert sich der noch abzudeckende Personalbedarf schrittweise. Bei diesem Vorgehen wird unterstellt, dass Schichten, die bereits im Rahmen der optimalen Lösung des relaxierten Problems einen positiven Wert erhalten, voraussichtlich auch in guten Lösungen des ursprünglichen Problems *PBaPEP* (5.2) bis (5.23) ein Wert zugeordnet wird, der größer als 0 ist. Nach jedem Lösen des relaxierten Modells kommt es zum Heraufsetzen der Lower Bounds der Schichtvariablen, bei denen der Abstand zwischen dem Wert

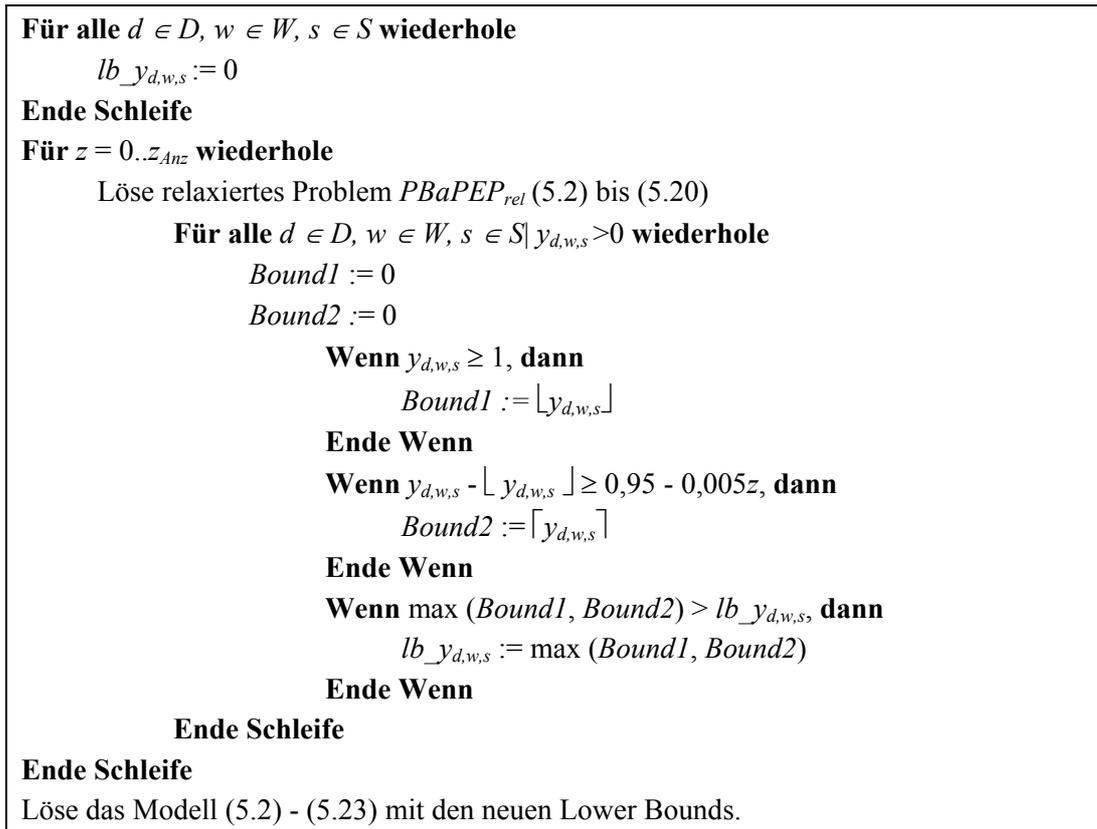
der Schichtvariablen und 0 nahe 1 oder größer als 1 ist. Zunächst werden die Lower Bounds der Schichtvariablen heraufgesetzt, bei denen der Wert der Entscheidungsvariable größer ist als 1. Die Rundung erfolgt folgendermaßen:  $lb_{y_{d,w,s}} := \lfloor y_{d,w,s} \rfloor$ . Darüber hinaus werden die Lower Bounds der Schichtvariablen aufgerundet, für die der Abstand des Wertes der Schichtvariablen zur nächstkleineren ganzen Zahl, d.h.  $y_{d,w,s} - \lfloor y_{d,w,s} \rfloor$ , oberhalb eines definierten Parameters liegt. Die Definition des Parameters erfolgt in Abhängigkeit vom Fortschreiten des Lösungsalgorithmus, d.h. von der Anzahl der bereits gelösten relaxierten Probleme. Mit ihrer Anzahl wächst die Bereitschaft des Algorithmus, einen immer größer werdenden Abstand des Wertes der Entscheidungsvariablen zur nächstgrößeren Zahl bei der Aufrundung der Lower Bounds zu tolerieren. Für das erste relaxierte Problem bedeutet dies, dass diejenigen Lower Bounds der Schichtvariablen aufgerundet werden, deren Abstand zur nächstkleineren ganzen Zahl mindestens 0,95 betragen. Beim 10. relaxierten Problem reicht ein Abstand von  $0,95 - 0,005 \cdot 10 = 0,9$  bereits aus. Nach dem Lösen einer vordefinierten Anzahl von relaxierten Problemen  $z_{Anz}$  und dem damit verbundenen Heraufsetzen der Lower Bounds wird das lineare gemischt-ganzzahlige Modell *PBaPEP* mit den angepassten Lower Bounds der Schichtvariablen gelöst.

Ein abgewandelter Lösungsansatz wurde bereits von Cezik et al. für das Tour Scheduling angewandt, deren gemischt-ganzzahlige Formulierung sieben tägliche Einsatzpläne in einem Netzwerkflussmodell verbindet.<sup>391</sup> Die genannten Autoren lösen die LP-Relaxation ihres Modells und runden im Anschluss daran die Lower Bounds der Schichtvariablen auf. Allerdings verändern sie nicht die Lower Bounds, bei denen der Wert der Entscheidungsvariable ein wenig größer als die vorherige ganze Zahl ist. Vielmehr runden sie ausschließlich die Lower Bounds der Schichtvariablen, für die der Abstand des Wertes der Schichtvariablen zur nächstkleineren ganzen Zahl oberhalb eines vordefinierten Parameters liegt. Der Parameterwert sinkt ebenfalls mit jeder Iteration. Weiterhin unterscheidet sich ihr Lösungsansatz von dem hier dargestellten dadurch, dass sie zusätzlich die Schichtvariablen fixieren, deren Wert in der Lösung der LP-Relaxation Null ist.

Eine formale Beschreibung des entwickelten Lösungsalgorithmus erfolgt in der Abbildung 5.4.  $z$  stellt wiederum einen Zählindex dar, *Bound1* und *Bound2* beschreiben Hilfsparameter zum Setzen der Lower Bound einer Schichtvariable.

---

<sup>391</sup> Vgl. Cezik/ Günlük/ Luss (2001). Der Ansatz wurde im Abschnitt 4.1.5.3.3 beschrieben.

Abbildung 5.4: Ablaufschema des Lösungsverfahrens *relLB*

In Abhängigkeit von der Anzahl der zu lösenden teilrelaxierten Probleme  $z_{Anz}$  existieren unterschiedliche Verfahrensvarianten, die im Folgenden mit  $relLB_{z_{Anz}}$  bezeichnet werden. Die Anzahl der zu lösenden teilrelaxierten Probleme  $z_{Anz}$  und die damit verbundene Anzahl an heraufgesetzten Lower Bounds der Schichtvariablen dürfen einerseits nicht zu hoch sein, um eine gewisse Anzahl an Freiheitsgraden bei der Lösung des linearen gemischt-ganzzahligen Problems (5.2) - (5.23) zu gewährleisten. Andererseits lässt sich bei einer zu geringen Anzahl von gerundeten Lower Bounds der Schichtvariablen bei einigen Problemen kein gutes Ergebnis in einem bestimmten Zeitrahmen erreichen. Auf die Frage, welche Verfahrensvariante  $relLB_{z_{Anz}}$  empfehlenswert erscheint, muss im Rahmen der Testprobleme im Abschnitt 6.1.2.2 eine Antwort gefunden werden.

Auch bei dieser Heuristik ist nicht anzunehmen, ein optimales Ergebnis in vertretbarer Zeit zu erhalten. Aus diesem Grund wird die Lösung des linearen gemischt-ganzzahligen Problems (5.2) - (5.23) anhand eines zeitlichen Kriteriums beendet.

### 5.1.4.3 Kombiniertes Lösungsverfahren *LBBrJo*

Die Heuristik *LBBrJo* kombiniert die beiden bisher beschriebenen Lösungsverfahren *reLLB* und *treLBrJo*. Zunächst findet analog der im Abschnitt 5.1.4.2 beschriebenen Heuristik *reLLB* die Lösung einer vordefinierten Anzahl  $z_{Anz}$  von relaxierten Problemen statt. Damit verbunden ist ein Heraufsetzen der Lower Bounds für eine unterschiedliche Anzahl von Schichtvariablen. Die Anzahl hängt von dem Parameter  $z_{Anz}$  ab. Im Anschluss daran wird das teilrelaxierte Modell (5.2) bis (5.22) erweitert um die Nebenbedingungen (5.24) und (5.25) analog der im Abschnitt 5.1.4.1 beschriebenen Heuristik *treLBrJo* gelöst. Die zusätzlichen Nebenbedingungen definieren die Ganzzahligkeitsfenster und beinhalten die Lower Bounds. Abbildung 5.5 beschreibt das Lösungsverfahren *LBBrJo* formal.

Beim Lösungsansatz *LBBrJo* soll durch das Heraufsetzen einiger Lower Bounds der Schichtvariablen der Lösungsraum des verbleibenden Problems eingeschränkt werden. Inwieweit der Entscheidungsraum eingeschränkt wird, hängt von der gewählten Anzahl  $z_{Anz}$  ab. Wird der Entscheidungsraum durch eine große Anzahl heraufgesetzter Lower Bounds sehr eingeschränkt, dann erzeugen die Heuristiken *LBBrJo* und *reLLB* voraussichtlich sehr ähnliche Lösungen. Besteht die Absicht, mit dem Ansatz alternative Lösungen zu erzeugen, ist es sinnvoll, möglichst wenig Lower Bounds zu verändern. Aus diesem Grund ist es empfehlenswert, bei der Durchführung dieses Ansatzes eine geringe Anzahl  $z_{Anz}$  zwischen 0 und 10 zu verwenden. In Abhängigkeit der Anzahl  $z_{Anz}$  existieren unterschiedliche Verfahrensvarianten, die mit *LBBrJo* <sub>$z_{Anz}$</sub>  bezeichnet werden.

```

Für alle  $d \in D, w \in W, s \in S$  wiederhole
     $lb_{y_{d,w,s}} := 0$ 
Ende Schleife
Für  $z = 0..z_{Anz}$  wiederhole
    Löse relaxiertes Problem  $PBaPEP_{rel}$  (5.2) bis (5.20)
        Für alle  $d \in D, w \in W, s \in S | y_{d,w,s} > 0$  wiederhole
             $Bound1 := 0$ 
             $Bound2 := 0$ 
                Wenn  $y_{d,w,s} \geq 1$ , dann
                     $Bound1 := \lfloor y_{d,w,s} \rfloor$ 
                Ende Wenn
                Wenn  $y_{d,w,s} - \lfloor y_{d,w,s} \rfloor \geq 0,95 - 0,005z$ , dann
                     $Bound2 := \lceil y_{d,w,s} \rceil$ 
                Ende Wenn
                Wenn  $\max(Bound1, Bound2) > lb_{y_{d,w,s}}$  dann
                     $lb_{y_{d,w,s}} := \max(Bound1, Bound2)$ 
                Ende Wenn
            Ende Schleife
        Ende Schleife
     $z := 0$ 
     $e := T_{max} + 1$ 
     $a := 0$ 
    Solange  $e - a > sl_{max} - 1$  wiederhole
         $z := z + 1$  # Heraufsetzen der Zählvariable
        Wenn  $(z \bmod 2) = 0$ , dann # Definition der Fenster
             $e := e - 1$ ,
        sonst
             $a := a + 1$ 
        Ende Wenn
        Löse das erweiterte teilrelaxierte Problem bestehend aus der Zielfunktion (5.2) und
        den Nebenbedingungen (5.3) - (5.22), (5.24) und (5.25)
        Fixiere alle  $y_{d,w,s}$  für die gilt: Schichtbeginn  $s \leq a$  und Schichtende  $s \geq e$ .
    Ende Schleife
    Löse das Modell (5.2) - (5.23) mit den fixierten Variablen.

```

Abbildung 5.5: Ablaufschema des Lösungsverfahrens *LBBrJo*

#### 5.1.4.4 Vergleich der Lösungsverfahren

In den vorangegangenen Abschnitten 5.1.4.1 bis 5.1.4.3 wurden drei Verfahren zur Lösung des entwickelten Modells zur Personalbestands- und aggregierten Personaleinsatzplanung *PBaPEP* vorgeschlagen. Ein Lösungsverfahren der Personaleinsatzplanung, das auf der sequentiellen Erweiterung der Ganzzahligkeitsfenster der Schichtvariablen basiert, wurde im Lösungsverfahren *treIBrJo* auf das Modell *PBaPEP* übertragen. Darüber hinaus fand

die Entwicklung des Lösungsverfahrens *relLB* statt, das auf der schrittweisen Erhöhung der Lower Bounds der Schichtvariablen im relaxierten Modell beruht. Dieses Lösungsverfahren wurde ebenfalls bereits im Rahmen der Personaleinsatzplanung in abgeänderter Form verwendet. Beide beschriebenen Verfahren wurden im Lösungsverfahren *LBBrJo* kombiniert, um eine gute Lösung des Modells zu erhalten.

Die vorgeschlagenen Lösungsverfahren unterscheiden sich in der Herangehensweise zur Erzeugung der ganzzahligen Schichten. Da sich die Lösungsverfahren an diejenigen anlehnen, mit denen gute Ergebnisse im Rahmen der Personaleinsatzplanung erzeugt wurden, ist zu erwarten, dass sie auch für das Modell *PBaPEP* in kurzer Zeit kostengünstige Ergebnisse produzieren. Ein Vergleich der vorgeschlagenen Lösungsverfahren kann anhand der zu erwartenden Lösungszeit sowie der erzielbaren Zielfunktionswerte stattfinden. Dieser Vergleich lässt sich jedoch nicht pauschal umsetzen. Zu diesem Zweck sind mit Hilfe von unterschiedlichen Testproblemen numerische Untersuchungen durchzuführen. Diese erfolgen in Abschnitt 6.1.2 nach der Vorstellung der Testprobleme.

## **5.2 Modell zur wöchentlichen Personaleinsatzplanung bei gegebenem Personalbestand $PEP_w$**

Nachfolgend wird ein Modell entwickelt, das die kurzfristige Personaleinsatzplanung der einzelnen Wochen basierend auf dem ermittelten Personalbestand umsetzt. Zu diesem Zweck ist ein Modell auszuwählen, dem keine flexible Anzahl an Arbeitnehmern zur Verfügung steht. Vielmehr ist ein vorhandener Personalbestand mit einer gegebenen Anzahl von Arbeitnehmern und wöchentlichen Arbeitszeiten so einzuplanen, dass die ausgewählte Maßzahl der Kundenzufriedenheit maximal ist. Das bedeutet, dass auf die Modellformulierungen der Personaleinsatzplanung bei gegebenem Personalbestand zurückgegriffen wird, deren Beschreibung im Abschnitt 4.1.2.3 erfolgte. Das Modell zur wöchentlichen Personaleinsatzplanung bei gegebenem Personalbestand  $PEP_w$  dient ausschließlich dazu zu klären, ob die Durchführung der Personaleinsatzplanung mit den gegebenen Daten des Modells der Personalbestands- und aggregierten Personaleinsatzplanung *PBaPEP* möglich ist. Das Modell *PBaPEP* ist so aufgebaut, dass die freien Tage der Arbeitnehmer aufgrund einer fixen Zuordnung der Arbeitstage zu den Mitarbeiterkategorien keine Berücksichtigung finden. Diese Aufteilung wird für die Personaleinsatzplanung beibehalten. Da eine Vielzahl an alternativen Einsatzplänen existieren, stellt eine abweichende Zuordnung der Arbeitstage zu den Mitarbeiterkategorien bei einer gegebenen Lösbarkeit der Personaleinsatzplanungsprobleme der einzelnen Wochen kein Problem dar.

Das Ergebnis des Modells *PBaPEP* gibt die Anzahl der anwesenden Agenten der einzelnen Mitarbeiterkategorien sowie die Summe ihrer wöchentlichen Arbeitszeiten für die Personaleinsatzplanung der jeweiligen Woche vor. Diese Daten gehen als Parameter in das Personaleinsatzplanungsmodell ein. Die Agenten der Kategorierteilmenge  $Kat_{taegl}$  werden an den Arbeitstagen Montag bis Freitag eingesetzt, so dass die maximale Anzahl der arbeitenden Agenten eines Tages durch Restriktionen vorgegeben ist. Für die Agenten der Kategorierteilmenge  $Kat_{wechs}$  existieren keine generellen Vorgaben bezüglich der Anzahl an Arbeitstagen oder freien Tagen innerhalb einer Woche. Folglich kann sich die Anzahl der Arbeitstage und Arbeitsstunden innerhalb einer Woche für die einzelnen Arbeitnehmer sehr unterschiedlich gestalten. Insbesondere gibt es für die Agenten des betreffenden Call Centers keine Arbeitsregel hinsichtlich des Schichtbeginns an den einzelnen Tagen einer Woche. Demnach können für einen Agenten große Unterschiede im Schichtbeginn existieren, sofern die gesetzlichen Ruhezeiten zwischen zwei Arbeitstagen eingehalten werden. Aus den genannten Gründen ist es möglich, auf ein Tour Scheduling Modell zu verzichten. Vielmehr wird für die Personaleinsatzplanung ein Shift Scheduling Modell zugrunde gelegt, dessen Lösung für alle Arbeitstage der Woche simultan erfolgt. Die Simultanität ist vonnöten, da die wöchentlichen Arbeitsstunden jeder Kategorie als Restriktion in das Modell eingehen. Somit vernachlässigt das nachfolgend vorgestellte Modell die Zusammensetzung der Schichten der einzelnen Tage zu Touren einer Woche. Diese Zuordnung findet im Anschluss an das Modell der Personaleinsatzplanung statt. Nachfolgend wird das verwendete Modell der Personaleinsatzplanung beschrieben.

Zur Untersuchung der Personaleinsatzplanung bei gegebenem Personalbestand wird ein Modell eingesetzt, welches das Modell *CLSM-SRV* von Thompson sowie das Modell *IPEP* von Bechtold und Jacobs miteinander verbindet.<sup>392</sup> Der Ansatz von Thompson bezieht sich auf die Zielfunktion, welche die Maximierung einer Maßzahl der Kundenzufriedenheit beinhaltet. Bechtold und Jacobs stellen einen impliziten Ansatz vor, der statt für Schichten Variablen für Schichttypen und Pausen definiert, die durch Restriktionen miteinander verbunden werden. Nachstehend erfolgt die formale Darstellung des Modells  $PEP_w$  für die Woche  $w$ :

---

<sup>392</sup> Vgl. Thompson (1997b) und Bechtold/ Jacobs (1990). Die Ansätze wurden in den Abschnitten 4.1.2.3 und 4.1.5.4 vorgestellt.

$$\max \sum_{t \in T} \sum_{d \in D} \left( \left( MZ_{t,d} + \sum_{j=1}^{w_{t,d}} MZ_{t,d,j}^+ u_{t,d,j}^+ \right) \cdot calls_{t,d} \right) / \sum_{t \in T} \sum_{d \in D} calls_{t,d} \quad (5.26)$$

subject to

$$\sum_{s \in ST} a_{s,t} \cdot y_{d,s} - ym_{t,d} - ym_{t-1,d} - yf_{t,d} - \sum_{j=1}^{w_{t,d}} u_{t,d,j}^+ = B_{t,d} \quad \forall t \in T, d \in D \quad (5.27)$$

$$\sum_{t=i_M}^k ym_{t,d} - \sum_{s \in PEndM_k} y_{d,s} \geq 0 \quad \forall d \in D_{WT[w]}, k \in P_{EM} \setminus \{j_M\} \quad (5.28)$$

$$\sum_{t=k}^{j_M} ym_{t,d} - \sum_{s \in PBegM_k} y_{d,s} \geq 0 \quad \forall d \in D_{WT[w]}, k \in P_{SM} \setminus \{i_M\} \quad (5.29)$$

$$\sum_{s \in ST_M} y_{d,s} - \sum_{t=i_M}^{j_M} ym_{t,d} = 0 \quad \forall d \in D_{WT[w]} \quad (5.30)$$

$$\sum_{t=i_F}^k yf_{t,d} - \sum_{s \in PEndF_k} y_{d,s} \geq 0 \quad \forall d \in D_{WT[w]}, k \in P_{EF} \setminus \{j_F\} \quad (5.31)$$

$$\sum_{t=k}^{j_F} yf_{t,d} - \sum_{s \in PBegF_k} y_{d,s} \geq 0 \quad \forall d \in D_{WT[w]}, k \in P_{SF} \setminus \{i_F\} \quad (5.32)$$

$$\sum_{s \in ST} y_{d,s} - \sum_{t=i_F}^{j_F} yf_{t,d} = 0 \quad \forall d \in D_{WT[w]} \quad (5.33)$$

$$\sum_{d \in D_{WT[w]}} \sum_{s \in ST_k} y_{d,s} \cdot Arbzt_s \leq Arb_k \quad \forall k \in Kat_{taegl} \quad (5.34)$$

$$\sum_{d \in W_{WT[w]}} \sum_{s \in ST_{wechs}} y_{d,s} \cdot Arbzt_s + \sum_{d \in D_{WE[t]}} \sum_{s \in ST} y_{d,s} \cdot Arbzt_s \cdot f \leq \sum_{k \in Kat_{wechs}} Arb_k \quad (5.35)$$

$$\sum_{s \in ST_k} y_{d,s} \leq x_{-anw_k} \quad \forall d \in D_{WT[w]}, \forall k \in Kat_{taegl} \quad (5.36)$$

$$\sum_{s \in ST_{wechs}} y_{d,s} \leq \sum_{k \in Kat_{wechs}} x_{-anw_k} \quad \forall d \in D_{WT[w]} \quad (5.37)$$

$$\sum_{s \in ST} y_{d,s} \leq \sum_{k \in Kat_{wechs}} x_{-anw_k} \quad \forall d \in D_{WE[w]} \quad (5.38)$$

$$\sum_{t \in T_{BP}} \sum_{s \in ST} (a_{s,t} \cdot y_{d,s} - B_{t,d} - ym_{t,d} - ym_{t-1,d} - yf_{t,d}) \geq \sum_{s \in ST} y_{d,s} \cdot BP_s \quad \forall d \in D_{WT[w]} \quad (5.39)$$

$$y_{d,s} \geq 0 \quad \forall d \in D, \forall s \in S \quad (5.40)$$

$$ym_{t,d} \geq 0 \quad \forall t \in T, d \in D \quad (5.41)$$

$$yf_{t,d} \geq 0 \quad \forall t \in T, d \in D \quad (5.42)$$

$$u_{t,d,j}^+ \quad \text{binär} \quad \forall t \in T, d \in D, j \in 1..w_{t,d} \quad (5.43)$$

$$y_{d,s} \quad \text{ganzzahlig} \quad \forall d \in D, \forall s \in S \quad (5.44)$$

$$ym_{t,d} \quad \text{ganzzahlig} \quad \forall t \in T, d \in D \quad (5.45)$$

$$yf_{t,d} \quad \text{ganzzahlig} \quad \forall t \in T, d \in D \quad (5.46)$$

$$u_{t,d,j}^+ = \begin{cases} 1, & \text{wenn in Periode } t \text{ am Tag } d \text{ die Anzahl eingesetzter Arbeitnehmer} \\ & \text{den Bedarf } B_{t,d} \text{ um } j \text{ übersteigt,} \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases} \quad (5.47)$$

Es gilt:

$Arb_k$  aus dem Modell *PBaPEP* vorgegebene Summe der eingeplanten Arbeitszeit der Agenten der Mitarbeiterkategorie  $k$  der betrachteten Woche

$B_{t,d}$  Personalbedarf in der Periode  $t \in T$  am Tag  $d \in D$

$BP_s$  Anzahl der Bildschirmpausen des Schichttyps  $s \in ST$

$calls_{t,d}$  Anzahl an Anrufen in Periode  $t \in T$  am Tag  $d \in D$

$i_F$  früheste Periode des Frühstückspausenbeginns für alle Schichttypen

$i_M$  früheste Periode des Mittagspausenbeginns für alle Schichttypen mit  $i_M \subset T$

$j_F$  späteste Periode der Frühstückspause für alle Schichttypen

$j_M$  späteste Periode der Mittagspause für alle Schichttypen mit  $j_M \subset T$

$MZ_{t,d}$  Maßzahl der Kundenzufriedenheit analog der Anzahl an Anrufen und des Personalbedarfs in der Periode  $t \in T$  am Tag  $d \in D$

$MZ_{t,d,j}^+$  Anstieg der Maßzahl der Kundenzufriedenheit durch den Einsatz des  $j$ -ten über den Bedarf  $B_{t,d}$  hinausgehenden Agenten in Periode  $t \in T$  am Tag  $d \in D$

$P_{EM}$  Menge der letztmöglichen Startzeitpunkt aller Mittagspausenfenster

$P_{EF}$  Menge der möglichen Endzeitpunkte aller Frühstückspausenfenster

$P_{SF}$	Menge der möglichen Startzeitpunkte aller Frühstückspausenfenster
$P_{SM}$	Menge der möglichen Startzeitpunkte aller Mittagspausenfenster
$P_{BegF_k}$	Menge aller Schichttypen mit Frühstückspausenfenster zwischen $k$ und der spätestmöglichen Frühstückspausenperiode $j_F$
$P_{BegM_k}$	Menge aller Schichttypen mit Mittagspausenfenster zwischen $k$ und der spätestmöglichen Mittagspausenperiode $j_M$
$P_{EndF_k}$	Menge aller Schichttypen mit Frühstückspausenfenster zwischen der frühestmöglichen Pause und $k$
$P_{EndM_k}$	Menge aller Schichttypen mit Mittagspausenfenster zwischen der frühestmöglichen Pause und $k$
$ST$	Menge der möglichen Schichttypen charakterisiert durch ihren Schichtbeginn, die Schichtlänge und ein Pausenfenster
$ST_k$	Menge der zulässigen Schichttypen für die Mitarbeiterkategorie $k \in Kat$
$ST_M$	Menge der Schichttypen mit Mittagspause
$ST_{wechs}$	Menge der Schichttypen für die Mitarbeiter der Kategorie $Kat_{wechs}$ mit $ST_{wechs} \subseteq ST$
$T_{BP}$	Menge der möglichen Perioden für die Bildschirmpause
$w_{t,d}$	Anzahl der über den Personalbedarf für Periode $t$ am Tag $d$ hinausgehenden und Zuwachs in der Maßzahl der Kundenzufriedenheit generierenden Arbeitnehmer
$w$	Wochenindex der betrachteten Woche
$x_{anw_k}$	aus dem Modell $PBaPEP$ vorgegebene Anzahl der anwesenden Agenten der Mitarbeiterkategorie $k \in Kat$
$y_{d,s}$	Anzahl der im Schichttyp $s \in ST$ arbeitenden Agenten am Tag $d \in D$
$y_{f,t,d}$	Anzahl der Agenten mit Frühstückspause in Periode $t$ am Tag $d$
$y_{m,t,d}$	Anzahl der Agenten mit Ende der Mittagspause in Periode $t$ am Tag $d$

Die Zielfunktion (5.26) sowie die Restriktion (5.27) für die Bedarfsdeckung gestalten sich ähnlich zu dem Modell *CLSM-SRV* von Thompson.<sup>393</sup> In der Zielfunktion wird die mit den Anrufen gewichtete durchschnittliche Maßzahl der Kundenzufriedenheit für den jeweiligen Personaleinsatz über alle Perioden der Woche maximiert. Dazu wird die Maßzahl der Kundenzufriedenheit für den berechneten Personalbedarf sowie der Anstieg der Maßzahl, der durch die über den Personalbedarf hinaus eingesetzten Agenten zustande kommt, berechnet. Diese zusätzlich eingesetzten Agenten ergeben sich aus der Restriktion (5.27). Sie beschreibt die Deckung des Personalbedarfs sowie dessen Überdeckung in den einzelnen Perioden mit Hilfe der Schichttypen- und Pausenauswahl. Dabei besteht ein Schichttyp aus aufeinanderfolgenden Einsen, d.h. er wird durch die Startzeit und seine Länge sowie ein Pausenfenster, innerhalb dessen die Pause beginnen muss, repräsentiert. Die Pausen lassen sich anhand von eigenständigen Variablen analog des Modells *IPEP* von Bechtold und Jacobs implizit modellieren.<sup>394</sup> Zur Verbindung der Schichttypvariablen mit den Pausenvariablen sind zusätzliche Restriktionen notwendig. Die Funktion der vorwärts- und rückwärtsrollierenden Restriktionen sowie die Pausenbilanzgleichung wurde bereits im Abschnitt 4.1.5.4 beschrieben. Die Restriktionen (5.28) - (5.30) stellen die Forderungen für die Mittagspausen dar, die Restriktionen (5.31) - (5.33) entsprechen den Formulierungen zur Sicherstellung der Frühstückspausen. Die Frühstücks- und Mittagspausen werden analog der Begründung des Modells *PBaPEP* nur für die Wochentage der Woche  $w$ , die nicht zum Wochenende gehören und keine Feiertage sind, durchgeführt.

Die Summe der Arbeitszeiten der eingeplanten Schichten jeder Mitarbeiterkategorie  $k$  aus  $Kat_{taegl}$  sowie die Summe der eingeplanten Arbeitszeiten der Mitarbeiter der Kategorie  $Kat_{wechs}$  darf die vom Modell *PBaPEP* vorgegebenen Arbeitszeit  $Arb_k$  nicht übersteigen. Dies beinhalten die Restriktionen (5.34) und (5.35). Der Unterschied dieser Restriktionen resultiert aus der unterschiedlichen Berechnung der Überstunden im Modell *PBaPEP*. Darüber hinaus ist es nicht zulässig, dass die Anzahl der eingeplanten Schichten einer Kategorie an den entsprechend zugeordneten Arbeitstagen der Kategorie die Anzahl der Arbeitnehmer überschreitet. Dies wird in den Restriktionen (5.36) bis (5.38) beschrieben,

---

<sup>393</sup> Vgl. Thompson (1997b).

<sup>394</sup> Vgl. Bechtold/ Jacobs (1990).

die sich für die Agenten der Kategorie  $Kat_{taegl}$  und  $Kat_{wechs}$  aufgrund der differierenden Überstundenberechnung unterschiedlich gestalten.

Die Länge einer Bildschirmpause ist im Normalfall kürzer als die Periodenlänge eines Personaleinsatzplanungsmodells. Bei der Einplanung der Bildschirmpausen gibt es eine Vielzahl von Freiheitsgraden. Einerseits besteht die Möglichkeit, Bildschirmpausen periodenübergreifend stattfinden zu lassen. Darüber hinaus ist es möglich, zwei Bildschirmpausen in einer Periode gleichzeitig bzw. eine Bildschirmpause in einer Periode einzuplanen, in der keine Bedarfsüberdeckung vorhanden ist. Aus den genannten Gründen sollte die Einplanung der Bildschirmpausen nicht im Vorhinein für den Zeitraum einer Woche erfolgen. Vielmehr ist es zweckmäßig, die Lage der Bildschirmpausen erst im Verlauf des jeweiligen Tages festzulegen. Die Einplanung der Bildschirmpausen sollte jedoch möglichst in den Perioden stattfinden, in denen eine Überdeckung des Personalbedarfs vorhanden ist. Demnach ist es sinnvoll, im Rahmen der Personaleinsatzplanung für jeden Wochentag von Montag bis Freitag sicherzustellen, dass die Anzahl der überdeckten Perioden zwischen der frühest und spätest möglichen Bildschirmpause mindestens der Anzahl an Bildschirmpausen entspricht.<sup>395</sup> Diese Forderung beinhaltet die Restriktion (5.39). Dabei wird zwar für jede Bildschirmpausen eine Periode statt der meist geringeren tatsächlichen Länge zugrunde gelegt. Durch diese Regelung sind jedoch größere Freiheitsgrade bei der Einplanung der Bildschirmpausen vorhanden. Verzichtet man auf diese Restriktion, ist es möglich, dass die Überdeckung an bestimmten Tagen gehäuft auftreten, an anderen Tagen hingegen keine bzw. zu wenig Überdeckung vorhanden ist, um die Bildschirmpausen aus der Überdeckung zu befriedigen.

Das betrachtete Modell maximiert den Zuwachs der Maßzahl der Kundenzufriedenheit. Im Ergebnis der wöchentlichen Einsatzplanung werden bei der Maximierung des Zuwachses der Maßzahl der Kundenzufriedenheit für jede Mitarbeiterkategorie möglichst die zur Verfügung stehende Arbeitszeit  $Arb_k$  eingesetzt. Es sind jedoch andere Zielsetzungen denkbar. Diese können beispielsweise eine alternative Verteilung der Überdeckung oder die Prioritäten der einzelnen Arbeitnehmer berücksichtigen.<sup>396</sup> Sofern die Anzahl der Agenten und deren zur Verfügung stehende Arbeitszeiten nicht ausreichen sollten, um den Bedarf in allen Perioden zu decken, kann das Modell dahingehend eine Änderung erfahren,

---

<sup>395</sup> Für die Tage des Wochenendes werden die Frühstücks- und Mittagspausen nicht eingeplant, so dass die Berücksichtigung von Bildschirmpausen ebenfalls nicht zweckmäßig ist.

<sup>396</sup> Vgl. dazu die Ausführungen im Abschnitt 4.1.2.2.

dass zusätzlich zu den bestehenden Überdeckungsvariablen Unterdeckungsvariablen definiert werden, die eine Unterdeckung des Personalbedarfs in einer Periode repräsentieren. Die Aufnahme der entsprechenden Verminderung der Maßzahl der Kundenzufriedenheit müsste dann in der Zielfunktion erfolgen.

### 5.3 Zusammenfassung der Modelle

In diesem Kapitel wurden zunächst die Modellannahmen des Modells zur Personalbestands- und aggregierten Personaleinsatzplanung *PBaPEP* erläutert, bevor eine Beschreibung des Modells stattfand. Das Modell der Personalbestandsplanung bestimmt eine kostengünstige Anzahl an Agenten und deren Arbeitszeiten für den Planungszeitraum eines Jahres bei einer gegebenen Nachfragestruktur. Das Modell beinhaltet eine Periodenlänge von 60 Minuten, für die der Personalbedarf für eine prognostizierte Anzahl an Anrufen und eine vordefinierte Maßzahl der Kundenzufriedenheit zu befriedigen ist. Die Befriedigung des Personalbedarfs erfolgt durch den Einsatz der Agenten in Form von Schichten. Für diese Schichten werden keine Pausen eingeplant. Sie werden vielmehr in aggregierter Form berücksichtigt, indem die Summe der Pausenzeiten der eingesetzten Schichten als Überdeckung des Personalbedarfs vorhanden sein muss. Die Anzahl der Agenten innerhalb des Planungszeitraums ist konstant, Schwankungen des wöchentlichen Niveaus der Nachfrage lassen sich durch Urlaubs- und Schulungswochen der Agenten ausgleichen. Darüber hinaus kann die Arbeitszeit der Agenten innerhalb eines Ausgleichszeitraums schwanken. Lässt sich die Summe der nominellen Arbeitszeit der anwesenden Agenten für den Ausgleichszeitraum nicht einhalten, fallen Über- bzw. Unterstunden an. Diese werden für alle Agenten einer Mitarbeiterkategorie, die sich durch identische Vereinbarungen hinsichtlich der Arbeitszeit auszeichnen, gemeinsam betrachtet.

Das Modell *PBaPEP* beinhaltet zwar eine Personaleinsatzplanung, deren Lösung erfolgt jedoch auf Stundenbasis und ist demnach für den kurzfristigen Einsatz in dieser Form nicht umsetzbar. Darüber hinaus können aufgrund der Periodeneinteilung des Modells die Pausen nicht direkt zugeordnet werden. Im Anschluss an die Lösung des Modells *PBaPEP* findet demnach in den einzelnen Wochen des Jahres die detaillierte Personaleinsatzplanung mit gegebenem Personalbestand statt. Dabei gehen sowohl die Anzahl der anwesenden Agenten jeder Kategorie der entsprechenden Woche als auch deren aggregierte Arbeitszeiten, die sich aus der Lösung des Modells *PBaPEP* ergeben, als Daten in das wöchentliche Personaleinsatzplanungsproblem ein. Das entwickelte Modell zur wöchentlichen Personaleinsatzplanung *PEP<sub>w</sub>* kombiniert bereits in der Literatur vorhandene

Modellierungsansätze. Diese bestehen in der Maximierung einer Maßzahl der Kundenzufriedenheit in der Zielfunktion. Gleichmaßen wird ein impliziter Ansatz eines Shift Scheduling Modells verwendet, der keine Schichten, sondern Variablen für Schichttypen und Pausen definiert, die durch Restriktionen miteinander verbunden sind. Aufgrund der Vielzahl alternativer Einsatzpläne ist abzusehen, dass die kurzfristige Einsatzplanung mit den gegebenen Daten umsetzbar ist.

Im folgenden Kapitel 6 werden die vorgeschlagenen Lösungsverfahren des Modells *PBaPEP* auf Testprobleme angewendet. In diesem Zusammenhang ist zunächst zu überprüfen, inwieweit die Lösungsverfahren in der Lage sind, gute Ergebnisse für Probleme mit unterschiedlichen Nachfragestrukturen zu erzeugen. Danach findet eine Untersuchung des Personalbestandes sowie eine Analyse der Ergebnisse statt. Abschließend erfolgt die Übertragung der Ergebnisse auf die wöchentliche Personaleinsatzplanung.