

6 Ableitung lokaler Elektronendichten aus den integralen TEC-Informationen

Nach der Ableitung global verteilter integraler TEC-Informationen aus den CHAMP-GPS-Messungen sollen diese nun zur Rekonstruktion der dreidimensionalen Elektronendichteverteilung im Bereich der oberen Ionosphäre und Plasmasphäre verwendet werden. Die CHAMP-Mission bietet erstmals eine zu diesem Zweck gut geeignete Datenbasis satellitengebundener TEC-Messungen, so dass die angesprochene Rekonstruktion der Elektronendichteverteilung eine neue wissenschaftliche Herausforderung darstellt. Zu diesem Zweck wurde im Rahmen der vorliegenden Arbeit ein spezielles Assimilationsverfahren entwickelt, welches eine initiale Modellannahme der Elektronendichteverteilung (PIM, siehe Kapitel 2.9.3) in einem iterativen Prozess so modifiziert, dass sie schließlich den strahlenwegbezogenen TEC-Messungen eines vollständigen CHAMP-Umlaufs entspricht. Grundvoraussetzung für die Durchführung einer solchen Datenassimilation ist zunächst die Definition einer dreidimensionalen globalen Struktur von Volumenzellen (engl. Voxeln), auf der die initiale Modellannahme diskretisiert und anschließend durch den Assimilationsprozess modifiziert werden kann. Im Folgenden soll nun zunächst die im Rahmen dieser Arbeit definierte und verwendete Voxel-Struktur erläutert und anschließend das entwickelte Assimilationsverfahren beschrieben werden.

6.1 Die Voxel-Struktur

6.1.1 Allgemeine Beschreibung

Jede Form der Datenassimilation (z.B. Assimilation verschiedener Wetterdaten in Vorbereitung eines Wettermodelllaufes) bedarf zunächst der Definition einer Voxel-Struktur. Diese ermöglicht die zur rechentechnischen Umsetzung der Assimilation notwendige Diskretisierung der jeweiligen in der Natur als kontinuierliche dreidimensionale Felder vorliegenden Größen (z.B. Elektronendichte oder Temperatur). Dabei ist anschaulich klar, dass die horizontale und vertikale Auflösung des Assimilationsergebnisses von der räumlichen Auflösung der verwendeten Voxel-Struktur bestimmt wird. Prinzipiell kann jedes rechentechnisch beherrschbare dreidimensionale Gebilde von Volumenzellen zur Assimilation verwendet werden, sofern es den zu erfassenden Raum abdeckt. In der Praxis ist es allerdings sinnvoll und geboten, die zu verwendende Voxel-Struktur sowohl in der räumlichen Auflösung als auch in der eigentlichen Gestalt den spezifischen Besonderheiten der jeweiligen Aufgabenstellung anzupassen, um möglichst aussagekräftige Assimilationsergebnisse bei möglichst geringem rechentechnischem Aufwand zu erzielen. In diesem Sinne ist auch die Voxel-Struktur zur Assimilation der GPS-basierten TEC-Messungen des CHAMP-Satelliten im Rahmen der vorliegenden Arbeit konzipiert worden.

Da der CHAMP-Satellit auf seiner nahezu polaren Umlaufbahn im Prinzip über jedem geographischen Punkt der Erde GPS-Messungen aufzeichnen kann, ist von vornherein klar, dass die zu verwendende Voxel-Struktur als globales dreidimensionales geozentrisches Gebilde zu definieren ist. Die minimal benötigte radiale Ausdehnung wird dabei durch die Orbithöhen von CHAMP und GPS vorgegeben, da alle geometrisch möglichen Strahlenwege zwischen der Zenitantenne auf CHAMP und den GPS-Satelliten vollständig innerhalb der Voxel-Struktur liegen sollen. Die wohl einfachste Voxel-Struktur, welche den genannten Anforderungen genügt, wäre sicherlich ein entsprechend dimensioniertes Gebilde konzentrischer Kugelschalen um den Erdmittelpunkt, welches gemäß eines

definieren Gitternetzes geographischer Längen und Breiten in die einzelnen Voxel unterteilt wird. Die Kugelform eines solchen Gebildes würde allerdings der natürlichen Elektronendichteverteilung insbesondere in der oberen Plasmasphäre nur wenig entsprechen, da in diesem Bereich die Elektronendichteverteilung im Wesentlichen den Feldlinien des Erdmagnetfeldes folgt (siehe Kapitel 2.6).

Wie in Kapitel 6.2.1 noch ausgeführt wird, kann die Rekonstruktion der Elektronendichteverteilung aus den CHAMP-GPS-Messungen bei Wahl einer sinnvollen räumlichen Auflösung als Lösung eines unterbestimmten Gleichungssystems betrachtet werden. Es existieren naturgemäß zahlreiche mathematisch korrekte Lösungen, die es durch Berücksichtigung bestimmter Grundannahmen oder Zusatzinformationen einzuengen gilt. Bereits bei der Definition der zur Assimilation verwendeten Voxel-Struktur können solche Grundannahmen einfließen, die dann bei der eigentlichen Datenassimilation ohne großen mathematischen Aufwand auf sehr elegante Weise Berücksichtigung finden. Daher wird hier eine Voxel-Struktur verwendet, deren Formgebung (vertikale Struktur, siehe Abb. 6.1) bereits in groben Zügen der im Normalfall vorherrschenden Elektronendichteverteilung in Ionosphäre und Plasmasphäre entspricht. Wie in Kapitel 6.2 deutlich werden wird, vereinfacht dies die Assimilation der integralen TEC-Messungen erheblich.

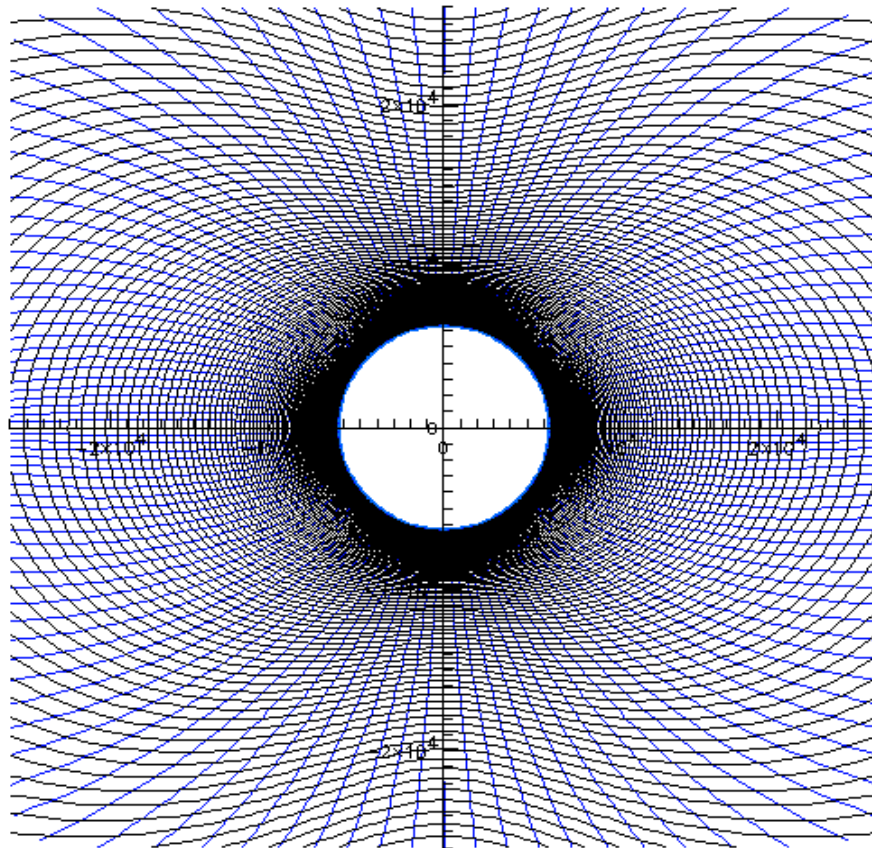


Abb. 6.1: Meridionaler Schnitt durch die zur Assimilation verwendete Voxel-Struktur.

Abb. 6.1 zeigt einen meridionalen Schnitt durch die im Rahmen dieser Arbeit definierte und verwendete Voxel-Struktur. Die vertikalen Voxel-Begrenzungen (schwarz) sollen im Folgenden als Schalen und die meridionalen Begrenzungen (blau) als Breitenlinien bezeichnet werden. In zonaler Richtung werden die Voxel jeweils durch meridionale Ebenen begrenzt. Der in Abb. 6.1 gezeigte Schnitt erfolgte entlang einer solchen Meridionalebene. Jedes Voxel ist damit durch eine bestimmte Schale sowie eine Längen- und Breitenangabe eindeutig definiert.

Während der Verlauf der vertikalen Schichten der Ionosphäre durch die Schwerkraft bestimmt wird und daher im Wesentlichen der Erdkrümmung folgt, wird die Elektronen-

dichteverteilung der Plasmasphäre mit wachsendem radialem Abstand zunehmend durch das Erdmagnetfeld beeinflusst. Im oberen Bereich der Plasmasphäre können die Magnetfeldlinien quasi als Isolinien der Elektronendichte betrachtet werden. Wie Abb. 6.1 zeigt, trägt die verwendete Voxel-Struktur diesen Eigenschaften Rechnung: Die vertikalen Voxel-Begrenzungen gehen von Kugelschalen in Erdnähe mit zunehmendem radialem Abstand allmählich zu Dipolschalen über, die den Dipolfeldlinien folgen und daher der vereinfachten Darstellung des Erdmagnetfeldes als Dipolfeld entsprechen. Damit sich die Dipolschalen in den polaren Bereichen nicht mit den darunter befindlichen Kugelschalen schneiden, weichen sie hier von den Dipolfeldlinien ab und bilden statt dessen genau wie die Kugelschalen geschlossene, erdumlaufende Strukturen. Der Verlauf der Dipolfeldlinien wird in den hohen Breiten statt dessen durch die in Abb. 6.1 deutlich sichtbare Krümmung der Breitenlinien berücksichtigt. Aufgrund der bereits erwähnten Bedeutung des Erdmagnetfeldes für die Elektronendichteverteilung in der Plasmasphäre werden die horizontalen Voxel-Begrenzungen durch geomagnetische Dipol-Längen und Breiten gebildet, d.h., die Pole der Voxel-Struktur stimmen mit den geomagnetischen Polen überein.

Auch die räumliche Auflösung der verwendeten Voxel-Struktur wurde den natürlichen Gegebenheiten der Elektronendichteverteilung angepasst. Wie Abb. 6.1 zeigt, ist der Abstand zwischen den benachbarten Schalen in Erdnähe gering und wächst mit zunehmendem radialem Abstand kontinuierlich an. Dies trägt den typischerweise auftretenden vertikalen Gradienten der Elektronendichte Rechnung, die in der erdnahen Ionosphäre am größten sind (z.B. im Bereich des F-Schicht-Maximums) und mit zunehmendem radialem Abstand abnehmen. Die Voxel-Struktur ist ab einer Höhe von 40 km über der Erdoberfläche (äquatorialer Erdradius) definiert, wobei der Schalenabstand bis zu einer Höhe von 340 km auf 10 km festgelegt ist. Dieser Abstand genügt, um vertikale Strukturen wie z.B. das F-Schicht-Maximum deutlich aufzulösen. Oberhalb der Höhe von 340 km nimmt der Schalenabstand allmählich zu und erreicht etwa 1000 km im Bereich der GPS-Orbithöhe. Die horizontale Auflösung beträgt $2,5^\circ$ in der Breite und 5° in der Länge, wobei auch hier die zu erwartenden Elektronendichtegradienten berücksichtigt wurden, die im Normalfall in meridionaler Richtung größer sind als in zonaler Richtung.

Die Wahl der Auflösung der Voxel-Struktur stellt einen Kompromiss zwischen dem Wunsch nach einem möglichst aussagekräftigen, hoch aufgelösten Assimilationsergebnis einerseits und nach einem möglichst geringen rechentechnischen Aufwand andererseits dar. Allerdings ist es auch wenig sinnvoll, eine im Vergleich zur Eingangsdatendichte sehr hoch aufgelöste Voxel-Struktur zu verwenden, die dann wegen der vergleichsweise geringen Datendichte keine wirkliche Verbesserung der Auflösung des Assimilationsergebnisses bewirkt, wohl aber den rechentechnischen Aufwand erhöht.

In der Definitionsphase der Voxel-Struktur wurde untersucht, ob die gewählte Auflösung eine hinreichend genaue Rekonstruktion modellierter TEC-Werte entlang verschiedener Strahlenwege ermöglicht. Die Voxel-Struktur wurde dazu mit modellierten Elektronendichten belegt. Die zu beobachtenden Abweichungen zwischen den direkt modellierten und den aus der Voxel-Struktur aufintegrierten TEC-Werten wiesen eine Größenordnung von nur etwa 0,1 TECU auf und betrug damit generell weniger als 1% der eigentlichen TEC-Werte.

6.1.2 Mathematische Formulierung und Handhabung

Zur rechentechnischen Handhabung der Voxel-Struktur ist jedes Voxel durch drei Indizes (Länge, Breite, Schale) zu charakterisieren, so dass alle Elektronendichtewerte der Voxel-Struktur in einem dreidimensionalen Feld gespeichert werden können. Zur Assimilation der TEC-Messungen in die Voxel-Struktur ist es daher erforderlich, die aus der Beobachtungsgeometrie leicht zu bestimmenden geographischen Koordinaten (Länge, Breite, radialer Abstand vom Erdmittelpunkt) bestimmter Punkte (z.B. verschiedene Punkte entlang eines Strahlenweges) in die entsprechenden Voxel-Indizes zu transformieren. Auch die Rücktransformationen von den Voxel-Indizes zu den geographischen Koordinaten werden benötigt. Unter geographischen Koordinaten werden in diesem Zusammenhang geozentrische Kugelkoordinaten verstanden (rechtshändiges Koordinatensystem; z-Achse durch den geographischen Nordpol; x-Achse durch den Null-Meridian). Abb. 6.2 gibt eine Übersicht zu den einzelnen Transformationsschritten und Koordinatentypen, die zwischen den geographischen Koordinaten und den Voxel-Indizes erforderlich sind. Im Folgenden sollen nun die jeweiligen Transformationsgleichungen vorgestellt werden.

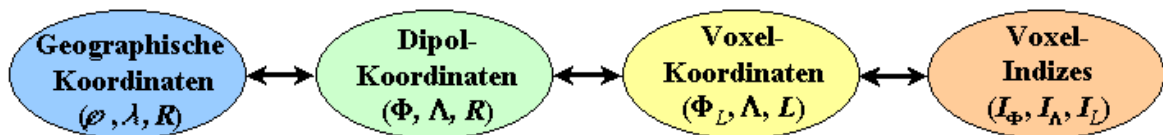


Abb. 6.2: Übersicht zu den Transformationsschritten und Koordinatentypen zwischen geographischen Koordinaten und Voxel-Indizes.

Die Transformationsgleichungen zwischen geographischen Koordinaten (φ , λ) und geomagnetischen Dipolkoordinaten (Φ , Λ) sind nach *Davies* (1990) gegeben durch:

$$\Phi = \arcsin(\sin\varphi \sin\varphi_0 + \cos\varphi \cos\varphi_0 \cos(\lambda - \lambda_0)) \quad (6.1)$$

$$\Lambda = \arcsin(\cos\varphi \sin(\lambda - \lambda_0) / \cos\Phi) \quad (6.2)$$

$$\varphi = \arcsin(\sin\Phi \sin\varphi_0 - \cos\Phi \cos\Lambda \cos\varphi_0) \quad (6.3)$$

$$\lambda = \arccos((\sin\Phi \cos\varphi_0 + \cos\Phi \cos\Lambda \sin\varphi_0) / \cos\varphi) + \lambda_0 \quad (6.4)$$

wobei φ_0 und λ_0 die geographische Breite und Länge des Dipol-Nordpols repräsentieren. Diese werden von *Davies* (1990) mit $\varphi_0 = 79,1^\circ\text{N}$ und $\lambda_0 = 289,1^\circ\text{E}$ angegeben.

Die verwendete Transformationsgleichung zwischen geomagnetischer Dipolbreite Φ und gekrümmter Breitenlinie Φ_L (in Grad nördlicher Breite) in Abhängigkeit vom radialen Abstand vom Erdmittelpunkt R (in Metern) lautet:

$$\Phi = \Phi_L + \frac{\Phi_L}{|\Phi_L|} \left(\frac{1}{2025} \Phi_L^2 - \frac{2}{45} |\Phi_L| \right) (R - A) KF \quad (6.5)$$

wobei $A = 6378137$ m den Erdradius am Äquator und $KF = 0,8/10^6$ einen empirisch bestimmten Krümmungsfaktor darstellen. Wie Gleichung (6.5) zeigt, wird die Abweichung (Krümmung) von Φ_L gegenüber Φ durch Addition eines Terms bestimmt, der nach Maßgabe des Krümmungsfaktors KF linear mit dem radialen Abstand R zunimmt und an der Erdoberfläche Null ergibt. Dieser Term hängt weiterhin quadratisch von Φ_L ab, wobei der Zusammenhang graphisch durch eine nach unten geöffneten Parabel mit dem Scheitelpunkt (45;1) und den Nullstellen null und 90 gegeben ist. Damit weichen Φ_L und Φ am Äquator und an den Polen unabhängig vom radialen Abstand nicht voneinander ab, während die Abweichung in Abhängigkeit vom radialen Abstand bei 45°N bzw. -45°N am

größten ist. Die Rücktransformation ergibt sich nach Lösung der quadratischen Gleichung (6.5) zu:

$$\Phi_L = -\frac{b}{2a} + \frac{\Phi}{|\Phi|} \sqrt{\frac{b^2}{4a^2} + \frac{\Phi}{a}} \quad (6.6)$$

mit $a = \frac{\Phi (R-A)KF}{|\Phi| 2025}$ und $b = 1 - \frac{2(R-A)KF}{45}$.

Der radialen Abstand vom Erdzentrum R (in Metern) einer Schale des Wertes L wird in Abhängigkeit von der geomagnetischen Dipolbreite Φ beschrieben durch:

$$R = AL \cos^2 \Phi + AL \left(\frac{1-C}{\sqrt{L}} + C \right) \sin^2 \Phi \quad (6.7)$$

wobei A wieder den Erdradius am Äquator symbolisiert, $C = 0,1$ eine empirisch bestimmte Konstante darstellt und L den in Erdradien ausgedrückten Abstand vom Erdzentrum repräsentiert, bei dem die entsprechende Schale die äquatoriale Ebene schneidet. Gleichung (6.7) entstand in Anlehnung an die Gleichung der Dipolfeldlinie:

$$R = AL \cos^2 \Phi \quad (6.8)$$

Ein Vergleich von (6.7) und (6.8) zeigt, dass die Schalen der verwendeten Voxel-Struktur am Dipol-Äquator stets den selben radialen Abstand R aufweisen, wie die Dipolfeldlinie des gleichen L -Wertes. An der Erdoberfläche bei $L=1$ reduziert sich Gleichung (6.7) zu $R = AL$, d.h. die Schalen der Voxel-Struktur sind hier Kugelschalen. Mit zunehmenden L -Werten nehmen die entsprechenden Schalen in niederen und mittleren Breiten zunehmend die Form von Dipolfeldlinien an, während sie in hohen Breiten von den Dipolfeldlinien abweichen und genau wie die der Erdoberfläche nahen Kugelschalen geschlossene, erdumlaufende Strukturen bilden (siehe Abb. 6.1).

Die Rücktransformation zu (6.7), d.h. die Gleichung zur Berechnung des L -Wertes einer Schale aus deren radialem Abstand R in Abhängigkeit von Φ ergibt sich nach entsprechender Auflösung von (6.7) zu:

$$L = \frac{b}{2a} - \sqrt{\frac{b^2}{4a^2} - \frac{R^2}{a}} \quad (6.9)$$

mit $a = A^2(\cos^2 \Phi + C \sin^2 \Phi)^2$ und $b = A(2R(\cos^2 \Phi + C \sin^2 \Phi) + A \sin^4 \Phi(1-C)^2)$.

Neben den bereits erläuterten Transformationen zwischen den aus der Beobachtungsgeometrie bekannten Größen (φ , λ , R) und den entsprechenden Koordinaten der Voxel-Struktur (Φ_L , Λ , L) werden zur rechentechnischen Handhabung weiterhin Transformationen zwischen (Φ_L , Λ , L) und korrespondierenden Voxel-Indizes (I_Φ , I_Λ , I_L) benötigt. Diese werden natürlich von der gewählten räumlichen Auflösung bestimmt. Wie bereits erwähnt, beträgt die horizontale Auflösung der verwendeten Voxel-Struktur $2,5^\circ$ in meridionaler und 5° in zonaler Richtung. Damit ergeben sich pro Schale global 72×72 Voxel. Die Transformationen zwischen (Φ_L , Λ) und (I_Φ , I_Λ) ergeben sich wie folgt:

$$\Phi_L = 2,5(I_\Phi - 1) - 90 \quad (6.10)$$

$$\Lambda = 5(I_\Lambda - 1) - 180 \quad (6.11)$$

$$I_\Phi = 1 + \text{int}((\Phi_L + 90)/2,5) \quad (6.12)$$

$$I_\Lambda = 1 + \text{int}((\Lambda + 180)/5) \quad (6.13)$$

wobei sich Φ_L im Bereich von -90°N bis 90°N und Λ im Bereich von -180°O bis 180°O bewegt. Der Operator int realisiert hier die Extrahierung der ganzzahligen Anteile reeller Zahlenwerte.

Wie bereits erwähnt, ist die Voxel-Struktur ab einer Höhe von 40 km über der Erdoberfläche (äquatorialer Erdradius) definiert, wobei der Schalenabstand der unteren 30 vertikal aufeinanderfolgenden Voxel auf 10 km festgelegt ist. Danach folgt die vertikale Voxel-Größe einem exponentiellen Ansatz. Die entsprechenden Transformationen zwischen L und I_L lauten unter Verwendung der äquatorialen Schalenhöhe $H_A = A(L-1)/1000$ (in Kilometern):

$$\begin{aligned} H_A &= 10I_L + 30 \quad \text{für } I_L \leq 30 \quad \text{bzw.} \\ H_A &= 90^E \quad \text{mit } E = 1 + ((I_L + 39)/150)^{8/5} \quad \text{für } I_L > 30 \end{aligned} \quad (6.14)$$

$$\begin{aligned} I_L &= \text{int}((H_A - 30)/10) \quad \text{für } H_A < 340 \quad \text{bzw.} \\ I_L &= \text{int}(150((\log H_A / \log 90) - 1)^{5/8} - 39) \quad \text{für } H_A \geq 340 \end{aligned} \quad (6.15)$$

Am Dipol-Äquator befindet sich damit die GPS-Orbithöhe (etwa 20200 km) zwischen der 129. und der 130. Schale (19815 bzw. 20862 km Höhe). An den Dipol-Polen, wo sich die Schalen dichter zur Erdoberfläche hin drängen (siehe Abb. 6.1), liegt die GPS-Orbithöhe dagegen zwischen der 151. und der 152. Schale (19834 bzw. 20693 km Höhe).

Es sei noch darauf hingewiesen, dass die Transformationsgleichungen (6.10), (6.11) und (6.14) die Voxel-Koordinaten (Φ_L , Λ , L) der südlichen, westlichen bzw. unteren Voxel-Begrenzungsflächen eines durch (I_Φ , I_Λ , I_L) repräsentierten Voxels und nicht etwa die Koordinaten des jeweiligen Voxel-Mittelpunktes wiedergeben.

6.2 Assimilation der TEC-Daten

6.2.1 Allgemeine Überlegungen

Wie bereits im Kapitel 2.8.2 deutlich wurde, kann die Rekonstruktion der Elektronendichteverteilung aus integralen strahlenwegbezogenen TEC-Messungen prinzipiell als Lösung eines linearen Gleichungssystems aufgefasst werden, wenn man den von den Strahlen durchsetzten Raum in eine Anzahl von Volumenzellen unterteilt. Jede einzelne TEC-Messung stellt dann eine Summe von TEC-Beiträgen aus den Voxeln dar, die von dem entsprechenden Strahl durchquert werden, wobei sich die TEC-Beiträge aus dem Produkt der Elektronendichte und der Strahlenweglänge innerhalb des jeweiligen Voxels ergeben. Bei gleichzeitiger Betrachtung verschiedener TEC-Messungen ergibt sich daher ein lineares Gleichungssystem mit den Elektronendichtewerten in den Voxeln als Unbekannten (siehe Gleichung (2.19)).

Betrachten wir die GPS-basierten CHAMP-TEC-Messungen (Zenitantenne), so wird schnell deutlich, dass das zur Bestimmung lokaler Elektronendichten zu lösende Gleichungssystem bei Wahl einer hinreichenden Auflösung der Voxel-Struktur deutlich unterbestimmt ist: Selbst bei einer völlig unzureichenden Auflösung von 10° in Länge und Breite sowie 10 Höhenstufen zwischen CHAMP- und GPS-Orbithöhe ergibt sich global bereits eine Anzahl von 6480 Voxeln und damit Unbekannten. Pro CHAMP-Orbit ergeben sich bei permanenter und gleichzeitiger Beobachtung von 8 bis 9 GPS-Satelliten bei 0,1 Hz Messrate ca. 3000 global verteilten TEC-Messungen. Damit das Gleichungssystem formal nicht unterbestimmt ist, d.h. die Anzahl der Gleichungen mindestens der Anzahl der Unbekannten entspricht, wären also bereits bei dieser sehr groben Auflösung die

Messungen von mehr als zwei CHAMP-Umläufen erforderlich. Bei Wahl einer aussagekräftigen räumlichen Auflösung ergibt sich eine noch deutlich höhere Voxelanzahl. So enthält die im Kapitel 6.1 vorgestellte Voxel-Struktur mehr als 500000 Voxel im Bereich zwischen CHAMP- und GPS-Orbithöhe.

Zu einem unterbestimmten Gleichungssystem, welches bei der Rekonstruktion der Elektronendichteverteilung aus den CHAMP-TEC-Messungen zu lösen ist, existiert naturgemäß eine Vielzahl möglicher, mathematisch korrekter Lösungen. Das Problem besteht nun darin, aus dieser Vielzahl die wahrscheinlichste oder zumindest eine physikalisch sinnvolle Lösung auszuwählen und somit den trotz der Unterbestimmtheit zweifellos hohen Informationsgehalt der CHAMP-TEC-Messungen bezüglich des Ionisationszustandes der oberen Ionosphäre und Plasmasphäre bestmöglich zu nutzen. Dies kann prinzipiell nur durch die Einbeziehung zusätzlicher Informationen bzw. Grundannahmen über den zu rekonstruierenden Ionisationszustand realisiert werden. Solche Zusatzinformationen lassen sich in idealer Weise durch die Verwendung geeigneter Modelle der Ionosphäre bzw. Plasmasphäre gewinnen, da diese im Allgemeinen eine mittlere, physikalisch sinnvolle Elektronendichteverteilung wiedergeben.

Vor diesem Hintergrund entstand die Idee, das erwähnte Gleichungssystem durch eine Form der Datenassimilation zu lösen, wobei eine initiale Modellannahme in einem iterativen Verfahren so modifiziert wird, dass sie schließlich den aktuellen CHAMP-TEC-Messungen entspricht und damit, im Rahmen der verfügbaren Informationen, auch der aktuellen Elektronendichteverteilung. Die zur Lösung benötigten Zusatzinformationen fließen also ein, indem eine modellierte Elektronendichteverteilung als Ausgangszustand für die Assimilation der TEC-Daten verwendet wird. Es sei an dieser Stelle erwähnt, dass beim DLR IKN Neustrelitz bereits sehr erfolgreich ein Verfahren zur Erstellung zweidimensionaler regionaler v TEC-Karten basierend auf GPS-Bodenstationsmessungen betrieben wird (*Jakowski, 1997*), welches in ähnlicher Weise das zweidimensionale regionale v TEC-Modell NTCM (Neustrelitzer TEC-Modell) als initiale Modellannahme der jeweiligen v TEC-Karten verwendet, die dann durch die verfügbaren v TEC-Messungen modifiziert werden.

Ein besonderer Vorteil dieser Verfahrensweise liegt darin, dass alle Voxel, auch solche, die nicht von mit TEC-Messungen korrespondierenden Strahlen durchquert werden, nach dem Assimilationsprozess einen physikalisch sinnvollen Elektronendichtewert enthalten. Weiterhin ist es leicht möglich, die Elektronendichten solcher nicht durchquert Voxel unter Berücksichtigung „gemessener“ (von Strahlenwegen durchquert) Voxel in deren näherer Nachbarschaft zu modifizieren. Dabei ist insbesondere die Formgebung der verwendeten Voxel-Struktur (siehe Kapitel 6.1.1) von Bedeutung, die in diesem Zusammenhang als eine weitere Zusatzinformation über die Elektronendichteverteilung in der Ionosphäre und Plasmasphäre anzusehen ist.

Schließlich bietet die Rekonstruktion der Elektronendichteverteilung durch Datenassimilation auch die Möglichkeit einer letzten qualitativen Bewertung der vorliegenden TEC-Messungen durch eine der iterativen Assimilation vorgeschaltete interne Konsistenzprüfung. Da auch bei sorgfältiger Vorprozessierung nicht von einer absoluten Fehlerfreiheit der vorliegenden TEC-Daten ausgegangen werden kann, ist dies durchaus ein bedeutender Aspekt für die Qualitätssicherung des Assimilationsergebnisses.

Die Modifikation bzw. Korrektur der initialen Modellannahme erfolgt in Anlehnung an die algebraische Rekonstruktionstechnik MART (siehe Kapitel 2.8.2) während eines iterativen Prozesses auf multiplikative Weise. Der Hauptgrund für die Wahl eines multiplikativen Verfahrens besteht in dessen naturgegebener Eigenschaft, das Auftreten negativer und damit unphysikalischer Elektronendichtewerte im Assimilationsergebnis auszuschließen, was bei Verwendung eines additiven Korrekturansatzes (z.B. ART, siehe Kapitel 2.8.2) nicht der Fall wäre. Dies ist insbesondere vor dem Hintergrund der im Vergleich zur

Ionosphäre sehr geringen Elektronendichtewerte im Bereich der Plasmasphäre von erheblicher Bedeutung, da hier die Verwendung eines nicht multiplikativen Korrekturansatzes sehr leicht zu negativen Elektronendichtewerten führen kann. Weiterhin impliziert die Anwendung eines multiplikativen Korrekturverfahrens eine sicher sinnvolle und gerechtfertigte Annahme: Sofern Differenzen zwischen dem gemessenen und dem aus der Voxel-Struktur aufsummierten TEC entlang eines Strahlenweges auftreten, sind die absoluten Differenzen zwischen der Elektronendichte laut Voxel-Struktur und der tatsächlichen Elektronendichte in den Bereichen am größten, in denen laut Voxel-Struktur auch die höchsten Absolutwerte der Elektronendichte auftreten. Oder anders ausgedrückt: Eine multiplikative Korrektur modifiziert gemäß des jeweiligen strahlenbezogenen Korrekturfaktors (Verhältnis zwischen TEC-Werten laut Messung und Voxel-Struktur) die Elektronendichten naturgemäß in dem Bereich absolut am stärksten, in dem auch die höchsten absoluten Elektronendichten auftreten. Die Wahl eines multiplikativen Korrekturverfahrens beinhaltet in diesem Sinne also eine weitere Zusatzannahme, die dabei hilft, den Kreis der sinnvollen Lösungen des erwähnten unterbestimmten Gleichungssystems einzuengen.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit werden Modellrechnungen des PIM verwendet, um die Voxel-Struktur vor dem eigentlichen Assimilationsprozess zu initialisieren. Wie bereits in Kapitel 2.9.3 erwähnt, ist PIM als globales kombiniertes Modell der Ionosphäre und Plasmasphäre zu diesem Zweck gut geeignet. Es existiert allerdings derzeit auch keine vergleichbare frei verfügbare Alternative.

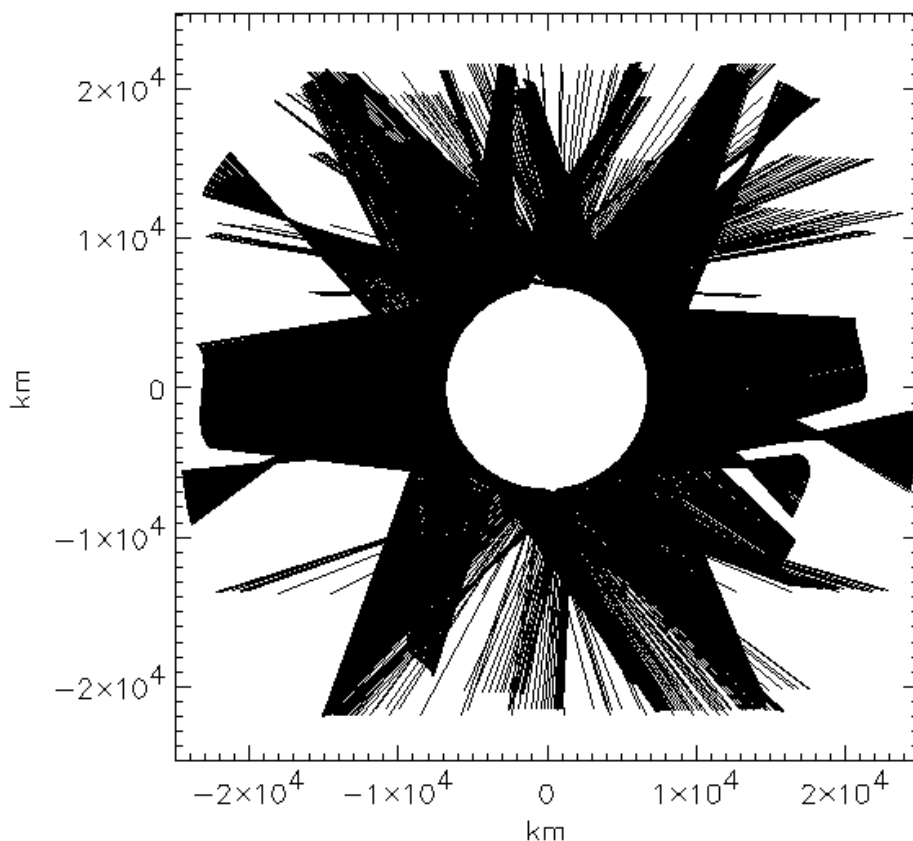


Abb. 6.3: Zweidimensionale Projektion einer typischen Verteilung von strahlenwegbezogenen TEC-Messungen; Beispiel vom 9. August 2001, Orbitbeginn: 21:56 UTC, Dauer: 93 Minuten, insgesamt 3331 TEC-Messungen.

Als Assimilationszeitraum wurde standardmäßig die CHAMP-Umlaufzeit (etwa 93 Minuten) verwendet. Damit wird die Annahme impliziert, die Elektronendichteverteilung der oberen Ionosphäre und Plasmasphäre habe sich innerhalb dieses Zeitraumes nicht

verändert. Natürlich wäre es wünschenswert, wenn alle zu assimilierenden TEC-Messungen tatsächlich zum selben Zeitpunkt erhoben würden. Dies ist allerdings mit der vorliegenden „Versuchsanordnung“ nicht realisierbar. Jedoch erscheint es durchaus legitim, die Elektronendichteverteilung der oberen Ionosphäre und Plasmasphäre für die Zeitdauer eines gesamten CHAMP-Orbits als konstant anzusehen, da sich deutliche großräumige Änderungen der Elektronendichteverteilung in diesem Bereich im Allgemeinen in der Größenordnung mehrerer Stunden vollziehen. Weiterhin wäre es auch wenig sinnvoll, die TEC-Messungen eines deutlich kürzeren Zeitraumes zu assimilieren, da dann nur eine relativ geringe Anzahl von Messungen zur Assimilation zur Verfügung stünde, deren Informationsgehalt über den Ionisationszustand entsprechend gering wäre. Bei der Assimilation der TEC-Messungen eines vollen CHAMP-Umlaufes stehen dagegen 3000 bis 4000 global verteilte TEC-Messungen zur Verfügung, die innerhalb der jeweiligen Orbitalebene zu einer recht guten Datenbedeckung führen. Abb. 6.3 vermittelt einen anschaulichen Eindruck zur Verteilung der strahlenwegbezogenen TEC-Messungen eines kompletten CHAMP-Orbits.

Aufgrund der Unterbestimmtheit des zu lösenden Gleichungssystems kann nicht erwartet werden, dass das Assimilationsergebnis eine in allen Details korrekte Reproduktion der tatsächlichen Elektronendichteverteilung der oberen Ionosphäre und Plasmasphäre darstellt. Es ist vielmehr davon auszugehen, dass signifikante Abhängigkeiten von der Datenbedeckung, der geometrischen Situation der strahlenwegbezogenen TEC-Messungen, der Qualität der initialen Modellannahme, der Art der verwendeten Voxel-Struktur und von der Art des verwendeten Assimilationsverfahrens bestehen. Mit zunehmender TEC-Datendichte und damit zunehmenden Informationen über die tatsächliche Elektronendichteverteilung ist allerdings eine Verminderung dieser Abhängigkeiten zu erwarten. In jedem Fall stellt das Assimilationsergebnis aber eine Verbesserung der initialen Modellannahme hin zur tatsächlich vorliegenden Elektronendichteverteilung dar, welche unabhängig von der TEC-Daten-Dichte stabil und physikalisch sinnvoll ist.

6.2.2 Grundprinzipien des verwendeten Assimilationsverfahrens

Iterative Modifikation entlang der Strahlenwege

Wie bereits im Kapitel 6.2.1 erwähnt wurde, soll die Assimilation der strahlenwegbezogenen TEC-Messungen durch eine schrittweise multiplikative Modifikation der auf einer Voxel-Struktur diskretisierten Modellannahme der Elektronendichteverteilung erfolgen. Betrachten wir in diesem Zusammenhang Gleichung (2.19) und ersetzen hier die tatsächlich im i -ten Voxel vorliegende Elektronendichte Ne_i (Lösung des linearen Gleichungssystems) durch die während des m -ten Iterationsschrittes in diesem Voxel temporär vorliegende Elektronendichte Ne_i^m , so folgt für den sich während des m -ten Iterationsschrittes aus der Voxel-Struktur entlang des j -ten Strahls ergebenden TEC-Wert TEC_j^m :

$$TEC_j^m = \sum_{i=1}^n Ne_i^m s_{ij} \quad (6.16)$$

wobei n wieder die Gesamtzahl der Voxel bezeichnet und s_{ij} die Weglänge des j -ten Strahls innerhalb des i -ten Voxels symbolisiert, die immer dann Null ist, wenn das i -te Voxel nicht vom j -ten Strahl durchquert wird. Durch Multiplikation von Gleichung (6.16) mit dem Verhältnis zwischen dem entlang des j -ten Strahls gemessenen und während des m -ten Iterationsschrittes temporär vorliegenden TEC-Wert $Q_j^m = TEC_j / TEC_j^m$ ergibt sich:

$$\text{TEC}_j = \sum_{i=1}^n Q_j^m Ne_i^m s_{ij} \quad (6.17)$$

Die j -te strahlenwegbezogene TEC-Messung wird also von der Voxel-Struktur repräsentiert, wenn man die Elektronendichten aller vom j -ten Strahl durchquerten Voxel mit Q_j^m multipliziert. Würde jedes Voxel nur von einem einzigen Strahl durchquert, so würden die Elektronendichten in den von den Strahlen durchquerten Voxeln bereits nach einem einzigen Iterationsschritt die Gesamtheit aller zu assimilierenden TEC-Messungen repräsentieren. Dies ist natürlich im Allgemeinen nicht der Fall. Vielmehr ist davon auszugehen, dass verschiedene Voxel existieren, die von mehreren Strahlen durchquert werden. Besonders deutlich wird dies bei Betrachtung der Voxel entlang der Flugbahn des CHAMP-Satelliten. In solchen Fällen ergeben sich verschiedene Q_j^m für ein und dasselbe Voxel. Um den Elektronendichtewert des i -ten Voxels Ne_i^{m+1} für den nächsten Iterationsschritt zu erhalten, wird Ne_i^m nun mit dem arithmetischen Mittel der Q_j^m -Werte aller Strahlen j multipliziert, die das i -te Voxel durchqueren:

$$Ne_i^{m+1} = \frac{Ne_i^m}{\sum_{j=1}^k \delta(s_{ij})} \sum_{j=1}^k Q_j^m \delta(s_{ij}) \quad (6.18)$$

Dabei symbolisiert k die Anzahl aller zu assimilierenden strahlenwegbezogenen TEC-Messungen, während $\delta(s_{ij})$ eine Funktion darstellt, die für alle $s_{ij} = 0$ null und für alle $s_{ij} \neq 0$ eins ergibt. Weiterhin ist Gleichung (6.18) wegen der sonst auftretenden Division durch null nur für die Voxel anwendbar, die von mindestens einem Strahl durchquert werden.

Die Elektronendichten aller von strahlenwegbezogenen TEC-Messungen durchquerten Voxel werden nun gemäß Gleichung (6.18) modifiziert. Wegen der mit Sicherheit auftretenden Mehrfachdurchquerung bestimmter Voxel und der damit verbundenen Mittelwertbildung über verschiedene Q_j^m -Werte können die veränderten Elektronendichten der Voxel-Struktur nach einmaliger Anwendung von (6.18) die Gesamtheit aller zu assimilierenden TEC-Messungen bei Betrachtung von Gleichung (6.17) nicht exakt repräsentieren, d.h. $\text{TEC}_j \neq \text{TEC}_j^1$. Andererseits ist davon auszugehen, dass bereits eine deutliche Annäherung an die TEC-Messungen stattgefunden hat und dass sich diese Annäherung bei wiederholter Anwendung von (6.18) auf die Elektronendichtewerte aller Voxel entlang der strahlenwegbezogenen TEC-Messungen weiter fortsetzt, bis nach x Iterationsschritten schließlich der Zustand $\text{TEC}_j \approx \text{TEC}_j^x$ erreicht ist. Für die konkrete Umsetzung des Iterationsverfahrens ist dieser Zustand durch die Festlegung eines Schwellwertes für eine die Abweichung zwischen TEC_j und TEC_j^m beschreibende Größe zu definieren. Als Maß für diese Abweichung nach dem m -ten Iterationsschritt (Δ_{TEC}^m) kann hier der Mittelwert der absoluten Abweichungen der Q_j^m -Werte von eins verwendet werden, wobei k wieder die Anzahl aller zu assimilierenden strahlenwegbezogenen TEC-Messungen symbolisiert:

$$\Delta_{\text{TEC}}^m = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k |1 - Q_j^m| \quad (6.19)$$

Der definierte Schwellwert von Δ_{TEC}^m dient dann als Abbruchkriterium für die Iteration.

Einfluss modifizierter Voxel auf deren Umgebung

Wenn nach x -facher Anwendung von Gleichung (6.18) auf alle von den verschiedenen Strahlen durchquerten Voxel der Zustand $TEC_j \approx TEC_j^x$ erreicht ist, wurde im Prinzip bereits die gesamte in den TEC-Messungen enthaltene Information über die Elektronendichteverteilung in den Rekonstruktionsprozess eingebracht. Jedoch können, wie bereits in Kapitel 6.2.1 angedeutet wurde, weitere Zusatzannahmen bezüglich des Gradienten der Elektronendichte zur Rekonstruktion der Elektronendichteverteilung Berücksichtigung finden: Die zu erwartenden Elektronendichtegradienten sind in horizontaler Richtung im Allgemeinen deutlich geringer als in vertikaler Richtung. Insbesondere können die im Bereich der Plasmasphäre üblicherweise auftretenden Gradienten entlang der geomagnetischen Feldlinien als sehr gering angesehen werden, da diese, wie bereits erwähnt, quasi als Isolinien der Elektronendichte zu betrachtet sind. Im vergleichsweise erdnahen Bereich der oberen Ionosphäre sind die geringsten Gradienten dagegen üblicherweise entlang von Kugelschalen in zonaler Richtung anzunehmen.

Betrachtet man nun die im vorangegangenen Abschnitt vorgestellte Assimilation durch Modifikation der Elektronendichtewerte in den von Strahlen durchquerten Voxeln, so ist anschaulich klar, dass etliche Voxel, die nicht von strahlenwegbezogenen TEC-Messungen durchkreuzt werden, durch dieses Verfahren völlig unberührt bleiben. Die Anzahl dieser nicht beeinflussten Voxel erhöht sich bei unveränderter TEC-Datenlage zudem mit der Auflösung der zur Assimilation gewählten Voxel-Struktur. Diesem Problem kann unter Berücksichtigung der bereits aufgeführten Annahmen über typischerweise zu erwartende Elektronendichtegradienten begegnet werden, indem jedes von strahlenwegbezogenen TEC-Messungen durchquerte Voxel einen entfernungsabhängigen dreidimensionalen Einfluss auf die umgebenden Nachbar-Voxel erhält. Die Reichweite dieser Einflussnahme in eine bestimmte Richtung kann dabei um so größer gewählt werden, je geringer der zu erwartende Gradient in diese Richtung ist. An dieser Stelle ist die Schalenform der in Kapitel 6.1 vorgestellten Voxel-Struktur von besonderer Bedeutung. Diese wurde mit ihrer Kombination aus Kugelschalen und Dipol-Feldlinien so gewählt, dass die zu erwartenden Gradienten der Elektronendichte sowohl in meridionaler als auch in zonaler Richtung entlang der Schalen möglichst gering sind, während in vertikaler Richtung zu den Schalen hohe Elektronendichtegradienten erwartet werden können. Diese Eigenschaft erleichtert es erheblich, die angesprochene dreidimensionale gradientenabhängige Einflussnahme der von TEC-Messungen durchquerten Voxel auf deren Umgebung rechenstechnisch umzusetzen: Entlang der Schalen, insbesondere in meridionaler Richtung im Bereich der Plasmasphäre, kann die Reichweite der Einflussnahme recht groß gewählt werden, während die Reichweite senkrecht zu den Schalen gering zu halten ist.

Die angesprochene dreidimensionale Einflussnahme wird in Analogie zu der in Kapitel 6.2.1 erwähnten Prozessierung zweidimensionaler $vTEC$ -Karten (*Jakowski, 1997*) durch die Verwendung dreier normierter Gauss'scher Glockenkurven realisiert, deren Symmetriezentrum jeweils auf der x -Achse liegt. Durch diese Funktionen wird der mit zunehmender Entfernung abklingende Grad der Beeinflussung in meridionaler, zonaler und vertikaler Richtung innerhalb der Voxel-Struktur bestimmt. Die entsprechende allgemeine Funktionsgleichung lautet:

$$G_i(d_i) = e^{\frac{-d_i^2}{2\sigma_i^2}} \quad (6.20)$$

Dabei kann der Index i entsprechend der jeweiligen Beeinflussungsrichtung die Werte Λ , Φ oder L annehmen. Der Wert d_i stellt die Distanz zwischen Einflussnehmendem und zu beeinflussendem Voxel in der entsprechenden Richtung dar, während σ_i den jeweiligen

Parameter der Glockenkurve symbolisiert, welcher deren Breite und damit die Reichweite der Beeinflussung für die entsprechende Richtung bestimmt.

Die verwendeten Distanz-Werte in zonaler, meridionaler und vertikaler Richtung d_Λ , d_Φ und d_L lauten wie folgt:

$$d_\Lambda = 5ID_\Lambda, \quad d_\Phi = 2,5ID_\Phi, \quad d_L = ID_L \quad (6.21)$$

wobei ID_Λ , ID_Φ und ID_L jeweils den Absolutbetrag der Differenz zwischen den Voxel-Indizes I_Λ , I_Φ und I_L des Einfluss nehmenden und des zu beeinflussenden Voxels symbolisieren. Die Werte für d_Λ und d_Φ werden dabei unter Berücksichtigung der horizontalen Auflösung der Voxel-Struktur gebildet, während d_L direkt der Schalen-Index-Differenz gleichgesetzt wird.

Der neue Elektronendichtewert ${}^k Ne_i$ des i -ten Voxels nach der Beeinflussung durch das von einer TEC-Messung durchquerte k -te Voxel ergibt sich dann wie folgt:

$${}^k Ne_i = Ne_i(1 - G_\Lambda G_\Phi G_L) + Ne_k G_\Lambda G_\Phi G_L \quad (6.22)$$

wobei Ne_i die vorherige Elektronendichte des i -ten Voxels und Ne_k die Elektronendichte des k -ten Voxels symbolisieren.

Jedes von einer TEC-Messung durchquerte Voxel erhält nun unter Verwendung von Gleichung (6.22) einen dreidimensionalen Einfluss auf die umgebenden Voxel. Da es weder sinnvoll noch rechentechnisch möglich ist, diese Einflussnahme in die Unendlichkeit auszudehnen, ist es erforderlich, einen Schwellwert S_G für das Produkt der drei Glockenkurven $G_\Lambda G_\Phi G_L$ zu definieren, bei dessen Unterschreitung die Beeinflussung des entsprechenden i -ten Voxels vernachlässigt wird. Die Wahl dieses Schwellwertes hat dabei erheblichen Einfluss auf die für das Assimilationsverfahren benötigte Rechenzeit.

Bei der Anwendung von Gleichung (6.22) zur Bestimmung des Einflusses aller von TEC-Messungen durchquerten Voxel ergeben sich zwangsläufig Überlagerungen verschiedener dreidimensionaler Einflussbereiche. Diese verschiedenen Einflüsse auf das i -te Voxel sind gleichzeitig zu berücksichtigen. Dabei ist es sinnvoll, den jeweiligen Einfluss mit der Anzahl der TEC-Messungen zu gewichten, die das Einfluss nehmende Voxel durchqueren. Auf diese Weise erhält der Einfluss von Voxeln, welche von vergleichsweise vielen TEC-Messungen durchquert werden und deren Elektronendichtewert aufgrund dieser vergleichsweise hohen Informationsdichte als besonders gesichert anzusehen ist, stärkeres Gewicht. Der Elektronendichtewert des i -ten Voxels ${}^A Ne_i$ nach gleichzeitiger Berücksichtigung aller Einflüsse ergibt sich also wie folgt:

$${}^A Ne_i = \frac{1}{\sum_{k=1}^n \delta_{ik} N_k} \sum_{k=1}^n {}^k Ne_i \delta_{ik} N_k \quad (6.23)$$

wobei n die Gesamtzahl aller von TEC-Messungen durchquerten Voxel und N_k die Anzahl der Strahlendurchquerungen für das k -te Voxel symbolisieren. Die Funktion δ_{ik} ist dabei eins, wenn $G_\Lambda G_\Phi G_L \geq S_G$ bzw. null, wenn $G_\Lambda G_\Phi G_L < S_G$.

Durch die Validierung der Assimilationsergebnisse mit in-situ-Messungen der an Bord von CHAMP befindlichen Langmuir-Sonde (siehe Kapitel 7.2.1, Abb. 7.6) wurde deutlich, dass eine systematische Abweichung zwischen Assimilation und Langmuir-Sonde vermindert werden kann, wenn die durch (6.22) und (6.23) realisierte gewichtete Einflussnahme nicht erst nach Abschluss der iterativen Modifikation entlang der Strahlenwege sondern bereits während dieser Modifikation nach jedem einzelnen Iterationsschritt durchgeführt wird, wobei die Einflussnahme dann allerdings auf die von TEC-Messungen durchquerten Voxel beschränkt bleiben muss. Ohne diese Beschränkung

würden alle undurchquerten Voxel, die sich im Einflussbereich eines bestimmten „gemessenen“ Voxels befinden, nach einer bestimmten Anzahl von Iterationsschritten nahezu dessen Elektronendichtewert aufweisen. Das eigentlich beabsichtigte entfernungsabhängige Abklingen des Einflusses dieses Voxels bei der abschließenden Einflussnahme nach Beendigung der Iteration wäre dann nicht mehr möglich.

Die Verbesserung des Assimilationsergebnisses durch gegenseitige Beeinflussung der von TEC-Messungen durchquerten Voxel nach jedem Iterationsschritt hat eine recht anschauliche Erklärung: Durch die Wahl einer hohen Auflösung der Voxel-Struktur kommt es naturgemäß nur relativ selten dazu, dass sich zwei oder mehr Strahlenwege tatsächlich innerhalb eines Voxels schneiden. Andererseits ist klar, dass zur Verminderung des Grades der Unterbestimmtheit des zu lösenden Gleichungssystems möglichst viele solcher Schnittpunkte benötigt werden. Durch die gegenseitige Beeinflussung der von TEC-Messungen durchquerten Voxel nach jedem Iterationsschritt werden diese Schnittpunkte quasi künstlich erzeugt und der erwähnte Nachteil einer hoch aufgelösten Voxel-Struktur kann auf diese Weise ausgeglichen werden.

6.2.3 Konkrete Umsetzung

Nachdem in den vorangegangenen Abschnitten allgemeine Aspekte zur Wahl des verwendeten Rekonstruktionsverfahrens sowie dessen Grundprinzipien dargelegt wurden, soll hier die konkrete Umsetzung des Verfahrens beschrieben werden. Abb. 6.4 gibt zunächst einen Überblick über die einzelnen Verfahrensschritte. Die Einordnung innerhalb der gesamten im Rahmen dieser Arbeit umgesetzten CHAMP-GPS-Datenprozessierung ist in Abb. 5.2 zu entnehmen.

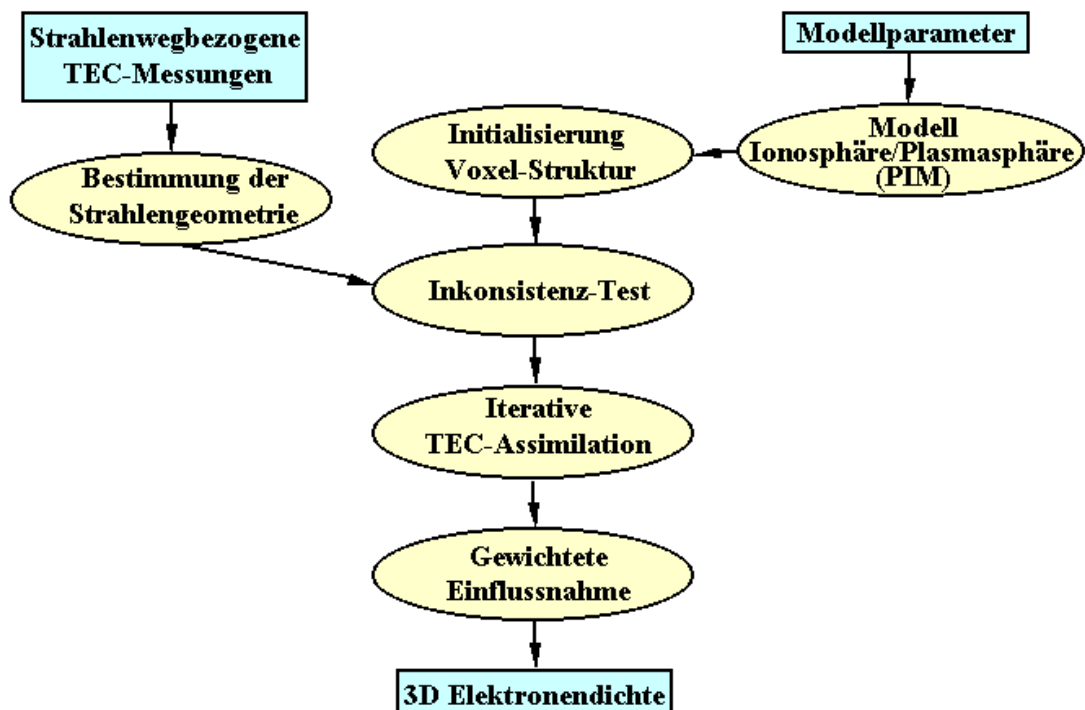


Abb. 6.4: Übersicht über das zur Rekonstruktion der dreidimensionalen Elektronendichte verwendete Assimilationsverfahren.

Zu Beginn des Assimilationsverfahrens erfolgt die Initialisierung der Voxel-Struktur mit modellierten Elektronendichtewerten. Dabei werden die in Kapitel 6.1.2 angegebenen Transformationsgleichungen zwischen Voxel-Indizes und geographischen Koordinaten

benötigt. Die so bestimmten geographischen Koordinaten der Voxel-Mittelpunkte werden dann zusammen mit den darüber hinaus erforderlichen Modellparametern (siehe Kapitel 2.9.3) verwendet, um mit PIM die Modell-Elektronendichtewerte aller Voxel des Assimilationsgebietes zwischen CHAMP- und GPS-Orbithöhe zu bestimmen. Es werden dabei generell ungestörte geomagnetische Verhältnisse angenommen, d.h. der Modell-Eingangswert des Kp-Indizes ist grundsätzlich auf eins festgelegt.

Zur Assimilation der strahlenwegbezogenen TEC-Messungen in die initialisierte Voxel-Struktur ist zunächst eine Bestimmung der Strahlengeometrie erforderlich. Dazu wird der Weg jedes einzelnen Strahls durch die Voxel-Struktur verfolgt, wobei die Indizes aller von einem bestimmten Strahl durchquerten Voxel zusammen mit den Strahlenweglängen innerhalb der jeweiligen Voxel bestimmt und zur weiteren Verwendung gespeichert werden. Dies geschieht unter Verwendung der in Kapitel 6.1.2 angegebenen Transformationsgleichungen zwischen geographischen Koordinaten und Voxel-Indizes. Das „Abtasten“ der Strahlen nach den durchquerten Voxeln erfolgt dabei durch Addition kurzer Vektorelemente (nach Maßgabe des lokalen Schalenabstandes) entlang des jeweiligen Strahls. Die Schnittpunkte mit den Voxel-Grenzflächen und damit die Strahlenweglängen innerhalb der Voxel werden durch Intervallschachtelung bestimmt.

Wie bereits in Kapitel 6.2.1 erwähnt, bietet das hier verwendete iterative Assimilationsverfahren auch die Möglichkeit einer letzten qualitativen Bewertung der vorliegenden TEC-Messungen durch eine interne Konsistenzprüfung. Diese erfolgt während eines der Assimilation vorgeschalteten Konsistenz-Tests, welcher gemäß der in Kapitel 6.2.2 beschriebenen iterativen Modifikation der initialisierten Voxel-Struktur entlang der Strahlenwege abläuft und somit quasi eine Vorab-Iteration darstellt. Der als Abbruchkriterium dienende Schwellwert für Δ_{TEC}^m wurde dabei auf $7,5/10^3$ festgelegt, wobei Δ_{TEC}^m in diesem Fall abweichend von Gleichung (6.19) nicht als arithmetisches Mittel sondern als Median-Wert (siehe Kapitel 5.4.1) bestimmt wird. Als inkonsistent mit den übrigen TEC-Messungen wird dann jede j -te TEC-Messung eingestuft, für die bei Unterschreitung des genannten Schwellwertes von Δ_{TEC}^m nach m Iterationsschritten gilt: $|1 - Q_j^m| \geq 0,1$. Dies bedeutet anschaulich, dass, wenn die mittlere relative Abweichung der TEC-Messungen von den korrespondierenden aus der Voxel-Struktur aufintegrierten TEC-Werten nach m Iterationsschritten 0,75 % unterschreitet, jede TEC-Messung als inkonsistent eingestuft wird, die noch um mehr als 10 % vom zugehörigen aus der Voxel-Struktur aufintegrierten TEC-Wert abweicht. Die beiden genannten Grenzwerte wurden dabei im Umgang mit den CHAMP-Daten festgelegt und sollen eine sichere Unterscheidung zwischen physikalisch sinnvollen und fehlerhaften TEC-Messungen ermöglichen. Im Einzelfall ist allerdings nicht auszuschließen, dass korrekte TEC-Messungen aus gestörten Gebieten der Ionosphäre als inkonsistent eingestuft werden. Vor dem Hintergrund, dass der Konsistenztest jedoch im Wesentlichen fehlerhafte TEC-Messungen separiert und somit erheblich zur Qualitätssicherung des Assimilationsergebnisses beiträgt, erscheint der vereinzelte Verlust korrekter TEC-Messungen gerechtfertigt.

In der Praxis hat sich gezeigt, dass es zur Detektierung aller im Rahmen der genannten Kriterien als inkonsistent zu wertenden TEC-Messungen notwendig ist, den beschriebenen Konsistenz-Tests jeweils unter Ausschluss aller bereits als inkonsistent eingestuften TEC-Messungen mehrmals hintereinander auszuführen, bis schließlich keine inkonsistenten Messungen mehr detektierbar sind. Alle als inkonsistent eingestuften Messungen werden von der Assimilation der TEC-Daten ausgeschlossen. Der relative Anteil dieser Messungen an der Gesamtzahl aller zu assimilierenden CHAMP-TEC-Daten hat dabei eine durchschnittliche Größenordnung von ca. 1 %.

Nach dem Konsistenz-Test erfolgt die Assimilation der verbleibenden TEC-Messungen in die mit PIM initialisierte Voxel-Struktur. Diese wird prinzipiell wieder gemäß der in Kapitel 6.2.2 beschriebenen iterativen Modifikation entlang der Strahlenwege durchgeführt. Der Schwellwert für Δ_{TEC}^m wurde hier auf 0,01 festgelegt, d.h. die Iteration wird nach x Iterationsschritten abgebrochen, sobald die mittlere relative Abweichung der TEC-Messungen TEC_j von den gemäß Gleichung (6.16) nach x Iterationsschritten aus der Voxel-Struktur bestimmten TEC-Werten TEC_j^x kleiner als 1 % wird.

Weiterhin erfolgt, wie bereits in Kapitel 6.2.2 beschrieben und begründet, nach jedem Iterationsschritt eine gegenseitige Beeinflussung der entlang der Strahlenwege modifizierten Voxel. Als Grenzwert für das Produkt der drei Glockenkurven $G_\Lambda G_\Phi G_L$ wird hier $S_G = 0,1$ verwendet. Die Parameter σ_i der Glockenkurven werden dabei nicht konstant gehalten, sondern klingen während des Iterationsprozesses exponentiell ab, d.h. zu Beginn der Assimilation erfolgt die gegenseitige Beeinflussung der von TEC-Messungen durchquerten Voxel über deutlich größere Distanzen hinweg als zum Ende der Assimilation. Der Grund für diese Verfahrensweise liegt einerseits in dem Wunsch, zu Beginn der Assimilation möglichst viele Berührungspunkte zwischen den verschiedenen TEC-Messungen zu erzeugen, um den Grad der Unterbestimmtheit des zu lösenden Gleichungssystems einzuengen. Andererseits soll zum Ende der iterativen Assimilation eine gute Übereinstimmung zwischen TEC_j und TEC_j^x erreicht werden. Dies kann jedoch bei relativ großen σ_i , wie sich in der Praxis gezeigt hat, unter Umständen problematisch sein: Es kommt zwar, wie zu erwarten ist, immer zu einer Konvergenz von Δ_{TEC}^m . Allerdings konvergiert diese Größe in einigen Fällen nicht gegen Null, sondern gegen einen höheren Wert, der dabei aber im Allgemeinen unterhalb von 0,1 liegt. Durch die Verkleinerung der σ_i -Werte kann dieser Effekt während der iterativen Assimilation weitgehend ausgeschlossen und das angestrebte Abbruchkriterium von $\Delta_{\text{TEC}}^m = 0,01$ erreicht werden. Die Verminderung der σ_i -Werte erfolgt aus praktischen Gründen unter Beobachtung des Konvergenzverhaltens von Δ_{TEC}^m während der iterativen Assimilation. Dabei werden die σ_i -Werte wie folgt berechnet:

$$\sigma_i = e^{-\frac{a}{2}} \sigma_{iB} \quad (6.24)$$

wobei der Wert a bei null beginnend jeweils um eins erhöht wird, sobald der Fall $(\Delta_{\text{TEC}}^{m-1} - \Delta_{\text{TEC}}^m) < 5/10^4$ eintritt. Mit σ_{iB} werden an dieser Stelle die Basis- σ_i -Werte bezeichnet. Diese betragen im einzelnen $\sigma_{\Lambda B} = 11,75$ und $\sigma_{LB} = 0,1$. Der Basiswert $\sigma_{\Phi B}$, welcher die Reichweite der Beeinflussung in meridionaler Richtung bestimmt, ist nicht konstant, sondern wird in Abhängigkeit zur gekrümmten Breitenlinie Φ_L (siehe Gleichung (6.6)) und zur äquatorialen Schalen-Höhe H_A (siehe Gleichung (6.14)) gestellt. Der Grund für die Wahl einer Breiten- und Höhenabhängigkeit von $\sigma_{\Phi B}$ liegt in den bereits erwähnten zu erwartenden Gradienten der Elektronendichte entlang der Schalen in meridionaler Richtung. Im Bereich der Ionosphäre (bis etwa 1000 km Höhe) wird dabei keine Breitenabhängigkeit des Gradienten entlang der Schalen der Voxel-Struktur angenommen. In plasmasphärischen Höhen ist diese jedoch zu erwarten: Im äquatorialen Bereich, wo die Schalen der Voxel-Struktur den Dipolfeldlinien folgen, ist von sehr geringen meridionalen Gradienten der Elektronendichte entlang der Schalen auszugehen, während die Schalen zu den Polen hin die Plasmopause (siehe Abb. 2.5) durchqueren und sich schließlich außerhalb der Plasmasphäre befinden, so dass hier mit erhöhten Gradienten zu rechnen ist. Weiterhin kann davon ausgegangen werden, dass die meridionalen Gradienten entlang der

Schalen im Bereich der Ionosphäre größer sind als im Bereich der Plasmasphäre. In den polaren Bereichen jenseits der Plasmopause ist dagegen eine Höhenabhängigkeit des meridionalen Gradienten in dieser Form nicht zu erwarten. Die Breiten- und Höhenabhängigkeit von σ_{Φ_B} wird gemäß der zu erwartenden Elektronendichtegradienten wie folgt umgesetzt, wobei $\sigma_{\Phi_{B1}} = 14$ den Basiswert zur Bildung von σ_{Φ_B} darstellt:

$$H_A < 1000 \text{ km, unabhängig von } \Phi_L: \quad \sigma_{\Phi_B} = \frac{1}{3} \sigma_{\Phi_{B1}}$$

$$|\Phi_L| > 70^\circ, \text{ unabhängig von } H_A: \quad \sigma_{\Phi_B} = \frac{1}{3} \sigma_{\Phi_{B1}}$$

$$1000 \text{ km} \leq H_A \leq 1500 \text{ km und } 50^\circ \leq |\Phi_L| \leq 70^\circ:$$

$$\sigma_{\Phi_B} = \sigma_{\Phi_{B1}} \frac{\left(\frac{1}{750} H_A - 1 \right) \left(\frac{8}{3} - \frac{1}{30} \Phi_L \right)}{\left(\frac{1}{15000} \Phi_L - \frac{1}{300} \right) H_A - \frac{1}{10} \Phi_L + 6} \quad (6.25)$$

$$1000 \text{ km} \leq H_A \leq 1500 \text{ km und } |\Phi_L| < 50^\circ: \quad \sigma_{\Phi_B} = \sigma_{\Phi_{B1}} \left(\frac{1}{750} H_A - 1 \right)$$

$$H_A > 1500 \text{ km und } 50^\circ \leq |\Phi_L| \leq 70^\circ: \quad \sigma_{\Phi_B} = \sigma_{\Phi_{B1}} \left(\frac{8}{3} - \frac{1}{30} \Phi_L \right)$$

$$H_A > 1500 \text{ km und } |\Phi_L| < 50^\circ: \quad \sigma_{\Phi_B} = \sigma_{\Phi_{B1}}$$

Der Höhenbereich mit $1000 \text{ km} \leq H_A \leq 1500 \text{ km}$ wird dabei als Übergangszone zwischen Ionosphäre und Plasmasphäre in vertikaler Richtung betrachtet, während die Lage der Plasmopause bzw. des Übergangs zwischen Plasmasphäre und polaren Zonen in den Breitenbereichen mit $50^\circ \leq |\Phi_L| \leq 70^\circ$ angenommen wird. Wie die Gleichungen (6.25) erkennen lassen, verändert sich σ_{Φ_B} in diesen Übergangsbereichen linear in Abhängigkeit von H_A bzw. Φ_L .

Zu Beginn der iterativen Assimilation ($a = 0$ in Gleichung (6.24)) ergeben sich für ein von einer TEC-Messung durchquertes Voxel bei Verwendung der genannten σ_{iB} -Werte und des Grenzwertes $S_G = 0,1$ folgende maximale Distanzwerte (siehe Gleichung (6.21)), welche die maximale Einflussweite des Voxels in die jeweilige Richtung charakterisieren: $d_{\Lambda_{\max}} = 25$, $d_{\Phi_{\max}} = 30$ (für $\sigma_{\Phi_B} = \sigma_{\Phi_{B1}}$) und $d_{L_{\max}} = 0$. Der Wert $d_{\Phi_{\max}}$ variiert dabei gemäß der durch die Gleichungen (6.25) gegebenen Beziehungen zwischen 10 und 30. Wie $d_{L_{\max}} = 0$ zeigt, werden bei der gegenseitigen Beeinflussung der entlang der Strahlenwege modifizierten Voxel in vertikaler Richtung keinerlei Einflüsse angenommen. Aufgrund der zu erwartenden hohen vertikalen Gradienten der Elektronendichte wäre die Einflussweite in vertikaler Richtung ohnehin auf wenige Nachbar-Voxel zu beschränken. In der Praxis hat sich gezeigt, dass die Verwendung einer solchen vertikalen Einflussweite das Assimilationsergebnis nicht nennenswert beeinflusst, wohl aber zu einer spürbaren Erhöhung der benötigten Rechenzeit führt.

Wie bereits erwähnt, konvergiert Δ_{TEC}^m für das hier beschriebene iterative Assimilationsverfahren im Allgemeinen sicher gegen null bzw. einen Wert unterhalb des verwendeten Δ_{TEC}^m -Abbruchwertes von 0,01. Dabei wird der genannte Abbruchwert typischerweise nach ca. 30 bis 40 Iterationsschritten erreicht. In Einzelfällen kann es aber auftreten, dass Δ_{TEC}^m nur langsam bzw. gegen einen Wert oberhalb des gesetzten Abbruchwertes konvergiert. Um die Iteration in solchen Fällen nicht endlos fortzuführen, wird die Assimilation nach spätestens 50 Iterationsschritten abgebrochen. Der erreichte Δ_{TEC}^{50} -Wert liegt dann im

Allgemeinen unterhalb von 0,05, d.h. die mittlere relative Abweichung der zu assimilierenden TEC-Messungen von den nach 50 Iterationsschritten aus der Voxel-Struktur bestimmten TEC-Werten ist selbst in diesen Fällen im Allgemeinen kleiner als 5%.

Nach Abschluss der iterativen Assimilation der TEC-Messungen in die Voxel-Struktur erfolgt als letzter Schritt des verwendeten Assimilationsverfahrens (siehe Abb. 6.4) die in Kapitel 6.2.2 beschriebene gewichtete Einflussnahme aller von TEC-Messungen durchquerten Voxel auf deren Umgebung. Diese wird nur ein einziges Mal durchgeführt und erfasst im Gegensatz zur gegenseitigen Beeinflussung der modifizierten Voxel während der iterativen Assimilation auch solche Voxel, die nicht von einer TEC-Messung durchquert werden und daher bis zu diesem Zeitpunkt noch die unveränderte Modellannahme enthalten. Als Schwellwert für das Produkt der drei Glockenkurven wird wie während der iterativen Assimilation $S_G = 0,1$ verwendet. Die verwendeten σ_T -Werte entsprechen mit Ausnahme von σ_L den während der iterativen Assimilation verwendeten Basiswerten σ_{iB} . Damit sind die maximalen Einflussweiten in die verschiedenen Richtungen also äquivalent zu den bereits aufgeführten Werten $d_{\Lambda\max}$ und $d_{\Phi\max}$. Um auch eine schwache Einflussnahme in vertikaler Richtung zuzulassen, wird hier ein σ_L -Wert von 1,4 verwendet. Damit ergibt sich ein maximaler Distanzwert in vertikaler Richtung (direkt oberhalb und unterhalb des beeinflussenden Voxels) von $d_{L\max} = 3$.

Abschließend ist anzumerken, dass alle zur Umsetzung des beschriebenen Assimilationsverfahrens festzulegenden Parameter und Schwellwerte sowie die Gleichungen (6.24) und (6.25) im konkreten Umgang mit den CHAMP-Daten bestimmt wurden und folglich Erfahrungswerte darstellen. Die verschiedenen Parameter bzw. Gleichungen stehen dabei in enger Beziehung zueinander. Daher bietet die konkrete Umsetzung des Assimilationsverfahrens eine Vielzahl von Kombinations- bzw. Einstellungsmöglichkeiten der verschiedenen Parameter, die das Assimilationsergebnis auf die unterschiedlichste Weise beeinflussen können. Der Grund für diese Variationsmöglichkeiten des Assimilationsergebnisses in Abhängigkeit von den verschiedenen Parametern des Verfahrens liegt dabei in der Unterbestimmtheit des zu lösenden Gleichungssystems. Durch die Wahl einer bestimmten Parameterkombination wird die Menge der möglichen Lösungen auf eine bestimmte Weise eingeengt und schließlich eine bestimmte Lösung ausgewählt. Die Wahl der hier vorgestellten Kombination von Parametern und Gleichungen erfolgte unter Berücksichtigung von Validierungsergebnissen mit den in-situ-Messungen der Elektronendichte durch die Langmuir-Sonde an Bord von CHAMP (siehe Kapitel 7.2.1). Damit wird sichergestellt, dass durch das verwendete Assimilationsverfahren eine Lösung ausgewählt wird, die zumindest entlang der CHAMP-Flugbahn möglichst gut mit der tatsächlichen Elektronendichteverteilung übereinstimmt. Die gewählte Kombination von Parametern und Gleichungen ist dabei als eine Möglichkeit zu sehen, die zu einer vergleichsweise guten Übereinstimmung mit den Validierungsdaten führt. Es ist jedoch nicht auszuschließen, dass weitere Kombinationen existieren, die eine vergleichbare Lösung des unterbestimmten Gleichungssystems gewährleisten.