

7. Massen weiterer Mesonen

7.1. Skalares Meson

Experimentell ist bislang die Identifikation von skalaren Mesonen eine offene Frage [37]. So ist unklar, ob es sich beim skalaren Zustand $a_0(980)$ mit einer Masse von $983.5(9)$ MeV um einen $q\bar{q}$ Bindungszustand zweier Quarks oder einen $K\bar{K}$ Bindungszustand zweier K-Mesonen handelt [125]. Geht man von Letzterem aus, dann könnte nach Amsler und Close [126] stattdessen das $a_0(1450)$ mit einer Masse von $1474(19)$ MeV als skalarer $q\bar{q}$ Zustand angesehen werden. Eine theoretische Bestimmung der Massen skalarer Mesonen ist daher von Interesse. Dies wird jedoch dadurch erschwert, dass Mischungen zwischen den skalaren Mesonen und den „Glueballs“ auftreten, die wir im Rahmen unserer Simulationen nicht berücksichtigt haben.¹

Die Ergebnisse für die Masse des skalaren Mesons m_S sind in Anhang A.6.1 dokumentiert. Für leichte Quarkmassen ist das Verhältnis von Signal zu Rauschen zu schlecht für eine zuverlässige Bestimmung des Grundzustands. Die Quadrate der Massen lassen sich als Funktion des Quadrats der pseudoskalaren Masse gut durch einen linearen Ansatz

$$(am_H)^2 = (aM_H)^2 + b_2 (am_{PS})^2 \quad (7.1)$$

beschreiben, wobei m_H in diesem Fall m_S ist. Die Ergebnisse dieser Extrapolation sind in Tabelle 7.1 auf der nächsten Seite zusammengestellt und in den Abbildungen 7.1 bis 7.3 graphisch dargestellt.

Wie der Abbildung 7.10 zu entnehmen ist, sind die Diskretisierungsfehler klein. Eine Kontinuumsextrapolation mit dem in a^2 linearen Ansatz

$$r_0 m_H^{(\beta=\infty)} = \left[1 + d \left(\frac{a}{r_0} \right)^2 \right] \frac{r_0}{a} aM_H \quad (7.2)$$

ergibt $r_0 m^{(\beta=\infty)} = 3.209(80)$ und $d = -4.2(34)$. Rechnen wir dieses Ergebnis mit $r_0^{-1} = 394.6$ um, so finden wir

$$m_{a_0} = 1266(32) \text{ MeV} \quad (7.3)$$

¹ Für eine Untersuchung der Mischung siehe Lee und Weingarten [127].

β	aM_S	b_2	Fitbereich	χ_{pdf}^2
6.0	0.570(10)	1.121(20)	$\kappa \leq 0.1333$	1.2
6.2	0.4264(51)	1.130(11)	$\kappa \leq 0.1344$	0.9
6.4	0.3225(79)	1.114(22)	$\kappa \leq 0.1346$	0.6

Tabelle 7.1.: Resultate für die chirale Extrapolation der Masse des skalaren Mesons mit Hilfe von Gleichung (7.1).

Dieses Ergebnis liegt signifikant unterhalb des experimentellen Werts für das $a_0(1450)$. Dies könnte jedoch auf die Unsicherheit bei der Extrapolation unserer Daten in den chiralen Limes zurückzuführen sein. Da uns lediglich für schwere Quarkmassen eine zuverlässige Bestimmung der Masse des skalaren Mesons möglich war, können wir nicht ausschließen, dass wir im Rahmen der vorhandenen Statistik nicht sensitiv für Abweichungen vom linearen Ansatz sind, den wir zur chiralen Extrapolation verwendet haben.

7.2. Axialvektormeson

Für das Axialvektormeson finden wir im gesamten Parameterbereich ein Signal, welches eine zuverlässige Bestimmung des Grundzustands erlaubt. Zur Extrapolation in den chiralen Limes verwenden wir erneut den Ansatz (7.1). Die Ergebnisse dieser Fits sind in der Tabelle 7.2 aufgelistet und in den Abbildungen 7.4 bis 7.6 dargestellt. Eine Extrapolation in den Kontinuumslices mit Hilfe von Gleichung (7.2) liefert als Ergebnis $r_0 m_{\text{AV}}^{(\beta=\infty)} = 3.463(59)$ und $d = -1.5(22)$. Wir erhalten somit für die Masse des Axialvektormesons im chiralen Limes, welches wir mit dem $a_1(1260)$ identifizieren,

$$m_{a_1} = 1366(23) \text{ MeV} \quad (7.4)$$

Dieses Resultat liegt etwa 11% oberhalb der experimentell bestimmten Masse von 1230(40) MeV.

β	aM_{AV}	b_2	χ_{pdf}^2
6.0	0.6349(57)	1.165(14)	0.4
6.2	0.4676(51)	1.150(13)	0.6
6.4	0.3523(53)	1.132(18)	0.2

Tabelle 7.2.: Resultate für die chirale Extrapolation der Masse des Axialvektormesons am_{AV} mit Hilfe von Gleichung (7.1).

7.3. Tensormeson

Das Signal für das Tensormeson ist deutlich schlechter, als für das Axialvektormeson. Ähnlich wie im Fall des skalaren Mesons, ist dadurch eine zuverlässige Bestimmung seiner Masse für kleine Quarkmassen nicht möglich. Eine lineare Extrapolation der Resultate in den chiralen Limes ergibt die in Tabelle 7.3 dokumentierten Ergebnisse. Eine Kontinuumsextrapolation mit Hilfe von Gleichung (7.2) ergibt $r_0 m^{(\beta=\infty)} = 3.331(86)$ und $d = 6(3)$. Der leichteste Zustand mit den entsprechenden Quantenzahlen $I(J^{PC}) = 1(1^{+-})$ ist das $b_1(1235)$, welches eine Masse von $1230(3)$ MeV hat. Wir erhalten

$$m_{b_1} = 1314(34) \text{ MeV} \quad (7.5)$$

und somit einen knapp 7% größeren Wert.

β	aM_T	b_2	Fitbereich	χ_{pdf}^2
6.0	0.6568(89)	1.172(22)	$\kappa \leq 0.13380$	0.4
6.2	0.4648(74)	1.172(16)	$\kappa \leq 0.13520$	0.6
6.4	0.3487(76)	1.163(24)	$\kappa \leq 0.13500$	0.2

Tabelle 7.3.: Resultate für die chirale Extrapolation der Masse des Tensormesons am_T mit Hilfe von Gleichung (7.1).

7. Massen weiterer Mesonen

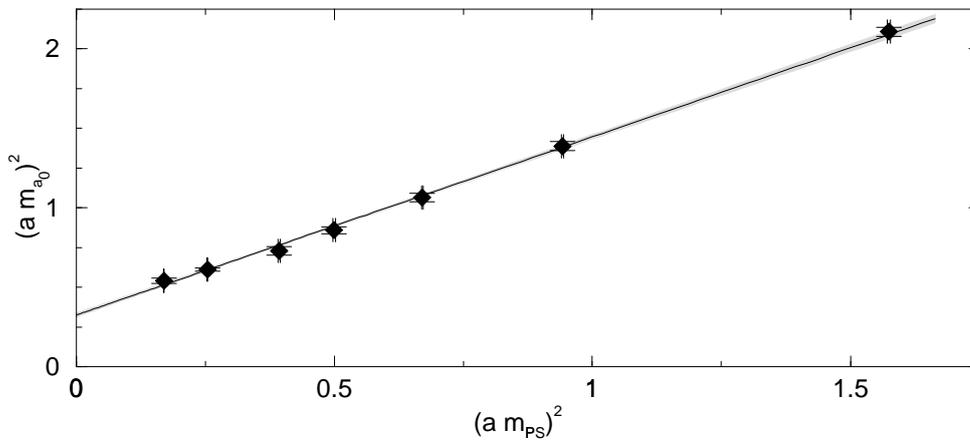


Abbildung 7.1.: Chirale Extrapolation der Masse des skalaren Mesons für $\beta = 6.0$. Die Linie stammt von einem Fit an Gleichung (7.1).

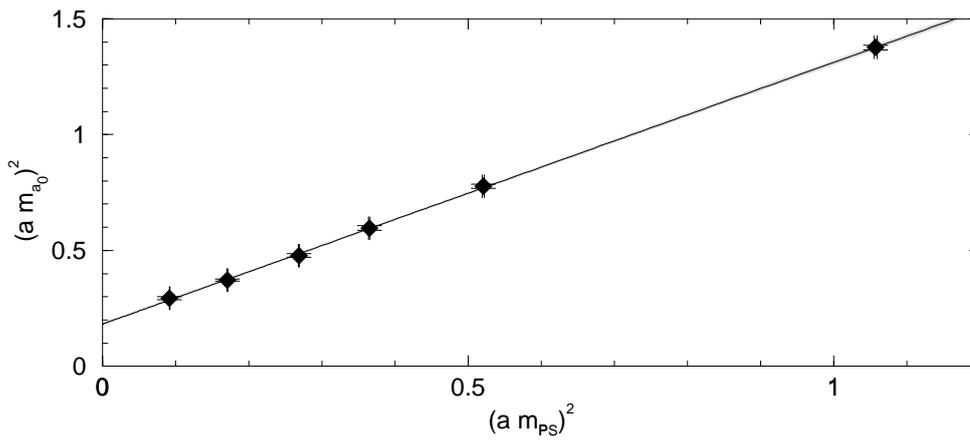


Abbildung 7.2.: Wie Abbildung 7.1, jedoch für $\beta = 6.2$.

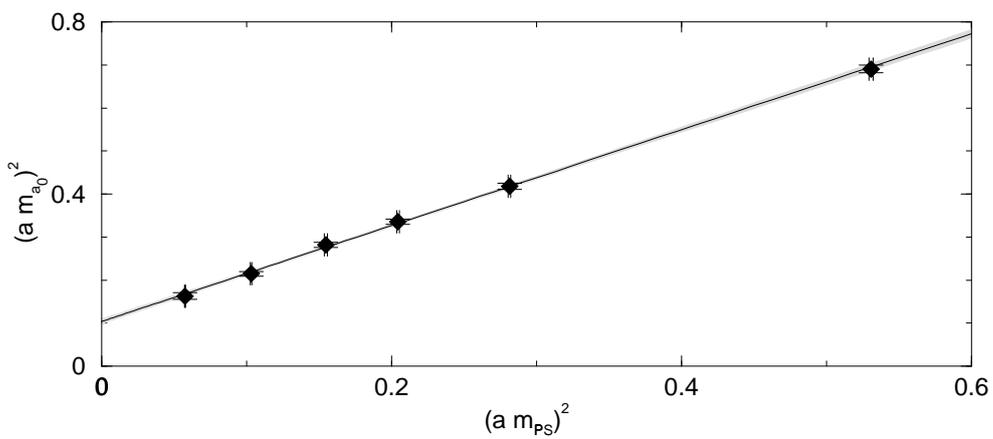


Abbildung 7.3.: Wie Abbildung 7.1, jedoch für $\beta = 6.4$.

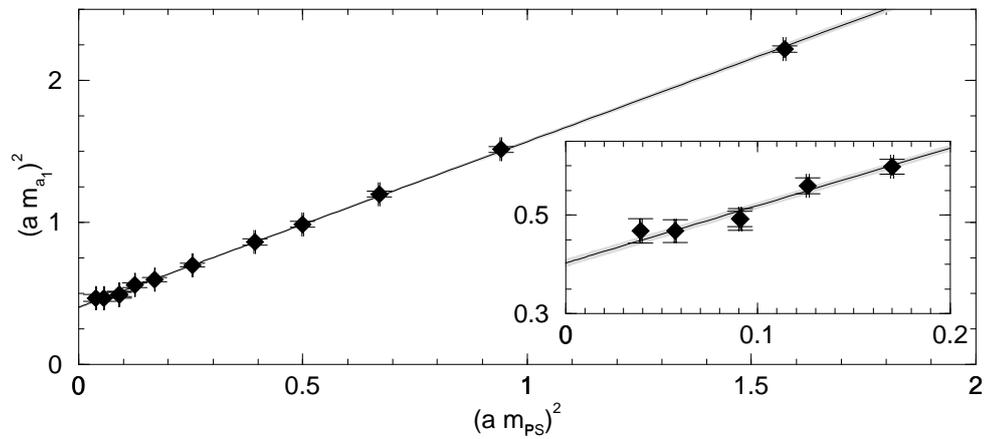


Abbildung 7.4.: Chirale Extrapolation der Masse des Axialvektormesons für $\beta = 6.0$. Die Linie stammt von einem Fit an Gleichung (7.1).

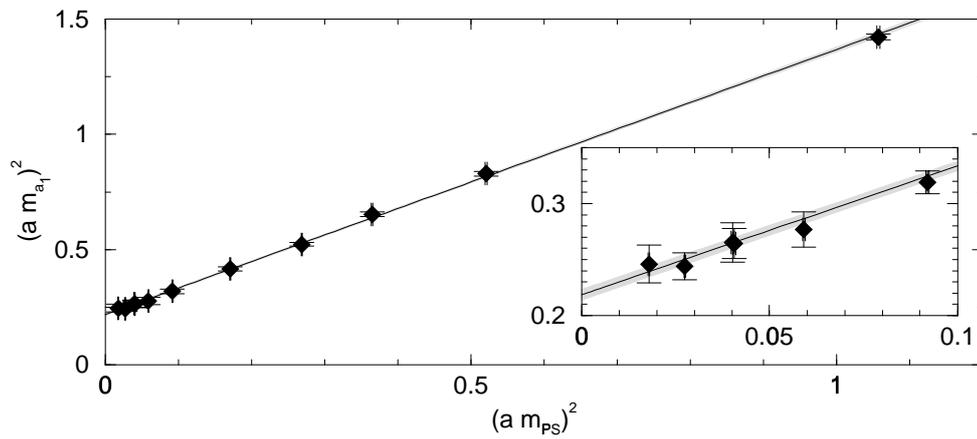


Abbildung 7.5.: Wie Abbildung 7.4, jedoch für $\beta = 6.2$.

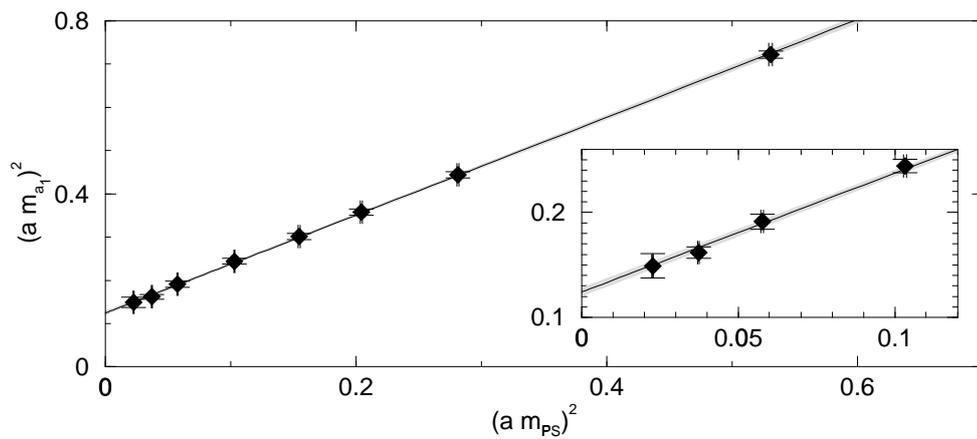


Abbildung 7.6.: Wie Abbildung 7.4, jedoch für $\beta = 6.4$.

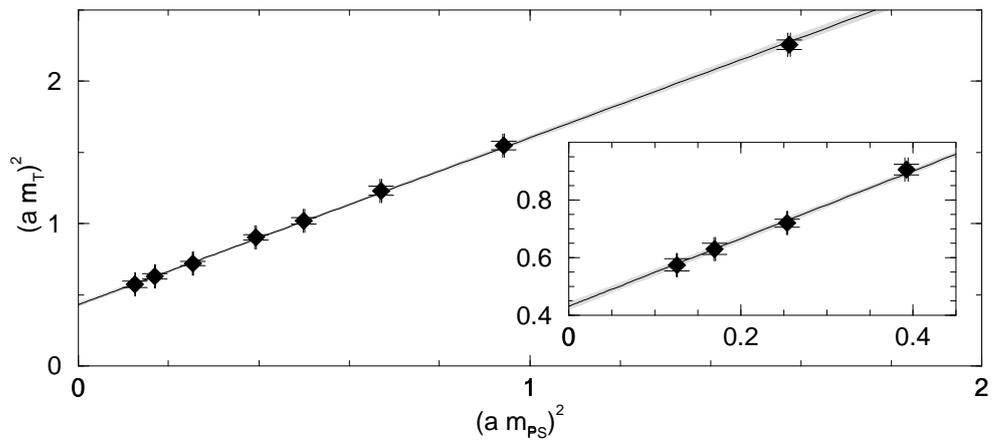


Abbildung 7.7.: Chirale Extrapolation der Masse des Tensormesons für $\beta = 6.0$. Die Linie stammt von einem Fit an Gleichung (7.1).

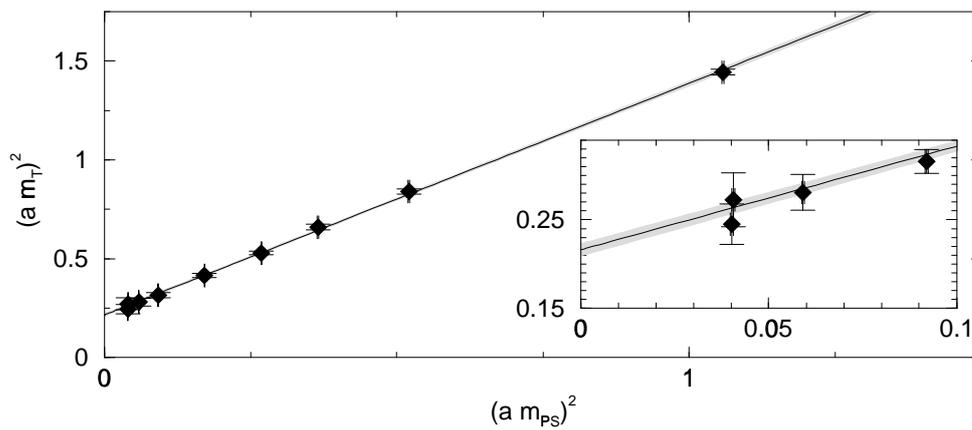


Abbildung 7.8.: Wie Abbildung 7.7, jedoch für $\beta = 6.2$.

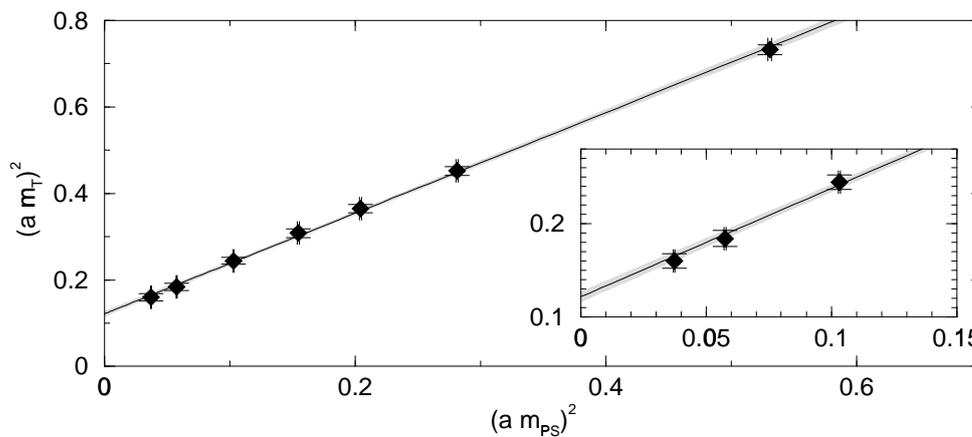


Abbildung 7.9.: Wie Abbildung 7.7, jedoch für $\beta = 6.4$.

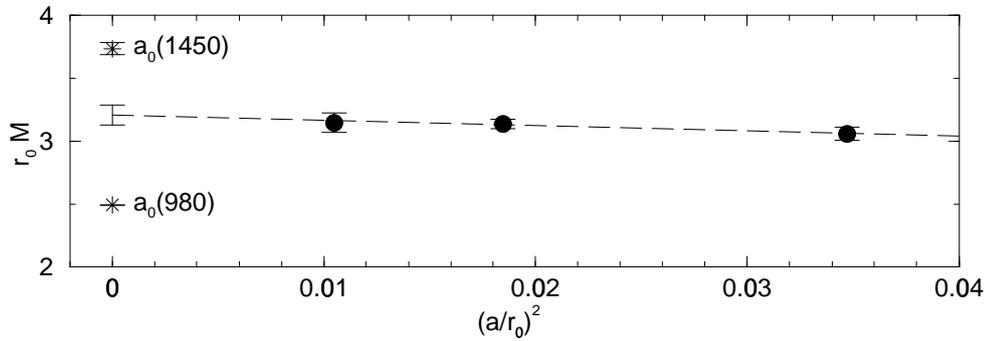


Abbildung 7.10.: Kontinuumsextrapolation der Masse des skalaren Mesons im chiralen Limes. Die Linie stammt von einem Fit an Gleichung (7.2). Mit einem Stern (*) sind die experimentellen Werte eingezeichnet.

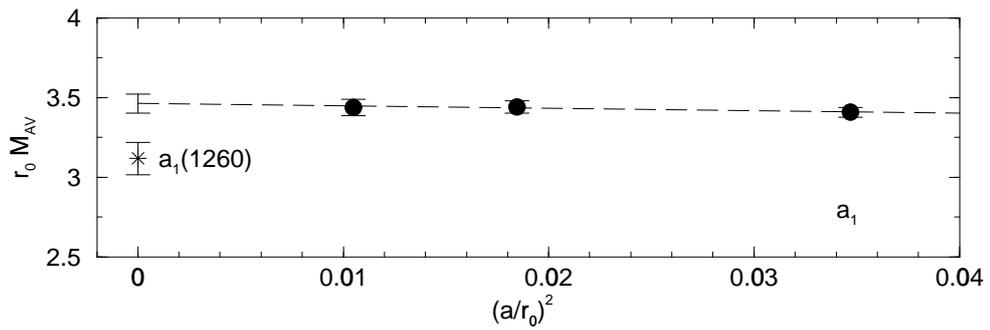


Abbildung 7.11.: Wie Abbildung 7.10, jedoch für das Axialvektormeson.

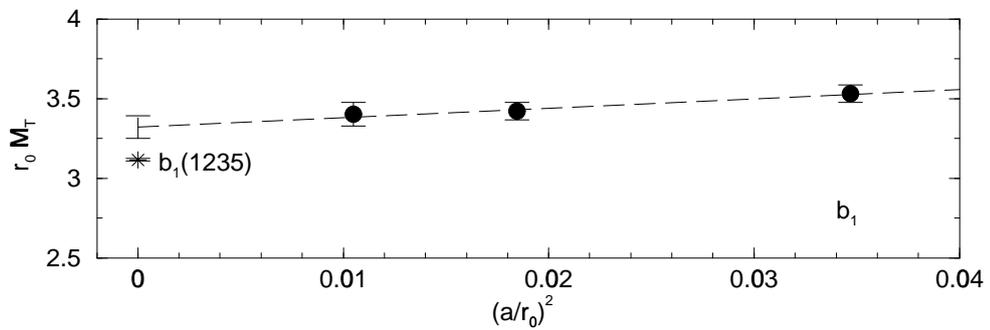


Abbildung 7.12.: Wie Abbildung 7.10, jedoch für das Tensormeson.

