

Kapitel 3

Numerische Simulationen der Energietransferdynamik

Nach den Ausführungen in Kapitel 2 steht fest, daß es möglich ist, eine oder sogar diverse lokalisierte energetische Anregungen des Doppelstrangs zu finden, die im zeitlichen Verlauf ihren lokalisierten Charakter beibehalten. Hat man über den Weg der Abbildungstheorie und der Melnikovmethode eine solche Anfangskonfiguration gefunden, so steht eine solitonartige Struktur zur Verfügung, mit der Energie in einem bestimmten Raumbereich des Doppelstrangsystems lokal gespeichert werden kann (siehe dazu auch Abschnitt 3.6). Das “gepinnte” Soliton bzw. die Breatherlösungen sammeln die in das System eingespeiste Energie an einigen wenigen Kettenplätzen. Gelingt es, durch aufgeprägte Oszillationen Phasenterme in die Anregung mit einzuschließen, so ist es möglich, die gespeicherte Energie innerhalb des Systems an andere Orte zu transferieren. Mit anderen Worten, es können Donator-Akzeptor-Systeme realisiert werden, bei denen eine energetische Anregung von einer beliebigen Stelle des Systems in Form eines lokalisierten Energietransports an einen beliebigen anderen Ort des Systems übertragen wird.

Besteht das System aus einer einzelnen homogenen Kette, so stellt der Energietransfer kein größeres Problem dar, vielmehr besteht die eigentliche Schwierigkeit im Auffinden einer, in der Zeitentwicklung dispersionslosen Anfangskonfiguration (siehe Kapitel 2).

Komplizierter verhält es sich mit der Transfersituation, wenn mehrere Ketten aneinander gekoppelt sind. Anregungsenergie von einer Kette auf eine andere zu übertragen und dabei die Verluste so gering wie nur eben möglich zu halten, stellt ganz besondere Bedingungen an die Beschaffenheit der Kopplung der Ketten. Es wird

sich zeigen (Abschnitte 3.2 und 3.3), daß insbesondere die räumliche Verteilung der Kopplungsstärke bei diesen Überlegungen von Bedeutung ist.

Wird die in Abschnitt 2.3.3. berechnete Anfangskonfiguration zusätzlich mit dem Exponentialterm des Solitons (2.21) ausgestattet, ist es der solitonartigen Struktur möglich, eine gerichtete Bewegung über das Kettensystem auszuführen. Der Phasenterm liefert in diesem Fall genügend Energie, um das Pinning-Potential zu überwinden. Die Bewegung entlang der Kette wird durch die ‐Pinning-Energie‐ verhindert. Sie ist eine Folge der Nichtlinearität und des diskreten Charakters des Systems. Je größer die Nichtlinearität des Systems ist, umso größer ist der Drang zur Lokalisation. Für eine Bewegung über die Kette muß dieses Bestreben des Systems, welches zwar einerseits zur Forminvarianz der solitonartigen Struktur, andererseits aber auch zum Fixieren des Solitons führt, zumindest teilweise überwunden werden. Diese effektiven Potentialbarrieren sind als Peierls-Nabarro-Barrieren bekannt.

Je nachdem ob die Energie hauptsächlich an einem oder an zwei Kettenplätzen lokalisiert ist, unterscheidet man zwei Verteilungstypen (*odd* und *even*). Beide stabilen Verteilungsformen haben bei nichtintegrablen Systemen nicht zwangsläufig die gleiche Energie.

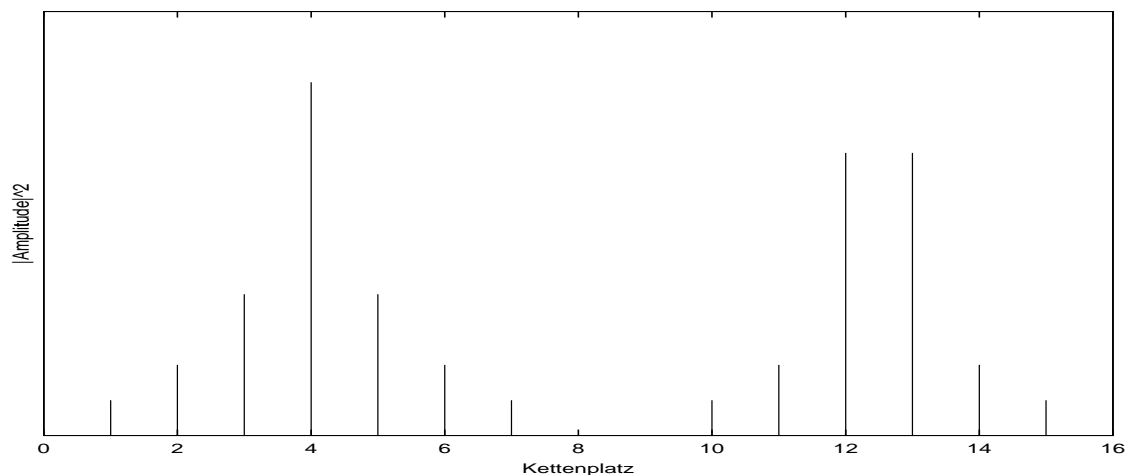


Abbildung 3-1: Skizze von *Odd* und *Even*-Site Amplitudenkonfigurationen. Beide Formen haben eine hohe Stabilität und werden bei der Bewegung über das Kettensystem bei zeitdiskreter (stroboskopischer) Beobachtung ständig abwechselnd angenommen. Die Energiedifferenz zwischen beiden Zuständen ist die Peierls-Nabarro-Barriere $E_{odd} - E_{even}$. Wird sie überwunden, kann die solitonartige Struktur eine Bewegung über das diskrete Gitter ausführen. Die Energiedifferenz ist eine Folge der Diskretheit des Systems.

Die Peierls-Nabarro-Barrieren müssen überwunden werden, wenn eine Translation des Solitons entlang der Kette stattfinden soll. Dies kann z. B. durch Verbreiterung der Verteilung der Anregungsenergie und der damit verbundenen Verkleinerung der Energiedifferenz $E_{odd} - E_{even}$ zweier stabiler Verteilungen der Oszillatoramplituden erreicht werden.

Beide Amplitudenprofile können durch Iterationen eines homoklinen Orbits erzeugt werden.

Zur weitergehenden Beschreibung dieses Phänomens und des unter Umständen recht komplizierten Zusammenhangs zwischen Nichtlinearität, Diskretheit und effektiven Potentialen, wird auf die einschlägige Literatur verwiesen [28].

Die aufgeprägte Phasenmodulation hat eine Driftgeschwindigkeit zur Folge, die auf einen Nachbarplatz, der durch das Vorzeichen von C bestimmt wird, gerichtet ist. Daraus resultiert eine gerichtete Ortsänderung entlang der Kette und die solitonartige Struktur bewegt sich über das Kettensystem (Abbildung 3-2).

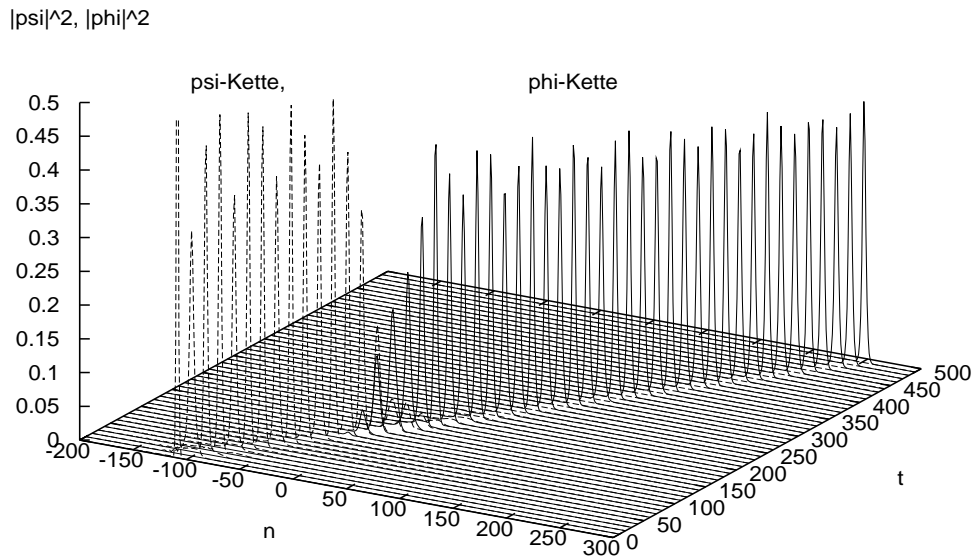


Abbildung 3-2: Die mit Hilfe des homoklinen Orbits berechnete, solitonartige Anfangskonfiguration der ψ -Kette kann sich durch eine aufgeprägte Phasendrift über die Kette bewegen. In der Abbildung ist die Amplitudenentwicklung für beide Kettenstränge dargestellt (ψ -Kette

gestrichelt, ϕ -Kette liniert). Mit einer geeigneten Kopplung zwischen ψ - und ϕ -Kette (hier an den Kettenplätzen $n = -6$ bis 6 mit $\kappa = 0.1$) ist es möglich, nahezu die gesamte Anregungsenergie von einem Strang auf den anderen zu übertragen.

Wählt man einen bestimmten Kopplungstyp, der ψ - und ϕ -Kette miteinander verbindet, so ist durch die Forminvarianz der lokalisierten Struktur ein Energietransport von den angeregten Plätzen (Donatorgebiet) auf die Nachbarkette zum Akzeptor möglich. Dabei gehen nur ca. zehn Prozent der Anregungsenergie durch phononische Prozesse verloren. Die Suche nach einem geeigneten Kopplungstyp, der den Energietransfer mit hoher Ausbeute (siehe Abbildung 3-3) zur Nachbarkette ermöglicht, ist Gegenstand der folgenden Abschnitte.

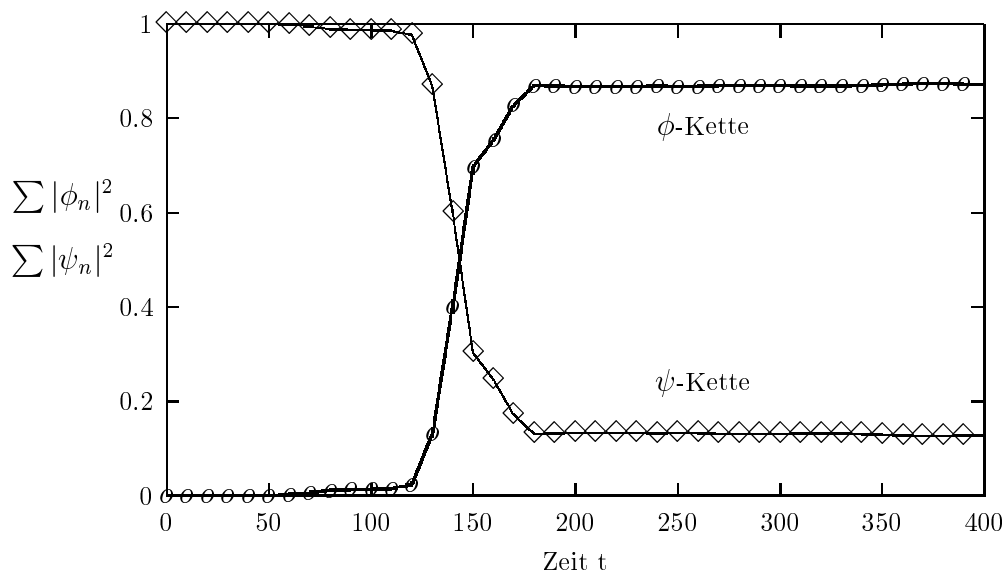


Abbildung 3-3: Summe der Amplitudenquadrate der Anregungsenergieverteilung auf der ψ - und ϕ -Kette in der zeitlichen Entwicklung.

3.1 Zusammenhängende Kopplungsgebiete mit konstanter Kopplungsstärke κ_0

Ausgangspunkt der Betrachtungen soll zunächst das in Abschnitt 1.1.1 eingeführte und in Abbildung (3.1-1) skizzierte Doppelstrangsystem sein.

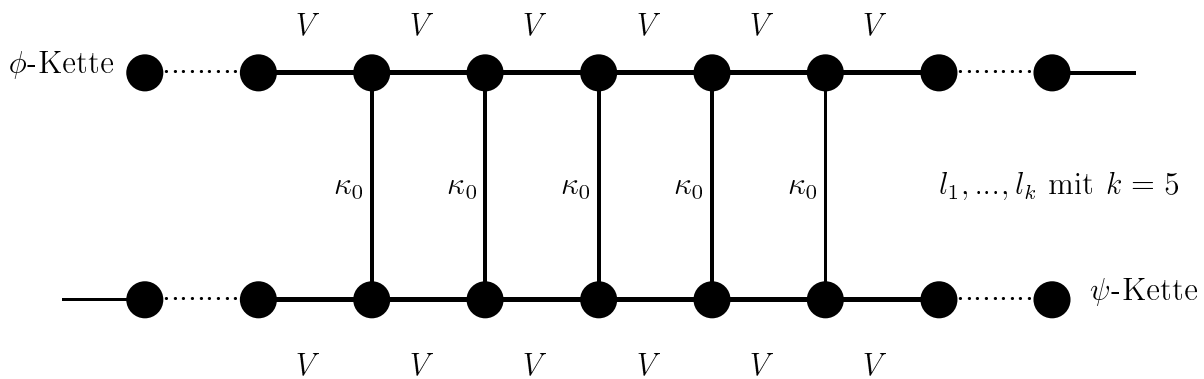


Abbildung 3.1-1: Vereinfachtes Doppelstrangsystem.

Um die Fragestellung nicht unnötig zu verkomplizieren, ist es bei der großen Anzahl von Systemparametern (V^ψ , V^ϕ , γ_ψ , γ_ϕ , μ_ψ , μ_ϕ , E_n^ψ , E_n^ϕ , κ_n sowie sämtliche Donator- und Akzeptortermine) geboten, einige Vereinfachungen anzusetzen, da hier grundlegende, qualitative Transferphänomene im Vordergrund stehen sollen. Wenn eine bestimmte Wahl der Parameter neue Transfermechanismen zur Folge hat, so wird insbesondere in Kapitel 4 darauf eingegangen.

3.1.1 Die Bewegungsgleichungen

Das in Abbildung (3.1-1) dargestellte System soll zunächst aus zwei identischen Ketten bestehen, wobei die Donator- und Akzeptorglieder, wie in Kapitel 2, zur Vereinfachung ohne das System allzu sehr einzuschränken unberücksichtigt bleiben, da ja die Transferdynamik im Mittelpunkt steht und deshalb eine geeignete Anregungsform als gegeben vorausgesetzt werden kann.

Damit vereinfacht sich (1.6) zu folgender Hamiltonfunktion einer DST-Doppelkette:

$$\begin{aligned}
H &= \sum_{n \in K} \left(E_n^\psi \psi_n^* \psi_n - V^\psi (\psi_n \psi_{n+1}^* + \psi_n^* \psi_{n+1}) - \frac{\gamma_\psi}{2} |\psi_n|^4 \right) \\
&\quad + \sum_{n \in K} \left(E_n^\phi \phi_n^* \phi_n - V^\phi (\phi_n \phi_{n+1}^* + \phi_n^* \phi_{n+1}) - \frac{\gamma_\phi}{2} |\phi_n|^4 \right) \\
&\quad - \kappa_0 \sum_{l \in L} (\psi_l^* \phi_l + \psi_l \phi_l^*).
\end{aligned}$$

Nehmen wir weiterhin an, daß nicht nur beide Ketten gleiche Modellsysteme der diskreten NLS sind, sondern auch sämtliche Kettenglieder gleiche Grundbausteine repräsentieren, so kann (gemäß Kapitel 2) auch die On-Site-Energie aus der Hamiltonfunktion eliminiert werden, die sich zu

$$\begin{aligned}
H &= - \sum_{n \in K} \left(V^\psi (\psi_n \psi_{n+1}^* + \psi_n^* \psi_{n+1}) + \frac{\gamma_\psi}{2} |\psi_n|^4 \right) \\
&\quad - \sum_{n \in K} \left(V^\phi (\phi_n \phi_{n+1}^* + \phi_n^* \phi_{n+1}) + \frac{\gamma_\phi}{2} |\phi_n|^4 \right) \\
&\quad - \kappa_0 \sum_{l \in L} (\psi_l^* \phi_l + \psi_l \phi_l^*)
\end{aligned} \tag{3.1}$$

vereinfacht. Daraus folgt das System der Bewegungsgleichungen für ($n = l$):

$$\begin{aligned}
i\dot{\psi}_n &= -V^\psi (\psi_{n+1} + \psi_{n-1}) - \gamma |\psi_n|^2 \psi_n - \kappa_0 \phi_n, \\
i\dot{\phi}_n &= -V^\phi (\phi_{n+1} + \phi_{n-1}) - \gamma |\phi_n|^2 \phi_n - \kappa_0 \psi_n.
\end{aligned} \tag{3.2}$$

Für den Fall ($n \neq l$) sind die Ketten entkoppelt:

$$\begin{aligned}
i\dot{\psi}_n &= -V^\psi (\psi_{n+1} + \psi_{n-1}) - \gamma |\psi_n|^2 \psi_n, \\
i\dot{\phi}_n &= -V^\phi (\phi_{n+1} + \phi_{n-1}) - \gamma |\phi_n|^2 \phi_n.
\end{aligned} \tag{3.3}$$

Entsprechende Vereinfachungen des GDNLS- bzw. AL-Doppelkettensystems führen auf folgende Bewegungsgleichungen im Kopplungsgebiet ($n = l$).

AL-System:

$$\begin{aligned}
 i\dot{\psi}_n &= -V^\psi(1 + \mu|\psi_n|^2)(\psi_{n+1} + \psi_{n-1}) \\
 &\quad -\kappa(1 + \mu|\psi_n|^2)\phi_n, \\
 i\dot{\phi}_n &= -V^\phi(1 + \mu|\phi_n|^2)(\phi_{n+1} + \phi_{n-1}) \\
 &\quad -\kappa(1 + \mu|\phi_n|^2)\psi_n.
 \end{aligned}
 \tag{3.4}$$

GDNLS-System:

$$\begin{aligned}
 i\dot{\psi}_n &= -V^\psi(1 + \mu|\psi_n|^2)(\psi_{n+1} + \psi_{n-1}) \\
 &\quad -\gamma|\psi_n|^2\psi_n - \kappa(1 + \mu|\psi_n|^2)\phi_n, \\
 i\dot{\phi}_n &= -V^\phi(1 + \mu|\phi_n|^2)(\phi_{n+1} + \phi_{n-1}) \\
 &\quad -\gamma|\phi_n|^2\phi_n - \kappa(1 + \mu|\phi_n|^2)\psi_n.
 \end{aligned}
 \tag{3.5}$$

3.2 Numerische Simulation der Amplitudendynamik

Im Folgenden wird die zeitliche Entwicklung der Amplituden $\psi_n(t)$ und $\phi_n(t)$ für verschiedene Kettensysteme und unterschiedliche Kopplungskonfigurationen numerisch berechnet. Die Kopplung zwischen den Ketten soll zunächst aus einer bestimmten Anzahl von direkten Verbindungen gegenüberliegender Kettenglieder bestehen. Die Bindungen sind auf fortlaufenden Kettenplatznummern l_i bis l_j ($k = j - i$) plazierte. Das Gebiet, in dem eine Bindung zum Nachbarstrang existiert, soll also vorerst keine "Löcher" haben. Der Fall disjunkter Kopplungsfelder ist Gegenstand einer gesonderten Untersuchung in Abschnitt 3.3.1. Ferner hat die Kopplung überall den gleichen Parameterwert der Kopplungsstärke $\kappa = \text{const} = \kappa_0$.

Das soeben beschriebene, vereinfachte Doppelstrangsystem wird jetzt um den Kettenplatz $n_0 = -110$ mit einer Startkonfiguration angeregt, die gemäß Kapitel 2 über

einen homoklinen Orbit berechnet und mit einem Phasenterm versehen wurde. Die zeitliche Entwicklung des Systems ist für verschiedene Breiten des Kopplungsgebietes (dabei gilt jeweils $l_i = 10$) und unterschiedliche Kopplungsparameter κ_0 in den Abbildungen (3.2-1 bis 3.2-24) dargestellt. Zusätzlich zur Amplitudendynamik jeder Kette sind die Zeitentwicklungen der Anteile der Energie (H_1 , H_2 , H_{int}) auf jeder Kette als Energiebilanz aufgetragen. Damit läßt sich der Energietransfer quantitativ nachvollziehen. Jede Simulation eines speziellen Doppelkettensystems besteht somit jeweils aus drei Abbildungen und ist doppelseitig über eine Zeile zu lesen.

Die Simulationen basieren auf einem im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Fortranprogramm zur Integration nichtlinearer diskreter Schrödingergleichungen.

Die Randbedingungen sind offen.

GDNLS Simulation mit Startkonfiguration der Amplitudenverteilung gemäß einem homoklinen Orbit (Abbildungen 3.2-1 bis 3.2-17). Die Parameter sind:

$$\begin{aligned}\mu &= 1.5, \\ \omega &= 2.4, \\ V^\psi &= 0.8, \\ V^\phi &= 1, \\ C &= 0.4, \\ \delta &= 0, \\ \gamma &= 0.2.\end{aligned}$$

GDNLS Simulation einer Amplitudenverteilung gemäß einer Fitfunktion des homoklinen Orbits die mit Hilfe der exakten Alblowitz-Ladik Lösung bestimmt wurde. Die Parameter sind:

$$\begin{aligned}\mu &= 1, \\ \omega &= 2.4, \\ V^\psi &= 0.8, \\ V^\phi &= 1, \\ C &= 0.3, \\ \delta &= 0, \\ \gamma &= 0.2, \\ B &= 0.8.\end{aligned}$$

DST-Simulation einer Amplitudenverteilung gemäß einer modifizierten AL-Fitfunktion der GDNLS-Doppelkette. Die Parameter sind:

$$\begin{aligned}\mu &= 0.9, \\ \omega &= 2.4, \\ V^\psi &= 1, \\ V^\phi &= 1, \\ C &= 0.3, \\ \delta &= 0, \\ \gamma^\psi &= 1.1, \\ \gamma^\phi &= 1.5, \\ B &= 0.8.\end{aligned}$$

Eine Diskussion der Abbildungen vor dem Hintergrund der Frage nach maximalem Energietransfer schließt sich im nächsten Abschnitt an.

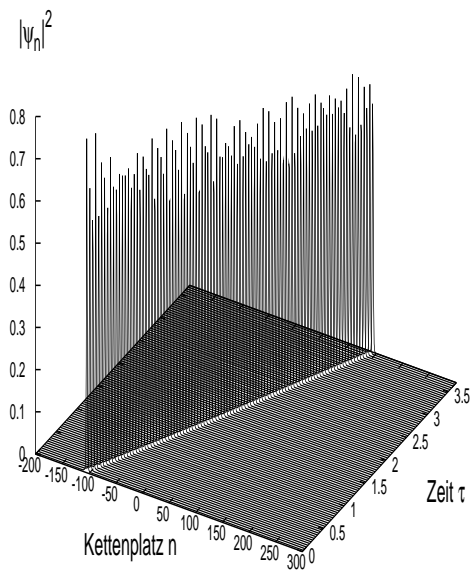


Abbildung 3.2-1: Zeitentwicklung der ψ -Kette mit Kopplungslänge $k = 1$ und $\kappa_0 = 0.1$.

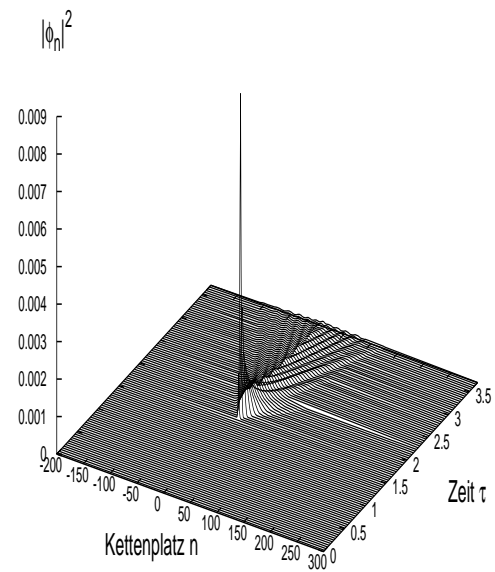


Abbildung 3.2-2: Zeitentwicklung der ϕ -Kette mit Kopplungslänge $k = 1$ und $\kappa_0 = 0.1$.

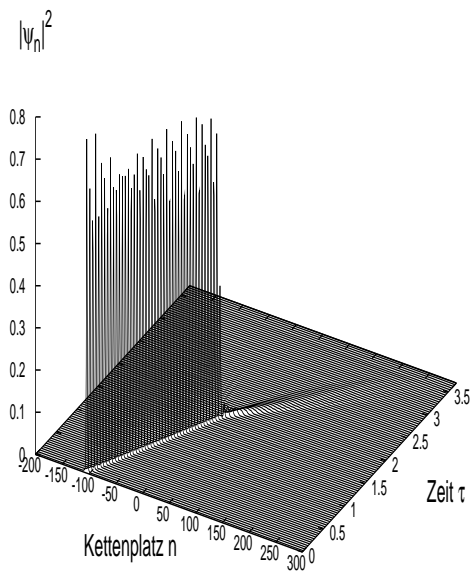


Abbildung 3.2-3: Zeitentwicklung der ψ -Kette mit Kopplungslänge $k = 5$ und $\kappa_0 = 0.3$.

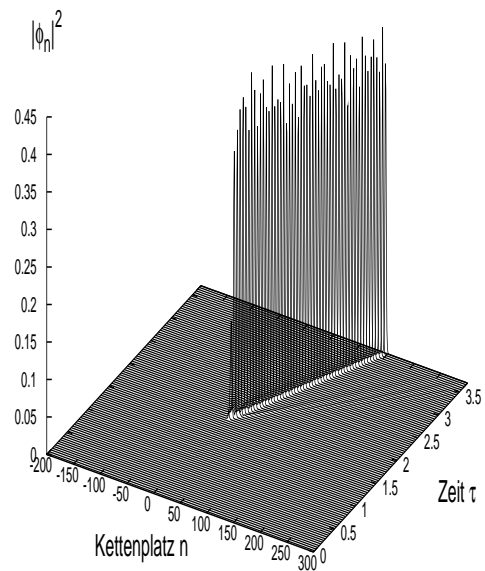


Abbildung 3.2-4: Zeitentwicklung der ϕ -Kette mit Kopplungslänge $k = 5$ und $\kappa_0 = 0.3$.

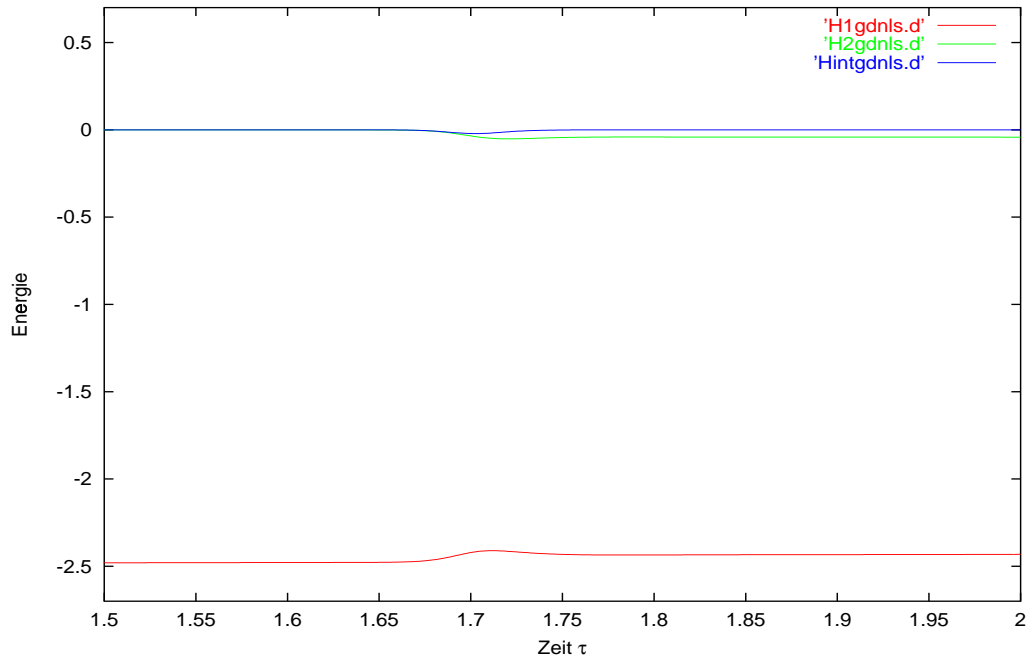


Abbildung 3.2-5: Zeitentwicklung der Energieanteile H_1 , H_2 und H_{int} für Kopplungslänge $k = 1$ und $\kappa_0 = 0.1$.

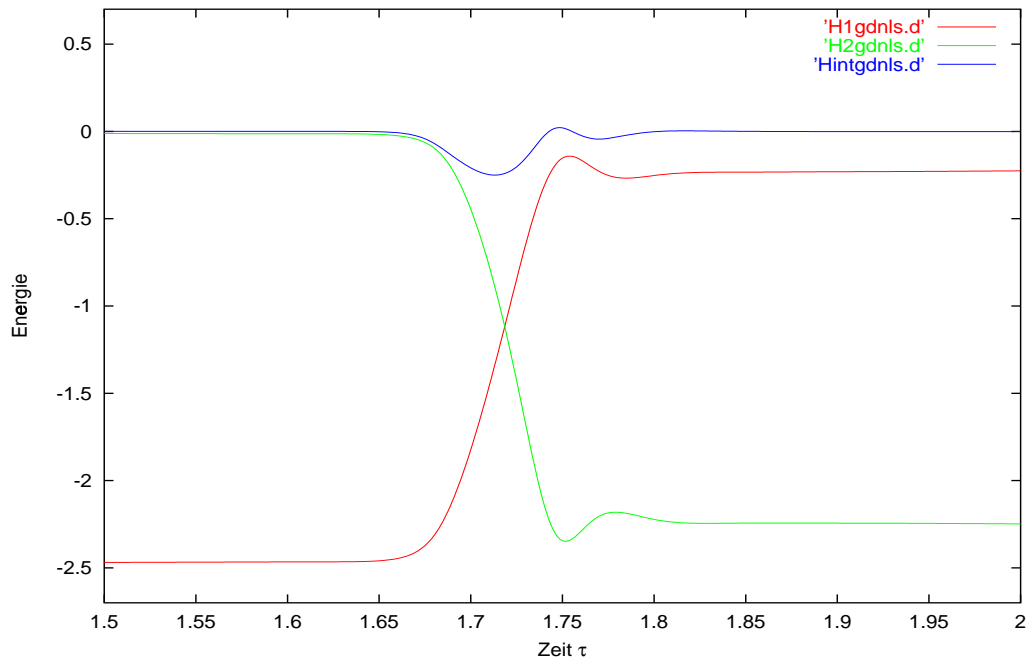


Abbildung 3.2-6: Zeitentwicklung der Energieanteile H_1 , H_2 und H_{int} für Kopplungslänge $k = 5$ und $\kappa_0 = 0.3$.

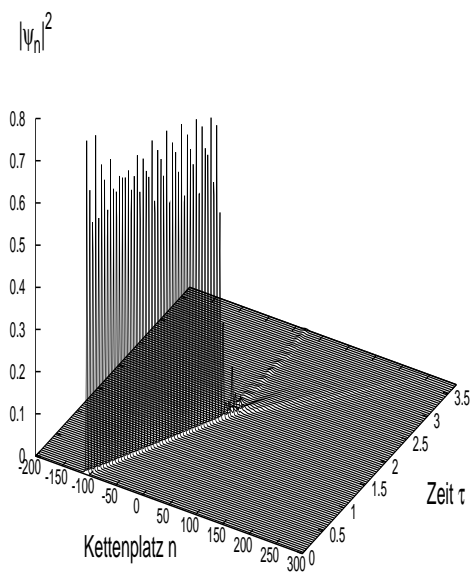


Abbildung 3.2-7: Zeitentwicklung der ψ -Kette mit Kopplungslänge $k = 20$ und $\kappa_0 = 0.2$.

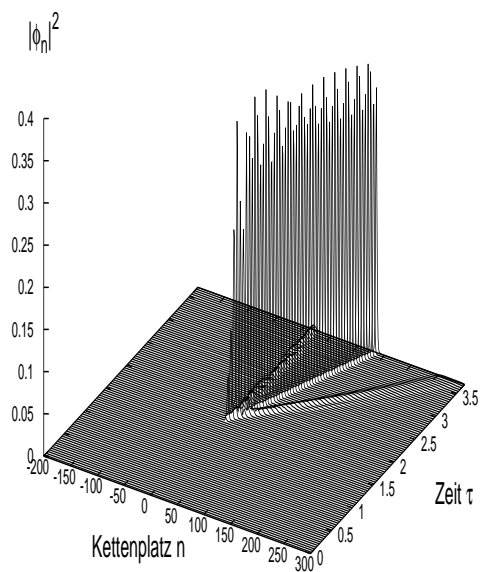


Abbildung 3.2-8: Zeitentwicklung der ϕ -Kette mit Kopplungslänge $k = 20$ und $\kappa_0 = 0.2$.

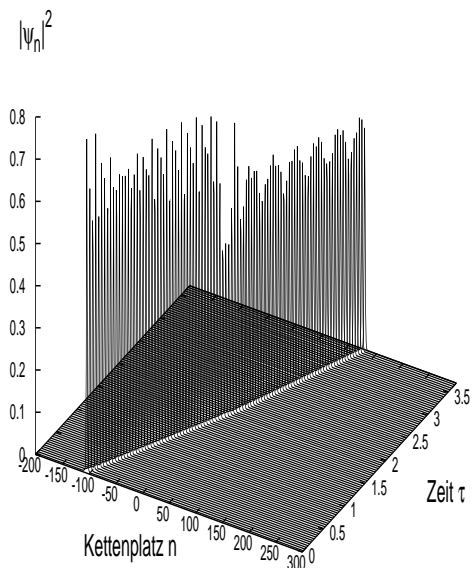


Abbildung 3.2-9: Zeitentwicklung der ψ -Kette mit Kopplungslänge $k = 20$ und $\kappa_0 = 0.15$.

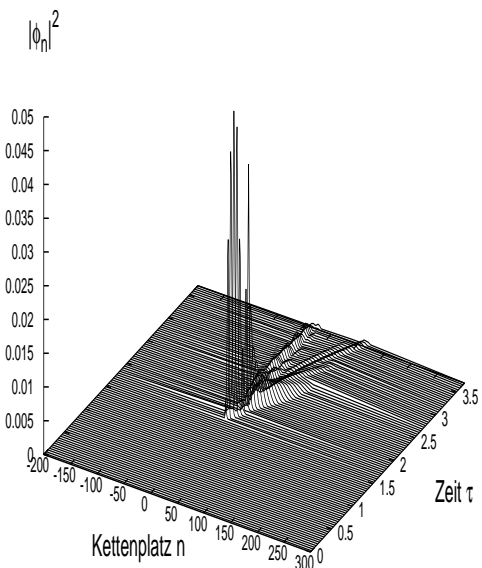


Abbildung 3.2-10: Zeitentwicklung der ϕ -Kette mit Kopplungslänge $k = 20$ und $\kappa_0 = 0.15$.

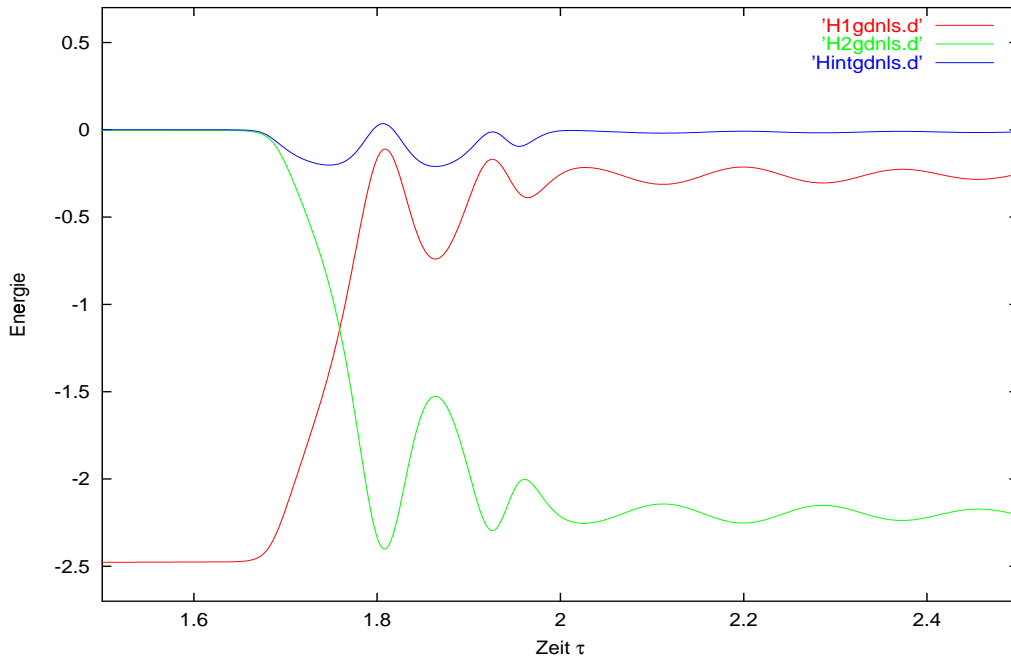


Abbildung 3.2-11: Zeitentwicklung der Energieanteile H_1 , H_2 und H_{int} für Kopplungslänge $k = 20$ und $\kappa_0 = 0.2$.

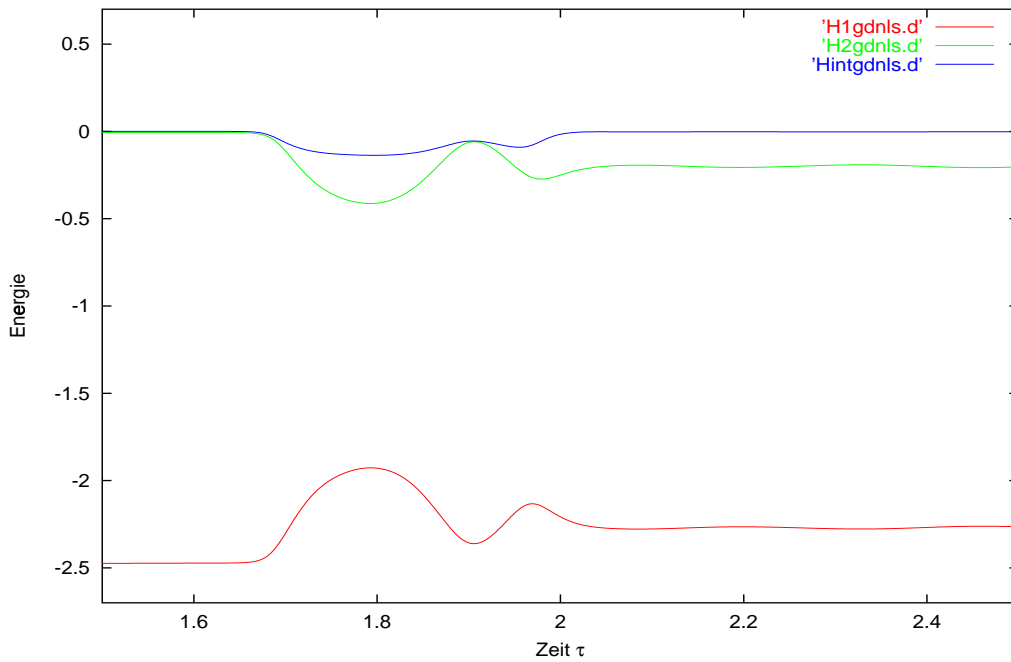


Abbildung 3.2-12: Zeitentwicklung der Energieanteile H_1 , H_2 und H_{int} für Kopplungslänge $k = 20$ und $\kappa_0 = 0.15$.

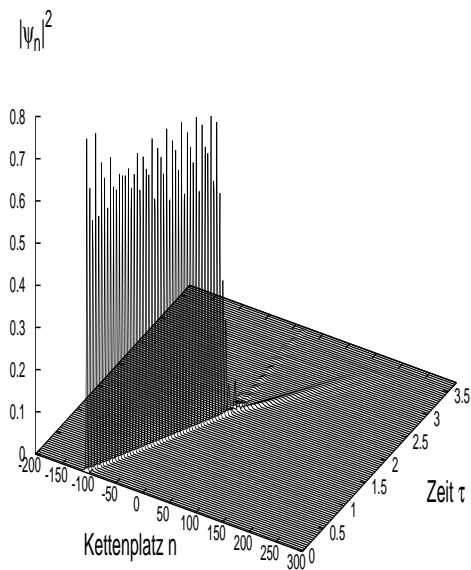


Abbildung 3.2-13: Zeitentwicklung der ψ -Kette mit Kopplungslänge $k = 20$ und $\kappa_0 = 0.17$.

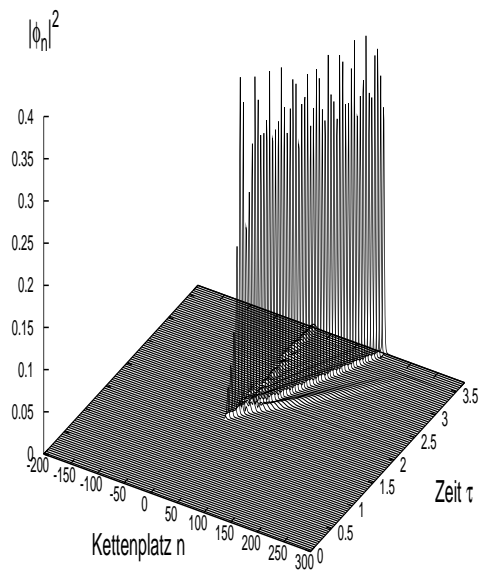


Abbildung 3.2-14: Zeitentwicklung der ϕ -Kette mit Kopplungslänge $k = 20$ und $\kappa_0 = 0.17$.

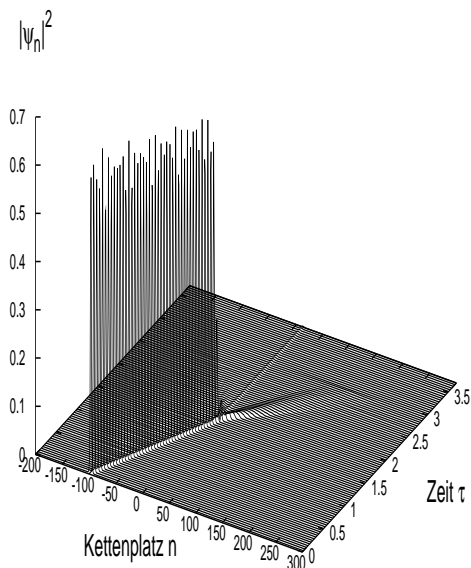


Abbildung 3.2-15: Zeitentwicklung der ψ -Kette mit Kopplungslänge $k = 5$ und $\kappa_0 = 0.3$. Anregung mit Fit-Funktion.

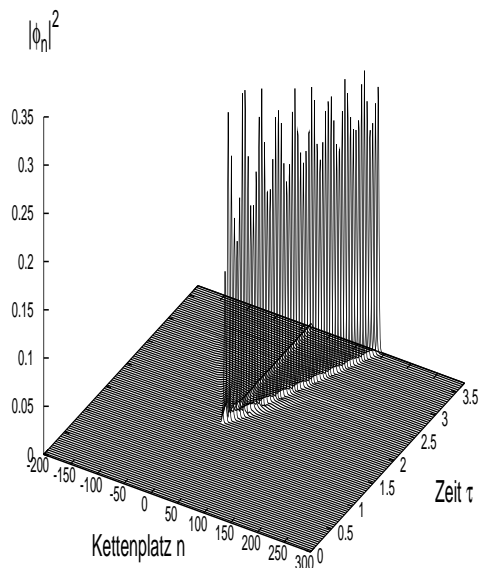


Abbildung 3.2-16: Zeitentwicklung der ϕ -Kette mit Kopplungslänge $k = 5$ und $\kappa_0 = 0.3$. Anregung mit Fit-Funktion.

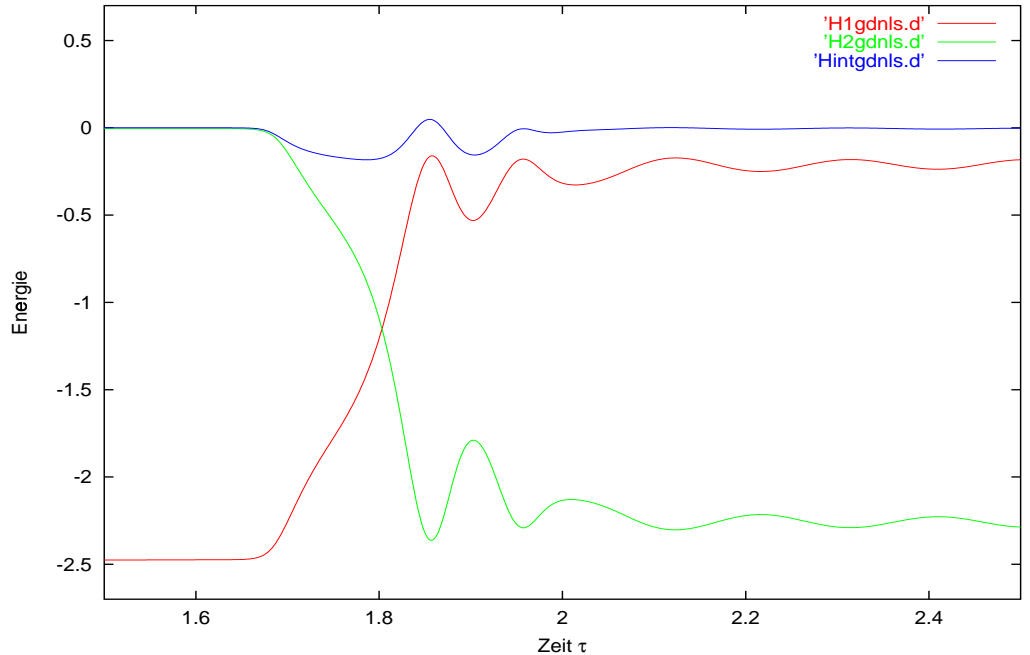


Abbildung 3.2-17: Zeitentwicklung der Energieanteile H_1 , H_2 und H_{int} für Kopplungslänge $k = 20$ und $\kappa_0 = 0.17$.

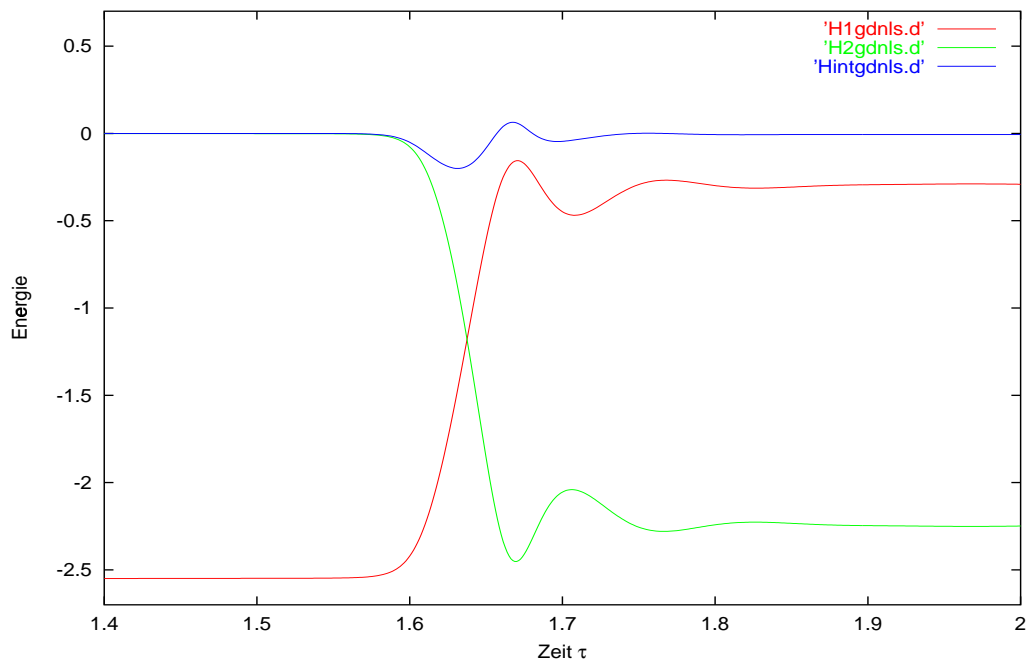


Abbildung 3.2-18: Zeitentwicklung der Energieanteile H_1 , H_2 und H_{int} für Kopplungslänge $k = 5$ und $\kappa_0 = 0.3$. Anregung mit Fit-Funktion.

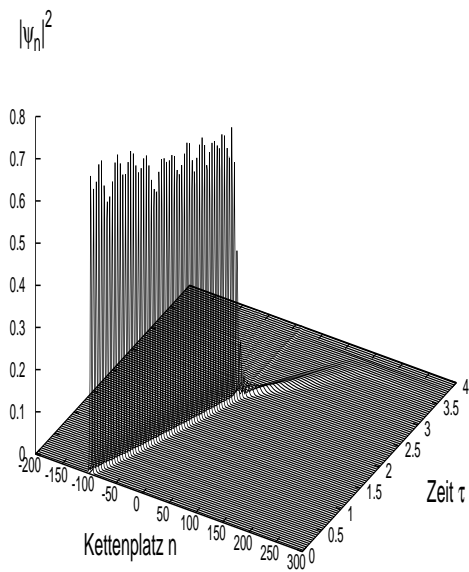


Abbildung 3.2-19: Zeitentwicklung der ψ -Kette mit Kopplungslänge $k = 5$ und $\kappa_0 = 0.22$. Hier: DST-Doppelkette.

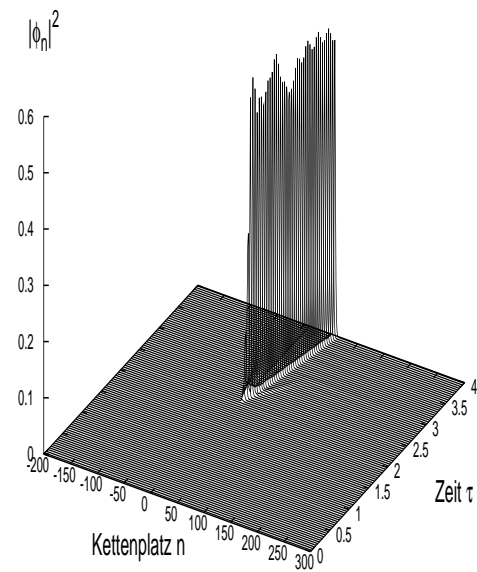


Abbildung 3.2-20: Zeitentwicklung der ϕ -Kette mit Kopplungslänge $k = 5$ und $\kappa_0 = 0.22$. Hier: DST-Doppelkette.

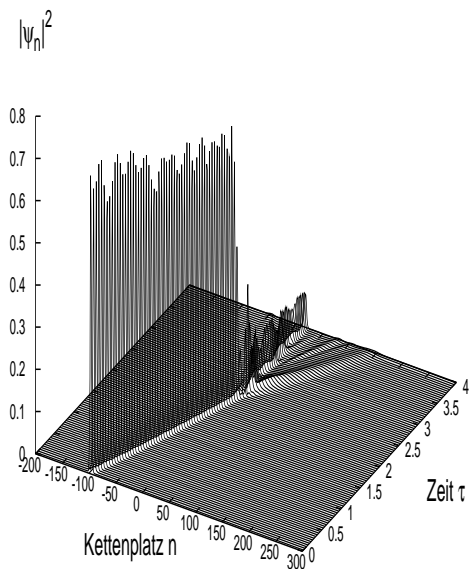


Abbildung 3.2-21: Zeitentwicklung der ψ -Kette mit Kopplungslänge $k = 10$ und $\kappa_0 = 0.22$. Hier: DST-Doppelkette.

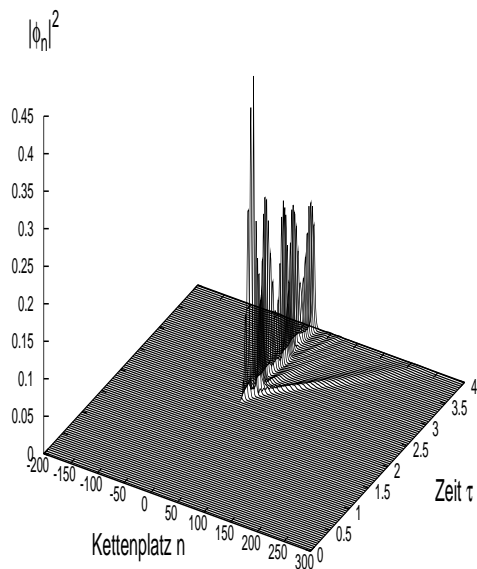


Abbildung 3.2-22: Zeitentwicklung der ϕ -Kette mit Kopplungslänge $k = 10$ und $\kappa_0 = 0.22$. Hier: DST-Doppelkette.

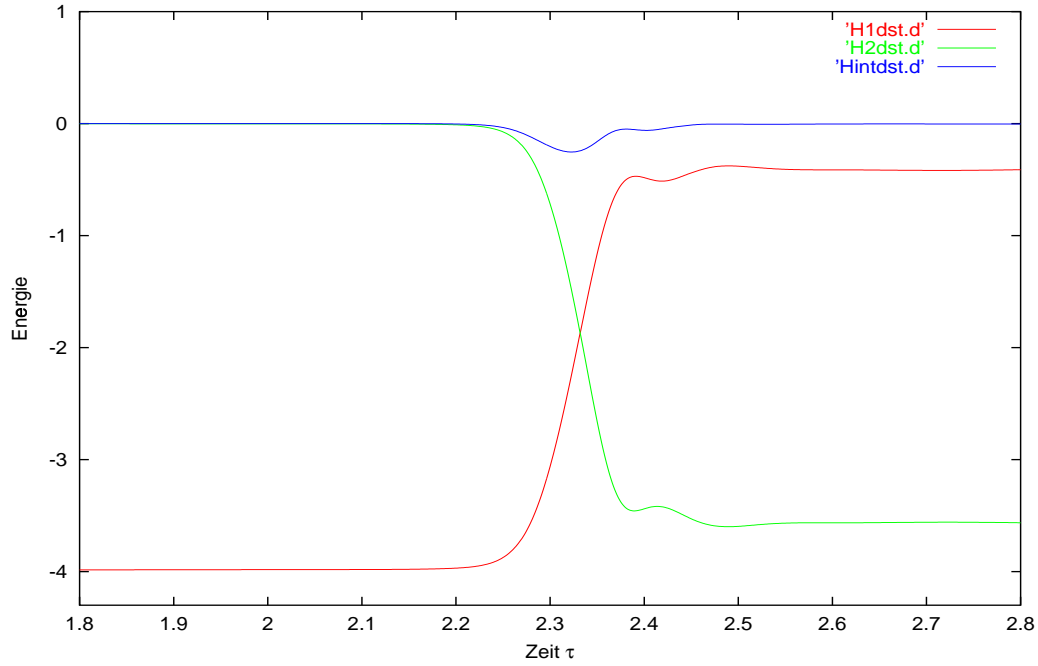


Abbildung 3.2-23: Zeitentwicklung der Energieanteile H_1 , H_2 und H_{int} für Kopplungslänge $k = 5$ und $\kappa_0 = 0.22$. Betrachtet wird hier ein DST-Doppelkettensystem.

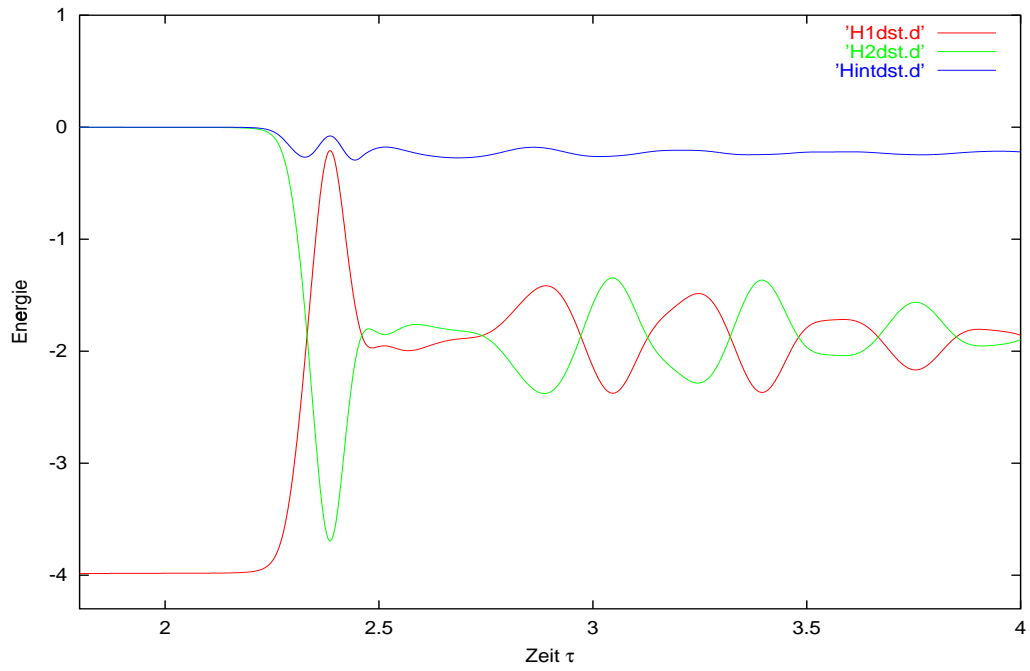


Abbildung 3.2-24: Zeitentwicklung der Energieanteile H_1 , H_2 und H_{int} für Kopplungslänge $k = 10$ und $\kappa_0 = 0.22$. Betrachtet wird hier ein DST-Doppelkettensystem.

3.3 Diskussion der numerischen Resultate

Bei Auswertung der Abbildungen (3.2-1 bis 3.2-24) zeigt sich eine Abhängigkeit des Energietransfers von der Anzahl der miteinander verbundenen Kettenglieder beider Ketten und der Kopplungsstärke. Für eine einzelne Kopplungsverbindung (Abbildungen 3.2-1, 3.2-2 und 3.2-5) ist so gut wie kein Energieübertrag zu erkennen. Dahingegen werden bei fünf Kopplungsverbindungen (Abbildungen 3.2-3, 3.2-4 und 3.2-6) und erhöhter Kopplungsstärke ($\kappa_0 = 0.3$) ca. 90 Prozent der Anregungsenergie vom ψ -Strang auf den ϕ -Strang übertragen. Dieses Kopplungsgebiet eignet sich offensichtlich besonders gut zur Energieübertragung auf einen möglichen Akzeptoranteil auf der ϕ -Kette.

Dabei hat sich die Form der solitonartigen Struktur kaum verändert. Die Amplitudenquadrate sind lediglich kleiner und breiter geworden haben, aber ihre signifikante *sech*-Form bleibt erhalten. Diese Struktur zeigt auch auf der ϕ -Kette hohe Stabilität.

Wählt man exakt zwanzig Kopplungen mit $\kappa_0 = 0.2$ (Abbildungen 3.2-7, 3.2-8 und 3.2-11), so erkennt man ebenfalls einen weit über achtzigprozentigen Energieübertrag. Die solitonartige Struktur behält ihre Form nahezu bei und setzt auf der ϕ -Kette ihre Bewegung fort. Ein kleiner Anteil ist entstanden, der im Kopplungsgebiet "gepinnt" bleibt und sich nicht weiter auf der ϕ -Kette bewegt.

Wird die Kopplungsstärke auf $\kappa_0 = 0.15$ vermindert (Abbildungen 3.2-9, 3.2-10 und 3.2-12), so verbleibt die Anregungsenergie fast vollständig auf dem ersten Kettenstrang. Eine nur geringfügige Vergrößerung der Kopplungsstärke auf $\kappa_0 = 0.16$ hat einen sprunghaften Anstieg der Energieübertragung auf wiederum fast neunzig Prozent zur Folge (Abbildungen 3.2-13, 3.2-14 und 3.2-17).

Wird die in Abschnitt 2.5 berechnete Fitfunktion als Ausgangskonfiguration der Amplitudensimulation gewählt und die Kettenparameter gemäß den Abbildungen 3.2-3, 3.2-4, 3.2-6 eingestellt, so ist eine ganz ähnliche Amplitudendynamik mit hohem Energietransfer zu beobachten (Abbildungen 3.2-15, 3.2-16 und 3.2-18).

Die Abbildungen 3.2-19 bis 3.2-24 zeigen Amplitudensimulationen einer DST-Doppelkette, die mit einer modifizierten AL-Fitfunktion des homoklinen Orbits der GDNLS-Doppelkette angeregt wird. Auch hier sind Parameterkonfigurationen zu finden, die den lokalisierten Energietransfer und einen hohen Energieaustausch zwischen den Ketten ermöglichen. Exemplarisch für großen Energietransfer stehen $k = 5$ und $\kappa_0 = 0.3$.

Vergrößert man das Kopplungsgebiet auf zehn Kettenglieder, so nimmt der Energietransfer wieder ab und die übertragene Energie bleibt zum überwiegenden Anteil im Kopplungsgebiet “gepinnt”, wo sie zwischen den Ketten oszilliert. Die lokalisierte Energie ist nicht mehr in der Lage, die Pinningenergie des Kopplungsgebietes zu überwinden und sich forminvariant auf der ϕ -Kette zu bewegen. Sie verbleibt ohne äußere Einflüsse für alle Zeiten im Kopplungsgebiet.

Dies ist ein bemerkenswertes Ergebnis: Um mit $\kappa_0 = 0.22$ einen beachtlichen Energietransfer zu realisieren, muß man das Kopplungsgebiet verkleinern.

Demnach muß eine geeignete Breite des Kopplungsgebietes zu jeder Größe der Kopplungsstärke κ_0 und damit zu jeder Größe der Kopplungsenergie gefunden werden, welche den Energieübertrag von der angeregten Kette zur Nachbarkette maximiert. Dies ist für alle Diskretisierungen der nichtlinearen Schrödingergleichung zu beobachten.

Eine unterschiedliche Wahl der ketteninternen Kopplungsparameter V^ϕ und V^ψ begünstigt bei dem GDNLS-System den Energietransfer, wobei dies beim DST-System nicht der Fall ist.

Im Folgenden soll die Frage nach dem maximierten Energietransfer von der ψ -Kette auf die ϕ -Kette analytisch vorbereitet werden, um sie in Kapitel 4 erneut ausführlich aufgreifen zu können.

In den Gebieten, in denen keine Kopplung zur Nachbarkette existiert ($l \neq n$), kann es keinen Transfer zur Nachbarkette geben. Dementsprechend wird sich die Gesamtenergie H_1 der angeregten ψ -Kette im Laufe der Zeit auch nicht verändern

$$\frac{dH_1}{dt} = 0,$$

wobei die Gesamtenergie als Summe der Energie der einzelnen Kettenstränge und der Kopplungsenergie gegeben ist:

$$H_{gesamt} = H_1 + H_2 + H_{int}.$$

Im Kopplungsgebiet hingegen ($n \in L$) findet ein Energieaustausch zwischen den Ketten statt. Wegen der Erhaltung der Gesamtenergie ist es ausreichend, die Änderung der Energie des angeregten Strangs zu untersuchen, da diese ja zwangsläufig auf dem anderen Strang zu finden sein muß. Sie ist durch

$$\frac{dH_1}{dt} = \{H_1, H_{gesamt}\} = \{H_1, H_{int}\},$$

$$\frac{dH_1}{dt} = \sum_{n \in L} \left(\frac{\partial H_1}{\partial \psi_n} \frac{\partial H_{Kopplung}}{\partial \psi_n^*} - \frac{\partial H_1}{\partial \psi_n^*} \frac{\partial H_{int}}{\partial \psi_n} \right)$$

gegeben. Einsetzen der Hamiltonfunktion liefert:

$$\frac{dH_1}{dt} = -2\kappa \sum_{n \in L} \text{Im} \left[(V (\psi_{n+1}^* + \psi_{n-1}^*) + \gamma |\psi_n|^2 \psi_n^*) \phi_n \right]. \quad (3.6)$$

Einzelheiten der expliziten Rechnung werden in Kapitel 4 gegeben. Um mit Hilfe von (3.6) die Größe des Energieaustausches berechnen zu können, ist es jedoch notwendig, die entsprechenden Amplitudenverteilungen $\psi_n(t)$ und $\phi_n(t)$ zu kennen, die sich bei der Transferdynamik einstellen. Bisher haben wir nur die Anfangskonfiguration der Amplitudenverteilung zum Zeitpunkt $t = 0$ über den homoklinen Orbit berechnet und somit die Werte $\psi(t = 0)$ und $\phi(t = 0)$ erhalten.

Die Form dieser Amplitudenverteilungen, die der homokline Orbit lieferte, hat uns unmittelbar auf den Begriff "solitonartig" geführt, da eine Ähnlichkeit mit der Form des bekannten Ablowitz-Ladik-Solitons unverkennbar ist. Daher lag es auf der Hand, das System probeweise mit Fitfunktionen anzuregen, die mit Hilfe der AL-Lösung gewonnen wurden (siehe Kapitel 2). Es zeigte sich, daß diese Anregung ebenfalls eine hohe Stabilität besitzt, wenngleich die Formerhaltung nicht völlig die der Anregungsform des homoklinen Orbits erreicht. Es scheint, als müsse das System das AL-Soliton durch die Tendenz zu innerer Selbstlokalisierung erst noch etwas "in Form bringen", nämlich in die stabile Form der Anfangskonfiguration, die man aufgrund des homoklinen Orbits erhält. Dabei geht dem AL-Soliton Energie verloren, die sich z. B. in Form von phononischer Energie durch das Kettensystem bewegt und deshalb nicht mehr dem Solitontransfer zuzuordnen ist.

Trotzdem bietet es sich an, die Energietransferuntersuchungen analytisch mit den AL-Fitfunktionen durchzuführen, da das AL-Soliton eine explizite Zeitentwicklung einer solitonartigen Struktur darstellt und deshalb einen formal-analytischen Zugang zur Energieaustauschberechnung zuläßt. In Kapitel 4 wird von einer gaußförmig verteilten Kopplungsstärke, die rechnerisch einfacher zu handhaben ist (siehe auch Simulationen in Abschnitt 3.4) Gebrauch gemacht.

3.3.1 Kopplungsfelder

Unter den in Kapitel 1 vorgestellten Kopplungstypen befand sich auch der Typ mit mehreren disjunkten Kopplungsgebieten:

$$\kappa(n) = \begin{cases} \kappa_l & \forall n \in \{l_1, \dots, l_{k_1}\} \subset \mathbb{Z} \\ \kappa_m & \forall n \in \{m_1, \dots, m_{k_2}\} \subset \mathbb{Z} \\ \kappa_p & \forall n \in \{p_1, \dots, p_{k_3}\} \subset \mathbb{Z} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad k_i \in \mathbb{N}.$$

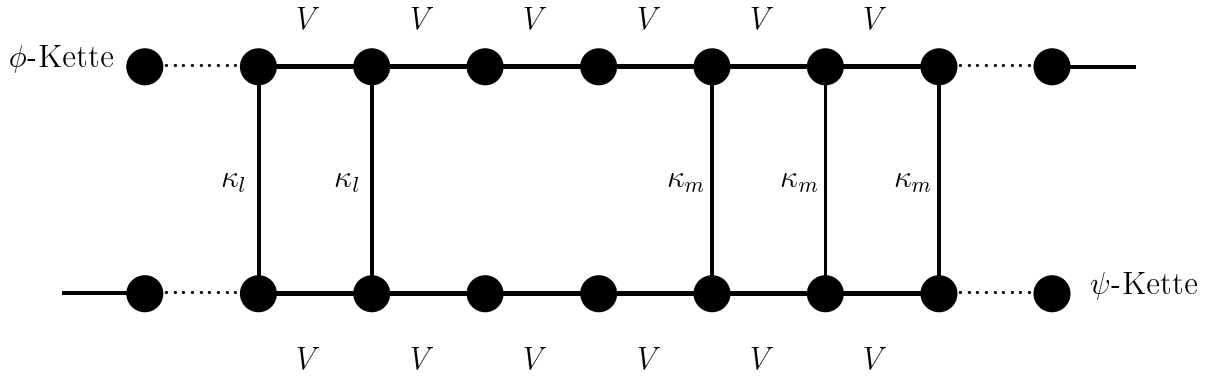


Abbildung 3.3.1-1: Doppelstrangsystem mit mehreren verschiedenen Kopplungsgebieten.

Von diesem Kopplungstyp ausgehend soll gezeigt werden, daß es durchaus möglich ist, eine Anordnung aus mehreren verschiedenen Kopplungsgebieten zu konstruieren, die den Energieübertrag von einer angeregten Kette auf eine angekoppelte Kette begünstigt. So ist in diesem Beispiel ein Kopplungsgebiet mit fünf Bindungen um den Kettenplatz $n = 100$ plaziert. Ein Weiteres mit zwölf Bindungen befindet sich um den Kettenplatz $n = 200$ herum. Die Anregung erfolgt, wie in den Beispielen vorher, durch die Anfangskonfiguration eines homoklinen Orbits.

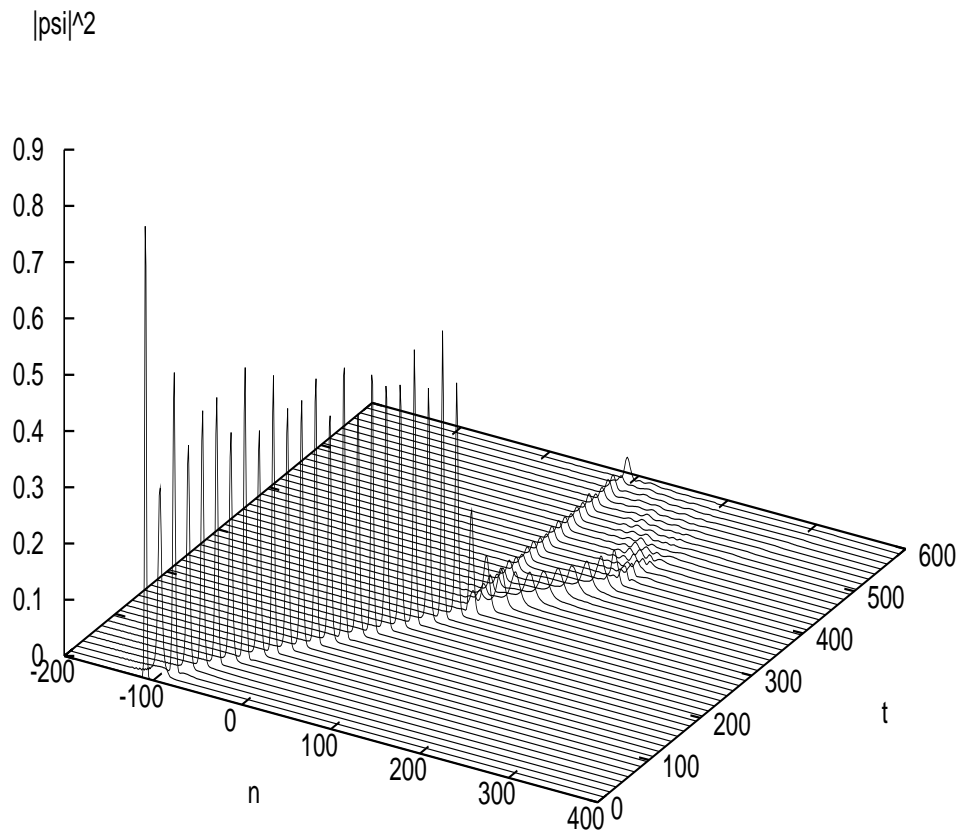


Abbildung 3.3.1-2: Zeitentwicklung der ψ -Kette mit zwei Kopplungsgebieten bei $n = 100$ und $n = 200$ der Länge $k_1 = 6$ und $k_2 = 12$, mit jeweils $\kappa_0 = 0.1$.

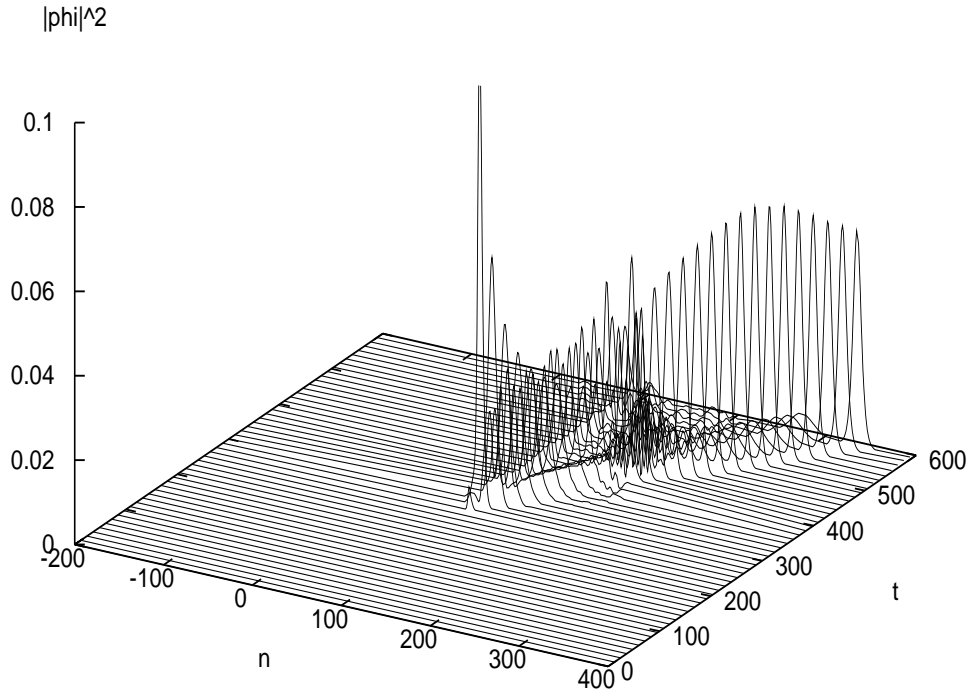


Abbildung 3.3.1-3: Zeitentwicklung der ϕ -Kette mit zwei Kopplungsgebieten bei $n = 100$ und $n = 200$, der Länge $k_1 = 6$ und $k_2 = 12$ mit jeweils $\kappa_0 = 0.1$.

Man erkennt insbesondere in Abbildung (3.3.1-4.), daß nach Überschreiten des ersten Kopplungsgebietes nur etwa die Hälfte der Anregungsenergie auf den Nachbarstrang übertragen wurde. Das zweite Bindungsgebiet führt zu einer weiteren Energieübertragung, so daß anschließend etwa fünfundachtzig Prozent der Anregungsenergie auf der zweiten Kette angekommen sind. Bemerkenswert ist dabei die Tatsache, daß Kopplungsenergie und Anzahl der Kopplungsplätze so gewählt werden können, daß die Energie, die einmal auf den ϕ -Strang übertragen ist, im zweiten Kopplungsgebiet nicht wieder zurückläuft. Bei Wahl anderer Parametersätze läßt sich jedoch durchaus ein Energierücklauf im zweiten Kopplungsgebiet realisieren. Wir wollen aber weiterhin unser besonderes Interesse auf hohe Energietransferraten richten.

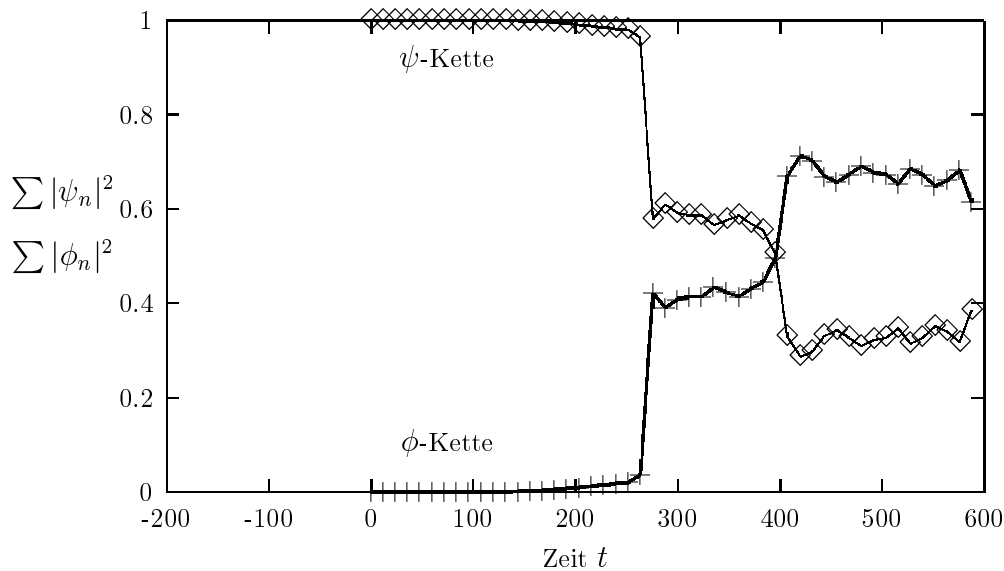


Abbildung 3.3.1-4: Zeitentwicklung der Summe der Amplitudenquadrate auf den einzelnen Ketten für zwei Kopplungsgebiete mit jeweils $\kappa_0 = 0.1$.

Dieser Befund legt die Vermutung nahe, daß für jeden Satz von Parametern ein geeignetes Feld von Kopplungsgebieten konstruierbar ist, welches eine maximale Ausbeute von Anregungsenergie auf dem zweiten Strang ermöglicht. Dabei sind sowohl der Kopplungsparameter κ als auch die Anzahl der gekoppelten Kettenplätze die Freiheitsgrade.

3.4 Zusammenhängende Kopplungsgebiete mit gaußverteilter Kopplungsstärke

Die Hamiltonfunktion des Gesamtsystems ist wiederum gegeben als Summe der Hamiltonfunktionen der einzelnen Ketten sowie des Wechselwirkungsterms

$$H_{gesamt} = H_1 + H_2 + H_{int}$$

mit:

$$H_1 = \sum_n \left(E_n^\psi |\psi_n|^2 - V_1(n)(\psi_n \psi_{n+1}^* + \psi_{n+1} \psi_n^*) \right) \left\{ \begin{array}{l} \underbrace{-\frac{\gamma_1}{2} |\psi_n|^4}_{\text{DST-Nichtlinearität}} \\ \underbrace{-\frac{\gamma_1}{\mu_1} |\psi_n|^2 + \frac{\gamma_1}{\mu_1^2} \ln(1 + \mu_1 |\psi_n|^2)}_{\text{GDNLS-Nichtlinearität}} \end{array} \right. ,$$

$$H_2 = \sum_n \left(E_n^\phi |\phi_n|^2 - V_2(n)(\phi_n \phi_{n+1}^* + \phi_{n+1} \phi_n^*) \right) \left\{ \begin{array}{l} \underbrace{-\frac{\gamma_2}{2} |\phi_n|^4}_{\text{DST-Nichtlinearität}} \\ \underbrace{-\frac{\gamma_2}{\mu_2} |\phi_n|^2 + \frac{\gamma_2}{\mu_2^2} \ln(1 + \mu_2 |\phi_n|^2)}_{\text{GDNLS-Nichtlinearität}} \end{array} \right. .$$

Die Kopplung zwischen den Ketten soll jetzt ihren diskreten Charakter verlieren und sich zwischen den gekoppelten und entkoppelten Plätzen nicht sprunghaft ändern. Für den stetigen Übergang zwischen ein- und ausgeschalteter Kopplung wird eine Gaußverteilung gewählt. Der Kopplungsterm erhält somit folgende Form

$$H_{int} = - \sum_n \kappa(n) (\psi_n^* \phi_n + \phi_n^* \psi_n)$$

mit κ als Funktion von n :

$$\kappa(n) = \frac{\alpha}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(\frac{-(n - n_0)^2}{2\sigma^2}\right). \quad (3.7)$$

Dabei bezeichnet n_0 den Platz der größten Kopplungsstärke, α wird als Skalierungsfaktor eingeführt. Mit σ als Standardabweichung der Gaußverteilung steht ein Parameter zur freien Verfügung, mit dem die Breite des Kopplungsgebietes variiert werden kann. Der Übergang von gekoppelten zu ungekoppelten Kettenplätzen erfolgt dann kontinuierlich. Strenggenommen existieren natürlich jetzt gar keine entkoppelten Plätze mehr. Da die Gaußverteilung aber nach beiden Seiten sehr schnell gegen Null abfällt und ein $\kappa \ll 1$ keinen Energieaustausch zur Folge hat, kann man

sehr wohl weiterhin von gekoppelten und entkoppelten Gebieten sprechen. Entkoppelte Gebiete sind dann solche, in denen κ nur unwesentlich von Null verschieden ist ($\kappa < \text{ca. } 10^{-3}$).

Wird die Kopplungsfunktion $\kappa(n)$ dahingehend verändert, daß der Normierungsterm $\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}$ vor der Gaußverteilung weggelassen wird, dann hat dies zur Folge, daß bei veränderlichem σ auch die Kopplungsenergie variiert. Andererseits verändert sich mit Berücksichtigung des Normierungsterms lediglich die Verteilung einer zwar beliebigen, aber konstanten Energiemenge auf die einzelnen Kettenplätze.

Es gilt also, zwei verschiedene Szenarien zu unterscheiden:

- $\kappa(n)$ sei die Gaußverteilung mit Normierungsterm:
 In diesem Fall verändert ein variables σ die Verteilung einer festen Kopplungsenergie auf die Kettenplätze. Der Maximalwert der Kopplungsstärke im Kopplungsgebiet verändert sich mit der Wahl von σ . In einem breiten Kopplungsgebiet ist der Maximalwert der Kopplungsstärke erheblich kleiner als in einem schmalen Kopplungsgebiet. Die gesamte Kopplungsenergie ist trotz variablem σ eine konstante Größe. Wie wir sehen werden, ist hinsichtlich des Energietransfers zwischen den Ketten, für den Fall gleicher Systemparameter auf beiden Ketten, offenbar nur die Größe der Kopplungsenergie von Bedeutung, nicht aber ihre Verteilung auf der Kette.
 Die Aussage gilt jedoch nicht mehr, wenn unterschiedliche Systemparameter auf beiden Ketten zugelassen werden (siehe Abschnitt 4.3). Dann hat die Vereinigung der gesamten Kopplungsenergie auf einem einzigen oder nur wenigen Kettenplätzen eine völlig andere Transferdynamik zur Folge, als wenn viele Kettenplätze beider Ketten miteinander verbunden sind.
- $\kappa(n)$ sei die Gaußverteilung ohne Normierungsterm:
 In diesem Fall bewirkt ein variables σ eine Veränderung der Energiemenge, die für die Kopplung benutzt wird. Der Maximalwert der Kopplungsstärke am Kopplungszentrum bleibt konstant. Mit einer Verbreiterung des Kopplungsgebietes ist eine Zunahme an Kopplungsenergie verbunden. Dieses Szenario modelliert besser eine variable Anzahl von Kopplungsbrücken, wie sie bereits in Kapitel 3 behandelt wurde. Allerdings mit dem Unterschied, daß die Ränder des Kopplungsgebietes jetzt kontinuierlich, also nicht plötzlich, wie im Fal-

le der “diskreten Kopplung”, gegen die Kopplungsstärke Null streben. Diese Wahl der Kopplungsfunktion $\kappa(n)$ wird in den weiteren Untersuchungen im Vordergrund stehen, da sie bei einer physikalischen Realisierung eines Doppellstrangsystems am sinnvollsten erscheint.

In den folgenden Abbildungen ist die Simulation der Zeitentwicklung der Amplituden beispielhaft für eine gaußverteilte Kopplungsstärke ohne Normierungsterm dargestellt. Es soll gezeigt werden, daß auch mit diesem Kopplungstyp hohe Energieübertragungsraten simuliert werden können und somit ein Heranziehen der mathematisch einfacher zu handhabenden gaußverteilten Kopplungsstärke in analytische Berechnungen gerechtfertigt ist. Der Energietransfer über ein Kopplungsgebiet mit konstanter Kopplungsstärke ($\kappa(n) = \kappa_0 \forall n$) kann durch geeignete Wahl des Parameters σ mit Hilfe einer gaußverteilten Kopplungsstärke simuliert werden.

Nach Einführung der Fitfunktion an die, durch den homoklinen Orbit berechnete, zeitlich stabile Amplitudenverteilung (Kapitel 2), steht mit der gaußverteilten Kopplungsstärke ein weiteres formales Hilfsmittel zur Verfügung, mit dem qualitative und quantitative analytische Aussagen über den Energietransfer möglich werden. In Kapitel 4 wird davon ausgiebig Gebrauch gemacht.

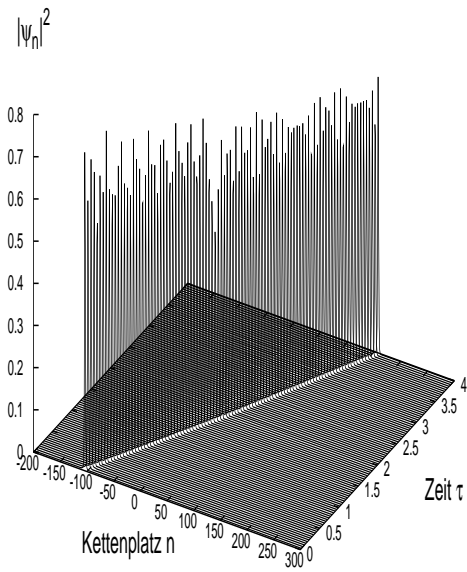


Abbildung 3.4-1: Zeitentwicklung der ψ -Kette mit $\sigma = 1$ und $\alpha = 0.2$.

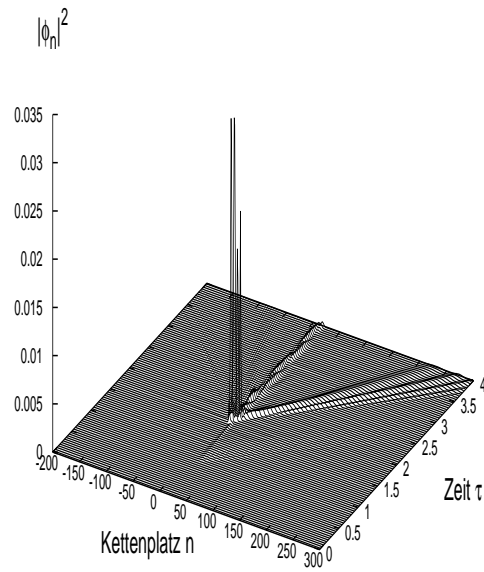


Abbildung 3.4-2: Zeitentwicklung der ϕ -Kette mit $\sigma = 1$ und $\alpha = 0.2$.

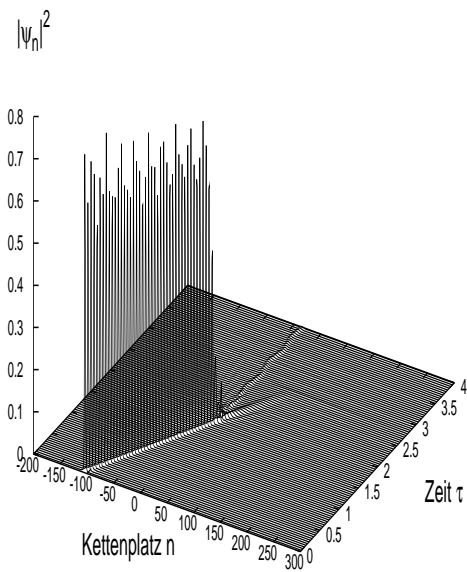


Abbildung 3.4-3: Zeitentwicklung der ψ -Kette mit $\sigma = 3$ und $\alpha = 0.3$.

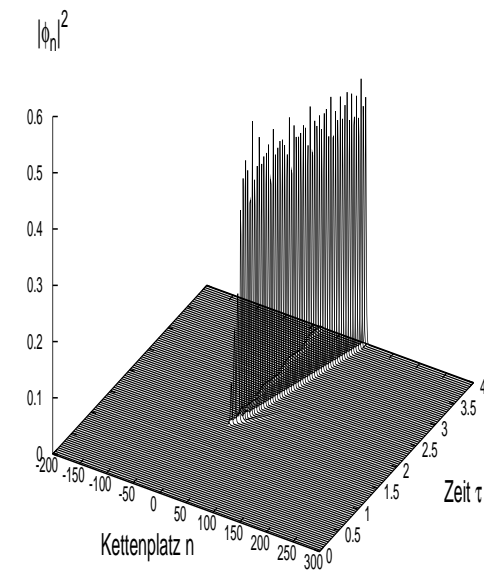


Abbildung 3.4-4: Zeitentwicklung der ϕ -Kette mit $\sigma = 3$ und $\alpha = 0.3$.

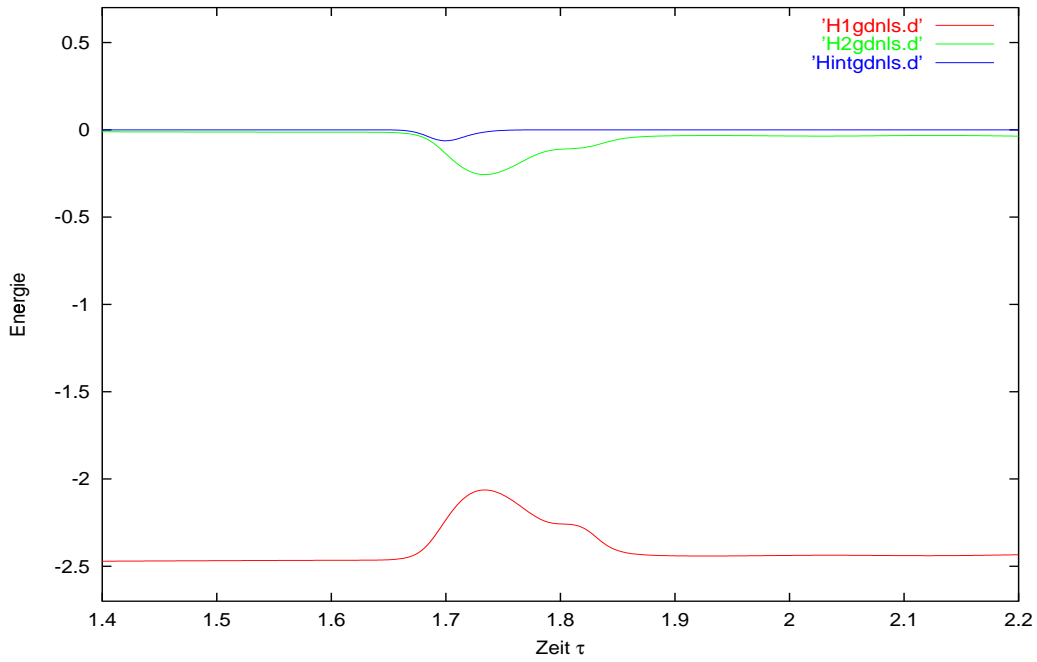


Abbildung 3.4-5: Zeitentwicklung der Energieanteile H_1 , H_2 und H_{int} für $\sigma = 1$ und $\alpha = 0.2$.

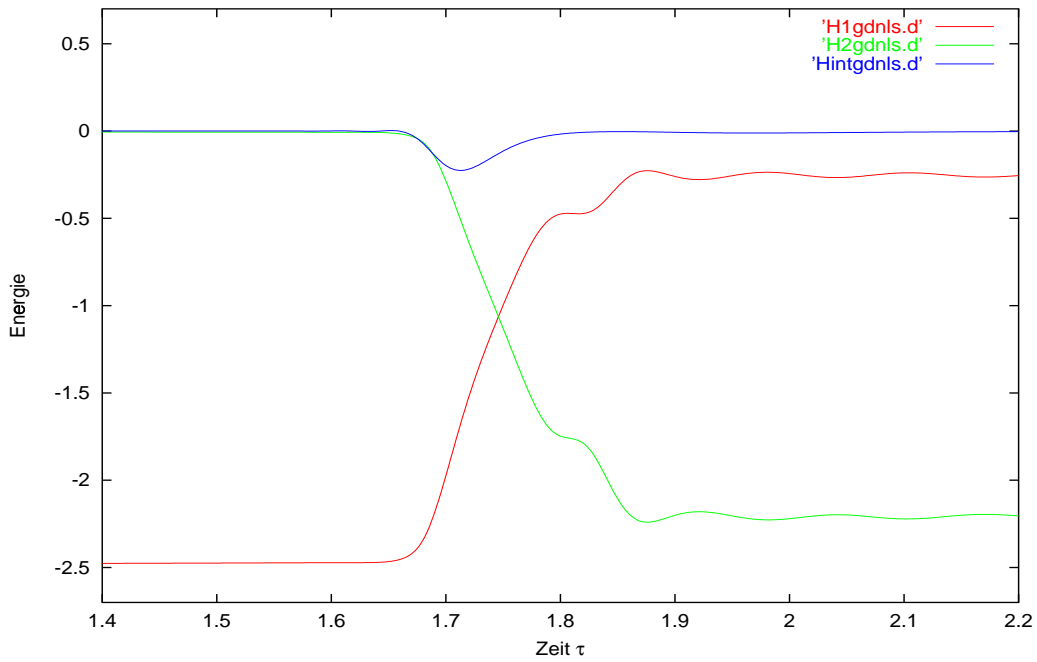


Abbildung 3.4-6: Zeitentwicklung der Energieanteile H_1 , H_2 und H_{int} für $\sigma = 3$ und $\alpha = 0.3$.

3.5 Stochastische On-Site-Energie als Modell für Störungen und energetische Fluktuationen

Ein weiteres erstaunliches Phänomen ist die Robustheit des Doppelkettensystems gegenüber Störungen von außen. Um dies zu zeigen, ist in den folgenden Abbildungen für jeden Zeitschritt eine zufällige On-Site-Energie “ausgewürfelt”. Diese stochastische Störung ist ein Modell für unregelmäßig verteilte elektronische Anregungen der Umgebung. Die On-Site-Energie wird in dem Intervall $(-0.2\dots, \dots 0)$ von einem Zufallsgenerator erzeugt und für jeden Kettenplatz in jedem Zeitschritt neu bestimmt.

Trotz dieser keineswegs vernachlässigbaren Störung, zeigt das System keine nennenswerte Änderung seiner Transferdynamik.

Erst bei noch größeren On-Site-Energien werden die effektiven Potentiale an den einzelnen Kettenplätzen so groß, daß eine Bewegung über die Kette nicht mehr möglich ist. Aber auch dann bleibt die solitonartige Struktur erhalten. Sie ist an einigen wenigen Plätzen lokalisiert, kann sich jetzt aber nicht mehr von diesen Plätzen entfernen. Es tritt die sogenannte *Anderson – Lokalisation* auf.

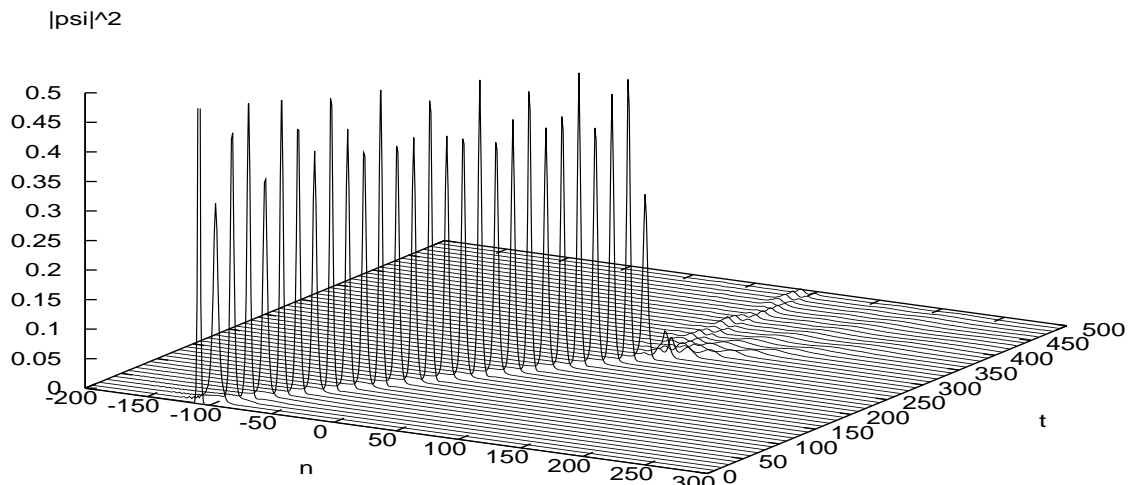


Abbildung 3.5-1: Zeitentwicklung der ψ -Kette mit stochastischer On-Site-Energie. Der Energietransfer wird nicht gestört. Die Anfangsanregung ist um den Kettenplatz $n_0 = -110$ plaziert. Das Kopplungsgebiet für $\kappa \neq 0$ liegt bei $n = 95$ bis $n = 106$.

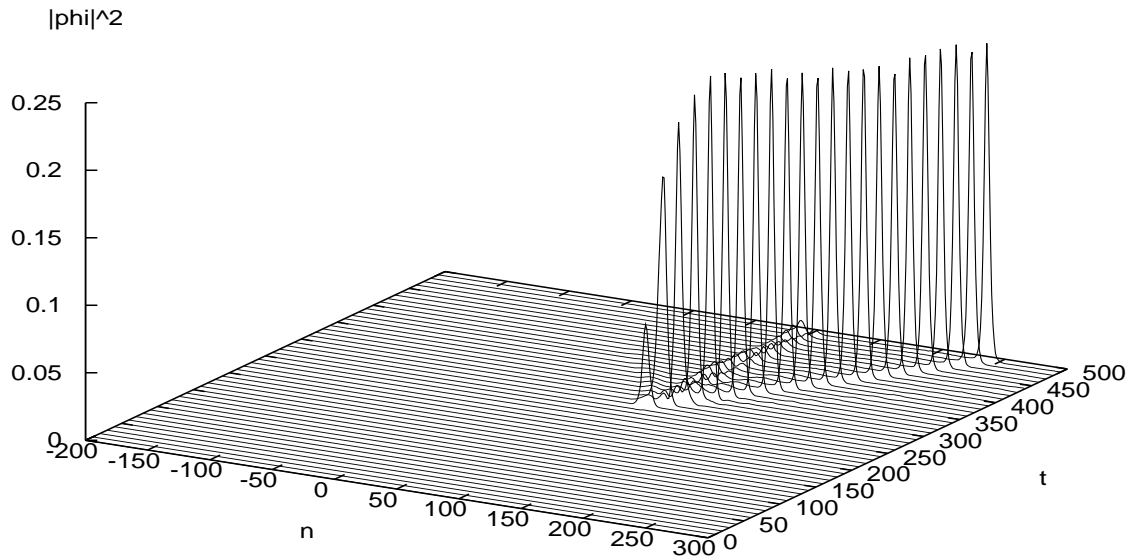


Abbildung 3.5-2: Zeitentwicklung der ϕ -Kette mit stochastischer On-Site-Energie. Der Energietransfer findet weiterhin statt. Die Robustheit des Systems gegenüber äußeren Störungen sorgt für ca. fünfundachtzig Prozent Energieübertrag von der ψ -Kette auf die ϕ -Kette. Der Energieübertrag findet im Kopplungsgebiet $n = 95$ bis $n = 106$ statt. Ein geringer Energieanteil bleibt im Kopplungsgebiet fixiert. Der weitaus größere Energieanteil setzt den Transfer auf der ϕ -Kette fort.

3.6 Schalt- und Speicherprozesse

Welche Anwendungsmöglichkeiten eröffnen sich aufgrund der Eigenschaften des nicht-linearen Doppelkettensystems?

Um diese Frage zu diskutieren, werden die wichtigsten Eigenschaften noch einmal stichwortartig zusammengefaßt:

- Lokalisation der energetischen Anregung auf einigen wenigen Kettenplätzen.

- Transfer der Anregungsenergie innerhalb des Kettensystems als lokalisierte solitonartige Struktur ist möglich.
- Energieübertrag von Kettenstrang zu Kettenstrang hängt sensibel von der Beschaffenheit der Kopplung ab.
- Optimierung der Kopplung führt zu hoher Energieausbeute bei der Energietransferdynamik von Kettenstrang zu Kettenstrang.

Diese Eigenschaften lassen insbesondere zwei physikalische Anwendungsfelder in den Vordergrund treten:

- Energiespeicherung
- Schaltung von Energieflüssen.

In Kapitel 2 wurde gezeigt, wie es möglich ist, mit Hilfe des Melnikovvektors einen homoklinen Orbit einer iterativen Abbildung aufzufinden. Diese Abbildungsvorschrift (2.6) ist durch eine geeignete Substitution benachbarter Kettenplatzamplituden und einen stationären Ansatz in eindeutiger Weise aus dem System gekoppelter Differentialgleichungen hervorgegangen. Der homokline Orbit liefert anschließend die nötigen Informationen für eine Anfangskonfiguration, die eine lokalisierte und zeitlich stabile solitonartige Struktur als Energieverteilung auf dem Doppelstrangsystem darstellt. Die Energie ist dabei nur auf einigen wenigen Kettenplätzen angesammelt und zeigt keinerlei Tendenz, diese bestimmten Plätze im zeitlichen Verlauf zu verlassen oder sich sogar aufgrund von dispersiven Effekten über das gesamte System zu verteilen.

Die feste Zuordnung der solitonartigen Struktur zu bestimmten Kettenplätzen sowie die starke Lokalisation lassen es durchaus realisierbar erscheinen, mehrere “gepinnte” solitonartige Strukturen auf dem Kettensystem zu plazieren. Die Folge ist eine Speicherung von Information in dem Kettensystem, da Abstand und sequenzielles Erscheinen bzw. Nichterscheinen einer Solitonstruktur Freiheitsgrade darstellen, die mit (z. B. digitaler) Information besetzt werden können. Voraussetzung hierfür ist, daß sich die einzelnen Solitonstrukturen nicht gegenseitig stören oder beeinflussen, was eventuell zu einer Platzänderung führen könnte. Dies kann durch einen noch zu bestimmenden Mindestabstand erreicht werden.

Die Bevölkering des Kettensystems mit mehreren solitonartigen Strukturen ist in

der (lang-) zeitlichen Entwicklung in Abbildung (3.6-1) dargestellt. Eine gegenseitige Beeinflussung ist auch für lange Iterationszeiten nicht zu erkennen.

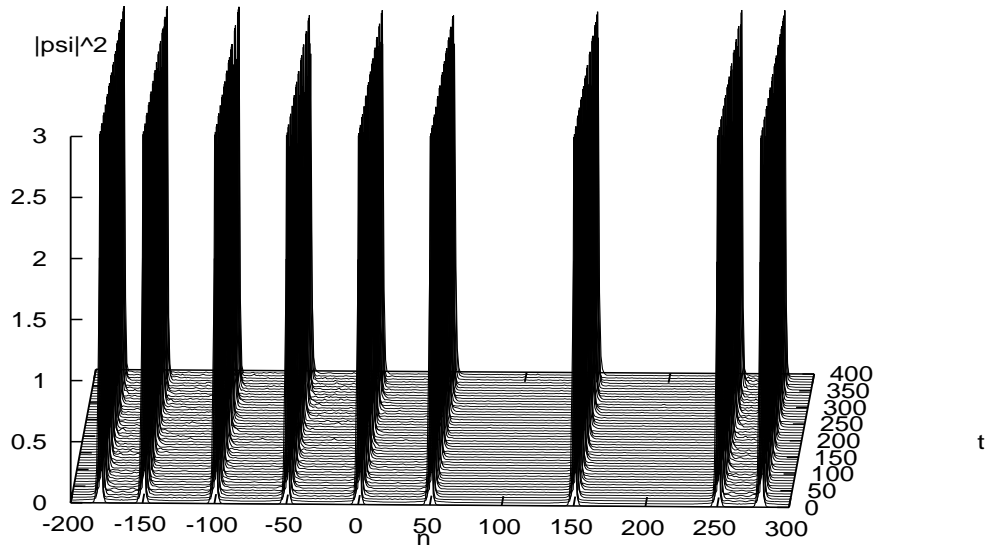


Abbildung 3.6-1: Zeitliche Entwicklung der ψ -Kette mit mehreren stabilen Anfangskonfigurationen.

Als weiteres bemerkenswertes Phänomen hat sich die sensible Abhängigkeit des Energietransfers zwischen den Ketten von der Art der Kopplung herausgestellt. Eine kleine Veränderung der Anzahl der angekoppelten Kettenplätze zur Nachbarkette entscheidet in erheblichem Maß über die transferierte Energiemenge bewegter solitonartiger Strukturen.

Die forminvariante Fortpflanzung der Solitonstruktur kann je nach Gestaltung des Kopplungsgebietes entweder auf dem gleichen Kettenstrang oder aber auf der Nachbarkette enden, je nachdem ob die Kopplung die Solitonstruktur durchläßt oder nicht. Das Kopplungsgebiet kann demnach als Schalter aufgefaßt werden, der über die Bewegungsrichtung der solitonartigen Struktur und damit über die Flußrichtung der Energie entscheidet.

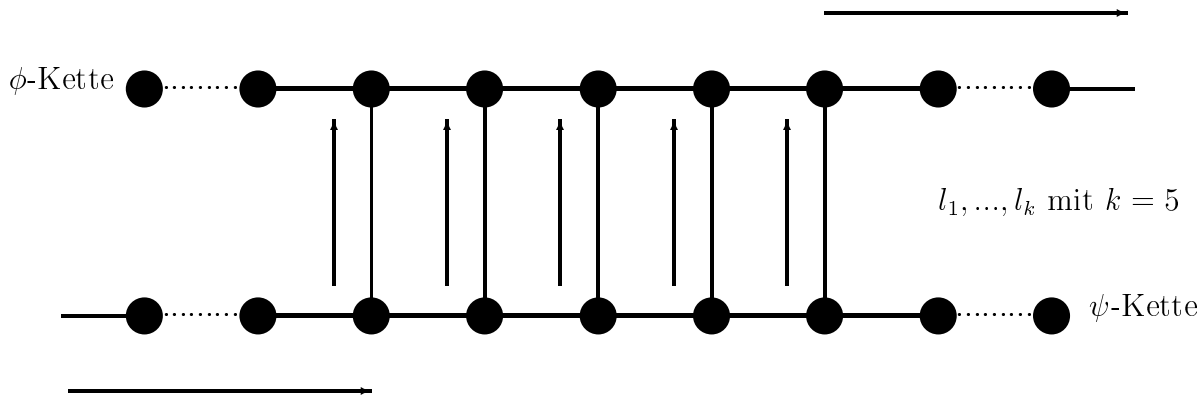


Abbildung 3.6-2: Schematisches Beispiel eines Kopplungsgebietes, das auf Durchlaß "geschaltet" ist. Es findet ein Energietransfer auf die ϕ -Kette statt.

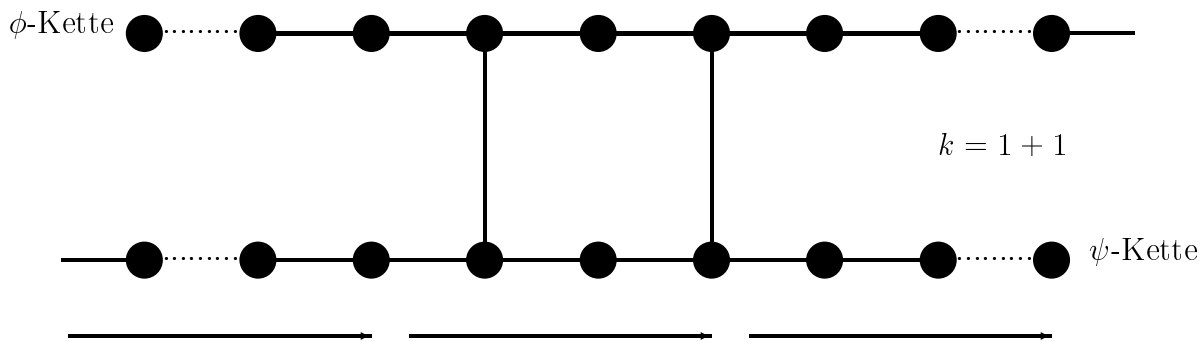


Abbildung 3.6-3: Schematisches Beispiel eines Kopplungsgebietes, das *nicht* auf Durchlaß "geschaltet" ist. Die Energie bleibt auf der ψ -Kette.

Nun stellt sich die Frage, welche Möglichkeiten es geben könnte, das System durch äußere Manipulation in den Durchlaß- bzw. in den Sperrzustand zu bringen und damit ein diodenähnliches Verhalten zu erzeugen. Dies hängt natürlich von der konkreten physikalischen Realisierung des Doppelstrangsystems ab und ist nicht gene-

rell zu beantworten. Je nach den physikalischen Eigenschaften der Oszillatoren einer bestimmten Realisierung des Systems, muß die Frage nach äußeren Eingriffsmöglichkeiten auf den "Schalterzustand" entschieden werden.

Die Tatsache, daß nur eine geringe Anzahl von Kopplungsbindungen die Flußrichtung der Energie bestimmt, läßt allerdings hoffen, einen Schaltprozeß mit relativ kleinem energetischen Aufwand von außen realisieren zu können.

Denkbar als Lösungsansatz dieser Fragestellung sind äußere Felder, die zu einer lokalen Verschiebung oder Verformung der Atomorbitale von Kopplungsgliedern führen könnten und somit in der Lage wären, bestimmte Kopplungsbindungen zu verstärken oder abzuschwächen. Damit könnte durch gezieltes Ein- und Ausschalten der Felder ein Durchlaß- bzw. Sperrzustand hervorgerufen werden.

Die lokale Manipulation der Materie in atomaren Dimensionen ist im Zuge der aktuellen Entwicklungen auf den Gebieten der Nanotechnologie durchaus möglich und wird in Zukunft vermutlich noch vielfältiger zur Anwendung kommen.

Nach den vergleichsweise spekulativen Ausführungen über konkrete Anwendungsmöglichkeiten des Doppelstrangsystems, wollen wir uns jetzt wieder der exakten Aufklärung von Energietransferphänomenen innerhalb des Kettensystems zuwenden.