

9. Massen der Baryonen

In diesem Kapitel werden wir die Eigenschaften von Baryonen mit Spin $J = \frac{1}{2}$ untersuchen. Stellvertretend werden wir hier von Nukleonen sprechen. Zuerst werden wir die Abhängigkeit der Baryonmassen von der Quarkmasse und schließlich die Diskretisierungsfehler untersuchen. Dies erlaubt uns anschließend Aussagen über die Massen von Baryonen mit leichten Quarks.

Die Korrelationsfunktionen für die Baryonen wurden mit Hilfe der interpolierenden Felder in Gleichung (2.43) erzeugt. Diese Felder wurden in der Regel sowohl mit Hilfe der vollständigen Quarkfelder ψ wie auch mit den durch nicht-relativistische Projektion nach Gleichung (3.20) gewonnenen Feldern ψ^{NR} bestimmt. Beide Verfahren lieferten innerhalb von Fehlern die gleichen Ergebnisse. Bei einigen Simulationen wurden aufgrund des geringeren Speicherbedarfs die Korrelationsfunktionen des Nukleons nur mit Hilfe der projizierten Quarkfelder bestimmt. Sofern Ergebnisse für das Nukleon, die mit vollständigen Quarkfeldern berechnet wurden, mit gleicher Statistik vorlagen, haben wir diese für die Analyse verwendet. Sämtliche Ergebnisse für die Massen des Nukleons sind in Anhang A.8.1 dokumentiert.

9.1. Chirale Extrapolation

Eine Entwicklung der Nukleonmasse nach kleinen Quarkmassen im Rahmen der chiralen Störungstheorie in der Valenzquark-Approximation (q χ PT) ergibt einen führenden Term, der nicht-analytisch in der Quarkmasse ist [79]:

$$m_N = M_N + b_1 m_{\text{PS}} + b_2 m_{\text{PS}}^2 + b_3 m_{\text{PS}}^3 + \dots, \quad (9.1)$$

wobei der Koeffizient b_1 durch die Gleichung

$$b_1 = -\frac{3\pi}{2}(D - 3F)^2 \delta \quad (9.2)$$

gegeben ist. Mit unserem zuvor bestimmten Wert für δ (siehe Tabelle 5.6) und den aus experimentellen Daten bestimmten Werten für die Matrixelemente des

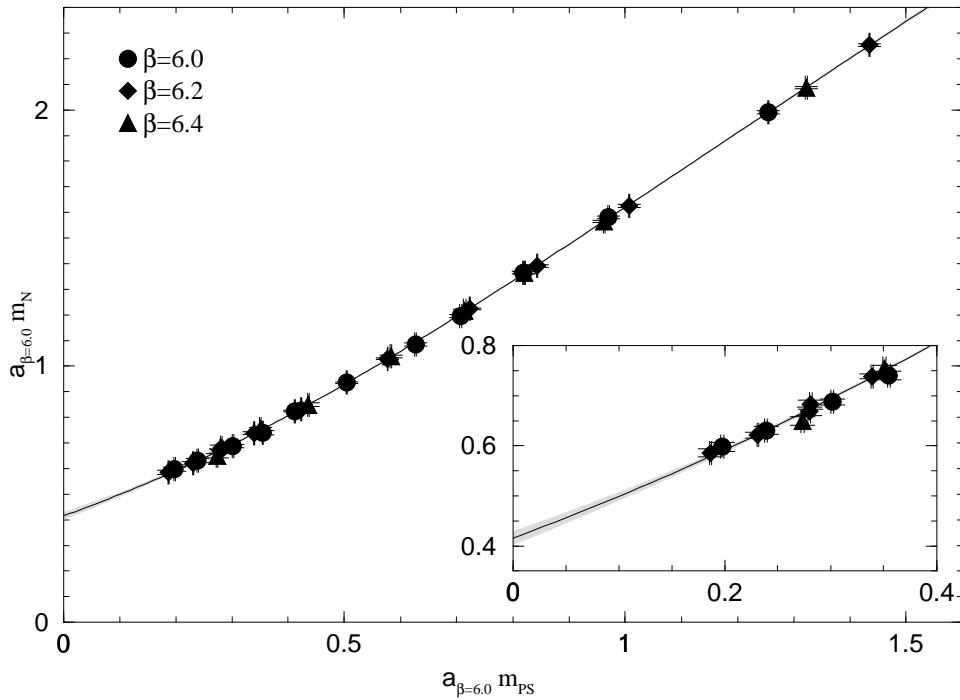


Abbildung 9.1.: Masse des Nukleons m_N als Funktion der Masse des pseudoskalaren Mesons m_{PS} . Die Kurve stammt von einem Fit an Gleichung (9.4) mit $K = 3$ und b_1 als freien Parameter.

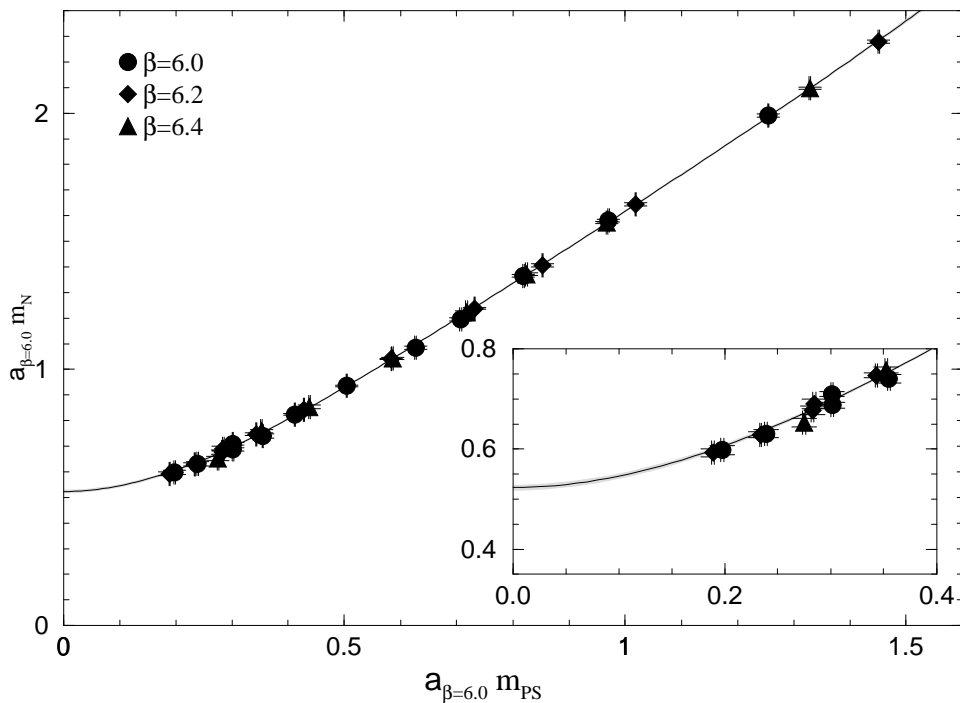


Abbildung 9.2.: Wie Abbildung 9.1, jedoch für $b_1 = 0$.

Axialstroms D und F [80] erhalten wir die Abschätzung¹

$$b_1 \simeq -0.25(11) \quad (9.3)$$

Für einen kombinierten Fit an unseren Daten verwenden wir den gleichen Ansatz, wie für die Vektormesonen (siehe S. 6.2)

$$\tilde{s}_\beta a_\beta m_N = \frac{\tilde{s}_\beta a_\beta M_N + \sum_{k=1}^{K-1} b_k (\tilde{s}_\beta a_\beta m_{\text{PS}})^k + b_K c_{K-1} (\tilde{s}_\beta a_\beta m_{\text{PS}})^K}{1 + c_{K-1} (\tilde{s}_\beta a_\beta m_{\text{PS}})^{K-1}} \quad (9.4)$$

wobei $K > 2$ und M_N die Masse des Nukleons im chiralen Limes ist. Ferner ist $\tilde{s}_\beta = (1 + d s_\beta^{-2}) s_\beta$ und s_β ein Skalenfaktor, mit dessen Hilfe die Massen in Einheiten von $a_{\beta=6.0}^{-1}$ umgerechnet werden. Dieser Ansatz berücksichtigt, dass bei schweren Massen der Zusammenhang zwischen Baryonmasse und der Quarkmasse linear sein sollte.

Fit	Pad1	Pad2	Pol1	Pol2
K	3	4	3	3
$a_{\beta=6.0} M_N$	0.415(13)	0.5178(51)	0.451(29)	0.5162(56)
b_1	0.800(66)	0 (fixed)	0.48(20)	0 (fixed)
b_2	0.73(10)	2.536(67)	1.28(46)	2.340(62)
b_3	1.290(45)	-1.90(12)	-0.64(32)	-1.377(79)
b_4		2.075(55)		
c_K	1 (fixed)	1 (fixed)		
$\tilde{s}_{\beta=6.2}$	1.395(11)	1.403(11)	1.389(11)	1.390(11)
$\tilde{s}_{\beta=6.4}$	1.815(18)	1.815(18)	1.806(20)	1.801(19)
χ_{pdf}^2	0.8	1.2	1.0	1.3

Tabelle 9.1.: Ergebnisse der Fits an Gleichung (9.4) („Pad1“ und „Pad2“) und (9.5) („Pol1“ und „Pol2“).

Bei Fits mit b_1 als freiem Parameter fanden wir, dass wir unsere Daten gut mit Gleichung (9.4) beschreiben können, wenn wir $K = 3$ wählen. Die Ergebnisse dieses Fits sind in Tabelle 9.1 in Spalte „Pad1“ dokumentiert. In der Spalte „Pad2“ finden sich die Ergebnisse für einen Fit mit $K = 4$, wobei $b_1 = 0$ gesetzt wurde. Bei beiden Fits sind die Ergebnisse für $a_{\beta=6.0} M_N$ und

¹ Eine Abschätzung für $D - 3F$ auf dem Gitter ist nicht bekannt. Allerdings ergab eine Bestimmung von $g_A = D + F$ auf dem Gitter mit Hilfe der Valenzquark-Approximation $g_A = 1.14(3)$ [133] und somit einen signifikant kleineren Wert als das Experiment ($g_A \simeq 1.2573(28)$).

b_1 für $0.5 \leq c_K \leq 4$ innerhalb von Fehlern konstant. Wir haben daher $c_K = 1$ gesetzt.

Um Effekte aufgrund der Berücksichtigung der Ergebnisse bei schweren Quarkmassen auszuschließen, haben wir diese Fits mit einem polynomialen Ansatz

$$\tilde{s}_\beta a_\beta m_N = \tilde{s}_\beta a_\beta M_N + \sum_{k=1}^K (\tilde{s}_\beta a_\beta m_{\text{PS}})^k \quad (9.5)$$

wiederholt, wobei wir den Fitbereich auf $0 \leq a_{\beta=6.0} m_{\text{PS}} < 0.75$ beschränkt haben. In diesem Bereich werden unsere Daten durch ein kubisches Polynom gut beschrieben. Die Ergebnisse mit („Pol1“) und ohne („Pol2“) linearen Term sind in Tabelle 9.1 aufgelistet.

Die Resultate für die Fits „Pad1“ und „Pol1“ beziehungsweise „Pad2“ und „Pol2“ erweisen sich wiederum innerhalb von Fehlern als konsistent. Allerdings konnte die Aussage der chiralen Störungstheorie ($b_1 < 0$) nicht bestätigt werden.²

Vergleicht man die Ergebnisse für \tilde{s}_β mit Tabelle 6.2, so findet man auch in diesem Fall nur eine kleine Abweichung von der r_0 -Skala. Dies ist wiederum ein Indiz für kleine Diskretisierungsfehler.

9.2. Masse des Nukleons im Kontinuumslimes

Um eine Kontinuumsextrapolation durchführen zu können, haben wir die chirale Extrapolation für die jeweiligen Werte der Eichfeldkopplung β getrennt durchgeführt. Um diese Extrapolation mit möglichst wenig Parametern durchführen zu können, haben wir uns die Beobachtung zu Nutze gemacht, dass das Quadrat der Nukleonmasse m_N als Funktion des Quadrats der Masse des pseudoskalaren Mesons m_{PS} nahezu linear ist. Die Krümmung kann gut durch einen weiteren Term proportional m_{PS}^3 parametrisiert werden. Als Fitansatz verwenden wir daher

$$(am_N)^2 = (aM_N)^2 + b_2 (am_{\text{PS}})^2 + b_3 (am_{\text{PS}})^3, \quad (9.6)$$

wobei aM_N die Masse des Nukleons im chiralen Limes bezeichnet. Die Ergebnisse dieser Extrapolation sind in Tabelle 9.2 auf Seite 116 dokumentiert und in den Abbildungen 9.3 bis 9.5 graphisch dargestellt.

In Abbildung 9.6 ist die Masse des Nukleons in Einheiten von r_0^{-1} als Funktion von $(a/r_0)^2$ dargestellt. Die Diskretisierungsfehler erweisen sich erneut als

² Die CP-PACS-Kollaboration [116] ermittelte mit ihren Daten einen Wert von $b_1 = -0.118(4)$.

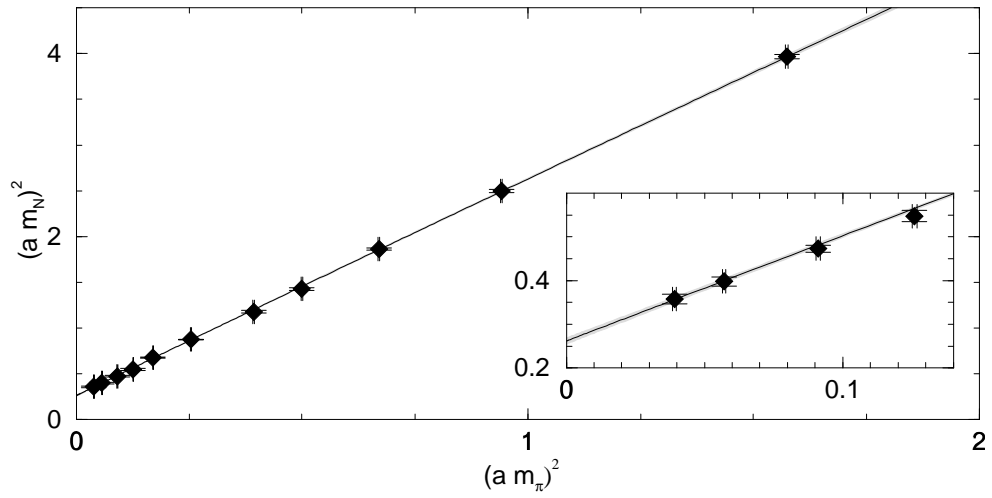


Abbildung 9.3.: Chirale Extrapolation der Nukleonmasse für $\beta = 6.0$. Die Kurve stammt von einem Fit an Gleichung (9.6).

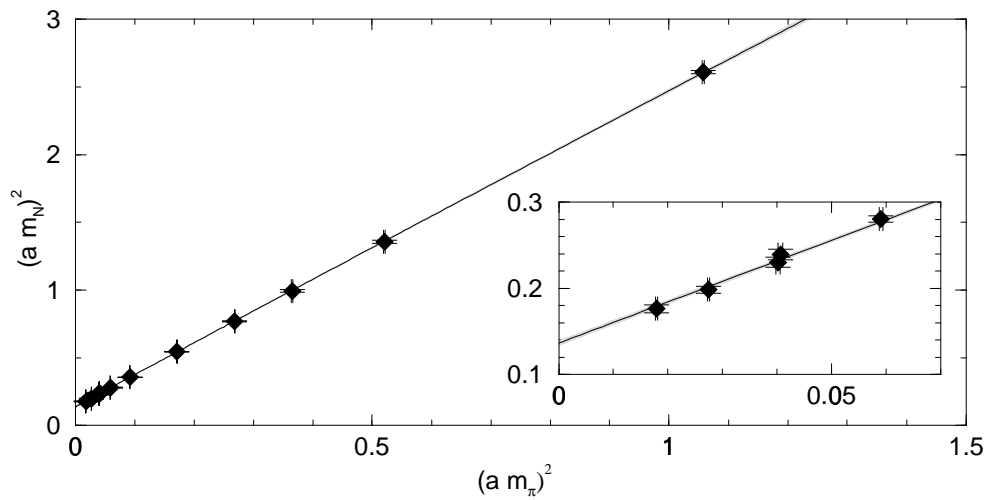


Abbildung 9.4.: Wie Abbildung 9.3, jedoch für $\beta = 6.2$.

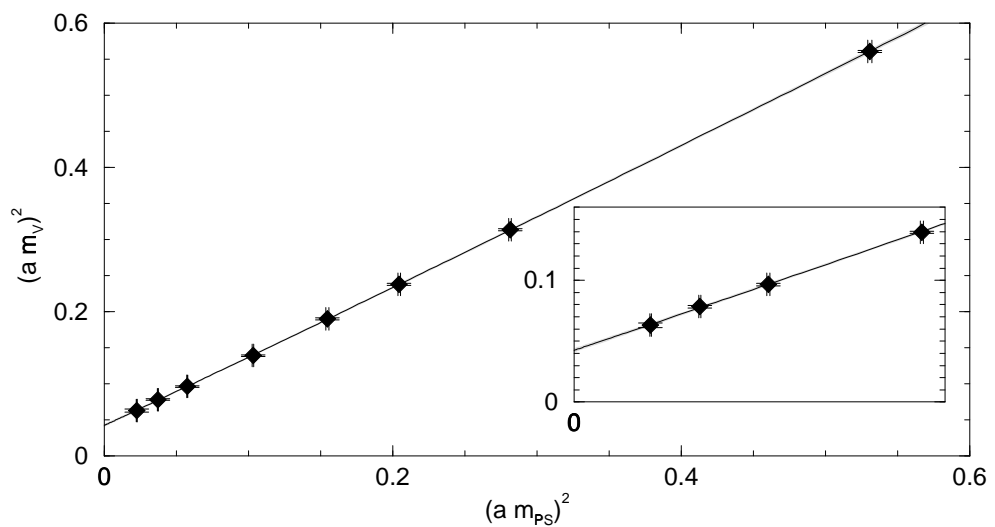


Abbildung 9.5.: Wie Abbildung 9.3, jedoch für $\beta = 6.4$.

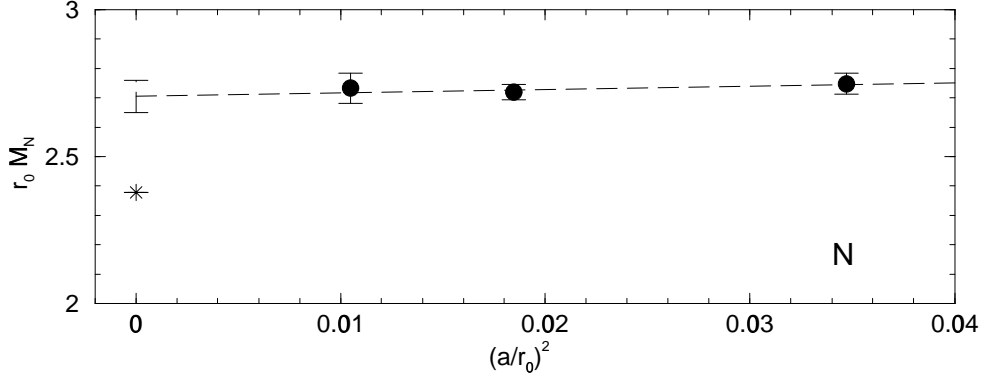


Abbildung 9.6.: Kontinuumsextrapolation der Masse des Nukleons. Die Linie stammt von einem Fit an Gleichung (9.7).

β	aM_N	b_2	b_3	χ_{pdf}^2
6.0	0.5119(67)	2.427(53)	-0.059(46)	1.4
6.2	0.3695(36)	2.392(36)	-0.057(40)	0.5
6.4	0.2800(53)	2.456(57)	-0.156(80)	0.9

Tabelle 9.2.: Resultate für die chirale Extrapolation der Nukleonmasse aM_N mit Hilfe von Gleichung (9.6).

klein. Eine Kontinuumsextrapolation mit dem Ansatz

$$r_0 m_N^{(\beta=\infty)} = \left[1 + d \left(\frac{a}{r_0} \right)^2 \right] \frac{r_0}{a} aM_N^{(\beta)} \quad (9.7)$$

ergibt $r_0 m_N^{(\beta=\infty)} = 2.705(54)$ und eine mit Null verträgliche Steigung $d = 1.1 \pm 2.3$. Mit $r_0^{-1} = 394.6$ MeV als Skala erhalten wir

$$m_N = 1067(21) \text{ MeV} \quad (9.8)$$

Dieses Ergebnis liegt rund 14% über dem Experiment ($m_p = 938$ MeV, $m_n = 940$ MeV). Dies ist eine Abweichung, die deutlich größer ist als bei den Vektormesonen. Hier fanden wir Abweichungen bis zu 5%. Wir erhalten somit für das dimensionslose Verhältnis von Nukleonmasse zur Masse des ρ einen signifikant größeren Wert, nämlich

$$m_N/m_V = 1.34(4), \quad (9.9)$$

statt des experimentell gefundenen Wertes 1.22. Dieser Unterschied kann nicht durch die Unbestimmtheit der Skala erklärt werden und dürfte daher auf die Valenzquark-Approximation zurückzuführen sein.

9.3. Baryonen mit Quarks ungleicher Masse

Bei $\beta = 6.4$ haben wir auch den Fall untersucht, dass lediglich zwei Quarks die gleiche Masse m_{q_1} , das dritte Quark jedoch eine Masse $m_{q_2} \neq m_{q_1}$ hat. In Abbildung 9.7 sind die Resultate dargestellt als Funktion eines effektiven κ_{eff} , welches definiert ist als

$$\frac{1}{\kappa_{\text{eff}}} = \frac{1}{3} \left(\frac{2}{\kappa_1} + \frac{1}{\kappa_2} \right). \quad (9.10)$$

Aus der Definition der Quarkmasse in Gleichung (2.24) ergibt sich sofort, dass $\kappa_{\text{eff}}^{-1} \propto (2m_{q_1} + m_{q_2})$ ist.

Sind die Unterschiede zwischen den Quarkmassen m_{q_1} und m_{q_2} groß, so führt dies zu einer signifikanten Abweichung von der Quarkmassenabhängigkeit der Nukleonmasse, wie sie sich aus Fits an den Ergebnissen mit entarteten Quarkmassen ergibt. Um diesen Unterschied zu quantifizieren, haben wir Fits mit dem Ansatz

$$am_N = aM_N + b_1(2am_{q_1} + am_{q_2}) + b_{\frac{3}{2}}(2am_{q_1} + am_{q_2})^{\frac{3}{2}} + d_2(am_{q_1} - am_{q_2})^2 \quad (9.11)$$

durchgeführt. Nimmt man einen linearen Zusammenhang zwischen den Quarkmassen und dem Quadrat der Masse des pseudoskalaren Mesons an, so entspricht dieser Ansatz für $d_2 = 0$ Gleichung (9.6). Die Ergebnisse dieses Fits sind in Tabelle 9.3 dokumentiert, wobei wir κ_c Tabelle 5.2 entnommen haben. Berücksichtigt man die Unsicherheit bei der Bestimmung von κ_c , die nicht in die Berechnung des Fehlers für aM_N eingegangen ist, so können wir das Resultat für aM_N in den Tabellen 9.2 und 9.3 als konsistent ansehen.

aM_N	0.2922(30)
b_1	1.997(30)
$b_{\frac{3}{2}}$	-0.806(34)
d_2	-0.605(67)
χ_{pdf}^2	0.6

Tabelle 9.3.: Ergebnisse einer Anpassung der Nukleonmassen an Gleichung (9.11) mit $\kappa_c = 0.1358308(88)$.

Wir sind nun in der Lage, eine Abschätzung des Fehlers zu machen, wenn wir bei der Bestimmung eines Baryons, welches aus einem oder zwei s-Quarks und zwei oder einem u-/d-Quark besteht, von entarteten Quarkmassen ausgehen. Mit Hilfe der Werte für κ_1 und κ_{strange} in Tabelle 6.6 finden wir so, dass dieser Fehler $< 1\%$ und somit vernachlässigbar ist.

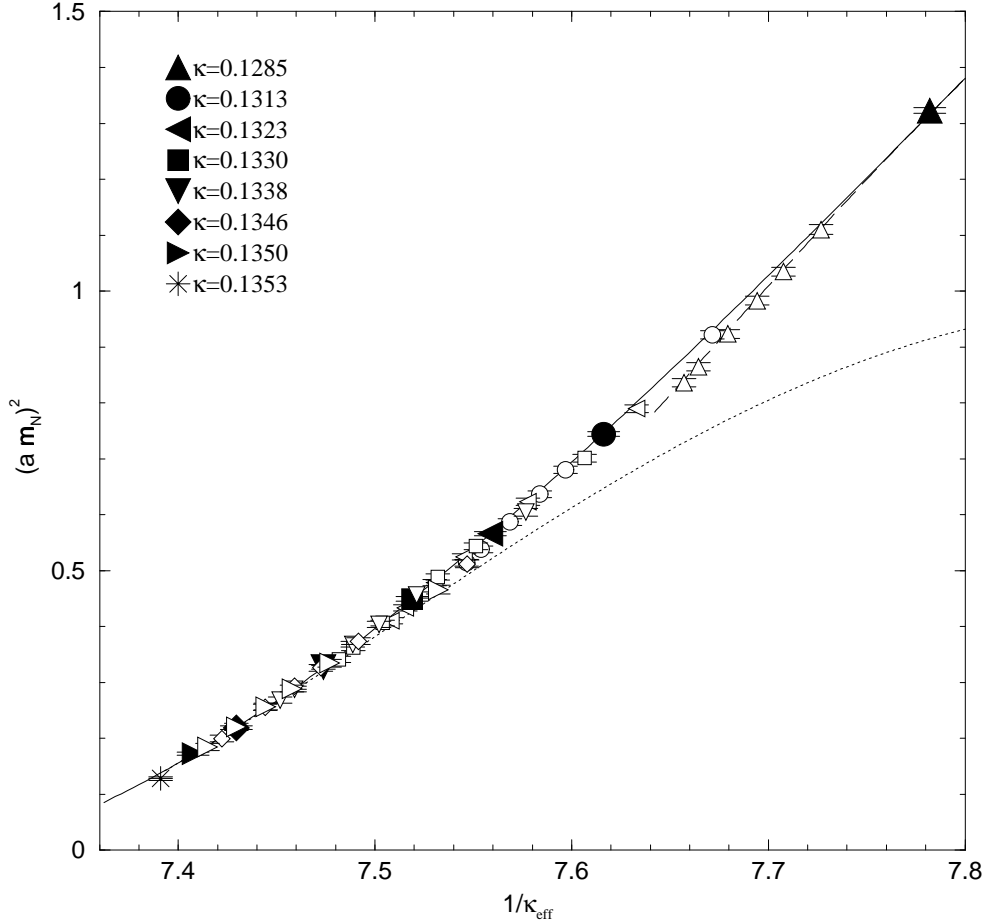


Abbildung 9.7.: Baryonen mit zwei Quarks der Masse m_{q_1} und einem der Masse m_{q_2} als Funktion von κ_{eff} . Die Resultate für konstante Quarkmasse m_{q_1} sind jeweils mit dem gleichen Symbol eingezeichnet, wobei die offenen Symbole Ergebnisse für $m_{q_1} \neq m_{q_2}$ darstellen. Für alle anderen Punkte sind die Massen der drei Quarks entartet. Die durchgezogene Linie stammt von einer Anpassung von Gleichung (9.11) an die Resultate für entartete Quarkmassen ($d_2 = 0$). Die anderen beiden Kurven zeigen das Resultat eines Fits an den kompletten Datensatz, wobei bei der gepunkteten Linie $\kappa_1 = 0.1350$ und der gestrichelten Linie $\kappa_1 = 0.1285$ gewählt wurde.

9.4. „Seltsame“ Baryonen

Für eine Bestimmung der Masse der Σ^\pm und Ξ^-/Ξ^0 Baryonen, die aus zwei u-/d- und einem s-Quark beziehungsweise einem u-/d- und zwei s-Quarks bestehen, verwenden wir die Ergebnisse eines Fits an Gleichung (9.6). Unter Verwendung der Masse des pseudoskalaren K-Mesons und des hypothetischen η_s Mesons (siehe Abschnitt 6.4) setzen wir

$$\begin{aligned} am_\Sigma &= aM_N + b_2 (am_K)^2 + b_3 (am_K)^3 \\ am_\Xi &= aM_N + b_2 (am_{\eta_s})^2 + b_3 (am_{\eta_s})^3. \end{aligned} \quad (9.12)$$

Mit Hilfe der Ergebnisse in den Tabellen 6.5 und 9.2 erhalten wir die in Tabelle 9.4 dokumentierten Resultate.

β	6.0	6.2	6.4
am_Σ	0.6278(39)	0.4538(22)	0.3446(34)
am_Ξ	0.7178(26)	0.5193(16)	0.3946(25)

Tabelle 9.4.: Massen der Σ und Ξ Baryonen.

	d	$r_0 m_N^{(\beta=\infty)}$
Σ	1.1(14)	3.328(33)
Ξ	1.1(7)	3.812(19)

Tabelle 9.5.: Ergebnis der Kontinuumsextrapolation der Massen des Σ und Ξ Baryons mit Hilfe von Gleichung (9.7).

Wie den Abbildungen 9.8 und 9.9 zu entnehmen ist, sind die Diskretisierungsfehler klein. Ein Fit an den Extrapolationsansatz (9.7) führt zu den Ergebnissen in Tabelle 9.5. Wir finden somit

$$m_\Sigma = 1313(13) \text{ MeV} \quad (9.13)$$

$$m_\Xi = 1504(7) \text{ MeV} \quad (9.14)$$

Die Abweichung von den experimentellen Werten [37] der Σ - ($m_{\Sigma^+} = 1189 \text{ MeV}$, $m_{\Sigma^-} = 1197 \text{ MeV}$) sowie der Ξ -Baryonen ($m_{\Xi^0} = 1315 \text{ MeV}$, $m_{\Xi^-} = 1321 \text{ MeV}$) ist wie beim Nukleon in der Größenordnung von 10% und zumindest teilweise auf die fehlende Eindeutigkeit bei der Wahl der Skala zurückzuführen. Betrachtet man stattdessen die dimensionslosen Massenverhältnisse

$$m_\Sigma/m_N = 1.23(4) \quad (9.15)$$

$$m_\Xi/m_N = 1.41(3), \quad (9.16)$$

so findet man eine gute Übereinstimmung mit den experimentellen Werten.

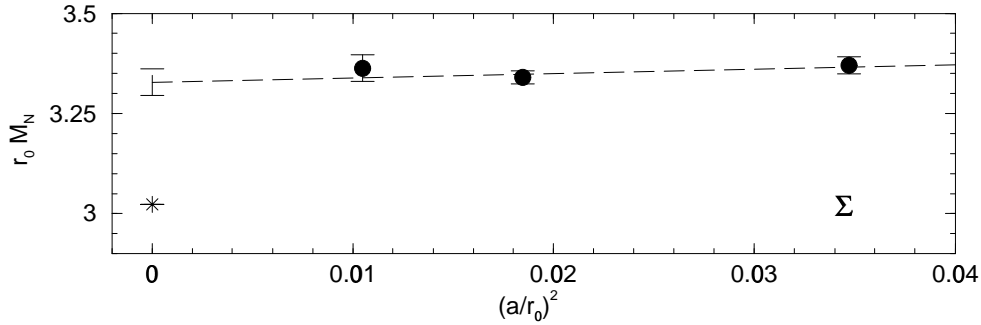


Abbildung 9.8.: Kontinuumsextrapolation des Σ^\pm -Baryons. Die gestrichelte Linie stammt von einem Fit an Gleichung (9.7). Der experimentelle Wert ist mit einem Stern (*) dargestellt.

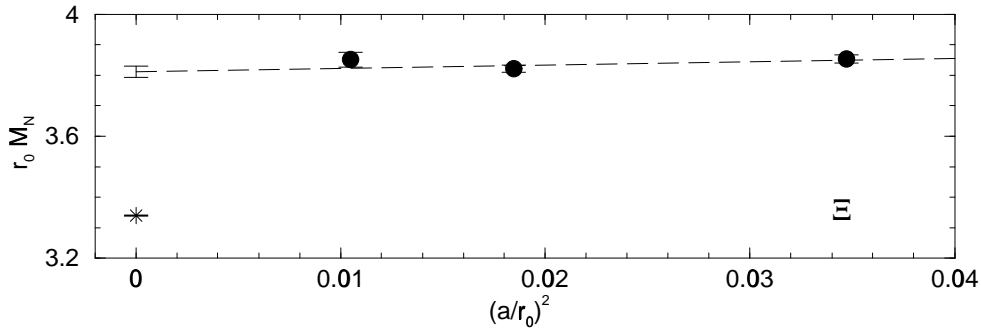


Abbildung 9.9.: Wie Abbildung 9.8, jedoch für das Ξ^-/Ξ^0 Baryon.

9.5. Dimensionslose Darstellung von Baryon- und Mesonmassen

Die Kombination der Ergebnisse für die Baryonmassen sowie die Massen des pseudoskalaren und des Vektormesons erlauben eine dimensionslose Darstellung, bei der das Verhältnis von Baryon- m_N zu Vektormesonmasse m_V als Funktion des Quadrats des Verhältnisses der Masse des pseudoskalaren m_{PS} und des Vektormesons aufgetragen wird. Diese Darstellung ist als „APE Plot“ bekannt. Im Bereich kleiner Quarkmassen kann das Resultat mit den experimentellen Werten für das Nukleon, das $\rho(770)$ sowie das Pion verglichen werden. Im Limes unendlich schwerer Quarks sind die Massen der beiden Mesonen gleich. Für das Verhältnis der Masse des Nukleons m_N zu der des Vektormesons m_V gilt in diesem Limes $m_N/m_V \rightarrow \frac{3}{2}$.

Wie der Abbildung 9.10 entnommen werden kann, fallen unsere Ergebnisse für verschiedene Werte der Eichfeldkopplung β auf eine universelle Kurve. Abweichungen bei kleineren Quarkmassen schreiben wir Volumeneffekten zu (siehe Abschnitt 4.2). Im Bereich schwerer Quarkmassen bestätigen zumindest unsere Ergebnisse für $\beta = 6.0$ und 6.4 , dass das Verhältnis m_N/m_V für

zunehmend schwere Quarkmassen wieder kleiner wird.

Für leichte Quarkmassen scheinen die Ergebnisse gut mit dem experimentellen Wert übereinzustimmen. Andererseits hatten wir in Abschnitt 9.2 für das Verhältnis von Nukleonmasse zur Masse des Vektormesons einen Wert ermittelt, der signifikant über dem experimentellen Wert lag. Dieser Widerspruch ist damit zu erklären, dass man eine deutlich schwerere Masse für das Vektormeson erhält, wenn man bei der Extrapolation in den chiralen Limes Artefakte der Valenzquark-Approximation berücksichtigt (siehe Abschnitt 6.1). Verwendet man die Resultate in Tabelle 6.1, so erhält man $m_N/m_V \simeq 1.1$ und somit ein Ergebnis, welches etwa 11% unterhalb des experimentellen Werts liegt.

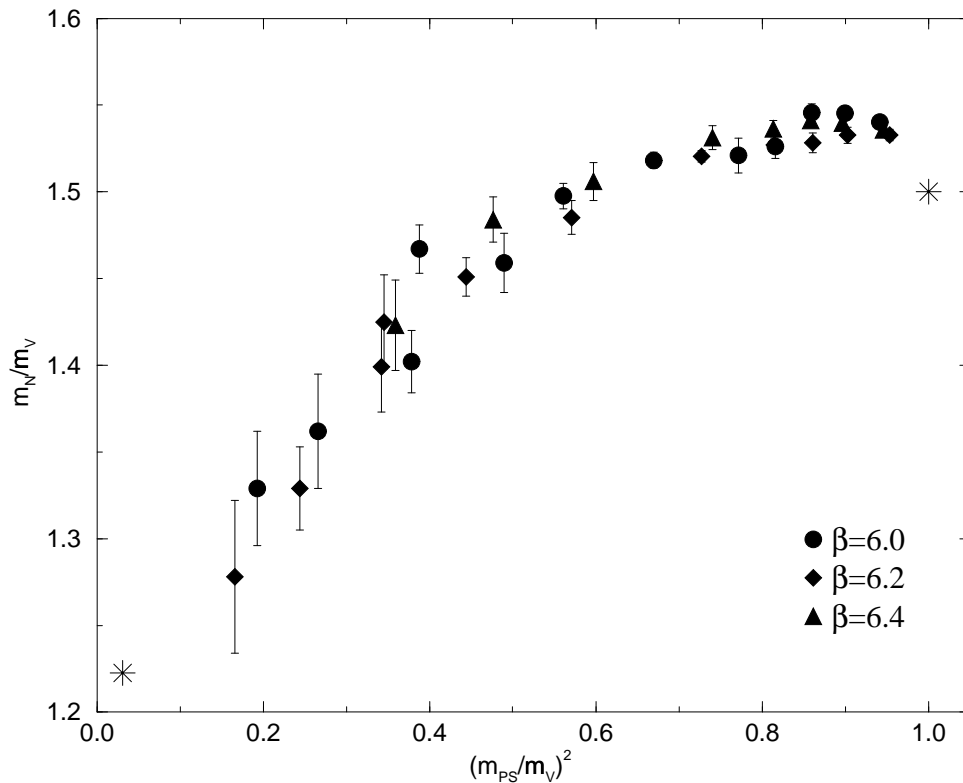


Abbildung 9.10.: Dimensionslose Darstellung der Baryon- und Mesonmassen in Form eines „APE Plot“. Mit einem Stern (*) ist das experimentelle Ergebnis für leichte Quarks und der Limes unendlich schwerer Quarkmassen eingezeichnet.

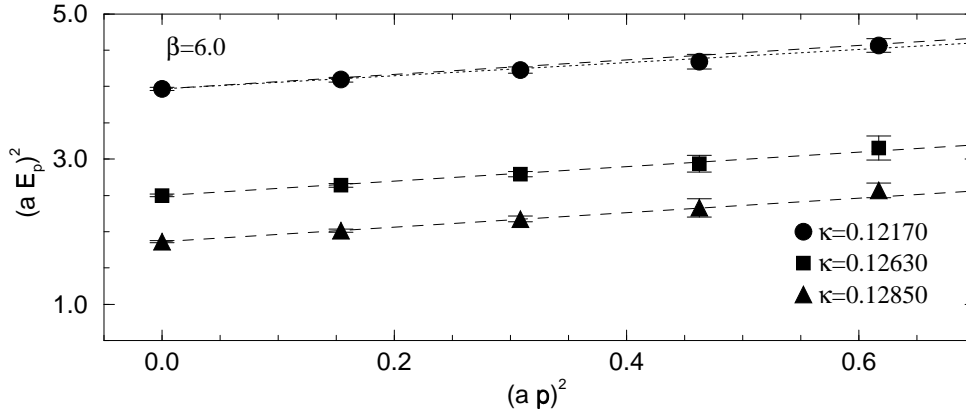


Abbildung 9.11.: Quadrat der Energie eines Nukleons mit Impuls in Abhängigkeit vom Quadrat des Impulses bei $\beta = 6.0$ für schwere Quarkmassen. Die gestrichelten Linien entsprechen $(aE_{\vec{p}})^2 = (am_{\text{PS}})^2 + (a|\vec{p}|)^2$. Die gepunkteten Linien stammen von einem Fit an den nicht-relativistischen Ansatz in Gleichung (9.18).

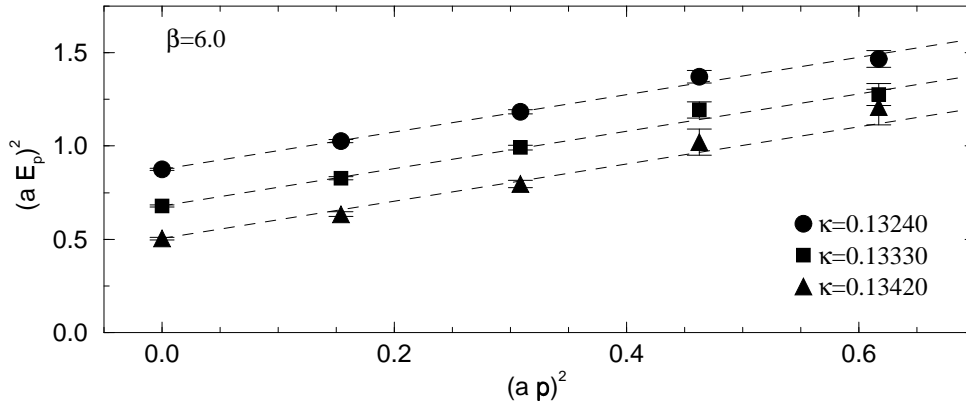


Abbildung 9.12.: Wie Abbildung 9.11, jedoch für mittelschwere Quarkmassen bei $\beta = 6.0$.

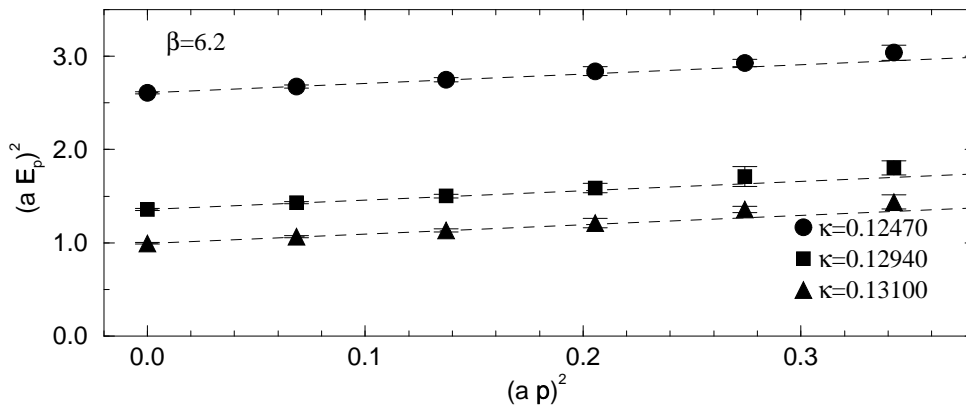


Abbildung 9.13.: Wie Abbildung 9.11, jedoch für schwere Quarkmassen bei $\beta = 6.2$.

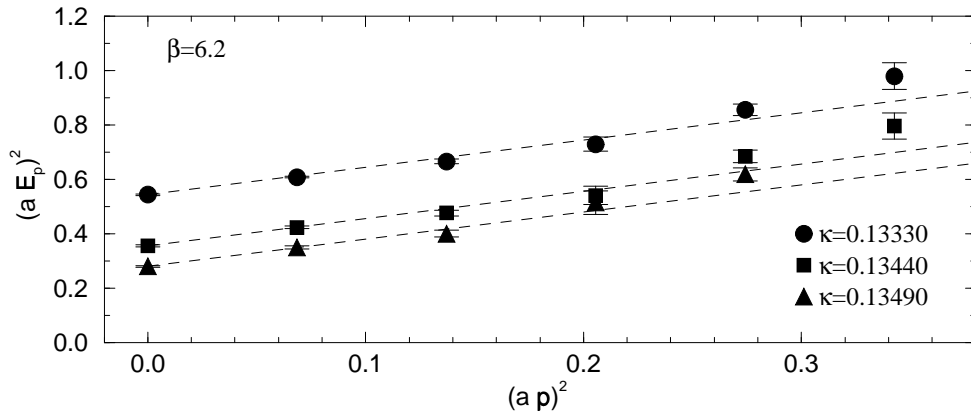


Abbildung 9.14.: Wie Abbildung 9.11, jedoch für mittelschwere Quarkmassen bei $\beta = 6.2$.

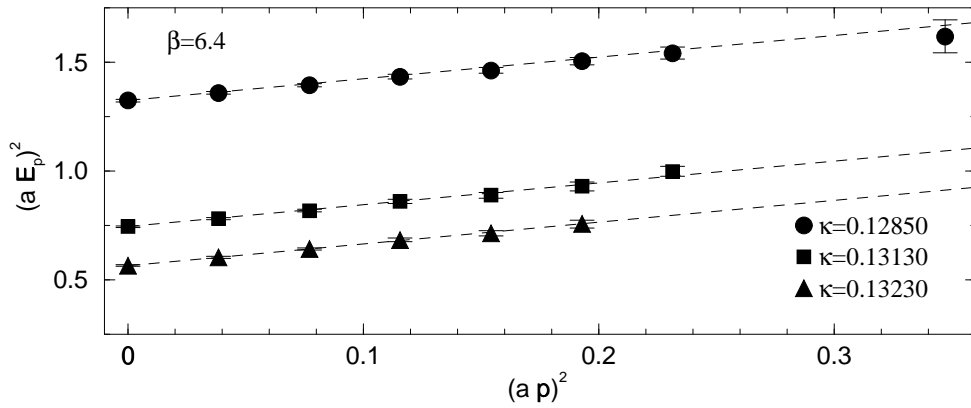


Abbildung 9.15.: Wie Abbildung 9.11, jedoch für schwere Quarkmassen bei $\beta = 6.4$.

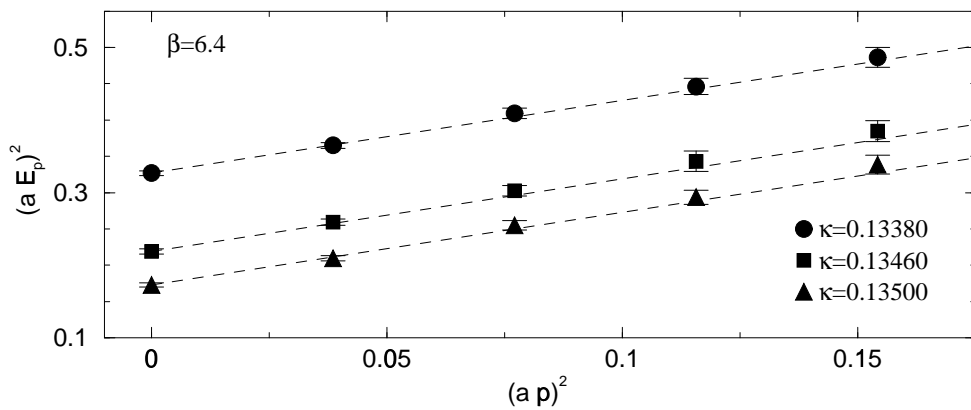


Abbildung 9.16.: Wie Abbildung 9.11, jedoch für mittelschwere Quarkmassen bei $\beta = 6.4$.

9.6. Energie-Impuls-Beziehung für das Nukleon

Bei der Bestimmung der Energie $aE_{\vec{p}}$ eines Nukleons mit Impuls $\vec{p} \neq 0$ sind wir so vorgegangen wie bei den pseudoskalaren Mesonen (siehe Abschnitt 5.5). Auch hier fanden wir keine signifikanten Unterschiede zwischen den Ergebnissen für zwei Impulse \vec{p}_1 und \vec{p}_2 , deren Betrag $|\vec{p}_1| = |\vec{p}_2|$ gleich und deren Richtung sich nur durch eine Rotation um das Vielfache von $\pi/2$ um eine der räumlichen Achsen auf dem Gitter unterscheidet. Die gemittelten Ergebnisse für die Energie eines Nukleons mit Impuls sind im Anhang A.8.3 dokumentiert und in den Abbildungen 9.11 bis 9.16 graphisch dargestellt.

Für das Nukleon finden wir sowohl im Bereich leichter als auch schwerer Quarkmassen eine gute Übereinstimmung mit der relativistischen Energie-Impulsbeziehung

$$(aE_{\vec{p}})^2 = (am_{\text{PS}})^2 + (a|\vec{p}|)^2. \quad (9.17)$$

Für das pseudoskalare Meson bei schweren Quarkmassen und $\beta = 6.0$ hatten wir eine signifikant bessere Beschreibung der Daten durch einen nicht-relativistischen Ansatz der Form

$$aE_{\vec{p}} \simeq am + \frac{(a|\vec{p}|)^2}{2m_{\text{kin}}} + \dots \quad (9.18)$$

mit $m \neq m_{\text{kin}}$ gefunden. In Abbildung 9.11 ist das Ergebnis einer Anpassung dieses Ansatzes an die Ergebnisse für $\beta = 6.0$ und $\kappa = 0.1217$ dargestellt. Die Unterschiede sind statistisch nicht signifikant.

Die relativistische Energie-Impuls-Beziehung ist für Fermionen auf dem Gitter nicht nur für (in Gittereinheiten) schwere Quarkmassen, sondern auch für große Impulse verletzt. Anzeichen dafür sehen wir insbesondere bei $\beta = 6.2$ und mittelschweren Quarkmassen. Es muss jedoch betont werden, dass das Verhältnis von Signal zu Rauschen für die von uns verwendeten Quellen bei großen Impulsen deutlich schlechter wird. Es ist daher schwierig, $aE_{\vec{p}}$ für große Impulse \vec{p} zuverlässig zu bestimmen.

9.7. Masse des negativen Paritätspartners

Bei der Bestimmung der Korrelationsfunktion des Nukleons erhalten wir neben einem Zustand positiver Parität $I(J^P) = \frac{1}{2}(\frac{1}{2}^+)$ einen weiteren Zustand mit negativer Parität $I(J^P) = \frac{1}{2}(\frac{1}{2}^-)$ (siehe dazu Abschnitt 2.6). Während wir den ersten Zustand für verschwindende Quarkmassen mit dem Nukleon identifiziert haben, so können wir den zweiten mit $N^*(1535)$ identifizieren. Dessen Masse ist experimentell nicht sehr genau bekannt. Die experimentellen Werte [37] liegen im Bereich von 1520 bis 1555 MeV.

Auch auf dem Gitter ist es schwierig, die Energie des Grundzustandes mit diesen Quantenzahlen zu bestimmen, da die Korrelationsfunktion in den meisten Zeitschichten von den erheblich leichteren Zuständen positiver Parität dominiert wird. Unsere Ergebnisse haben wir in Anhang A.8.4 zusammengestellt. Für mittelschwere und leichte Quarkmassen finden wir, dass unsere Daten durch den chiralen Extrapolationsansatz

$$(am_{N^*})^2 = (aM_{N^*})^2 + b_2(am_{PS})^2 \quad (9.19)$$

gut beschrieben werden. Erst für schwere Quarkmassen sehen wir ein abweichendes Verhalten. Diese Ergebnisse haben wir, da wir nur am chiralen Limes interessiert sind, bei der chiralen Extrapolation nicht berücksichtigt. Die Resultate dieser Extrapolation sind in Tabelle 9.6 aufgelistet und in den Abbildungen 9.17 bis 9.19 graphisch dargestellt.

In Abbildung 9.20 ist die Masse des N^* im chiralen Limes als Funktion von $(a/r_0)^2$ dargestellt. Wir finden hier kein eindeutiges Skalenverhalten. Führen wir dennoch wie zuvor eine Kontinuumsextrapolation mit dem Ansatz 9.7 durch, so erhalten wir $r_0 m_{N^*} = 4.35(13)$ und $d = 3.5(48)$. Eine Umrechnung mit $r_0^{-1} = 394.6$ MeV ergibt

$$m_{N^*} = 1717(51) \text{ MeV} \quad (9.20)$$

Kombinieren wir dieses Ergebnis mit dem Resultat für die Masse des Nukleons in Gleichung (9.8), so finden wir

$$m_{N^*}/m_N = 1.61(5) \quad (9.21)$$

Dieses dimensionslose Verhältnis ist in guter Übereinstimmung mit den experimentellen Werten, die im Bereich 1.62 bis 1.66 liegen.

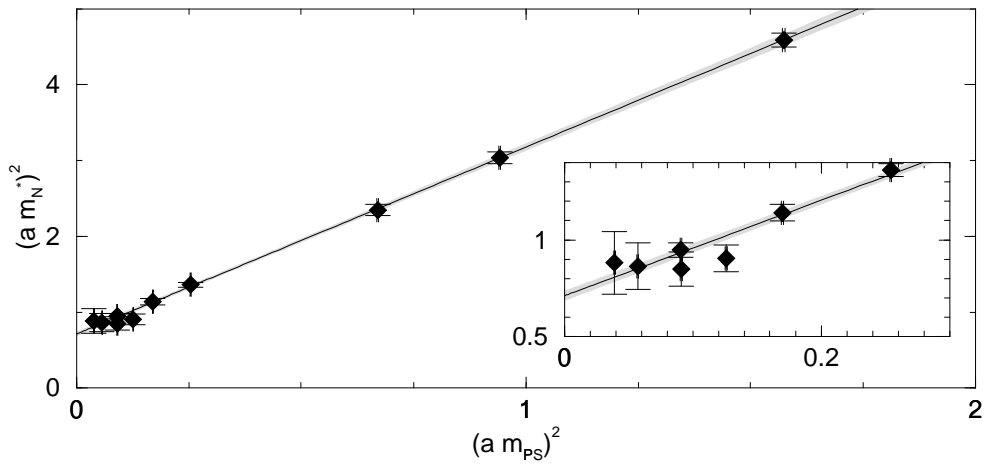


Abbildung 9.17.: Chirale Extrapolation der Masse des N^* Baryons für $\beta = 6.0$. Die Linie stammt von einem Fit an Gleichung (9.19).

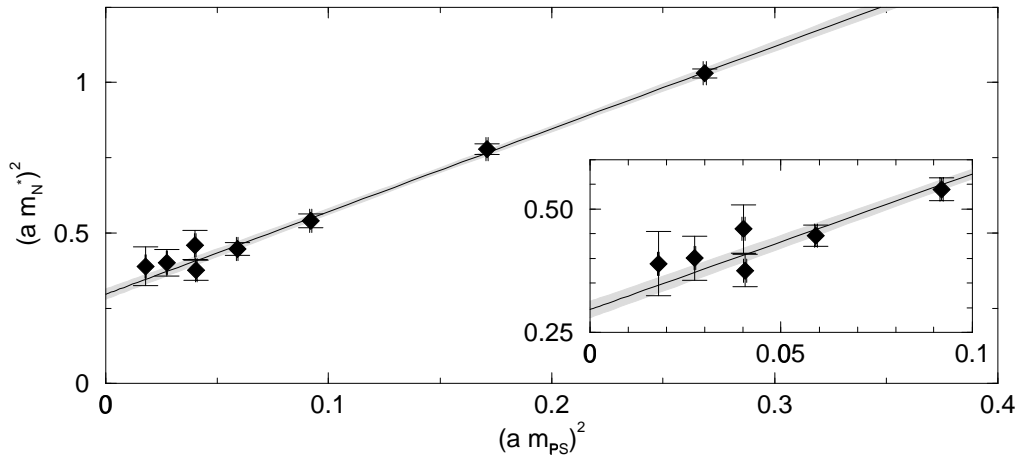


Abbildung 9.18.: Wie Abbildung 9.17, jedoch für $\beta = 6.2$.

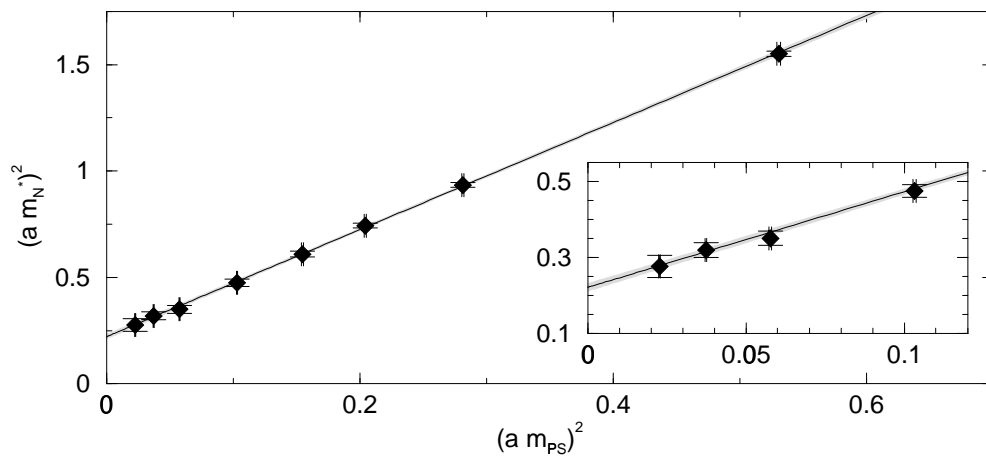


Abbildung 9.19.: Wie Abbildung 9.17, jedoch für $\beta = 6.4$.

β	aM_N	b_2	Fitbereich	χ_{pdf}^2
6.0	0.712(24)	2.466(53)	$\kappa \geq 0.1321$	0.6
6.2	0.545(15)	2.774(93)		0.7
6.4	0.4705(99)	2.516(34)		0.8

Tabelle 9.6.: Resultate für die chirale Extrapolation des N^* Baryons mit Hilfe von Gleichung (9.19).

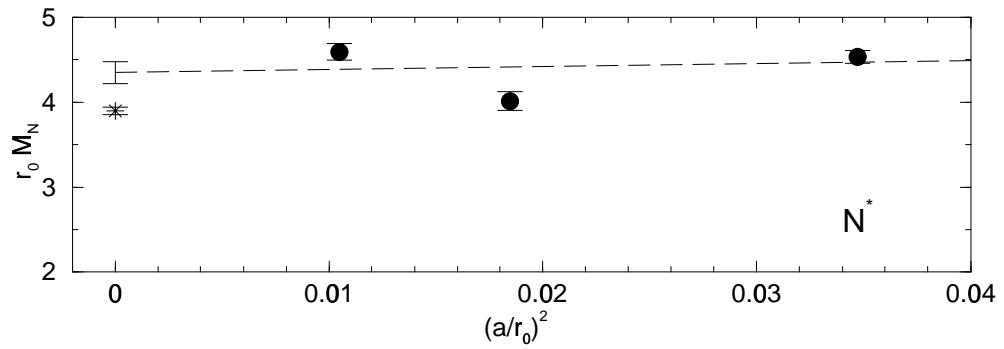


Abbildung 9.20.: Kontinuumsextrapolation der Masse des N^* Baryons.

