
2 Potentialmethoden

2.1 Direkte Interpretationsmethoden

In diesem Abschnitt werden die theoretischen Grundlagen der verwendeten direkten Interpretationsmethoden von Potentialfeldern vorgestellt. Mit den direkten Interpretationsmethoden versucht man aus vorliegenden Messwerten einer Anomalie Aussagen über die Tiefenverteilung und Struktur der verursachenden Quellen zu gewinnen. In den folgenden Unterkapiteln werden die Verfahren der Powerspektralanalyse und Dekonvolution dargestellt, die bei der Analyse des Schwere- und Magnetfeldes des Nordostdeutschen Beckens verwendet wurden. Beide Methoden basieren auf der Wellenzahlanalyse der Potentialfelder.

2.1.1 Powerspektralanalyse

Über den linearen Zusammenhang des semilogarithmischen Powerspektrums mit den Wellenzahlen des Schwerefeldes, hervorgerufen von Massenverteilungen im Untergrund, kann die maximale Tiefe des am Aufbau der Schwereanomalie beteiligten Störkörpers bestimmt werden, siehe auch CIANCIARA & MARCAK (1976) und HAHN et al. (1976). Das grafisch interaktive Programm POWER von DÖRING (1995) verwendet diesen Zusammenhang und stellt die maximalen Tiefen der Störkörper dar. Die Ergebnisse sind ein Anhaltspunkt für die geologische Interpretation und begrenzen die Lösungsmannigfaltigkeit für die Modellierung der Tiefenlage geologischer Strukturen. Das Programm arbeitet mit der Annahme, dass das Amplitudenspektrums $A(k, z=h)$, der in der Höhe $z=h$ gemessenen Schwerewerte, einen exponentiellen Verlauf annimmt. Dann gilt nach HAHN et al. (1976) und CIANCIARA & MARCAK (1976):

$$A(k, z = h) = |F(g(x, y, z = h))| = A_0 \cdot e^{Ck} \quad (1)$$

mit der Fouriertransformation F des Schwerefeldes $g(x, y, z = h)$ und der Wellenzahl k . Für die Feldfortsetzung nach unten ($z = 0$) zur Bestimmung der Tiefenlage der Quelle gilt:

$$F(g(x, y, z = 0)) = e^{2\pi h(k_x^2 + k_y^2)^{1/2}} \cdot F(g(x, y, z = h)) \quad (2)$$

Wegen Gleichung 1 kann Gleichung 2 wie folgt umgeformt werden:

$$A(k, z = h) = A(k, z = h) \cdot e^{hk} = A_0 \cdot e^{Ck} \cdot e^{hk} = A_0 \cdot e^{k(C+h)} \quad (3)$$

Nach Anwendung des natürlichen Logarithmus auf Gleichung 3 ergibt sich die Gleichung 4:

$$\ln A(k, z = h) = \ln A_0 + k(C + h) \quad (4)$$

Diese Gleichung entspricht einer einfachen Geradengleichung. Das bedeutet, dass die negative Steigung des logarithmisch dargestellten Amplitudenspektrums gleich der Entfernung des Beobachtungsniveaus vom Quellkörperriveau ist. Die Steigung h , dies entspricht der Tiefe des Quellkörpers für ein Beobachtungsniveau gleich NN, dieser Geraden berechnet sich aus Gleichung 5:

$$h = -\frac{\Delta \ln A(k, z = h)}{\Delta k} \quad (5)$$

Da das Powerspektrum ($P = A^2$) verwendet wird, folgt für h:

$$h = -\frac{\Delta \ln P(k, z = h)}{2 \cdot \Delta k} \quad (6)$$

h entspricht der maximal möglichen Tiefe eines Störkörpers der in der Ebene $z = h$ den Schwereverlauf $g(x, y, z = h)$ erzeugt. Um mit dem Programm Power die Tiefe z, wie oben geschildert, zu berechnen, muss eine Gerade interaktiv an die grafische semilogarithmische Darstellung des Powerspektrums angepasst werden. Aus der Steigung h der Geraden berechnet das Programm die Tiefe z des Störkörpers. Verursachen Störkörper mit verschiedenen Tiefen den Schwereverlauf, wird durch wiederholtes Approximieren, anfangs am Gesamtspektrum und dann an das jeweilige Restspektrum, die Tiefe z der Körper bestimmt.

2.1.2 Dekonvolution

Mit Hilfe der Eulerdekonvolution nach MARSON & KLINGELE (1993) kann eine schnelle dreidimensionale Interpretation z. B. von Schwerefeldern gemacht und ohne weitere geologische oder geophysikalische Zusatzinformationen im Messgebiet erste Annahmen über die Lage möglicher Strukturen im Untergrund getroffen werden. Die Euler Dekonvolution ist mit dem Programm Eudia von HOFFMANN (1999) durchgeführt worden. Voraussetzung für die Berechnung der Dekonvolution ist ein gerasterter Datensatz der Bougueranomalie und die Vorgabe eines sogenannten Struktur Index (SI). Ein Maß für die Abnahme eines Feldes mit zunehmender Entfernung von der Quelle, auch von REID et al. (1990) als N dem Grad der Homogenität bezeichnet. N hängt nach THOMPSON (1982) direkt mit der Geometrie und der Lage der Quellen zusammen. Die Eulersche Homogenitätsbedingung setzt die Form des Schwerefelds und dessen Ableitungen mit der Lage der produzierenden Quellen über SI in Beziehung. Als Ergebnis der Euler Dekonvolution erhält man die räumlichen Koordinaten der Quellpunkte, die in Abhängigkeit von der Wahl des SI den Störkörpers markieren. Unter Verwendung beider Methoden kann die obere und untere Tiefenbegrenzung des Störkörpers bestimmt werden. Im folgenden Abschnitt wird die mathematische Herleitung der Eulerdekonvolution kurz skizziert. Die Dekonvolution basiert auf den Eigenschaften der homogenen Funktionen. Eine Funktion $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ von mehreren Veränderlichen heißt homogene Funktion, wenn sie für alle $\lambda \in \mathbf{R}$ die Gleichung

$$f(\lambda x_1, \lambda x_2, \dots, \lambda x_n) = \lambda^N f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (7)$$

erfüllt. Wobei hier N den Homogenitätsgrad der Funktion beschreibt; man sagt, die Funktion sei homogen vom Grade N. Für diese Funktionen kann man zeigen, dass folgende Gleichung gilt:

$$x_1 \frac{\partial f}{\partial x_1} + x_2 \frac{\partial f}{\partial x_2} + \dots + x_n \frac{\partial f}{\partial x_n} = N f \quad (8)$$

Diese partielle Differentialgleichung wird Eulersche Homogenitätsgleichung genannt. Die Gleichung, die die Z-Komponente der Schwerewirkung im Punkt $P(x_p, y_p, z_p)$ einer Punktquelle am Ort $Q(x_o, y_o, z_o)$ beschreibt ist,

$$g_z(\vec{r}) = \gamma m \frac{1}{r^2} \cdot \frac{z_p - z_o}{\vec{r}} \quad (9)$$

mit $\gamma = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kgs^2}$ als Gravitationskonstante und m als Masse in kg. Die Funktion $g_z(\vec{r})$, Gleichung 9, ist homogen vom Grad $N = -2$, wie durch einsetzen in Gleichung 7 überprüft werden kann:

$$g_z(\lambda\vec{r}) = \gamma m \frac{1}{\lambda^2 r^2} \cdot \frac{\lambda(z_p - z_o)}{\lambda\vec{r}} = \lambda^{-2} \gamma m \frac{1}{r^2} \cdot \frac{z_p - z_o}{\vec{r}} = \lambda^{-2} g_z(\vec{r}) \quad (10)$$

Ob die Eulersche Homogenitätsbedingung für Gleichung 10 gilt wird durch Einsetzen von Gleichung 9 in Gleichung 8 überprüft, mit $\vec{r} = (x_p - x_o, y_p - y_o, z_p - z_o)^T$:

$$(x_p - x_o) \frac{\partial g_z}{\partial x} + (y_p - y_o) \frac{\partial g_z}{\partial y} + (z_p - z_o) \frac{\partial g_z}{\partial z} = -2 \cdot g_z(\vec{r}) \quad (11)$$

$\frac{\partial g_z}{\partial x}$ und $\frac{\partial g_z}{\partial y}$ sind die Horizontalgradienten der Schwere in x- und y-Richtung und $\frac{\partial g_z}{\partial z}$ der Vertikalgradient. Mit der Vereinfachung $\tilde{x} = x_p - x_o$, $\tilde{y} = y_p - y_o$ und $\tilde{z} = z_p - z_o$ folgt für die Gradienten:

$$\frac{\partial g_z}{\partial x} = \gamma m \frac{-3\tilde{x}\tilde{z}}{r^5} \quad (12)$$

$$\frac{\partial g_z}{\partial y} = \gamma m \frac{-3\tilde{y}\tilde{z}}{r^5} \quad (13)$$

$$\frac{\partial g_z}{\partial z} = \gamma m \frac{\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2 - 2\tilde{z}^2}{r^5} \quad (14)$$

Einsetzen der drei Gradienten in Gleichung 11 ergibt nach umstellen einzelner Terme folgende Gleichung:

$$-2 \cdot g_z(\vec{r}) = \gamma m \frac{-3\tilde{z}(\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2 + \tilde{z}^2) + \tilde{z}(\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2 + \tilde{z}^2)}{r^5} = -2\gamma m \frac{\tilde{z}}{r^3} \quad (15)$$

Die Gleichung 15 erfüllt die Homogenitätsbedingung und ist gleich der Gleichung 9. Daher kann nun mit der Gleichung 11 die Lage einer Punktquelle aus dem Schwerfeld berechnet werden. Umstellung der Terme der Gleichung nach einen bestimmten Punkt $P(x_p, y_p, z_p)$ mit gemessenen Schwerewert g_z und der unbekannt Punktquelle $Q(x_o, y_o, z_o)$ ergibt Gleichung 16:

$$x_o \frac{\partial g_z}{\partial x} + y_o \frac{\partial g_z}{\partial y} + z_o \frac{\partial g_z}{\partial z} = x_p \frac{\partial g_z}{\partial x} + y_p \frac{\partial g_z}{\partial y} + z_p \frac{\partial g_z}{\partial z} + 2 \cdot g_z(\vec{r}) \quad (16)$$

Die Gradienten in der Gleichung lassen sich, falls sie nicht als Messdaten vorliegen, numerisch bestimmen, siehe HOFFMANN (1999). So sind in der Gleichung 16 nur noch die Koordinaten der Punktquelle $Q(x_o, y_o, z_o)$ unbekannt: Zur exakten Bestimmung der drei unbekannt Koordinaten wird mit der Gleichung 16 ein n dimensionales lineares Gleichungssystem aufgestellt. Mindestens werden Schweredaten von drei verschiedenen Ortspunkten $P_i(x_p, y_p, z_p)$ benötigt, die von der gleichen Schwerequelle erzeugt werden. Die Koeffizientendeterminante des aufgestellten linearen Gleichungssystems darf nicht gleich Null werden. Die bestimmten Ortspunkte $P_i(x_p, y_p, z_p)$ müssen gerastert vorliegen, auf die ein quadratisches Suchfenster angewandt wird, z. B. : $n = 5 \times 5$. Die verwendete Suchfenstergröße hat einen großen Einfluss auf die Lösungen der Eulerdekonvolution. Ist das Fenster zu klein, können die gefundenen Lösungen zu lokal sein und nicht die von der Quelle verursachte Schwerewirkung vollständig erfassen. Ein zu großes Fenster versucht Lösungen für ein Schwerfeld zu finden, welches in diesem Fall aber von

verschiedenen Quellen erzeugt wird. Das überbestimmte lineare Gleichungssystem mit den drei unbekanntenen Koordinaten wird mit der least-squares Methode gelöst. Aus der Kovarianzmatrix, die bei der Verwendung der least-squares Methode mitberechnet wird, erhält man für jede Lösung den relativen Fehler. Dieser Fehler stellt ein effektives Kriterium für die Auswahl der Lösungen dar, da eine Aussage über die Güte der gefundenen Lösungen getroffen werden kann. Eine weitere Verbesserung der Lösungen wird nach MARSON & KLINGELE (1993) durch Verwendung des Vertikalgradienten $\frac{\partial g_z}{\partial z}$ erreicht. Die Grundgleichung des zu lösenden linearen Gleichungssystems sieht dann folgendermaßen aus :

$$x_o \frac{\partial^2 g_z}{\partial x \partial z} + y_o \frac{\partial^2 g_z}{\partial y \partial z} + z_o \frac{\partial^2 g_z}{\partial z \partial z} = x_p \frac{\partial^2 g_z}{\partial x \partial z} + y_p \frac{\partial^2 g_z}{\partial y \partial z} + z_p \frac{\partial^2 g_z}{\partial z \partial z} + N \cdot \frac{\partial g_z(\vec{r})}{\partial z} \quad (17)$$

Zu berücksichtigen bei der mathematischen Betrachtungsweise des Schwerfeldes sind die starke Abhängigkeit der Lösungen von der Gültigkeit des Äquivalenzprinzips der Potentialtheorie und Erfahrungswerten des Interpreters bei der Wahl des SI und anderen Einstellungsparametern. So ist ein Strukturindex von -3 äquivalent mit einer Punktmasse. Ist der SI = -2, nimmt das Programm eine liegende oder stehende Massenlinie an. Ein SI zwischen -1.5 und -1 beschreibt die Lösungen für eine dünne Fläche, die entweder liegt oder steht. Wird aber ein Strukturindex zwischen -1 und 0 eingegeben, weist dies auf Annahme eines Volumenkörpers hin.

2.2 Indirekte Interpretationsmethoden

Bei der indirekten Interpretation wird prinzipiell versucht durch Vorgabe von Modellen auf die Realität zu schließen. In dieser Arbeit werden die Modelle, unter anderem, zur Berechnung von Schwerewerten benutzt, die dann mit realen Schwerewerten verglichen werden. Die Anpassung des Modells an die Realität erfolgt durch die schrittweise Veränderung der Modellparameter. Diese Vorwärts-Modellierung ist durch Randwerte oder auch Randbedingungen beschränkt, deren Genauigkeit die Variationsbreite der Modellparameter eingeschränkt. Diese Randbedingungen können auch die Anzahl der bei Potentialwerten möglichen Interpretationsvarianten, wegen möglicher Superposition der Potentiale der Quellen, verringern. Ein Randwert wäre zum Beispiel die Dichte eines in einem Modell verwendeten Modellkörpers. Die Realitätsnähe des Modells nimmt mit der Anzahl und Genauigkeit der berücksichtigten Randwerte zu. Der Umkehrschluß, dass um so weniger Informationen vorhanden sind, desto unrealer das Modell, gilt nicht. In dieser Arbeit wird durch die Vorgabe einer Modellgeometrie und einer Dichteverteilung die geologische Struktur im Untersuchungsgebiet definiert und deren Schwerewirkung im Stationsniveau berechnet. Die Anpassung des Modells erfolgt sukzessiv durch interaktive grafische Veränderung der Modellgeometrie und der Änderung von Dichten die einzelnen geometrischen Körpern zugeordnet sind. Das geologische Modell und seine Dichteverteilung kann durch den direkten Vergleich von berechneter und gemessener Schwere überprüft werden. Die Einschränkung der verwendeten Parameter der Strukturgeometrie und Dichteverteilung erfolgt aufgrund von Ergebnissen aus geologischen und geophysikalischen Untersuchungen auf die später eingegangen wird.

2.2.1 Dreidimensionale Dichtemodellierung

Die Modellierungen in dieser Arbeit wurden dreidimensional durchgeführt, um Abweichungen, die bei einer zweidimensional berechneten Schwere auftreten, zu vermeiden. Bei einer zweidimensionalen Mo-

dellierung werden mit Dichte versehene geologische Körper auf einer x,z Ebene erstellt und dann orthogonal dazu, in positiver und negativer Richtung unendlich in den Raum (y-Achse) ausgedehnt. Die geologischen Strukturen bleiben also immer gleich, wie auf dem Profil festgelegt und damit gleicht sich auch die daraus berechnete Schwere auf dem gesamten Untersuchungsgebiet orthogonal zum Profil. Laterale Änderungen der Geologie und der Schwere können damit nicht erfasst werden. Bei der dreidimensionalen Modellierung werden mehrere parallele Profile verwendet, um auf jedem die dem Untergrund entsprechenden geologischen Strukturen zu modellieren, siehe Abbildung 1. Damit wird versucht, die

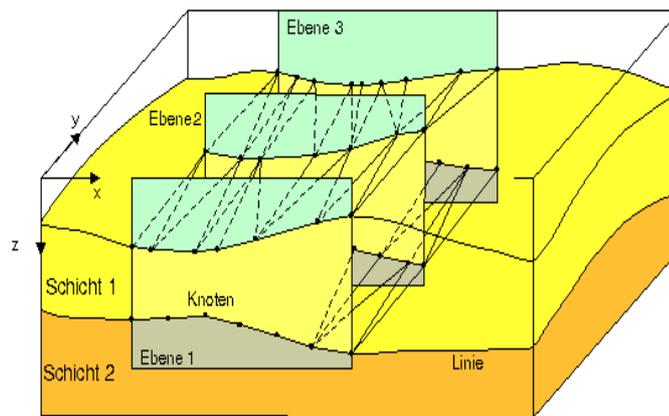


Abbildung 1: Triangulierung der dreidimensionalen Modellgeometrie. Die Oberfläche der geologischen Körper wird mit Hilfe von Dreiecken approximiert, die in den Ebenen (1-3) durch Knotenpunkte und Linien definiert sind, GÖTZE & LAHMEYER (1988).

geologischen Körper entsprechend der Realität zu modellieren und das berechnete Schwerfeld an das gemessene Schwerfeld des Untersuchungsgebietes anzupassen. Die dreidimensionalen Dichtemodellierungen wurde mit dem dafür entwickelten Programm IGMAS (Interaktives Gravimetrisches und Magnetisches Auswertesystem; GÖTZE (1976), GÖTZE (1984), GÖTZE & LAHMEYER (1988), SCHMIDT & GÖTZE (1998) und SCHMIDT & GÖTZE (1999)) ausgeführt. Mit dem Programm ist es möglich die geologischen Strukturen relativ real nachzubilden und deren Schwerewirkung im Stationsniveau zu berechnen. Dazu wird das Untersuchungsgebiet in parallel zueinander liegende Vertikalschnitte geteilt. Wo eine gute Auflösung benötigt wird, muss der Abstand zwischen den Schnitten gering sein. In Randgebieten kann sich der Abstand der Ebenen vergrößern und damit die Auflösung verkleinern. Basierend auf den zur Verfügung stehenden Informationen werden in den Ebenen geologische Strukturen konstruiert. Die Punkte (oder Knoten) die einen solchen Körper bilden, siehe Abbildung 1, werden zum Abschluss der Erstellung des dreidimensionalen Startmodelles über alle Ebenen hinweg durch Triangulierung miteinander verbunden. Die Flächen der einzelnen geologischen Körper werden durch Dreiecke dargestellt. Die Berechnung der Schwerewirkung der dreidimensionalen geologischen Körper führt IGMAS über die Berechnung der triangulierten Dreiecksanten nach dem Gauß'schen Integralsatz des Raumes und dem Satz von Green, (GÖTZE (1976) und GÖTZE (1984)) durch, dabei werden auftretende Volumenintegrale in Flächenintegrale und diese in Linienintegrale umgewandelt. Die Herleitung des verwendeten Algorithmus zur Berechnung der Schwere wird z. B. von KIRCHNER (1997) detailliert beschrieben und deshalb

hier nicht wiederholt. Beispiele für die dreidimensionale Modellierung von geologischen Strukturen mit IGMAS sind, unter anderen, in KIRCHNER (1997), ALVERS (1998) und KÖSTERS (1999) enthalten. Zur Unterstützung der Modellierung unterstützt IGMAS die Integration von interdisziplinären Messdaten und Gis-Funktionen, anhand deren die geologischen Strukturen optimiert werden können, siehe auch BREUNIG et al. (1999). Für weitere Analysen der modellierten Strukturen kann IGMAS z. B.: die Volumen und Massen der einzelnen Körper berechnen und die Load auf vertikalen Profilen oder horizontalen Schnitten anzeigen. Zur 3D-Visualisierung und Überprüfung der geologischen Modellstrukturen kann IGMAS selbständig das Programm IVIS-3D von KLESPER (1998) aufrufen und die ausgewählten Daten zur 3-dimensionalen Darstellung übergeben.